

審査の結果の要旨

氏 名 平 石 秀 史

本論文は、計算機科学、情報科学、数学における重要な概念であるマトロイドについてその表現可能性を論じるとともに、マトロイドに関連したイジング分配関数とよばれる概念についてその計算アルゴリズムに関して論じたものである。マトロイドは、離散数学や組み合わせ最適化、といった情報科学の基礎分野における普遍的な基礎的概念であり広く用いられているが、グラフや幾何等の具体性のあるものによって表現できないマトロイドが多く存在する。しかしながらその表現可能性に関しては、その難しさゆえ、これまであまり体系的な研究は多くはなかった。それに対し、本論文では、様々なクラスにおけるマトロイドの表現可能性について網羅的に解析を行っている。また、イジング分配関数は、統計力学などにおける応用と離散数学とを橋渡しする可能性を持った重要な概念であるが、これについても、その高速計算アルゴリズムを与えている。

本論文は八章からなり、第一章では、本論文の背景と動機として、マトロイドの表現可能性、向き付け可能マトロイド、ならびにイジングモデルおよびイジング分配関数それぞれに関してそれらの概念の背景について解説している。さらに、この章では、本論文の貢献とその構成について述べている。

第二章では、本論文における議論の前準備として、マトロイドおよびその表現可能性、向き付け可能マトロイド、マトロイドの禁止マイナー、イジングモデルおよびイジング分配関数など、必要な定義を行っている。

第三章では、向き付け可能マトロイドに関する禁止マイナーに関して、これまで知られていなかったクラスの禁止マイナーが存在することを示し、さらにそれらの性質を調べている。

第四章ではさらに、向き付け可能マトロイドと表現可能マトロイドの和集合に関する禁止マイナーについて調べている。この研究により、和集合が有限個の禁止マイナーによる特徴付けが不可能であるようなクラスを見出すことに成功している。

第五章では、同様に向き付け可能マトロイドと表現可能なマトロイドの積集合に関して調べている。積集合が禁止マイナーを構成可能な表現可能マトロイドのクラスを見出す一方で、第四章の和集合の場合と同様に有限個の禁止マイナーによる特徴付けが

不可能であるようなクラスを見出すことに成功している。

第六章では、さらに有理数体上のベクトル空間における表現可能性に関して調べ、一定のクラスの禁止マイナーが無限個存在することを示している。

第七章では、マトロイドの応用分野としても捉えることのできるイジング模型に関して、イジング分配関数の高速計算アルゴリズムを開発している。

第八章では、これらの本論文における貢献をまとめるとともに、将来の展望について議論を行っている。

このように、本論文は、数学の基礎的重要概念であるマトロイドについて、その表現可能性という視点から網羅的・多面的・系統的に研究を行い、様々なマトロイドの性質を明らかにしたものであり、離散数学や組み合わせ論といった計算機科学・情報科学・数学の基礎分野に対し大きな貢献を行ったものである。さらに、本論文は、イジング模型を通してマトロイドの統計物理学などへの応用展開などの示唆も含んだ研究となっており、分野の今後の発展の基礎となり得る研究である。

よって、本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。