

論文審査の結果の要旨

氏名 李 宰 河

李宰河氏は本論文において、量子力学の確率的な表現について基礎的な研究をしました。量子力学においては厳密な確率的表現は不可能ですが、擬確率分布と呼ばれる、確率分布の性質を部分的に満たす表現が以前から知られています。特に Wigner-Ville 分布は、非可換である位置と運動量の擬同時確率分布であり、古典力学との対応をつけやすく、量子光学の研究では広く利用されています。

李氏は擬同時確率分布について、Wigner-Ville 分布などの過去の提案を含む一般的な議論を展開し、非可換な物理量の擬同時確率分布を数学的に厳密な形式で定義することに成功しました。李氏はまた、その定義を使って2つの応用成果を挙げました。まず、Aharonov らが提案した「弱値」を含む一般的な期待値について幾何学および統計学的解釈を与えました。また、非可換物理量に関する近似という観点から不確定性関係を見直し、特に著しい結果として、エネルギーと時間の不確定性関係と見なせる不等式を導出しました。

本論文は8章からなり、第1章は全体のイントロダクション、第8章は全体のまとめに充てられています。第2章から第5章までは確率論の基礎から始めて、擬同時確率分布のあるべき形を Bottom up で議論しています。非常に長い数学的な議論ですが、導入から丁寧に説明されています。

その議論を踏まえた上で、いよいよ第6章に至って擬同時確率分布を定義しています。ここで李氏の新しい重要なアイデアは、非可換な物理量の指数関数演算子を混ぜ合わせた演算子の逆フーリエ変換として擬同時確率分布を定義することです。第2章から第5章までで Bottom up に議論した擬同時確率分布が満たすべき性質は、フーリエ変換した空間を通すことによって明快に示すことができることを明らかにしました。

このように定義された擬同時確率分布は、従来、提案されていた Wigner-Ville 分布や Kirkwood-Dirac 分布を特殊な場合として含む非常に一般的なものであり、逆に従来提案されて実際に用いられてきたこれら2つの分布の位置づけも明らかにしました。これは、有用な形式の未発見の擬同時確率分布を探索する手がかりが得られたと評価できます。

第6章で定義された擬同時確率分布を応用して、第7章では、まず「弱値」の幾何学および統計学的解釈を与えています。この「弱値」は Aharonov らが提案している弱値を特殊な場合として含む一般的なものであり、「弱値」の研究を刺激する成果です。Aharonov の「弱値」には、具体的に条件付き期待値という意味を与えています。

第7章ではまた、不確定性関係の不等式を、非可換演算子による近似という観点から見直し、擬同時確率分布を用いて一般的な不確定性関係の不等式を導きました。その特別な場合として、エネルギーと時間の間の不確定性関係と見なせる不等式も導きました。時間に対応する演算子が存在しないため、通常の議論では導くのが難しい不等式ですが、それが明快な解釈のもとで導かれたのは重要な成果です。

本論文の以上の成果は、量子力学の基礎に関する大きな成果であり、物理学に対して新しくかつ重要な貢献をしています。本論文は指導教員である筒井泉氏との共同研究に基づいていますが、主要な部分は李氏が主体的に研究を進めて得られた成果です。以上により、論文提出者の李宰河氏に博士（理学）の学位を授与できると認めます。