

第 4 章

組織的構造

4-1. 序

本章では、軸対称自由噴流の自己保存領域に存在し、その乱流輸送現象と大きな関わりを持つと考えられている組織的構造に関して、その抽出方法、空間構造の詳細、そして乱流輸送機構との関係などについて述べる。

まず最初に、軸方向、半径方向及び周方向の各速度変動成分間の結合確率密度関数の分布、瞬時の速度変動ベクトルの角度の確率密度関数の分布、及びそれらのレイノルズ応力への貢献割合の分布を求め、特に発生頻度の高い事象や、レイノルズ応力に対する貢献が特に大きい事象などの同定を行う。

次に、流れ場全体にわたる速度二点相関関数の分布を求め、組織的構造の抽出を行うための基礎となる情報を得る。

さらに、二点相関関数の分布を用いて、Linear Stochastic Estimation法（以後、LSE法と記す）に基づき、「ある事象が発生した場合の周囲の運動として最も発生確率の高い運動」、つまりある事象に基づく組織的構造の抽出を行い、さらにその構造に関連したレイノルズ応力、乱流エネルギー、渦度の強度などの乱流統計量の空間的分布を求め、抽出された組織的構造の持つ力学的重要性について述べる。さらに、時間の要素を加えた二点時間空間相関関数の分布を求め、その分布を用いて、LSE法によって組織的構造を時間的に追跡し、組織的構造及びその乱流輸送機構に果たす役割の時間的変化の詳細について述べる。

最後に、軸方向速度変動成分及び半径方向速度変動成分の符号によって、乱流現象を象限別に分類する四象限分類法を用いて、各種の乱流統計量の象限別分布を求め、流体運動の向きによる乱流輸送現象の差異について述べる。

4-2. 結合確率密度関数の解析

軸対称自由噴流における組織的構造の詳細を調べるにあたって、まずその第一段階として、瞬時の速度変動の各成分間の関係の詳細を知るために、各速度変動成分のうちの任意の二成分に関する結合確率密度関数の分布を求めた。結果の一例として、 $\eta = 1$ における結合確率密度関数の分布を図4-1から図4-3に示す。但し、本章では、速度半幅 δ を近似的に28mmとした。図4-1から図4-3はそれぞれ順に、軸方向成分 u と半径方向成分 v 、 v と周方向成分 w 、及び w と u に関するもので、すべてa図が結合確率密度関数の分布、b図がレイノルズ応力 \overline{uv} に対する貢献度の分布である。各座標軸の一目盛りは、その位置での各成分の速度変動のrms値に相当する。等高線の値は、図の左に示す通りで、実線が正值、点線が負値を示す。図4-1から分かるように、 u と v の間には強い正の相関があり、図4-2及び図4-3から分かるように、 u 及び v の分布は w の正負に依存せず、また、 $w = 0$ の時に最も頻度の高い分布となっている。このことから、軸対称自由噴流において特徴的な事象は、 $w = 0$ で、 u と v が同符号の場合に発生する可能性が高いことが示唆される。さらに、図4-1から、最も発生頻度の高い事象は、遅い流体が内側に向かう運動で、速度変動のrms値の-0.5倍程度の速度を持つ運動であること、また、最もレイノルズ応力の発生に貢献の高い事象も遅い流体が内側に向かう運動で、速度変動のrms値の-1倍程度の速度を持つ運動であることが分かる。またこの図から、高速の流体が外側に向かう非常に速度の大きい運動が存在すること、その発生頻度はあまり高くないがレイノルズ応力の発生には大きな貢献をなすことが分かる。従って、軸対称自由噴流における乱流応力 \overline{uv} の生成は、主に、周囲の遅い流体を噴流中に巻き込む(エントレインメント)、あまり速度の大きくない運動によって行われるが、時折、噴流中央部にある高速の流体が噴流の外側に向かって急激に放出される運動によっても大きな応力の生成が行われるということが分かる。また、他の位置における結合確率密度関数の分布は、中心軸上でほぼ等方的な分布となる以外は、流れ場全体にわたってほぼ同様の分布となった。その

一例として、図4-4に、 $\eta=1.5$ における u と v の結合確率密度関数及びレイノルズ応力 \overline{uv} に対する貢献度の分布を示す。この図から、 $\eta=1$ における結果と比べて、確率密度関数の分布はほぼ類似の分布であるが、噴流の外側に行くに従って、第1象限において、事象の発生頻度が減少しながらも、レイノルズ応力への貢献が増加しており、高速の流体が外側に向かう運動の発生がより間欠的になっていることが確認される。このことは、図3-45及び図3-46において、 u 及び v の歪み度及び平坦度の分布が、外側に行くに従って、正の大きな値となったことと符合する。

