

論文審査の結果の要旨

氏名 時本 一樹

時本氏は、正標数の局所体の $GL(n)$ の局所 Langlands 対応・局所 Jacquet-Langlands 対応と Lubin-Tate perfectoid 空間の幾何の関係について研究し、完全 tame 分岐拡大の minimal 指標の誘導表現として得られる Weil 群の表現について、その関係を明らかにすることに成功した。

正標数の $GL(n)$ の局所 Langlands 対応や局所 Jacquet-Langlands 対応が Lubin-Tate 塔とよばれる解析空間の塔のエタールコホモロジーとして実現されることは、一般の n について Boyer により示されていた。しかし、その証明は有限体上の 1 変数関数体上の大域理論に帰着するもので、Lubin-Tate 塔の幾何がこれらの対応にどのように反映されているかは、良く分かっていなかった。最近 Scholze により導入された perfectoid 空間の理論を基礎として、Scholze と Weinstein は Lubin-Tate 塔の逆極限として Lubin-Tate perfectoid 空間と呼ばれる空間を構成し、この新しい空間の簡明な記述を与えた。さらに、この記述を利用して Boyarchenko と Weinstein は、不分岐拡大の minimal 指標の誘導表現として得られる Weil 群の表現についての両対応と Lubin-Tate perfectoid 空間の幾何の関係を明らかにした。また完全分岐拡大の minimal 指標から誘導される Weil 群の表現の場合にも、 $n = 2$ で標数 $\neq 2$ の場合および指標のレベルが 1 の場合に、それぞれ Weinstein, 今井-津嶋により同様の結果が得られていた。

時本氏は、最後に述べた Weinstein, 今井-津嶋の結果を一般の n および一般のレベルの minimal 指標の場合へ拡張した。この研究の最初のかつ重要な一步は、Lubin-Tate perfectoid 空間の開 affinoid の系で、その還元のエタールコホモロジーが欲しい局所 Langlands 対応・局所 Jacquet-Langlands 対応を実現しているものを見つけることにあった。このような系を系統的に見つける有効な手法はまだ確立していない。今井-津嶋の構成は指標のレベル 1 の特殊性に依存したものであったが、時本氏は不分岐拡大の場合の Boyarchenko-Weinstein による系統的構成との関係を詳しく調べることにより、欲しい開 affinoid の系を構成することに成功した。これらの開 affinoid の還元としてえられる代数多様体が両対応を実現することになるが、レベルが偶数の場合は上記先行研究にない型の興味深い代数多様体が現れることが判明した。時本氏はこれらの新しい型を含む代数多様体のエタールコホモロジーを決定し、このエタールコホモロジーを通して、実際に両対応が実現されていることを証明した。

開 affinoid の系の構成、エタールコホモロジーの決定、局所 Langlands 対応・局所 Jacquet-Langlands 対応が実現されていることの証明のいずれも先行研究にはない独自の手法を含む優れた研究結果である。また今後 Boyarchenko-Weinstein の手法とあわせることにより、一般の（完全とは限らない）tame 分岐拡大の指標の誘導表現についての両対応と幾何の関係の解明につながる可能性も十分ある。以上のことから、論文提出者 時本一樹は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。