

5

軸方向き裂付き円筒の破壊強度評価

5.1 緒 言

圧力容器・配管に代表されるように、円筒形構造物は各種プラントの主要部分に用いられており、これらの不安定破壊あるいは疲労破壊に対する強度特性を知ることがシステム全体の設計および保守管理において必要不可欠のものとなっている。このような社会的要求から、き裂を有する円筒の破壊に関しては実に多くの研究が行われており、特に近年の数値解析手法の発達を背景として代表的なき裂形態および負荷様式に対する円筒の応力拡大係数（以下 K 値と略記）および J 積分値が整備されてきている。ところが、これらはいずれもケーススタディであり、種々のき裂形態に対する解を総合的に評価することによりはじめて明らかとなる共通あるいは特徴的な破壊強度特性についての議論はなされていない。また一方で、実用上問題となるような複雑なき裂形態の解をこれからから推定することも困難であり、一般には目的とする形状に対して新たに有限要素解析を行わざるを得ないのが現状である。前章までに示された手法は、このような現状を打開し、設計あるいは保守点検に際しての有用な情報を体系的に調査・整理するために開発されたものである。

すなわち本章では、軸方向き裂を有する円筒を例にとりその破壊強度特性を明らかにすべく、前章に示した簡易解析手法を用いた広範囲にわたるパラメータスタディを行う。具体的には、従来の構造健全性評価は基本的に1個のき裂に対して行なわれており、他のき裂の存在が構造物の破壊強度（すなわち非破壊検査等の結果から想定される最も大きなき裂に対する K 値あるいは J 積分値）に及ぼす影響が不問に付されている点に着目し、これを明らかにすると同時に得られた結果を総合して健全性評価等に活用する考え方を論じたい。

5.1 緒 言

以下まず5.2「軸方向き裂付き円筒に関する従来の研究とその問題点」では、円筒形構造物の破壊力学解析が必要となった工学的背景とからめて主要な研究を概観し、それらの問題点とその解決のために必要となる作業を具体的に整理する。

5.3「軸対称問題に対する応力拡大係数」では、まず線形弾性体に対するマトリクス法破壊力学の解析精度を検討すべく他者の解析結果との比較検討を行なう。ところで、この種の軸対称き裂問題に対しては4.3.2項に示したように K 値が陽な形で得られている。そこでここでは、この陽な解を用いてき裂個数・円筒の肉厚比・き裂表面に作用する圧力の有無・内外き裂の相違等が K_I に及ぼす影響を詳細に調べ、また4.3.3項に示した漸近特性との対応などを検討する。

次に5.4「非軸対称問題に対する混合モード応力拡大係数」では、強度評価上重要かつ有用となる任意のき裂配置に対する安全側の解を得るべく、従来行なわれていなかった混合モード応力拡大係数の解析を行なう。具体的には、異長き裂の存在及び非軸対称な配置が主要なき裂（最も長いき裂）の K_I および K_{II} に及ぼす影響という観点から広範囲にわたるパラメータスタディを行なうが、ここでは軸対称問題の解析のみからは知り得なかった多くの興味深い新事実が導かれることになる。

さらに5.5「応力拡大係数の実用式の作成」においては、5.3および5.4節の結果を総合して健全性評価に有用となる内圧円筒に対する実用式を導き、その精度を示す。

一方、非線形弾性体に対しては線形弾性体と異なり現段階では比較の対象となる研究が極めて少ないため、マトリクス法破壊力学による解析精度の体系的な検討が困難である。そこで5.6「回転円筒の非線形破壊力学解析」においては、筆者らの参加した回転円筒の J 積分値に対する国際ラウンドロビン解析の結果を示すことで精度の検討に代えたい。またここでは、これまで実験に対してはほとんど行なわれていなかったき裂進展解析時の J 積分の有効条件 (J -Controlled Crack Growth Condition) が本手法により容易に検討できることなども同時に示しておく。

5.2 軸方向き裂付き円筒に関する従来の研究とその問題点

円筒型構造物の K 値および J 積分値に関する文献は非常に多く、そのすべてをここであげることは不可能である。ここでは、まず円筒の破壊力学パラメータ解析が必要となる工学的背景を説明した後、主要な研究をあげてこれまでの研究の流れと現状を紹介する。さらに、これらを踏まえて円筒型構造物の破壊強度の解明のために残された問題について考察する。

5.2.1 研究の背景

本章の冒頭にも述べたように、压力容器および配管は工業の中核ともいべき構造要素であり、石油・ガスの輸送管を始めとして各種プラントの重要部分で用いられている円筒型構造物の例をあげれば枚挙にいとまがない。また、近年大型化が進む化学プラント・発電プラントにおいては、その熱効率を上げるために高温・高圧の作動流体を配管および压力容器に封じ込めて作業が行なわれる。つまり、その破壊事故が生じた場合の経済的被害がますます大きくなるなか、これらの使用環境がさらに苛酷なものとなってきているのが現状である。さらに、近年その安全性が社会問題ともなっている原子力プラントではその作動流体（一次系冷却水）が放射能を含むものであるため、これを封じ込める压力容器と配管（バウンダリと呼ばれる）の破損は経済的問題だけでは済まされなくなっている。すなわち、この種の円筒型構造物の材質の劣化（経年損傷）および欠陥の形態を正確に把握するための非破壊検査（NDI: Non-Destructive Inspection）技術と、これらのデータをもとに構造物の安全性（構造健全性: Structural Integrity）および余寿命を定量的に評価する手順の確立が急がれている。

欠陥のうち最も有害なものがき裂であり、非破壊検査で検出された欠陥から構造物の破壊あるいは寿命を予測するための手段が破壊力学である^{*1}。また、破壊事故および過去の非破壊検査で得られた情報をもとに欠陥形態を分析し、想定される欠陥および負荷に対する構造健全性（破壊強度）を評価したり、さらにはそれから起こりうる破壊形態あるいは逆に危険なき裂形状等を予測すること（シミュレーション）もまた破壊力学の仕事であろう。以下では、円筒型構造物で想定されているき裂形状とその根拠を説明し、実用的にはどのようなき裂形態の解析が必要とされているのかを明らかにしておく。

まず、円筒に生じるき裂は円周方向と軸方向^{*2}のものが考えられる^{*3}。ところが、構造物の規模によって問題となるき裂形状は異なり、压力容器では軸方向き裂が、配管では周方向き裂が問題となるこ

^{*1} 欠陥 (Defect, Flaw) と損傷 (Damage) の区別は特に解析的アプローチの立場ではこれを明らかにしておく必要がある。すなわち、いずれもその成長の原因は熱・疲労・クリープおよび各種腐食（中性子照射を含む）であるが、欠陥とはき裂・ポイドといった局所的な幾何学的構造変化を指し、損傷は靱性・延性の低下および塑性変形を含む材質の劣化の総称である（広い意味での損傷は欠陥を含んでいる）。つまり、破壊力学パラメータの解析には欠陥の情報のみで良く、得られた破壊力学パラメータを用いて安定・不安定破壊および疲労破壊の評価をする際に初めて損傷の情報が必要となる。

^{*2} 円周方向 (Circumferential Crack) でないき裂を慣例で軸方向き裂 (Axial Crack) と呼んでいる。貫通き裂であれば軸方向にき裂が進展する（これは周方向破断（ギロチン）に対して軸方向破断（スプリット）と呼ばれる）のでこれで良いが、未貫通き裂であれば進展方向は半径方向でもあることから特に軸方向に無限に長い二次き裂などは半径方向き裂 (Radial Crack) と呼ばれることもある。

^{*3} 斜め方向も考えられなくはないが、最大主応力方向を考えれば軸方向（例えば内圧のみのとき）か半径方向（曲げ荷重を受ける配管など）が最も成長し易いことが理解できよう。また、き裂の発生・進展は腐食環境にも大いに助長されるが、その影響を最も受け易い溶接等の熱影響部は配管では周方向に压力容器では周方向と軸方向に存在することからも斜めき裂を想定する必要性はほとんどないといえよう。

とが経験的に知られている。これは負荷様式の相違に起因するものであり、内部流体による圧力および熱サイクルといった軸対称な負荷が支配的となる压力容器では軸方向応力 (σ_z) よりも円周方向応力 (σ_θ) の方が大きい^{*4}ことから、軸方向き裂による破壊に注意しなければならないことが理解できよう。また、大型構造物ではその疲労き裂進展はもちろん安定・不安定破壊は応力拡大係数あるいは J 積分値によって記述できる可能性が十分にあるため、種々のき裂形状に対するこれらの破壊力学パラメータ解析が重要となってくるわけである。

一方、配管もまた同様に内部流体による内圧および熱サイクルを受けるが、配管が压力容器と決定的に異なるのはプラントにおけるその役割が内部流体の輸送である点であろう。すなわち、一般に配管は長く折れ曲がった構造となっており、そのため流体力・熱膨張あるいは地震荷重によって無視し得ない軸方向の引張り荷重や曲げ荷重が作用することになる。こうして、周方向き裂による破壊（ギロチン破断）が十分に考えられるうえ、ひとたびこれが生じると高圧の内部流体のジェット力による配管のむち打ち現象 (Pipe Whipping) によってプラントの損傷を拡大する恐れがある点でその評価手法の確立が急がれているものである^{*5}。ところが、この種の荷重が問題となる小型構造物においては、そのき裂進展が小規模降伏条件はもちろん J 積分の支配域を越えたところで起こると考えられ、これらのパラメータを詳細に解析することにはあまり意味がないといえよう（4.2.3 項および 4.5 節参照）^{*6}。

以上のような理由から、円筒型構造物に対する破壊力学パラメータ解析の対象としては主として軸方向き裂が考えられているわけである。また、軸方向き裂にも様々な形態が考えられようが、これは次項において具体的解析例をあげながらその解析の背景と今後に残されている問題点について考えたい。

5.2.2 従来の研究

ここでは、軸方向き裂付き円筒の破壊力学パラメータに関するこれまでの研究を紹介し、その背景となっている破壊現象およびこれらの研究で明らかとなる解析的事実を整理する。

(1) 内面き裂 (1 個) を有する厚肉および薄肉円筒の K 値 軸方向き裂付き円筒に関する研究は、Underwood ら⁽⁶⁾(1972) による実験的研究と Bowie-Freese⁽⁷⁾ (1972) による解析的研究に始まると考えて良いであろう。Bowie-Freese は MMC 法 (Modified Mapping Collocation) を用いて内圧を受ける内面き裂付き厚肉円筒の広範囲にわたるき裂長さに対して K 値を計算しているが、その後压力容器の構造健全性評価を目的として内面き裂付き薄肉円筒に対しても K 値が計算されており、以下のような研究がある。

- ・ Labbens ら⁽⁸⁾ [1976, 任意の周方向応力分布, WFM (Weight Function Method)]
- ・ Buchalet-Bamford⁽⁹⁾ [1976, 任意の周方向応力分布, FEM]
- ・ Kumar ら⁽¹⁰⁾ [1983, 内圧, FEM]

^{*4} 薄肉の場合には材力の手法から $\sigma_\theta = 2\sigma_z$ が導けるが、厚肉では特に内面において σ_θ の割合はさらに大きくなる。

^{*5} もちろん、内圧の効果の方が優っている場合には軸方向（スプリット）に破断するケースもあり、石油・ガスの輸送管などで良く見かけられる。

^{*6} なお、配管の周方向破壊は実断面応力 (Net Section Stress) 基準で評価されるが、その際には周方向き裂は単なる断面の減少として取り扱われる^{(1)~(5)}。

・ Cheng-Finnie⁽¹¹⁾ [1986, 任意の周方向応力分布, 簡易解析手法]

以上の研究は円筒の内面にき裂が1個ある場合というもっとも基本的なケースに対するもので、これは円筒形構造物の破壊のほとんどがその内面から発生したき裂によって起こり⁽¹²⁾、またその破断面は通常一箇所であるという経験的事実に基づくものと考えられる⁽⁷⁾。ところが、使用環境によっては円筒の外面にき裂が生じる場合も考えられ(例えば、蒸気伝熱管では円筒外面の冷却によって外面の引張り応力の方が高くなる)、また压力容器などではその複数はある溶接線と同時に腐食き裂が進展する可能性を否定できない。次に示す複数のき裂を有する円筒に対する解析は、このような理由から行なわれ始めたものと考えられる。

(2) 内面および外面に複数の軸対称き裂を有する厚肉円筒のK値 この系統の研究は時期と内容から見て大きく2系統に分けられる。まずその1つは、厚肉円筒の内面あるいは外面に軸対称に配置された等長き裂の個数(N)を増やした場合に対するものであり、以下のような解析がある。

- ・ 村上・西谷⁽¹⁶⁾ [1975, 内面, N=2, 回転, 体積力法]
- ・ Grandt⁽¹⁷⁾ [1978, 内面, N=1&2, 任意の周方向応力, WFM]
- ・ Tracy⁽¹⁸⁾ [1979, 内面・外面, N=1~4, 内圧, MMC]
- ・ Andrasic-Parker⁽¹⁹⁾ [1984, 内面・外面, N=1~2, 任意の周方向応力, WFM]
- ・ Oliveira-Wu⁽²⁰⁾ [1987, 内面・外面, N=1&2, 熱応力, WFM]
- ・ Cheng-Finnie⁽²¹⁾ [1989, 内面・外面, N=1~4, 任意の周方向応力, 簡易評価手法]
- ・ Wang-Li⁽²²⁾ [1990, 内面, N=2, 内圧, 選点法 (Boundary Collocation Method)]

実はこれらの研究から、後述するように「内面き裂を有する円筒においてはき裂が2個の場合のK値が最も大きくなってその後はき裂個数の増加とともにK値は低下すること」が明らかとなり、「き裂1個の解による構造健全性の評価は必ずしも安全側の評価とはなり得ない」という重大な事実が導かれるわけであるが、上記の論文の中ではこのことはまだ認識されていないようである⁽⁸⁾。

(3) 内面に非常に多くのき裂を有する超厚肉円筒のK値 一方、供用後の配管および压力容器には通常熱疲労などによって発生した無数のき裂がその内面に観察されるが、この種の現象に対応した研究がもう1つの系統である。これらの研究では、き裂の個数によるK値の低下がLRF⁽⁹⁾を用いて非常

⁽⁷⁾ 円筒内面は高温高圧の流体と接しているため、腐食および熱応力の影響で損傷の度合いが外面に比べて大きいことは容易に推測できる。事実、文献^{(13)~(15)}などを見れば破壊は主要な1つのき裂から生じていることがわかるが、このときその内面には無数の微小き裂が同時に観察されていることも見逃せない事実であろう。

⁽⁸⁾ ここであげた複数のき裂に対する研究は、いずれもMMC法あるいはWFMといった写像法の適用事例としての数学的興味にとどまっているようであり、これらの論文中には得られた結果を用いた破壊強度に関する考察は見られない。なお、解析のケースが限られておりアークの整合性のチェックが困難であるなど解析結果の精度的な問題からこの種の議論が困難であったことは、後に示す図5.6などからも容易に想像できる。

⁽⁹⁾ この概念はそもそもは無限板あるいは半無限板中に複数のき裂がある場合に、き裂同士の応力場の干渉によってき裂が1個の場合よりもK値が低下する現象⁽²³⁾に対して用いられていたものであり、LRF (Load Relief Factor) と呼ばれるK値の低下率「 $K(\text{き裂}N\text{個})/K(\text{き裂}1\text{個})$ 」を用いて解析結果が整理されていた。円筒の内面き裂の場合にはき裂が2個の場合のK値が最も大きいことから、「 $K(\text{き裂}N\text{個})/K(\text{き裂}2\text{個})$ 」なるLRFが用いられている。

に多くのき裂個数まで整理され、さらに過大内圧や熱衝撃に起因する円筒内面の圧縮残留応力⁽¹⁰⁾が内圧作用時のK値に及ぼす影響などが調べられている。また、論文は以下に示すようにかなり多いが、いずれも対象が超厚肉(内径外径比2)の場合に限られており、かつ有限要素法による解析であるのが特徴であるともいえる⁽¹¹⁾。まずは、長さが等しいき裂が軸対称に配置した場合の拡張として次のものがある。

- ・ Baratta⁽²⁴⁾ [1978, 内面, N=36&48, 内圧, LRFに基づく簡易手法]
- ・ Clark-Morton⁽²⁵⁾ [1979, 内面, N=40, 内圧, LRFに基づく簡易手法]
- ・ Pu-Hussain⁽²⁶⁾ [1979, 内面, N=20&36&40, 内圧, FEM]
- ・ Pu-Hussain⁽²⁷⁾ [1981, 内面, N=2, 残留応力⁽²⁸⁾+内圧, 既存の解の重ね合わせ]
- ・ Parker-Farrow⁽²⁹⁾ [1981, 内面, N=1~40, 残留応力+内圧, 既存の解をLRFで整理]
- ・ Pu-Chen⁽³⁰⁾ [1983, 内面・外面, N=2&20&40, 残留応力+内圧, WFM]
- ・ Pu-Hussain⁽³¹⁾ [1983, 内面, N=1~40, 残留応力+内圧, FEM&WFM]
- ・ Perl-Arone⁽³²⁾⁽³³⁾ [1986, 1988, 内面, N=2~1024, 残留応力+内圧, FEM]

これらの研究をみると、その膨大な計算量にただ驚くばかりであるが、肉厚比はともかく同時に千個もの深いき裂($a/W \approx 0.5$)が存在するような状態がはたして現実的であるかは疑問である。ただし、これらの結果からはマトリクス法破壊力学では予測できなかったき裂の干渉の効果が読みとれ、き裂の干渉を考慮しない場合の提案法の適用限界をチェックできるという利点はある。

この種の研究はさらに拡張されているようであり、配置は軸対称であるが長さの違うき裂が交互に配置されたものの解析として次のものがある。

- ・ Arone-Perl⁽³⁴⁾ [1987, 内面, $N_1=64, N_2=64$, 内圧, FEM]
- ・ Perl⁽³⁵⁾ [1990, 内面, N=20~512, 内圧, FEM]

ところで、以上(1)~(3)で示した研究では最後の2つを除いてモードIIの応力拡大係数は生じないものであったが、最近ではより現実的なモードIとモードIIの混合モード状態となるようなもの(配置は軸対称であるがき裂長さが異なる)に対する次のような研究も行なわれ始めている。

- ・ Pu⁽³⁶⁾ [1986, 内面, N=2~4, 内圧, FEM]
- ・ Desjardinsら⁽³⁷⁾ [1991, 内面, N=2~40, 内圧, FEM]

ただし、PuはモードIIを最初から無視した解析を行っており、またDesjardinsらはそもそもモードIIが生じることを意識していないようである。このように、混合モード状態としての正しい取り扱いが行なわれた研究はまだないようである。

また、压力容器の疲労強度およびそれに及ぼす自緊の影響に関する研究は古くから行なわれており^{(38)~(41)}、また上記の最新の研究成果を反映させようというものも見られる⁽⁴²⁾⁽⁴³⁾が、これらもまた上記の研究と同様現実の現象との対応の点で問題のあるものと考えられる。

(4) 三次元表面き裂のK値 一方、三次元表面き裂に対しては次のようなものがある。

- ・ Newman-Raju⁽⁴⁴⁾ [1980, 内面]
- ・ Raju-Newman⁽⁴⁵⁾ [1982, 内面・外面]
- ・ Lee-Raymund⁽⁴⁶⁾ [1983, 内面]

⁽¹⁰⁾ いわゆる自緊 (Autofrettage) である。

⁽¹¹⁾ そもそもこれらの研究は基本的に2つの研究機関(いずれも軍隊)で行なわれており、解析モデルはどいうやら大砲の砲心のようである。

- ・ Kumar ら⁽⁴⁷⁾ [1985, 内面]
- ・ O'Donoghue ら⁽⁴⁸⁾ [1986, 内面(直列に2個, 干渉)]
- ・ 陳 ら⁽⁴⁹⁾ [1989, 内面, (き裂表面力有・無)]

ただし、これらはいずれも上記(1)同様き裂1個の場合に対する計算である。三次元き裂の場合にき裂を増加させてその影響を調べることは非常にコストのかかることと考えられるが、き裂2個の場合に対する解析さえ行なわれていないことから、き裂個数による解の変動に対する認識があまりないことがわかる。

(5) 軸方向き裂付き円筒の J 積分値 一方、 J 積分値に関しても同様にき裂1個の場合に対する計算のみ行なわれている。この場合には、加工硬化指数(n)もパラメータとなるためパラメータスタディはさらにコストのかかるものとなり、肉厚比およびき裂長さを変化させて解析した例は次の二次元き裂に対するものに限られる。

- ・ Parks⁽⁵⁰⁾ [1981, 内面 (LSM - 弾完全塑性体)]
- ・ Kumar ら⁽¹⁰⁾ [1983, 内面 (き裂表面力あり)]
- ・ Kumar-German⁽⁵¹⁾ [1985, 外面]

また、三次元表面き裂に対するものとしては例えば次のものが見受けられるが、いずれも原子炉圧力容器を対称としたケーススタディである。

- ・ Bass ら⁽⁵²⁾ [1982, 外面, (PTS のケーススタディ)]
- ・ deLorenzi⁽⁵³⁾ [1982, 内面, (き裂表面力有無比較, A533B 対象)]
- ・ Wilkening ら⁽⁵⁴⁾ [1984, 内面, (Sec.III のき裂形状を解析, A533B 対象)]

5.2.3 解決すべき問題点

前項で紹介したこれまでの研究の問題点としては以下のものが考えられる。

- (1) 解析対象が超厚肉円筒に限られている。
- (2) ケーススタディである。
- (3) 想定するき裂形状が非現実的である。

(1) については、通常の配管や圧力容器ではその内外径比 (r_o/r_i) が 1.1 以下 (本論文で用いる肉厚比を表すパラメータで書けば $\gamma=W/2r_m \leq 1/21$) である場合が普通だが、前項の(1)に示したき裂1個の場合を除けば Andrasic-Parker⁽¹⁹⁾ が内外径比 1.25 ($\gamma=1/9$) まで計算している程度であり、その他のものはいずれも内外径比 2 ($\gamma=1/3$) 程度の超厚肉のものに対する解析である。これはそれぞれの研究機関での興味の対象が異なるためなのかもしれないが、これらの厚肉円筒の解析結果を用いて通常の圧力容器の強度評価が行えないことは事実である。

なお、超厚肉の円筒に対してはき裂形状や個数によらず平板の解でほぼ近似できるという直感もおおむね誤りではないが、次節以降の解析で示されるように程度の差はあれき裂1個の解が危険側の評価となることは紛れもない事実であり、また浅いき裂に対する解を平板のものと近似するにせよその近似の程度を正しく把握して初めて安全側かつ精度良い評価が可能となるのである。

一方、(2) については FEM 等の数値解析手法に共通する難点であろうが、解析結果が数表で与えられていたりまたグラフで与えられていても解析のケースが少ないために、解の整合性に関するチェックは一般に困難であって当然解の信頼性は低いといわざるを得ない。さらに、この種のケーススタディ

の結果を内挿あるいは外挿して新たな境界条件の解を推定したり、現象解明のために各種パラメータの影響度を洞察することなどはもはや不可能である。前項にも示したごとく多くの研究があるにも関わらず、今だに未知の荷重様式あるいはき裂形状のものに対しては新たに有限要素解析を行なわざるを得ないという現状は、このようなことが原因となっているものと考えられる。

また、(3) については様々なき裂形状に対する解析が行なわれているがそのほとんどが現実には考えられないようなものであることを前項でも指摘した。ところが、本当の問題点はこの種の解析がその解析結果を健全性評価などに反映させるための体系的知見を導き出すことを前提としていない点にあるのではないだろうか。すなわち、重要なのは精度の保証された手法により目的を明確にした体系的解析を行なうことであって、これによって初めて各種パラメータの影響度に関する知見 (本論文ではこれを破壊強度特性と呼んでいる) が導かれ、さらには設計・健全性評価等に活用すべき安全側の解の整理とその安全裕度に対する定量的認識が可能となるのである。

さて、幸いマトリクス法破壊力学を用いれば(1)と(2)の問題点は簡単に解消できる。そこで、(3)を解消して「設計・供用中の健全性評価に有効となる解」を整備すべく次節以降において広範囲にわたる体系的なパラメータスタディを行なう。具体的作業としては次のことが行なわれる。

- (a) マトリクス法破壊力学の精度を検討する。(5.3 節)
- (b) 各種パラメータ (肉厚比・き裂長さ・き裂個数・き裂配置・異長き裂の存在など) が K_I および K_{II} に及ぼす影響を調べる。(5.3, 5.4 節)
- (c) 設計等に有効となる解を示し、その簡易評価式を求めて有効範囲と精度を示す。(5.5 節)

5.3 軸対称問題に対する応力拡大係数

5.3.1 他者の解析結果との比較

本項では、まず前章4.3節に示した軸方向き裂付き円筒に対するマトリクス法破壊力学の精度を検討すべく、本手法による解析結果を前節で紹介した他の研究者の解析結果と比較検討する。ところで、一般のき裂配置を考えた場合には K_I と K_{II} の混合モード状態となるが、このような問題に対して正しい取り扱いがなされた研究は皆無であるため、本節では多くの研究者が解析対象としておりその解析結果にもある程度の精度が期待できる軸対称き裂問題 (K_I のみが生じる) に限定して議論する。なお、き裂個数が多くき裂同士の応力場が互いに干渉するような場合については、対応する有限幅補正係数が整備されていないためマトリクス法破壊力学は今のところ使用できないが、この種の解析を行なうまでもなく実用上重要な多くの知見が導かれることが本節と次節で示される。

(1) 任意の軸対称応力下の K 値 通常の構造物で生じる応力分布は、一般に3次関数程度の曲線によって十分な精度で近似することができる。すなわち、これは一般に次式のように級数表示でき、

$$\sigma = \sum_{i=0}^n A_i \left(\frac{y}{W} \right)^i \quad (5.1)$$

通常は $n=3$ までを考えれば良いことになる。ここで、 A_i は定数、 W は肉厚であって、 y はき裂がある側の表面からの距離を表すものである。このとき、線形弾性体の場合には解の重ね合わせが可能であるから、 K_I は各応力分布に対する解の和として次式のように表すことができる。

$$\frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} = \sum_{i=0}^n A_i F_i(a/W) \quad (5.2)$$

ここで、 $F_i(a/W)$ は各応力分布に対する有限幅補正係数である。本手法によれば最小の手間で任意の応力分布に対する解が得られることから、実用上重要な片側き裂付き平板⁽⁵⁵⁾、軸方向および周方向き裂付き円筒⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁹⁾⁽²¹⁾⁽⁵⁶⁾、半楕円表面き裂付き平板⁽⁵⁷⁾等に対して F_i が計算されている。ただし、円筒の K 値に対しては内面き裂と外面き裂で F_i が異なることはもちろん、き裂個数、肉厚比 (内径外径比) など F_i がすべて異なるため、実用に供するためにはかなり大がかりな予備計算とそれを整理する膨大なデータベースが必要となることは否定できまい。

ここでは、まず初めに Andrasic-Parker の労作⁽¹⁹⁾ との比較を行なう。Andrasic-Parker は、厚肉円筒 ($\gamma=1/9, 1/5, 3/11, 1/3, 3/7, 1/2, \gamma=W/2r_m$) の内外面にき裂が1個および軸対称に2個ある場合について Weight Function Method (以下 WFM と略記) を用いて K_I を計算している。ここで想定されている負荷は、次式で表されるき裂のない場合の4種の周方向応力であり、

$$\sigma_\theta = A_i \left(\frac{y}{W} \right)^i \quad (i=0, 1, 2, 3) \quad (5.3)$$

それぞれに対する計算結果が次式のような無次元応力拡大係数として数表化されている。

$$\frac{K_I}{A_i \sqrt{\pi a}} = F_i(\gamma, a/W) \quad (i=0, 1, 2, 3) \quad (5.4)$$

このうちの $\gamma=1/9$ ($r_o/r_i=5/4$) および $\gamma=1/3$ ($r_o/r_i=2$) に対する解析結果をマトリクス法破壊力学による解析結果と比較したものをそれぞれ図5.1および図5.2 ((a) 内面き裂1個, (b) 外面き裂1個, (c) 内面および外面き裂2個) に示す^{*12}。これらの図から、いずれのき裂形状に対しても $\gamma=1/9$ の場合には a/W の全範囲において両者は極めて良好に一致し、 $\gamma=1/3$ の場合にも $a/W=0.8$ の点を除いて誤差約5%以内で一致する様子が読み取れる。ただし、図5.1(b)における $a/W=0.7$ の解析値はデータの整合性から考えても文献⁽¹⁹⁾ の誤りであると考えられる。ところで、複数の軸対称き裂の場合には、マトリクス法破壊力学に従えば内面き裂と外面き裂で等しい K_I が導かれるが、図5.2(c)はこの予測が厚肉になるほど外れてくることを示している。また、図5.2の結果をさらに細かく見ると、 $\gamma=1/3$ 程度の厚肉の容器に対してはマトリクス法破壊力学による予測は内面き裂の場合には a/W が小さい所で K 値を大きめに a/W が大きい所で小さめに評価すること、外面き裂の場合はその逆であることがわかる。これは、き裂の存在による応力場の乱れが曲がり梁の変形に影響した結果であり、き裂部材を長さゼロの片側き裂材として取り扱うために生じるものであると考えられる。言い換えれば、以上に示した比較によってマトリクス法破壊力学の適用限界が定性的に示されたともいえる。

なお、残りの肉厚比についても同様の比較を行なったところ、 $\gamma=1/9$ から順に円筒が厚肉になるにつれて精度が低下し、 $\gamma=1/2$ では最大で10%程度の誤差を持つことが明らかとなった。以上の結果から、実用上重要な $\gamma \leq 1/9$ 程度の円筒容器については、応力分布、き裂形状によらずマトリクス法破壊力学によって極めて精度よく K 値が評価でき、また5%程度の誤差を許容するならば $\gamma=1/3$ 程度の厚肉容器に対してもマトリクス法破壊力学の使用が許されると結論できよう。

さらに、任意の周方向応力に対するその他の解析結果としては、Labbensら⁽⁸⁾ および Buchalet-Bamford⁽⁹⁾ による薄肉円筒 (内面き裂, 1個, $\gamma=1/21$ ($r_o/r_i=11/10$)) に対する解析結果があげられる。ここでは、このうちの Labbensらの WFM による解析結果とマトリクス法破壊力学によるものを比較したものを図5.3に示す。同図は、図5.1に示した $\gamma=1/9$ の場合と同様な良好な一致を示しており、薄肉円筒に対するマトリクス法破壊力学の精度が非常に良いという上記の結論をフォローする結果となっている。一方、有限要素法による Buchalet-Bamford の解析結果は Labbensらもその論文で述べているようにき裂の深いところで精度が良くないことが確認された。

(2) 内圧円筒の K 値 次に、種々のき裂形態の内圧円筒に対する K 値の解析結果をマトリクス法破壊力学によるものと比較し、個々の解の精度と特性に関する考察を行なう。ところで、内圧 p_i が作用する場合の解析結果は

$$\frac{K_I}{p_i \sqrt{\pi a}} = F(\gamma, a/W) \quad (5.5)$$

*12 マトリクス法破壊力学では式(5.3)を式(4.41)に代入することにより解が得られるが、式(5.3)中の y はき裂がある側の表面からの距離を表すため、式(4.41)中の r とは次の関係がある。

$$\frac{y}{W} = \begin{cases} 1/2 + (r - r_m)/W & \text{(内面き裂)} \\ 1/2 - (r - r_m)/W & \text{(外面き裂)} \end{cases}$$

またこのとき、複数のき裂が軸対称に配置される場合には、式(4.63)~式(4.65)から内面き裂と外面き裂ですべての i に対して K_I が等しくなることがわかる。

という無次元化の他に、き裂がないとした場合の応力のき裂がある側の表面における値である σ_c を用いて次式のような無次元化が行なわれている場合が多い¹³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I}{\sigma_c \sqrt{\pi a}} &= F(\gamma, a/W) \\ \sigma_c &= \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i = \frac{(1+\gamma)^2}{2\gamma} p_i \quad (\text{内面き裂}) \\ \sigma_c &= \frac{2r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i = \frac{(1-\gamma)^2}{2\gamma} p_i \quad (\text{外面き裂}) \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

式(5.6)の無次元表示を用いれば、肉厚比によらず $a/W \rightarrow 0$ において $F \rightarrow \beta (\approx 1.1215)$ となり、解の妥当性 ($a/W \rightarrow 0$ における収束性) や肉厚比による差異を検討する場合には便利であるから、ここではすべて式(5.6)に示される無次元化を行なって図示することとする¹⁴⁾。

まず、図5.4は厚肉円筒(内面き裂, 1個, $\gamma=1/9, 1/5, 3/11, 1/3$)に対するBowie-Freese⁽⁷⁾のMMC法およびGrandt⁽¹⁷⁾のWFMによる解析結果との比較を示したものである。同図から、 $\gamma=1/5, 3/11, 1/3$ では約4~5%以内の誤差で一致し、いずれも図5.2(a)とはほぼ同様の傾向を示すことが確認できるが、 $\gamma=1/9$ においては両者に大きな差が見られる。Bowie-Freeseの解析結果はこれまで比較の精度が良いと考えられていたもの⁽⁵⁸⁾であるが、前述の考察あるいは具体的には図5.1(a)の結果などから判断すると、 $\gamma=1/9$ におけるBowie-Freeseの解析結果は大きな誤差を含んでいると結論できる¹⁵⁾。

次に、図5.5は薄肉円筒(内面き裂, 1個, $\gamma=1/11, 1/21, 1/41$)に対するKumarら⁽¹⁰⁾の有限要素解析結果との比較である。同図より、いずれの肉厚比においても $a/W \leq 0.5$ では良好な一致が確認できるが、 $a/W=0.75$ においては γ が小さくなる(つまり薄肉になる)ほど差が大きくなる様子が読み取れる。Kumarらは、その解析結果の妥当性の根拠としてBuchalet-Bamford⁽⁹⁾の有限要素解析結果($\gamma=1/21$)との良好な一致をあげているが、前述のとおり文献⁽⁹⁾の解は $a/W > 0.5$ での精度に疑問があることが指摘されている⁽⁸⁾ものである。すなわち、図5.1および図5.3に見られる薄肉円筒に対する提案法の信頼性から判断しても、Kumarらの $a/W=0.75$ における解に誤りがあると考えるのが妥当であろう。

図5.6は、厚肉円筒の内面(a)および外面(b)にそれぞれき裂が軸対称に4個である場合のTracy⁽¹⁸⁾のMMC法による解析結果($\gamma=1/3$)との比較である。両図から、外面き裂では全ケースについて約3%以内の誤差で一致し、内面き裂についても $n=4, a/W=0.5$ の点を除いて(この点もやはりデータの整合性から考えればTracyの誤りであると判断できる)約5%以内の誤差で一致していることが確認でき

¹³⁾ 内面き裂の場合の σ_c は式(4.68)にも示したようにき裂表面作用圧力を考慮した場合のものである。

¹⁴⁾ ただし、式(5.6)に示す無次元化は、一方で絶対量としての比較には必ずしも有効とはならないという欠点がある。例えば、図5.6の両図を比較しても内面き裂と外面き裂のどちらが K 値が大きくなるのかを読みとることは困難である。このように、グラフから読みとりたい情報によって無次元化の方法に工夫が必要となる。次項以降では別の無次元化を行なうことがあるが、これは上記の理由からである。

¹⁵⁾ 実は、Bowie-Freese自身その論文の最後に、他の肉厚比に対しては約1%以内の精度が期待できるが、 $\gamma=1/9$ に対する結果については精度が保証できないことを断っている。なお、図示はしていないが、他にもさらに厚肉である $\gamma=5/13$ ($r_o/r_i=9/4$) および $\gamma=3/7$ ($r_o/r_i=10/4$) に対しても同様の比較を行なったところ、いずれも $\gamma=1/3$ の場合と同様の傾向が見られ、それぞれ最大誤差 7.6% および 8.7% (いずれも $\xi=0.8$ において) であることが確認された。

る。またこのとき、式(4.65)から予測されたとおり、複数の軸対称き裂の場合には N が増えるにつれて K 値が低下することが確認できる(4.3.2項の考察参照)。さらに、同図からき裂1個の場合と複数の軸対称き裂の場合では a/W に対する K 値の変動特性が異っており、内面き裂の場合にはき裂1個の場合に比べて2個の場合の K 値が相当大きくなり、外面き裂ではき裂長さによって K 値の大小関係が逆転する様子が読み取れる¹⁶⁾。なお、このような変動特性の相違は前章4.3.2項に示したようにき裂1個の場合には軸力(P)と曲げモーメント(M)が同時に変化する(式(4.51)~式(4.53)参照)のに対して、き裂2個以上の軸対称問題では M のみが変化する(式(4.63)参照)という相違によるものであり、次項においては実際にこの P と M の変化を計算した結果を用いてより定量的な説明を試みる。

5.3.2 種々のパラメータが K 値に及ぼす影響

前項では、軸方向き裂が1個あるいは複数の等長き裂が軸対称に配置されるという K_I のみが生じる問題のいくつかのケースに対して他者の解析結果との比較検討を行ない、マトリクス法破壊力学の解析精度を明らかにした。本項では、同様に K_I のみが生じるような問題に対して種々のパラメータが K_I に及ぼす影響度を詳細に調べ、軸方向き裂付き円筒の破壊強度特性に関する考察を試みる。なお、 K_I と K_{II} の混合モード状態となるような場合に対する同様の検討は次節で行なうこととする。

ところで、調べるべき影響因子は荷重の因子(内圧・回転・熱応力・き裂表面作用圧力)と形状の因子(肉厚比・き裂長さ・き裂個数)に大別されるが、これらのすべてに対してその相互作用を検討することは極めて困難であろう。そこで、まず円筒型構造物の基本用途が圧力媒体の封入であることから、想定する荷重は基本的に内圧であるとし、その他の荷重に対しては適宜検討することにする¹⁷⁾。一方、形状の因子に対しては、以降一貫して「き裂長さに対する K 値の変動に及ぼす肉厚比およびき裂個数の影響」という形で結果を整理する。この表記は、疲労き裂進展および安定・不安定破壊の評価における直観的洞察が働くことから、従来より K 値あるいは J 積分値の整理方法の常套手段であるが、マトリクス法破壊力学によればき裂長さに対して連続的に解が得られ、これによって初めてき裂個数その他のパラメータの影響度を明確に認識でき、さらに解の整合性の観点から結果の妥当性を容易にチェックできるという利点があることに以下の解析では特に注目していただきたい。

(1) 軸対称問題に対するマトリクス法破壊力学の解 具体的解析に入る前に、前章で示した軸対称問題(き裂個数2個以上)に対する陽な解析解を整理しておく。すなわち、式(4.65)および式(4.63)などからこの場合の K 値は次式のように表される。

$$\frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} = \frac{K_I^0}{\sqrt{\pi a}} - \frac{\phi_0^0}{H_1/N + \lambda_M^*} f_M^* \quad (5.7)$$

¹⁶⁾ 図5.6などは前節5.2.3項で指摘した従来の研究のウィークポイントが良く現れている。すなわち、離散的な解析データからはき裂長さ及びき裂個数に対する K 値の変動特性を読みとることは困難であり(例えば図5.6(a)の $n=1$ と $n=4$ および図5.6(b)の $n=1$ と $n=2$ の違いなど)、また自らのデータのチェックも困難である(例えば図5.1(b), $a/W=0.7$ および図5.6(a), $n=4, a/W=0.5$ のケースなど)。なお、マトリクス法破壊力学を用いた本論文における解析では、すべてのケースに対して38点のき裂長さ($a/W=0.025i, i=1\sim 38$)について計算を行ないグラフ上ではこれらを滑らかに結んで表示しているため、有限要素法等では真似できない詳細な感度解析が実現できるわけである。

¹⁷⁾ 本論文の構成として、第4章が「定式化と一般論」第5章が「精度の検討と複雑なき裂形態への適用」第6章が「複雑な負荷への適用」というとらえかたをしていたら、全体としての流れの理解に便利であろう。

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I^0}{\sqrt{\pi a}} &= \left(\frac{P_0}{W} + p_s \right) f_P + \frac{M_0}{r_m W} f_M^* + F_L \\ \phi_0^c &= \left(\frac{P_0}{W} + p_s \right) \lambda_{PM}^* + \frac{M_0}{r_m W} \lambda_M^* + L_M^* \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

であり、また P_0, M_0 は式 (4.43) に示されるとおりである。

さて、式 (5.7) を用いてき裂個数等の影響を定性的に知ることができることは 4.3.2 項の考察に述べたとおりであり、以下ではこれらを実際の数値計算によって定量的に示すことになるが、ここでは逆に式 (5.7) から導かれる性質や 4.3.3 項で導いた漸近特性が数値計算結果のチェックおよび結果の効果的な整理に有用なものとなる点に注目されたい。また、本項ではそのための非常に有力な手段として内力の変動特性を仲介とすることにより K 値に及ぼす種々のパラメータの影響を分析する手順も示す。

(2) き裂表面作用圧力および内外き裂の相違の影響 内圧円筒の K 値の解析においては、前節でも紹介したとおりき裂表面作用圧力 (p_s) を考慮する場合が普通であるが、その影響を調べた例は見当たらない¹⁸。そこで、まずここでは K 値に及ぼすき裂表面作用圧力の影響を体系的に調べ、その肉厚比およびき裂個数との関係を定量的に整理しておく。また、内面き裂と外面き裂では構造健全性で問題となる負荷が異なるためその比較自体にはそれほど興味はないが、ここでは「内圧円筒においては内面き裂の方が外面き裂よりも危険である」という経験的事実をフォローするデータを定量的に示しておく。

まず、 $\gamma=1/3$ なる厚肉の内圧円筒に対して内外き裂およびき裂表面作用圧力の有無による K_I の相違を調べた結果を図 5.7(a)(き裂 1 個) および図 5.7(b)(軸対称等長き裂 2 個) に示す。これより、き裂 1 個の場合に内面き裂 ($p_s=0$) と外面き裂の K_I で大小が入れ替わるものの、いずれにせよ「内面き裂 ($p_s=p_i$) の K_I が最大となる」ことがわかる。また、軸対称等長き裂の個数を増加させた場合にはいずれも図 5.7(b) と同様の傾向が見られた。

また、両図から各ケースでの差がかなり大きいことも読みとれるが、次にこの差に及ぼす肉厚比とき裂個数の影響を調べる。図 5.8 は外面き裂の K_I と内面き裂 ($p_s=p_i$) の K_I の比を、図 5.9 は内面き裂 ($p_s=0$) の K_I と内面き裂 ($p_s=p_i$) の K_I の比を、それぞれ 3 とおりの肉厚比 ($\gamma=1/3, 1/9, 1/27$) および 6 とおりのき裂個数 ($N=1\sim6, N\geq 2$ ではすべて等長軸対称き裂) に対して計算したものである。まず、図 5.8 では $N=1$ 以外では内外き裂の K_I の比はき裂個数によらない様子が読みとれ、またこの比は肉厚比が小さくき裂が深いほど 1 に近付くことがわかる。一方、図 5.9 ではき裂表面作用圧力が K_I に及ぼす影響は N によらず、肉厚比が小さいほど 1 に近付き、また薄肉 (γ 小) ではき裂深さによらずほぼ一定値をとることがわかる。さらに、4.3.3 項で導いた $\xi \rightarrow 0$ の漸近値 (式 (4.68)) から

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I(\text{外面}, p_s=0)}{K_I(\text{内面}, p_s=p_i)} &= \left(\frac{r_i}{r_o} \right)^2 = \left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma} \right)^2 \\ \frac{K_I(\text{内面}, p_s=0)}{K_I(\text{内面}, p_s=p_i)} &= \frac{r_o^2 + r_i^2}{2r_o^2} = \frac{1+\gamma^2}{(1+\gamma)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

が導かれるが、いずれの場合にも $\xi \rightarrow 0$ においてこの値に漸近していることが確認できる (図 5.8 で 0.25, 0.64, 0.862, 図 5.9 で 0.625, 0.82, 0.931)。

¹⁸ J 積分値の解析においては経路独立性が成立しないためこれが考慮されていない場合の方が多い。なお、 J 積分値の評価においてき裂表面作用圧力を考慮したものとしては Karlsson ら⁽⁵⁹⁾ の方法を用いたもの⁽¹⁰⁾、あるいは VCE (Vertical Crack Extension) 法を用いたもの⁽⁵³⁾ などが見られる。

以上の結果から得られる重要な知見は次の 2 点である。

(#1) 肉厚比およびき裂個数によらず内面き裂 ($p_s=p_i$) の場合の K_I が最大となる。

(#2) 内外き裂での相違およびき裂表面作用圧力の影響は薄肉ほど小さくなる。

(#2) のうちの内外面き裂の相違についてはこれまで経験的に知られていたものであろうが、本解析によつてはじめて「内面き裂の K 値の方が大きい」こと、さらには「厚肉ほどまたき裂が浅いほどその差が大きくなる」ことが定量的に示されたことになる。一方、き裂表面作用圧力の影響度が「薄肉ほど小さくなる」ことは直感的にも理解できるが、特に「薄肉円筒においてき裂深さによらず一定となる」ことなどは興味深い結果であろう。また、同様のことが J 積分値についてもいえるであろうから、標準的な圧力容器の肉厚比が $\gamma=1/27\sim 1/9$ であることを考えれば、「き裂表面作用圧力を考慮しない場合の J 積分値は現実のものを小さめに評価することになるがそれほど過小評価とはならない」ものであることが予想される。

なお、以降の解析では特に断らない限り「内面き裂」といえばき裂表面作用圧力を考慮したものを指すこととする。

(3) き裂個数 (N) の影響 次に、き裂個数が K 値に及ぼす影響を調べる。図 5.10 および図 5.11 はそれぞれ内面き裂および外面き裂に対する計算結果 ($\gamma=1/3, 1/9$) であり、まずいずれの場合にも $N=1$ の場合を除けば「き裂個数の増加とともに規則的に K_I が低下する」様子が読みとれる。また、特に $\gamma=1/3$ の結果 (図 5.10(a) および図 5.11(a)) からは「 $N=1$ の場合はき裂深さに対する K_I の変動特性が他のき裂個数の場合と異なる」様子がはっきりと読みとれ、その結果内面き裂では常に $N=2$ の場合の K_I が最大となっているのに対して、外面き裂では $\gamma=1/3$ の場合に $N=1$ と $N=2$ で K_I の大小関係の入れ替わりが生じていることがわかる。

ところで、この種の結果を設計等に反映させることを考えた場合に、「いくつもの深いき裂が同時に存在して、その結果 K 値が低下する」ことを考慮するとは考えられず、「健全性評価には最大の K 値を用いて、その際の安全裕度を正しく認識する」という考えの方が妥当でありかつ現実的であろう。そこで、次にこのような観点から $N=2$ の場合の K_I (以下 $K_I(N=2)$) と書く、他のき裂個数に対しても同様) との比という形でき裂個数の影響を調べたものを図 5.12 および図 5.13 に示す。

まず、これらの図から内面き裂に対しては「肉厚比 (γ) によらず $K_I(N=2)$ が最大となり」、外面き裂に対しては「超厚肉 ($\gamma=1/3$) のものを除いて $K_I(N=2)$ が最大となる」ことが明確に読みとれる¹⁹。また、実用上重要となるのは $a/W \leq 0.25$ 程度のき裂深さと考えられるが、この範囲では薄肉になるほどき裂個数による K_I の差異は小さくなることも読みとれ、 $K_I(N=2)$ なる解を用いた健全性評価がそれほど保守的なものとはならないことがわかる。なお、き裂が深いところではむしろ薄肉の方がき裂個数による K 値の差が大きくなる様子も読みとれるが、現実的にはこの範囲での現象を問題とすることはあるまい。さらに、式 (5.7) からはき裂が深くなると右辺第 2 項の分母が $H_1/N + \lambda_{PM}^* \approx \lambda_M^*$ となつて、 K_I が N によらず等しくなることが予想されるが、図 5.12 および図 5.13 の $N=2\sim 6$ のデータはこの特性 ($a/W \rightarrow 1$ で $K_I/K_I(N=2) \rightarrow 1$) に漸近している様子が読みとれる。