次に、事象の強弱を考慮に入れずに、その流動方向のみに着目した場合の確率密度関数の分布について考察する。本研究では、この流動方向に関する情報を得るために、瞬時の速度変動の角度（向き）の結合確率密度関数の分布を調べた。この際、軸対称性より周方向成分に関してはその正負が相殺し合い、周方向成分の影響が不明確になるので、図4-5に示す様に、周方向成分に関してはその絶対値を用いた。ここで、ベクトルの角度（ θ 、 ϕ ）は、

$$\theta = \tan^{-1} \frac{u}{|w|} \quad (4-1)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \quad (4-2)$$

と定義され、図4-6に示す様に横軸に θ 、縦軸に ϕ を取り、それぞれ $[-\pi/2, \pi/2]$ の範囲で示すと、各象限が丁度（ u 、 v ）の象限と一致し、外周辺上で $w=0$ となる（西野(1989)参照）。また、この θ 及び ϕ は、あるベクトルが地球の中心に始点を持ち、地表上に終点を持つと考えた場合に、 θ が経度、 ϕ が緯度を表すと考えることも出来る。

図4-7aに、 $\eta=1$ における角度の結合確率密度関数 $P(\theta, \phi)$ の分布、図4-7bにレイノルズ応力への貢献度の分布 $uvP(\theta, \phi)$ の分布を示す。これらの図から分かる様に、発生頻度は、図4-1の u と v の結合確率密度関数の分布の場合と同様に、第

3象限の低速の流体が内側に向かう運動が最も高く、第1象限の高速の流体が外側に向かう運動の発生頻度もほぼ同程度に高くなっている。一方、レイノルズ応力への貢献度は、第1象限の運動の方が高くなっている。ここで、第3象限におけるピークは、図の辺上にあり、 $w = 0$ において発生しているが、第1象限におけるピークは、発生頻度及びレイノルズ応力への貢献度ともに、わずかであるが、 $w \neq 0$ の位置で発生している。

また、他の位置における角度の結合確率密度関数の分布は、中心軸上で等方的となる以外では、定性的には $\eta = 1$ における分布と類似の分布となったが、噴流の外側に行くに従って、第1象限における発生頻度が低下しながらも、その応力への貢献が増加している分布となった。これは、 u と v の結合確率密度関数の分布においても示された様に、外側に行くに従って第1象限の事象がより間欠的な運動となっているためと考えられる。

4-3. 速度二点相関関数の分布

速度二点相関関数は、流れ場における大きなスケールの運動の特徴を反映する統計量であり、従来から多くの研究においてその分布が求められてきた。しかし、測定機器に対する物理的制約や計測に必要な時間の制約などから、いずれの研究においても二点相関関数のすべての成分を求めた例はなく、また、得られた二点相関関数の分布も一次元や二次元の分布に過ぎず、三次元分布を求めた例はない。この二点相関関数の三次元分布を得ることは、流れ場の大きなスケールの構造、つまり組織的構造を理解する上で非常に有効な手段となる。また、後述のLSE法によって条件付き平均の推測を行う際には、この二点相関関数の全ての成分の三次元分布が必要不可欠な情報となる。そこで本研究では、瞬時の速度ベクトルの空間的分布が得られるという三次元画像処理流速計の利点を生かして、本研究で得られたデータベースを基に、流れ場の広い範囲にわたる速度の二点相関関数の全ての成分の三次元分布を求めた。

本研究では、二点相関関数を、図4-8に示す様に、正規直交座標系において定義した。ここで、二点相関関数の基準となる点を x 、もう一つの対象となる点を y とし、添字は、流れ方向(z 方向)を1、基準点方向(x 方向)を2、それらと直交する方向(y 方向)を3とした。基準点 x としては、 $z=290$ で、 $r_i=0.5i\delta$ ($i=0\sim 5$)なる6点を考え、そこから半径方向及び流れ方向に $\pm 2\text{mm}$ 以内の小領域内に入るベクトルを基準点におけるベクトルとみなした。対象点 y は、観察領域全体に配置した 4mm 間隔の正規直交格子上的各点とし、各格子点から各軸方向に $\pm 2\text{mm}$ 以内の小領域内に入るベクトルを対象点におけるベクトルとみなし合算した。結果として、対象点は、 z 方向に $290-28$ から $290+28$ まで、 x 方向に -48 から 80 まで、 y 方向に -48 から 48 までの範囲にわたって得られた。二点相関関数の算出に際しては、流れ場の軸対称性から、 y 方向に関してはその正負を合算した。その際、 y 方向速度成分を奇数個含む相関に関してはその符号を反転させて合算した。ここで、基準点が $+x$ 軸上にあるとしたため、本来、 $r=0$ となる基準点の位置が $r=1\text{mm}$ となったこと

