論文審査の結果の要旨

氏　名　谷田川友里

本論文では、正標数の代数曲面上の階数 1 のエタール層に対し、その特性サイクルの分岐理論を用いた表示を与えています。正標数の完全体上のスムーズな代数多様体上のエタール層について, その特異台や特性サイクルが余接束上に定義されるという大きな進展が昨年ありました．代数曲線上の場合や，層の分岐が馴な場合には，これらは古典的に計算できます．また，余次元が 2 以上の部分をのぞけば分岐理論による記述もありますが，一般の場合の記述はまだ知られていません．一方，層の階数が 1 の場合に限れば，加藤和也により，分岐がクリーンという条件の下で，対数余接束上に特性サイクルが定義されていました．

本論文では, 加藤が定義したこの対数余接束上の特性サイクルの通常の余接束上へのもちあげを構成し，それが特性サイクルと一致することを証明しました．この結果は, 2 次元以上の多様体上の層の特性サイクルを，階数が 1 という条件はあるものの一般に計算する最初の結果であり，注目すべきものです．また，その証明の方法も，特性サイクルのホモトピー不変性，暴分岐のみで定まること，さらには指数公式といった性質を駆使する興味深いものです．

加藤の対数的な特性サイクルは, 層に対応する基本群の指標の p 巾部分だけで定まるため，通常の特性サイクルも暴分岐のみで定まることが期待されます．このような結果としては，一般に層の Euler-Poincare 標数は暴分岐のみで定まるという， 1970 年代の Deligne の定理が知られていました．本論文では，この定理と，多様体から射影直線に射をとり， 1 点以外の特異点すべてで深く分岐する指標でひねるという，これも Deligne による方法を組み合わせることで，任意の層に対し，その特性サイクルは暴分岐のみで定まることを証明しました．これは，上に述べた主結果の証明の中で有効に使われるだけでなく，これ自体としても重要な結果です．

加藤の対数的な特性サイクルは精スワン導手とよばれる不変量で定まるため, 精スワン導手が等しい 2 つの階数 1 の層の特性サイクルは同じであることが期待されます. 本論文では，2 つの層をホモトピーでつなぐことで，このことを証明しました．これを示すにはホモトピーでつないだものの特異台を統制する必要がありますが, これを特異台の対数的な類似を導入することで示しました．この方法も，階数が高い場合への応用が期待されるものです．

以上の 2 つの方法により，主結果の証明は， Artin-Schreier-Witt 理論によって記述される比較的具体的な場合に帰着されます．この場合には，射影曲面内の直線の補集合

で定義された層を構成し， Euler-Poincare 標数に対して特性サイクルによる指数公式が示されていることを使って，証明を完成させます.

加藤が定義した対数的余接束上の特性サイクルの、通常の余接束へのもちあげの構成では、次のような分岐理論についての定理を示しそれを用います。局所体の絶対ガロワ群の分岐群によるフィルトレーションの定義には、加藤・松田によるコホモロジー的なものと、Abbes・斎藤による幾何的なものの 2 つがあります。局所体が正標数の場合には、この 2 つが一致することがフィルトレーションの Witt ベクトルを用いた表示を使って示されていましたが、標数が 2 の場合には例外的な場合が残されていました。この場合も従来の方法を拡張することで両者が一致することを示しました。

以上のように本論文では、エタール層の特性サイクルという新しい分野で，曲面上の階数 1 の層の特性サイクルを一般に計算するという画期的な成果をあげました. これは 2 次元以上の多様体での特性サイクルの計算としては最初のものであり，またより高次元あるいは高い階数への一般化への突破口となることが期待されるものです. さらに証明で使われた方法もそれ自体重要な結果を含んでいます. よって、論文提出者谷田川友里は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認めます。