¹⁹ 細かく見れば、 $\gamma=1/3, a/W > 0.5$ の場合を除けば肉厚比およびき裂深さによらず内面き裂で $K_I(N=2) > K_I(N=3) > K_I(N=1) > K_I(N=4) > K_I(N=5) > K_I(N=6)$ となり、外面き裂でも $K_I(N=2) > K_I(N=1) > K_I(N=3) > K_I(N=4) > K_I(N=5) > K_I(N=6)$ となることが読みとれる。

ここでの重要な結果は次の2点に要約できる。

- (#1) 超厚肉 ($\gamma=1/3$) でき裂が極めて深い ($a/W>0.5$) 場合を除けば、 $N=2$ の場合の K_I が最も大きくなり、またき裂個数による K_I の大小関係は変化しない。
- (#2) 実用上重要と考えられるき裂が浅い範囲 ($a/W<0.25$) では、薄肉になるほどき裂個数による K_I の差異は小さくなる。

ただし、この結果のみでは「健全性評価等においては $K_I(N=2)$ の解を用いれば良い」ことは即断できない。その理由は、ここで考えたき裂形状がモードIのみが生じる場合のものであって、これがあまり現実的なき裂形態であるとは言い難い点にある。すなわち、現実的には大なり小なり非軸対称なき裂形態となり、この場合には一般に混合モード状態となるから K_{II} が生じることはもちろん K_I もまた変化すると考えられ、これらをここで調べた情報のみから推定することはできないからである。また、混合モード状態となれば破壊規準および疲労き裂進展則がモードIのみのものと異なるために、従来の K_I のみを用いた評価自体の有効性についても検討を加える必要があろう。次節において行なわれる詳細なパラメータスタディはこれまで不問に付されていたこの種の非軸対称問題に対する明確な答を導き出すべく行なわれるものである。

ところで、直感的には「不静定構造物中に複数のき裂がある場合には、き裂個数が増えればそれだけ系の剛性が小さくなるため内力も低下し結果的に K 値は小さくなる」と考えられ、図5.10～図5.13に示される $N \geq 2$ の結果は確かにそれを支持するものとなっている。ところが、 $N=1$ の場合を考えた時にもやはり「 $N=2$ での K_I が最大となる」というここでの結果は、この常識に反する点で興味深いものといえよう。なお、このメカニズムは前項の最後でも簡単に説明したが、本項の最後では内力の具体的変化を示して詳しく説明することにする。

(4) 肉厚比 (γ) の影響 次に、肉厚比による K_I の相違を調べる。まず、図5.14は内面き裂 ($N=1$ および $N=2$) の場合の K_I を $\gamma=1/3, 1/9, 1/27$ および $\gamma \rightarrow 0$ に対して計算した結果であり、縦軸は

$$\frac{K_I}{\sigma_c \sqrt{\pi W}}, \quad \sigma_c = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i \quad (5.10)$$

なる無次元化を行なっている。ここで、 $\gamma \rightarrow 0$ は薄肉の極限を表しており、このとき式(5.10)から

$$\frac{K_I}{\sigma_c \sqrt{\pi W}} \rightarrow \frac{K_I}{(r_i p_i / W) \sqrt{\pi W}} \rightarrow \sqrt{\xi} f_P \quad (5.11)$$

であることがわかる。同図から、いずれの場合にも薄肉の内圧円筒 ($1/27 \leq \gamma \leq 1/9$) ではき裂が浅い範囲における $K_I / \sigma_c \sqrt{\pi W}$ はほとんど同じであることがわかるから、実用上は同図を用いても簡単に K 値のおおよその値を知ることができるといえる (もちろんこれらの簡易評価式が後に示されるのでその必要はない)。ところが、き裂が深いところでは肉厚比によらずその差はかなり大きく、特に厚肉のものではき裂長さの増加に対する K_I の増加が非常に小さいことがわかる。

一方、図5.15は内力の変化を考慮しない場合の K_I (式(5.8)第1式の K_I^0) との比を調べたものである。これらより、4.3.2項で予測したとおり厚肉になるほど内力の変化による K_I の低下が大きくなり、またいずれの場合にも $\xi \rightarrow 1$ においてゼロに収束する様子が読みとれる。さらに、き裂が2個の場合 (図5.15(b)) には軸力 P が変化しないにもかかわらずき裂が1個の場合 (図5.15(a)) の変動特性とはほぼ同様であることから、いずれの場合にもき裂成長にともなう曲げモーメントの低下が同図に示されるような K_I の低下に大きく寄与していると考えられる。そこで、次に内力の変化を直接調べることに

よって以上に示してきたような K_I の変動特性に及ぼす種々のパラメータの影響のメカニズムを明らかにすることを試みる。

(5) 軸対称問題における内力の変化 マトリクス法破壊力学ではまずき裂断面に作用する力 (内力: F, P, M, p_s, σ_L) が出力され、これを用いて K 値あるいは J 積分値を計算するという手順となっている。すなわち、有限要素法等の数値解析手法と異なり、内力の変化を自動的に知ることができて便利である。内力のうちで変化するのは F, P, M の3つであるが、本節で扱った軸対称問題においては $F=0$ であるから P と M (正確にはき裂断面に作用する等価な軸力と曲げモーメント) の変化を考えれば良く、これらを二次元的に表示してその特性を議論することができる。

図5.16はき裂個数1個および2個の内面および外面き裂を有する内圧円筒 ($\gamma=1/3, 1/9$) に対する計算結果を同時に示したものである (いずれも $\xi=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.99$ におけるデータをプロットしてある)。同図より、以下のような特性が読みとれる。

- (a) いずれの場合にも、き裂が深くなるにつれてモーメント (M) がき裂を閉じる方向に大きく変化する (ここで、図4.1(b)に示されるように内面き裂と外面き裂ではき裂に対するモーメントの向きが逆であり、内面き裂では $M>0$ がき裂が閉じる方向となっている点に注意されたい)。
- (b) $N=2$ の場合には軸力 (P) が変化しないが、 $N=1$ の場合には内面き裂では P が低下 (すなわちき裂を閉じる方向に変化) するのに対し、外面き裂では逆に P が増加する。
- (c) いずれの場合にも (P, M) の状態は直線上に変化し、また $\xi \rightarrow 1$ においては式(4.75)に示した漸近特性を満足している。
- (d) 薄肉ではき裂の浅いところでの (P, M) の状態がほとんど変化しない。
- (e) 厚肉はき裂1個の場合の P の変化が大きい。

まず、図5.10～図5.13に示された軸対称き裂 ($N \geq 2$) に対する K_I とき裂1個の場合の K_I のき裂長さに対する変動特性の違いは、上記(b)に示したとおり $N=1$ の場合に限り P が変化することが原因であることがわかる。またこのことを上記(e)を合わせて考えれば、厚肉 ($\gamma=1/3$) の外面き裂において見られた $K_I(N=1) > K_I(N=2)$ なる現象は P が極端に増加した結果であるといえ、さらにはこのような現象が薄肉では決して起こらないことも容易に想像できよう。一方、上記(a)からは本項(4)でも考察したように「円筒 (特に薄肉円筒) における K 値の変化 (あるいは円筒壁のコンプライアンスを考慮したときの K 値の低下) は主としてき裂を閉じる方向に変化するモーメントによるものである」ことが理解できよう。また、(d)からは薄肉ではき裂個数 ($N \geq 1$) による K_I の差が小さくなることが予想できるが、これはやはり図5.10～図5.13の結果と一致している。

5.3.3 結果の整理と考察

本節ではまず軸対称き裂問題 ($N=1$ の場合を含む) のいくつかのケースに対してマトリクス法破壊力学による解析結果を種々の解析手法による他者の結果と比較した。その結果、マトリクス法破壊力学の適用限界と解析精度に関して次のことが明らかとなった。

- (1) 実用上重要な $\gamma \leq 1/9$ 程度の円筒容器に対しては、(き裂がない場合)の円周方向応力分布およびき裂形状(き裂長さとき裂個数)によらずマトリクス法破壊力学によって極めて精度良く(誤差1%以内) K_I が評価できる。また $1/9 \leq \gamma \leq 1/5$ 程度の厚肉円筒に対しても誤差2%以内と非常に良い。
- (2) 5%程度の誤差を許容するならば $\gamma=1/3$ 程度の超厚肉の円筒容器に対してもマトリクス法破壊力学の使用が許されるであろう。またこの場合の誤差の原因は、き裂の存在による応力場の乱れが曲がり梁の変形に影響するためと考えられる。

以上の結果は K_I のみが生じる場合に対するものであるが、一般のき裂形態では K_I と K_{II} が同時に発生する混合モード状態となる。しかしながら、上記(2)のとおりマトリクス法破壊力学の解析誤差の要因がき裂の存在による応力場の乱れによるものであるならば、次節以降で検討する一般のき裂形態に対しても上記(1),(2)と同等の精度が期待できよう。

次に、軸対称き裂を有する内圧円筒にマトリクス法破壊力学を適用して、円筒の肉厚比・き裂個数・き裂長さ・き裂表面作用圧力等のパラメータが K_I に及ぼす影響を詳細に調べた。個々の解析結果に対する考察は随時行なったが、それぞれの結果を総合すると次のことがいえる。

- (3) 肉厚比とき裂長さと同じ内圧円筒に対しては、すべての軸対称なき裂配置の中で内面き裂が2個の(き裂表面作用圧力を考慮する場合)の K_I が最大となる。
- (4) 内外き裂いずれの場合にも、き裂1個の場合のき裂長さに対する K_I の変動特性はき裂2個以上の場合のものとは異なっており、このことはき裂進展に伴う内力の変化という観点から明確に説明できる。
- (5) 内外き裂いずれの場合にも、き裂1個の場合を除いてき裂個数の増加とともに K_I は低下し、このことはマトリクス法破壊力学で導かれる陽な解(式(5.7))から予想された結果($\xi \rightarrow 0, 1$ における漸近特性も含む)と一致する。

また、上記の実際の数値解析を通して以下のようなマトリクス法破壊力学の利点が確認された。

- (6) これまでの数値解析結果はMMC法、WFM、FEMといった手法の性質上限られたケースに対する離散的な解が数表として示されていたが、マトリクス法破壊力学ではすべてのパラメータに対して容易に連続的な解を得ることができる。本節では、連続的に解を表示して各種パラメータに対する繊細な影響度評価を行なうと同時に、他者の結果との比較の際に他者の解のうちのいくつかが整合性の面から見て不適当であることを指摘するなど解析結果の妥当性のチェックにも有効であることを示した。
- (7) 式(5.7)に示される陽な解析解および4.3.3項で示した漸近特性などを用いることにより数値解析結果の妥当性のチェックと結果の効果的な整理が可能となること、さらにマトリクス法破壊力学の計算過程で自動的に出力される内力のき裂長さの変化に伴う変化を調べて、これを式(5.7)と合わせることにより種々のパラメータが K 値に影響を及ぼすメカニズムを説明できることを示した。

5.4 非軸対称問題に対する混合モード応力拡大係数

前節5.3.2項の冒頭にも述べたように、ひとことに軸方向き裂付き円筒といっても荷重およびき裂形状(肉厚比・き裂長さ・き裂個数・き裂配置)には無数の組み合わせが考えられる。前節では軸対称問題に限っていくつかのパラメータスタディを行なったが、混合モード状態となる一般のき裂形状において任意の組み合わせに対する解析を行なうのはもはや不可能である。そこで本節では、逆にこの種の解析を単なる数学的興味に終わらせないためにも、まずこれらの解析結果を設計あるいは供用中の健全性評価等に反映するためには何が必要であるかを考えたうえで、それを解決することに目的を絞って非軸対称問題の解析を行なうこととする。

5.4.1 非軸対称問題に対する解析の必要性

再三述べてきたように、本章の目的は「健全性評価等に資する円筒型構造物の破壊強度特性を体系的に整理する」ことであり、具体的には「各種パラメータの K 値(あるいは J 積分値)への影響度を論じる」とともに「強度評価に便利となる実用式を求めてその精度と適用限界を示す」ことを目標としている。そして前節では、軸対称問題に対して広範囲にわたるパラメータスタディを行なって肉厚比・き裂個数・き裂長さ・き裂表面作用圧力等が K_I に及ぼす影響を体系的に明らかにした。本節においてもこの考え方を踏襲し、「非軸対称な条件が K_I および K_{II} に及ぼす影響」を明らかにすることを主目的とする。具体的には、「破壊は主要な1つのき裂から生じる」という経験的事実をもとに、「主要なき裂(最も深いき裂)の K_I および K_{II} に及ぼす他のき裂の影響度」という観点からのパラメータスタディを行なう。

特に、発生する K_{II} の大きさに関する検討はこれまで全く行なわれていなかったものであり、実際の強度評価においてはあまり重要とみなされてはいなかったようである。ところが、真の破壊強度評価のためには以下の理由から K_{II} の影響度を調査することも不可欠であると考えられる。すなわち、混合モード状態となっている一般のき裂形状での不安定破壊のクライテリアは例えば

$$K_I^2 + K_{II}^2 \geq K_{IC}^2 \quad \text{or} \quad K_I \geq \frac{K_{IC}}{\sqrt{1 + (K_{II}/K_I)^2}} \quad (5.12)$$

と書けることが知られている⁽⁶⁰⁾。つまり、もし実際のき裂が混合モード状態となっている場合には K_{II} の存在によって見かけ上の K_{IC} が低下するのであるから、軸対称問題を解析して導かれた最大の K_I を用いたからといってその評価が安全側のものとなる保証はないことが容易に理解できよう。しかしながら、非破壊検査ですべてのき裂配置とき裂長さを把握し、あらかじめ整備された K_I および K_{II} の評価式を用いて強度を議論するという考え方が現実的でないことは明らかである。そこでここでは、「破壊が問題となる主要なき裂において $K_{II}/K_I \ll 1$ が成立する」こと、あるいはその成立条件を示すことを考える。このことが示されれば、従来通り「最大の K_I を用いて疲労き裂進展および不安定破壊を議論する」ことの妥当性が保証され、前節での諸論が実用に活かされるものと考えられる。特に、疲労き裂進展の評価では混合モード状態におけるき裂進展則が現状ではまだ良くわかっておらず、また混合モードの J 積分値を考慮するとすればその安定・不安定破壊の評価以前に J 積分値の評価自体に大変な労力を要すると考えられ、このようなことから本節での議論が実際の強度評価と密接に結び付くものであることが理解いただければよい。

ところで、5.2.2項でも紹介したとおり、非軸対称問題に対する解析はこれまでにいくつか行なわれている⁽³⁶⁾⁽³⁷⁾。これらはいずれもき裂配置は軸対称 ($N=2\sim 4$ ⁽³⁶⁾ および $N=2\sim 40$ ⁽³⁷⁾) であるとして、はじめすべて同じ深さであったものから1つのき裂だけが他のき裂よりも大きくなった場合を想定し、各き裂の K_I を有限要素法によって解析したものである。ここでは結局、すべてのき裂の K_I ^{*20} が個々のケースに対して表示され^{*21}、その結果を実用式に反映させようと試みられている。もちろんマトリクス法破壊力学を用いれば、個々のき裂位置とき裂深さが与えられればき裂の干渉が問題とならない範囲で任意の場合に対して個々のき裂の K_I および K_{II} を求めることができ、この種のケーススタディであれば容易に無数の解析結果を得ることができる。ところが、前述のごとく本節での非軸対称問題の解析の目的は目新しい解析結果のデータベースを作成することではなく、広範囲にわたるこの種の解析結果から健全性評価等で有用となる知見を抽出することにあることを再記しておきたい。

5.4.2 異長き裂の存在が K 値に及ぼす影響

従来の研究では、き裂が複数ある場合にもそれらの深さはすべて等しい(しかも軸対称配置)として解析が行なわれてきた。ところが現実的には、き裂が複数存在すればそれらが等間隔に配置される保証はなく、また個々のき裂深さは異なる場合の方が普通であろう。そこでここでは、まずき裂配置は等間隔(軸対称)であるとして最も深いき裂の K_I に及ぼす他のき裂の個数およびそれらの深さの影響度を調べることとする。

まず最初に、肉厚比 $\gamma=1/3$ および $1/9$ なる円筒の内面に深さ a_1 および a_2 なる2個のき裂が軸対称に配置される場合を考える。図5.17は、 a_1 を固定 ($a_1/W=0.2, 0.4, 0.6, 0.8$) して a_2 のみを変化させた ($0 \leq a_2 \leq a_1$) 場合の固定側のき裂に対する K_I (以下これを $K_I(a_1, a_2)$ と書く) をプロットしたものである。つまり、同図において $a_2=0$ での K_I はき裂1個(深さ a_1) の場合の K_I (すなわち $K_I(N=1)$) に一致し、 $a_2=a_1$ での K_I が等長軸対称き裂2個(深さ a_1) の場合の K_I (すなわち $K_I(N=2)$) に一致する(図5.10参照)。同図より、肉厚比およびき裂深さ (a_1 および a_2) によらず固定側の K_I は、 a_1 よりも小さなき裂 (a_2) が存在してこれが0から a_1 まで増加するのに対応して $K_I(N=1)$ から単調増加して $K_I(N=2)$ に至る様子が読みとれる^{*22}。ここで、薄肉 ($\gamma=1/9$) の場合特にき裂が浅いところでの変化が小さいのは、図5.10に示される $N=1$ と $N=2$ の K_I の差が小さいことに対応するものである。

^{*20} もちろんこの場合には、主要なき裂についてはその幾何学的な対称性から K_{II} が発生しないことは明らかであるが、それ以外のき裂は一般に混合モード状態となっているはずである。ところが、上記の論文では一つ⁽³⁶⁾は「これを無視して良い」ことを前提に解いており、もう一つ⁽³⁷⁾では論文中で一切このことに触れていない。

^{*21} これらの解析結果をマトリクス法破壊力学によるものと比較したところ、良好な一致が確認された。ところが、これらの研究では解析のケースが非常に限られていたため(有限要素解析であることを考えれば逆に非常に大変な作業であったかも知れないが)、結果から類推された実用式は極めて限られた部分でしか成立しないものであることもまた明らかとなった。

^{*22} なお、このとき深さ a_2 のき裂の K_I もまた同様に a_2 が0から a_1 まで増加するのに対応して0から単調増加して $K_I(N=2)$ に至る。

次に、図5.18はき裂が3個および4個の場合に対する同様な解析を行なった結果をき裂2個の場合の結果と重ねてプロットしたものである。ただし、いずれの場合にも固定側のき裂(深さ a_1) は1個で残りのき裂はすべて同じ深さ (a_2) であるとし、またこれらはいずれも等間隔に配置されているものとする。同図から、まずき裂3個の場合にはき裂2個の場合と同様 a_2 が0から a_1 まで変化する間に固定側のき裂の K_I (以下 $K_I(a_1, a_2, a_2)$ とする) は $K_I(N=1)$ から $K_I(N=3)$ (軸対称等長き裂が3個ある場合の K_I) まで単調増加する様子が読みとれる。さらに、 $\gamma=1/3, 1/9$ いずれの場合にも a_1 および a_2 によらず

$$K_I(a_1, a_2) > K_I(a_1, a_2, a_2) > K_I(a_1) \quad (5.13)$$

なる関係が成立していることがわかるが、これは図5.12に示された等長軸対称き裂に対する関係式

$$K_I(N=2) > K_I(N=3) > K_I(N=1) \quad (5.14)$$

に対応するものと考えられる。

一方、き裂が4個の場合の固定側のき裂の K_I (以下 $K_I(a_1, a_2, a_2, a_2)$ とする) の a_2 に対する変動特性はき裂2個および3個の場合とは大きく異なる様子が読みとれる。すなわち、 $K_I(a_1, a_2, a_2, a_2)$ は $a_2=0 \sim a_1$ の間に極大値を持つ形で変化する。これは必ずしも $K_I(N=1)$ と $K_I(N=4)$ の間の値をとらないものであることがわかる。このことは、従来の軸対称き裂問題に対するき裂4個の解析が現実的には何の意味も持たないことを示す重要な結果である。なぜならば、き裂個数が増加する際にこれらがすべて同じ長さであれば確かに K_I は図5.10に示されたように低下するが、上記の結果によれば個々のき裂長さが異なる場合の最大の K_I は最長のき裂長さをういて評価される $\text{Max} \{ K_I(N=1), K_I(N=4) \}$ よりも大きな値をとりうるからである。

ところが、ここでき裂3個の場合と同様に $K_I(a_1, a_2, a_2, a_2)$ をき裂2個の解 ($K_I(a_1, a_2)$) と比較した場合には、やはり γ, a_1, a_2 の組合せによらず

$$K_I(a_1, a_2) > K_I(a_1, a_2, a_2, a_2) \quad (5.15)$$

が成立することが確認できる。こうして、結局図5.18から

$$K_I(a_1, a_2) > K_I(a_1, a_2, a_2), K_I(a_1, a_2, a_2, a_2) \quad (5.16)$$

なる関係式が導かれたことになる。さらに、き裂個数を5個6個と増やして同様の解析を行なったが、固定したき裂の K_I の変動はき裂4個の場合とほぼ同様であり、また式(5.16)と同様の関係式の成立が確認された。すなわち、以上の結果から異長き裂が存在する場合にもやはり等長き裂の場合と同様き裂2個の時の K_I が最大になると結論できる。

以上の結果を総合することにより、以下のような強度評価上の重要な知見が導かれる。

- (#1) き裂個数が増加するにつれて K_I が低下するという結論は等長軸対称き裂に対してのみ成立する迷信であり、現実的には軸対称問題の解のみからは予測できない範囲にまで K_I が上昇する。すなわち、き裂が4個以上の場合に対する軸対称問題の解析結果は実際の強度評価においてはむしろ不適当であるといえ、さらに式(5.16)に示す関係式が任意の場合に対して成立することからも複数き裂 ($N \geq 3$) に対する解析は今後不要であると結論できよう。

(#2) ここでは同時に、任意の場合に対して安全側の評価となる解が $K_I(a_1, a_2)$ であることも示されたが、実機の強度評価のためにこれを整備することもまた現実的とはいえない。ところが、強度評価で問題となる浅いき裂 ($a_1/W, a_2/W \leq 0.4$) の場合、特に薄肉円筒 ($\gamma \leq 1/9$) では「最も深い(すなわち構造健全性を考える上で最もクリティカルな)き裂に対する K_I はき裂個数およびき裂深さによらず最大のき裂深さを用いて計算される $K_I(N=2)$ によって精度良くかつ安全側に評価できる」こともまた図 5.18 から読みとれる^{*23}。さらに言えば、異長き裂が存在するような現実的なき裂形態に対する最大の K_I は $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の間にあると考えて良く、またこのとき $K_I(N=2)$ の安全裕度は軸対称問題に対する解析結果(図 5.10) から想像される裕度よりも小さい(すなわち $K_I(N=2)$ の精度が良い)ものであることなども同時に図 5.18 から読みとれよう。

5.4.3 非軸対称なき裂配置が K 値に及ぼす影響

次に本項では、図 5.19 に示すように 2 個のき裂を非軸対称に配置した場合について、その肉厚比、き裂深さおよびき裂配置 (φ) が主要な(すなわち破壊が問題となる)き裂の K_I および K_{II} に及ぼす影響を調べる。 K_{II} が発生する場合に対しての定量的な解析はこれまで行われていなかったこともあり、ここでは特に K_{II} に注目して結果を分析する。

まず図 5.19 は、2 個のき裂の深さがいずれも $a/W=0.3$ である場合に対する解析結果である。同図より、まず肉厚比によらず K_I は軸対称な配置 ($\varphi=180^\circ$) の時に最大となり、 φ が小さくなる(き裂同士が近づく)につれて K_I は小さくなる様子が読み取れる。ただし、本解析ではき裂同士の応力場の干渉による有限幅補正係数の低下⁽⁶¹⁾を考慮していないため、 $\varphi=0^\circ$ 付近(図中破線)において実際の値とは多少異なるものと考えられるが、「軸対称配置時の K_I が最大となり、き裂配置による K_I の差異は薄肉ほど小さい」という事実には変わりない。

一方、非軸対称な場合 ($\varphi \neq 180^\circ$) には確かに K_{II} が生じており、同時に生じている K_I との比である K_{II}/K_I は肉厚比によらず $\varphi \approx 90^\circ$ 付近で最大となり、その比は薄肉ほど小さくなるものであることがわかる。また、この場合にも K_I の時と同様有限幅補正係数の低下を考慮していないことが上記の結果に影響を及ぼさないことは明らかであろう。

次に、き裂深さとき裂位置の相乗効果を調べるべく個々の肉厚比に対してさらに詳細な解析を行なった結果を図 5.20 および図 5.21 に示す。まず、図 5.20 は K_I の低下に及ぼすき裂深さの影響であり、前述の場合と同様軸対称配置 ($\varphi=180^\circ$) の時に K_I が最大となり、 $\gamma=1/3$, $a/W=0.9$ の場合を除いてき裂が深くなるにつれてき裂配置による K_I の変動が大きくなる様子が読みとれる。なお、き裂が深いところでの大小関係の変化は図 5.12(a) に示した $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の比の変化 ($a/W \approx 0.8$ に極小

^{*23} このとき、逆に $K_I(N=1)$ なる解を用いても十分な精度で最大の K_I を見積もることができるとも言えるが、例えば Paris 則 ($da/dN = C(\Delta K)^m$) から算出される疲労寿命を考えた時、 K 値の 5% および 10% の過小評価が寿命ではそれぞれ 19% および 34% ($m=4$ の場合) の過小評価につながることも、強度評価においては精度が良いことだけでなく安全側の解を用いることもまた重要であることが理解できよう。

値を持つこと)に対応しているが、本節の趣旨からはあまり興味深い現象ではあるまい。一方、図 5.21 は K_{II}/K_I に及ぼすき裂深さの影響である。これより、 K_{II}/K_I はやはりき裂深さによらず $\varphi \approx 90^\circ$ 付近で最大値をとるような形で変化し、厚肉円筒ほどまたき裂が深くなるほど K_{II}/K_I が大きくなることわかる。

外面き裂に対しても同様の解析を行なったところ、 $K_I/K_I(\varphi=180^\circ)$ および K_{II}/K_I の変動特性は内面き裂の場合と同様であり、その変動の程度が内面き裂よりも多少小さいものであることが確認された。また、2 つのき裂の長さが異なる場合に対しても同様の解析を行なったが、その深い方のき裂に対する $K_I/K_I(\varphi=180^\circ)$ および K_{II}/K_I の変動特性はやはり図 5.20 および図 5.21 と同様であり、その程度はき裂長さが等しい場合が最も大きく浅い方のき裂が小さくなるほどこれが小さくなることが確認された。さらに、き裂が 3 個以上の場合についてもいくつか解析を行ない K_{II}/K_I はき裂が深い時に大きくなることが確認されたが、最も深いき裂の K_{II}/K_I に関しては図 5.21 に示されたものを越えるものはなかった。

以上のことから、き裂個数とそれぞれの位置および深さが任意の場合に対して、その中での最も深いき裂に対して次のことがいえる。

- (#1) 前項の結果と合わせれば、非軸対称な場合においても生じる K_I は $K_I(N=2)$ 以下である。
- (#2) K_{II}/K_I は肉厚比とき裂深さの最大値を用いて図 5.21 から読みとれる程度あるいはそれ以下である。このとき、 $K_{II}/K_I=0.2, 0.05$ を式 (5.12) に代入すればそれぞれ見かけ上の K_{IC} が 2% および 0.1% 低下するに過ぎないことが確認できることから、その不安定破壊さらには疲労破壊の評価においては K_{II} を無視してモード I の規準 ($K_I \geq K_{IC}$, $da/dN = C(\Delta K)^m$) を用いて良いと結論できる。

なお、個々のき裂深さが異なる場合の浅い方のき裂においては K_{II}/K_I が図 5.21 に示されるものよりもはるかに大きくなる場合もあるが^{*24}、このときエネルギー解放率に相当する式 (5.12) 第 1 式左辺 ($=K_I^2 + K_{II}^2$) で比較すれば常に最も深いき裂においてこれが最大となることも確認された。すなわち、不安定破壊はやはり最も深いき裂で起こると考えて良く、上記 (#1), (#2) がそのまま構造物の強度特性であると結論できる。ところで、マトリクス法破壊力学を用いれば任意に配置された複数の短いき裂が疲労によってそれぞれ成長し最終的に一つの大きなき裂から破壊する様子が容易にシミュレートできるが^{*25}、その場合の浅いき裂の疲労による進展量および進展方向には注意を要することになる。

^{*24} このような状況は、浅いき裂が深いき裂にかなり近付いた時に生じる。

^{*25} 試算によれば、一度他のものよりも大きくなったき裂はそのまま加速的に成長するようになり、またその最も大きなき裂の近くのものから順にき裂の成長は止まって閉じてしまい、180 度離れた所のき裂のみ同時に成長を続けることが明らかとなった(未発表)。また別の計算によれば、内面き裂が一個の場合に円筒表面で最も応力が大きくなるのは向かい側の内側表面であることも明らかとなっているが、このことは上記の現象を良く説明している。これらのことから、現実的にも図 5.17 に示したき裂形態をとることが十分に考えられるのである。

5.4.4 結果の整理と考察

これまでの圧力容器等の健全性評価は基本的に内面き裂が1個の場合に対して行なわれており、注目しているき裂(すなわち非破壊検査等の結果から想定される最も深いき裂)の K_I および K_{II} に及ぼす他のき裂の存在の影響が不問に伏されていた。また、基本的なケースに対しては複数き裂の解析も行なわれてはいるもののこれらのき裂形状は非現実的なものであり(本章5.2節参照)、やはり現実的な状態に対する上記(特に混合モード状態)の検時は全く行なわれていないというのが現状である。本節で行なった広範囲にわたる非軸対称問題に対する解析は、このような現状に対して具体的な答を出すことを目的として行なわれたものである。

本節では、非軸対称な軸方向き裂問題として異長き裂が存在する場合およびき裂配置が非軸対称となる場合について解析を行なった。また、解析の結果は健全性評価等に必要な知見として示すべく、すべて「主要なき裂(最も深いき裂)の K_I および K_{II} に及ぼす他のき裂の個数およびそれぞれの深さや位置の影響」という形で整理した。個々の解析結果に対する考察は随時行なったが、それらを総合しさらに前節の結果と合わせて次のことがいえる。

- (1) 軸対称き裂問題に対しては多くの解析が行なわれており(5.2.2項参照)、その興味のある中心はき裂個数の増加に伴う K_I の低下であった。そして実際、軸対称問題では特に厚肉円筒においてき裂個数の増加に伴って K_I は大きく低下する(図5.10～図5.13)。ところが、ここでの異長き裂が存在する場合に対する解析からはこれら従来の研究をすべて否定する極めて重要な結果が導かれた。すなわち、図5.18に示されるように「き裂個数の増加に伴って K_I が低下するのはき裂深さがほぼ等しい時にのみ見られる現象」であり、「破壊が問題となる最も深いき裂の K_I は現実的な状況下ではほぼ $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の間に分布する^{*26)}」のである。
- (2) 非破壊検査の効率と破壊力学の実機への適用を考えた場合には、非破壊検査から得られた最大のき裂深さ(a_{max})のみから構造物の破壊強度(すなわち与えられたき裂形態において生じる最大の K_I ; 以下これを K_I^* と書く)を算定できることが望ましい。そして5.4.2項の結果から、この K_I^* として a_{max} を用いて計算される $K_I(N=2)$ を用いればき裂個数とそれらの配置および深さによらず任意の場合に対して安全側の評価となることがわかる。また、実用上重要と考えられる薄肉円筒($\gamma \leq 1/9$)でき裂が浅い($a/W \leq 0.4$)場合には K_I^* と $K_I(N=2)$ との差は十分に小さくなることも明らかとなった。
- (3) 5.4.3項における解析により、実機における軸方向き裂の個数とそれらの配置および深さがいかなるものであれ、最も深いき裂においては K_{II}/K_I が十分に小さいものであることが明らかとなった。これによって、実機の構造健全性評価においてはモードIの破壊規準により疲労き裂進展あるいはき裂の安定不安定進展を評価できることが保証されたことになる。そしてこのときに、現実的な肉厚比およびき裂深さにおいては上述の $K_I(N=2)$ を用いることにより破壊強度の精度良い安全側の評価が可能となる。

^{*26)} このことはもっと単純に「ほぼ $K_I(N=1)$ に近い値をとる」ともいえるであろうが、脚注23および25に示した理由から構造健全性を考えるうえでは最も安全側の値である $K_I(N=2)$ でおさえておくことが重要であると考えて本文中のような表現をとっている。いずれにせよ、従来の解析から導かれる「き裂がたくさんある場合には K 値が大きく低下する」という判断は誤りなのである。

以上のことから $K_I(N=2)$ なる解がそのき裂形状が現実的であるかどうかは全く別問題にして強度評価上極めて重要な意味を持つものであることが理解できるであろう。ところで、この $K_I(N=2)$ は長さの等しい2個の軸方向き裂が軸対称に配置される場合の K_I であるが、これは4.3.2項において詳細に議論したように次の2つの大きな利点がある。すなわち、一つはこれがき裂1個の場合のものよりもはるかに容易に評価することができる点であり(式(4.65)参照)、もう一つはこの種の軸対称問題ではき裂の存在あるいは進展に伴って変化する内力がき裂を閉じる方向への曲げモーメントのみであることにより各種パラメータの影響度の考察が極めて容易に可能となる点である(具体的には4.3.2項および5.3.2項における考察を参照されたい)。本項で整理した(1)～(3)に示される実用的な重要性に加えて上記のような利点があることを考えれば、 $K_I(N=2)$ なる解を実用のために整備しておく意義は十分にあるものと考えられる。そこで、次項では健全性評価等への実用に資すべく $K_I(N=2)$ の簡易評価式の作成を試みることにする。

ところで、4.4.2項および4.4.3項でも考察したように、以上に示したことは程度の差はあれやはり非線形弾性体や三次元表面き裂に対しても同様に成立するものと考えられる。そして、これらは二次元線形弾性問題と異なって使用できる解が限られていることもあるため、具体的には「混合モード状態を考えなくて良い」ことあるいは「軸対称き裂2個の解が実用上重要である」ことなどが解の整備のうえで極めて大きな意味を持つものであることが理解できよう。次節ではこれらに対する考察も合わせて行なうことにする。

5.5 応力拡大係数の実用式の作成

応力拡大係数に関する数値解析結果のうち試験片レベル程度の簡単な形状のものに対しては、その実用のための簡易評価式が整備されており⁽⁶²⁾、離散的な解析値のみのものに対してその実用的価値ははるかに高い。軸方向き裂付き円筒に対してもこの種の簡易評価式は報告されているものの⁽⁶³⁾⁽⁶⁴⁾⁽⁵⁸⁾、これらは内面き裂が1個の場合に限られておりまたその適用範囲および評価精度に後述するような問題点が指摘できる。そこで以下では、前節に示されたように実用上重要な等長内面き裂が2個ある場合に対して広範囲の肉厚比およびき裂深さに対して適用可能な精度良い実用式を作成してその精度と適用限界を示すと同時に、4.4.3項で述べたようなマトリクス表記を利用した考察から非線形問題および三次元き裂問題に対しても同様な実用式を導いてその有効性を検討しておく。

5.5.1 実用式の例

筆者の知る限りでは、軸方向き裂付き円筒に関する K_I 値の実用式と呼べるものは内面き裂1個の(き裂表面作用圧力を考慮する)場合に対する2件のみであり、それぞれ薄肉円筒および厚肉円筒に対する他者の解析結果に対する近似曲線を求めたものである。ここでは、以下の解析の参考にするこれらの研究結果を見てみる。

まず、Zahoor⁽⁶⁴⁾は薄肉円筒に対する Kumar ら⁽⁶⁵⁾の有限要素法解析結果(3ケース)^{*27}を近似する次のような関数形を求めている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I}{p_i \sqrt{\pi a}} &= \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \cdot F(\gamma, \xi) \\ F(\gamma, \xi) &= 1.1 + A (4.951\xi^2 + 1.092\xi^4) \\ A &= [0.125(r_i/W) - 0.25]^{0.25} \quad (5 \leq r_i/W \leq 10) \\ A &= [0.2(r_i/W) - 1.0]^{0.25} \quad (10 \leq r_i/W \leq 20) \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

ここで、 p_i , r_o , r_i , $\xi (=a/W)$, $\gamma (=W/2r_m)$, W はそれぞれ内圧、内外径、無次元き裂深さ、円筒の肉厚比および円筒の肉厚である。また、 $r_i/W = (1-\gamma)/2\gamma$ であるから、 $r_i/W = 5, 10, 20$ はそれぞれ $\gamma = 1/11, 1/21, 1/41$ に相当する。文献⁽⁶⁴⁾中では上式の評価精度が、肉厚比 $5 \leq r_i/W \leq 20$ および $0.1 \leq \xi \leq 0.75$ において誤差3%以内であるとしている。ところが、式(5.17)はそもそも3ケースの肉厚比に対する計算結果をもとに作成されたものであることを考えれば、本式がその間の任意の肉厚比に対しても成立すると考えることには疑問がある。また、5.3.1項および図5.5に示されたように Kumar のデータ⁽¹⁰⁾にはそもそも誤りがあるため実際の K_I に対する上式の評価精度は特にき裂が深い所で Zahoor らの主張するものよりもはるかに低下するものと考えられる。

一方、Kendall⁽⁵⁸⁾は厚肉円筒に対する Bowie-Freese⁽⁷⁾の解析結果(5ケース)^{*28}を近似する関数形として次式を求めている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I}{p_i \sqrt{\pi a}} &= \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \cdot F(\gamma, \xi) \\ F(\gamma, \xi) &= 1.12 \cdot \left[1 + 3.9\xi^{1.8} \right] \left(\frac{r_o}{r_i} \right)^{-2\xi} \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

*27 これは文献⁽¹⁰⁾に示されるものと同一のデータである(図5.5参照)。

*28 $r_o/r_i = 6/4, 7/4, 8/4, 9/4, 10/4$ である(図5.4参照)。

上式の評価精度は、肉厚比 $6/4 \leq r_o/r_i \leq 10/4$ ($1/5 \leq \gamma \leq 3/7$) および $0.1 \leq \xi \leq 0.5$ において誤差約1%以内であるとされている。本式は5ケースの肉厚比に対して誤差が検証されており、また極めて簡便である点で有用であると考えられるが、残念ながら薄肉円筒への解の外挿はあまり精度が期待できない。

5.5.2 実用式の作成

前節で示したとおり、構造成健全性評価等においては内面等長き裂2個の場合に対する K_I のデータが最も重要である。前項においては、内面き裂1個の場合の K_I に対する既存の実用式を紹介したが、内面等長き裂2個の場合に対するこの種の研究はない。以下では、この種の実用式の実機適用に際しての現実的考察に基づいてまず内面等長き裂2個の場合の実用式を導き、これがき裂1個の場合の状態をもフォローできる簡便かつ有用なものであることを示しておく。

漸近特性に基づく試案(1) まず、解析結果は次のような無次元関数 $F(\gamma, \xi)$ によって整理することにする。

$$\frac{K_I}{p_i \sqrt{\pi a}} = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \cdot F(\gamma, \xi) \quad (5.19)$$

この表記は式(5.17)および式(5.18)でも採用されており、また本章においても肉厚比(γ)をパラメータとして変化させる場合にはこの無次元化を行ってきた(図5.4~図5.6および図5.14参照)。すなわち、このとき $F(\gamma, \xi)$ には式(5.6)でも説明したように

「 γ によらず $\xi \rightarrow 0$ において $F(\gamma, \xi) \rightarrow \beta (=1.1215; \text{外側き裂の補正係数})$ となり、また $\xi \rightarrow 1$ の近傍においては $(1-\xi)^{-\frac{3}{2}}$ なる特異性を有する(正確にはこの特異性は $\xi \rightarrow 1$ において消失することになる(4.3.3項参照))。」

という漸近特性があり、この点に着目することにより簡易評価式の形が簡単になることが期待できる。そこで、次式のような関数形を考えてみた(式(3.37)参照)。

$$F(\gamma, \xi) = \frac{\beta}{\sqrt{(1-\xi)^3}} \{ 1 - \xi H_0(\gamma, \xi) \} \quad (5.20)$$

ここで、 H_0 は γ と ξ の無次元関数である。ところが、式(3.38)と同様な変形を行なって H_0 を計算し図3.3と同様にグラフ表示したところ、これが変曲点をもつかなり複雑なものとなりその評価式の作成が非常に困難であることが明らかとなった。

漸近特性に基づく試案(2) そこで、次に式(5.11)で示した次の漸近特性を利用することを考える。

「薄肉の極限($\gamma \rightarrow 0$)においては、 ξ によらず $F(\gamma, \xi) \rightarrow f_P(\xi)$ となる。」

ここで、 $f_P(\xi)$ はき裂の全長($0 \leq \xi \leq 1$)にわたって精度が良いことで知られる片側き裂材の引張りに対する有限幅補正係数である(式(3.12)参照)。まず、 $F(\gamma, \xi)$ と $f_P(\xi)$ の比を意味する次式のような無次元応力拡大係数を調べたところ図5.22(b)に示されるようになった(参考のため図5.22(a)にはき裂が1個の場合に対する無次元応力拡大係数を同時に示してある)。

$$\frac{K_I}{p_i \sqrt{\pi a} f_P} = \frac{F(\gamma, \xi)}{f_P(\xi)} \quad (5.21)$$

同図より、式(5.21)に示される無次元応力拡大係数は ξ および γ の単調増加関数となり、その関数形は比較的容易に求まることが期待できるであろう。ところで、これは円筒の軸方向き裂の破壊に支配的となる引張り応力成分による K_I の特性である $f_P(\xi)$ をそのまま用いたことになっている。また、図5.22においては図5.14に対応してき裂が深いほどまた円筒が厚肉になるほど $K_I/(\sigma_c\sqrt{\pi a}f_P)$ が小さくなっていることがわかるが、これは4.3.2項の(3)あるいは5.3.2項の(5)で考察したき裂の存在による等価な曲げモーメント成分(M)の低下によるものである。

構造健全性に必要なものとは さてここで、再び構造健全性評価におけるこの種の解析の意義を考えてみたい。すなわち、まず現実問題となるき裂の深さはたかだか $a/W \leq 1/4$ 程度であろうし、またその形状は三次元的なものとなっているであろう。ところが、このような現実的き裂形状に対する詳細解析のみでは真の構造物の破壊強度特性は把握し得ないというのが本章の主旨であり、その具体的解決策を示すことが本論文の目的であった。例えば、その最たるものとして中性子照射脆化をあげるまでもなく圧力容器の内面は材料の劣化が激しく、また軸方向の溶接線にそって直列に成長した表面き裂が合体して二次元き裂に近い状態となることはむしろ現実的ともいえるであろう。また、き裂が肉厚の半分以上にまで成長した状態における解析結果は特にLBBあるいはクラックアレストの問題に対する重要な知見を与えるものである(詳細は次章などを参照されたい)。すなわち、本論文において示されるき裂全長に対する解析結果は、考えられるすべての領域に対する解を示すことによって現在ある短いき裂がその構造物のカストロフィックな破壊の要因となるかどうかの判断において不可欠な情報を与えるものであって、その判断基準となる知見こそが本論文という構造物の破壊強度特性でないのである。

さてこのような立場に立つとき、実用式として整備すべき領域は $a/W \leq 1/4$ 程度で良いことに気付くであろう。そして、この領域を越えた所での現象は前節までに示してきたような破壊強度特性として認識することで足りることが理解できるであろう。

実用式とその有用性 そして再び図5.22を見てみると、内圧円筒の内面に等長軸対称き裂が2個ある場合の K_I の簡易評価式として

$$\frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} = \frac{2p_i r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} f_P(\xi) \quad (5.22)$$

を用いた場合の評価誤差(すなわち安全裕度)が、 $a/W \leq 0.2$ および $a/W \leq 0.3$ においてそれぞれ $\gamma \leq 1/9$ では6%および9%、 $\gamma \leq 1/18$ では3%および5%以内であることが読みとれる。すなわち、上記あるいは図5.22(b)に示される評価誤差を正しく認識すれば、式(5.22)によってこの場合の K_I が精度良くしかも安全側に評価できることとなる。

また、図5.22(a)を見れば、式(5.22)がき裂1個の場合に対してもほぼ同様の精度で K_I が評価できることも読みとれるであろう。すなわちこれは、前節でも定量的に示したようにこの領域では $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の差が小さくなることに対応しているわけであるが、さらにここで前節で明らかにされた「破壊が問題となるき裂の K_I は $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の間に分布することおよび「この場合の破壊基準に K_{II} を考慮する必要がない」ことを合わせて考えれば、式(5.22)を用いることによって内圧円筒の脆性破壊および疲労き裂進展量が極めて簡便かつ精度良くまた安全側に評価できることになり、実用上極めて有用であるといえるであろう。

5.5.3 三次元表面き裂および非線形弾性体への拡張

ところで、式(4.67)にも示したように式(5.22)に示される「 $2p_i r_o^2/(r_o^2 - r_i^2)$ 」は P による引張り応力、 M による曲げ応力および自己平衡力(σ_L)の円筒内面におけるそれぞれの値の和をとったものにさらにき裂表面作用圧力(p_s)を加算した値である。よって、このうち曲げ応力と自己平衡力は円筒内面から円筒の内部に向かうにつれて低下するものであることを考えれば、式(5.22)が必ず安全側の値となり、またその安全裕度は厚肉円筒ほど大きくなるものであることが理解できるであろう。

すなわち、式(5.22)に示したような簡易評価式は三次元表面き裂や非線形弾性体に対しても全く同様に成立するものと考えられる。そこで本項では、式(5.22)と同様に内圧円筒の軸方向半楕円表面き裂に対する K_I およびRamberg-Osgood型の材料からなる二次元軸方向き裂付き内圧円筒に対する J 積分値の簡易評価式を導き、その精度および実用性などを検討しておく。

三次元表面き裂への拡張 内圧円筒内面軸方向の半楕円表面き裂に対する最深点の K_I は、例えば石田ら⁽⁶⁶⁾による半楕円表面き裂付き平板に対する解を用いて次式のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} &= \frac{2p_i r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} f_P^S(\xi, \mu) \\ f_P^S(\xi, \mu) &= 1.1362 - 0.3927\mu - 0.3454\mu^2 + 0.2623\mu^3 \\ &\quad + \xi(-0.2179 + 0.2354\mu + 0.3773\mu^2 - 0.4189\mu^3) \\ &\quad + \xi^2(5.0486 - 16.7939\mu + 19.9861\mu^2 - 8.0212\mu^3) \\ &\quad + \xi^3(-2.6383 + 8.6007\mu - 9.6332\mu^2 + 3.5118\mu^3) \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

ここで、 $\mu(a/c)$ はアスペクト比であり、 a がき裂深さを、 $2c$ が軸方向のき裂長さを表している*29。なお、同式において $\mu=0$ とすれば式(5.22)と本質的に同じものとなるはずであるが、文献⁽⁶⁶⁾によれば $f_P^S(\xi, \mu)$ は $\xi \leq 0.5$ 、 $0.125 \leq \mu \leq 1.0$ において誤差0.5%以内とされており、二次元き裂をも含めた統一の議論は現状では無理である*30。