を付記する。

図4-9 aから図4-9 iに、二点相関係数(二点相関関数をそれぞれの点での速度変動のrms値で除した値)の分布の一例として、各成分の半径方向分布 R_{rj} ($r_k; x, y=0, z'=0$)を示す。但し、ここで $z=290$ を z' とし、

$$R_{rj}(r_k; x, y, z') = \frac{\overline{u_i(x=r_k, y=0, z'=0) u_j(x, y, z')}}{\sqrt{\overline{u_i(x=r_k, y=0, z'=0)^2}} \cdot \sqrt{\overline{u_j(x, y, z')^2}}} \quad (4-3)$$

とする。また、図4-10 aから図4-10 iに、同じく二点相関係数の軸方向分布 $R_{rj}(r_k; x=0, y=0, z')$ を示す。これらの図において、周方向成分を奇数個含む相関はほぼ0となっており、流れ場の軸対称性が確認される。また、同一成分同士の相関は基準点近傍で大きな値をとっているが、基準点での相関が1とならないのは、対象点での値を有限の大きさを持つ領域の平均として定義したための平均化の影響と考えられる。中心軸上以外の基準点においては、軸方向成分と半径方向成分の相関 R_{12} 及び R_{21} が、比較的広い範囲において正の相関をとっており、このことは、レイノルズ応力の発生に関連する構造が比較的大きな寸法を有することを示唆している。

本研究においては、二点相関関数のすべての成分の三次元分布が得られたが、その情報は膨大であり、その三次元分布の詳細を示すことは困難である。ここでは、得られた二点相関関数の分布から求めた二点相関係数のうちの代表的な成分について、ある特徴的な断面における二次元分布のいくつかを示す。また、二点相関係数の二次元分布に関しては、Reed et al. (1977)によって、ある特定の断面におけるいくつかの成分の測定結果が報告されているが、本研究の測定結果はそれらと非常に良い一致を示したことを付記する。

本研究においては、中心軸上から $\delta/2$ 間隔で6つの基準点を設定したが、中心軸上を除いた各点での二点相関係数の分布は非常に似通った分布となった。その全ての成分について、全ての基準点における二点相関係数の分布を図示することは紙面の都合上不可能であるので、ここではその一例として、各基準点における周方向成分同士の相関の鉛直断面

($y=0$) 分布 R_{32} ($r_1; x, y=0, z'$) ($i=0\sim 5$) を図 4-11 に示す。等高線の値は、図の左に示す通りで、実線が正值、破線が零、点線が負値を示す。この図からも分かる様に、中心軸上以外の基準点に対しては、その二点相関係数の分布はほぼ類似の分布となっている。そこで本研究では、基準点位置として、従来の研究においてもしばしば基準点とされている $\eta=1$ ($r=r_2$) 及び、中心軸上 ($r=r_0$) に特に着目することにする。

$\eta=1$ を基準点とする二点相関係数の各成分の分布を図 4-12a から図 4-12i に示す。各図は、それぞれ水平断面分布 ($z'=0$)、鉛直断面分布 ($y=0$)、 $y=0.43$ における鉛直断面分布からなっている。 R_{12} 、 R_{21} 及び R_{22} の水平断面分布に見られる様に、二点相関係数の分布の広がり半径方向に長く、周方向に短くなっており、この領域での組織的構造の周方向への広がりあまり大きくないことが分かる。また、周方向速度成分を含む相関係数 R_{13} 及び R_{31} の $y=0.43$ の断面図からは、組織的構造に方向性があり、それが流れ方向に対して傾いたものであることが分かる。組織的構造の詳細については、次節の「LSE法による解析」に譲る。

