

論文審査結果の要旨

氏名 谷崎佑弥

本論文は 'Study on sign problem via Lefschetz-thimble path integral' (レフシェッツシンブル上の経路積分による符号問題の研究)と題し、6章からなる。本論文の主な目的は、強結合な場の理論を経路積分表示した際に現れる符号問題の諸性質を、レフシェッツシンブル上の経路積分を用いて明らかにするための第一歩を確立することにある。

第1章は論文全体のイントロダクションであり、量子色力学が抱える符号問題について述べられている。第2章と第3章の内容は、本論文の主目的である符号問題の解析的性質を調べるための準備に充てられている。第2章では、本論文で用いられるレフシェッツシンブル上の経路積分の手法が説明され、その手法の有用性を実時間の量子トンネル効果と関連付けて紹介している。この手法は積分路を複素空間内で連続的に変形することで、符号問題が存在する振動積分を符号問題のない積分の和として書き直すものである。第3章では、フェルミオン場を含む行列模型の相転移現象をレフシェッツシンブル上の経路積分を用いて記述し、Lee と Yang による分配関数の零点を用いた解析との対応関係を明らかにしている。この計算法は連続対称性に伴う真空の縮退がある場合には技術的な困難があったが、対称性を微小に破った時の特徴的なレフシェッツシンブル上の経路積分の振る舞いを解析することでその困難を解決している。第4章では、符号問題を持つモデルに対してレフシェッツシンブル上の経路積分を適用し、そこから得た知見にもとづいて有限密度量子色力学に現れる符号問題を考察している。第4章の前半では符号問題がある系の平均場近似を定式化しており、この手法が重いクォークからなる量子色力学における符号問題に対して有効であることを確認している。この平均場近似に現れる符号問題は福嶋と日高の2007年の論文でも議論された問題であるが、本論文ではその議論を拡張することでより広い物理系に対する平均場近似の範囲での一般的な処方箋が数学的に導かれている。第4章の後半では、1サイトの電子系という厳密に解ける模型を経路積分表示し、その符号問題を考察している。この模型はハバード模型の強結合極限に対応するため、上記の平均場近似に基づいた計算法では解くことができない。本論文ではレフシェッツシンブル上の経路積分を適用しその半古典近似を評価することで、この模型の経路積分に現れる符号問題の性質を解析的に明らかにしている。このモデルで元の積分路を複数の符号問題のない積分路の和として分解すると、一つ一つの積分上では上記の平均場近似とほぼ等価な計算結果を与えるが、それらの和を取る際に表れる複素位相の干渉が分配関数の非解析的振る舞いを説明することを示した。更に、経路積分の被積分関数に現れるフェルミオンの寄与が量子色力学のクォークの寄与と数学的に同じ構造を持つことを議論することで、1サイトの電子系によるモデル計算に基づいた量子色力学の符号問題の性質に対する予想を与えている。第5章では、符号問題の研究に用いられていた複素ランジュバン法の性質をレフシェッツシンブル上の経路積分に則って再考している。複素ランジュバン法は、必ずしも正しい答えに収束しないことが経験的に知られていたが、その理由は未だに十分には明らかにされていない。本論文では、元の振動積分を複数の符号問題のない積分の和として書き直した際に複素位相の干渉が起こるならば複素ランジュバン法が正しい答えを与えないことを明らかにした。このように元の符号問題の性質のみに基づいて複素ランジュバン法を実行せずに用いることのできる判定法を与えられたのは初めてである。また、複素ランジュバン法の抱える問題を明らかにしたことで、その修正法の提案を行っている。第6章で全体のまとめを行っている。

本論文での主要なオリジナルの結果である第4章の後半および第5章の内容は日高義将氏、早田智也氏との共同研究であるが、第4章の核心である1サイト電子模型の経路積分に現れる符号問題の解析とその結果から得られる有限密度量子色力学の符号問題に関する議論において、論文提出者が中心的な役割を果たした。また、第6章で議論されている複素ランジュバン法の破綻に関する議論と複素ランジュバン法の修正案は論文提出者が主体となって導出した結果である。よって、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士(理学)の学位を授与できるものと判断する。