非線形弾性体への拡張 一方、式(3.44)に示されるRamberg-Osgood型の構成式を持つ非線形弾性体からなる内圧円筒の軸方向二次元き裂に対する J 積分値は、単純に考えれば式(5.22)および式(3.86)

*29 ところで、陳ら⁽⁴⁹⁾もその内圧円筒の内面に半楕円表面き裂がある場合の解析を行なって、その解析結果を石田らの解を用いて整理しようとしている。すなわち、そこではき裂がない場合の応力分布を引張りりと曲げの2成分に分けて、石田らによる引張りりと曲げを受ける平板の半楕円表面き裂に対する解を利用しているが、そこでの引張りりと曲げの定義の方法には多少問題があると考えられる。なお、さらに同文献では図5.22(a)に示したものに相当する K_I の低下分を「円筒の曲率の影響」と呼んで

$$\frac{K_I^{SHELL}}{K_I^{PLATE}} = 1 - H(\gamma, \mu, \xi)$$

なる形で整理し、 H の関数形を求めている。本項における主張は上式の H が三次元表面き裂においては1に比べて十分に小さくなることに着目したものであるといえ、特に薄肉円筒でき裂が浅い場合には式(5.23)によって十分に精度良い評価が可能となることが期待できよう。

*30 なお、引張りりと曲げを受ける半楕円表面き裂付き平板に対する K_I の精度等に関する比較検討は、文献⁽⁶⁷⁾のp.252~257に詳細な記述があるので参照されたい。

第1式から次式のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} J &= J^e + J^p \\ J^e &= \frac{\pi \sigma_0^2 W}{E'} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^2 \xi f_p^2(\xi) \\ J^p &= \frac{\alpha \sigma_0^2 W}{E} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^{n+1} \xi (1-\xi) h_p^J(n, \xi) \\ \sigma_c &= \frac{2p_i r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

ここで、上式はき裂表面作用圧力 (p_s) の効果を考慮した形となっているが、3.3.1項でも検討したように J 積分の非線形弾性成分 (J^p) に及ぼす p_s の効果が明らかとなっていない以上上式が安全側の値となる保証はない。これは、現段階では有限要素法によって検証していくほか手がないが^{*31}、これは本論文3.4節にも記したような「せん断力が作用する場合の全面塑性解の妥当性の検討」「複合荷重作用下における全面塑性解の荷重履歴依存性の検討」などとともに今後の課題としたい。

なお、 p_s を考慮しない場合には式 (5.24) における σ_c を式 (4.68) に示したように変更すれば良い^{*32}。

マトリクス表記に基づく考察 ところで、図5.22に示される K_I の低下は本項の冒頭に述べたような応力分布の単純化の他に「き裂の存在による内力 ($N=2$ の場合には M のみ) の低下 (式 (4.63) ~ 式 (4.65) 参照)」の影響が重畳したものである。すなわち、このき裂を閉じる方向への M の低下量は式 (4.94) で示したようにき裂部材の角変位の大きさによって決まるものであることを考えれば、図5.22(b) に示される安全裕度は三次元表面き裂に対する式 (5.23) ではこれよりもはるかに小さくなり、逆に非線形弾性体に対する式 (5.24) ではこれよりも大きくなると考えられる。

すなわち、三次元表面き裂に対しては式 (5.23) が十分実用に耐え得るものであるといえ、これを用いて脆性破壊の議論が可能となるといえる。また、三次元表面き裂の疲労き裂進展問題では最深点以外の K 値も必要となるが、この場合には Raju-Newman⁽⁶⁸⁾ の解を用いて全く同様な実用式が作成できることになる。ただし、この場合には深いき裂に対する精度の問題もあるものの、き裂が1個の場合と2個の場合の疲労寿命あるいはき裂の前縁方向の進展の形状の比較などが興味深いところであろう。一方、非線形弾性体に対する実用式についてはいずれにせよ「複合荷重作用下における片側き裂材の全面塑性解の精度の検討」と合わせて特に「等長軸対称内面き裂2個の場合の J 積分値の評価」および「その内面き裂1個の場合の J 積分値との比較検討」という作業が必要であるといえる。

このように、簡易解析手法の限界を越えた領域のものに対しても、今後の研究の方向 (ここでは有限要素法による詳細解析の対象) を明らかにできるわけである。もちろんこのことが、本論文第4章4.3節で述べたマトリクス法に基づく総合時論の利点の一例であることは言うまでもない。

^{*31} Kumarら⁽¹⁰⁾ は p_s の影響を考慮した軸方向き裂付き円筒の J 積分解析を行なっているが、前述のとおりその $n=1$ の場合 (線形弾性体) に対する解析結果が思わしくない。その原因はメッシュ分割あるいは境界条件の入力ミスによるものと考えられるため、非線形領域における解も式 (5.24) と比較してその妥当性の検証を行なうには解の信頼性に問題があると考えられる。

^{*32} 実は、3.3.1項に示したように式 (5.24) における非線形弾性成分に対しては自己平衡力は影響しないため、ここでの σ_c はさらに小さいものとなる。

5.6 回転円筒の非線形破壊力学解析

本節においては、軸方向き裂を有する回転円筒に対して前章4.4節で導いた関係式を適用し、その J 積分値を求めると同時に実際の破壊靱性値との比較によるき裂の安定不安定進展評価を行なう。

ところで、線形弾性体に対する本手法の精度は本章5.3.1項で明らかにしたとおり実用上重要な薄肉円筒に対しては極めて良く、またかなりの厚肉円筒に対しても十分な精度が期待できる。そして、これらが式 (4.86) において $[\lambda_p^*] = [0]$ としたもので導かれるものであることを考えれば、もしき裂部材の非線形量が正確であるならば Ramberg-Osgood 型の構成式のものに対する軸方向き裂付き円筒の J 積分値もまた同程度の精度で評価できるであろう。ところが、3.3.1項にも示したように複合荷重作用下におけるき裂部材の非線形量はその評価精度の統一見解が未だ得られておらず、もちろん線形弾性体に対して行なったような実験レベルでの体系的な比較検討は現状では不可能である。すなわちここで行なう解析は、筆者らの参加した回転円筒の非線形破壊力学解析に関する国際ラウンドロビン解析⁽⁶⁹⁾の結果を利用し、マトリクス法破壊力学の非線形弾性領域における評価精度に関する定性的知見を得るためのものである。

5.6.1 回転円筒の J 積分値と安定・不安定破壊評価

ここで解析する回転円筒は、次章で取扱う加圧熱衝撃事象に対する原子炉圧力容器の構造健全性評価のための実証試験用の試験体として英国原子力公社 (UKAEA) リズレー研究所において考案されているものであり、その J 積分値の解析が国際ラウンドロビン解析⁽⁶⁹⁾⁽⁷⁰⁾ における評価対象となったものである。

(1) 解析条件 本試験体は平均半径 $r_m (=0.6[m])$ 、肉厚 $W (=0.2[m])$ (すなわち $\gamma=1/6$) なる軸方向き裂 (1個) 付き円筒であり、材料特性としては压力容器鋼 A508 Cl.3 (290度) に対するものとして以下のものが与えられている。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} &= \frac{\sigma}{\sigma_0} + 0.712 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{11.5} \\ J_{IC} &= 0.135 \quad [MN/m] \\ J_R &= 0.208 (\Delta a)^{0.329} \quad [MN/m] \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

ここで、 $\sigma_0 (=540[MPa])$ および $\epsilon_0 (= \sigma_0/E)$ はそれぞれ降伏応力および降伏ひずみであり、 $E (=193000[MPa])$ は縦弾性係数、 Δa はき裂進展量 ($[mm]$) である。

また、本問題における荷重は回転による遠心力であるが、マトリクス法破壊力学の解析に必要なのはき裂がない場合の円筒断面に生じる応力であり、これは式 (4.42) 第2式に示されるとおりである。ただし、同式における ρ および ν はそれぞれ密度およびポアソン比であり、ここでは $\rho=7757[kg/m^3]$ 、 $\nu=0.275$ と与えられている。なお、 ω は角速度であるが、以下では $N[rpm]$ ($\omega=2\pi N/60$) を用いることとする^{*33}。

^{*33} 前項まででき裂個数をあらわすものとして N を用いてきたが、ここでは回転数を表している点に注意されたい。ただし、ここでの N には必ず単位 $[rpm]$ を付してありまた本項の解析はき裂が1個の場合のみに対するものであることから混乱はなからう。

(2) J 積分値の解析結果と安定・不安定破壊評価 上記の諸量のうち変化するのはき裂長さ a と回転数 N のみであるから、ここでは回転数 (N) を1800~2500[rpm]の範囲で変化させた場合の J 積分値の解析結果をこれまでと同様無次元き裂長さ a_0/W に対して連続的に表示したものを図5.23に示す。また、同図上には式(5.25)第3式に示される J_R 曲線(初期き裂長さ比 $a_0/W=0.582$)を同時に示してあるが、この両者の位置関係からき裂の安定あるいは不安定進展が評価できることになる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dJ}{da} &< \frac{dJ_R}{da} & [\text{き裂進展は安定}] \\ \frac{dJ}{da} &\geq \frac{dJ_R}{da} & [\text{き裂進展は不安定}] \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

であり、同図から $N=2000$ [rpm]において $J=J_{IC}$ となつてき裂進展が開始し、その後回転数の増加と共に安定なき裂進展をするが、 $N=2455$ [rpm]に至った所で $dJ/da \geq dJ_R/da$ となつてき裂が不安定進展することが予測できる。

一方、図5.24は図5.23に示した考え方に基づいて本ケースに対する回転数とき裂の安定進展量の関係を読みとった結果を示したものであり、図中黒丸は不安定破壊点すなわち本ケースに対するクリティカルな回転数および安定き裂進展量の限界値を示すものである。

(3) 結果の分析 さて、図5.24には前述の国際ラウンドロビン解析結果⁽⁶⁹⁾における他者の解析結果(そのほとんどが有限要素法によるものである)も同時に示してあるが、まず同図から本手法による不安定破壊までのき裂進展量の予測($\Delta a_{stable} \approx 12$ [mm])が他者の予測結果と良く一致していることが読み取れる。この Δa_{stable} は、図5.23からもわかるとおり回転数一定の曲線の傾き(すなわち dJ/da)に大きく影響されるものであるから、本手法によって評価される J 積分値はそのき裂長さに対する変動特性が優れていると考えられる。そして、き裂が安定進展を始めた後ではき裂部材の諸量における非線形弾性成分の割合はかなり大きなものとなっていることをあわせて考えると、表3.1に示したコンプリメンタリエネルギーの全面塑性解の値および係数の補間方法(式(3.89))が妥当なものであると結論できる。

一方、同じき裂進展量に達する回転数は、本手法の結果が他者の結果に比べて全体にわずか($\Delta a > 4$ [mm]で3%以内)ではあるが大きくなっていることが図5.24から読み取れる。ところが、ここでの荷重は回転数の二乗に比例することから、この差は極めて小さいものといえる。そもそもこの種の非線形領域における有限要素解析としては、図5.24に見られる解析者間の一致は例外的に良いものであるといえよう。さらに、本解析対象が $\gamma=1/6$ という厚肉の压力容器であることに加えて、材料の非線形性が強い($n=11.4$) ことなどを考慮すれば、一般の多くの压力容器($\gamma < 1/6$, $n < 11.4$)の場合には、本手法によってやはり実用上十分な精度で J 積分値が評価できると結論できる。

ところで、ここで前章4.2.3項にも述べたようにマトリクス法破壊力学では円筒壁の非線形弾性変形が小さいとしてこれを無視した解析を行なっているため、各解析においてこの仮定の妥当性をチェックする必要がある。すなわち、本解析時に円筒壁に作用する応力はき裂断面における円筒の外側で最大となり、この値は後述するとおり不安定破壊点で $0.65\sigma_0$ 程度である。そして、この点における円筒体とき裂部材のひずみは式(5.25)第1式からそれぞれ $0.65\epsilon_0$, $0.655\epsilon_0$ と計算されるので、き裂材と円筒体の構成式の差異によるひずみの誤差は解析の全範囲でたかだか1%であるといえる。この誤差自体はこの種の解析において問題とならないほど小さいものであり、また円筒の変形を小さめに評価することは内力の低下を過小評価する(すなわち内力を大きく評価する)ことにつながるのだから破壊力学パラメータは安全側の値となることも付記しておく。

5.6.2 破壊力学パラメータとしての J 積分の有効性

一方、この種の解析が破壊力学解析として有効であるかすなわち解析時の J 積分が破壊力学パラメータとして有効であるかについては上記の議論とは別問題であり、非線形破壊力学解析においてこのことをチェックすることは破壊靱性試験時に有効な平面ひずみ破壊靱性を得るための試験片寸法をチェックすることと同様必要不可欠な作業である(2.5節参照)。ところが、本節でとりあげた国際ラウンドロビン解析の各参加者をはじめとして、この種の検討が明記された解析的研究を未だ目にしたことがない。本項では、まずマトリクス法破壊力学を用いて本問題を定量的に検討する手順を示すことに重点をおき、上述のごとき現状に対する考察は次項で行なうこととする。

本論文2.5節で詳細に検討したように、き裂進展解析時の J 積分の有効条件はき裂進展に伴う除荷域およびその周辺の非比例荷重域の大きさがHRR場(正確にはHRR解によって精度良く近似できる応力・ひずみ場)よりも小さい条件として一般に次式で与えられる。

$$R_{HRR} > \text{Max} \left\{ \Delta a, J_R / \left(\frac{dJ_R}{da} \right) \right\} \quad (5.27)$$

上式の右辺第2項は材料特性としての非比例荷重域の大きさを表すおおよその値とされており、本解析では式(5.25)第3式から約 $3\Delta a$ と計算される。一方 R_{HRR} の大きさは荷重様式($\lambda = -\frac{M}{P_W}$)と硬化指数(n)に依存し、特に前者の影響が大きいことが知られている。

そこで以下では、本解析においてき裂断面に作用するき裂を開く方向の軸力($\bar{P} = \frac{P}{\sigma_0 W}$)と曲げモーメント($\bar{M} = -\frac{6M}{\sigma_0 W^2}$)を調べ、前項に示した解析の範囲で J 積分の有効性に関する検討を試みる。

まず図5.25(a)は、回転数 (N) およびき裂長さ比($\xi = a/W$)の変化が \bar{P} および \bar{M} の変化に及ぼす影響を調べたものである。図中の○印はき裂がない場合の N の変化による \bar{P} および \bar{M} の変化であり、その比($\bar{M}/\bar{P} = 6\lambda$)は式(4.43)から計算されるとおり N の大きさによらず一定値($=0.225$)となっている。これに対し、△印は ξ を0.58に固定して N を変化させた場合、◇印は N を固定して ξ を変化させた場合のものであり、これらより

- (1) き裂が存在する場合の軸力の低下が極めて小さいのに対し、曲げモーメントは大きく低下してき裂を開く方向($\bar{M} < 0$)に作用する。
- (2) \bar{M}/\bar{P} はき裂が深くなるほど小さくなる。
- (3) N の変化による \bar{M}/\bar{P} の変化は小さい。

などが読み取れる。

さらに図5.25(b)は本解析時の軸力と曲げの変化を示したものであり、初期状態($\xi=0.582$, $N=0$)に $\bar{M}/\bar{P}=-0.65$ であったものが、き裂進展の顕著な $N=2300$ [rpm]あたりからその変化が大きくなり、不安定破壊点($\xi=0.645$, $N=2455$ [rpm])までに $\bar{M}/\bar{P}=-1.08$ まで変化することが読み取れる。

³⁴ 本ケース(内面き裂)では、 M がき裂を開く方向を正として定義されるので λ の表記に負号がついている。なお、以下で用いるShih⁽⁷¹⁾の原論文では、もちろん $\lambda = \frac{M}{P_W}$ となっている。

表 5.1 本解析における R_{HRR} の大きさ

ξ	\bar{M}/\bar{P}	e/b	R_{HRR}/b (90%)	R_{HRR}/b (85%)	R_{HRR}/b (80%)
0.582	-0.65	0.372	0.02	0.05	0.13
0.645	-1.08	0.335	0.01	0.04	0.13

次に、Shih⁽⁷¹⁾ によって計算された R_{HRR} の値を用いると、本解析時の R_{HRR} の大きさ (すなわち HRR 解によって 90%, 85%, 80% 以上の精度で近似できる応力・ひずみ場の大きさ) は表 5.1 のようになる^{*35}。ここで、 e はリガメントの回転中心と FEM 解析に用いられた集中荷重点までの距離 (すなわち回転中心軸で定義される曲げと軸力の比を表すもの) であり、 \bar{M}/\bar{P} および λ との関係は次式で表される。

$$\frac{e}{b} = \frac{\bar{M}/6\bar{P} + 0.5}{1 - \xi} - 0.556 = \frac{\lambda + 0.5}{1 - \xi} - 0.556 \quad (5.28)$$

ただし、 b はリガメント長さ (= $W - a$) である。

表 5.1 より、まず本解析中は \bar{M}/\bar{P} の変化にもかかわらず e/b がほぼ一定値となる、つまり回転中心で定義される軸力と曲げの比には変化が少ないことがわかる。また、 R_{HRR} の大きさは HRR 解の近似精度のとり方に敏感であり、式 (5.27) とあわせると本解析の有効範囲は、

$$\Delta a < \begin{cases} 0.28 \text{ mm} & (90\%) \\ 1.1 \text{ mm} & (85\%) \\ 3.5 \text{ mm} & (80\%) \end{cases} \quad (5.29)$$

と大きく変わることがわかる。なお、式 (5.29) には図 5.24 に示される不安定破壊点までを含むものがないが、実用的によく用いられる曲げ支配型の判定基準である式 (2.105) (これは、近似精度を 70% 弱にとった $R_{HRR} = 0.4b$ の場合に相当するものと考えられる) によれば、本解析はほぼ全範囲で有効であるという結果になる。このように、き裂進展解析時の J 積分の有効条件は解析の合否に敏感に影響するにもかかわらずいまだあいまいな点が残されており、さらに非比例荷重域の大きさを表すとされる $3\Delta a$ にもかなりの誤差が含まれると考えられ、今後の研究が期待されるものである。

5.6.3 結果の整理と考察

本節では、4.4 節に示した Ramberg-Osgood 型に対するマトリクス法破壊力学の評価精度を検討すべく回転円筒の延性破壊強度評価を行い、筆者らの参加した国際ラウンドロビン解析結果との比較を行った。その結果、本簡易解析手法によって詳細な FEM 解析と同等の結果が得られるばかりでなく、解析過程の検討から重要な破壊力学の考察が可能となることなどの本手法の有用性が示された。以下項目別に本節での主要な結果を整理し、考察を加える。

*35 ここでは、解析のケースが限られていることもあって % を用いたやや細かな議論を試みているが、これは「その判定規程 [%] のとり方で結果が大きく変わることを示すためのものであって、関連する基礎研究の重要性の示唆を意図したものである。もちろん工学的には、本論文 6.3.4 項で行なうような大まかな判定の方が有用であることは言うまでもない。

マトリクス法破壊力学の精度 マトリクス法破壊力学の精度については再三述べてきたようにコンプリメンタリエネルギーの全面塑性解の精度の検討から始まる体系的な調査・検討が必要ではあると考えているが (3.4 節参照)、少なくとも本ケースに対しては本簡易解析手法による J 積分値が後述する特殊な経路独立積分の計算ルーチンを装備した有限要素解析結果とかなり広いき裂長に対して良好に一致しており、本手法による精度がこの種の非線形破壊力学解析の評価精度のパラッキの範囲に入っていることが確認されたわけである。また、ここでは 4.3.2 項で述べた円筒壁の非線形変形を無視することの妥当性も同時に確認されたわけであるが、これを 5.3.3 項に示した線形弾性範囲での本手法の精度と合わせて考えれば、上記の結果からコンプリメンタリエネルギーの全面塑性解の精度も比較的良好いものであることが期待できるであろう。

ところで、本章でとりあげた回転円筒問題は従来はそのき裂先端の J 積分値を求める際に \hat{J} 積分などの特殊な経路独立積分を組み込んだ FEM を必要としたため、解析者の大きな負担となっていたものである。ところが、マトリクス法破壊力学では前章に示したように、体積力あるいは熱ひずみなど経路独立性を乱す荷重に対してもこれらによって生じるき裂断面力を直接求めてこれを軸力・曲げ・自己平衡力に分けて処理することにより、き裂先端の J 積分値が容易に求められるようになっている点に注目されたい。さらに、この等価集中力への分離が破壊力学の考察に極めて重要な役割を果たす「き裂断面における荷重様式」と直結している点においても、単なる簡易解析手法を越えた本手法の有用性が認められるであろう。

破壊力学解析としての有効性の検討 すなわち、き裂進展解析時の J 積分の有効性は本論文 2.5 節で詳細に示したように、これが保証されない限りは実機のき裂に対する J 積分値をいかに厳密に求めたところで、これを CT 試験片などから求められた J_R 曲線と比較することに物理的根拠がない。にもかかわらず、これまで実機のき裂進展シミュレーションにおいて明示されることがなかったのは如何なる理由からであろうか。有限要素法などではその検討が困難であることはわかるが、本手法と同様の簡易解析手法を用いたもの⁽⁷²⁾⁽⁷³⁾ においてもやはりこの種の検討なしに J 積分値が合ったか合わなかったかのみの議論が行なわれている^{*36} という現状を考えれば、このこともまた本論文の動機となった構造健全性評価における問題点 (1.2.1 項参照) の一つとしてあげることができるであろう。

さて、本国際ラウンドロビン解析の主催者である Lacey ら⁽⁷⁰⁾ は、ラウンドロビン解析における参加者の解析値は非常に良く一致しているが、これらが実験結果とは大きく異なるものであったことを報告している。そして、その理由として CT 試験片による J_R カーブは回転円筒から直接求めたものよりも大きくなるなどの事実をあげているが、不明な点も多い。これらのことも含めて、実機の非線形破壊力学解析 (特にき裂進展シミュレーション) における解決すべき問題点はいまだ多くのものが残されているといえよう。本節ではおおまか (良く言えば工学的) に J 積分の有効条件と対応づけて「き裂断面における荷重様式の定量的情報」を示したが、この情報こそがまさしく上述の問題点の検討において重要なカギとなるものであると考えられる。

*36 また、ここで解析対象である回転円筒は加圧熱衝撃事象の模擬試験体として提案されているものであり、同文献ではやはり J 積分値が一致するかどうかの観点のみから模擬試験体としての検討を試みている。この例に限らないが、 J 積分値が一致するのは模擬試験体としての必要条件であって荷重様式が一致 (あるいは、6.3.4 項に示すように曲げ支配型で安定) しなければ少なくとも同じ現象は期待できないことが正しく認識されるべきであろう。

5.7 結 言

以上本章では、本論文で提唱する簡易解析手法(マトリクス法破壊力学)を軸方向き裂付き円筒の破壊力学パラメータ評価に適用し、その解析精度と複雑なき裂形態への適用性を確認すると同時に、この種のパラメータスタディの結果を実構造物の健全性評価等に活用する考え方を示した。ここでの主要な結果を要約すれば以下になる。

精度の検討 提案法は非常に手軽である反面いくつかの仮定のもとに構築された簡易解析手法であるため、有限要素法等との比較による解析精度の検討が不可欠となる。そこでまず、提案法による解析結果をその体系的研究と解の信頼性が高いことで知られた Andrasic-Parker⁽¹⁹⁾ による軸方向き裂付き円筒に対する応力拡大係数の解析結果などと比較検討した(5.3.1項)。その結果、任意の応力分布およびき裂深さに対して通常の肉厚比(内径外径比4対5よりも薄肉)の円筒型構造物においては誤差1%以内という高精度な評価が行なわれることが明らかとなった(5.3.3項の考察参照)。

複雑なき裂形態への適用 ここでとりあげる円筒型構造物に限らず、従来の構造健全性評価は基本的に実構造物に1個のき裂を想定して行なわれており、他のき裂の存在が構造物の破壊強度(すなわち非破壊検査等の結果から想定される最も大きなき裂に対する破壊力学パラメータ)に及ぼす影響が不問に付されていた。また、複数き裂に対する数値解析も行なわれてはいるものの、いずれもケーススタディでありまた解析対象が非現実的であるという問題点が指摘できる(5.2.3項参照)。そこで、本論文では種々の軸方向き裂を有する内圧円筒に対して広範囲にわたる混合モード応力拡大係数の解析を行なって、円筒の肉厚比およびき裂個数とそれぞれのき裂配置と深さなどが解(最も深いき裂の K_I および K_{II})に及ぼす影響を体系的に明らかにし、最も危険なき裂配置など設計および供用期間中の強度評価に有用となる多くの知見を導いた(5.3節および5.4節参照)。

得られた具体的結果については5.3.3項および5.4.4項で整理・考察してあるので個々については再記しないが、特に以下の結果は工学的知見として実用上極めて重要な意義をもつものと考えられる。すなわち、まず「最大き裂深さが与えられた場合の破壊力学パラメータはき裂が軸対称に2個ある場合に最大となる」という結果は、従来行なわれてきたすべての評価(き裂1個に対する解析)がき裂が複数存在するような現実問題と照らした場合に危険側の評価を行ってきたことを意味しており、また同時に「き裂が2個以上の場合にき裂個数の増加に伴って K_I が低下するのはき裂深さがほぼ等しい時のみ見られる現象であり、破壊が問題となる最も深いき裂の K_I は現実的な状況下ではほぼ $K_I(N=1)$ と $K_I(N=2)$ の間に分布する」という結果は、やみくもに複数き裂($N \geq 3$)の解析を行なうことの無意味さと同時に「軸対称き裂2個の場合」という強度評価において注目すべき対象を明確に示したものであるといえよう。さらにここでは「薄肉円筒では混合モード状態を考慮する必要はない」ことなども明らかにしており、これらによって今後明確かつ簡便な強度評価が可能となるばかりか、結果の解釈も曖昧なまま集積されてきた従来の研究結果を類似の構造物の破壊強度の解明に有効に活用する途が開けたといえよう。

実用式の作成 「長さの等しい2個の軸方向き裂が軸対称に配置される場合」がき裂形態として現実的であるかどうかは全く別問題にして、現実的な肉厚比およびき裂深さに対してはこの場合の解($K_I(N=2)$)を用いることにより破壊強度の精度良い安全側の評価が可能となる(5.4.4項参照)という意味で、この $K_I(N=2)$ が強度評価上極めて重要な意味を持つ。そこで次に、従来の(き裂1個に対する)評価がどの程度危険側のものであったかを示すと同時に $K_I(N=2)$ の実用式を求め、これを用いること

により現実的なき裂形状に対しては安全側でかつ精度の良い評価が可能となることを示した(5.5節)。またここでは、マトリクス法の利点(4.4.3項参照)を活用して、非線形問題や三次元き裂問題に対しても同様な実用式を導いてその有効性を検討した。

非線形領域における精度の検討 筆者らの参加した国際ラウンドロビン解析の結果を活用してマトリクス法破壊力学による J 積分値の評価精度を検討すべく、回転円筒の非線形破壊力学解析を行なった。その比較結果は良好であり、非線形領域におけるマトリクス法破壊力学の有効性のみならず本論文3.3節で提案した手法の精度的妥当性も同時に検証された。またここでは、 J 積分の有効性の検討がこの種の非線形破壊力学解析においては不可欠であるにもかかわらずほとんど行われていない現状を構造健全性評価における問題点の一つとして指摘し、マトリクス法破壊力学ならではの定量的検討方法を新たに示した。

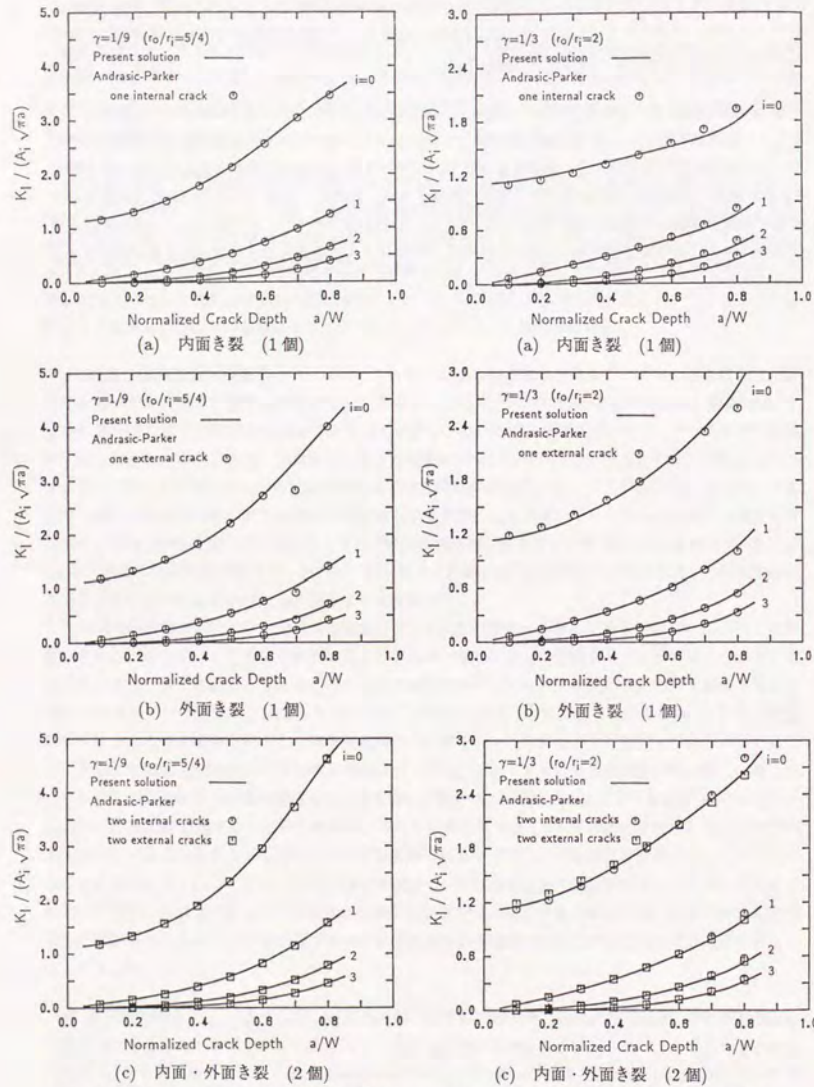


図 5.1 Andrasic-Parker の結果⁽¹⁹⁾ との比較 ($\gamma=1/9$, $r_o/r_i=5/4$)

図 5.2 Andrasic-Parker の結果⁽¹⁹⁾ との比較 ($\gamma=1/3$, $r_o/r_i=2$)

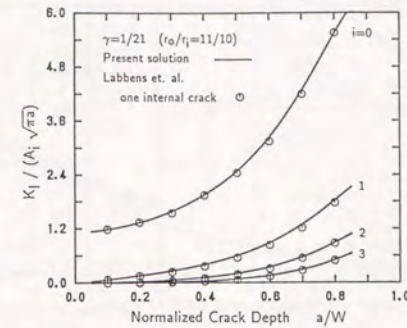


図 5.3 Labbens らの結果⁽⁸⁾ との比較 ($\gamma=1/21$, $r_o/r_i=11/10$)

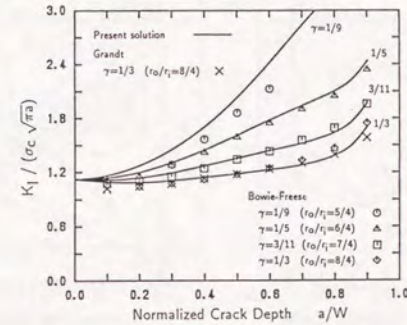


図 5.4 Bowie-Freese⁽⁷⁾ および Grandt⁽¹⁷⁾ の結果との比較 ($\sigma_c = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i$)

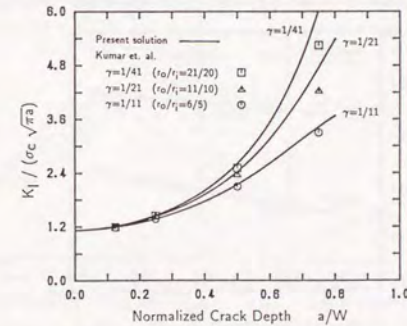


図 5.5 Kumar らの結果⁽¹⁰⁾ との比較 ($\sigma_c = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i$)

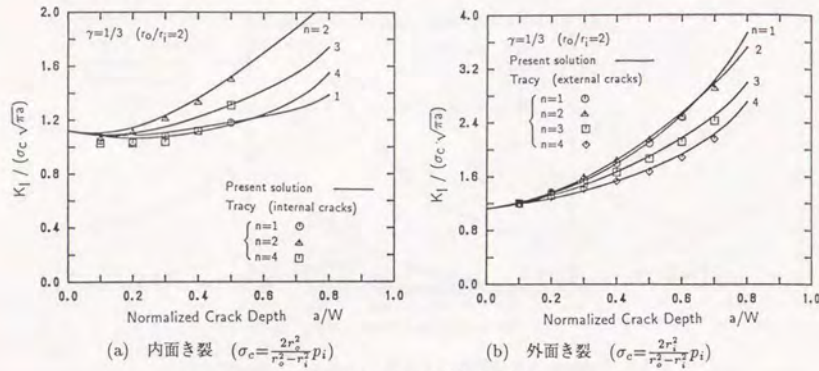


図5.6 Tracyの結果⁽¹⁸⁾との比較

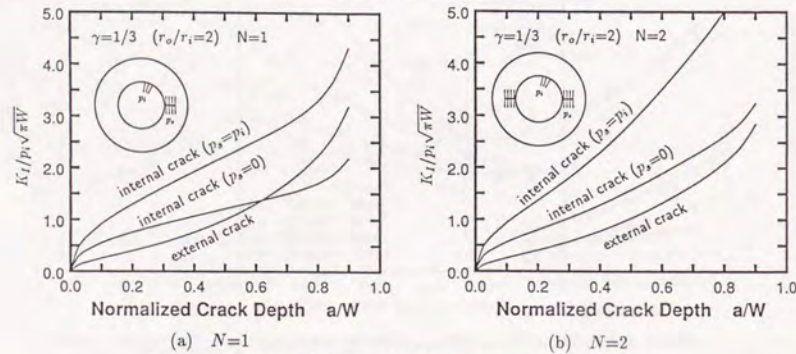


図5.7 内外き裂での相違とき裂表面作用圧力 (p_s) の影響 ($\gamma=1/3$)

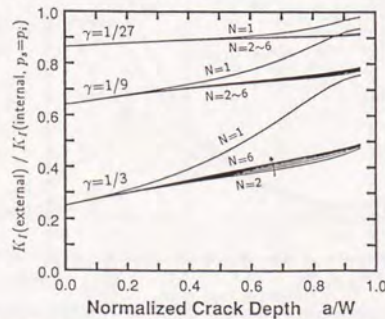


図5.8 内面き裂と外面き裂での K_I の相違 ($\gamma=1/3, 1/9, 1/27, N=1\sim6$)

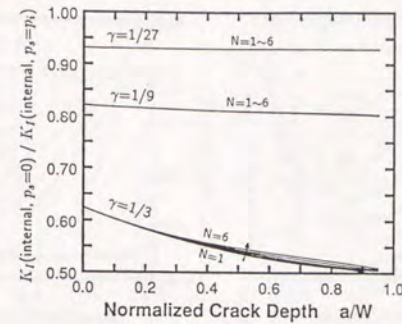


図5.9 き裂表面作用圧力 (p_s) の K_I への影響度 ($\gamma=1/3, 1/9, 1/27, N=1\sim6$)

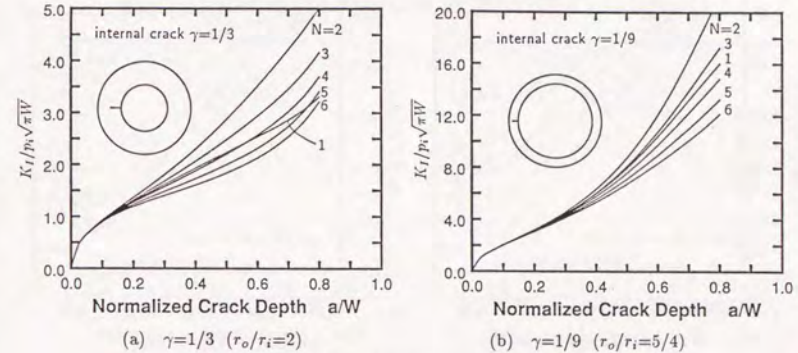


図5.10 き裂個数 (N) による K_I の相違 (内面き裂)

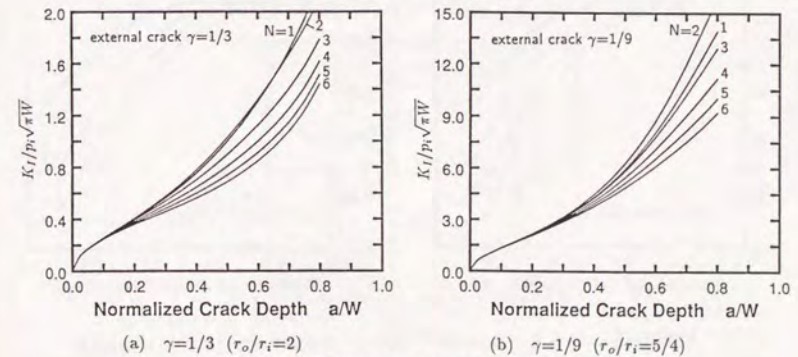


図5.11 き裂個数 (N) による K_I の相違 (外面き裂)

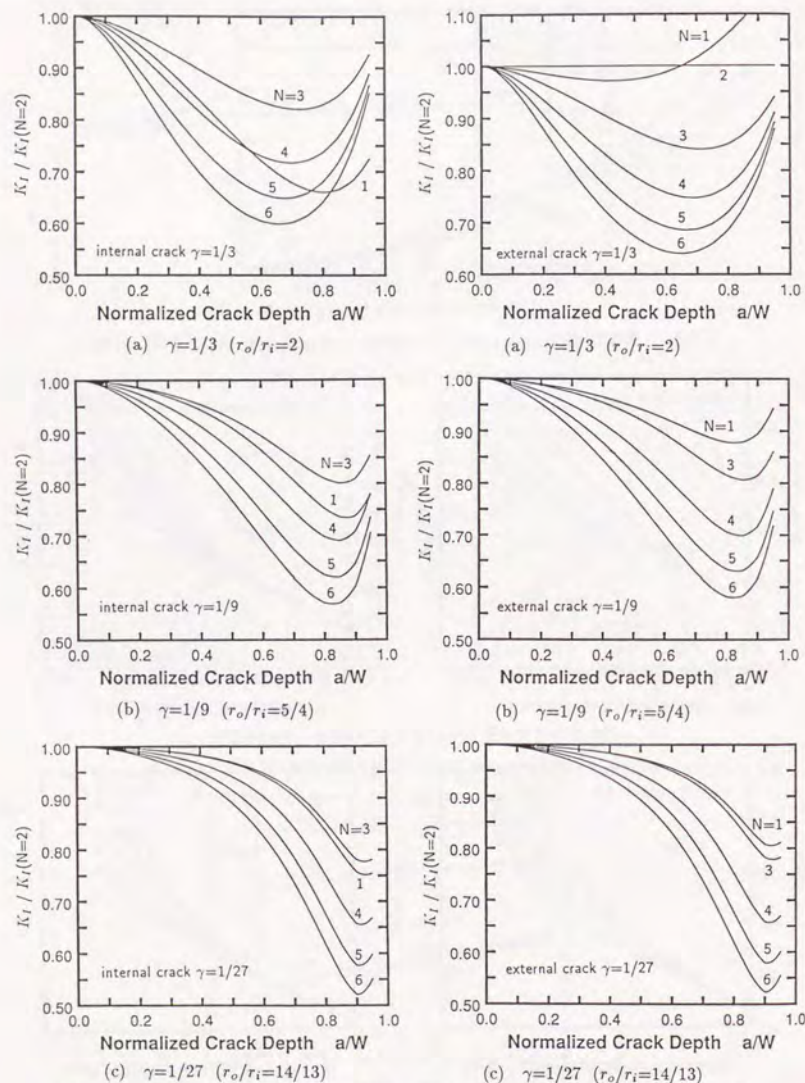


図 5.12 き裂個数 (N) による K_I の大小関係 (内面き裂)

図 5.13 き裂個数 (N) による K_I の大小関係 (外面き裂)

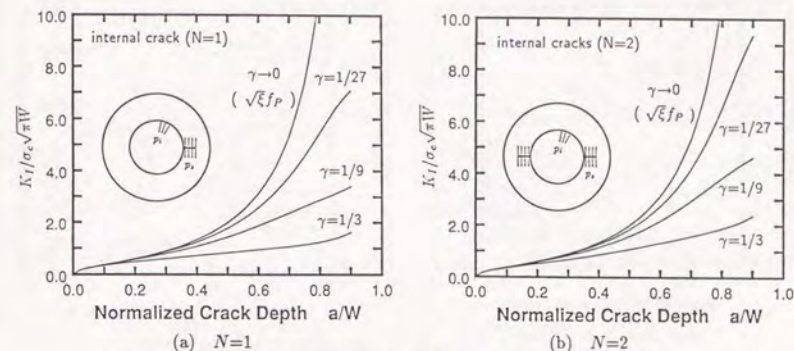


図 5.14 K_I の変動特性に及ぼす肉厚比 (γ) の影響 (内面き裂, $\sigma_c = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i$)

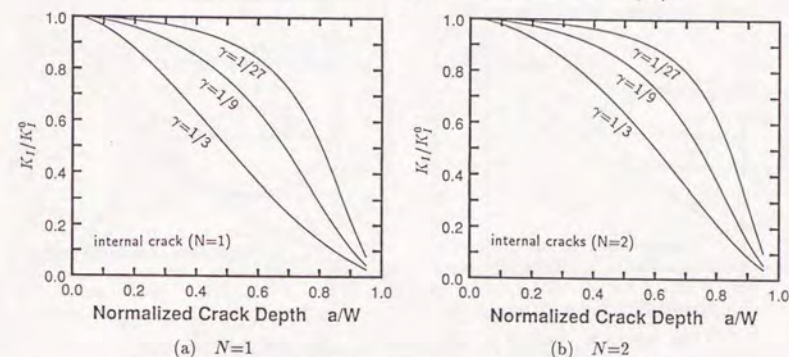


図 5.15 内力と等価な集中力 (P, M) の変化による K_I の低下 (内面き裂)

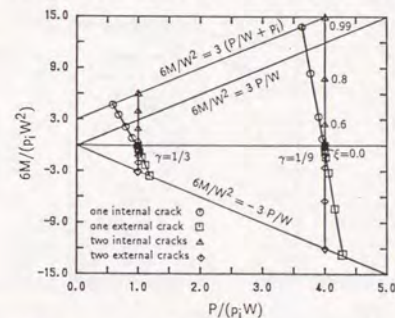


図 5.16 内力と等価な集中力 (P, M) のき裂進展に伴う変化 (内外き裂, $\gamma=1/3, 1/9, N=1, 2$)

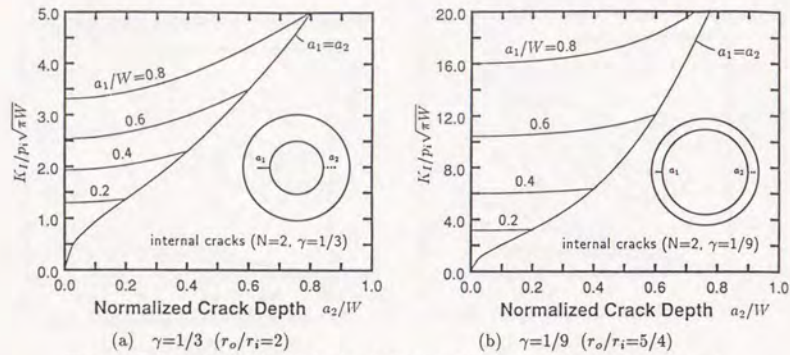


図 5.17 異長き裂 (a_2) の存在が深い方のき裂 (a_1) の K_I に及ぼす影響 (内面き裂, $N=2$)

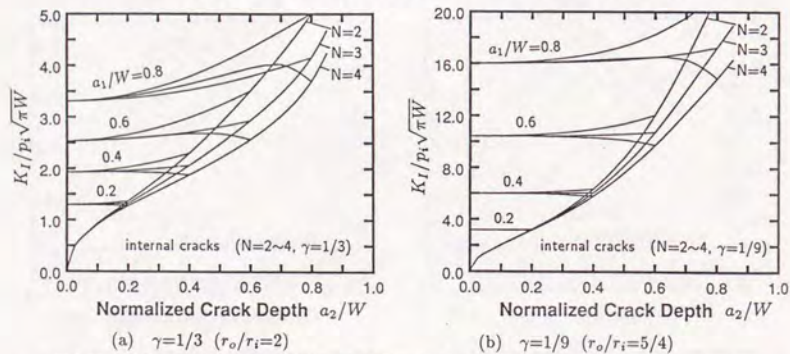


図 5.18 異長き裂の深さ (a_2) が最も深いき裂 (a_1) の K_I に及ぼす影響 (内面き裂, $N=2\sim4$)

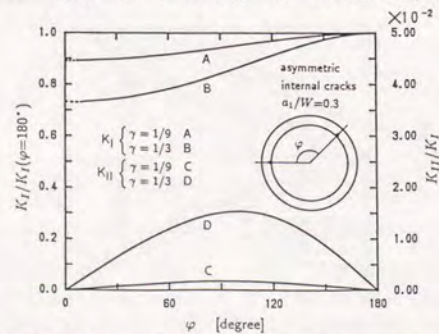


図 5.19 き裂配置による K_I , K_{II} の変化 (内面き裂, $N=2$, $a/W=0.3$, $\gamma=1/3, 1/9$)

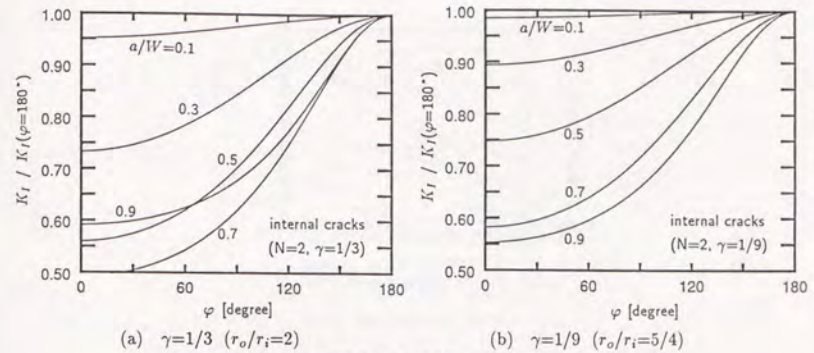


図 5.20 き裂配置による K_I の変化 (き裂深さの影響)

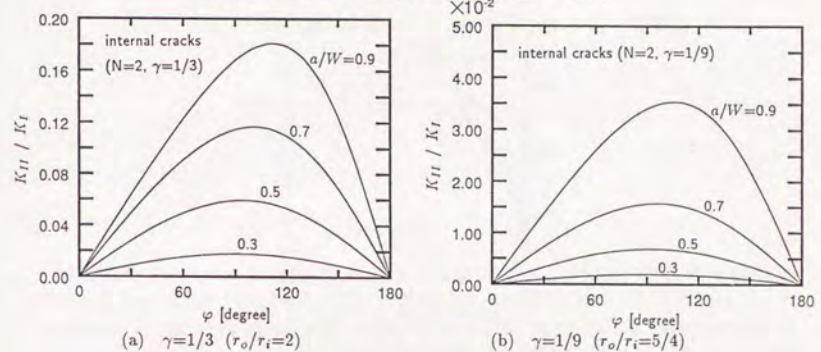


図 5.21 き裂配置による K_{II} の変化 (き裂深さの影響)