一方、中心軸上を基準点とする二点相関係数の分布は、半径方向と周方向への等方性から、比較的単純な分布となった。ここでは、特徴的な分布のみを紹介する。図 4-13a 及び図 4-13b は、それぞれ R_{21} の $z'=0$ 断面分布及び $y=0$ 断面分布を示したもので、図 4-13c、図 4-13d 及び図 4-13e は、それぞれ、 R_{22} 、 R_{33} 及び R_{31} の $y=0.43$ 断面分布を示したものである。これらの図から、中心軸上での組織的構造が軸方向に明確な非対称性を有すること、中心軸に直交する速度変動によって引き起こされる組織的構造が、特に構造の下流側において活発な運動を伴うことが分かる。

4-4. Linear Stochastic Estimation法による解析

Stochastic Estimation法（以下、S E法と記す）は、Adrian(1975)により考案された統計的推定手法で、空間においてある条件が与えられた場合の、その空間における物理量の平均分布（条件付き平均）を、条件を課さない無条件平均の分布と、与えた条件を用いて推定する手法である。この手法においては、その推定方法の数学的根拠が明らかであること、条件付き平均の抽出に無条件平均を用いるため、与条件によって意図される特殊な事象を抽出するのではないこと、一旦係数の算出が行われれば、異なる条件下での構造の抽出が容易であることなどの利点がある。しかし、対象とする物理量の二点相関関数の分布を広い領域にわたって求める必要があり、このことは実際には難しい場合が多いという欠点がある。Linear Stochastic Estimation法（L S E法）は、S E法において、条件付き平均を無条件平均と与える条件を用いて表現する際に、それらの線形結合だけで表し、より高次の項は無視するという手法である。この手法においては、比較的簡単な計算だけで条件付き平均を記述できるという利点があり、Adrian(1979)やTung & Adrian(1980)による等方性乱流における解析から、大規模な乱流構造の推定にはこのL S E法で十分であることが報告されている。そこで本研究では、L S E法に基づいて、軸対称自由噴流の自己保存領域において、ある特徴的な事象が与えられた場合の最も発生確率の高いパターンを抽出し、流れ場全体に広がる組織的構造の詳細を捉える。L S E法の詳細に関しては、Adrian(1978)などに詳しい。ここでは、ある点において速度条件が与えられた場合の周囲の速度場の条件付き平均のL S E法に基づく算出方法について、その概要を述べる。

（L S E法）

着目点 \mathbf{x} において、速度変動の j 方向成分が $u_j(\mathbf{x})$ なる強度を持つ事象が発生したという条件のもとに、点 \mathbf{y} における速度変動の i 方向成分 $u_i(\mathbf{y})$ を推定する。ここで、 $\langle \rangle$ がアンサンブル平均、 $\hat{\ }^c$ が条件付き平均を表すとすると、

$$\hat{u}_i(\mathbf{y}) = L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) u_j(\mathbf{x}) \quad (4-3)$$

というように、条件付き平均 $\hat{u}_i(\mathbf{y})$ を $L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ なる推定係数を用いて、与条件 $u_j(\mathbf{x})$ の線形結合で推定する。ここで、推定係数を、推定の自乗誤差が最小となるように決定すると、推定係数に必要な条件は、連続の式から、

$$\langle u_j(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \rangle L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \langle u_i(\mathbf{y}) u_k(\mathbf{x}) \rangle \quad (i, j, k = 1 \sim 3) \quad (4-4)$$

となり、推定係数 $L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ が、無条件平均である一点相関関数 $\langle u_j(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) \rangle$ 及び二点相関関数 $\langle u_i(\mathbf{y}) u_k(\mathbf{x}) \rangle$ からなる 9 元一次連立方程式の解として求められることになる。

4-4-1. 組織的構造の抽出

(4-3) 式に示されるように、LSE 法においては、抽出される構造の強度は、条件として与える事象の強度に比例する。つまり、与える事象の強度の違いによって抽出される構造の強度は変化するが、そのパターンは変化せず、抽出されるパターンは、条件として与える速度ベクトルの向きによって決定されることになる。そこで、組織的構造の抽出条件として、前述の瞬時の速度変動の角度の結合確率密度関数の分布において、特に大きい値を取る角度を条件ベクトルの向きとして与えることによって、発生頻度の高いパターンを抽出することが可能となる。同様に、レイノルズ応力への貢献度が特に大きい値を取る角度を条件ベクトルの向きとして与えることによって、レイノルズ応力生成と深く関与するパターンを抽出することが出来る。ここでは、乱流輸送機構に重要な役割を担っているレイノルズ応力と関係の深い組織的構造に特に注目する。また、LSE 法によって構造を抽出する際に必要な前述の二点相関の分布が、中心軸上以外の全ての着目点において定

