論文審査の結果の要旨

氏 名　角田 謙吉

論文提出者角田謙吉は，粒子の飛躍率が周囲の粒子の配置に依存して変化する格子気体モデルからのステファン問題の導出，ならびに生成消滅を持つ格子気体モデルに対する動的な大偏差原理およびその静的な大偏差原理への応用を行った。これらはともに，莫大な自由度を持つ微視的な相互作用系から局所的なエルゴード性による平均化の過程を経てスケール極限により巨視的な系へとつなぐ，いわゆる流体力学極限の問題と密接な関連を持っている。なお，前者の格子気体モデルは速度変化を持つ排他過程，後者はGlauber-川崎モデルなどとよばれることもある。

速度変化を持つ排他過程からのステファン問題の導出は，Bertsch，Dal Passo，三村昌泰による研究に触発されて行ったものである。これら 3 名は，ステファン自由境界問題として記述される偏微分方程式について巨視的な立場からの研究を行っているが，論文提出者は対応する微視的な大規模相互作用系を 1 次元トーラス上で考えた。すなわち，2 種類の粒子からなる速度変化を持つ排他過程を考え，それらの飛躍率は同じである場合に，スケール極限の下でステファン自由境界問題が導かれることを示した。特に，2 種の相を分離する境界点，つまりステファン自由境界の巨視的な運動を捉えることが問題になるが，これは微視的には同種の粒子集団の端にある粒子に着目し，この着目粒子の巨視的な運動を捉えることに帰着される。論文提出者は，拡散型スケール極限の下で，着目粒子の巨視的な運動を記述する常微分方程式を導くことに成功した。ただし Bertsch らが考えた反応項に対応する粒子の生成消滅の効果は考慮していない。1 次元トーラス上で考えることは，1 次元の単位区間上で周期境界条件の下で考えることに相当するが，例えば，1 次元の単位区間上で Neumann 条件の下で考えると，粒子の保存則からこの常微分方程式は容易に導かれる。周期境界条件の下で考えることによる数学的な難しさがあることを指摘しておきたい。なお，2 種類の粒子の拡散速度が同じであることは Bertsch らによっても仮定されている。

続いて，Glauber-川崎モデルを考え, 流体力学極限からのずれに対応する動的な大偏差原理，および流体静力学のずれに対応する静的な大偏差原理を示した。川崎パート，つまり排他過程の部分の粒子の飛躍率は周囲の粒子配置によらず定数であり，粒子の生

成消滅を記述する Glauber パートの飛躍率は一様に正であると仮定している。このとき，流体力学極限の下で，巨視的レベルでは反応拡散方程式が導かれる。

動的な大偏差原理を示すために，Glauber パートの飛躍率には巨視的な生成率，消滅率が粒子密度の関数として凹であるという仮定をおく。粒子系は 1 次元トーラス上で考え，その巨視的にスケールした後の経験分布過程に対し大偏差原理を示し，特にそのレート関数の変分原理による表示を求めた。初期状態がランダムで格子点ごとに独立な場合の結果は知られていたが，論文提出者は初期状態がランダムではない場合を考察しており，これは長年の未解決問題であった。動的な大偏差原理の応用として，静的な大偏差原理も導いた。つまり，系の定常分布の下での粒子系の経験分布に対する大偏差原理を示すことに成功した。

このように論文提出者が得た格子気体モデルに関する種々の結果は，流体力学極限の数学的研究において新しい視点を開くものとして大変興味深い。

以上のような理由により，論文提出者角田謙吉は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。