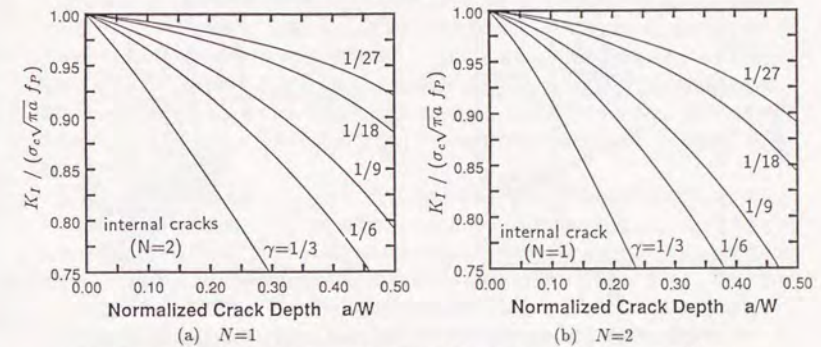


図 5.22 $\gamma \rightarrow 0$ における $K_I (= \sigma_c \sqrt{\pi a} f_P)$ で無次元化した K_I (内面き裂, $\sigma_c = \frac{2r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} p_i$)

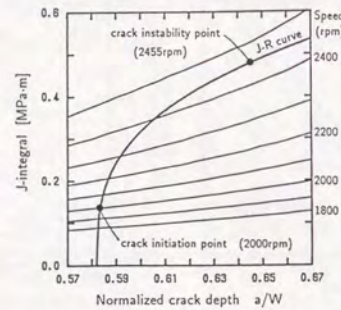


図 5.23 J_R 曲線との比較によるき裂の安定および不安定進展評価

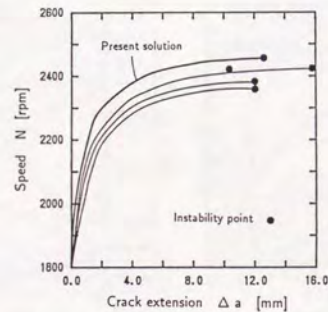
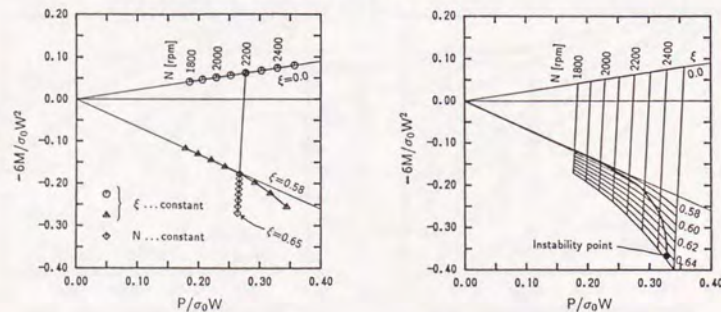


図 5.24 ラウンドロビン解析における他者の解析結果との比較



(a) 回転数・き裂長さが一定の場合

(b) 本節におけるき裂進展解析時のもの

図 5.25 き裂断面に作用する等価な集中力 (P, M) の変化

6

加圧熱衝撃時の压力容器の破壊強度評価

6.1 緒 言

加圧熱衝撃 (Pressurized Thermal Shock; 以下 PTS と略記) とは、原子力压力容器がその運転圧力 (160 気圧) を保持したまま何らかの原因でその内面が急冷却 (最大温度差 300 度) される現象であり、このとき内在するき裂から構造全体が破壊する恐れがあるため、原子力プラントの信頼性を考えるうえで最も危険な事象として近年注目されているものである。このような社会的重要度から、多くの研究機関で PTS 時の压力容器の破壊力学的研究が行なわれている。ところが、それらはいずれも有限要素法等によるケーススタディであり、各種パラメータの変更が破壊現象あるいは構造物の安全裕度にどのように影響するかは明らかにされておらず、問題が生じるたびに新たに有限要素法によるケーススタディを繰り返しているのが現状である (詳しくは 1.2.1 項を参照されたい)。本章ではこのような現状に鑑み、特にその解析的取扱いの困難さから研究が遅れている延性破壊強度特性に関する知見を体系的に調査・整理すべく、パラメトリックな解析に有利なマトリクス法破壊力学を本問題に適用して広範囲にわたる解析を行なう。

すなわち以下では、軸方向き裂を有する压力容器の上部棚破壊靱性領域における PTS 問題にマトリクス法破壊力学を拡張適用し、その特徴を活かして PTS 時の延性破壊強度特性に関するパラメトリカルサーベイを試みる。特にここでは、内圧および熱衝撃という負荷の混合が強度に及ぼす影響を明らかにすることを主目的とした解析を行なう他、PTS 時にき裂断面に作用する軸力と曲げモーメントを調べ、この種の非線形問題に対する J 積分の適用限界を体系的に論じたい。さらには、非線形破壊力学の実機適用に関連して今後検討して行くべき解析的・実験的研究の具体的問題とこれらに対するアプローチの方法をも検討しておく。

6.2 加圧熱衝撃事象について

PTS事象は本来、破壊力学的条件の他に熱水力学的条件や中性子照射脆化条件など考慮すべきパラメータが非常に多く、かつそれぞれの解析・評価に高度の専門知識を必要とすることから、全体を通して現象の考察が極めて困難な問題であるといえる。そのパラメータの詳細な分析・整理と解析的アプローチの方法および関連研究の整理は別報⁽¹⁾に記したとおりなので、ここでは本章で取扱う非線形問題に関する事項のみ記してその位置付けを明確にするにとどめることにする。

6.2.1 加圧熱衝撃事象と従来の研究

本章の冒頭でも述べたように、原子力プラントの設計耐用寿命末期における安全性あるいはその寿命延長に関連して、加圧水型原子炉(PWR)に対する過冷却事象とりわけPTS事象に対する構造健全性が重要視されている。このため、諸外国で大規模な実証試験を伴う研究が進行しつつあるほか、わが国においても原子炉圧力容器ベルトライン部のPTSに対する健全性実証試験が行われつつある^{(2)~(7)}。

そもそもPTS問題は、米国の初期の原子炉圧力容器に見られるように中性子照射により材料の無延性遷移温度の上昇した圧力容器を対象としていたため、従来の研究のほとんどは線形破壊力学の手法によるものであった^{(8)~(18)*1}。一方国産の原子炉圧力容器のように、耐用寿命末期においても無延性遷移温度が十分に低くその破壊が上部靱性での議論となる場合には、非線形破壊力学による評価が望ましい。後者を対象とした研究としては、現在のところJ積分あるいは温度場を考慮した \hat{J} 積分による評価が行われているが、温度遷移域での議論に比べて破壊の危険性が小さいこともあってか、その研究はまだ少ない⁽¹⁹⁾。しかしながら、原子力プラントの健全性保証あるいは寿命延長という観点からは、上部靱性における破壊についてもPTS時の圧力容器の安全性を確認することが今後の重要課題と考えられ、本論文においてもこれを対象とする。

ところで、この種の問題に対しては計算機的能力向上を背景として、従来はもっぱら有限要素法による数値解析が行われてきた。しかしながら、時々刻々変化する熱応力に対して非線形破壊力学パラメータを求める場合、非常に多くの増分計算が必要となるためまず経済的な難点が指摘できる。また何よりも、これらの計算は個々のケースごとに行われるため、特にPTS事象のごとく影響因子の多い問題に対しては、各入力パラメータの変動が破壊現象全体に及ぼす影響等を把握するようなパラメトリカル・サーベイは事実上不可能である。さらに言うならば、PTS事象に対する非線形領域における解析的取り扱いの困難さは除荷・負荷履歴および熱応力の影響の考慮にあると考えられるが、上記のことからもわかるとおりその定量的検討にはほど遠いというのが現状であろう。そこでここでは、当面除荷および負荷履歴の影響は無視し、全ひずみ型理論に基づく解析を行なって現象の一般的傾向を把握することを目指すことにする。

*1 菊池らの一連の研究^{(13)~(16)}ではJあるいは \hat{J} 積分を求めているが、これはその積分経路独立性を利用するものであって、解析対象はやはり線形弾性体である。

表 6.1 過渡熱応力解析条件

Initial Temperature	T_W	573	[K]
Coolant Temperature	T_C	273	[K]
Specific Weight	ρ	7860	[kg/m ³]
Specific Heat	c	0.502	[kJ/(kg·K)]
Thermal Conductivity	k	43.7	[W/(m·K)]
Coefficient of Heat Transfer	h	1871	[W/(m ² ·K)]
Coefficient of Thermal Expansy	α_T	1.45×10^{-5}	[K ⁻¹]
Young's Modulus	E	207000	[MPa]
Poisson's Ratio	ν	0.3	[-]

6.2.2 非定常熱伝導解析および熱応力解析

き裂を有する構造物の熱衝撃時の破壊強度評価は、大別して過渡熱応力解析と破壊力学解析に分けられる⁽¹⁾⁽²⁰⁾。ここではまず、熱衝撃時に圧力容器に生じる過渡温度分布を求め、き裂がないとした場合に対する過渡熱応力を解析しておく。PTS時の破壊強度評価は、内圧によるき裂がない場合の応力をこの熱応力に重畳させたものを用いて行なうことになる(式(4.41)~式(4.43)参照)。なお、本解析は円筒部を線形弾性体と仮定して行なうが、その妥当性は前章5.6節と同様次節で示される。

(1) 解析モデルと過渡熱応力解析条件 解析の対象としたモデルは、平均半径 $r_m(=2.1[m])$ 、肉厚 $W(=0.2[m])$ の円筒容器であり、その内表面に軸方向の二次元き裂(深さ a)を1個想定する。熱衝撃事象としては大破断冷却材喪失事故時のものを想定し、初期温度 T_W の容器の内面が温度 T_C の冷却水によって急冷却されるものとする^{*2}。その他、過渡熱応力解析に用いた数値を表6.1に示す。

(2) 過渡温度解析 解析モデルにおいて生じる温度分布は一般には円柱座標系に対する方程式の解として得られる。しかし、実際の圧力容器のベルトライン部のように $\gamma(=W/2r_m) \ll 1$ なる場合には、式(6.1)に示される平板を片面冷却した場合の方程式の解で代用できる。

$$\left. \begin{aligned} \rho c \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} &= k \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \\ \text{ただし } z=0 &\text{ で } k \frac{\partial T}{\partial z} = h(T - T_c), \\ z=W &\text{ で } k \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \\ t=0 &\text{ で } T = T_w. \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

*2 実際はベルトライン部に至るまでに冷却水は温められるので、例えば次のような式でその過渡的变化が表されることが知られており、この場合には差分法などにより温度分布を計算することになる⁽¹⁾⁽²⁰⁾。

$$T_C = T_f + (T_W - T_f)e^{-\beta t}$$

ここで、 T_f は最終冷却水温度、 β は冷却率[1/min]であり、 t は時間[min]である。

本章での解析は $\beta = \infty$ とした最も厳しい冷却の場合($T_C = T_f$)に相当するが、 β および T_f さらには表6.1中の h に関するパラメータスタディの詳細は別報⁽¹⁾⁽²¹⁾に記してあり、本章の解析例が現実的なものに比べてかなり安全側の評価結果を導くものであることも示されているので同時に参照されたい。

ここで、 z は容器内表面からの半径方向の距離、 t は時間である。

代表的な時間における温度分布の計算結果を図 6.1 に示す。

(3) き裂がない場合に生じる過渡熱応力 上記の温度分布を次式に代入すると (式 (4.42) 参照)、図 6.2 のような過渡熱応力分布が得られる。ただし、応力は無次元化して表示してある。

$$\sigma(z, t) = \frac{\alpha_T E}{1 - \nu} \left(\frac{1}{W} \int_0^W T(z, t) \cdot dz - T(z, t) \right) \quad (6.2)$$

次に、この熱応力 $\sigma(z, t)$ を図 6.3 に示すように曲げモーメント $M_0(t)$ を与える直線分布の曲げ応力 $\sigma_b(t)$ と曲げモーメントに寄与しない局所熱応力 $\sigma_L(z, t)$ に分離する。これらはそれぞれ次式で計算される (式 (4.41) 参照)。

$$M_0(t) = \frac{W^2 \sigma_b(t)}{6} = \int_0^W \sigma(z, t) \cdot \left(z - \frac{W}{2} \right) \cdot dz \quad (6.3)$$

$$\sigma_L(z, t) = \sigma(z, t) - \sigma_b(t) \cdot \left(1 - \frac{2z}{W} \right) \quad (6.4)$$

前者は曲げ変形の拘束によって生じるモーメントで、変形及び破壊に関する支配的な項であり、一方後者は自由熱膨張によって生じる局所熱応力であり、き裂がない部分の変形およびき裂部材の崩壊荷重、全面塑性解に寄与しないという特性を持つものである。

図 6.4 に曲げ応力 σ_b の時間変化を示す。これより負荷のピークは冷却開始後約 7 分であり、本解析における負荷が準静的なものであることがわかる。

6.3 非線形破壊力学解析

6.3.1 解析条件の設定

ここでは、まず本論文第 4 章で定式化した全ひずみ塑性理論に基づく簡易解析手法を PTS 問題に適用するにあたって問題となる負荷履歴の処理について述べ、次に PTS 時の破壊強度特性を明らかにすべく想定した荷重境界条件について説明する。

PTS 事象と非比例負荷 原子炉压力容器の構造健全性を考える上での重要想定事故としては、大 (小) 破断冷却材喪失事故 (L(S)BLOCA)、主蒸気管破断事故 (MSLB)、過剰給水事故 (RFT) などが考えられている⁽³⁾⁽⁷⁾⁽¹⁶⁾。これらの想定事故の際には、压力容器内壁近傍の流体温度および圧力は一般に時々刻々変化するトランジェントとなる。中でも、高い圧力を保持した状態で急冷却を受ける PTS 時には、円筒壁の熱ひずみが拘束されることによって生じる曲げ応力と局所熱応力 (前節参照) および内圧

による膜応力が独立の履歴で円筒壁に作用することになり、一般には円筒全体において負荷状態が非比例的になることが予想される。

このとき、後述するように熱衝撃による曲げ応力、内圧による膜応力さらにそれらの重畳によって容器断面に作用する応力は、それぞれの最悪のケースを想定した場合にも降伏応力を超えるものはない。すなわち、円筒体 (き裂がない部分) についてはこれを線形弾性体として取り扱え、負荷の履歴を考慮する必要がない。

一方、き裂部材の変形およびき裂先端の J 積分値は、厳密には負荷履歴の影響を受けるため、増分塑性理論による取り扱いが望ましい。しかしながら、本解析で用いる軸力と曲げモーメントを受ける片側き裂材は、軸力と曲げの比率の変化に対しその回転中心⁽²²⁾ 付近において急激な主応力方向の変化が予想されるものの、これはき裂先端近傍の J 支配域の比例負荷を大きく乱すものとはならないと考えられる⁽²³⁾。もちろんこのことは今後定量的に明らかにしていく必要があるものの、本解析においては当面その負荷履歴がき裂先端の J 積分値に及ぼす影響は十分に小さいものとして議論することにそれほど大きな問題はないと考えて良からう。そこで以下では片側き裂材の構成式を次式の Ramberg-Osgood 型とし、パラメトリックな評価に有利な全ひずみ理論に基づく弾塑性体として取り扱うことにする。

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + 1.4 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{8.71} \quad (6.5)$$

ここで、材料は原子炉压力容器鋼 A533B を想定しており、 σ_0 、 ϵ_0 はそれぞれ降伏応力 ($=460[MPa]$)、降伏ひずみ ($=\sigma_0/E$ 、 E は縦弾性係数 $=207000[MPa]$) である。

想定する負荷 マトリクス法破壊力学では、き裂がない場合にき裂断面 (図 4.1(b) 参照) に作用する軸力 ($\bar{P}_0 = P_0/\sigma_0 W$)、曲げ ($\bar{M}_0 = 6M_0/\sigma_0 W^2$) および自己平衡力 (σ_L) から、き裂がある場合の軸力 ($\bar{P} = P/\sigma_0 W$) と曲げ ($\bar{M} = 6M/\sigma_0 W^2$) を求め (このとき σ_L は変化しない)、これらの値からき裂先端の J 積分値を求めるという手順がとられる (図 4.1 参照)。

すなわち、本手法により任意のトランジェントに対して時々刻々変化するき裂先端の J 積分値を解析することももちろん可能である。しかしながら、一方で現実のトランジェントは熱伝達率 (表 6.1 の h) などの不確定な熱水力学の境界条件の影響により複雑に変化するものであるため、すべてのパラメータについての影響度評価を行うには無数の組合せの解析が必要となり、厳密なケーススタディからは現象の本質的考察を望むことは困難であると考えられる。そこでここでは、上部棚剛性値での議論は負荷 (ここではき裂がない場合の切断面力; \bar{P}_0 および \bar{M}_0) の最大値のみに注目すればよく⁽²⁰⁾、またその際に熱衝撃による局所熱応力が J 積分値に及ぼす影響が小さい⁽¹⁸⁾ ことなどから、以下のように負荷を単純化して解析を行い、その結果から各トランジェントで起こる現象の特徴を推測することにする。

すなわち本節においては、局所熱応力 (σ_L) およびき裂面への内圧の作用 (図 4.1(b) における p_a) を無視し、内圧に相当する \bar{P}_0 と熱衝撃条件に相当する \bar{M}_0 を組み合わせたものについて \bar{P} 、 \bar{M} および J 積分値を計算する。まず、内圧 (p_i) と \bar{P}_0 は次式の関係があるので、

$$\bar{P}_0 = \frac{p_i}{\sigma_0 W} \left(r_m - \frac{W}{2} \right) \quad (6.6)$$

PWR 運転時の圧力である $15.7[MPa]$ (160 気圧) に相当する $\bar{P}_0 = 0.34$ およびその $3/4$, $2/4$, $1/4$ について調べることとする。一方曲げ応力については、6.2.2 項で示したように LBLOCA 時の熱衝撃 (冷却温度差 300°C) によるもののうち考えられる最も厳しい条件下での最大値が $\bar{M}_0 \approx 0.9$ であることから、 $\bar{M}_0 = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ について調べる。

また前記の想定事故のうち、高い内圧が保持あるいは再加圧されるMSLBおよびRFT時には、その最大内圧がそれぞれ80気圧、160気圧であることから $\bar{P}_0=0.17, 0.34$ であり、一方冷却温度差はいずれも約200°Cであるから、熱伝導方程式の相似則⁽¹⁾により $\bar{M}_0 \approx 0.6$ となる^{*3}。そこで、PTS時の特徴的な負荷状態として $\bar{P}_0=0.17, \bar{M}_0=0.6$ をとりあげ、これについては特に詳しく調べることにする。以上のように定めた本章での解析点を各PTS事象における最大荷重点と同時に記したものを図6.5に示す。同図より、ここで選んだ解析点における結果を連続的に見ることによって、各PTSトランジェントにおける諸量の変化が概観できるようになっていることが理解いただけよう。

なお本論文では、上部棚領域における靱性値およびき裂進展抵抗は温度、荷重様式および荷重の履歴によらず一定である⁽²⁴⁾と考える。

6.3.2 熱衝撃・内圧および加圧熱衝撃下のJ積分値

以下では、次項に示す破壊力学的評価に便利ように、J積分値および dJ/da をき裂深さ($\xi=a/W$)による変動という形で整理する。まずここでは、熱衝撃(以下TSと略記)および内圧(以下IPと略記)下に対してそれぞれJ積分値の変動特性を明らかにし、これを利用してPTS下のJ積分値および dJ/da に及ぼすTSおよびIPの影響度を明らかにする。さらに、き裂の存在による \bar{P}, \bar{M} の低下特性からJ積分値の変動特性を説明し、圧力容器の破壊強度特性に関する考察を行う。

熱衝撃および内圧下のJ積分値 図6.6(a), (b)はそれぞれTSおよびIP下のJ積分値の ξ による変化を表すものである。両図より、荷重様式および荷重の大きさにかかわらずき裂が浅いうちは ξ の増加に伴ってJ積分値が単調に増加するが、ある深さでピークに達した後は単調に減少してゼロになることがわかる。またその変動特性は、曲げ荷重(TS)下では比較的ゆるやかでありそのピークが負荷の大きさによって移動するのに対し、引張荷重(IP)下ではその変化が激しくそのピークは負荷によらず $\xi \approx 0.8$ に集中することが明らかとなった。このことを J_R 曲線との比較によるき裂進展解析の観点から考えると、IP下の方がTS下よりも dJ/da が大きくなり易く、き裂の不安定進展が起こり易いと結論できる。なお、き裂が深い部分で $dJ/da < 0$ となるのは、後述するとおりき裂の存在による \bar{P} と \bar{M} の低下の特性によるものであり、曲げ荷重下ではき裂を閉じる方向への軸力の変化、引張荷重下ではき裂を閉じる方向への曲げモーメントの変化の影響が大きくなるためである。

また、図6.7(a), (b)は円筒体の肉厚比($\gamma=W/2r_m$, すなわち円筒体のコンプライアンス)の影響を調べるため、肉厚(W)一定で平均半径(r_m)を変えた場合の計算結果である。両図より、 r_m が有限である場合には必ずJ積分値に極大値が存在し、 r_m が小さく(つまり円筒が厚肉に)なるほど極大値付近のJ積分値が小さくなり破壊が起こりにくくなることがわかる。

加圧熱衝撃下のJ積分値 まず図6.8に、TS, IPおよびPTS下でのJ積分値をプロットしたものを示す。3者の比較から、PTS下ではTSとIPの重畳によってかなり大きなJ積分値が生じ、またその ξ による変動特性は $\xi=0.6$ および0.8付近でそれぞれTSとIPの個々の特性を反映した特徴的な変動となることがわかる。

次に、熱衝撃条件(\bar{M}_0)および内圧の大きさ(\bar{P}_0)がPTS時のJ積分値および dJ/da におよぼす影響度を調べたものをそれぞれ図6.9および図6.10に示す。まず図6.9(a)から、 \bar{M}_0 の増加に伴い曲げ

*3 ただしこれは冷却条件が極めて厳しい場合の値であるので、現実的には $\bar{M}_0 \approx 0.4$ 程度と考えられる。

の特性である $\xi \approx 0.6$ の膨らみが顕著となり、引っ張りの特性である $\xi \approx 0.8$ の極大値はほぼ比例的に増加することがわかる。一方図6.9(b)からは、 \bar{P}_0 の変化によるJ積分値の変動が大きく、特に $\xi \approx 0.8$ の極大値が加速的に上昇することがわかる。

さらに図6.10(a)および(b)ではこれらに対応して、IP下およびTS下(それぞれ両図中のAに対応する)においては dJ/da の極大値が $\xi \approx 0.8, \xi \approx 0.6$ にそれぞれ1つ見られるのに対し、典型的なPTS下ではその両者の特徴を反映した2つの極大値が明瞭に現れる様子が読みとれる。これをさらに詳しく見ると、 $\xi \approx 0.5$ と $\xi \approx 0.8$ でその傾向に多少の違いはあるものの、 \bar{M}_0, \bar{P}_0 の増加がそれぞれ極大時の ξ の低下および極大値の増大に大きな影響力を持つことがわかる。なお、構造健全性を考える上でのき裂の発生、進展を問題とする場合には、このうちの $\xi \approx 0.5$ の極大値以前が重要と考えられるが、 J_{IC} および J_R 曲線のデータを交えた具体的検討は次項にゆずる。

ところで、図6.6および図6.9においてはいずれの場合にも $\xi=0.8$ 以降ではJ積分値が急激に低下してゼロとなることが確認されたが、これは静的なき裂を考えた場合のき裂閉口の開始点を表すものであることが知られている⁽²⁵⁾。このことを、米国を中心として精力的に研究されているクラックアレスト⁽⁷⁾⁽¹¹⁾と関連づけるには慣性力の効果を考慮しなければならないため、もちろん定量的なことは言えないが、圧力容器におけるクラックアレストがIP, TS, PTSを問わず $\xi \geq 0.9$ で起こり得ることが本結果からも十分に予想されよう。

き裂深さによる \bar{P}, \bar{M} の変化 以上のような ξ によるJ積分値の変化は、 ξ による \bar{P} および \bar{M} の低下特性から説明できる(5.3.2項参照)。まず図6.11(a)は、 $\bar{M}_0=0, 0.6$ に対し \bar{P}_0 を0から0.34まで変化させた9ケースについて ξ による \bar{P} および \bar{M} の変化を調べたものである。これによりまず、いずれの場合にもき裂の存在による \bar{P} の低下が極めて小さいのに対して \bar{M} の低下が著しく、またそれらの比 $((\bar{P}-\bar{P}_0)/(\bar{M}-\bar{M}_0))$ は \bar{P}_0, \bar{M}_0 の組み合わせおよび ξ によらず一定となることがわかる。さらに、 \bar{P}, \bar{M} の低下は \bar{P}_0, \bar{M}_0 が大きいほど大きく、 $\xi=0.875$ ではすべての点が一直線上に並ぶ様子が読みとれるが、この時いずれの場合にも $J \approx 0$ となることが図6.6および図6.9からわかる。

ここで、線形破壊力学の範囲における同様の解析においても $\xi=1.0$ の極限において $K_I=0$ となり、この時 $\bar{M}=-3\bar{P}$ であるが(図5.16参照)、これは上記の直線とほぼ平行に近接した直線を表している(図6.11(a))。両直線上での状態は、いずれも前述のとおり静的なき裂の閉口開始点を意味しており、これは線形・非線形共通の円筒体の軸方向き裂に対する特性であると考えられ非常に興味深い。

一方図6.11(b)は、IPおよびPTS下の ξ による \bar{P}, \bar{M} の変化とそれに及ぼす円筒の肉厚比の影響を調べたものである。PTS時の \bar{M}_0 の増加過程における \bar{P}, \bar{M} の変化は、同じ ξ のIP下の点とPTS下の点を結んでやればよい。同図より、 r_m が小さく(すなわち円筒が厚肉に)なるほど \bar{P} の低下および \bar{P}, \bar{M} の低下分の比 $((\bar{P}-\bar{P}_0)/(\bar{M}-\bar{M}_0))$ が大きくなる様子が読みとれ、またこの比は r_m が一定であれば \bar{M}_0 および ξ によらず一定となることがわかる。これらもまた、図5.16で見られた線形弾性体に対する特性と同じである。

以上、圧力容器のき裂断面に作用する力(\bar{P}, \bar{M})は、き裂が深いものほど大きく低下するものであることが明らかとなったが、J積分値がこの \bar{P}, \bar{M} から計算されるものであることとあわせて考えると、図6.6~図6.9に見られるJ積分値の変動特性が円筒体の軸方向き裂に特有のものであることが理解できよう。さらに、 \bar{P}, \bar{M} の低下特性が容器の肉厚比に支配されることから、円筒容器の破壊の議論においては、円筒の肉厚比(すなわち円筒体のコンプライアンス)の認識が極めて重要であると結論できる。

6.3.3 破壊力学的評価とその有効性

本項では、前項で得られた $J-\xi$ および $dJ/da-\xi$ 関係を用いて、圧力容器の構造健全性に関する破壊力学的評価を行う。すなわちここではまず、 J_{IC} および Tearing Instability⁽²⁶⁾ クライテリアによってき裂の進展開始および安定・不安定進展を評価する場合の PTS 下における強度特性を明らかにする。次に、き裂進展解析時の J 積分の有効範囲⁽²⁷⁾ を調べ、PTS 問題に対する J 積分の適用限界を検討する。

破壊力学解析 A533B の J_{IC} および dJ_R/da (93~290 °C)⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾ は、それぞれ次式で与えられる。

$$J_{IC} \simeq 0.2 \quad [MPa \cdot m] \quad (6.7)$$

$$\frac{dJ_R}{da} = 50 \sim 100 \quad [MPa] \quad (6.8)$$

まず図 6.9(a),(b) と式 (6.7) から、現実想定される PTS 条件下 ($\bar{P}_0 < 0.34$, $\bar{M}_0 < 0.6$) では、 $\xi < 0.25$ 程度の浅いき裂は J_{IC} に達しないためき裂の成長は起こらないことがわかる。一方図 6.10(b) と式 (6.8) からは

- (1) $\bar{P}_0 \leq 0.17$ (内圧 80 気圧以下) 程度であれば、 ξ , \bar{M}_0 によらず不安定なき裂進展は起こらない。
- (2) $\bar{P}_0 \leq 0.225$ (内圧 120 気圧以下) では、 $\xi \leq 0.7$ であれば \bar{M}_0 によらず不安定なき裂進展は起こらない。
- (3) $0.255 \leq \bar{P}_0 \leq 0.34$ であっても、 $\xi \leq 0.4$ であれば \bar{M}_0 によらず不安定なき裂進展は起こらない。

などが読みとれ、PTS 下での不安定破壊の判定には内圧の影響が大きいたことが明らかとなった。また図 6.10(a) からは、上記 (1) が確認されるとともに、 \bar{M}_0 の大きさが上記 (2),(3) における ξ の判定に大きな影響力をもつことがわかる。

具体的には図 6.9(b), 図 6.10(b) における点 C および点 E がそれぞれ MSLB および RFT 時の最大荷重に相当するが、実際の圧力容器において $\xi \geq 0.25$ あるいは $\xi \geq 0.4$ のき裂が存在する確率が極めて小さいこと、また本解析が 2 次元き裂を想定していることなどを考えると、当面は不安定破壊に対するき裂深さにかかなりの裕度があると判断できる。しかしながら、6.2.2 項でもふれたように \bar{M}_0 がこれ以上大きくなることはないが、特に RFT 時などにおいては再加圧により $\bar{P}_0 \geq 0.34$ となる場合は十分に考えられ、その場合には J 積分値および dJ/da の上昇により、き裂進展が現実的なものとなることが図 6.9(b), 図 6.10(b) から容易に予想される。以上のことから、PTS 時の圧力容器の構造健全性を考えるうえでは、内圧の保持あるいは再加圧のトランジェントを正しく把握することが極めて重要であると結論できる。

なお、以上の具体的結果は $r_m = 2.1[m]$, $W = 0.2[m]$ の場合のものであり、図 6.7 から類推されたとおり、圧力容器の肉厚比 ($\gamma = W/2r_m$) により変わるものである。また本解析では曲げ荷重と引張り荷重の特性を明確にすることに主眼を置いたため、局所熱応力およびき裂表面力を考慮していないが、いずれもその影響は小さいものと考えられる。

き裂進展解析時の J 積分の有効性 次に、き裂進展解析時の J 積分の有効範囲を、前章 5.6.2 項と同様に Shih⁽³⁰⁾ による R_{HRR} (Hutchinson, Rice-Rosengren による応力・ひずみ解 (HRR 解) によって精度良く近似できる応力・ひずみ場) の大きさの解析結果を用いて評価する。 R_{HRR} の大きさは荷重様式によって大きく変わることが知られているが、Shih によれば $e/b > 0.7$ ではほぼ一定値 (いわゆる曲

げ支配型) の大きな値となる。ここで、 e/b はリガメント ($b=W-a$) の回転中心軸で定義した曲げモーメントと軸力の比を表すもので、本解析の \bar{P} , \bar{M} との関係は次式で表される。

$$\frac{e}{b} = \frac{\bar{M}/6\bar{P} + 0.5}{1 - \xi} - 0.566 \quad (6.9)$$

まず、HRR 解によるき裂先端近傍の応力・ひずみ場の近似精度を 90%, 85%, 80%, 70% とした場合について、 $e/b > 0.7$ でのき裂進展解析の有効範囲を調べたところ、次式のようになった。

$$\frac{\Delta\xi}{1 - \xi_0} < \begin{cases} 0.040 & (90\%) \\ 0.066 & (85\%) \\ 0.076 & (80\%) \\ 0.191 & (70\%) \end{cases} \quad (6.10)$$

ここで、 $\Delta\xi$, ξ_0 はそれぞれ無次元き裂進展量 ($\Delta a/W$) および無次元初期き裂長さ (a_0/W) である。

一方、PTS 下での e/b を調べたものを図 6.12(a), (b) に示す。両図より、PTS 下では \bar{M}_0 が極めて小さくかつ \bar{P}_0 が大きい場合を除いて、き裂進展が問題となる $\xi = 0.4 \sim 0.6$ ではほぼ $e/b > 0.7$ であることが読みとれる。これより、典型的な PTS 下では式 (6.10) に示される範囲でのき裂進展解析が有効であることがわかる。例えば式 (6.10) の 70% の値を用いた場合、 $\xi_0 = 0.4$ に対し $\Delta\xi < 0.115$ となるが、これはき裂進展量が約 23mm までは J 積分による解析が有効であることを表しており、実用上十分な広さであると考えられる。

ところで、図 6.12(a) における (A) ($\bar{M}_0 = 0.0$ のケース) は内圧のみが作用する場合であり、これは前章 5.2.2 項にも詳しく記してあるとおり円筒の強度評価上最も考慮すべき負荷形態である。ところが、ここでの結果からもわかるとおり、内圧円筒に対してはほとんどの場合曲げ支配型とはなっていない。すなわち、そのき裂進展解析において CT 試験片のような曲げ支配型のものから得られる材料データを用いた場合には安全側の評価とはなるであろうが、正確なシミュレーションは期待できないと言えよう (1.5 節参照)。近年、実験レベルでの大規模な実験結果とこの種のき裂進展解析結果との食い違いが指摘されるようになってきている⁽³¹⁾ が、ここでの結果はその原因が負荷様式の相違にあるのかそれとも本質的に寸法効果によるものなのかを究明・解決してゆくための手がかりとなると考えられる。

6.3.4 結果の整理と考察

本節では、軸方向き裂を有する压力容器の上部棚破壊靱性値における PTS 問題にマトリクス法破壊力学を適用し、以下のような知見を得た。

- (1) TS, IP, PTS を問わず J 積分値はあるき裂深さで極大値を持ち、 $\xi \approx 0.9$ で $J=0$ となることが明らかとなった。これは、諸外国で確認されている不安定き裂の伝播停止現象 (クラックアレスト) に対応するものと考えられる。
- (2) PTS 下の J 積分値および dJ/da の ξ による変動特性は、TS および IP 下の特性を反映した2段階の特徴的なものとなり、特に dJ/da に対しては IP および TS の大きさがそれぞれ極大値および極大時の ξ に大きな影響力を持つことが明らかとなった。
- (3) き裂深さによる \bar{P} , \bar{M} の低下特性を示し、またそれを用いて J 積分値の変動特性および压力容器の破壊特性が考察された。さらに、荷重条件、き裂深さによらず \bar{P} , \bar{M} の低下分の比は肉圧比のみで決まることが明らかとなり、この種の問題における系のコンプライアンスの認識の重要性が指摘された。
- (4) 現実的な PTS 条件に対して、安定あるいは不安定進展を起こすき裂深さが求められた。またこの判定におよぼす内圧の影響が大きいことから、PTS 下の構造健全性を考える際には内圧のトランジェントの正確な把握が極めて重要であることが指摘された。
- (5) この種の非線形破壊力学解析は J 積分値が破壊力学パラメータとして有効である場合にはじめて有効となるが、有限要素法を用いたこれまでの解析ではこの有効性に関する議論が全く行なわれていなかった。ここでは、円筒壁に作用する内力を詳細に調べてこの種の解析による破壊現象の予測限界を初めて定量的に示した。すなわち、 \bar{M}_0 が極めて小さくかつ \bar{P}_0 が大きい場合を除いて、PTS 下では実用上十分なき裂進展量まで J 積分による解析が有効であることが明らかとなった。

6.4 結 言

以上本章では、本論文で提唱する簡易解析手法 (マトリクス法破壊力学) の非線形領域への応用として、原子炉压力容器の構造健全性を考える上での最重要課題として注目されている PTS 問題への適用を試みた。

本論文 4.4 節に示した定式化および 5.6 節での具体的解析から明らかのように、本手法によれば時々刻々変化する過渡現象をシミュレートすることももちろん可能である。ところが、ここではこの種の非線形問題に対する研究の停滞を打破し、強度特性に対する概観と同時に新たな研究の指針を明示すべく、敢えて細部には目をつぶった大まかなパラメトリカル・サーベイを行なった。その具体的結果は 6.3.4 項に記したとおりであり、この目的はほぼ達成されたことと思う。

最後に今後の課題として、ここで明らかとなった「クラックアレストに関する動的問題」・「内圧円筒に対する J 積分の有効性に関する問題点」・「き裂先端の J 積分値および破壊靱性値の除荷および負荷履歴依存性」などの他にも、「三次元き裂問題」あるいは「確率論的な議論」などがあげられるが、マトリクス法破壊力学の積極的利用あるいは援用によりいずれも解決できるものと考えている。

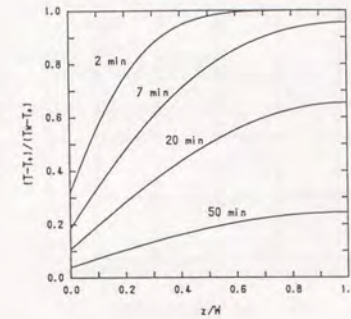


図 6.1 温度分布の時間変化

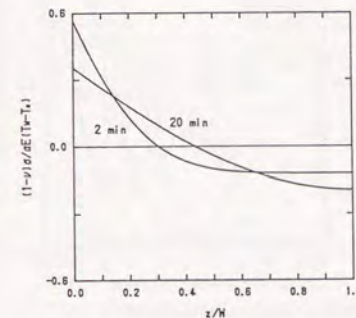


図 6.2 円筒壁の応力分布 (き裂がない場合)

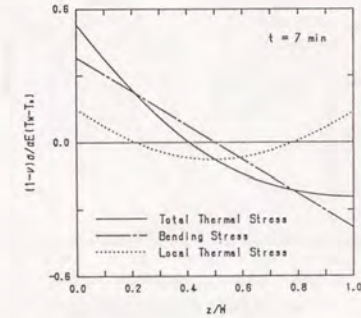


図 6.3 曲げ応力と自己平衡力

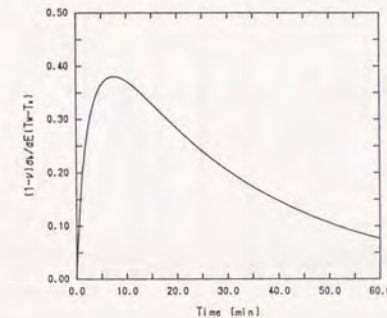


図 6.4 曲げ応力の時間変化

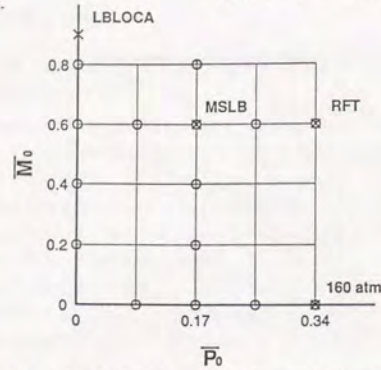
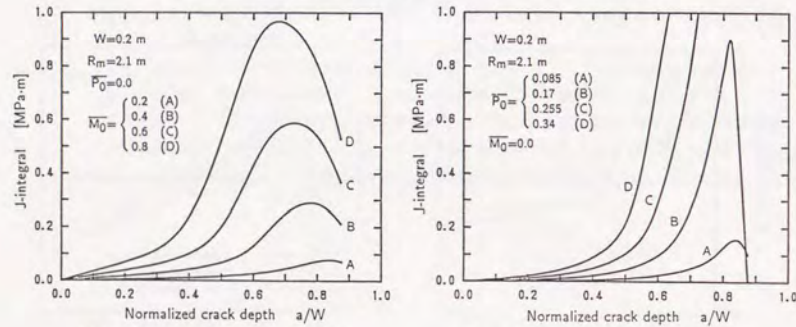
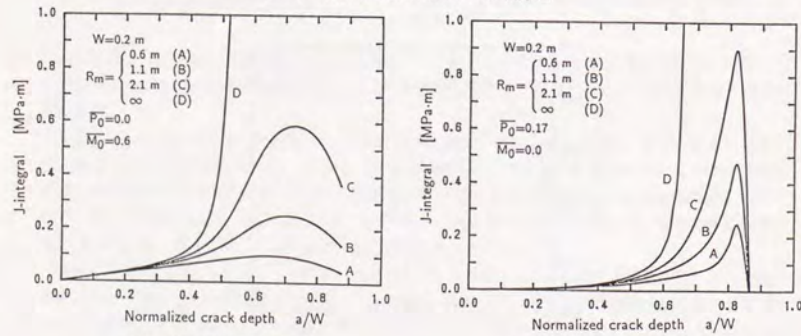


図 6.5 種々の加圧熱衝撃事象のトランジェントと本章における解析点



(a) 熱衝撃 (Thermal Shock) 下 (b) 内圧 (Internal Pressure) 下

図 6.6 熱衝撃および内圧下の J 積分値



(a) 熱衝撃下の J 積分値 (b) 内圧下の J 積分値

図 6.7 円筒体のコンプライアンスの影響

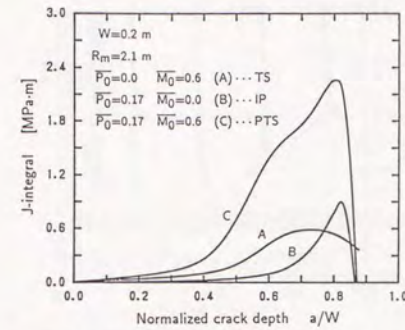
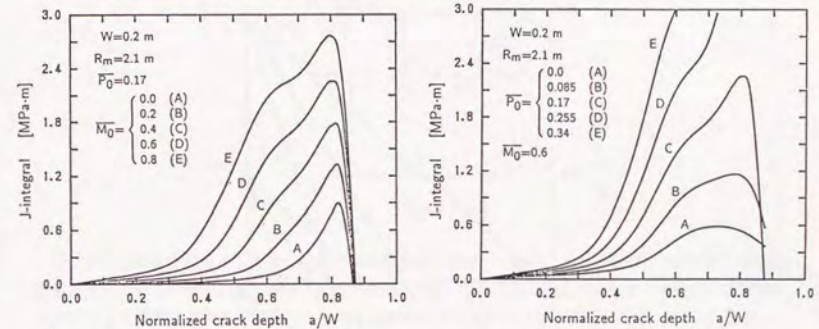
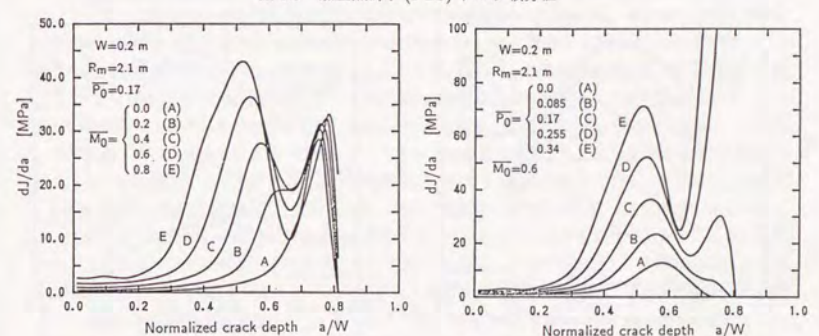


図 6.8 内圧 (IP), 熱衝撃 (TS) および加圧熱衝撃 (PTS) 下の J 積分値の比較



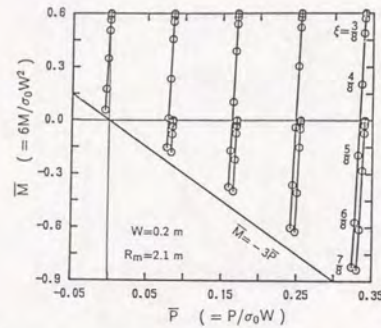
(a) 熱衝撃条件 ($\bar{M}_0 = \frac{6M_0}{\sigma_0 W \tau}$) の影響 (b) 内圧 ($\bar{P}_0 = \frac{P_0}{\sigma_0 W}$) の影響

図 6.9 加圧熱衝撃 (PTS) 下の J 積分値

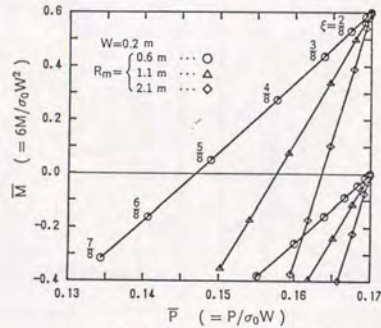


(a) 熱衝撃条件 ($\bar{M}_0 = \frac{6M_0}{\sigma_0 W \tau}$) の影響 (b) 内圧 ($\bar{P}_0 = \frac{P_0}{\sigma_0 W}$) の影響

図 6.10 加圧熱衝撃 (PTS) 下の dJ/da

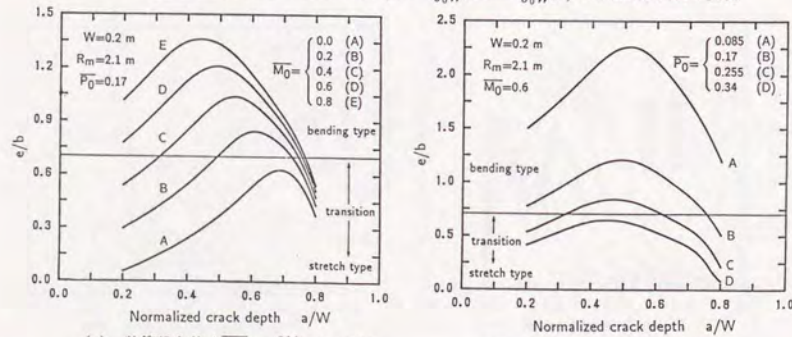


(a) 内圧 ($\bar{P}_0 = \frac{P_0}{\sigma_0 W}$) および熱衝撃条件 ($\bar{M}_0 = \frac{6M_0}{\sigma_0 W^2}$) の組み合わせの影響



(b) 円筒壁のコンプライアンスの影響

図 6.11 き裂断面に作用する等価な集中力 ($\bar{P} = \frac{P}{\sigma_0 W}$, $\bar{M} = \frac{6M}{\sigma_0 W^2}$) のき裂深さによる変化



(a) 熱衝撃条件 ($\bar{M}_0 = \frac{6M_0}{\sigma_0 W^2}$) の影響

(b) 内圧 ($\bar{P}_0 = \frac{P_0}{\sigma_0 W}$) の影響

図 6.12 加圧熱衝撃 (PTS) 下のリガメント断面の荷重様式 ($=e/b$)

7

リング型破壊力学試験片への マトリクス法の適用

7.1 緒言

円筒から試験片を切り出して構造材料の破壊靱性値を測定する場合に、CT 試験片では有効な破壊靱性値を得るための寸法を満足できない場合が普通である。リング型試験片はこのような場合の破壊靱性試験片として提案されたものであり、中でも良く用いられる C リング試験片に対してはごく基本的な形状に対してではあるがその応力拡大係数が整備されている。一方、実機における高温あるいは腐食環境等を模擬し、様々な環境下でのき裂の挙動およびき裂部材の破壊強度を実験的に評価するための試験片としても、上記のものと同幾何学的には全く同じ C リング試験片が用いられる。そしてこの種の試験では、装備の簡略化のため通常ボルト等による締め付け変位によって負荷された試験片を模擬環境下に設置する形で実験が行われるのが普通である。ところが、このような変位拘束型の C リング試験片に対する K 値を冒頭で述べた荷重制御型 C リング試験片の解のみから推定することは不適当であり、この正しい評価にはリング自身の弾性変形をも考慮した不静定構造としての取り扱いが必要となる。