性的にはほぼ類似の分布であったので、結果として抽出される構造も類似したものとなると考えられる。そこで、着目点として、代表的な $\eta = 1$ 及び $\eta = 0$ (中心軸上) の二つの場合を考えることにする。

レイノルズ応力への貢献度の特に高い速度変動としては、図4-7に示した $\eta = 1$ におけるレイノルズ応力の重み付きの角度の結合確率密度関数の分布に見られる2つの頂点の位置を考えることにする。各頂点の位置は、 $(\theta, \phi) = (23/50\pi, 10/50\pi)$ 及び $(-24/50\pi, -8/50\pi)$ で、それぞれを大きさ1の速度ベクトルで表すと、 $(u, v, w) = (0.803, 0.588, 0.101)$ (以後、E1と呼ぶ) 及び $(-0.875, -0.482, 0.055)$ (以後、E3と呼ぶ) となる。

図4-14は、LSE法によって抽出された構造の一例で、 $r = \delta$ ($\eta = 1$) においてレイノルズ応力に特に貢献の高い事象のひとつ (E1) が発生した場合に、最も発生確率の高いパターンとして推定される流れ場の構造 (以後、E1構造と呼ぶ) を示す速度ベクトル分布である。図中の座標軸の長さは、x方向に 2δ 、y及びz方向に δ で、太線の矢印が与条件ベクトルを示す。

このE1構造の詳細を調べるために、着目点において各座標軸に直交する断面における速度ベクトルの分布を、図4-15に示す。噴流が鉛直方向上向きに流れているとすると、各図は上から順に、噴流の下流側 (上方) から見た水平断面分布 ($z' = 0$)、条件点を側方から見た鉛直断面分布 ($y = 0$)、条件点の半径方向外側から見た鉛直断面分布 ($x = \delta$) を示している。図中の等高線は、LSE法によって得られた速度ベクトルを用いて算出した、E1構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布である。各等高線の値は、図の左に示す通りである。

E1構造と同様に、レイノルズ応力への貢献度の分布におけるもう一つのピークであるE3の速度ベクトルを条件として与えた場合に抽出された構造 (以後、E3構造と呼ぶ) の各断面における速度ベクトルの分布図を、図4-16に示す。図4-15及び図4-1

6から、E1構造及びE3構造が、速度ベクトルの向きの違いを除けば、極めて類似の構造であることが分かる。これら二つの構造の与条件ベクトルE1及びE3は、符号の違いを除けば、各成分の強度がお互いにはほぼ同程度の速度ベクトルである。周方向に対称性を仮定したこと、LSE法においては与条件の強度及び符号の正負は抽出される構造のパターンに影響を及ぼさないことを考慮すると、これら二つの構造の形状には、特に明確な差はないと考えられる。そこで本研究では、以後、レイノルズ応力への貢献が特に高い構造として、E1構造に関する結果のみを示す。

図4-15のE1構造の速度ベクトル分布において、 $z'=0$ 断面及び $x=\delta$ 断面において、条件点の周方向側方に2つの明確な逆回転する渦運動が観察される。これらの渦運動は、 $y=0$ 断面においては、条件ベクトルに沿う流れとなっており、一對の渦運動が流れ方向に対して傾いた運動であることが分かる。また、 $y=0$ 断面においても、条件点の外側上流(右下)及び内側下流(左上)に、2つの逆回転する渦運動が観察される。この $y=0$ 断面における渦運動は、 $z'=0$ 断面及び $x=\delta$ 断面における渦運動とその渦系がつながっており(図略)、条件ベクトルの周囲を取り囲む一つの渦輪状の構造となっている。しかし、 $y=0$ 断面における渦運動は、 $z'=0$ 断面及び $x=\delta$ 断面における渦運動に比べて、2つの渦の中心が離れた、やや大きな渦を形成しており、また、渦の回転の強度もやや弱くなっている。これらのことから、E1構造は、流れ方向に傾いたリング状の渦系(渦輪)を、 $y=0$ 断面において条件ベクトルと直交する方向に、引き伸ばしたような構造となっている。この結果、条件点の周方向側方では、2本の渦系は近づけられ、伸張されて回転運動が強められており、一方、条件点の右下及び左上では、2本の渦系は遠ざけられている。

