

## 論文審査の結果の要旨

氏名 甲斐 亘

代数多様体のチャウ群は代数幾何と算術幾何にまたがる不変量としてゼータ関数や周期積分との関連も深い重要な不変量である。古典的チャウ群を補完し、局所化完全系列を導くための高次化といえる高次チャウ群がブロックにより定義された。チャウ群の著しい性質として、直線ホモトピー不変性があげられるが、正標数の多様体の暴分岐のように直線ホモトピーの不変性ではとらえられないものもある。そういった性質をとらえるための精密化として Binda—斎藤により新しいモジュラス付きのチャウ群が定義され研究されるようになった。これはクリシュナ・パクの加法的チャウ群を特殊化として含む自然な対象物であると期待されており、 $K$ 群との関連でいえば、必ずしも被約ではない閉部分スキームに関する相対 $K$ 群と関連していると思われる。

モジュラス付きのチャウ群はモジュラス付きのサイクル複体を考えて、そのホモロジーとして定義される。高次チャウ群の一つの定義として、立方的サイクル複体を使ったものがあるが、モジュラス付きのサイクル複体はその変種として定義される。モジュラス付きの代数多様体とは元来の代数多様体に付加情報としてモジュラスという因子が加わったものであり、モジュラス付きサイクルとは、無限遠面に近づく速さがモジュラスの深さによってコントロールされるものである。

このモジュラス付きのチャウ群に関して、 $K$ 群においてよく知られている反変性が成り立つかという、のが自然な問題が持ち上がる。体上のスキームの射であってターゲットが滑らかであるものが与えられたとする。このような射に関してモジュラス付きのチャウ群の引き戻しを考えようとするとき、モジュラス付きのサイクルをモジュラス付き境界で取り換えて、与えられた写像による引き戻しが定義されるように変形する必要がある。そのために必要なのがチャウの移動補題で、もともとはサイクルの交叉理論を定義するために考えられた技術である。

これまでのチャウの移動補題は境界の差で取り換えさえすればよく、そのために部分線形空間からの射影をうまく用いた移動を考えればよかったが、モジュラス付きのチャウ群について移動を行おうとすると、モジュラスの条件を満たしつつ移動できることを証明しなければならない。甲斐氏は提出の論文でモジュラス条件を保ったままでの移動が可能であるかどうかを検証した。ここで得られた甲斐氏の結果はニスネビッチ位相で局所的に考えれば移動補題が成り立つというものである。 $K$ 群はニスネビッチ位相に関して降下可能であるので、相対 $K$ 群と関連付けられると期待されるモジュラス付きのチャ

ウ群についてもニスネビッチ位相に関して局所的に移動補題が証明されれば十分であると期待される。

氏はさらに論文の中で用いられた手法を精査することにより、加法的チャウ群の移動補題を証明し、ターゲットが滑らかな代数多様体である場合に加法的チャウ群の反変関手性が成り立つことを示している。関連する先行研究として、ターゲットが射影的多様体である場合の反変性を移動補題により証明するという、クリシュナ・パクの結果がある。この論文において従来仮定されていた射影的という条件が外されたことは本質的な進歩であり、加法的チャウ群の理論の適用可能性を大きく広げるものである。

この論文における甲斐氏の証明においてもチャウのアイデアである部分線形空間からの射影が用いられているが、とくに技術的に難しいところが、部分線形空間の選び方で、これに関する射影を考えたときに、無限遠面において与えられた因子に近づく速度がコントロールできるようなものを選ばなくてはならない。そのために与えられたサイクルに依存した新たな不変量を導入して、その不変量を用いた変数変換をおこない、これまでは体上でしか考えられていなかった移動補題をパラメータ付きで考えるところが証明のポイントである。この状況においてネータの正規化定理を証明することが必要となり、そこでニスネビッチ位相に関する局所化が必要になっている。一連の議論は甲斐氏のオリジナルなところで、モジュラス付きですべてをおこなうという微妙な議論の連続であるが、これらの複雑さからくる難しさを論文では見事に解決している。

得られた結果はこれまでのものとは異なり、様々な制限をつけない射に関する反変性で非常に一般的なものである。したがって、今後モジュラス付きのチャウ群の研究においては基本的な結果となり様々な場面で用いられることが期待される。

また面接審査においても、非常に明晰な説明がなされ、非専門家にもモジュラス付きチャウ群の重要性と手法がよくわかるものであり、研究者として必要なコミュニケーション能力も十分にあると認められる。

以上の観点からも、論文提出者 甲斐 亘 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。