本章においては、本論文 4.2 節で展開したマトリクス法破壊力学をこれらリング型破壊力学試験片に適用してその破壊力学パラメータを簡易かつ高精度に評価する考え方が論じてある。すなわち、本論文 4.3 節および 4.4 節において示したものは内圧・回転・熱衝撃といった軸対称な負荷に対する定式化であったが、ここで示すものは外力が集中荷重として与えられる場合に対する応用であるといえる。以下では、まず各種リング型破壊力学試験片について概説した後に、その代表例として荷重制御型および変位拘束型の C リング試験片をとりあげてマトリクス表記を用いてその線形および非線形破壊力学パラメータを統一的に評価する手順を示す。特にここでは、本論文 4.3 節および 4.4 節における諸論との共通点と相違点を明確にすることにより、本章で導かれる諸式の実用において便利な諸特性が導かれていく点に注目されたい。

7.2 各種リング型試験片について

リング型試験片(あるいは円筒型試験片)はそもそも高圧管の内圧疲労寿命を知るうえで内圧を直接負荷する疲労試験が技術的に困難であることから考案されたものであり、円筒の外周から半径方向に集中荷重を負荷する形で試験によって内圧管と同様に管の内面に軸方向き裂が発生することから、当初はこれによってき裂発生までの寿命が評価されていた⁽¹⁾。ところが、この種の構造物においては潜在的に欠陥があったりまた溶接部を起点に腐食き裂が生じることから、き裂発生までの寿命と同等あるいはそれ以上にき裂発生後の寿命を定量的に評価することの重要性が近年広く認識されるようになってきたことは本論文5.2節でも詳しく説明したとおりである。

このとき本章の冒頭でも述べた破壊靱性試験片の寸法効果に起因する問題点が生じたわけである。つまり、円筒からCT試験片等の標準試験片を切り出すことは加工に手間がかかるだけでなく、通常は有効な平面ひずみ破壊靱性を得るために必要となる寸法を満足しないのである。この場合には、同じ材質の材料で行なった破壊靱性あるいは疲労き裂進展特性のデータを用いた評価を行なわざるを得ないが、その荷重モード依存性などが十分に明らかにされていない現状とこのような間接的な方法では供用中の材質の劣化を考慮できないなどの問題点があるため、実構造物の精度良い寿命評価のためにはこの種の問題点を解消できる新たな試験方法の開発が必要とされたわけである。

円筒型試験片について そこでまず考えられたのが、前述のき裂発生までの寿命評価に用いられていた円筒型試験片をそのまま破壊力学試験片に用いるものであり、Jones⁽²⁾、Grandt⁽³⁾、Kapp-Eisenstadt⁽⁴⁾およびWebster⁽⁵⁾などが有限要素法によりその応力拡大係数を求めている⁽¹⁾。

この種の円筒型試験片は供用中の配管等をそのまま試験体として使用できることの他にその応力勾配が実際のものに近いという利点がある。このことは実は線形弾性範囲における議論においてはそれほど重要ではないが、今後非線形領域において注目されるものと考えられる。なぜならば、円筒型構造物の非線形破壊力学解析においては、 J 積分の解析値は正しくてもCT試験片で得られた R カーブのデータと合わせたき裂進展シミュレーションが実際のき裂進展状況とは大きく異なるものであることが多くのケースに対して報告されているが⁽²⁾、これは本論文2.5節においても検討したように R カーブが負荷モードに大きく依存するためであると考えられるからである。

また、本論文の立場からは次のような興味深い現象がある。それは、本試験片においてはその応力拡大係数があるき裂深さで極大値を持つ形で変化し、かなり長い範囲で K 値がほぼ一定となる領域が現われた後に K 値が減少することである⁽³⁾。このことを利用することにより、き裂長さの正確な測定を必要としない定 ΔK 疲労き裂進展試験や ΔK 漸減疲労き裂進展試験が特別な工夫を必要とせずに容易に行なえることになり、セラミックス等の脆性材料の強度評価試験片としての利用が試みられている⁽⁷⁾。

Cリング試験片について ところで、上述の円筒型試験片には「試験片寸法に自由度がない」「必要となる負荷が大きい」「き裂長さの測定が困難である」などの問題があり、これらを改善するために考案されたのがCリング試験片である⁽³⁾。これは、C型に切断した曲がり梁状配管の内面中央部にき裂

⁽¹⁾ 目的は異なるが村上⁽⁶⁾による同様の解析も解析値として参考になる。

⁽²⁾ 本論文5.6節で示した回転円筒の国際ラウンドロビン解析はその顕著な例である。

⁽³⁾ 本論文では一貫してCリング試験片と呼ぶことにするが、C型試験片(C-Shaped Specimen)あるいは曲がり梁試験片(Curved Beam Specimen)など呼び方は様々である。

を付した破壊靱性試験片であるが、その負荷の方法によって次の2種類に大別できる。すなわち一つはASTMの標準試験片ともなっているものでCT試験片と同様にその両端にピン穴を付して引張る形のものであり、もう一つは三点曲げ試験片と同様にき裂背面から集中荷重を作用させるものである。前者については線形弾性範囲におけるUnderwood-Kendall⁽⁸⁾、Gross-Srawley⁽⁹⁾、Kappら^{(10)~(12)}による詳細な実験的・解析的研究の他に非線形領域におけるJunnan⁽¹³⁾およびGoanら⁽¹⁴⁾の解析的研究が見られ、後者についてもUnderwoodら⁽¹⁵⁾、Barattaら⁽¹⁶⁾の解析が見受けられる。

環境強度試験片について 本章の緒言でも述べたように、各種環境強度試験片として用いられるものについても上記のリング状試験片の場合と同様環境強度の寸法効果あるいは荷重モード依存性が十分に解明されていないことから、幾何学的には全く同様のリング状試験片(Cリング・Uリングなど)が用いられている。ところが、この種の環境強度試験片が上記の破壊力学試験片と根本的に異なるのは、これらは試験機に取りつけて行なわれるのではなく各種環境下に設置する形でき裂の発生および進展を観察するという点であって、前者が通常荷重制御型負荷によって行なわれるのに対して後者はボルトの締め付け変位などによって負荷されているのである。すなわち、後者の破壊力学パラメータの評価においてはリング自身の変形をも考慮した解析が必要であり、この種の問題は荷重制御型のものとは別に議論してやる必要がある⁽⁴⁾。ところが、この種の試験片は従来き裂の発生までの評価に用いられてきたためかその破壊力学パラメータに関する解析的研究は皆無である。

破壊力学試験片へのマトリクス法の適用 さて、本論文5.3節で明らかにしたマトリクス法破壊力学の精度($\gamma \leq 1/9$, $1/9 \leq \gamma \leq 1/5$, $1/5 \leq \gamma \leq 1/3$ においてそれぞれ誤差1%, 2%, 5%以内)を考えれば、上述のようなリング型の破壊力学試験片に対してもかなりの厚肉のものまで精度良く破壊力学パラメータを評価できることが期待できる。すなわち、ここでまず「ひとたび精度が保証されれば、類似のケースに対しては有限要素法に比べてはるかに容易にパラメータスタディが行なえ、しかも隔年定式化から各種因子の影響度を分離して検討できる」という本手法の利点が活用できる。つまり、従来の手法による解析が特定の肉厚比およびき裂深さに対する離散的な解析結果であって得られた簡易評価式も限られた範囲にしか使用できないものであったことに着目すれば、本手法によって広範囲の肉厚比およびき裂深さに対して適用できる簡易評価式の作成が期待できるであろう。

ところで、本章における解析対象の用途を考えれば、その簡易評価式としては破壊力学パラメータだけでなく系のコンプライアンスのものも同様に重要となってくる点で前章までに示してきたものとは趣が異なっている。ところが、本手法では破壊力学パラメータの評価式の導出過程においてこの系のコンプライアンスの評価式の導出も同時に行なわれているという利点があることに注目されたい。なお、次項においてはエネルギー停留原理に基づく定式化(第4章)から得られた知見を反映させつつ、基本的には変形をベースとした定式化を行なっているが、これは上述のような本解析対象の用途を考慮してのものであることを理解頂きたい。

さらに、前章までは J 積分の有効条件の判定を目的として円筒のき裂断面における荷重モード(すなわち、等価な集中力 F , P , M の変化)を自動的に知ることができるという本手法の利点を示してきたが、リング型試験片についても全く同様にき裂断面における荷重モードを知ることができることは容易に想像できよう。そしてこの場合には、その実機円筒におけるき裂断面の荷重モードとの対応を定量的に知ることができることから、より精度良い実機の破壊強度予測あるいはき裂進展シミュレーションが可能となるなどの実用的利点も期待できるであろう。

⁽⁴⁾ もちろん、荷重制御型のものはコンプライアンス付き変位制御型の特別な場合として議論できる。

7.3 Cリング試験片の破壊力学パラメータ評価

本節では、前節で紹介したリング型試験片のうち破壊力学試験片および環境強度試験片に共通して最も良く用いられるCリング試験片を取りあげ、これにマトリクス法を適用して種々のき裂形態に対する混合モード応力拡大係数およびJ積分を評価する手順を示す。

ところで、Cリング試験片は前述のとおり荷重制御型と変位制御型に大別でき、前者は荷重境界条件のみから解が得られるものでありその取り扱いはいくらか単純であるが、後者は系全体の变形をも考慮した取り扱いが必要となる。そこで以下では、複数の軸方向き裂を有するCリング試験片に対してまず荷重制御型と変位制御型に分けてそれぞれ混合モード応力拡大係数を評価する手順を示した後に、導かれた評価式の実用に資するべく簡易評価式を作成してその精度の検証を行なう。さらにここでは、線形弾性体に対して導かれた諸式を本論文4.4節に示した考察に基づいて非線形弾性体にも適用できるように拡張しておく。

7.3.1 荷重制御型Cリング試験片の混合モード応力拡大係数

本項では、まず上記の2つの問題に共通となる解析モデルを設定した上で、荷重制御型の問題に対して個々のき裂の混合モード応力拡大係数(K_I および K_{II})の簡易解析手法を示す。またここでは、解析結果を既存の解と比較して本簡易解析手法における仮定の妥当性およびその解析精度の検討を行なうと同時に、5.4節に示したものと同様に混合モード状態に対する考察を行なう。

(1) 解析モデル ここでは、平均半径 r_m 、肉厚 W の軸方向き裂付きCリング試験片を図7.1(a)のようにモデル化して考える。すなわち、長さ a_i なる N 個の軸方向き裂がそれぞれ $\theta=\theta_i$ の位置に存在するリングに、直径方向の強制変位 u あるいは直径方向の集中力 F (いずれもリングが圧縮される方向を正とする)が作用する状態を考える。なお、変位拘束型のCリング試験片を考える場合には一般に $F>0$ であるからき裂が外側にある場合のみを考えれば良いのであるが、荷重制御型のCリング試験片の K 値に対する他者の解析結果($F<0$)との比較を行なうために、ここではき裂がリングの内側にある場合も含めて一般的な形で定式化しておく。

(2) 解析手法 まず、集中力 F によって $\theta=\theta_i$ なる断面に生じるき裂がない場合の応力分布は二次元弾性論の手法により次式で与えられる(Appendixにおける式(A.18)において $P=M=0$ とすれば良い)。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= \left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r} - \frac{r_o^2 r_i^2}{r^3} - r \right) \times \frac{-F \sin \theta_i}{N_1} \\ \sigma_{\theta i} &= \left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r} + \frac{r_o^2 r_i^2}{r^3} - 3r \right) \times \frac{-F \sin \theta_i}{N_1} \\ \tau_{r\theta i} &= \left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r} - \frac{r_o^2 r_i^2}{r^3} - r \right) \times \frac{F \cos \theta_i}{N_1} \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

ただし、 r_i, r_o はそれぞれリングの内外径であり、

$$N_1 = (r_o^2 + r_i^2) \log \frac{r_o}{r_i} - (r_o^2 - r_i^2) \quad (7.2)$$

である。ここで、良く知られているように集中荷重作用点から肉厚(W)程度以内の部分では式(7.1)とはかなり異なる応力分布となる⁽¹⁷⁾。ところが、現実問題としてこの部分にき裂を配置する場合はほとんど考えられず、本節においてもき裂は次式の条件を満たす範囲にのみ存在するものとする。

$$W/r_m < \theta_i [\text{rad}] < \pi - W/r_m \quad (7.3)$$

このとき、図7.1(b)に示すき裂断面に作用するき裂がない場合の内力は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} F_i &= \int_{r_i}^{r_o} \tau_{r\theta i} dr, & P_i &= \int_{r_i}^{r_o} \sigma_{\theta i} dr, & M_i &= \int_{r_i}^{r_o} \sigma_{\theta i} (r - r_m) dr \\ \sigma_{Li} &= \sigma_{\theta i} - \frac{P_i}{W} - \frac{6M_i}{W^2} - \frac{2(r - r_m)}{W} \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

なる関係式を用いて式(7.1)から求めることができるから、これを具体的に計算して整理すれば

$$\{R_i\} = \begin{Bmatrix} F_i \\ P_i \\ M_i/r_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_i \\ -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i \end{Bmatrix} F = \{D_i\} F \quad (7.5)$$

$$\sigma_{Li} = -\frac{F \sin \theta_i}{W} \widetilde{\sigma}_L(r) \quad (7.6)$$

となる^{*5}。ただし、 $\widetilde{\sigma}_L(r)$ は次式で与えられる θ_i によらない無次元関数である。

$$\widetilde{\sigma}_L(r) = \left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r} + \frac{r_o^2 r_i^2}{r^3} - 3r \right) \frac{W}{N_1} - 1 + \frac{12r_m(r - r_m)}{W^2} \quad (7.7)$$

図7.2は、 $\widetilde{\sigma}_L(r)$ ($= -W\sigma_{Li}/F\sin\theta$)の具体形を調べるため、 $\sigma_{\theta}, \sigma_L$ および曲げ応力をそれぞれ引張り応力($= -F\sin\theta/W$)で基準化して示したものである(肉厚比 $\gamma=W/2r_m=1/3, r_o/r_i=2$)。

一方、各き裂の K_I, K_{II} は次式から計算できる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_{II}}{\sqrt{\pi a_i}} &= \frac{P_i}{W} f_{Pi} + \frac{M_i}{r_m W} f_{Mi} + F_{Li} \\ \frac{K_I}{\sqrt{\pi a_i}} &= \frac{|F_i|}{W} f_{Fi} \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

ここで、 $f_{Fi}(\xi_i), f_{Pi}(\xi_i), f_{Mi}(\xi_i)$ および $F_{Li}(\sigma_{Li}, \xi_i)$ ($\xi_i=a_i/W$)はいずれも式(4.30)に示されるものと同じであり、特に f_{Mi}^* の符号は内面き裂の場合に負、外面き裂の場合に正であることに注意された。なお、き裂同志の間隔がき裂長さの数倍程度以内となる場合には、応力場の干渉によって互いの K 値はそれぞれのき裂が独立に存在する場合よりも低下することが知られている⁽¹⁸⁾。ところが、このような場合の式(4.30)に対応する解は現在のところ十分には整備されていないため、本節においてもき裂同志の干渉が問題とならない範囲における議論にとどめることとする^{*6}。

^{*5} 式(7.5)と式(4.32)の対応に注目されたい。

^{*6} 軸方向き裂付き円筒における解析ではこのような場合を考えなくて良いことが明らかにされたわけであり(例えば図5.19参照)、また破壊靱性試験でもその用途を考えれば同様にこれが必要ないことは明らかであろう。ところが、腐食環境下での変位拘束型の試験では逆にこのような状況は十分に起こり得るため、今後検討すべき課題の一つであると考えている。

また、 f_{Fi} は式(3.12)の説明でも述べたとおり片側き裂材に対する解であるから、正しくはせん断応力($\tau_{r\theta}$)が放物線分布となる場合にのみ使用できるものであるが、式(7.1)第3式の放物線分布からのず

こうして、式(7.5)、式(7.6)を式(7.8)に代入することにより

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_{II}}{\sqrt{\pi a_i}} &= \frac{F \sin \theta_i}{W} (-f_{Pi} + f_{Mi}^* - \bar{F}_{Li}) \\ \frac{K_{III}}{\sqrt{\pi a_i}} &= \frac{|F \cos \theta_i|}{W} f_{Fi} \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

を得る。ただし、

$$\bar{F}_{Li}(\bar{\sigma}_L, \xi_i) = \frac{2}{\pi} (1 - \xi_i)^{-\frac{3}{2}} \int_0^1 \frac{G \bar{\sigma}_L}{\sqrt{1 - \eta^2}} d\eta \quad (7.11)$$

である。

(3) 評価精度の検討 次に、以上に示した手法の精度の確認のため、他者の解析結果との比較を行なう。本問題に関する解析例は軸方向き裂付き円筒などと比べれば極めて限られているが、内面き裂 ($F < 0$) でかつき裂位置が $\theta = \pi/2$ である場合に対して Kappら⁽¹¹⁾ は選点法 (Boundary Collocation) を用いてその K_I を求めており、その結果は次式で与えられている。

$$\frac{K_I}{\sqrt{\pi a}} = \frac{-F}{W \sqrt{\pi}} (4.9 + 1.1\xi) \left\{ 1 + \frac{(1 - \xi)^2}{8} \right\} \frac{3.74 - 6.30\xi + 6.32\xi^2 - 2.43\xi^3}{(1 - \xi)^{3/2}} \quad (7.12)$$

ただし、上式は $\gamma = 1/3$ の場合のものであり、 $0.2 \leq \xi \leq 1$ において誤差 3% 以内とされている。図 7.3 は、式(7.10)から計算される K_I を式(7.12)と比較したものであり、このような厚肉のリングに対しても Kappらの主張する誤差の範囲内での良好な一致が確認できる。また、本論文 5.3.3 項に示した軸方向き裂付き円筒に対する評価精度から考えれば、リングが薄肉の場合には式(7.10)の評価精度がさらに向上することが期待できよう。

(4) 混合モード状態に対する検討 ところで、式(7.10)からもわかるとおり $\theta_i \neq \pi/2$ の位置では $K_{II} \neq 0$ となりモード I とモード II の混合モード状態となる。この場合には式(5.12)で考察したように、 K_{II} の発生によって見かけ上 K_{IC} が低下することにも端端的に現われているごとく K_I のみの単一モード下における破壊規準が適用できなくなるおそれがある。このことは、疲労や腐食によるき裂進展など混合モード状態でのクライテリアが明らかとなっていないものに対しては致命的な問題である。そこで以下では、式(7.10)を用いて K_I に対する K_{II} の比を調べ、式(5.12)などを用いた破壊の判定の際のその影響度を考察する。

内面き裂のときに $F < 0$ 、外面き裂のときに $F > 0$ (いずれもき裂が開く方向である) とすれば、 K_{II} と K_I の比は式(7.10)から次のようになる (添字の i は省略)。

$$\frac{K_{II}}{K_I} = \frac{f_F \cot \theta}{|-f_P + f_M^* - \bar{F}_L|} \quad (7.13)$$

まず、図 7.4 は $\gamma = 1/3$ ($r_o/r_i = 2$: 厚肉) および $\gamma = 1/9$ ($r_o/r_i = 5/4$: 薄肉) に対して θ によらない部分 ($f_F/|-f_P + f_M^* - \bar{F}_L|$) を計算したものであり、これが $\xi (=a/W) \approx 0.4$ にピークを持ち、リングが薄肉にすれば特に現実的な肉厚比 ($\gamma \leq 1/9$) のリングでは極めて小さく⁽¹⁷⁾、以下の解析においてこのずれが K_{II} に及ぼす影響もまた十分に小さいと考えられる。なお、逆に $\gamma = 1/3$ 程度の超厚肉円筒の場合には K_{II} の評価精度に多少の誤差が生じると考えられるが、ここでの目的が K_{II} の精度良い評価ではなく 5.4.3 項と同様のものであることを考えれば、いずれにせよこの評価誤差はここでの結論には何ら本質的な影響を及ぼさないものであることが理解いただけよう。

(すなわち γ が小さく) なるほど小さくなり、また肉厚比が同じであればき裂が外側にある場合の方が大きくなるものであることがわかる。

一方、図 7.5 は $f_F/|-f_P + f_M^* - \bar{F}_L|$ がほぼ最大となる $\xi = 0.4$ において、式(7.13)から計算される K_{II}/K_I を式(7.3)を満たす範囲で示したものである。同図より、通常の試験片 ($\gamma \leq 1/9$, $\theta \approx \pi/2$) において生じる K_{II} は K_I に比べて十分に小さいと考えて良いが、き裂の位置が荷重点 ($\theta = 0$) に近づくにつれて、特に厚肉の C リングにおいては無視し得ない程度の K_{II} が生じることがわかる。ただし、例えば式(5.12)などに照らしてその破壊の判定を行なう場合には、 $K_{II}/K_I = 0.2$ のとき K_{IC} は見かけ上 2% 程度しか低下しないことから、簡便性が望まれる工学的判断においては K_{II} を無視しても差し支えないと結論できよう。

7.3.2 変位拘束型 C リング試験片の混合モード応力拡大係数

次に本項では、外面に複数の軸方向き裂を有する変位拘束型の C リング試験片について、個々のき裂の K_I および K_{II} を評価する手順を示す。本問題に対しては、もちろん本論文第 4 章に示したエネルギー停留原理に基づく定式化が可能であるが、ここではさらにその諸式の物理的意味 (4.2 節および 4.3 節参照) を明らかにすべく変形をベースとした定式化を示すことにする。すなわち以下では、まずき裂の存在によるリング全体のコンプライアンスの増加に着目した解析手順を示し、これに基づいて種々のパラメータが K 値に及ぼす影響を検討する。

(1) 解析手法 荷重 F の作用点変位 u は、き裂がない場合の曲がり梁の変位 u_S と各き裂部材の変形による荷重点変位の増加分 u_C の和で表され、

$$u = u_S + u_C \quad (7.14)$$

と書ける。ここで、曲がり梁のコンプライアンスを $\lambda_S (=u_S/F)$ 、き裂の存在による系全体のコンプライアンスの増加分を $\lambda_C (=u_C/F)$ とすると、式(7.14)は

$$u = (\lambda_S + \lambda_C)F \quad (7.15)$$

となる。これより、変位制御型の負荷方式の場合にはき裂の存在によって系全体のコンプライアンスが増加し、き裂がない場合に同じ変位を生じる締め付け力 ($F_0 = u/\lambda_S$) よりも小さな力

$$F = \frac{1}{1 + \lambda_C/\lambda_S} \cdot \frac{u}{\lambda_S} = \frac{1}{1 + \lambda_C/\lambda_S} \cdot F_0 \quad (7.16)$$

が生じることがわかる^{*7}。変位拘束型の C リング試験片ではボルトの締め付け変位 u が与えられるから、式(7.16)から計算される F を式(7.10)に代入することによって個々のき裂の K_I および K_{II} が計算できることになる。

*7 式(7.16)を別の形で書けば次式のようにも表せる。

$$\lambda_S(F_0 - F) = \lambda_C F \quad (7.16')$$

ここで、本論文第 4 章で導いた不静定力を求めるための連立方程式の一般形である式(4.15)と上式を比較してみる。このとき、まず式(7.16')左辺における F_0 , F および λ_S がそれぞれ式(4.15)第 1 式左辺の $\{R_0\}$, $\{R\}$ および $[A]$ に対応するものであることがわかり、変位拘束型の C リングが不静定力が一つだけという式(4.15)の最も簡単なケースとして認識できるものであることが理解できよう。また、両式の右辺の対応を見てみると式(4.15)第 1 式に現われている $[B]^T\{Q\}$ の項がここでは F の関数として陽な形で λ_C の中に含まれていることも理解いただけよう。

以下では、 λ_S および λ_C の具体的解析方法を示した後に、種々の変位拘束型 C リング試験片に対して式 (7.16) に見られる締め付け力の低下率および式 (7.10) と合わせて得られる K 値の計算結果を示す。なお、ここではボルト等の締め付け治具はすべて剛体である (すなわちそのコンプライアンスを λ_B とするとき $\lambda_B=0$) として解析を行なうが、これらの変形を考慮する場合には式 (7.17) の λ_S に λ_B を加えたものを用いれば良い (すなわち $\lambda_S \rightarrow \lambda_S + \lambda_B$) から、以下で導く諸式はすべてそのままの形で使用できることになる。

(2) 曲がり梁のコンプライアンス き裂がない場合の曲がり梁のコンプライアンスである λ_S は、二次元弾性論の手法を用いて求めることができる。すなわちこの場合、Appendix 式 (A.33) から次のようになる。

$$\lambda_S = \frac{6\pi r_m^3}{E'W^3} h \quad (7.17)$$

ただし、 $E' = E/(1-\nu^2)$ (E は縦弾性係数、 ν はポアソン比) であり、

$$h = \frac{4\gamma^2(1+\gamma^2)}{3} \left(\frac{1+\gamma^2}{2\gamma} \log \frac{1+\gamma}{1-\gamma} - 1 \right)^{-1}$$

である。ここで、 $\gamma (=W/2r_m)$ は曲がり梁の厚肉度を表すパラメータであり、薄肉 ($\gamma \ll 1$) の時に $h=1$ となつて、 λ_S が初等材料力学の手法による解と一致することが確認できる (Appendix A.3 節参照)。

(3) き裂の存在による系のコンプライアンスの増加分 一方、き裂部材の変形による荷重点変位の増加分である u_C は、図 7.1(b) に示される各き裂部材の荷重方向の変形を $\{U_i\}$ ($=\{u_i, v_i, r_m\varphi_i\}^T$) とするとき

$$u_C = \sum_{i=1}^N \begin{Bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & \sin \theta_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ r_m\varphi_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^N \{D_i\}^T \{U_i\} \quad (7.18)$$

と書ける。上式は幾何学的な考察から容易に導けるものであるが、ここでは特にこの式 (4.12) および式 (4.38) との対応に注目されたい。また $\{U_i\}$ は式 (4.38) からわかるとおり、式 (4.29) に示される諸量を用いて

$$\begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{U_i\} \\ \{U_i\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda_{Fi} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{Pi} & \lambda_{PMi} \\ 0 & \lambda_{PMi} & \lambda_{Mi} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F_i \\ P_i \\ M_i/r_m \end{Bmatrix} + W \begin{Bmatrix} 0 \\ L_{Pi} \\ L_{Mi} \end{Bmatrix} \quad (7.19)$$

と表される。

次に、式 (7.19) に式 (7.5) および式 (7.6) を代入して $\{R_i\}$ および σ_{Li} を消去すると

$$\begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{\tilde{L}_i^*\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda_{Fi}^* \{D_i\} F - \{\tilde{L}_i^*\} F \sin \theta_i \\ 0 \quad \tilde{L}_{Pi} \quad \tilde{L}_{Mi}^* \end{Bmatrix}^T \quad (7.20)$$

を得る。ここで、

$$\tilde{L}_{Pi} = \frac{2\pi}{E'} \int_0^{\xi_i} \xi_i f_{Pi} \tilde{F}_{Li} d\xi_i, \quad \tilde{L}_{Mi}^* = \frac{2\pi}{E'} \int_0^{\xi_i} \xi_i f_{Mi}^* \tilde{F}_{Li} d\xi_i \quad (7.21)$$

である。さらに、式 (7.20) を式 (7.18) に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_C}{F} = \lambda_C &= \sum_{i=1}^N \left(\{D_i\}^T [\lambda_i^*] \{D_i\} - \{D_i\}^T \{\tilde{L}_i^*\} \sin \theta_i \right) \\ &= \sum_{i=1}^N (\lambda_{Fi} \cos^2 \theta_i + \lambda_{Qi} \sin^2 \theta_i) \\ \lambda_{Qi} &= \lambda_{Pi} - 2\lambda_{PMi}^* + \lambda_{Mi}^* + \tilde{L}_{Pi} - \tilde{L}_{Mi}^* \end{aligned} \right\} \quad (7.22)$$

となる*8。

ここで特に、き裂長さが等しくかつ曲がり梁の全長 ($0 \leq \theta \leq \pi$) にわたって等間隔にき裂が配置されるような場合 ($N \geq 1$) には、式 (7.22) において λ_{Fi} , λ_{Qi} がすべてのき裂で等しくなり、また

$$\sum_{i=1}^N \cos^2 \left(\frac{i\pi}{N+1} \right) = \frac{N-1}{2}, \quad \sum_{i=1}^N \sin^2 \left(\frac{i\pi}{N+1} \right) = \frac{N+1}{2} \quad (7.23)$$

であるから、式 (7.22) は次式のように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_C &= \frac{N-1}{2} \lambda_F + \frac{N+1}{2} \lambda_Q \\ \lambda_Q &= \lambda_P - 2\lambda_{PM}^* + \lambda_M^* + \tilde{L}_P - \tilde{L}_M^* \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

ただし、式 (7.3) の制約があるため、式 (7.24) の適用は例えば $\gamma=1/3, 1/9$ においてそれぞれ $N=3, 13$ までという制限がある。

(4) 解析結果・考察 き裂の存在による締め付け力の変化率は、式 (7.16) および式 (7.22) から

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1}{1 + \lambda_C/\lambda_S} = \left\{ 1 + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\lambda_{Fi}}{\lambda_S} \cos^2 \theta_i + \frac{\lambda_{Qi}}{\lambda_S} \sin^2 \theta_i \right) \right\}^{-1} \quad (7.25)$$

となる。また、個々のき裂の K_I および K_{II} は式 (7.10) から計算できるが、このうち K_{II} は K_I がわかれば式 (7.13) あるいは図 7.4 および図 7.5 から算出できるので、以下では次式のように無次元化した K_I についてのみ考える。

$$\frac{K_{II}W}{F_0\sqrt{\pi W}} = \frac{K_{II}W\lambda_S}{u\sqrt{\pi W}} = \frac{\sqrt{\xi_i}(-f_{Pi} + f_{Mi}^* - \tilde{F}_{Li}) \sin \theta_i}{1 + \lambda_C/\lambda_S} \quad (7.26)$$

まず式 (7.25) から、 λ_F/λ_S および λ_Q/λ_S が大きいほど F の低下が大きくなるのがわかるが、式 (7.26) はその結果を反映して K 値がき裂の存在を考慮しない場合*9のものよりも小さくなることを表している。このように、変位制御型 C リング試験片の K 値がき裂の存在によって荷重制御型のものよりも小さくなるメカニズムが上 2 式を通して具体的に理解できる。以下では、具体的な数値解析結果を通してき裂の存在の影響度を定量的に検討する。

*8 ここで、式 (7.22) と式 (4.38) の対応に注目すれば、本論文第 4 章に示した考え方と同様にしてここでの手順を非線形弾性体に対しても容易に拡張できることが理解できよう。

*9 $\lambda_C=0$ の場合には結果的に $F=F_0$ となって荷重制御型の結果である式 (7.10) に一致することからここでは仮にこう呼ぶことにするが、荷重制御型の正しい定義は $\lambda_S \rightarrow \infty$ である。

まず、図 7.6 はき裂が 1 個の場合の $\gamma=1/3, 1/9$ なる肉厚比のものに対して、き裂深さ (a/W) およびき裂位置 (θ) による式 (7.25) に示される F の低下率の違いを調べたものである。これよりまず、肉厚ほどまたき裂が深いほどき裂の存在による F の低下は大きくなることがわかる。また、き裂位置が荷重点 ($\theta=0$) に近づくほど F の低下は小さく、き裂位置の違いで F の低下率の a/W に対する変動特性がかなり異なる様子も読みとれる。

次に、図 7.7 および図 7.8 は $\gamma=1/9$ なる肉厚比のものに対して式 (7.26) に示される無次元の K_I を計算したものであり、図 7.7 はき裂 1 個の場合のき裂位置による違いを、図 7.8 は等長のき裂が等間隔に配置される場合 (式 (7.24) 参照) に $\theta_1=\pi/2$ のき裂の K_I に及ぼすき裂個数の影響をそれぞれ調べたものである。まず、図 7.7 ではき裂位置によって K_I の a/W に対する変動特性がかなり異なっており、特にき裂が深いところにおいては、必ずしも $\theta=\pi/2$ の時の K_I が最大になるとは限らないという不確定構造ならではの現象が確認できる。一方、図 7.8 ではき裂が浅い場合にはき裂個数の影響は小さいがき裂が深い場合には荷重制御型のもの (これは $F=F_0$ となるという意味で $\lambda_C=0$ とした場合に相当する) との差は顕著であり、またき裂個数が多いほどき裂深さに対する K_I の変動が緩やかになり全体的に K_I が低下する様子が見えとれる。

さらに、図 7.7 と図 7.8 から共通して読みとれるのは、変位拘束型の C リング試験片の場合には K_I はあるき裂深さでピークに至りその後はき裂が進展しても K_I は低下することである¹⁰。また、き裂の個数や配置をうまく選ぶことにより、かなり長いき裂進展の間 K_I がほぼ一定となる領域が得られる (例えば図 7.8 の $N=5$ の場合) こともわかる。このような特性をうまく活用すれば、例えばき裂長さの正確な計測を必要としない簡便な定 ΔK 試験片⁽⁷⁾ としての利用なども考えられよう。

¹⁰ ここでの K_I の低下は 4.4.3 項に示した軸方向き裂付き円筒のものとは本質的に別の現象である。すなわち、まず軸方向き裂付き円筒では内力が式 (4.75) に示されるような関係を満たす時に式 (4.76) のように特異項が相殺するために $K_I \rightarrow 0$ となるわけである。ところが、変位拘束型 C リング試験片の場合には式 (7.26) (簡単のため $N=1, \theta_1=\pi/2$ とする) に式 (4.66) に示される $\xi \rightarrow 1$ における諸量を代入すれば

$$\frac{K_I W}{F_0 \sqrt{\pi W}} = \frac{K_I W \lambda_S}{u \sqrt{\pi W}} \rightarrow \frac{\sqrt{\xi} \left\{ \frac{\beta}{\sqrt{\xi(1-\xi)^3}} \left(\frac{k}{3} - 1 \right) \right\}}{1 + \frac{1}{\lambda_S} \frac{\pi \beta^2}{E' (1-\xi)^2} \left(1 - 2\frac{k}{3} + \frac{k^2}{9} \right)} \rightarrow \frac{\lambda_S E' \sqrt{1-\xi}}{\pi \beta \left(\pm \frac{2\gamma}{W} - 1 \right)} \rightarrow 0$$

となることからわかるように、 F が 0 になる速度 $((1-\xi)^2)$ が応力拡大係数の有限幅補正係数の特異性 $((1-\xi)^{-3/2})$ よりも強いことによっているのである。

7.3.3 実用式の作成とその精度

以上、荷重制御型 (式 (7.10)) および変位拘束型の C リング試験片 (式 (7.26)) に対してそれぞれ K 値の評価式が導かれた。これらを用いることにより、前章までに示した軸方向き裂付き円筒と同様に極めて広範囲の問題を統一的に取扱うことができる。ここでは、さらにこれらの実用に資すべく、3.2.4 項および 5.5.2 項に示したものと同様に漸近特性を考慮した精度良い簡易評価式の作成を試みる。

(1) 荷重制御型 C リング試験片に対する K 値の簡易評価式 まず、荷重制御型の C リング試験片に対して導かれた式 (7.10) を見てみると、精度良い簡易評価式が整備された f_P, f_M, f_F (式 (4.30) 参照) に対して \tilde{F}_L は式 (7.11) に示されるとおり数値積分によって求める必要がある。このことは、実用に際しての大きな負担となるものと考えられる。そこでまず K_I に及ぼす \tilde{F}_L の影響度を調べたところ、図 7.9 に示されるように特に肉厚の場合にき裂が浅いところでその影響が顕著となり、これが無視し得ないものであることが明らかとなった。そこで以下では、 \tilde{F}_L の影響を考慮した式 (7.10) 第 1 式の簡便評価式を作成しその精度の検証を行なうことにする。

簡便評価式としては、 K 値の一つの式で表す式 (7.12) のようなものが一般的であるが、ここではき裂部材に作用する力 ($F_i, P_i, M_i, \sigma_{Li}$) の寄与分が陽に分離されて示されるという式 (7.10) の特徴を生かすべく、漸近特性に基づく \tilde{F}_L の簡便評価式 (\tilde{F}_L^*) を作成することを考える。すなわち、まず $\xi \rightarrow 0$ の時には式 (7.11) は

$$\tilde{F}_L(\gamma, \xi) = \beta \times [\sigma_L \text{の表面での値}] \quad (7.27)$$

となるから (式 (3.28) 参照)、 γ の 20 ケースに対して $[\sigma_L \text{の表面での値}]$ を求め、最小二乗法によって近似関数を求めたところ次式を得た ($\gamma \leq 1/3$ で誤差 2% 以内)。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}_L^*[\text{内面}] &= \beta (1.90 + 2.95\gamma) \\ \tilde{F}_L^*[\text{外面}] &= \beta (1.95 - 1.18\gamma) \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

ここで、 β は外側き裂の補正係数 (=1.1215) である。次に、 $\xi \rightarrow 1$ の漸近特性 (式 (7.11) に見られる $(1-\xi)^{-3/2}$) を満たしつつ $\xi \rightarrow 0$ で式 (7.28) に一致するように \tilde{F}_L^* の関数形を決めてやると次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}_L^*[\text{内面}] &= \beta (1.90 + 2.95\gamma) (1-\xi)^{-3/2} e^{-6.4\xi} \\ \tilde{F}_L^*[\text{外面}] &= \beta (1.95 - 1.18\gamma) (1-\xi)^{-3/2} e^{-4.7\xi} \end{aligned} \right\} \quad (7.29)$$

ただし、上式は K_I 全体としての誤差すなわち

$$F_{ERR}(\gamma, \xi) = \left| 1 - \frac{-f_P + f_M^* - \tilde{F}_L^*}{-f_P + f_M^* - \tilde{F}_L} \right| \times 100 \quad (7.30)$$

が $0 \leq \xi \leq 1$ および $\gamma \leq 1/3$ の範囲で最小となるように決定したため、 \tilde{F}_L 自体の評価式としては ξ の大きい所で多少誤差が大きくなることを注記しておく¹¹。

図 7.10 は、式 (7.30) で定義される誤差 [%] の $0 \leq \xi \leq 1$ における最大値を調べ、肉厚比 ($\gamma=1/3, 1/4, \dots, 1/9, 1/27, 1/81$) に対してプロットしたものである。同図から、式 (7.29) を用いることによ

¹¹ 3.3.3 項にも示したように、Kaya の式を用いて評価される F_L 自体に数 % の誤差が含まれているため、現状では式 (7.29) の精度良い評価式を考えることは困難である。

て肉厚およびき裂深さによらず特に内面き裂に対して極めて精度良く K_I が評価できることがわかる ($\gamma \leq 1/9$ では内外き裂いずれの場合にも誤差 0.7% 以内である)。

(2) 変位拘束型 C リング試験片に対する K 値の簡易評価式 次に変位拘束型の C リング試験片に対する式 (7.26) を見てみると、ここでも式 (7.10) の \bar{F}_i の場合と同様にその計算の際に式 (7.19) に示される各コンプライアンスを数値積分によって求める必要があり、このことが式 (7.26) の実用に際しての大きな負担となることが考えられる。そこで以下では、式 (7.25) の評価の際の各項の影響度を調べて陽な表記の実用式を検討する。

まず、式 (7.25) の計算に必要となる 6 個のコンプライアンスの大小関係を調べたところ、 γ および $\xi (=a/W)$ によらず $\lambda_M^* \gg \lambda_F, \bar{\lambda}_P, \bar{\lambda}_M^*$ であることが明らかとなった。そこで、式 (7.25) からこの 3 つを無視した次式

$$\frac{F^*}{F_0} = \left\{ 1 + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\lambda_{Pi} - 2\lambda_{PMi} + \lambda_{Mi}^*}{\lambda_S} \sin^2 \theta_i \right) \right\}^{-1} \quad (7.31)$$

を考え、これによる式 (7.25) の近似精度を調べた結果 ($\gamma=1/9$) を図 7.11 に示す。同図から、き裂 1 個の場合には $\theta=\pi/2$ に近いほど^{*12}、また複数き裂の場合 (図中 $N=5, 9$ の結果は同長・等間隔配置のものである) にはき裂個数が多いほど F^* の近似精度が低下する様子が読みとれる。また、他の肉厚比においてもほぼ図 7.11 と同様な傾向が同え、全体的に肉厚のものほど誤差が大きくなることが明らかとなった。とはいえ、本手法の守備範囲 (式 (7.3)) 中での最大誤差は $\gamma=1/3, 1/9$ においてそれぞれ 5.5% ($N=3$), 2.0% ($N=13$) であり、式 (7.31) を用いても $\gamma \leq 1/9$ なるリングに対しては十分に精度良く F/F_0 の評価が可能であると結論できる。

そしてこのとき、本論文 3.2.4 項で導いた式 (3.40) から $\lambda_P, \lambda_{PM}^*, \lambda_M^*$ として次式が得られる (いずれも式 (3.12) に示される f_P, f_M を用いた数値積分の結果と比較して誤差 0.5% 以内である)。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_P &= \frac{\pi \beta^2}{E'} \cdot \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2} \{ 1 - \xi(1-\xi)(1.606 - 1.942\xi + 1.128\xi^2) \} \\ \lambda_{PM}^* &= \pm \left(\frac{6r_m}{W} \right) \frac{\pi \beta^2}{E'} \cdot \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2(1+2\xi)} \{ 1 - \xi(1-\xi)(0.55 - 0.50\xi) \} \\ \lambda_M^* &= \left(\frac{6r_m}{W} \right)^2 \frac{\pi \beta^2}{E'} \cdot \frac{\xi^2}{(1-\xi)^2(1+2\xi)^2} \{ 1 + \xi(1-\xi)(0.44 + 0.25\xi) \} \end{aligned} \right\} \quad (7.32)$$

ここで、 λ_{PM}^* の符号は内面き裂の時に負、外面き裂の時に正である。

すなわち、式 (7.31) と式 (7.32) を用いることにより数値積分を行なうことなく F の低下率 (式 (7.25)) が計算できることになり、さらに式 (7.29) を用いれば同様にこの場合の K 値も式 (7.26) などから容易に計算できることになる。もちろんその評価精度と適用限界には十分な注意が必要ではあるが、これらを利用することにより実用に際しての負担が大幅に軽減できることになるであろう。

12 き裂が集中荷重作用点に近付けばせん断成分が大きくなり λ_F を無視することによる誤差が大きくなる (F^ が F よりも大きくなる) ように思われるが、図 7.11 に示されるようにここでの結果はこの直感に反している。これは、き裂 1 個の場合の $\theta=\pi/2$ における誤差は主として $\bar{\lambda}_M^*$ を無視することによって F^* が小さくなることによるが、上記の λ_F の影響は丁度この $\bar{\lambda}_M^*$ の影響と打ち消しあうことになるからである。

7.3.4 非線形問題への拡張

次にここでは、以上で得られた諸式を非線形弾性体に拡張し、Ramberg-Osgood 型の構成式 (式 (3.44)) を持つ材料に対して個々のき裂の J 積分値を求める評価式を導いておく。

(1) き裂部材の非線形量の整理 具体的な関係式を導く前に、まずき裂部材の非線形量を整理しておく。すなわち、ここでも 4.4 節で用いたもの (式 (4.81)~式 (4.84)) と全く同じものが使用できるわけであるが、式 (7.5) および式 (7.6) にも示したように本問題においてはすべての内力が F に比例する形で書けることから各非線形量はそれぞれ以下のように書き直すことができる。

$$\frac{\Omega_i^{cp}}{\alpha \epsilon_0 \sigma_0 W^2} = \frac{1}{n+1} \frac{\bar{f}_i^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi_i)^{n+1}} \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^{n+1} \quad (7.33)$$

$$\frac{J_i^p}{\alpha \epsilon_0 \sigma_0 W} = \frac{\bar{f}_i^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi_i)^{n+1}} \left[\frac{1}{1-\xi_i} + \frac{\partial \bar{f}_i / \partial \xi_i}{2 \bar{f}_i} \right] \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^{n+1} \quad (7.34)$$

$$\left\{ \frac{\partial \Omega_i^{cp}}{\partial R_i} \right\} = [\lambda_i^{p*}] \left\{ \begin{matrix} F_i \\ P_i \\ M_i/r_m \end{matrix} \right\} = [\lambda_i^{p*}] \{D_i\} F \quad (7.35)$$

$$[\lambda_i^{p*}] = \frac{\alpha}{E} \frac{\bar{f}_i^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi_i)^{n+1}} \begin{bmatrix} \Lambda_{Fi} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{Pi} & \Lambda_{PMi}^* \\ 0 & \Lambda_{PMi}^* & \Lambda_{Mi}^* \end{bmatrix} \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^{n-1} \quad (7.36)$$

$$\bar{f}_i = \Lambda_{Fi} \cos^2 \theta_i + (\Lambda_{Pi} - 2\Lambda_{PMi}^* + \Lambda_{Mi}^*) \sin^2 \theta_i \quad (7.37)$$

ここで、 \bar{f}_i は荷重によらない無次元関数であるから、コンプリメンタリエネルギーと J 積分は外荷重 F の $(n+1)$ 次関数、コンプライアンスは F の $(n-1)$ 次関数となっていることが確認できるであろう。

(2) J 積分 個々のき裂の J 積分の線形弾性成分 (J_i^e) は式 (7.10) から次式のように得られる。

$$J_i^e = \frac{K_{Fi}^2 + K_{Li}^2}{E'} = \frac{\pi \xi_i F^2}{E' W} \left[f_{Fi}^2 \cos^2 \theta_i + (f_{Pi} - f_{Mi}^* + \bar{F}_{Li})^2 \sin^2 \theta_i \right] \quad (7.38)$$

一方、 J 積分の非線形弾性成分は式 (7.34) に示されるとおりであるから、結局この場合の J 積分は次式のような形式で書けることがわかる。

$$J_i = J_i^e + J_i^p = \frac{\sigma_0^2 W}{E} \left[\left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^2 h_1(\gamma, \theta_i, \xi_i) + \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^{n+1} h_n(\gamma, \theta_i, \xi_i, n) \right] \quad (7.39)$$

ここで、 h_1 および h_n は全面型解 (3.2 節参照) と同様な性質をもつ無次元関数である。

(3) F を求める方程式 線形弾性体に対する F を求める方程式は、式 (7.16') と式 (7.18) から次式のように書くことができる。

$$\lambda_S(F_0 - F) = \sum_{i=1}^N \{D_i\}^T \{U_i\} \quad (7.40)$$

よってこのとき、4.4.1 項に示した式 (4.80)~式 (4.86) の導出の場合と同様に考えれば、式 (7.40) は Ramberg-Osgood 型の材料に対しては次式のように書き直せば良いことがわかる。

$$\lambda_S(F_0 - F) = \sum_{i=1}^N \{D_i\}^T \{ [\lambda_i^e] \{R_i\} + [\lambda_i^{p*}] \{R_i\} + \{L_i^e\} \} \quad (7.41)$$

ここで、 $\{\lambda_i^*\}$, $\{R_i\}$, $\{L_i^*\}$ は式 (7.19) に、 $\{\lambda_i^{p*}\}$ は式 (4.84) に示されるものとそれぞれ同じである。

さてここで、式 (7.22) と同様に式 (7.41) における $\{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{R_i\}$ の項を具体的に計算すれば、式 (7.5) に示される $\{D_i\}$ と式 (7.36) から次式のようになる^{*13}。

$$\{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{R_i\} = \{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{D_i\} F = \frac{\alpha \sigma_0 W}{E} \frac{\tilde{f}_i^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi_i)^{n+1}} \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^n \quad (7.42)$$