本研究では、この領域での組織的構造の基本的な形状を調べる目的で、与える条件を種々変えて構造の抽出を行った。結果として得られた各構造の詳細は割愛するが、場合によって、その形状が歪んだり、その一部の運動が特に活発になったりしたものの、いずれの

場合においても、与条件ベクトルを中心とする渦輪状の運動が抽出された。このことから、軸対称自由噴流の自己保存領域においては、渦輪状の運動が、組織的構造の基本的な形状であると考えられる。

図4-15の等高線から、E1構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の分布が、ほぼ条件点において、最大となっており、その広がり、半径方向(x方向)及び軸方向(z方向)にはほぼ等しいが、周方向(y方向)へはやや小さくなっていることが分かる。各方向への構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の半値幅を調べたところ、軸方向、半径方向、周方向に、それぞれ、 0.67δ 、 0.61δ 、 0.44δ であった。このことから、E1構造が、周方向への広がりが比較的小さい、局所的な構造であることが分かる。また、図4-15の $z' = 0$ 断面における速度ベクトル分布から分かる様に、E1構造においては、従来の研究(Tso & Hussain(1989))(以下、THと記す)などにおいてその存在が指摘されてきた、流れ場の中心軸を取り巻く軸対称や螺旋状の運動は見られないことが分かる。このことは、実験中のトレーサ粒子の運動の観察においても、流れ場の水平断面全域に及ぶ、中心軸を取り巻く渦運動は見られず、周方向への広がりが小さい局所的な渦運動が頻繁に観察されたこととも符合する。

ここで、E1構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の分布をより詳細に調べるために、図4-15の $z' = 0$ の水平断面における、より小さなレイノルズ応力 $u v$ に対する等高線の分布を、 $y = 0.72\delta$ の鉛直断面における分布と共に、図4-17に示す。この図において、条件事象から周方向に $\pm 90^\circ$ 離れた位置にレイノルズ応力 $u v$ の小さなピークが見られる。このレイノルズ応力の小さなピークは、E1構造に巻き込まれていく流れによって生じているものであるが、その位置での軸方向速度成分は、 $y = 0.72\delta$ 断面に示される様に、上流(下向き)に向かっており、着目点での軸方向速度成分と符号が逆となっている。THが行ったように、着目点及びそこから周方向に $\pm 90^\circ$ 離れた点において、軸方向速度成分のみを観察した場合に、E1構造においては、両点での信号は逆位相となる。しかし、

図から分かる様に、IIIの示したような中心軸を取り巻く螺旋状の運動（図1-1）は見られない。このように、空間的に離散的な情報から三次元的構造を推測する際には、その構造を正しく捉えることが出来ない可能性があり、十分な注意が必要であることが分かる。

図4-18は、E1構造に関連した乱流エネルギー k の各断面における分布を示した図である。この図から分かる様に、乱流エネルギー k の分布は、おおむね図4-15のレイノルズ応力 uv の分布と一致しており、E1構造において、剪断応力と乱流エネルギーの関係が非常に密接であることが推察される。しかし、他の断面で見た場合（図略）、着目点の半径方向内側の上流部及び半径方向外側の下流部において、乱流エネルギーの等高線の方が、レイノルズ応力 uv の等高線よりもやや周方向に広がった分布となっている。これは、構造に巻き込まれ、あるいは放出される、周方向の運動による影響であり、E1構造によって構造の周囲に周方向速度変動が引き起こされていると考えられる。本研究では、構造に関連した圧力歪相関の分布を求めることができなかったため、各方向垂直応力間のエネルギー再配分現象の組織的構造との関係の詳細を明らかにすることはできないが、E1構造が周方向垂直応力 w^2 の発生と密接な関係にあることが推察される。

次に、E1構造に関連した渦度の強度 ω 、 ω_i (enstrophy) の各断面内分布を、図4-19に示す。渦度の強度は、その定義から散逸率を動粘性係数で除した値とほぼ等しくなるが、散逸率は主に小さいスケールの運動によって担われており、ここで求めた大きなスケールの構造（E1構造）に基づく渦度の強度の分布から、直接散逸率の分布を求めることは出来ない。しかし、ここで求めた渦度の強度は、散逸率の低波数成分であり、乱れの高波数成分ほど一様性が強いことを考えると、この渦度の強度の分布から、散逸率のおおよその分布が推定できると考えられる。また、この渦度の強度は、得られた構造に基づく渦の回転運動の強さを示す目安になるとも考えられる。この図から、条件ベクトルとほぼ直交する面内において渦度の強度が大きな値をとっており、E1構造が、条件ベクトルの

