

論文審査の結果の要旨

寫田洸一

本論文において論文提出者は、von Neumann 因子環上の群作用の分類について研究した。特に Rohlin の性質を持つ実数群作用の分類とその拡張、応用が中心的テーマである。

作用素環上の群作用を適当な同値関係で分類することは、1970 年代の Connes の革命的な成果以来、作用素環論の重要な問題である。特に、群と環の両方に従順性と呼ばれる、解析的によい性質があれば、generic な作用はすべてコサイクル共役で同値である、というタイプの結果が多く知られており、いずれも重要な成果である。従順離散群が従順な von Neumann 因子環に作用するとき、generic にはしかるべき外部性を持ち、そのことは Rohlin の性質と呼ばれるものを導くことが Connes 以来の研究の積み重ねによって知られている。近年、Masuda-Tomatsu によって Rohlin の性質を持つ実数群作用の場合に重要な成果が出ており、論文提出者は本論文でその応用、一般化を研究した。

まず論文提出者は、Masuda-Tomatsu の結果を局所コンパクト可換群の作用に一般化することに成功した。すなわち、ある局所コンパクト可換群 G のある因子環への作用 α, β があったとして、各 $g \in G$ について $\alpha_g \beta_g^{-1}$ が近似的内部的であるとする。このとき二つの作用はコサイクル共役であることが導かれる。証明は基本的には Masuda-Tomatsu の証明の方針によるものだが、多くの新しい技術的困難が発生するところ、論文提出者はそれらを克服して証明に成功した。群が局所コンパクトでない場合、また可換でない場合は Rohlin の性質がどのような形をとるかもわかっていないので、現時点ではこれは望みうる最強の結果である。この結果では因子環の従順性が仮定されていないことも重要なポイントである。

次に論文提出者は III 型単射的因子環上の実数群作用がいつ Rohlin の性質を持つかという問題を研究し、Connes-Takesaki module が忠実ならばよいという十分条件を得た。Connes-Takesaki module は von Neumann 環の自己同型についての不変量であり、von Neumann 環の flow of weights に作用する。III 型単射的因子環の自己同型については、Connes-Takesaki module が消えることは、自己同型が近似的内部的であることと同値であることが、Kawahigashi-Sutherland-Takesaki によって知られているので、Connes-Takesaki module が忠実とは、作用が「きわめて外部的」であることを意味する条件である。実数群作用について Rohlin の性質を導く十分条件はこれまでほとんど知られておらず、本結果は Rohlin の性質を持つ実数群作用の例を大量に与える大変有意義なものである。またさらに、Connes-Takesaki module が忠実な実数群作用についてはコホモロジー消滅定理が一般に成り

立たないことも示している。

次いで論文提出者は III 型単射的因子環の指数有限の自己準同型について研究した。そのような自己準同型 ρ, σ について, $\text{Ad}u_n \cdot \rho \rightarrow \sigma$ となるユニタリの列 $\{u_n\}$ が取れるための必要十分条件は ρ と σ の Connes-Takesaki module が一致することであることを証明したのである。ここで自己準同型の Connes-Takesaki module とは, 上述の自己同型の Connes-Takesaki module の定義を拡張したものである。この定理において自己準同型が自己同型である場合は Kawahigashi-Sutherland-Takesaki によって知られていたが, ここでの証明は因子環の型が III_0 型, III_λ 型 ($0 < \lambda < 1$), III_1 型の場合に分けてそれぞれ別の論法を用いるものであった。論文提出者の証明はそのような場合分けを行わずに統一的な議論を用いるもので, 自己同型の場合に限ってもこれまでの証明の大きな改良になっている。この新しい証明に実数群作用の性質を用いるものである。この結果は予想することはそれほど困難ではないが, 証明は技術的に極めて高度なもので, 論文提出者の最高レベルの技巧を示すものである。

よって, 論文提出者 瀧田一は, 博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。