式 (7.22) と式 (7.42) を式 (7.41) に代入して多少変形すれば次式を得る。

$$\frac{F_0}{\sigma_0 W} - \frac{F}{\sigma_0 W} = \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\lambda_{Fi}}{\lambda_S} \cos^2 \theta_i + \frac{\lambda_{Qi}}{\lambda_S} \sin^2 \theta_i \right) \frac{F}{\sigma_0 W} + \frac{\alpha}{E \lambda_S} \frac{\tilde{f}_i^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi_i)^{n+1}} \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^n \right] \quad (7.43)$$

(4) 考 察 まず荷重制御型の場合には式 (7.43) において $\lambda_S \rightarrow \infty$ とすれば $F=F_0$ となること
が確認できるが、 λ_S が有限の値をとる変位拘束型 (コンプライアンス付き変位制御型) の場合には同式
右辺が正値をとるためやはり $F < F_0$ となることからわかる。そしてこの場合には、き裂部材の変形の非線
形成分の存在によって図 7.6 に示される線形弾性体の場合のものよりも F の低下率は大きくなり、また
き裂の深い所では図 7.7 および図 7.8 に示されたものと同様に $J \rightarrow 0$ となることなどが予想される。こ
のような非線形成分の影響は、いずれも軸方向き裂付き円筒で見られたものと同じであることに気付く
であろう。

ところで、荷重制御型に対する式 (7.39) などはその実用的価値が十分にあると考えられるが、一方
変位拘束型の環境試験片にここでの結果 (式 (7.43)) を用いることはあまり考えられまい。ところが、
7.3.2 項の最後にも述べたような「かなり長いき裂進展の間 K_{Ic} がほぼ一定となる領域 (図 7.8 参照)」が
この場合にも現われることが十分に考えられる。すなわち、変位制御型の試験を行なうことにより、き
裂長さの正確な測定を必要としない定 ΔJ 疲労き裂進展試験などが可能となることが考えられ、特に小
中径管の疲労強度特性を評価する際の有効な試験片としての利用が期待できよう。

*13 式 (4.17) あるいは式 (4.18) などからもわかるとおり

$$\{D_i\}^T \{U_i\} = \{D_i\}^T \left\{ \frac{\partial \Omega_i^e}{\partial R_i} \right\} = \frac{\partial \Omega_i^e}{\partial F}$$

である。このことを利用すれば式 (7.42) はもっと簡単に導くことができる。すなわち、

$$\{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{R_i\} = \{D_i\}^T \left\{ \frac{\partial \Omega_i^{ep}}{\partial R_i} \right\} = \frac{\partial \Omega_i^{ep}}{\partial F}$$

であるから、これに式 (7.33) を代入すればやはり式 (7.42) が得られることになる。

さらに、ここで式 (7.42) において $n=\alpha=1$ とおけば

$$\{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{R_i\} = \frac{\lambda_{Fi} \cos^2 \theta_i + (\lambda_{Pi} - 2\lambda_{PMi} + \lambda_{Mi}) \sin^2 \theta_i}{E(1-\xi_i)^2} F$$

となるが、これは式 (7.41) 右辺に示される線形弾性成分のうち $\{R_i\}$ によるものである次式と本質的に
同じものであることが理解できよう。

$$\{D_i\}^T \{\lambda_i^{p*}\} \{R_i\} = [\lambda_{Fi} \cos^2 \theta_i + (\lambda_{Pi} - 2\lambda_{PMi} + \lambda_{Mi}) \sin^2 \theta_i] F$$

(5) $N=1$, $\theta=\pi/2$ の場合の諸式の整理 $\theta=\pi/2$ の位置にき裂を一個付すという最も簡単な形状
は破壊靱性試験片として一般に用いられていた形状であるが、特にこれは今後小型試験片を用いた非線
形領域における各種破壊強度試験片として変位拘束型 (コンプライアンス付き変位制御型) のものも含め
て重要視されると考えられることから、ここで本項の結果をこの形状に対してまとめて示しておく。

まず、 F を求める方程式 (式 (7.43)) は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_0}{\sigma_0 W} - \frac{F}{\sigma_0 W} &= \frac{\lambda_Q}{\lambda_S} \frac{F}{\sigma_0 W} + \frac{\alpha}{E \lambda_S} \frac{\tilde{f}^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi)^{n+1}} \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^n \\ \lambda_Q &= \lambda_P - 2\lambda_{PM} + \lambda_M + \tilde{L}_P - \tilde{L}_M \\ \tilde{f} &= \Lambda_P - 2\Lambda_{PM} + \Lambda_M \end{aligned} \right\} \quad (7.44)$$

ここで、 λ_S および λ_P , λ_{PM} , λ_M はそれぞれ式 (7.17) および式 (7.32) に示されるとおりであり、また
 Λ_P , Λ_{PM} , Λ_M は式 (4.85) を用いて表 3.1 から評価できるものである。そして \tilde{L}_P および \tilde{L}_M は式
(7.31) に示した理由に加えて、ここではき裂部材の変形の非線形成分も加わることから、実用上これは
無視しても良いであろう。

こうして求まった F を用いれば、次式から J 積分値を評価することができる。

$$\left. \begin{aligned} J &= J^e + J^p \\ J^e &= \frac{\sigma_0^2 W}{E'} \pi \xi (f_{Pi} - f_{Mi} + \tilde{F}_{Li})^2 \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^2 \\ J^p &= \frac{\alpha \sigma_0^2 W}{E} \frac{\tilde{f}^{\frac{n+1}{2}}}{(1-\xi)^{n+1}} \left[\frac{1}{1-\xi} + \frac{\partial \tilde{f} / \partial \xi}{2\tilde{f}} \right] \left(\frac{F}{\sigma_0 W} \right)^{n+1} \end{aligned} \right\} \quad (7.45)$$

ここで、 f_{Pi} および f_{Mi} としては式 (4.30) に示されるものを用いれば良い。また、自己平衡力の影響
項である \tilde{F}_{Li} は図 7.9 に示したようにき裂が短い場合には無視できないものであり、このとき非線形成
分が支配的であるとはいえないことからやはりこの項は無視することはできない。ところが、この評価
には前節で求めた式 (7.29) を用いることができ、このとき全体としての評価精度は図 7.10 に示したも
のよりも良くなるはずである^{*14}。

*14 ただし、コンプリメンタリエネルギーの全面塑性解である Λ_P , Λ_{PM} , Λ_M の精度上の問題もあるため、
式 (7.44) および式 (7.45) の評価精度は現在の所不明である。

7.3.5 結果の整理と考察

本節では、内外に複数の軸方向き裂を有する荷重制御型および変位拘束型のCリング試験片に対して、個々のき裂の破壊力学パラメータを統一的に評価する手順を示した。個々の結果に対する考察は随時行なったが、以下ではこれらを要約し総合的な考察を加える。

まず7.3.1項では、荷重制御型のものに対する K_I および K_{II} の評価式(式(7.10))を導くと同時に、 K_I の解析結果を他者の解析結果と比較して、本問題に対しても軸方向き裂付き円筒と同様にかなり厚肉のものまで精度良い評価が行なえること(5.3.3項参照)を確認した。またここでは、薄肉($\gamma \leq 1/9$)のCリングでは一般に $K_I \gg K_{II}$ と考えて良いが、厚肉のものでは場合によっては無視し得ない程度の K_{II} が生じることも明らかにした。すなわち、実機円筒の強度評価においては混合モード状態を考慮する必要性はほとんどない(5.4.4項参照)ことと合わせて考えれば、この種の試験は $\theta \approx \pi/2$ にき裂を配置あるいは分布させて行なう方が現実に近い状態が再現できるといえるであろう。

7.3.2項では、本論文4.2節に示した方法論に基づいて変位拘束型のものに対して K_I および K_{II} の評価式(式(7.26))を導いた。同式は、荷重制御型のものも含めて極めて広範囲の問題を統一的に取り扱えるばかりか、 K_I および K_{II} に及ぼすき裂位置(θ)、引張り、曲げ、せん断力および自己平衡力の影響項が隔に分離された形で表示されており、個々のパラメータの影響度を考察するうえでも極めて便利な表記であるといえよう。また具体的解析を通して、変位拘束型の場合の K 値はき裂が深い所で0になるような山型の変化をし、またこの K 値のき裂深さに対する変動特性がき裂位置(荷重点からの角度)やき裂個数によって大きな影響を受けるものであることを明らかにし、この種の問題においてき裂の存在による系のコンプライアンスの変化を考慮することの重要性を指摘した。

次に7.3.3項では、以上で導かれた評価式(式(7.10)および式(7.26))の実用に資すべく、それぞれに対して精度良い実用式を作成した。すなわち、まず式(7.10)に対してはその実際の計算に際して大きな負担となると考えられる数値積分項(自己平衡力(σ_L)の影響項)の陽な評価式として \bar{F}_L^* (式(7.29))を導き、これを用いて K_I が極めて精度良く評価できることを示した。一方、式(7.26)に対しては式(7.25)の評価に際してのコンプライアンスの大小関係に着目して、3.2.4項で導いたコンプライアンスの簡易評価式(式(7.32))のみを用いて式(7.25)が精度良く評価できることを明らかにした。すなわち、ここで導かれた式(7.29)および式(7.31)を用いることにより、任意の状態に対して実用上十分な精度で簡単に混合モード応力拡大係数が評価できることになり、本節で導かれた K 値評価式の実用に際しての負担が大幅に軽減されるものと考えられる。

さらに7.3.4項では、本論文4.4節に示した考え方に基いて以上で導かれた諸式をRamberg-Osgood型の非線形弾性体に対して拡張し、荷重制御型および変位制御型に対して個々のき裂の混合モード J 積分値の評価式を導いた(式(7.35)、式(7.38)、式(7.43))。

なお、本節ではボルトの締め付けによる直径方向の強制変位によって外力が与えられるような場合を最終的な解析対象としたため、外力が直径方向に作用する場合(図7.1(a)参照)のみについての定式化を行なったが、外力の作用軸が平行に移動した場合⁽¹¹⁾についても式(7.1)および式(7.17)の形が多少複雑になるだけで、本節に示した手順によって全く同様に K 値が評価できる。

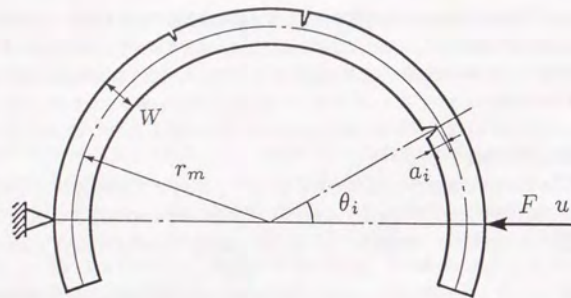
7.4 結 言

本章では、円筒型構造物に対する破壊特性および疲労特性評価のための試験片として注目されている各種リング型破壊力学試験片に、本論文で主張するマトリクス法破壊力学の手順の適用を試みた。中でもCリング試験片は破壊特性試験片(荷重制御型)としてはもちろんのこと環境強度試験片(変位拘束型)としてその有用性が大きいにもかかわらず、前者に対する解析は限られたものであり後者にいたっては皆無である点に着目して、マトリクス表記を用いたこれらの線形および非線形破壊力学パラメータを統一的に評価する手順を示した。

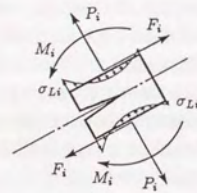
主要な結果は7.3.5項で整理したとおりであるが、ここで示された本手法の利点は7.2節で紹介したその他のリング型試験片に対してもやはり同様に成立するものと考えられる。そこで、ここでは最後に7.3節で取扱ったもの以外のリング型試験片への本手法の適用について簡単にふれておきたい。

まず、前節で示したものと同じCリング試験片の $\theta = \pi/2$ の位置にき裂を付しその背面から集中心力を作用させるものとしてArc-Bend試験片⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾があるが、これはSrawley⁽¹⁹⁾による三点曲げ試験片の K_I を用いることにより前節と全く同様の取扱いが可能となるものと考えられる。もちろん本問題に対しては、本論文で示したき裂片側き裂材を用いるものよりも円筒の曲率の影響を受けやすいであろうという精度上の問題点の他に、き裂個数や位置をパラメータとした議論が行なえないことから、マトリクス法破壊力学を用いる利点はそれほど大きくなく、単なる簡易解析手法としての域を出ないであろう。

一方、円筒型試験片については、7.2節でも指摘したようにこれは荷重制御型であっても図7.7および図7.8に示したような K 値が一定となる領域が生じるのものである。つまり、変位拘束型ではさらに別の特性が現われる可能性がある点で興味深い。もちろん本試験片は環境強度試験片としてはCリング試験片に劣ると考えられるが、今後この種の特性を明らかにして本章に示した変位拘束型のCリング試験片と合わせて疲労強度特性評価用の試験片としての活用を考えてみたい。



(a) 負荷およびき裂配置の概念図



(b) i 番目のき裂部材と作用する内力

図 7.1 軸方向き裂付き C リング試験片の解析モデル

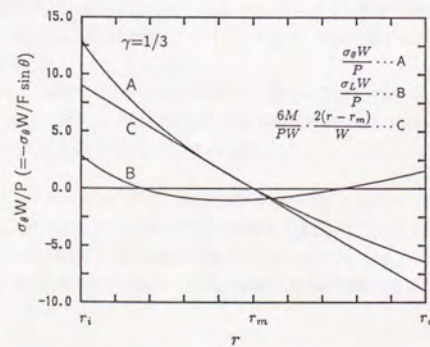


図 7.2 C リング試験片の無次元化された周方向応力 (σ_θ) とその分離 ($\gamma=1/3$)

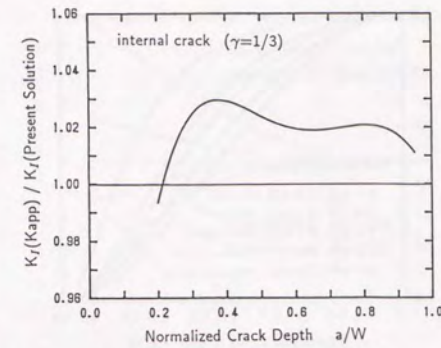


図 7.3 Kapp らの近似式⁽¹¹⁾ との比較 (内面き裂, $\gamma=1/3$, $\theta=\pi/2$)

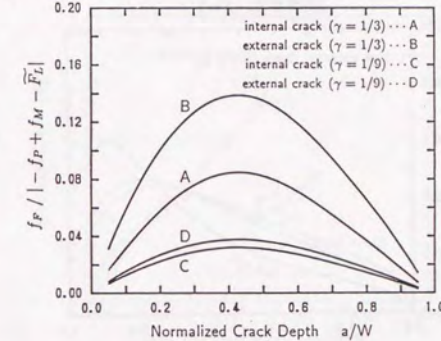


図 7.4 $f_F / | -f_P + f_M - F_L |$ に及ぼす肉厚比 (γ) および内外き裂の相違の影響

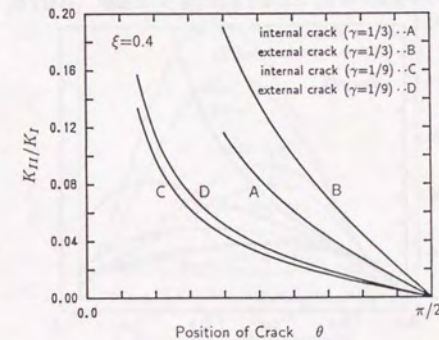


図 7.5 K_{II}/K_I ($\xi=0.4$) に及ぼすき裂位置 (θ) の影響

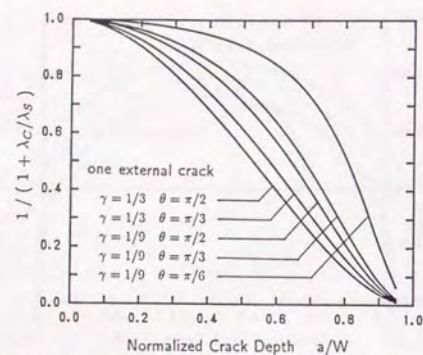


図 7.6 締め付け力の低下 ($F/F_0=1/(1+\lambda_C/\lambda_S)$) に及ぼす肉厚比 (γ) およびき裂位置 (θ) の影響 (外側き裂, $N=1$)

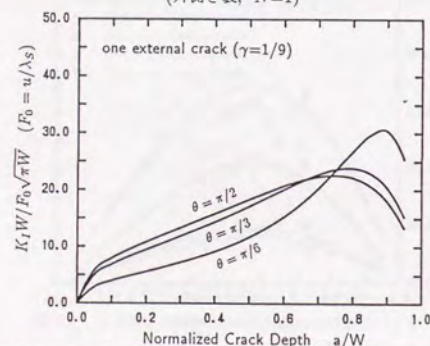


図 7.7 変位拘束型 C リング試験片の K_I に及ぼすき裂位置 (θ) の影響 (外側き裂, $N=1$, $\gamma=1/9$)

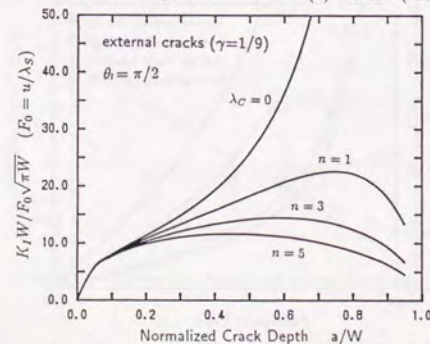


図 7.8 変位拘束型 C リング試験片の $K_I(\theta_i=\pi/2)$ に及ぼすき裂個数 (N) の影響 (外側き裂, $\gamma=1/9$)

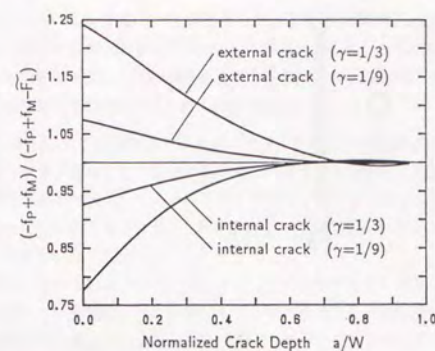


図 7.9 K_I に及ぼす自己平衡力の項 ($\tilde{F}_L(\sigma_L)$) の影響

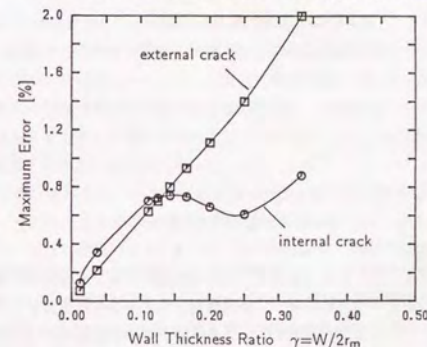


図 7.10 \tilde{F}_L の簡易評価式を用いた際の K_I の評価誤差 [%] ($0 \leq \xi \leq 1$ での最大値)

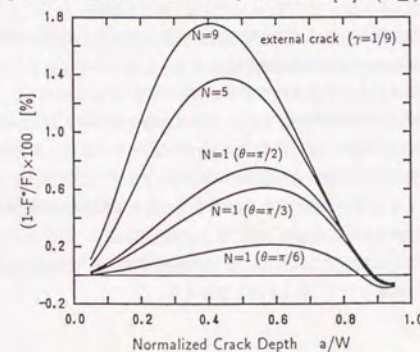


図 7.11 F^* の近似精度 [%] ($\gamma=1/9$)

8

総括

8.1 本論文の成果

本論文は、試験片レベルで培われてきた破壊力学の知見が実構造物の破壊強度評価において十分に活用されていないという従来の構造健全性評価の現状に対し、まずその問題点として体系的調査に基づく強度特性に関する議論が欠如している点を指摘し(第1章)、その解決のための方法論を構築する(第2章～第4章)と同時に、多くの実例を通してその実機への活用手順とこれによって導かれる新たな破壊強度特性を具体的に示した(第5章～第7章)ものである(図1.1参照)。

具体的には、まず有限要素法を併用する限り破壊強度の体系的調査は困難であると考え、新たにエネルギー原理をベースとした構造解析理論をき裂問題に拡張する考え方を示し(第2章)、マトリクス法破壊力学なる簡易解析手法として定式化している(第4章)。そして次に、これをプラントの主要部分に用いられその破壊強度特性の解明が急がれている円筒型構造物の線形および非線形破壊力学パラメータ評価に適用し、評価精度の検討の後に各種パラメータに対する体系的な影響度評価を行なって多くの破壊強度特性を新たに明らかにしている(第5章・第6章)。またここでは、得られた知見を構造健全性評価に活用する考え方なども詳しく論じてあり、本手法が単なる簡易解析手法に終わることなく一強度評価体系として工学的に有用なものとなりうることを主張している。

各章の具体的成果はそれぞれの結言などに詳しく記してあるので、以下では論文全体の流れを概観することに重点をおいて各章の概要とその主要な成果を整理する。

第1章「序論」においては、本論文の動機となった「構造健全性評価における問題点」を具体的に分析してその解決のためには何が必要であるかについて論じ、さらにその目標のもと本論文に至るまでに筆者が行ってきた研究の経緯(投稿論文)および各章の内容とそれらの関連を明らかにした。

すなわち、ここで指摘した問題点は以下の2点である。

- (1) 有限要素法の併用による強度評価では各種パラメータの影響度評価が困難であることに加えて、その解析過程のブラックボックス性から強度特性に関する議論が著しく困難になっている。すなわち、すべてが仮想事故解析としてのケーススタディとして閉じた研究となっており、構造物の安全性の議論のために不可欠となる知見(これを本論文では強度特性と呼ぶ)が残されていない(あるいは残そうという努力が見られない)。
- (2) 特に非線形領域において破壊力学パラメータとしての有効性などを無視した再現性のないケーススタディが累積されている現状には、試験片レベルでの研究成果を実構造物に適用するための伸介となる理論の発展がTearing Instability理論以降見られず、熱力学的意味の不明確なままこれが用いられていたことに大きな原因がある。

第2章「構造力学におけるエネルギー原理とそのき裂問題への拡張」においては、上記(1),(2)の解決を目的として新たな破壊力学解析の概念の構築のための基礎的検討を行なった。すなわちここでは、エネルギー原理に基づく解析が変形をベースとした材料力学的議論に比べて「理論の見通し良い展開が可能」・「導かれる諸式の物理的意味や力学的妥当性が明確」・「導出過程から得られる情報量がはるかに豊富かつ有用」であるなど多くの利点をもつことに着目して、エネルギー原理に基づく古典的構造解析理論をき裂問題に拡張する考え方を議論してある。

具体的には、荷重変位曲線を用いた各種破壊規準の物理的意味の考察を通して、「き裂を有する構造物の内力を求める方程式がエネルギー停留原理から直接導かれること」(内力が求まれば個々のき裂の破壊力学パラメータは容易に計算できる)および「従来からある二つの不安定破壊規準がいずれも弾性安定理論において良く知られたエネルギー原理から統一的に導かれること」を導いている。これらによって、複数き裂問題など複雑な構造物や非線形問題に対しても破壊力学を自然な形で拡張でき、き裂を有する構造物の安定および不安定破壊を良く知られたエネルギー原理に対応させて明確に理解できるようになったといえよう。

第3章「き裂部材の変形とエネルギー」では、第2章で示した基礎理論を第4章において現実問題に適用可能となるよう定式化する際に不可欠となるき裂部材の変形(あるいはエネルギー)を計算する手順を論じてある。すなわちここでは、線形弾性体および非線形弾性体に対してそれぞれ任意の応力分布に対するき裂部材の変形およびエネルギーの一般形を導き、これらをマトリクス表記を用いて整理してある。

特に、非線形弾性体に対してはこの種の複合荷重下における研究が少ないため、ここでは新たに軸力・曲げモーメント・せん断力が複合する場合のき裂部材の変形および破壊力学パラメータ(J 積分値)を全ひずみ塑性理論に基づいてパラメトリックに評価する手順を提唱した。一方、線形弾性体に対しても後章における破壊強度特性の理論的考察において重要な情報となる解析的漸近特性を導くと同時に、これに基づいて各種変形に対する高精度な簡易評価式を求めた。

第4章「マトリクス法による実構造物の破壊力学パラメータ評価」においては、マトリクス表記が構造解析理論の展開とその計算機を用いた数値演算に極めて有効であることに着目して、第2章に示した基礎理論のマトリクス表記による一般形を線形弾性体・非線形弾性体さらに実用を考へて Ramberg-Osgood 型の構成式に対してそれぞれ定式化し、これらを総称して「マトリクス法破壊力学」と命名した。本手法の特徴としては、上記のもの他に「材料力学および破壊力学において整備されてきた解析解が有効に活用できる」点、「陽な形で定式化されているため各種パラメータの影響度を通した現象の考察に極めて有効である」点などがあげられ、体系的調査が実用レベルで可能となることはもちろん現象解明のための補助的ツール(8.2節参照)としても極めて有用な方法論であることが示された。

また、従来非線形弾性体に対してはマトリクス表記による陽な理論展開は困難とされていたが、ここでは諸式の物理的意味の考察からこれを可能とする手順も新たに考案しており、非線形破壊力学の範囲においても上述の利点があるまま活用できるようになっていることは特筆すべきことであろう。さらに、これによって線形から非線形領域にわたって同一の方程式を用いた統一議論が可能となり、精度的に未だ統一見解の得られていない非線形領域における破壊現象の考察において信頼性の高い線形弾性領域における数々の知見が効果的に反映できるようになっている。

さらにここでは、上記の手法を複数の軸方向き裂を有する円筒に対して具体的に定式化し、「内力を求める連立方程式の各項の物理的意味」・「き裂がない場合の解を反映させる利点」・「幾何学的対称性を利用した問題の単純化」など強度特性に関する考察においても有用となる多くの考察を行なっている。

第5章「軸方向き裂付き円筒の破壊強度評価」では、配管あるいは压力容器といった各種プラントの中心に用いられている円筒型構造物に第4章で定式化したマトリクス法破壊力学(以下提案法と呼ぶ)を適用し、大きく分けて「精度の検討」・「破壊強度評価」・「実用式の作成」などの作業を行なった。

特にここでの破壊強度評価は、従来の構造健全性評価が基本的に構造物に1個のき裂を想定して行なわれており、破壊強度に及ぼす他のき裂の存在の影響が不問に付されていた点に着目したものであって、得られた結果は「最も深いき裂の K_I および K_{II} に及ぼす他のき裂の位置および大きさの影響」という観点から整理してある。具体的には、ここで導かれた

- # 「最大き裂深さが与えられた場合の K_I はき裂が軸対称に2個ある場合に最大となる」
- # 「き裂が2個以上の場合にき裂個数の増加に伴って K_I が低下するのはき裂深さがほぼ等しい場合にのみ見られる現象であり、破壊が問題となる最も深いき裂の K_I は現実的な状況下ではほぼき裂1個と2個の解の間に分布する」

といった結果は、従来行なわれてきたき裂1個あるいは軸対称複数き裂(3個以上)に対する解析が危険側あるいは無意味であることと同時に「軸対称き裂2個の場合」という強度評価において注目すべき対象を明確に示したといえる。さらに「薄肉円筒では混合モード状態を考慮する必要はない」ことなども明らかにしており、これらによって今後明確かつ簡便な強度評価が可能となるといえる。

また、 J 積分値に対しても回転円筒を対象とした解析を行ない、非線形領域における本手法の精度を検討すると同時にその破壊強度特性を明らかにしたが、特にここでは非線形破壊力学評価において不可欠でありながらこれまで実構造物に対してはほとんど議論されていなかったき裂進展解析時の J 積分の有効条件について、マトリクス法破壊力学ならではの定量的検討方法を新たに示した。

第6章「加圧熱衝撃時の压力容器の破壊強度評価」はマトリクス法破壊力学の非線形領域への応用である。これまでの非線形破壊力学解析は有限要素法の利用が不可欠であったため、線形破壊力学の場合よりもさらに強度特性および破壊現象の本質の解明が困難であった。そこでここでは、原子炉压力容器の構造健全性を考えるうえで最重要課題として注目されている加圧熱衝撃問題にマトリクス法破壊力学を適用して、荷重条件の複雑な変動に対する現象のパラメトリカル・サーベイを行なった。

その結果、上部棚領域における安定き裂進展挙動には遷移温度域の場合と同様熱衝撃による負荷が大きく影響するが、その後の不安定き裂進展の評価においては内圧が大きく影響することなどが明らかとなり、構造健全性評価においては内圧の時間変動を正確に把握することが極めて重要となることなどを指摘している。また、 J 積分の有効条件も前章と同様に詳細に調べた結果、加圧熱衝撃時の破壊力学評価においては広い範囲で J 積分が破壊力学パラメータとして有効であるが、内圧が支配的な負荷状態では J 積分の有効範囲は狭くその使用には注意を要することなどを初めて定量的に明らかにしている。

ところで、ここでの解析では J 積分値および破壊靱性値の負荷履歴依存性は無視しているが、 J 積分の有効条件の検討の際に明らかとなったリガメント断面の荷重様式から、試験片レベルで今後解析あるいは実験的に明らかにすべき負荷履歴の検討範囲なども明らかとなった。さらに、漸近特性に基づくクラックアレスト現象の予測などもあわせて、本手法が単なる簡易解析手法にとどまらず現象解明のための補助的ツールとしても有用なものであることが示されたことと思う。

第7章「リング型破壊力学試験片へのマトリクス法の適用」においては、円筒型構造物の破壊靱性あるいは疲労特性評価のための試験片として注目されておりながら解析的研究が少いためその特性が十分に活用できない各種リング型試験片に注目し、特に今後その実用が期待される C リング試験片に対してマトリクス法破壊力学を適用し、詳細な力学特性の検討に基づいて各種破壊強度試験片としての妥当性とその実用のための具体的な指針を示した。

すなわちここでは、まず荷重制御型および変位拘束型の C リング試験片に対して、それぞれの混合モード応力拡大係数および J 積分値を統一的に評価する手順を示した。次に、広範囲にわたる解析結果から、この種の試験片では実機の円筒と同様の応力状態が容易に再現でき、また変位制御型の実験を行なえば破壊力学パラメータのき裂深さに対する変動特性が本論文第5章および第6章に示した円筒のものと同様のことを明らかにして、実機の破壊挙動(腐食および安定・不安定き裂進展)の正確な予測にはこの種の試験片が適していることを指摘している。さらに、肉厚比およびき裂個数とその配置を選べば、かなり長いき裂進展の間応力拡大係数あるいは J 積分値が一定となることを明らかにして、き裂長さの正確な計測を必要としない簡便な定 ΔK および定 ΔJ 試験片としての利用も提唱している。

第8章「総括」は、以上の各章における成果とそこで得られた具体的な知見を論文全体の流れを概観することに重点を置いて要約すると同時に、強度特性あるいは破壊現象のさらなる解明のために残された課題として本論文(すなわちマトリクス法破壊力学)を通して明らかとなったものを整理してある。

以上、本論文で示された新しい評価手法(マトリクス法破壊力学)により、複雑な構造物の線形および非線形領域における破壊強度の体系的調査が実用レベルで可能になったといえる。また、本評価手法は単なる精度良い簡易解析手法にとどまらず、各種パラメータの変更による破壊強度の変化を具体的に大域的に把握し現象の本質に対する洞察を可能ならしめるものとして、さらには今後のさらなる精度良い強度評価のために必要となる研究の方向性を示唆するものとしても工学的に非常に有用な方法論であると考えられる。

8.2 総合的検討

本研究の目的は、1.2.1項の結びにも明記したとおり「体系的調査に基づく強度特性に関する議論を可能ならしめる方法論の構築」であり、その成功は前項で整理した各章の成果からも明らかであろう。一方、本論文で提唱するマトリクス法破壊力学なる解析手法が単に簡易かつ高精度な数値解析手法の域にとどまらず、優れた強度評価体系として従来からある幾多の方法論と一線を画するものであることは折りにふれて説明してきたとおりである(特に4.3.4項、4.4.3項、4.6節などを参照されたい)。なぜならば、マトリクス法破壊力学による解析および考察を通して「実構造物の強度評価をさらに精度良く行うために現在欠落している情報を明らかにし、今後検討すべき問題点とその解決のための実験的・解析的研究の指針を具体的に示す」ことができるからである。

本節では、本論文において明らかとなった今後期待される研究を整理することを通して、本論文の成果を前節とは別の観点から概観する。

複合荷重下の非線形量について 3.3.1項で詳述したように、 n 乗硬化材に対する複合荷重下の非線形量(き裂部材の変形および J 積分値)に関する評価精度の検討は今後の重要な課題である。ここで考慮すべきパラメータは非常に多くまたその範囲は広いが、第5章における線形弾性範囲での解析結果からの類推(4.3.4項および4.4.3項参照)および第6章における解析結果から、検討すべき具体的項目とその優先順位は以下になるものと考えられる。

- (1) 軸力と曲げモーメントが作用する片側き裂材に対する評価精度(全ひずみ塑性理論の範囲で)。
 - (2) (1)のうに、さらにき裂表面作用圧力を考慮する場合の評価精度(全ひずみ塑性理論の範囲で)。
 - (3) (1)(さらに(2))に対する荷重履歴の影響。方法としては増分塑性理論との比較が考えられるが、その検討範囲については第6章での結果(図6.11および図6.12)が参考になる。ちなみに、筆者は第2章の脚注*49あるいは6.3.1項に記したような理由から、この影響は小さいと考えている。
 - (4) (1)(さらに(2))に対する除荷の影響。これは、PTS問題(図6.5参照)に限らず実構造物の強度評価において重要な問題と考えられるが、その検討の方法としては上記(1)~(3)のように J 積分値を比較するのではなく、2.5.2項で紹介したような進展き裂時のHRR場に関する考察(第2章の脚注*49参照)と同様のアプローチが必要となると考えられ、大変な作業となるであろう。
 - (5) (1)(さらに(2))のうに、せん断力が作用する場合の評価精度(全ひずみ塑性理論の範囲で)。
- 4.4.3項での考察から、線形弾性体の場合(図5.19および図5.21参照)に比べれば混合モード度が大きくなると予想されるものの、やはり実構造物ではほとんど無視できると考えられ、この重要性は上記(1)~(3)に比べればかなり低いといえるであろう。無論、(3)、(4)に相当するものに至ってはその実用的重要性の低さと評価の困難さから考えても遠い将来の話であろう。

4.3.4項および4.4.3項に記したマトリクス法破壊力学を用いた予測によれば、このうち(1)と(2)の解決によって実用上重要な極めて多くの問題が精度良く取扱えることとなるわけである。

HRR場および破壊靱性値に関する研究 HRR場に関する研究と破壊靱性値(特に J_R 曲線)に関する研究は密接な関係があることは2.5.2項に記したとおりである。マトリクス法破壊力学とは直接には関係ないが、これによって求まるリガメント断面の荷重様式から研究の対象領域が絞られ、またこの種の研究の進展はマトリクス法破壊力学による評価精度を向上させることにつながるから、多少の私見を述べておく。すなわち、上記の立場からは次のような今後の研究が期待される。

- (6) リガメントの各荷重様式に対するHRR場の近似精度のさらに詳しい解析。特に、内圧円筒に対するき裂の安定・不安定進展現象を正しく評価するためには引張り支配型に対する定量的解析とその特異応力場の乱れの原因究明(第2章の脚注*49参照)が不可欠である。
- (7) 進展き裂および荷重履歴がHRR場の乱れに及ぼす影響(これはリガメントの塑性変形による拘束を考慮することにより定性的には予測できるものであることを、第2章の脚注*49に記してあるので参照されたい)。
- (8) J_R 曲線に対する荷重履歴および除荷の影響(図5.25、図6.11および図6.12などに示されるリガメントの荷重様式の変化の情報が参考になる)。

J 積分(あるいは破壊力学)を用いて構造物の強度評価を行なうべくゆくためには、以上の(6)~(8)はいずれも解決すべき大きな問題点であろう。特に(6)は早急に検討すべき問題点であろうが、再三強調してきたようにこの件に関しては多くの構造解析者の認識の低さにも深い問題があることも否めず、意識改革の必要性も大きい。なお、(6)の解明に先んじて、リガメント断面の荷重様式を一致させた J_R 曲線を求めるためのものとしてのその有用性を主張したものが第7章におけるCリング試験片である。

軸方向き裂付き円筒に関するさらなる研究 本論文第5章における体系的解析により非常に多くの新たな破壊強度特性が明らかとなり、これまで不明確なまま行われてきた構造健全性評価に明確なバックグラウンドができた。それと同時に、新たに解決すべき興味深い問題もいくつか提示された。すなわち、第5章においては工学的にはき裂1個および等長軸対称き裂2個の場合の解(とそれらの差異)が重要であることと同時に、実際に問題となる薄肉円筒でき裂が浅い場合(および三次元表面き裂)の K_I についてはその差が小さいことが示された(図5.18参照)。ところが、第5章の脚注*23あるいは4.4.3項の後半で考察したように、疲労き裂進展寿命(特にLBBがらみの大きなき裂)や J 積分値を考える場合には現実的な肉厚比およびき裂深さであってもき裂1個の解がかなり危険側の評価結果を招くことが十分に考えられる。以下では最後に、この点に関する興味深い研究方針を記しておく。

- (9) 第5章の脚注*25に記したように、簡単なケースではあるが複数の軸方向き裂を有する円筒の内圧下における疲労き裂進展シミュレーションを行なったところ、最終的なき裂形態は異長き裂が軸対称に2個存在する場合に近くなることが明らかとなった。このことから、き裂個数およびそれぞれの位置と大きさが任意の場合に対して、その寿命はき裂1個および等長軸対称き裂2個とした場合の寿命の間に分布することが予想される。この比較結果を整理すれば、工学的に非常に重要な知見となるものと考えられる。また、マトリクス法破壊力学によれば残留応力の考慮も容易に可能であるから、上記の研究と絡めたその影響度に関する体系的整理もまた重要な資料となるであろう。
- (10) 軸方向き裂1個と等長軸対称き裂2個の場合の J 積分値の比較は上記のごとく非常に興味深い問題であるが、複合荷重下の非線形量の評価精度が不明確(すなわち上記(1)、(2)の問題点が未解決)であることが原因でまだ体系的な解析を行っていない。もちろん、この場合にはRamberg-Osgood則の係数(n と α)もパラメータとなるため図5.17のように単純明解な図示はできないなどの問題もあるが、 J_R 曲線との比較による安定・不安定破壊解析を行なうことを考えた場合にはその勾配(dJ/da)の差異は K_I の差から類推される J 積分値の差よりもさらに大きなものとなることなどが予想され、特に原子炉構造物の非線形破壊力学解析の分野において大きなインパクトとなる結果が期待できよう。

Appendix

曲がり梁のコンプライアンス

本章においては、本論文における円筒型構造物の具体的解析に必要な曲がり梁のコンプライアンスを求め、その特性を議論する。すなわちここでは、まず図 A.1 に示す曲がり梁の荷重点における変形 (u, v, ϕ) をその端部に作用する集中荷重 (F, P, M) の関数として表示すべく、極座標系における二次元弾性論の手法を用いて本問題を解く。具体的には、まず極座標表示における応力成分および変形を一般的な形(混合荷重条件下)で導き、これらが既存の解の重ね合わせに一致することを確認したうえで、荷重境界条件から応力成分、変位境界条件から変形の一般解を求める手順を示す。さらにここでは、本論文での使用に便利となるよう半円および一周円に対する荷重作用点の変形をコンプライアンスマトリクスの形で整理すると同時に、その初等材料力学による解との比較検討を行って置く。

ところで、図 A.1 に示される外力のうち、純曲げ (M) とせん断 (F) の場合はその導出が比較的簡単なものとなるため、多くの文献において応力関数および応力成分の一般解が与えられており^{(1)~(4)}、また具体的な変位境界条件下での変形についても簡単な例については議論されている⁽¹⁾。ところが、引張り (P) が外力として作用する場合については明確な議論がなされておらず、かろうじて定性的な示唆が見られる⁽¹⁾⁽⁴⁾ 程度である。これらの解が個別に得られれば、その重ね合わせによって任意の端部外力に対する解(応力成分および変形)が得られるわけである^{*1}が、ここではこれら3つの外力が混合した境界条件下における統一的な解法を示す。ここで特にその解法を示すのは、上述のごとく本論文に必要と

^{*1} 端部外力が非線形な応力分布である場合には、本論文第4章にも示したようにこれを軸力・曲げモーメント・せん断力の3つの集中荷重に分解した後に自己平衡力が残ることになる。また、この時集中荷重作用点近傍の応力分布だけは本章に示す解法による予測と大きく異なることが知られている。ところが、サン・ブナンの原理によればこの自己平衡力および集中荷重近傍の応力分布の相違を無視しても曲がり梁のような構造全体の変形などは極めて高精度に得られることもまた良く知られた事実であろう。

ただし、本論文第4章にも示したように、本論文における手法は集中荷重のみの変化による曲がり梁の変形量の変化に着目しているため自己平衡力の存在に起因する曲がり梁の変形あるいはひずみエネルギーの評価誤差は解析の段階で暗黙のうちに相殺するという利点がある。一方、集中荷重近傍の応力分布の乱れは応力拡大係数等の評価においては誤差の原因となるため慎重な取り扱いが必要となる。

なる解が得られていないこともあるが、この種の議論によって初めて個々の解の相互間の類似関係等を明確に論じることが可能となるからである。

A.1 二次元弾性論による一般解

まずここでは、二次元弾性論の手法を用いて図 A.1 に示される曲がり梁の応力および変形の一般解を導いておく。ところで、次節 A.2 に示されるように、本論文において当面必要とされる変形(コンプライアンスマトリクス)の一般形は本節で示される複雑な一般解とは一変して非常に簡潔に整理されることになるが、ここで敢えて紙面を費やしてその一般解を示しておくことにはもちろんこれらが従来議論されていなかったこともあるが次のような実用的な意図がある。

すなわち、そもそも本論文に示される手法は集中荷重によってその内力が代表できる梁のような構造物の解析手順をき裂問題に拡張するものであったため、その使用対象は薄肉の構造に限られるものと考えていた。ところが、本論文第5章5.3節において内外径比2という超厚肉の円筒に対してもその破壊力学パラメータが本手法により精度良く評価できることが示され、かつ本論文第7章において本手法をリング状試験片に適用することの有効性が明らかにされた今、リング状構造物の精度良い破壊力学解析において今後ここで示される類の解析解が重要となると考えたからである。

さらにここでの議論の重要性が増す理由として以下の重大な事実があげられる。すなわち、従来は薄肉の構造物を対象としていたため同様の破壊力学解析においてはもっぱらカスティリアーノの定理によって比較的容易に得られる材料力学の解が用いられてきたが、厚肉のリング状構造物の破壊力学解析においてこの種の解を用いることは精度の低下のみならず危険側の評価結果を招くことから避けなければならないのである(本章 A.3 参照)^{*2}。なお A.3 節においては同時に、厚肉曲がり梁に対する材力の解を用いた際にはさらに評価精度が悪くなる(すなわち破壊力学パラメータがさらに危険側に評価される)ことも明らかにされるが、これはこのこと自体も注目すべき事実であろう。

A.1.1 極座標表示における二次元弾性論の一般的関係式 エアリの応力関数を $\Phi(r, \theta)$ とすると、極座標表示における応力関数の満たすべき適合条件式および各応力成分はそれぞれ次式で与えられる。ただし、ここでは体積力は考えないこととする。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \Phi = 0 \quad (A.1)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}, \quad \tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) \quad (A.2)$$

同様に、フックの法則および変形とひずみの関係はそれぞれ次式で表される。

$$E' \epsilon_r = \sigma_r - \nu' \sigma_\theta, \quad E' \epsilon_\theta = \sigma_\theta - \nu' \sigma_r, \quad G' \gamma_{r\theta} = \tau_{r\theta} \quad (A.3)$$

$$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \quad (A.4)$$

^{*2} 具体的には、き裂を有する不静定構造物の解析において曲がり梁のコンプライアンスの精度がき裂部材の変形量の評価精度よりも悪くなる時に問題が生じることになるが、同じ手間であれば危険側の評価結果を招く解を今後使用して行く理由は何一つあるまい。

ここで、式 (A.3) の E' , ν' は平面応力状態では E , ν を、平面ひずみ状態ではそれぞれ $E/(1-\nu^2)$, $\nu/(1-\nu)$ を表すものであり、また $G=E/2(1+\nu)$ である。

以上の関係式を用いて問題を解くことができる。すなわち、まず式 (A.1) を満たす応力関数の一般形を定め、式 (A.2) から応力成分の一般解を、式 (A.3), 式 (A.4) から変位の一般解を導く。次に、荷重境界条件から応力成分の未知係数を決定し、また変位境界条件から式 (A.4) に付随する積分定数を定めるという手順である。

A.1.2 エアリの応力関数・応力成分・変位の一般解 ここでは、関連文献^{(1)~(4)}との対応が明確となりかつ次節以降の議論に便利ように、エアリの応力関数、応力成分および変位の一般解を導き、整理しておく。

まず、図 A.1 に対応するエアリの応力関数は次式のようにおける。

$$\Phi(r, \theta) = f_M(r) + f_P(r) \cos \theta + f_F(r) \sin \theta \quad (\text{A.5})$$

ここで、 f_M, f_P, f_F はいずれも r のみの関数であり、添え字はそれぞれ図 A.1 に示す荷重に対応するものである^{*3}。上式を式 (A.1) に代入すると

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 f_M + \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \right)^2 (f_P \cos \theta + f_F \sin \theta) = 0 \quad (\text{A.6})$$

となり、これは任意の θ に対して成り立つべきものであるから、同式は3つの常微分方程式に分けられる。さらに、個々の常微分方程式は $r = e^t$, $f = e^{\alpha t}$ なる変数変換によって容易に解くことができ、結局式 (A.5) は次式のようになる (計算略)。これがエアリの応力関数の一般解である。

$$\begin{aligned} \Phi = & A_M \log r + B_M r^2 \log r + C_M r^2 + D_M \\ & + (A_P r^3 + B_P r^{-1} + C_P r + D_P r \log r) \cos \theta \\ & + (A_F r^3 + B_F r^{-1} + C_F r + D_F r \log r) \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

次に、式 (A.7) を式 (A.2) に代入することにより、各応力成分の一般解が以下のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = & A_M r^{-2} + B_M (2 \log r + 1) + 2 C_M \\ & + (2 A_P r - 2 B_P r^{-3} + D_P r^{-1}) \cos \theta \\ & + (2 A_F r - 2 B_F r^{-3} + D_F r^{-1}) \sin \theta \\ \sigma_\theta = & -A_M r^{-2} + B_M (2 \log r + 3) + 2 C_M \\ & + (6 A_P r + 2 B_P r^{-3} + D_P r^{-1}) \cos \theta \\ & + (6 A_F r + 2 B_F r^{-3} + D_F r^{-1}) \sin \theta \\ \tau_{r\theta} = & (2 A_P r - 2 B_P r^{-3} + D_P r^{-1}) \sin \theta \\ & - (2 A_F r - 2 B_F r^{-3} + D_F r^{-1}) \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.8})$$

^{*3} 正しくは後に示されるように f_M の中には M 以外に P の項も含まれることになるが、ここではそれらをまとめて θ を含まない項として取り扱うことにする

