

## 論文審査の結果の要旨

氏名 鈴木 航介

多変数の数値積分は、科学のあらゆる分野において必要となる。いわゆる「次元の呪い」によって、「変数の個数=定義域の次元」の上昇に伴い、多くの積分法が有効でなくなっていく。モンテカルロ法 (MC) はこれに対する一つの回答であり、次元に対して無関係に、サンプル点集合のサイズの  $-1/2$  乗のオーダーで積分を近似する手法である。本学位論文は、関数空間に強い制限を課すものの、「ずっと速い収束を無限次元でも与える」研究である。

準モンテカルロ法(QMC)は、MC よりさらに効率よく近似を行うために、サンプル点集合を「一様ランダム」ではなく「超一様ランダム」に取り換える手法である。QMC においては、点集合の「超一様性の性能指標」が複数ある。近年、Walsh Figure of Merit (WAFOM) と呼ばれる性能指標が松本-斎藤-Matoba により導入され、すでに実験で高速な収束を見せている。

本学位論文は、この WAFOM の理論を拡張し、2 元係数から一般の有限アーベル群へ、あるいは無限変数へと広げる鈴木氏の一連の研究の成果をまとめたものである。1, 2 章で諸定義の導入を行った後、3 章においては「一般のアーベル群上の WAFOM の理論」を新たに展開している。4 章においては、実際に「WAFOM の小さい点集合を Niederreiter-Xing 点列から構成する方法」を与えている。構成には、「J. Dick により導入された interlacing の技法」を使うが、鈴木氏の独自の手法により WAFOM を上から抑える手法が展開される。5 章においては、WAFOM を使う場合に重要な、「関数の暴れ具合」を与える「Walsh 係数」の新しい上限を与えた。6 章においては、 $x_1, x_2, \dots$ , という無限個の変数を持つ関数  $f$  に対して、WAFOM 型の「QMC 積分誤差の上界」を与えている。大意を言えば、次の通りである：「各々の変数に、その変数の『重要度』である  $weight$  を導入した。これらの  $weight$  がある程度急速に減少する際には、積分誤差は『点集合のサイズの多項式分の 1』よりも、速いオーダーで減少する。」すなわち、ざっくりと言えば「従来の QMC では実現できなかった高速な収束が、関数に制限をつければ、理論的に証明された」。今後の実験が待たれる。

これらの成果は、鈴木氏の研究成果が「純粋数学を実用に応用する」という近未来社会の礎の一つであることを意味している。

よって、論文提出者 鈴木航介氏は、博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。