周囲を取り巻く渦輪状の運動であることが確認される。しかし、渦度の強度の分布は、着目点の周方向側方において最大となっており、E1構造は、渦輪状の構造ではあるが、前述した様に、その周方向側方において、回転運動が特に強くなっていることが分かる。

E1構造の渦輪状の形状の詳細を調べるために、 $y=0$ の断面内で、ほぼ条件ベクトルの方向、及び条件ベクトルとほぼ直交する方向から、E1構造を見た場合の速度ベクトル分布を、それぞれ、図4-19及び図4-20に示す。図中の座標軸の長さは、 x 方向に 2δ 、 y 方向及び z 方向に δ である。ここで、図4-20の条件ベクトルと直交する方向から見た速度ベクトル分布においては、2つの逆回転する渦が明確に表れているが、図4-19の条件ベクトルの方向から見た図においては、構造の周方向側方に向かう運動が特に強く、その他の方向への運動はあまり明確でないことが分かる。これらのことから、E1構造は渦輪状の構造であるが、特に周方向への回転運動との相関は強いものの、他の方向への回転運動とはあまり大きな相関を持たない構造であることが分かる。従って、このE1構造は、その一部のみを観察した場合に、逆回転する二本の渦管状の構造と捉えられる可能性が高いと考えられる。従来の研究において、渦管状(roller-like)の構造は、軸対称噴流においては、THにより、二次元噴流においては、Mumford(1982)(図1-3参照)やThomas & Goldschmidt(1986)(図1-4参照、以下、TGと記す)などによって示されているが、対になった渦管の存在を報告しているのは、Mumford(1982)のみであり、その渦管も、E1構造のそれとは異なり、半径方向に並んだものである。これらの研究においては、条件点近傍の情報のみによって、その構造を抽出したために、渦管の長さや渦管の端の様子などに関する考察は何も成されておらず、彼らが抽出した構造もE1構造の一部であると考えることが出来る。

E1構造の渦輪状の構造は、条件ベクトルE1とほぼ直交する面内に位置しているが、LSE法において抽出される構造の向きは、与条件ベクトルの向きに強く依存するので、条件ベクトルの角度を変えて、本研究の流れ場における組織的構造の傾き角度として、最

も発生確率の高い角度を調べたところ、流れ方向に対して 121° の角度となった。ちなみに、条件ベクトルE1及びE3と直交する方向は、それぞれ、流れ方向に対して 126° 及び 119° の角度となり、ほぼこれに近い値であった。一方、従来の研究においては、渦管状の構造の流れ方向に対する傾き角としては、Mumford(1973)が 135° 、Mumford(1982)が $140 \pm 15^\circ$ 、TGが $130^\circ \sim 152^\circ$ と報告している。しかしこれらの研究の大半においては、流れ方向の情報をTaylor仮説により求めているため、流れ方向の寸法が対流速度に強く依存しており、TGも述べている様に、構造の傾き角も対流速度に強く依存し、対流速度の見積りが不正確だと構造の傾きも不正確なものとなる。ちなみに、TGの結果に対して、後述のE1構造の対流速度 $0.608 U_c$ を用いると、その角度は 139° となった。これら従来の研究における渦管状の構造の流れ方向に対する傾き角度や、平均速度勾配の方向(135°)などに比べて、本研究における組織的構造の傾き角度(121°)はやや小さくなっており、本研究において抽出された渦輪状の構造が、流れ方向に対してあまり傾いていないことが分かる。

次に、従来の研究においてしばしばその存在が指摘されてきた中心軸を取り巻く螺旋状の構造の存在の有無を調べるために、周方向に向かう速度ベクトル $(u, v, w) = (0, 0, 1)$ (以後、Ewと呼ぶ)を条件事象として与えた場合の構造(以後、Ew構造と呼ぶ)について考察する。この条件ベクトルの角度は、 $(\theta, \phi) = (0, 0)$ となり、図4-7から分かるように、この事象の発生確率は極めて低いことを付記する。

Ew構造の、着目点において各座標軸に直交する断面における速度ベクトル図を、Ew構造に関連した渦度の強度の分布と共に、図4-22に示す。この図の速度ベクトル分布から、Ew構造においても、条件ベクトルを中心とする渦輪状の構造が見られることが分かる。ここで、Ew構造の渦輪は、 $y=0$ 断面内に位置しているが、特に、条件点の内側上流(左下)及び外側下流(右上)において、その回転運動が強くなっていることが分かる。従って、Ew構造においても、その一部のみを観察した場合に、流れ方向に対して傾いた軸を持ち逆回転する2本の渦管状の構造が抽出される可能性が高いと考えられる。こ