さらに、式 (A.3), 式 (A.4) および式 (A.8) から変位の一般解が求まる。すなわち、まず式 (A.3) の第1式と式 (A.4) の第1式および式 (A.8) から

$$\begin{aligned} E' u = & \int E' \epsilon_r dr = \int (\sigma_r - \nu' \sigma_\theta) dr = \dots \\ = & -(1+\nu') A_M r^{-1} + 2(1-\nu') B_M r \log r - (1+\nu') B_M r + 2(1-\nu') C_M r \\ & + \{(1-3\nu') A_P r^2 + (1+\nu') B_P r^{-2} + (1-\nu') D_P \log r\} \cos \theta \\ & + \{(1-3\nu') A_F r^2 + (1+\nu') B_F r^{-2} + (1-\nu') D_F \log r\} \sin \theta \\ & + g_1(\theta) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

となり、同様に式 (A.3) の第2式、式 (A.4) の第2式、式 (A.8) および式 (A.9) から

$$\begin{aligned} E' v = & \int (E' r \epsilon_\theta - E' u) d\theta = \int (r \sigma_\theta - \nu' r \sigma_r - E' u) d\theta = \dots \\ = & 4 B_M r \theta \\ & + \{(5+\nu') A_P r^2 + (1+\nu') B_P r^{-2} + (1-\nu') D_P (1-\log r)\} \sin \theta \\ & - \{(5+\nu') A_F r^2 + (1+\nu') B_F r^{-2} + (1-\nu') D_F (1-\log r)\} \cos \theta \\ & - \int g_1(\theta) d\theta + g_2(r) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

が得られる。以上で u と v が得られ、残る条件式は通常は適合条件式となるものであるが、式 (A.7) から導かれる式 (A.9) および式 (A.10) はひずみの適合条件式を当然満足しており、ここではその積分定数の項 ($g_1(\theta)$, $g_2(r)$) を規定する条件となる。すなわち、式 (A.3) の第3式と式 (A.4) の第3式から

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(E' u)}{\partial \theta} + \frac{\partial(E' v)}{\partial r} - \frac{E' v}{r} = E' \gamma_{r\theta} = \frac{2}{1-\nu'} \tau_{r\theta} = 2(1+\nu') \tau_{r\theta} \quad (\text{A.11})$$

となるから、これに式 (A.9), 式 (A.10) および式 (A.8) の第3式を代入すると

$$\int g_1(\theta) d\theta + \frac{\partial g_1(\theta)}{\partial \theta} - g_2(r) + r \frac{\partial g_2(r)}{\partial r} = 4 D_P \sin \theta - 4 D_F \cos \theta \quad (\text{A.11}')$$

が得られる。これを解くと $g_1(\theta)$, $g_2(r)$ の具体形として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} g_1(\theta) = & 2 D_P \theta \sin \theta - 2 D_F \theta \cos \theta + G_1 \sin \theta + G_2 \cos \theta \\ g_2(r) = & G_3 r \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.11}'')$$

ここで、 G_1, G_2, G_3 は積分定数である。以上を整理すると変位の一般解は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E' u = & H_{Mu} + H_{Pu} \cos \theta + H_{Fu} \sin \theta \\ & + 2 D_P \theta \sin \theta - 2 D_F \theta \cos \theta + G_1 \sin \theta + G_2 \cos \theta \\ E' v = & 4 B_M r \theta + H_{Pv} \sin \theta - H_{Fv} \cos \theta \\ & + 2 D_P \theta \cos \theta + 2 D_F \theta \sin \theta + G_1 \cos \theta - G_2 \sin \theta + G_3 r \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.12})$$

ただし、 $H_{Mu}, H_{Pu}, H_{Fu}, H_{Pv}, H_{Fv}$ はいずれも r のみの関数であり、それぞれ次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} H_{Mu} = & -(1+\nu') A_M r^{-1} + 2(1-\nu') B_M r \log r - (1+\nu') B_M r + 2(1-\nu') C_M r \\ H_{Pu} = & (1-3\nu') A_P r^2 + (1+\nu') B_P r^{-2} + (1-\nu') D_P \log r \\ H_{Fu} = & (1-3\nu') A_F r^2 + (1+\nu') B_F r^{-2} + (1-\nu') D_F \log r \\ H_{Pv} = & (5+\nu') A_P r^2 + (1+\nu') B_P r^{-2} - (1-\nu') D_P \log r - (1+\nu') D_P \\ H_{Fv} = & (5+\nu') A_F r^2 + (1+\nu') B_F r^{-2} - (1-\nu') D_F \log r - (1+\nu') D_F \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.13})$$

以上で、エアリの応力関数(式(A.7))、応力成分(式(A.8))および変位(式(A.12), 式(A.13))の一般解が得られた。このうち、式(A.7)、式(A.8)に相当するものは文献⁽²⁾に整理されている個々の一般解の重ね合わせとなっていることが確認できる。一方変位を表す式(A.12)、式(A.13)については文献⁽¹⁾に純曲げとせん断の解が記されており、この2つのケースについては応力成分と同様の確認ができる。

A.1.3 荷重境界条件による応力成分の決定 ここではまず、式(A.8)に見られる $A_M, B_M, C_M, A_P, B_P, D_P, A_F, B_F, D_F$ を荷重境界条件から求め、得られた応力成分を単一荷重の場合の解と比較検討する。残りの未定係数である G_1, G_2, G_3 は変位の境界条件から決定されるが、これはコンプライアンスの決定との関連において次節で議論する。

まず、図 A.1 に示される曲がり梁の荷重境界条件は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = \tau_{r\theta} = 0 & \quad \text{for} \quad r = a \text{ and } r = b \\ \int_a^b \tau_{r\theta} dr = F, \quad \int_a^b \sigma_{\theta} dr = P, \quad \int_a^b \sigma_{\theta}(r - r_m) dr = M & \quad \text{for} \quad \theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.14})$$

ここで、 a, b, r_m はそれぞれ曲がり梁の内径、外径および平均半径 ($= \frac{a+b}{2}$) である^{*4}。まず、式(A.14)の上段の条件と式(A.8)から各係数間の関係が次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} B_F &= -a^2 b^2 A_F, \quad D_F = -2(a^2 + b^2) A_F \\ B_P &= -a^2 b^2 A_P, \quad D_P = -2(a^2 + b^2) A_P \\ A_M &= 2a^2 b^2 \left(\log \frac{b}{a} \right) \frac{B_M}{b^2 - a^2} \\ C_M &= - \left(\frac{b^2 - a^2}{2} + b^2 \log b - a^2 \log a \right) \frac{B_M}{b^2 - a^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.15})$$

次に、式(A.8)を用いて式(A.14)の下段の条件を具体的に計算し、式(A.15)を用いて整理すれば

$$\left. \begin{aligned} F &= 2(b^2 - a^2) \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} - 1 \right) A_F \\ P &= -2(b^2 - a^2) \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} - 1 \right) A_P \\ M + Pr_m &= \frac{b^2 - a^2}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2ab}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} \right)^2 \right\} B_M \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.16})$$

となる。ここで、上記第3式の導出においては

$$\int_a^b \sigma_{\theta}(r - r_m) dr = \int_a^b \sigma_{\theta} r dr - Pr_m$$

^{*4} 本論文第4~7章においては破壊力学等の構造解析分野の慣例に従って円筒の内外径をそれぞれ r_i, r_o としているのに対して、ここでは Timoshenko 以来の二次元弾性論の著書の慣例に従ってこれを a, b で表すが、これらはそれぞれの分野での他者の解析結果との比較が容易となるように配慮したものである。また、本章における変位 (u, v) の方向も同様に二次元弾性論の慣例に従ったため、本論文第4~7章のものと方向が逆になっていることにも注意されたい。

なる関係式を用いた。こうして、式(A.15)、式(A.16)から各係数が以下のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} A_F &= \frac{F}{2N_1}, \quad B_F = -\frac{F}{2N_1} a^2 b^2, \quad D_F = -\frac{F}{N_1} (a^2 + b^2) \\ A_P &= -\frac{P}{2N_1}, \quad B_P = \frac{P}{2N_1} a^2 b^2, \quad D_P = \frac{P}{N_1} (a^2 + b^2) \\ A_M &= \frac{4(M + Pr_m)}{N_2} a^2 b^2 \log \frac{b}{a}, \quad B_M = \frac{2(M + Pr_m)}{N_2} (b^2 - a^2) \\ C_M &= -\frac{2(M + Pr_m)}{N_2} \left(\frac{b^2 - a^2}{2} + b^2 \log b - a^2 \log a \right) \\ N_1 &= (b^2 - a^2) \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} - 1 \right) \\ N_2 &= (b^2 - a^2)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{2ab}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.17})$$

以上の結果から式(A.8)の応力成分が完全に決まり、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \left(\frac{a^2 b^2}{r^2} \log \frac{b}{a} + b^2 \log \frac{r}{b} - a^2 \log \frac{r}{a} \right) \frac{4(M + Pr_m)}{N_2} \\ &+ \left(\frac{a^2 + b^2}{r} - \frac{a^2 b^2}{r^3} - r \right) \frac{P \cos \theta - F \sin \theta}{N_1} \\ \sigma_{\theta} &= \left(-\frac{a^2 b^2}{r^2} \log \frac{b}{a} + b^2 \log \frac{r}{b} - a^2 \log \frac{r}{a} + b^2 - a^2 \right) \frac{4(M + Pr_m)}{N_2} \\ &+ \left(\frac{a^2 + b^2}{r} + \frac{a^2 b^2}{r^3} - 3r \right) \frac{P \cos \theta - F \sin \theta}{N_1} \\ \tau_{r\theta} &= \left(\frac{a^2 + b^2}{r} - \frac{a^2 b^2}{r^3} - r \right) \frac{P \sin \theta + F \cos \theta}{N_1} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.18})$$

となる。上式において、 $P = F = 0$ あるいは $M = P = 0$ とした場合には、それぞれ純曲げおよびせん断の解⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁴⁾と一致することが確認できる。一方、単純引張り ($M = F = 0$) の場合には $\sin \theta$ に比例する成分の他に θ に関係しない応力成分が現れることがわかるが、このことはこの場合の応力関数(式(A.5))を次式のようにおかなければならないことに対応している。

$$\Phi(r, \theta) = f_{P1}(r) + f_{P2}(r) \cos \theta \quad (\text{A.5}')$$

さらに、上記の応力成分のうち $\sin \theta$ に比例する項はせん断の解の $\cos \theta$ に比例する部分に、一方 θ に関係しない項は純曲げのものに一致することが確認でき、本節における統一的な境界条件下での議論が解の相互間の類似関係の整理に有効となることが理解できよう。

A.2 曲がり梁のコンプライアンスとそのマトリクス表記

次に、本論文第4章以降の解析でその具体形が必要となる半円および一周円の曲がり梁に対して、変位境界条件から残りの未定係数である G_1, G_2, G_3 を求める手順を示し、荷重点の変形量をコンプライアンスマトリクスの形で整理する。すなわちここでは、図 A.1 に示すように $\theta = \theta_0$ を固定端とし、荷重点 ($\theta = 0, r = r_m$) における各荷重 (F, P, M) 方向の変形 (u^*, v^*, ϕ) を考える^{*5}。

^{*5} ここで、 $u^* = -u, v^* = -v$ となっている点に注意されたい。

A.2.1 変位境界条件による荷重点の変形の決定 (半円および円の場合) まず、 $\theta=0, \pi$ および 2π における変形 ($u(\theta, r), v(\theta, r)$) は式 (A.12) から、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} E'u(0, r) &= H_{Mu}(r) + H_{Pu}(r) + G_2 \\ E'v(0, r) &= -H_{Fv}(r) + G_1 + G_3r \\ E'\frac{\partial v(0, r)}{\partial r} &= -\frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r} + G_3 \end{aligned} \right\} \quad (A.19)$$

$$\left. \begin{aligned} E'u(\pi, r) &= H_{Mu}(r) - H_{Pu}(r) + 2\pi D_F - G_2 \\ E'v(\pi, r) &= 4\pi B_M r + H_{Fv}(r) - 2\pi D_P - G_1 + G_3r \\ E'\frac{\partial v(\pi, r)}{\partial r} &= 4\pi B_M + \frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r} + G_3 \end{aligned} \right\} \quad (A.20)$$

$$\left. \begin{aligned} E'u(2\pi, r) &= H_{Mu}(r) + H_{Pu}(r) - 4\pi D_F + G_2 \\ E'v(2\pi, r) &= 8\pi B_M r - H_{Fv}(r) + 4\pi D_P + G_1 + G_3r \\ E'\frac{\partial v(2\pi, r)}{\partial r} &= 8\pi B_M - \frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r} + G_3 \end{aligned} \right\} \quad (A.21)$$

となる。このとき、ここで求めたい u^*, v^*, ϕ は式 (A.19) から次式のように表せることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} E'u^* &= -E'u(0, r_m) = -H_{Mu}(r_m) - H_{Pu}(r_m) - G_2 \\ E'v^* &= -E'v(0, r_m) = H_{Fv}(r_m) - G_1 - G_3r_m \\ E'\phi &= -E'\left(\frac{\partial v(0, r)}{\partial r}\right)_{r=r_m} = \left(\frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r}\right)_{r=r_m} - G_3 \end{aligned} \right\} \quad (A.22)$$

次に、固定端の変位境界条件を

$$u(\theta_0, r_m) = v(\theta_0, r_m) = \left(\frac{\partial v(\theta_0, r)}{\partial r}\right)_{r=r_m} = 0 \quad (A.23)$$

とするとき、式 (A.20)、式 (A.21) を式 (A.23) に代入すればそれぞれ $\theta_0=\pi$ および 2π の場合の G_1, G_2, G_3 が求まる。よって、これらを式 (A.22) に代入すれば半円および一周円に対する各変形量がそれぞれ次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} E'u_{\theta_0=\pi}^* &= -2H_{Mu}(r_m) - 2\pi D_F \\ E'v_{\theta_0=\pi}^* &= 4\pi B_M r_m + 2\pi D_P + 2r_m \left(\frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r}\right)_{r=r_m} \\ E'\phi_{\theta_0=\pi} &= 4\pi B_M + 2 \left(\frac{\partial H_{Fv}(r)}{\partial r}\right)_{r=r_m} \end{aligned} \right\} \quad (A.24)$$

$$\left. \begin{aligned} E'u_{\theta_0=2\pi}^* &= -4\pi D_F \\ E'v_{\theta_0=2\pi}^* &= 8\pi B_M r_m + 4\pi D_P \\ E'\phi_{\theta_0=2\pi} &= 8\pi B_M \end{aligned} \right\} \quad (A.25)$$

上式からわかるとおり、 u^* に対する $H_{Mu}(r_m)$ の項および v^*, ϕ に対する $(\partial H_{Fv}(r)/\partial r)_{r=r_m}$ の項を除けば、一周円の場合の変形 (式 (A.25)) は半円の場合の変形 (式 (A.24)) の場合のものの2倍となっている。このうち、まず $H_{Mu}(r_m)$ は曲げによる円の中心方向への変位であり、一周円ではこれが残りの半円の変形で相殺されることから上記の相違が理解できる。一方、 $(\partial H_{Fv}(r)/\partial r)_{r=r_m}$ は曲がり梁の固定端面が平面を保持していない状態で、回転に対する変位境界条件を式 (A.23) 第3式のようにおいた

ために生じた項である。これは、 $H_{Mu}(r_m)$ と違って材力の手法から導かれる解には現れないものであることから端部変形の効果を表すものと考えられるが、いずれにせよこれらの項は以下の議論には影響しないものである。

A.2.2 一周円に対するコンプライアンスマトリクス 次にまず、本論文第4章に示す軸方向き裂付き円筒の解析で必要となる一周円に対するコンプライアンスマトリクスを導く。すなわち、式 (A.25) に式 (A.17) を代入すれば次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_{\theta_0=2\pi}^* &= \frac{4\pi}{E'} \frac{F}{N_1} (a^2 + b^2) \\ v_{\theta_0=2\pi}^* &= \frac{8\pi r_m}{E'} \frac{2(M + Pr_m)}{N_2} (b^2 - a^2) + \frac{4\pi}{E'} \frac{P}{N_1} (a^2 + b^2) \\ \phi_{\theta_0=2\pi} &= \frac{8\pi}{E'} \frac{2(M + Pr_m)}{N_2} (b^2 - a^2) \end{aligned} \right\} \quad (A.26)$$

これを、 N_1, N_2 に関する項などをまとめて整理し、マトリクス表示すると次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{c} u^* \\ v^* \\ r_m \phi \end{array} \right\}_{\theta_0=2\pi} = \begin{bmatrix} H_2/2 & 0 & 0 \\ 0 & H_1 + H_2/2 & H_1 \\ 0 & H_1 & H_1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} F \\ P \\ M/r_m \end{array} \right\} \quad (A.27)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{8\pi}{E'} \frac{2r_m^2(b^2 - a^2)}{N_2} = \frac{8\pi}{E'} \frac{2r_m^2}{b^2 - a^2} \left\{ 1 - \left(\frac{2ab}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} \right)^2 \right\}^{-1} = \frac{24\pi r_m^3}{E'W^3} h_1 \\ H_2 &= \frac{8\pi}{E'} \frac{a^2 + b^2}{N_1} = \frac{8\pi}{E'} \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \log \frac{b}{a} - 1 \right)^{-1} = \frac{24\pi r_m^3}{E'W^3} h_2 \end{aligned} \right\} \quad (A.28)$$

である。ここで、上式は材料力学の解との比較に便利のように規準化してあり、 h_1, h_2 および $h_1 + h_2/2$ は肉厚比 $\gamma (= W/2r_m = (b-a)/(b+a))$ を用いて次式のように展開できる。

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{4\gamma^2}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1-\gamma^2}{2\gamma} \log \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right)^2 \right\}^{-1} = 1 + \frac{2}{15}\gamma^2 + O(\gamma^4) \\ h_2 &= \frac{4\gamma^2(1+\gamma^2)}{3} \left(\frac{1+\gamma^2}{2\gamma} \log \frac{1+\gamma}{1-\gamma} - 1 \right)^{-1} = 1 + \frac{3}{5}\gamma^2 + O(\gamma^4) \\ h_1 + \frac{h_2}{2} &= \frac{3}{2} \left(1 + \frac{13}{45}\gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \end{aligned} \right\} \quad (A.29)$$

ただし、上式の展開の際に次の関係式を用いた。

$$\log \frac{1+\gamma}{1-\gamma} = 2\gamma \left(1 + \frac{\gamma^2}{3} + \frac{\gamma^4}{5} + O(\gamma^6) \right) \quad (A.30)$$

ところで、式 (A.29) からは極めて薄肉の場合 ($\gamma \ll 1$) には $h_1=h_2=1$ となることがわかるが、このとき後述するように式 (A.27) に示される変形が薄肉の場合の材料力学の解に一致することが容易に確認できる。このように、式 (A.29) のテイラー展開後の形からもわかるとおり、曲がり梁のコンプライアンスは非常に収束性の良い γ (肉厚比) の関数で表されるものである。例えば、内径2、外径3 ($b/a = 3/2$, $\gamma = 1/5$) の厚肉の場合でも、後述する初等理論と厳密解との差がわずか1%程度になり、この収束性の良さが近似解法 (およびそれによる近似解) の発達の大きな理由と考えられる。

A.2.3 半円に対するコンプライアンス 次に、本論文第7章に示す変位拘束型のCリング試験片の解析に必要な半円に対するコンプライアンスを求めておく。ただし、ここで必要となるものは図7.1に示されるような半径方向の集中荷重に対する荷重方向の変位のみであるから、もちろんマトリクス表示の必要はない^{*6}。

すなわち、求めるべき荷重点における荷重方向変位 (u^*) および変位の境界条件としては、それぞれ式 (A.22) 第1式および式 (A.20) 第1式において $P = M = 0$ としたものを考えれば良く、それぞれ

$$E' u^* = -E' u(0, r_m) = -G_2 \quad (\text{A.31})$$

$$E' u(\pi, r_m) = 2\pi D_F - G_2 = 0 \quad (\text{A.32})$$

となる。式 (A.32) から求まる G_2 を式 (A.31) に代入し、さらに式 (A.17) を用いて次式を得る。

$$u^* = -\frac{2\pi}{E'} D_F = \frac{2\pi}{E'} \frac{F}{N_1} (a^2 + b^2) = \frac{H_2}{4} F = \frac{6\pi r_m^3}{E' W^3} h_2 F \quad (\text{A.33})$$

ここで、 H_2 および h_2 はそれぞれ式 (A.28) および式 (A.29) で与えられるものと同一のものである。

A.3 材料力学の解との比較

初等材料力学における曲がり梁の解析としては、薄肉の曲がり梁に対するものと厚肉の曲がり梁に対するものがあり、もちろん薄肉における極限値を比較すれば両者の解は一致し、厚肉の場合には両者の結果は異なるものとなる^{*7}。ところで、前節で求めた弾性論による解をこれらの材力の解と比較した場合には、当然厚肉の曲がり梁の解の方が弾性論の解に近くなることが期待されるであろうが、事実はその逆である。ここでは、弾性論による解と薄肉の曲がり梁の解との比較を行なうことにより式 (A.29) の肉厚比に対する収束性の良さを確かめると同時に、厚肉の曲がり梁の解が実は厚肉になるほど精度が悪くなるものであることを数値的に明らかにしておく。

A.3.1 厚肉円筒に対する材料力学の解 ここでは、図4.1に示されるような一周円の曲がり梁の端部に集中力 (F, P, M) が、またその全面に軸対称な内外圧 (p_i, p_o)、回転による体積力 (角速度 ω 、密度 ρ) および温度勾配 ($T(r)$) による熱負荷が作用する場合を考える。

^{*6} 不静定構造の分類でいえば、軸方向き裂付き円筒の不静定次数が3次であるのに対し、変位拘束型のCリング試験片の不静定次数は1次である。つまり、これらはそれぞれトラス (不静定次数が3次) およびラーメン (不静定次数が1次) の不静定次数と等しくなっている。

^{*7} 「中立軸に垂直な断面は変形後も軸線に垂直な平面を保つ」という良く知られた Bernoulli-Navier の仮説が、両解法に共通となる特徴的な前提条件である。ここで、式 (A.12) 第2式から

$$E' \frac{\partial v}{\partial r} = 4B_M \theta + \frac{\partial H_{Pv}}{\partial r} \sin \theta - \frac{\partial H_{Fv}}{\partial r} \cos \theta + G_3$$

が得られるが、これは $P=F=0$ の時のみ r によらない関数となることから、上記の仮説は厳密には純曲げの場合にのみ正しいことが確認できよう。

なお、この種の材力の解法における前提条件とその妥当性に関する議論の詳細は文献⁽⁵⁾⁽⁶⁾などに詳しいのでここでは割愛し、本節ではこれまで明記されていなかった各種解法による結果の相違を数値的に明らかにしたい。

このとき、前節と同じ記号を用いて変形量をマトリクス表示すれば次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} u^* \\ v^* \\ r_m \phi \end{Bmatrix}_{\theta=2\pi} = \frac{2\pi r_m}{\kappa E' W} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa+3/2 & \kappa+1 \\ 0 & \kappa+1 & \kappa+1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ P \\ M/r_m \end{Bmatrix} + \frac{2\pi r_m}{\kappa E' W} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3/2 & \kappa & \kappa+1 \\ -1 & \kappa & \kappa+1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q \\ P_T \\ M_T/r_m \end{Bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

ただし、 κ は曲がり梁の断面係数

$$\kappa = \frac{1}{2\gamma} \log \frac{1+\gamma}{1-\gamma} - 1 \quad (\text{A.35})$$

であり、また Q, P_T, M_T はそれぞれ次式で表される機械的負荷、熱ひずみによる軸力および熱ひずみによる曲げモーメントの項である。

$$Q = p_i a - p_o b + \frac{\rho \omega^3}{3} (b^3 - a^3), \quad P_T = \frac{\alpha_T E}{1-\nu} \int_a^b T dr, \quad M_T = \frac{\alpha_T E}{1-\nu} \int_a^b T(r-r_m) dr \quad (\text{A.36})$$

ここで、式 (A.34) の右辺第2項が式 (4.8) および式 (4.13) の $[B]\{Q\}$ あるいは式 (4.37) および式 (4.39) の $\{B\}Q + \{C\}S$ の項に対応するものであることを確認されたい。

さて、式 (A.27) の右辺第1項に対応する式 (A.34) の右辺第1項を比較のために多少変形すると

$$\frac{2\pi r_m}{\kappa E' W} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa+3/2 & \kappa+1 \\ 0 & \kappa+1 & \kappa+1 \end{bmatrix} = \frac{24\pi r_m^3}{E' W^3} \begin{bmatrix} h'_2/2 & 0 & 0 \\ 0 & h'_1 + h'_2/2 & h'_1 \\ 0 & h'_1 & h'_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.37})$$

となる。ここで、上式の h'_1, h'_2 および $h'_1 + h'_2/2$ を式 (A.29) と同様に γ を用いて展開すると

$$\left. \begin{aligned} h'_1 &= \frac{\gamma^2}{3} \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) = 1 - \frac{4}{15} \gamma^2 + O(\gamma^4) \\ h'_2 &= \frac{\gamma^2}{3} \frac{1}{\kappa} = 1 - \frac{3}{5} \gamma^2 + O(\gamma^4) \\ h'_1 + \frac{h'_2}{2} &= \frac{\gamma^2}{3} \left(1 + \frac{3}{2\kappa} \right) = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{17}{45} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.38})$$

となる。ただし、上式の展開には式 (A.35) に式 (A.30) を代入して導かれる以下の関係式を用いた。

$$\kappa = \frac{\gamma^2}{3} \left(1 + \frac{3}{5} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right), \quad 1 + \frac{1}{\kappa} = \frac{3}{\gamma^2} \left(1 - \frac{4}{15} \gamma^2 + O(\gamma^4) \right) \quad (\text{A.39})$$

式 (A.37) および式 (A.38) から、極めて薄肉 ($\gamma \ll 1$) の場合には $h'_1 = h'_2 = 1$ となって二次元弾性論による解 (式 (A.27)) と同様に薄肉曲がり梁の解と一致することが確認できる。

A.3.2 解の比較・検討 式 (A.27) に示される弾性論によるコンプライアンスマトリクスの各成分は、式 (A.29) に示す γ の級数表示からも明らかのように、いずれも厚肉の (γ が大きい) 場合に薄肉の曲がり梁に対する材力の解 ($h_1 = h_2 = 1$) よりも大きくなる。さてこのとき、例えば本論文第5章に示す厚肉円筒の解析において $h_1 = h_2 = 1$ とした場合のコンプライアンスマトリクスを用いた場合には、構造系のコンプライアンスを過小評価 (すなわち系の剛性を過大評価) するのであるから結果的に破壊力学パラメータを実際よりも過小評価することになる^{*8}。すなわち、材力の解を用いることは破壊力学パ

^{*8} 例えば、式 (4.63) において H_1 を過小評価すればき裂を閉じる方向への曲げモーメント (M) の変化が大きくなるので、結果的に評価される応力拡大係数が実際よりも小さいものになってしまう。

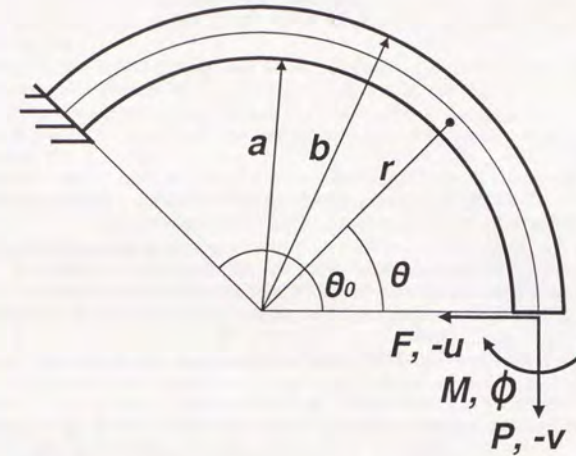
ラメータを用いた強度評価においては危険側の結果を招くことにつながることであり、これは構造的健全性評価などでは評価精度という次元ではなく絶対に避けなければならないものである。さらに、筆者らの報告(7)(8)に示した荷重変位線図上での延性不安定破壊評価を考えれば、系の剛性を過大評価することは不安定点を決定するための右下がりの直線の傾きが急になることに相当するため、その少しの変化が大きな評価誤差を招くものであることも見逃せない事実であろう。以上に示したいいくつかの事例からも、本章に示した弾性論の解の実用的価値が理解いただろう。

一方、厚肉曲がり梁の材力の解である式(A.38)は式(A.29)と全く逆であり、厚肉になるほど式(A.37)に示されるコンプライアンスマトリクスの各成分は薄肉の曲がり梁に対する材力の解よりも小さくなることを示している。すなわち、厚肉の曲がり梁に対する材力の解である式(A.37)を用いた解析は、本来ならば弾性論の解(式(A.27))に近づくべきものであるにもかかわらずむしろその評価精度が悪くなっていることが理解できよう。このこと自体非常に興味深い事実であるが、本論文の立場ではこうしたコンプライアンスの過小評価が破壊力学的評価においては危険側の予測結果を招くという点で見逃せない事実なのである。

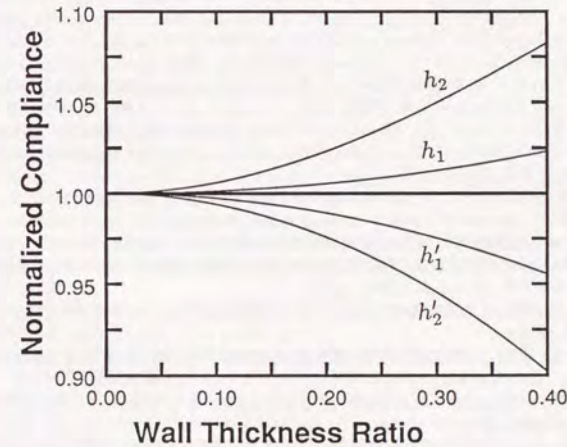
図A.2は式(A.29)および式(A.38)に示される無次元コンプライアンスである h_1, h_2, h'_1, h'_2 (これらはその薄肉曲がり梁に対する材力の解との比であるともいえる) を肉厚比を変化させて ($0 \leq \gamma \leq 0.4$) 連続的に表示したものである。大雑把に言って、 h_1 が軸方向き裂付き円筒、 h_2 が変位拘束型Cリング試験片に用いた曲がり梁のコンプライアンスの材力の解との差を表すものである。また、代表的な肉厚比における諸値を以下に示すが、これらは特に集中荷重を受けるリング状試験片の破壊力学パラメータ評価において材力の解を用いた場合との相違が大きくなることを示唆している。

γ	h_1	h_2	h'_1	h'_2	$h_1 - h'_1$	$h_2 - h'_2$
1/27	1.00018	1.00082	0.99963	0.99918	0.00055	0.00165
1/9	1.00166	1.00733	0.99670	0.99258	0.00496	0.01475
1/3	1.01568	1.06032	0.96947	0.93243	0.04621	0.12788

参考までに、通常の圧力容器や配管の肉厚比は $\gamma=1/27 \sim 1/9$ と考えてよく(例えば本論文第6章で取り扱った原子炉圧力容器は $\gamma \approx 1/20$ である)、また英国で加圧熱衝撃事象の模擬試験体として使用されるそのJ積分値の解析が国際ラウンドロビン解析の対象となっている厚肉の回転円筒(本論文5.6節参照)で $\gamma \approx 1/6$ 程度である。なお、 $\gamma \approx 1/3$ なる超厚肉の円筒は例えば大砲の砲芯などの特殊な用途に用いられるものである。



図A.1 端部に集中荷重が作用するリング状の曲がり梁



図A.2 無次元コンプライアンスの比較

(h_1, h_2 : 二次元弾性論による解, h'_1, h'_2 : 厚肉曲がり梁に対する材料力学の解)

参考文献

第1章 序 論

- (1) Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H. A., "The Theory of Instability of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth", *ASTM STP* **668** (1979), pp.5.
- (2) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Topical Report*, EPRI, NP-1931, Project 1237-1 (1981).
- (3) 岡村, "構造信頼性の図式表示における直観的把握", 材料, **36**-405 (1987), pp.533.
- (4) 岡村, "実際の応用のための指針", 日本機械学会 (編), 機械・構造物の安全性 - 信頼性工学の実際応用, (1988), pp.173, 丸善.
- (5) 小林, "圧力容器・配管の欠陥評価に関する ASME 規格改定の動向", 圧力技術, **25**-1 (1987), pp.38.
- (6) 岡村, "破壊力学の不安定問題への拡張", 高圧力, **8**-2 (1970), pp.1924.
- (7) 岡村・渡辺, "コンプライアンス概念による線形破壊力学の拡張と応用 (第1報, き裂を有する部材のコンプライアンスによる取扱い)", 日本機械学会論文集, **41**-348 (1975), pp.2238.
- (8) 岡村・渡辺・高野, "コンプライアンス概念による線形破壊力学の拡張と応用 (第2報, き裂進展に与える端部拘束条件, 試験機剛性の影響)", 日本機械学会論文集, **41**-348 (1975), pp.2247.
- (9) 岡村, 線形破壊力学入門, (1976), 第6章, 培風館.
- (10) 松原・岡村, "加圧熱衝撃問題への不安定破壊力学の適用", 材料, **37**-420 (1988), pp.1029.
- (11) Cheng, W. and Finnie, I., "On the Prediction of Stress Intensity Factors for Axisymmetric Cracks in Thin-Walled Cylinders From Plane Strain Solutions", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **107** (1985), pp.227.
- (12) Cheng, W. and Finnie, I., "Determination of Stress Intensity Factors for Partial Penetration Axial Cracks in Thin-Walled Cylinders", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **108** (1986), pp.83.
- (13) Cheng, W. and Finnie, I., "Measurement of Residual Hoop Stresses in Cylinders Using the Compliance Method", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **108** (1986), pp.87.
- (14) Rice, J. R. and Levy, N., "The Part-Through Surface Crack in an Elastic Plate", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **39** (1972), pp.185.
- (15) 高橋淳, "不安定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用", 東京大学修士論文, (1989).
- (16) 高橋・岡村・酒井, "圧力容器の延性不安定破壊評価 (荷重変位線図を用いた評価手法の提案)", 日本機械学会論文集, **56**-521, A (1990), pp.72.
- (17) 高橋・酒井・岡村, "熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価", 日本機械学会論文集, **56**-523, A (1990), pp.598.
- (18) 高橋・松原・岡村, "不安定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用", 日本機械学会論文集, **57**-533, A (1991), pp.11.
- (19) 高橋・岡村, "加圧熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価", 日本機械学会論文集, **57**-534, A (1991), pp.291.
- (20) 松原, "軸力と曲げを受ける片側き裂部材への不安定弾塑性破壊力学の適用", 日本機械学会論文集, **56**-526, A (1990), pp.1396.
- (21) 松原・曾根田, "不安定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用 (軸方向き裂付き内圧円筒および回転円筒への適用)", 日本機械学会論文集, **57**-536, A (1991), pp.782.

- (22) 松原, "不安定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用 (円筒試験体を用いた加圧熱衝撃試験への適用)", 日本機械学会論文集, **57**-537, A (1991), pp.1091.
- (23) 例えば, Kumar, V. and German, M. D., "Studies of the Line-Spring Model for Nonlinear Crack Problems", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.412.
- (24) Labbens, R., Pellissier-Tanon, A. and Heliot, J., "Practical Method for Calculating Stress-Intensity Factors Through Weight Functions", *ASTM STP*, **590** (1976), pp.368.
- (25) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "Elastic-Plastic and Fully Plastic Analysis of Crack Initiation, Stable Growth and Instability in Flawed Cylinders", *ASTM STP*, **803**-1 (1983), pp.306.
- (26) 高橋・岡村・酒井, "種々の軸方向き裂を有する円筒の応力拡大係数 (マトリクス表記を用いた統一的解析手法の提案)", 日本機械学会論文集, **57**-539, A (1991), pp.1534.
- (27) 高橋・岡村・酒井, "エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の非線形弾性体への拡張", 日本機械学会論文集 A 編に投稿中.
- (28) 高橋・岡村・酒井, "エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の提案とその実構造物の破壊力学パラメータ評価への適用", 第6回破壊力学シンポジウム講演論文集, (1991-9), pp.117.
- (29) 高橋・岡村・酒井, "マトリクス法破壊力学による軸方向き裂付き内圧円筒の混合モード応力拡大係数評価", 日本機械学会論文集 A 編に投稿中.
- (30) Cheng, W. and Finnie, I., "Stress Intensity Factors for Radial Cracks in Circular Cylinders and Other Simply Closed Cylindrical Bodies", *Engineering Fracture Mechanics*, **32**-5 (1989), pp.767.
- (31) 松原, "軸力と曲げを受ける複数片側き裂を有する構造部材への不安定弾塑性破壊力学の適用", 日本機械学会論文集, **57**-534, A (1991), pp.281.

第2章 構造力学におけるエネルギー原理とそのき裂問題への拡張

- (1) Tauchert, T. R., *Energy Principles in Structural Mechanics*, (1974), McGraw-Hill.
日本語版, 鷲津 (監訳), 構造力学とエネルギー原理, (1979), 丸善.
- (2) 例えば, 岡村 (編), 強度解析学 [I], (1985), オーム社.
- (3) 鷲津, エネルギー原理入門, (1980), 培風館.
- (4) 岡村, 線形破壊力学入門, (1976), 培風館.
- (5) 小林・近藤, 弾性力学, (1987), 培風館.
- (6) 竹内, 熱応力, (1971), 日新出版.
- (7) Robinson, J., *Structural Matrix Analysis for the Engineer*, (1979), John Wiley & Sons.
日本語版, 川井ら (訳), マトリクス構造解析法, (1979), 培風館.
- (8) 笹川, 構造物の弾塑性安定応力, (1988), 理工学社.
- (9) 日本語版, 関谷・杉山 (訳), 非保存的弾性安定問題 (by Bolotin, V. V.), (1977), 培風館.
- (10) 北川, "塑性ひずみ局所化現象の解析 - 最近の動向と問題点 -", 日本機械学会論文集, **48**-427, A (1982), pp.250.
- (11) 後藤, "金属薄板のプレス加工における破断 (1)~(3)", 機械の研究 (3回連載), **33**-3 (1981) pp.369, **33**-4 (1981) pp.497, **33**-5 (1981) pp.600.
- (12) 北川・富田, "弾塑性大ひずみ解析のための有限要素法", 材料, **29**-322 (1980), pp.663.
- (13) 富田, "塑性不安定現象の数値シミュレーション", 材料, **39**-442 (1990), pp.833.
- (14) 富田, 数値弾塑性力学, (1990), 養賢堂.
- (15) Martin, H. C., *Introduction to Matrix Methods of Structural Analysis*, (1966), McGraw-Hill.
日本語版, 吉蔵 (監訳), マトリクス法による構造力学の解法, (1967), 培風館.
- (16) 大路・小倉・久保, "弾塑性破壊力学の現状と将来 - J 積分を中心として - (1)~(4)", 機械の研究 (4回連載), **30**-10 (1978) pp.1133, **30**-11 (1978) pp.1269, **30**-12 (1978) pp.1382, **31**-1 (1979) pp.26.

- (17) 大路, “破壊問題に対する J 積分の応用”, 材料, 28-308 (1979), pp.347.
- (18) 渡辺, “ J 積分の物理的意味に関する一考察”, 日本機械学会講演論文集, No.800-1 (1980-4), pp.10.
- (19) 渡辺, “破壊力学パラメータとしてのき裂エネルギー密度概念の提唱とその役割と考え方”, 日本機械学会論文集, 47-416, A (1981), pp.406.
- (20) 渡辺, “弾塑性き裂のき裂エネルギー密度とエネルギー解放率”, 日本機械学会論文集, 48-433, A (1982), pp.1226.
- (21) 影山・岡村・宮本, “破壊条件としての J_{ext} 積分”, 日本機械学会講演論文集, No.810-7 (1981), pp.41.
- (22) 岸本・青木・坂田, “き裂の進展挙動を記述するための破壊力学パラメータについて”, 日本機械学会論文集, 46-410, A (1980), pp.1049.
- (23) 坂田・青木・岸本, “弾塑性破壊力学における経路独立積分の拡張とその応用 (1)~(2)”, 機械の研究 (2 回連載), 33-1 (1981) pp.15, 33-2 (1981) pp.267.
- (24) 青木・岸本・坂田, “弾塑性問題におけるエネルギー解放率と経路独立積分”, 日本機械学会論文集, 48-430, A (1982), pp.792.
- (25) 坂田, “破壊力学における経路積分”, 日本機械学会論文集, 49-437, A (1983), pp.3.
- (26) 坂田, “破壊力学の動向”, 日本機械学会誌, 86-771 (1983), pp.140.
- (27) 久保, “ J 積分および修正 J 積分の評価とその方法”, 材料, 34-379 (1985), pp.359.
- (28) 例えば, Moran, B. and Shih, C. F., “Crack Tip Associated Domain Integrals From Momentum And Energy Balance”, *Engineering Fracture Mechanics*, 27-6 (1987), pp.615.
- (29) 白鳥・三好・松下, 数値破壊力学, (1980), 実教出版.
- (30) 例えば, 町田 (編), 延性破壊力学, (1984), 第 7 章, 日刊工業新聞社.
- (31) 高橋淳, “不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用”, 東京大学修士論文, (1989).
- (32) 高橋・岡村・酒井, “圧力容器の延性不安定破壊評価 (荷重変位線図を用いた評価手法の提案)”, 日本機械学会論文集, 56-521, A (1990), pp.72.
- (33) 高橋・酒井・岡村, “熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価”, 日本機械学会論文集, 56-523, A (1990), pp.598.
- (34) Ernst, H. A., “Some Salient Features of the Tearing Instability Theory”, *ASTM STP 803-II* (1983), pp.133.
- (35) 渡辺・畔上, “き裂エネルギー密度に基づくき裂の安定・不安定クラリティの提案と従来のクラリティの物理的位置付け”, 日本機械学会論文集, 51-464, A (1985), pp.1122.
- (36) 例えば, 本文文献 (4) の pp.151.
- (37) Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H. A., “The Theory of Instability of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth”, *ASTM STP 668* (1979), pp.5.
- (38) 小林, “破壊じん性とその評価方法 (I)”, 材料, 27-297 (1978), pp.495.
- (39) 小林, “破壊じん性とその評価方法 (II)”, 材料, 27-299 (1978), pp.711.
- (40) 横堀, 材料強度学 (第 2 版), (1974), pp.117, 岩波書店.
- (41) 中沢・小林, 個体の強度, (1976), pp.61, 共立出版.
- (42) Hutchinson, J. W., “Fundamentals of the Phenomenological Theory of Nonlinear Fracture Mechanics”, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 50 (1983), pp.1042.
- (43) McMeeking, R. M. and Parks, D. M., “On Criteria for J -Dominance of Crack Tip Fields In Large-Scale Yielding”, *ASTM STP*, 668 (1979), pp.175.
- (44) Shih, C. F., “Relationship Between the J -Integral and the Crack Opening Displacement for Stationary and Extending Cracks”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, 29 (1981), pp.305.
- (45) 青木・岸本・竹谷・坂田, “き裂の鈍化と進展開始に及ぼす微小空洞の影響”, 日本機械学会論文集, 50-454, A (1984), pp.1201.
- (46) 宮本・菊池・藪・藤井, “ J_2 corner theory によるき裂先端近傍の解析”, 材料, 35-396 (1986), pp.1004.
- (47) Shih, C. F. and German, M. D., “Requirements for a One Parameter Characterization of Crack Tip Field by the HRR Singularity”, *International Journal of Fracture*, 17 (1981), pp.27.

- (48) 青木・岸本・木村・坂田, “大規模降伏時における鈍化き裂先端近傍の応力ひずみ場の解析”, 日本機械学会論文集, 51-463, A (1985), pp.824.
- (49) 岸本・木村・青木・坂田, “引張荷重を受ける試験片への大規模降伏時における J 積分の適用限界について”, 日本機械学会論文集, 53-492, A (1987), pp.1644.
- (50) Shih, C. F., “ J -Dominance Under Plane Strain Fully Plastic Conditions: the Edge Crack Panel Subject to Combined Tension and Bending”, *International Journal of Fracture*, 29 (1985), pp.73.
- (51) 菊池・矢野, “三次元き裂の HRR 場の解析 (第 1 報, CT, CCT 試験片の HRR 場)”, 日本機械学会論文集, 55-516, A (1989), pp.1824.
- (52) 菊池・矢野・田村, “三次元き裂の HRR 場の解析 (第 2 報, 表面き裂の HRR 場)”, 日本機械学会論文集, 56-524, A (1990), pp.831.
- (53) 出頭・菊池, “溶接材の弾塑性破壊挙動に関する研究 (第 1 報, 安定き裂進展の 2 次元シミュレーション)”, 日本機械学会講演論文集, No.900-59, Vol.A (1990-9), pp.434.
- (54) 田村・菊池, “三次元き裂の安定成長解析”, 日本機械学会講演論文集, No.900-86 (1990-11), pp.631.
- (55) 青木・岸本・吉田・坂田, “混合モード荷重下でのき裂先端近傍における延性破壊の有限要素解析”, 日本機械学会論文集, 52-481, A (1986), pp.2249.
- (56) 吉田・青木・岸本・坂田, “混合モード荷重下における J 積分の適用限界”, 日本機械学会論文集, 54-501, A (1988), pp.1069.
- (57) 東郷・大塚・野嶋, “大規模降伏・混合モード荷重条件下にあるき裂先端近傍の応力・ひずみ場”, 日本機械学会論文集, 56-523, A (1990), pp.559.
- (58) 岸本・吉田・青木・坂田, “混合モード荷重下でのき裂先端近傍における空洞の成長解析”, 日本機械学会論文集, 55-512, A (1989), pp.803.
- (59) 岸本・竹内・青木, “混合モード荷重下でのき裂先端近傍場域に及ぼす応力の静水圧成分およびひずみ硬化指数の影響”, 日本機械学会論文集, 57-539, A (1991), pp.1506.
- (60) Anderson, T. L., “Crack Tip Parameters for Large Scale Yielding and Low Constraint Configuration”, *International Journal of Fracture*, 41 (1989), pp.79.
- (61) 青木, “き裂先端近傍における延性破壊の力学的取扱について”, 日本機械学会論文集, 50-459, A (1984), pp.1787.
- (62) 小倉・大路, “延性破壊とクリープ破壊 - その力学的取扱の現状について -”, 日本機械学会誌, 75-642 (1972), pp.1099.
- (63) 村上・大南, 破壊力学入門, (1979), オーム社.
- (64) 宮本, “弾塑性破壊力学の 2, 3 の話題 (1)~(3)”, 機械の研究 (3 回連載), 35-6 (1983) pp.671, 35-7 (1983) pp.797, 35-8 (1983) pp.913.

第 3 章 き裂部材の変形とエネルギー

- (1) Paris, P. C. and Sih, G. C., “Stress Analysis of Cracks”, *ASTM STP*, 381 (1964), pp.30.
- (2) Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (2nd ed.), (1985), Del Research Corporation.
- (3) 岡村, 線形破壊力学入門, (1976), 第 6 章, 培風館.
- (4) 市川・高松, “モード II 荷重条件における薄板材の破壊じん性試験”, 日本機械学会論文集, 51-464, A (1985), pp.1115.
- (5) Cheng, W. and Finnie, I., “ K_{II} Solutions for an Edge-Cracked Strip”, *Engineering Fracture Mechanics*, 36-2 (1990), pp.335.
- (6) 野口・荒木・梅木, “片側き裂を有する帯板の引張りと面内曲げにおける応力拡大係数の解の比較検討 (超越特異積分方程式法と体積力法)”, 日本機械学会講演論文集, No.890-59 (1989-11), pp.89.

