

論文審査の結果の要旨

鈴木悠平

本論文において論文提出者は、位相力学系と作用素環論の関係を研究し、多くの興味深い分類定理や新しい例を得た。ここで考えている位相力学系とはコンパクト・ハウスドルフ空間に離散群が自己同相写像で作用しているものである。

作用素環論においては群の従順性の概念が大変重要である。離散群の従順性は von Neumann によって導入されたもので、大変強い近似性質である。従順性を持つ離散群は、ある意味で整数群 \mathbb{Z} に近いと言ってよい。 C^* -環についても従順性に対応する条件があり、核型性と呼ばれている。離散群については、 C^* -群環が核型であることと群が従順であることが同値である。離散群のコンパクト・ハウスドルフ空間への自己同相写像による作用についても従順性の概念がある。作用が従順であることと、コンパクト・ハウスドルフ空間上の複素数値連続関数環の群作用による被約接合積が核型であることが同値である。離散群がコンパクト・ハウスドルフ空間への従順作用を持つことは、群の従順性より弱い条件であり、群の完全性と同値であることが知られている。完全だが従順でない群の例はたくさん知られており、自由群がその典型である。完全でない群の例は長らく未発見であったが現在ではその例が知られている。また単純核型 C^* -環については精密な分類理論が進展しており、「分類可能なクラス」と呼ばれている範囲の単純核型 C^* -環については、 K -理論による不変量に基づく完全分類が知られている。

離散群の空間への作用については、von Neumann 環の設定で、群が測度空間に作用する状況の研究が先行しており、数多くの重要な結果がある。これらの類似を C^* -環において研究することが重要なテーマとなっており、ここでは位相空間として Cantor 集合が特別に重要な役割を果たしてきた。

本論文ではまず論文提出者は自由群の Cantor 集合への従順作用について研究した。Cantor 集合上の複素数値連続関数環の自由群作用についての接合積を取って、その C^* -環が「分類可能なクラス」に入り、かつ互いに同型ではないような例を連続濃度構成した。さらにこれらの作用が連続軌道同値、強軌道同値になることの特徴づけを与えた。これらはエルゴード理論における古典的な軌道同値の概念の類似を、コンパクト・ハウスドルフ空間上の群作用について考えたもので、自然かつ重要なものである。

コンパクト距離空間上の極小自己同相写像については、極小な斜積拡大が存在するための緩い十分条件が知られている。論文提出者はこの結果をコンパクト・ハウスドルフ空間上の従順作用の場合について拡張した。その応用として、任意の完全群がある種のコンパクト距離空間の上に、従順極小自由であって、接合積が「分類可能クラス」に入るような作用を持つことを示

した。

次に核型 C^* -環の減少列の交叉がどのような性質を持っているかについて研究した。近似性質を持つ離散群について、その被約 C^* -群環が、各項が Cuntz 環 O_2 に同型であるような C^* -環の減少列として表されることを証明した。Cuntz 環 O_2 はある種の普遍性を持つたいへん重要な C^* -環である。これによって C^* -の核型性のみならず、作用素近似性質及びこれに関連した多くの近似性質が、減少列の交叉を取る操作で閉じていないことが示された。これは von Neumann 環とは著しい対照をなす興味深い結果である。

上の結果は核型でない C^* -環が核型な C^* -環に入っている例を与えているが、このような現象自体は古くから知られていた。そこで次に、核型でない C^* -環が核型な C^* -環に入る入り方を詳しく調べた。その結果、近似性質を持つ無限自由積の形の離散群 Γ については Cantor 集合 X 上への従順作用で、 $C_r^*(\Gamma)$ と $C(X) \rtimes_r \Gamma$ の間には真の中間 C^* -環はないようなものが作れることが分かった。 Γ が従順でないときは $C_r^*(\Gamma)$ は核型ではなく、一方 $C(X) \rtimes_r \Gamma$ は常に核型である。これによって特に、 $C(X) \rtimes_r \Gamma$ は $C_r^*(\Gamma)$ の、極小な核型拡大であることがわかる。この証明には Baire の category 定理を使うため、従順作用の構成は具体的なものではない。これはこれまで全く知られていなかった類のたいへん興味深い現象である。

よって、論文提出者鈴木悠平は、博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。