- (7) Benthem, J. P. and Koiter, W. T., "Asymptotic Approximations to Crack Problems", Ed. by Sih, G. C., *Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems*, (1972), pp.131, Noordhoff, Leyden.
- (8) Rice, J. R., Paris, P. C. and Merkle, J. G., "Some Further Results of J -Integral Analysis and Estimates", *ASTM STP 536* (1973), pp.231.
- (9) Bucci, R. J., Paris, P. C., Landes, J. D. and Rice, J. R., "J Integral Estimation Procedures", *ASTM STP 514* (1972), pp.40.
- (10) Merkle, J. G. and Corten, H. T., "A J Integral Analysis for the Compact Specimen, Considering Axial Force as Well as Bending Effects", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, 94-4 (1974), pp.286.
- (11) 白鳥・三好, "すべり線場解析に基づく CT 試験片の J 積分評価", 日本機学会論文集, 45-389, A (1979), pp.50.
- (12) 白鳥・三好, "SEN 試験片の塑性拘束と J 積分", 日本機学会論文集, 46-407, A (1980), pp.837.
- (13) 白鳥・三好・古矢, "き裂材の塑性拘束に関する研究 (改良形アイソパラメトリック要素による有限要素解析)", 日本機学会論文集, 47-423, A (1981), pp.1139.
- (14) 岡村・高畑・影山, "軸力と曲げを受けるき裂部材の崩壊荷重とその応用 (第1報, 平面ひずみ状態における片側き裂材の崩壊荷重)", 日本機学会論文集, 49-445, A (1983), pp.1076.
- (15) 岡村・高畑・影山, "軸力と曲げを受けるき裂部材の崩壊荷重とその応用 (第2報, 平面応力問題と表面き裂材の崩壊荷重)", 日本機学会論文集, 49-445, A (1983), pp.1081.
- (16) Ernst, H. A., "Unified Solution for J Ranging Continuously from Pure Bending to Pure Tension", *ASTM STP, 791-I* (1983), pp.499.
- (17) McMeeking, R. M., "Estimates of J -Integral for Elastic-Plastic Specimens in Large Scale Yielding", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, 106 (1984), pp.278.
- (18) Kaiser, S., "The J -Integral and Tearing Modulus for a SEN Specimen Under Bending and Tension", *Engineering Fracture Mechanics*, 22-5 (1985), pp.737.
- (19) Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H. A., "The Theory of Instability of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth", *ASTM STP 668* (1979), pp.5.
- (20) Hutchinson, J. W. and Paris, P. C., "Stability Analysis of J -Controlled Crack Growth", *ASTM STP 668* (1979), pp.37.
- (21) 矢川・高橋, "延性不安定破壊とき裂進展解析 (1), (2)", 機械の研究 (2回連載), 34-9 (1982) pp.887, 34-10 (1982) pp.1011.
- (22) 矢川, "延性不安定破壊について", 日本機学会論文集, 48-425, A (1982), pp.3.
- (23) 例えば, Parks, D. M., "The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-Cracked Plates and Shells", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, 103 (1981), pp.246.
- (24) Kumar, V., German, M. D., Wilkening, W. W., Andrews, W. R., deLorenzi, H. G. and Mowbray, D. F., "Advances in Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Final Report*, EPRI, NP-3607, Project 1237-1 (1984).
- (25) Parks, D. M., Rodin, G. J. and Lockett, R. R., "The Line-Spring Model for J -Analysis of Surface-Cracked Plates and Shells: Calibration of the Power Law Spring", unpublished manuscript, (1981).
- (26) 三好・吉田・白鳥, "三次元表面き裂の J 積分評価とき裂進展解析", 日本機学会論文集, 51-465, A (1985), pp.1393.
- (27) Shih, C. F., "J-Dominance Under Plane Strain Fully Plastic Conditions: the Edge Crack Panel Subject to Combined Tension and Bending", *International Journal of Fracture*, 29 (1985), pp.73.
- (28) Shih, C. F. and Hutchinson, J. W., "Combined Loading of a Fully Plastic Ligament Ahead of an Edge-Crack", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 53 (1986), pp.271.

- (29) Nakamura, T. and Shawki, T. G., "Accuracy of Deep Crack Solutions in Fully-Plastic Edge Crack Panel Problems", *International Journal of Fracture*, 35 (1987), R15.
- (30) Shawki, T. G., Nakamura, T. and Parks, D. M., "Line-Spring Analysis of Surface Flawed Plates and Shells Using Deformation Theory", *International Journal of Fracture*, 41 (1989), pp.23.
- (31) Sönerland, H. and Kaiser, S., "The J -Integral for a SEN Specimen Under Nonproportionally Applied Bending and Tension", *Engineering Fracture Mechanics*, 24-5 (1986), pp.637.
- (32) Klasén, B. and Kaiser, S., "Studies of Stable Crack Growth Under Two Independent Loads", *International Journal of Fracture*, 36 (1988), pp.259.
- (33) Shih, C. F., "Small-Scale Yielding Analysis of Mixed Mode Plane-Strain Crack Problems", *ASTM STP 560* (1974), pp.187.
- (34) 青木・岸本・吉田・坂田, "混合モード荷重下のき裂先端近傍における延性破壊の有限要素解析", 日本機学会論文集, 52-481, A (1986), pp.2249.
- (35) 吉田・青木・岸本・坂田, "混合モード荷重下における J 積分の適用限界", 日本機学会論文集, 54-501, A (1988), pp.1069.
- (36) 岸本・吉田・青木・坂田, "混合モード荷重下のき裂先端近傍における空洞の成長解析", 日本機学会論文集, 55-512, A (1989), pp.803.
- (37) 岸本・竹内・青木, "混合モード荷重下のき裂先端近傍場に及ぼす応力の静水圧成分およびひずみ硬化指数の影響", 日本機学会論文集, 57-539, A (1991), pp.1506.
- (38) 坂・田中・阿部, "大規模降伏・混合モード荷重下における延性き裂先端の鈍化とき裂初生", 日本機学会論文集, 52-475, A (1986), pp.744.
- (39) 東郷・大塚・野嶋, "曲げとせん断を受ける混合モード片側き裂試験片の J 積分簡便評価法", 日本機学会論文集, 55-519, A (1989), pp.2307.
- (40) 東郷・大塚・野嶋, "大規模降伏・混合モード荷重条件下にあるき裂先端近傍の応力・ひずみ場", 日本機学会論文集, 56-523, A (1990), pp.559.
- (41) Shih, C. F., "J-Integral Estimates for Strain Hardening Materials in Antiplain Shear Using Fully Plastic Solution", *ASTM STP 590* (1976), pp.3.
- (42) Karlsson, A. and Bäcklund, J., "J-Integral at Loaded Crack Surfaces", *International Journal of Fracture*, 14 (1978), R.311.
- (43) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "Elastic-Plastic and Fully Plastic Analysis of Crack Initiation, Stable Growth and Instability in Flawed Cylinders", *ASTM STP, 803-I* (1983), pp.306.
- (44) Rice, J. R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, 35 (1968), pp.379.
- (45) Hutchinson, J. W., "Singular Behavior at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material", *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, 16 (1968), pp.13.
- (46) Hutchinson, J. W., "Plastic Stress and Strain Fields at a Crack Tip", *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, 16 (1968), pp.337.
- (47) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., "Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material", *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, 16 (1968), pp.1.
- (48) Hilton, P. D. and Hutchinson, J. W., "Plastic Intensity Factors for Cracked Plates", *Engineering Fracture Mechanics*, 3 (1971), pp.435.
- (49) Goldman, N. L. and Hutchinson, J. W., "Fully Plastic Crack Problems: The Center-Cracked Strip Under Plane Strain", *International Journal of Solids and Structures*, 11 (1975), pp.575.
- (50) Shih, C. F. and Hutchinson, J. W., "Fully Plastic Solutions and Large Scale Yielding Estimates for Plane Stress Crack Problems", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, 98 (1976), pp.289.
- (51) Kumar, V. and Shih, C. F., "Fully Plastic Crack Solutions, Estimation Scheme and Stability Analyses for the Compact Specimen", *ASTM STP 700* (1980), pp.406.

- (52) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Topical Report*, EPRI, NP-1931, Project 1237-1 (1981).
- (53) 村上・大南(編), 破壊力学入門, (1979), pp.209, オーム社.
- (54) 白鳥・三好・松下, 数値破壊力学, (1980), pp.78, 実教出版.
- (55) 青木, "弾性破壊力学と弾塑性破壊力学", 大路(編), 破壊強度学, (1985), pp.31, オーム社.
- (56) 矢川(編), 破壊力学, (1988), pp.177, 培風館.
- (57) Shih, C. F. and Needleman, A., "Fully Plastic Crack Problems (Part1: Solutions by a Penalty Method)", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **51** (1984), pp.48.
- (58) Li, F. Z., Shih, C. F. and Needleman, A., "A Comparison of Methods for Calculating Energy Release Rates", *Engineering Fracture Mechanics*, **21-2** (1985), pp.405.
- (59) deLorenzi, H. G., "On the Energy Release Rate and the J -Integral for 3-D Crack Configurations", *International Journal of Fracture*, **19** (1982), pp.183.
- (60) 例えば, 矢川・植田・高橋, "三次元き裂の全面塑性解とき裂進展解析への応用", 日本機学会論文誌, **51-462**, A (1985), pp.377.
- (61) Parks, D. M., Kumar, V. and Shih, C. F., "Consistency Checks for Power-Law Calibration Functions", *ASTM STP 803-I* (1983), pp.370.
- (62) Shih, C. F. and Needleman, A., "Fully Plastic Crack Problems (Part2: Application of Consistency Checks)", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **51** (1984), pp.57.
- (63) Rodin, G. J. and Parks, D. M., "On Consistency Relations in Nonlinear Fracture Mechanics", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **53** (1986), pp.834.

第4章 マトリクス法による実構造物の破壊力学パラメータ評価

- (1) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Topical Report*, EPRI, NP-1931, Project 1237-1 (1981).
- (2) 高橋・岡村・酒井, "圧力容器の延性不安定破壊評価(荷重変位線図を用いた評価手法の提案)", 日本機械学会論文集, **56-521**, A (1990), pp.72.
- (3) 松原・岡村, "加圧熱衝撃問題への不静定破壊力学の適用", 材料, **37-420** (1988), pp.1029.
- (4) 岡村, 線形破壊力学入門, (1976), 第6章, 培風館.
- (5) Cheng, W. and Finnie, I., "Stress Intensity Factors for Radial Cracks in Circular Cylinders and Other Simply Closed Cylindrical Bodies", *Engineering Fracture Mechanics*, **32-5** (1989), pp.767.
- (6) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity* (3rd ed.), (1970), pp.65~89, McGraw-Hill, New York.
日本語版, 金田潔(監訳), 弾性論, (1973), pp.66~91, コロナ社.
- (7) 高橋・岡村・酒井, "エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の非線形弾性体への拡張", 日本機械学会論文集 A 編に投稿中.
- (8) 高橋・松原・岡村, "不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用", 日本機械学会論文集, **57-533**, A (1991), pp.11.
- (9) 松原・曾根田, "不静定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用(軸方向き裂付き円筒および回転円筒への適用)", 日本機学会論文集, **57-536**, A (1991), pp.782.
- (10) 松原, "不静定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用(円筒試験体を用いた加圧熱衝撃試験への適用)", 日本機学会論文集, **57-537**, A (1991), pp.1091.
- (11) 高橋・酒井・岡村, "熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価", 日本機械学会論文集, **56-523**, A (1990), pp.598.
- (12) 例えば, 石田・鶴, "複数き裂および周期き裂群をもつ有限板の引張り", 日本機械学会論文集, **49-441**, A (1983), pp.641.

- (13) Labbens, R., Pellissier-Tanon, A. and Heliot, J., "Practical Method for Calculating Stress-Intensity Factors Through Weight Functions", *ASTM STP*, **590** (1976), pp.368.
- (14) Buchalet, C. B. and Bamford, W. H., "Stress Intensity Factor Solutions for Continuous Surface Flaws in Reactor Pressure Vessels", *ASTM STP*, **590** (1976), pp.385.
- (15) Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (2nd ed.), (1985), Del Research Corporation.
- (16) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "Elastic-Plastic and Fully Plastic Analysis of Crack Initiation, Stable Growth and Instability in Flawed Cylinders", *ASTM STP*, **803-I** (1983), pp.306.
- (17) Kumar, V. and German, M. D., "Studies of the Line-Spring Model for Nonlinear Crack Problems", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.412.
- (18) Cheng, W. and Finnie, I., "On the Prediction of Stress Intensity Factors for Axisymmetric Cracks in Thin-Walled Cylinders From Plane Strain Solutions", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **107** (1985), pp.227.
- (19) Shawi, T. G., Nakamura, T. and Parks, D. M., "Line-Spring Analysis of Surface Flawed Plates and Shells Using Deformation Theory", *International Journal of Fracture*, **41** (1989), pp.23.
- (20) Kumar, V., German, M. D., Wilkening, W. W., Andrews, W. R., deLorenzi, H. G. and Mowbray, D. F., "Advances in Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Final Report*, EPRI, NP-3607, Project 1237-1 (1984).
- (21) Kumar, V., German, M. D. and Schumacher, B. I., "Analysis of Elastic Surface Cracks in Cylinders Using the Line-Spring Model and Shell Finite Element Method", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.403.

第5章 軸方向き裂付き円筒の破壊強度評価

- (1) 町田(編), 延性破壊力学, (1984), 第7章, 日刊工業新聞社.
- (2) 長谷川・坂田・清水・志田, "周方向表面き裂を含む圧力配管の漏洩荷重の評価法", 圧力技術, **21-1** (1983), pp.16.
- (3) 柴田・金子・横山・大場・川村・宮園, "周方向欠陥を有する SUS304 鋼配管の延性破壊挙動と LBB 評価", 圧力技術, **24-5** (1986), pp.236.
- (4) 栗原・植田, "周方向表面き裂を有する配管の不安定破壊の簡易予測式", 日本機械学会論文集, **53-495**, A (1987), pp.2090.
- (5) 植田・栗原・加藤・鬼沢・関谷・宮園, "周方向表面欠陥を有する 6inch 口径ステンレス鋼製配管の不安定破壊試験", 日本機械学会論文集, **53-495**, A (1987), pp.2097.
- (6) Underwood, J. H., Lasselle, R. R., Scanlon, R. D. and Hussain, M. A., "A Compliance K Calibration for a Pressurized Thick-Wall Cylinder With a Radial Crack", *Engineering Fracture Mechanics*, **4** (1972), pp.231.
- (7) Bowie, O. L. and Freese, C. E., "Elastic Analysis for a Radial Crack in a Circular Ring", *Engineering Fracture Mechanics*, **4** (1972), pp.315.
- (8) Labbens, R., Pellissier-Tanon, A. and Heliot, J., "Practical Method for Calculating Stress-Intensity Factors Through Weight Functions", *ASTM STP*, **590** (1976), pp.368.
- (9) Buchalet, C. B. and Bamford, W. H., "Stress Intensity Factor Solutions for Continuous Surface Flaws in Reactor Pressure Vessels", *ASTM STP*, **590** (1976), pp.385.
- (10) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "Elastic-Plastic and Fully Plastic Analysis of Crack Initiation, Stable Growth and Instability in Flawed Cylinders", *ASTM STP*, **803-I** (1983), pp.306.

- (11) Cheng, W. and Finnie, I., "Determination of Stress Intensity Factors for Partial Penetration Axial Cracks in Thin-Walled Cylinders", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **108** (1986), pp.83.
- (12) 西岡・平川・北浦, "超高压管の内圧疲労に関する研究(疲労き裂の進展と内面欠陥の影響)", 圧力技術, **12-3** (1974), pp.128.
- (13) 齊藤, "不安定面の理論 - 不連続波の理論からの破壊問題へのアプローチ -, 機械の研究, **25-8** (1973), pp.1009.
- (14) 忽那・石谷・山崎, "内圧と熱負荷をうけるボイラ用厚肉鋼管の破壊強度", 圧力技術, **21-2** (1983), pp.57.
- (15) 富田, "塑性不安定現象の数値シミュレーション", 材料, **39-442** (1990), pp.833.
- (16) 村上・西谷, "内側にき裂を有する中空回転円盤の応力拡大係数", 日本機学会論文集, **41-348**, A (1975), pp.2255.
- (17) Grandt, A. F., Jr., "Stress Intensity Factors for Cracked Holes and Rings Loaded With Polynomial Crack Face Pressure Distributions", *International Journal of Fracture*, **14** (1978), R221.
- (18) Tracy, P. G., "Elastic Analysis of Radial Cracks Emanating From the Outer and Inner Surfaces of a Circular Ring", *Engineering Fracture Mechanics*, **11** (1979), pp.291.
- (19) Andrasic, C. P. and Parker, A. P., "Dimensionless Stress Intensity Factors for Cracked Thick Cylinders Under Polynomial Crack Face Loadings", *Engineering Fracture Mechanics*, **19-1** (1984), pp.187.
- (20) Oliveira, R. and Wu, X. R., "Stress Intensity Factors for Axial Cracks in Hollow Cylinders Subjected to Thermal Shock", *Engineering Fracture Mechanics*, **27-2** (1987), pp.185.
- (21) Cheng, W. and Finnie, I., "Stress Intensity Factors for Radial Cracks in Circular Cylinders and Other Simply Closed Cylindrical Bodies", *Engineering Fracture Mechanics*, **32-5** (1989), pp.767.
- (22) Wang, Y. H. and Li, C. Z., "SIF Calculation for Two Cracks Emanating From the Internal Boundary of a Tube", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **112** (1990), pp.374.
- (23) 石田, き裂の弾性解析と応力拡大係数, (1976), 培風館.
- (24) Baratta, F. I., "Stress Intensity Factors for Internal Multiple Cracks in Thick-Walled Cylinders Stressed by Internal Pressure Using Load Relief Factors", *Engineering Fracture Mechanics*, **10** (1978), pp.691.
- (25) Clark, G. and de Morton, M. E., "Multiple Cracking in Thick-Walled Pressure Vessels", *International Journal of Fracture*, **15** (1979), R17.
- (26) Pu, S. L. and Hussain, M. A., "Stress Intensity Factors for a Circular Ring With Uniform Array of Radial Cracks Using Cubic Isoparametric Singular Elements", *ASTM STP* **677**, (1979), pp.685.
- (27) Pu, S. L. and Hussain, M. A., "Residual Stress Redistribution Caused by Notches and Cracks in a Partially Autofretted Tube", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **103** (1981), pp.302.
- (28) Hussain, M. A., Pu, S. L., Vasilakis, J. D. and O'Hara, P., "Simulation of Partial Autofretting by Thermal Loads", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **102** (1980), pp.314.
- (29) Parker, A. P. and Farrow, J. R., "Stress Intensity Factors for Multiple Radial Cracks Emanating From the Bore of an Autofretted or Thermally Stressed, Thick Cylinder", *Engineering Fracture Mechanics*, **14** (1981), pp.237.
- (30) Pu, S. L. and Chen, P. C. T., "Stress Intensity Factors for Radial Cracks in a Pre-Stressed, Thick-Walled Cylinder of Strain-Hardening Materials", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **105** (1983), pp.117.
- (31) Pu, S. L. and Hussain, M. A., "Stress-Intensity Factors for Radial Cracks in a Partially Autofretted Thick-Wall Cylinder", *ASTM STP*, **791-I** (1983), pp.194.

- (32) Perl, M. and Arone, R., "Stress Intensity Factors for Large Arrays of Radial Cracks in Thick-Walled Steel Cylinders", *Engineering Fracture Mechanics*, **25-3** (1986), pp.341.
- (33) Perl, M. and Arone, R., "Stress Intensity Factors for a Radially Multicracked Partially Autofretted Pressurized Thick-Walled Cylinder", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **110** (1988), pp.147.
- (34) Arone, R. and Perl, M., "Stress Intensity Factors for a Pressurized Thick-Walled Cylinder With Radial Cracks of Unequal Length", *International Journal of Fracture*, **34** (1987), R75.
- (35) Perl, M., Wu, K. H. and Arone, R., "Uniform Arrays of Unequal-Depth Cracks in Thick-Walled Cylindrical Pressure Vessels - Part I: Stress Intensity Factors Evaluation", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **112** (1990), pp.340.
- (36) Pu, S. L., "Stress Intensity Factors for a Circular Ring With Uniform Array of Radial Cracks of Unequal Depth", *ASTM STP*, **905** (1986), pp.559.
- (37) Desjardins, J. L., Burns, D. J., Bell, R. and Thompson, J. C., "Stress Intensity Factors for Unequal Longitudinal-Radial Cracks in Thick-Walled Cylinders", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **113** (1991), pp.22.
- (38) 中沢・青木, "圧力容器の内圧疲労強度に関する研究", 圧力技術, **14-6** (1976), pp.287.
- (39) 柴田・川村, "軸方向にき裂を有する Zr 合金管のき裂伝播と破壊(第1報, 未貫通き裂と貫通き裂の伝播について)", 圧力技術, **14-3** (1976), pp.127.
- (40) 柴田・川村, "軸方向にき裂を有する Zr 合金管のき裂伝播と破壊(第2報, き裂伝播速度によらず平均応力および板厚の影響と Zr 合金管の破壊実験)", 圧力技術, **14-4** (1976), pp.169.
- (41) 川原, "圧力容器における疲労き裂の伝播成長解析に関する二三の考察", 圧力技術, **15-6** (1977), pp.300.
- (42) Parker, A. P., Underwood, J. H., Throop, J. F. and Andrasic, C. P., "Stress Intensity and Fatigue Crack Growth in a Pressurized, Autofretted Thick Cylinder", *ASTM STP*, **791-I** (1983), pp.216.
- (43) 岩嶺・竹俣・小野, "超高压容器の疲労き裂進展速度によらず自緊の影響", 圧力技術, **26-1** (1988), pp.35.
- (44) Newman, J. C., Jr. and Raju, I. S., "Stress-Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **102** (1980), pp.342.
- (45) Raju, I. S. and Newman, J. C., Jr., "Stress-Intensity Factors for Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **104** (1982), pp.293.
- (46) Lee, Y. S. and Raymond, M., "Stress Intensity Factor Solutions for Internal Longitudinal Semi-Circular Surface Flaws in a Cylinder Under Arbitrary Loading", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **105** (1983), pp.309.
- (47) Kumar, V., German, M. D. and Schumacher, B. I., "Analysis of Elastic Surface Cracks in Cylinders Using the Line-Spring Model and Shell Finite Element Method", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.403.
- (48) O'Donoghue, P. E., Nishioka, T. and Atluri, S. N., "Analysis of Interaction Behavior of Surface Flaws in Pressure Vessels", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **108** (1986), pp.24.
- (49) 陳・西谷・森, "内圧を受ける有限厚肉円筒の内面に存在する半円面き裂の応力拡大係数(第2報, 計算結果)", 日本機学会論文集, **55-515**, A (1989), pp.1537.
- (50) Parks, D. M., "The Inelastic Line-Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-Cracked Plates and Shells", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **103** (1981), pp.246.
- (51) Kumar, V. and German, M. D., "Studies of the Line-Spring Model for Nonlinear Crack Problems", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.412.

- (52) Bass, B. R., Bryan, R. H., Bryson, J. W. and Markle, J. G., "Applications Energy Release Rate Techniques to Part-Through Cracks in Experimental Pressure Vessels", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **104** (1982), pp.308.
- (53) deLorenzi, H. G., "Elastic-Plastic Analysis of the Maximum Postulated Flaw in the Belt-line Region of a Reactor Vessel", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **104** (1982), pp.278.
- (54) Wilkening, W. W., deLorenzi, H. G. and Barishpolsky, M., "Elastic-Plastic Analyses of Surface Flaws in a Reactor Vessel", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **106** (1984), pp.247.
- (55) Chell, G., "The Stress Intensity Factors for Center and Edge Cracked Sheets Subject to an Arbitrary Loading", *Engineering Fracture Mechanics*, **7** (1975), pp.137.
- (56) Cheng, W. and Finnie, I., "On the Prediction of Stress Intensity Factors for Axisymmetric Cracks in Thin-Walled Cylinders From Plane Strain Solutions", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Material and Technology*, **107** (1985), pp.227.
- (57) Fett, T., Munz, D. and Neumann, J., "Local Stress Intensity Factors for Surface Cracks in Plates Under Power-Shaped Stress Distributions" *Engineering Fracture Mechanics*, **36-4** (1990), pp.647.
- (58) Kendall, D. P., "Stress Intensity Factor Equations for Pressurized Thick Walled Cylinders", *International Journal of Fracture*, **30** (1986), R17.
- (59) Karlsson, A. and Bäcklund, J., "J-Integral at Loaded Crack Surfaces", *International Journal of Fracture*, **14** (1978), R.311.
- (60) 影山・岡村, "引張りと面内せん断を受ける無限小屈折き裂の弾性解析と最大エネルギー解放率破壊条件", 日本機学会論文集, **48-430**, A (1982), pp.783.
- (61) 石田・鶴, "複数き裂および周期き裂群をもつ有限板の引張り", 日本機学会論文集, **49-441**, A (1983), pp.641.
- (62) Tada, H., Paris, P. C. and Irwin, G., *The Stress Analysis of Cracks Handbook* (2nd ed.), (1985), Del Research Corporation.
- (63) Mattheck, C., Morawietz, P., Munz, D. and Stamm, H., "Comparison of Different Methods for the Determination of Stress Intensity Factors of Cracks in Pipes With Stress Gradients", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **106** (1984), pp.209.
- (64) Zahoor, A., "Closed Form Expressions for Fracture Mechanics Analysis of Cracked Pipes", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **107** (1985), pp.203.
- (65) Kumar, V., German, M. D. and Shih, C. F., "An Engineering Approach for Elastic-Plastic Fracture Analysis", *Topical Report*, EPRI, NP-1931, Project 1237-1 (1981).
- (66) 石田・野口, "半楕円表面き裂を持つ板の引張りと曲げ", 日本機学会論文集, **48-429**, A (1982), pp.607.
- (67) 國尾・中沢・林・岡村(編), 破壊力学実験法, (1984), 朝倉書店.
- (68) Raju, I. S. and Newman, J. C., Jr., "Stress-Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates", *Engineering Fracture Mechanics*, **11** (1979), pp.817.
- (69) Lacey, D. J., "European Group on Fracture Round Robin Analysis of the First Spinning Cylinder Test", *Abstracts of European Symposium on Elastic-Plastic Fracture Mechanics: Elements of Defect Assessment*, (Freiburg, Federal Republic of Germany, 1989-10), pp.91.
- (70) Lacey, D. J. and Leckenby, R. E., "Determination of Upper Shelf Fracture Resistance in the Spinning Cylinder Test Facility", *Transactions of the 10th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, (1989-8), Volume F, pp.1.
- (71) Shih, C. F., "J-Dominance Under Plane Strain Fully Plastic Conditions: the Edge Crack Panel Subject to Combined Tension and Bending", *International Journal of Fracture*, **29** (1985), pp.73.
- (72) 松原・曾根田, "不静定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用 (軸方向き裂付内圧円筒および回転円筒への適用)", 日本機学会論文集, **57-536**, A (1991), pp.782.

- (73) 松原, "不静定弾塑性破壊力学の構造健全性評価への適用 (円筒試験体を用いた加圧熱衝撃試験への適用)", 日本機学会論文集, **57-537**, A (1991), pp.1091.

第 6 章 加圧熱衝撃時の圧力容器の破壊強度評価

- (1) 高橋淳, "不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用", 東京大学修士論文, (1989).
- (2) 三島・藤村, "軽水炉圧力容器に関する最近の話題 (1) - 発電用原子炉と圧力容器 -", 原子力工業, **30-3** (1984), pp.60.
- (3) 矢川, "原子炉圧力容器の健全性に関する最近の話題 - PTS 問題を中心に -", 原子力工業, **30-1** (1984), pp.61.
- (4) 浦部, "欧米における原子炉加圧熱衝撃およびその関連研究の動向", 圧力技術, **24-4** (1986), pp.208.
- (5) 宮園, "軽水炉構造機器に関する構造強度上の諸問題", 日本機学会論文集, **53-486**, A (1987), pp.169.
- (6) 矢川, "確率論的破壊力学による原子力施設の健全性評価", 原子力工業, **34-8** (1988), pp.19.
- (7) Cheverton, R. D., Iskander, S. K. and Ball, D. G., "Review of Pressurized-Water-Reactor Related Thermal Shock Studies", *ASTM STP 969* (1988), pp.752.
- (8) 矢川・一宮・安藤, "表面き裂からの熱衝撃破壊発生に関する理論と実験", 日本機学会論文集, **45-395** (1979), pp.734.
- (9) Cheverton, R. D., Canonico, D. A., Iskander, S. K., Bolt, S. E., Holz, P. P., Nanstad, R. K. and Stelzner, W. J., "Fracture Mechanics Data Deduced From Thermal-Shock and Related Experiments With LWR Pressure Vessel Material", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **105** (1983), pp.102.
- (10) Cheverton, R. D. and Ball, D. G., "A Reassessment of PWR Pressure Vessel Integrity During Overcooling Accidents, Considering 3-D Flaws", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **106** (1984), pp.375.
- (11) Cheverton, R. D. and Ball, D. G., "The Role of Crack Arrest in the Evaluation of PWR Pressure Vessel Integrity During PTS Transients", *Engineering Fracture Mechanics*, **23-1** (1986), pp.71.
- (12) Cheverton, R. D. and Ball, D. G., "Application of Probabilistic Fracture Mechanics to the Pressurized-Thermal-Shock Issue", *ASTM STP*, **945** (1988), pp.35.
- (13) 菊池・宮本・菅原・進藤, "熱荷重下のノズルコーナーき裂の J 積分評価", 材料, **33-368** (1984), pp.596.
- (14) 菊池・宮本・菅原・進藤, "過渡熱荷重下にある圧力容器中のき裂の J 積分評価", 日本機学会論文集, **51-463**, A (1985), pp.866.
- (15) 菊池・宮本・菅原, "原子炉圧力容器に存在する亀裂の J 積分評価とクラッドの影響", 日本機学会論文集, **52-476**, A (1986), pp.795.
- (16) 菊池・宮本, "加圧熱衝撃 (PTS) 下での原子炉圧力容器中の亀裂の J, \hat{J} 積分評価", 日本機学会論文集, **52-480**, A (1986), pp.1913.
- (17) 松原・岡村, "原子炉圧力容器の耐加圧熱衝撃健全性評価手法", 日本機学会論文集, **53-488**, A (1987), pp.843.
- (18) 松原・岡村, "加圧熱衝撃問題への不静定破壊力学の適用", 材料, **37-420** (1988), pp.1029.
- (19) 矢川・石原, "引張り熱衝撃の複合荷重による不安定延性破壊", 材料, **33-368** (1984), pp.550.
- (20) 高橋・酒井・岡村, "熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価", 日本機学会論文集, **56-523**, A (1990), pp.598.
- (21) 上田耕嗣, "熱衝撃下のき裂部材の強度評価", 東京大学卒業論文, (1988).
- (22) 白鳥・三好, "SEN 試験片の塑性拘束と J 積分", 日本機学会論文集, **46-407**, A (1980), pp.837.

- (23) Sönerland, H. and Kaiser, S., "The J -Integral for a SEN Specimen Under Nonproportionally Applied Bending and Tension", *Engineering Fracture Mechanics*, **24-5** (1986), pp.637.
- (24) Klasén, B. and Kaiser, S., "Studies of Stable Crack Growth Under Two Independent Loads", *International Journal of Fracture*, **36** (1988), pp.259.
- (25) 岡村, 線形破壊力学入門, (1976), 第6章, 培風館.
- (26) Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H. A., "The Theory of Instability of the Tearing Mode of Elastic-Plastic Crack Growth", *ASTM STP 668* (1979), pp.5.
- (27) Hutchinson, J. W., "Fundamentals of the Phenomenological Theory of Nonlinear Fracture Mechanics", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, **50** (1983), pp.1042.
- (28) Shih, C. F., deLorenzi, H. G. and Andrews, W. R., "Studies on Crack Initiation and Stable Crack Growth", *ASTM STP 668* (1979), pp.65.
- (29) Kanninen, M. F., Rybicki, E. F., Stonesifer, R. B., Broek, D., Rsnfield, A. R., Marschall, C. W. and Hahn, G. T., "Elastic-Plastic Fracture Mechanics for Two-Dimensional Stable Crack Growth and Instability Problems", *ASTM STP 668* (1979), pp.121.
- (30) Shih, C. F., "J-Dominance Under Plane Strain Fully Plastic Conditions: the Edge Crack Panel Subject to Combined Tension and Bending", *International Journal of Fracture*, **29** (1985), pp.73.
- (31) Lacey, D. J. and Leckenby, R. E., "Determination of Upper Shelf Fracture Resistance in the Spinning Cylinder Test Facility", *Transactions of the 10th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, (1989-8), Volume F, pp.1.

第7章 リング型破壊力学試験片へのマトリクス法の適用

- (1) 西岡・平川・北浦, "超高温管の内圧疲労に関する研究 (疲労き裂の進展と内面欠陥の影響)", 圧力技術, **12-3** (1974), pp.128.
- (2) Jones, A. T., "A Radially Cracked, Cylindrical Fracture Toughness Specimen", *Engineering Fracture Mechanics*, **6** (1974), pp.435.
- (3) Grandt, A. F., Jr., "Evaluation of a Cracked Ring Specimen for Fatigue Testing Under Constant Range in Stress Intensity Factor", *Proceedings of International Conference on Fracture Mechanics and Technology*, (1978), pp.89.
- (4) Kapp, J. A. and Eisenstadt, R., "Crack Growth in Externally Flawed, Autofrettagged Thick-Walled Cylinders and Rings", *ASTM STP, 667* (1979), pp.746.
- (5) Webster, G. A., Klintworth, G. C. and Stacy, A., "Stress Intensity Factors for Cracked C-Shaped and Ring Type Test-Pieces", *Journal of Strain Analysis*, Vol.18-4 (1983), pp.225.
- (6) 村上・岸根・鶴, "圧裂引張荷重を受ける中空円板中のき裂の応力拡大係数", 日本機械学会論文集, **52-480, A** (1986), pp.1855.
- (7) 布村・野口・北山, "リング試験片を用いたセラミックスの K_{IC} の測定", 日本機械学会講演論文集, No.900-50 (1990-8), pp.371.
- (8) Underwood, J. H. and Kendall, D. P., "Fracture Toughness Testing Using the C-Shaped Specimen", *ASTM STP, 632* (1977), pp.25.
- (9) Gross, B. and Srawley, J. E., "Analysis of Radially Cracked Ring Segments Subject to Forces and Couples", *ASTM STP, 632* (1977), pp.39.
- (10) Kapp, J. A., Pilegl, G. A. and Underwood, J. H., "The Effect of Wall Thickness Variation of K_I for the Proposed C-Shaped Specimen", *International Journal of Fracture*, **13** (1977), pp.721.
- (11) Kapp, J. A., Newman, J. C., Jr. and Underwood, J. H., "A Wide Range Stress Intensity Factor Expression for the C-Shaped Specimen", *Journal of Testing and Evaluation*, **8-6** (1980), pp.314.

- (12) Kapp, J. A. and Bilinsky, W. J., " J_{IC} Testing Using Arc-Tension Specimens", *ASTM STP, 905* (1986), pp.297.
- (13) Jannan, C., "The Elastic-Plastic Parameters of the C-Shaped Specimen", *Engineering Fracture Mechanics*, **37-1** (1990), pp.119.
- (14) Goan, J. M., Sutton, M. A. and Chao, Y. J., "Assessment of the Engineering Approach for the Evaluation of C-Shaped Specimens", *Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, **112** (1990), pp.353.
- (15) Underwood, J. H., Kapp, J. A. and Witherell, M. D., "Fracture Testing With Arc Bend Specimens", *ASTM STP, 905* (1986), pp.279.
- (16) Baratta, F. I., Kapp, J. A. and Saunders, D. S., "Load-Point Compliance for the Arc-Bend/Arc-Support Fracture Toughness Specimen", *ASTM STP, 1074* (1990), pp.594.
- (17) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity* (3rd ed.), (1970), pp.65~89, McGraw-Hill, New York.
日本語版, 金田潔 (監訳), 弾性論, (1973), pp.66~91, コロナ社.
- (18) 石田・鶴, "複数き裂および周き裂をもつ有限板の引張り", 日本機械学会論文集, **49-441, A** (1983), pp.641.
- (19) Srawley, J. E., "Wide Range Stress Intensity Factor Expressions for ASTM E399 Standard Fracture Toughness Specimens", *International Journal of Fracture*, **12** (1976), pp.475.

Appendix 曲がり梁のコンプライアンス

- (1) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity* (3rd ed.), (1970), pp.65~89, McGraw-Hill, New York.
日本語版, 金田潔 (監訳), 弾性論, (1973), pp.66~91, コロナ社.
- (2) 國尾, 固体力学の基礎, (1977), pp.139~140, pp.197~198, 培風館.
- (3) Muskhelishvili, N. I., *Some Basic Problems of the Theory of Elasticity*, translated from 4th Russian ed. by Radok, J. R. M., (1963), pp.224~242, Noordhoff, Groningen, Netherlands.
- (4) Massonet, Ch., Ed. by Flüge, W., *Handbook of Engineering Mechanics*, (1962), Chapter 37 - pp.11~19, McGraw-Hill, New York.
- (5) 大橋, 材料力学, (1976), pp.213, 培風館.
- (6) Timoshenko, S. P., *Strength of Materials, Part I: Elementary Theory and Problems* (3rd ed.), (1955), D. Van Nostrand Company, Inc., New York.
日本語版, 鶴戸口・國尾 (訳), 材料力学 (上巻), (1957), pp.351, 東京図書.
- (7) 高橋・岡村・酒井, "圧力容器の延性不安定破壊評価 (荷重変位線図を用いた評価手法の提案)", 日本機械学会論文集, **56-521, A** (1990), pp.72.
- (8) 高橋・酒井・岡村, "熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価", 日本機械学会論文集, **56-523, A** (1990), pp.598.

研 究 業 績

[投稿論文]

- (1) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “圧力容器の延性不安定破壊評価 (荷重変位線図を用いた評価手法の提案)”, 日本機械学会論文集, 56-521, A (1990), pp.72-77.
- (2) 高橋淳・酒井信介・岡村弘之, “熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価”, 日本機械学会論文集, 56-523, A (1990), pp.598-603.
- (3) 高橋淳・松原雅昭・岡村弘之, “不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用”, 日本機械学会論文集, 57-533, A (1991), pp.11-18.
- (4) 高橋淳・岡村弘之, “加圧熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価”, 日本機械学会論文集, 57-534, A (1991), pp.291-297.
- (5) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “種々の軸方向き裂を有する円筒の応力拡大係数 (マトリクス表記を用いた統一的分析手法の提案)”, 日本機械学会論文集, 57-539, A (1991), pp.1534-1541.
- (6) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “Cリング試験片の混合モード応力拡大係数 (変位拘束型Cリング試験片への不静定破壊力学の適用)”, 日本機械学会論文集, 57-542, A (1991), pp.2464-2471.
- (7) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “マトリクス法破壊力学による軸方向き裂付き内圧円筒の混合モード応力拡大係数評価”, 日本機械学会論文集 A 編に掲載予定.
- (8) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の非線形弾性体への拡張”, 日本機械学会論文集 A 編に掲載予定.

[講演論文等]

- (9) Matsubara, M., Takahashi, J. and Okamura, H., “Application of Statically Indeterminate Fracture Mechanics to PTS Problem”, *Proceedings of the Far East Fracture Group Workshop: Role of Plasticity and Damage Mechanics in Fracture of Solids*, (Tokyo, Japan, 1988-11), pp.61-68.
- (10) 高橋淳, “不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用”, 東京大学修士論文, 東大機械工学研究報告, 第24巻, 1989-3, pp.13-14.
- (11) Matsubara, M., Takahashi, J. and Okamura, H., “Application of Statically Indeterminate Fracture Mechanics to the Spinning Cylinder With an Axially Crack”, in the work of Lacey, D. J., “European Group on Fracture Round Robin Analysis of the First Spinning Cylinder Test”, *Abstracts of European Symposium on Elastic-Plastic Fracture Mechanics: Elements of Defect Assessment*, (Freiburg, Federal Republic of Germany, 1989-10), pp.91-92.

- (12) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “圧力容器の延性不安定破壊評価 (荷重変位線図を用いた評価手法の提案)”, 日本機械学会講演概要集, No.890-50, (第67期全国大会・神戸, 1989-10), pp.52.
- (13) 高橋淳・酒井信介・岡村弘之, “熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価”, 日本機械学会講演概要集, No.890-59, (材料力学講演会・沖縄, 1989-11), pp.46.
- (14) 岡村弘之・高橋淳, “耐加圧熱衝撃健全性評価のための弾塑性破壊力学手法の検討”, (財)電力中央研究所委託研究報告書, 1989-11.
- (15) 高橋淳・松原雅昭・岡村弘之, “不静定破壊力学の延性破壊強度評価への拡張と応用”, 日本機械学会講演論文集, No.900-14, (第67期通常総会・東京, 1990-4), Vol.A, pp.54-56.
- (16) 高橋淳・岡村弘之, “加圧熱衝撃時の圧力容器の延性不安定破壊評価”, 日本機械学会講演論文集, No.900-50, (破壊と新技術シンポジウム・富士, 1990-8), pp.111-116.
- (17) 高橋淳・岡村弘之, “種々の軸方向き裂を有する円筒の内圧下における応力拡大係数”, 日本機械学会講演論文集, No.900-59, (第68期全国大会・仙台, 1990-9), Vol.A, pp.341-343.
- (18) 高橋淳・岡村弘之, “軸方向き裂付き円筒の破壊強度特性”, 日本機械学会講演論文集, No.900-86, (材料力学講演会・豊橋, 1990-11), pp.227-229.
- (19) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “Cリング試験片の応力拡大係数 (変位拘束型Cリング試験片への不静定破壊力学の適用)”, 日本機械学会講演論文集, No.910-17, (第68期通常総会・東京, 1991-3), Vol.A, pp.243-245.
- (20) Takahashi, J. and Okamura, H., “Ductile Fracture Prediction of an Axially Cracked Cylinder Under Pressurized Thermal Shock”, *Transactions of the 11th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, (Tokyo, Japan, 1991-8), Volume G1: *Fracture Mechanics and Non-Destructive Evaluation*, pp.201-206.
- (21) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の提案とその実構造物の破壊力学パラメータ評価への適用”, 第6回破壊力学シンポジウム講演論文集, (京都, 1991-9), pp.117-122.
- (22) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “マトリクス法破壊力学による軸方向き裂付き円筒の混合モード応力拡大係数評価 (き裂長さの相違および非軸対称なき裂配置の影響)”, 日本機械学会講演論文集, No.910-62, (第69期全国大会・名古屋, 1991-10), Vol.A, pp.355-357.
- (23) 高橋淳・岡村弘之・酒井信介, “エネルギー原理に基づくマトリクス法破壊力学の非線形弾性体への拡張”, 日本機械学会講演論文集, No.910-71, (材料力学講演会・金沢, 1991-11), Vol.A, pp.101-103.
- (24) 高橋淳, “構造物の延性破壊評価への弾塑性破壊力学の拡張適用に関する基礎研究”, 文部省科学研究費補助金奨励研究 (特別研究員), 課題番号 02952132 (1990~1991).
- (25) Takahashi, J., Okamura, H. and Sakai, S., “Mixed-Mode Stress Intensity Factors for Displacement-Controlled C-Shaped Specimens”, *Proceedings of the VII International Congress on Experimental Mechanics and Manufacturers Exhibit*, (Las Vegas, NV, USA, 1992-6), 講演予定.

謝 辞

本論文は東京大学工学部岡村・酒井研究室における5年間の研究成果をまとめたものである。

大学院修士課程および博士課程における指導教官である岡村弘之教授(東京大学工学部機械情報工学科)には、物質的にも精神的にも最高の研究環境を与えて頂き、また非常にご多忙な中にもかかわらず公私にわたり終始親身の御指導を賜りましたことここに厚くお礼申し上げます。同研究室の酒井信介助教授(東京大学工学部機械情報工学科)には、研究の節々において常に斬新かつ的確な指針を与えて頂き、また研究生活全般にわたっても多大な御指導を賜りましたこと厚くお礼申し上げます。両先生には、研究面では非常に厳しい反面その日常の温かなお人柄のせいか今思えばずいぶんと遠慮なく色々な相談にのって頂きましたが、お二人に身近に接することができたこと自体が私にとっては何事にもかえがたい収穫でした。

朝田泰英教授(東京大学工学部機械工学科)、中桐滋教授(東京大学生産技術研究所)、渡辺勝彦教授(東京大学生産技術研究所)には論文審査にあたって有益な御時論および御助言を頂きましたことをここに記し厚く謝意を表したいと存じます。

また、筆者の研究の第一歩のころから今日に至るまで常に大所高所からの多角的な御批判・御時論を頂きました高野太刀雄助手、経理面での諸務をすべてお願いしました浅川武技官、修士・博士と5年間にわたり苦楽を共にすると同時に毒舌の手ほどきをいただいた佐々木哲也氏、学位論文の図面作成および校閲等に際して多大なご協力をいただいた永井英幹君・谷口あずさ嬢・本田まゆみ嬢、時間と金を惜しまず麻雀につき合ってくれた大古滋久君ほか多くのメンツ諸氏など、非常に多くの方々のご協力のおかげで充実した日々を送ることができた本論文の完成に至ることができました。ここにあわせてお礼申し上げます。

また、本研究の一部に対して文部省科学研究費補助金の助成があり、同時に日本学術振興会からの援助がありましたことを記し、ここに謝意を表します。最後に、永きわたって支援と励ましを頂いた両親に謝意を添えて本論文の完成を報告したい。

謝 辞

本論文は東京大学工学部岡村・酒井研究室における5年間の研究成果をまとめたものである。

大学院修士課程および博士課程における指導教官である岡村弘之教授(東京大学工学部機械情報工学科)には、物質的にも精神的にも最高の研究環境を与えて頂き、また非常にご多忙な中にもかかわらず公私にわたり終始親身の御指導を賜りましたことここに厚くお礼申し上げます。同研究室の酒井信介助教授(東京大学工学部機械情報工学科)には、研究の節々において常に斬新かつ的確な指針を与えて頂き、また研究生活全般にわたっても多大な御指導を賜りましたこと厚くお礼申し上げます。両先生には、研究面では非常に厳しい反面その日常の温かなお人柄のせいか今思えばずいぶんと遠慮なく色々な相談にのって頂きましたが、お二人に身近に接することができたこと自体が私にとっては何事にもかえがたい収穫でした。

朝田泰英教授(東京大学工学部機械工学科)、中桐滋教授(東京大学生産技術研究所)、渡辺勝彦教授(東京大学生産技術研究所)には論文審査にあたって有益な御時論および御助言を頂きましたことをここに記し厚く謝意を表したいと存じます。

また、筆者の研究の第一歩のころから今日に至るまで常に大所高所からの多角的な御批判・御時論を頂きました高野太刀雄助手、経理面での諸務をすべてお願いしました浅川武技官、修士・博士と5年間にわたり苦楽を共にすると同時に毒舌の手ほどきをいただいた佐々木哲也氏、学位論文の図面作成および校閲等に際して多大なご協力をいただいた永井英幹君・谷口あずさ嬢・本田まゆみ嬢、時間と金を惜しまず麻雀につき合ってくれた大古滋久君ほか多くのメンツ諸氏など、非常に多くの方々のご協力のおかげで充実した日々を送ることができた本論文の完成に至ることができました。ここにあわせてお礼申し上げます。

また、本研究の一部に対して文部省科学研究費補助金の助成があり、同時に日本学術振興会からの援助がありましたことを記し、ここに謝意を表します。最後に、永きわたって支援と励ましを頂いた両親に謝意を添えて本論文の完成を報告したい。