ここで、E w 構造においては、2本の渦管状の部分は半径方向に並んでおり、Mumford (1982)が示した構造(図1-3)と類似の構造となっている。また、E w 構造の渦管状の分布の中心軸は、流れ方向と 134° の角度を成しており、Mumford(1982)が示した結果とよく一致する。これらのことから、Mumford(1982)が抽出した構造は、このE w 構造の一部であったと考えることが出来る。しかし、前述した様に条件ベクトルE w の発生確率は極めて低いので、E w 構造も、その発生確率が低く、この流れ場における代表的な構造とは考えられないことを付記する。

また、E w 構造の $z' = 0$ 断面における速度ベクトル分布図において、 $x < 0$ の領域で中心軸を取り巻く周方向の運動が観察されるが、その方向は条件ベクトルE w とは、周方向逆向きであり、中心軸を取り巻く螺旋状の構造は観察されない。また、 $x < 0$ の領域においては、構造に関連した渦度の強度やレイノルズ応力(後述)が有意な値を取らず、 $x < 0$ の領域における運動は、E w 構造によって引き起こされた二次的な剛体運動に近い運動で、乱流輸送機構に対してほとんど力学的貢献をしていないと考えられる。以上のことから、軸対称自由噴流の自己保存領域には、噴流の出口近傍に見られる様な中心軸を取り巻く軸対称や螺旋状の構造は存在しないと考える。

図4-23は、E w 構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の $z' = 0$ の水平断面及び $y = 0.29\delta$ の鉛直断面における分布を示したものである。ここで、構造の周方向側方の内側上流(左下)及び外側下流(右上)に、レイノルズ応力 $u v$ の4つのピークが見られる。これら4つのピーク位置においては、E 1及びE 3の条件ベクトルに類似の速度ベクトルが観察される。このことから、E w 構造が、E 1構造及びE 3構造を組み合わせた構造であると考えられる。従って、E 1構造及びE 3構造が、この領域における代表的な構造であると考えられる。

さて、次に中心軸上($\eta = 0$)において条件が与えられた場合の構造に着目する。中心軸上での速度変動は、あらゆる角度に対してはほぼ一定の発生確率であり(図略)、特に発

生頻度の高い角度は存在しなかった。そこで、本研究では、条件事象として、流れ方向に向かう速度ベクトル $(u, v, w) = (1, 0, 0)$ (以後、E u と呼ぶ) 及び半径方向に向かう速度ベクトル $(u, v, w) = (0, 1, 0)$ (以後、E v と呼ぶ) を与えた場合に抽出される組織的構造に関して考察する。

中心軸上において軸方向の速度変動 (E u) を条件として与えた場合に抽出される構造 (以後、E u 構造と呼ぶ) の $x = 0$ の鉛直断面における速度ベクトル分布を、図 4-24 に示す。図中の等高線は、構造に関連した統計量の分布を示したもので、上から順に、乱流エネルギー k 、渦度の強度 ω_x, ω_y 、レイノルズ応力 $u v$ の分布を示している。図中の速度ベクトル分布において、条件ベクトルを軸とする明確な渦輪状の構造が観察される。また、構造に関連する渦度の強度 ω_x, ω_y の分布においても、条件点の周囲の $z' = 0$ の位置で大きな値を取っており、渦輪状の構造の存在が確認される。これは、流れ場及び与条件ベクトル E u が軸対称であり、条件点もほぼ中心軸上であったために、抽出された E u 構造がほぼ軸対称の構造となったと考えられる。また、E u 構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の分布は、中心軸上及び $z' = 0$ の水平断面内で 0 となり、構造の上流側で負、下流側で正となったが、その値及びその分布の広がり小さく、E u 構造はレイノルズ応力にあまり貢献していないと考えられる。

図 4-25、図 4-26 及び図 4-27 は、中心軸上において半径方向の速度変動 (E v) を条件ベクトルとして与えた場合に抽出される構造 (以後、E v 構造と呼ぶ) の各座標軸に直交する断面における速度ベクトル分布を、それぞれ、構造に関連した乱流エネルギー k の分布、渦度の強度 ω_x, ω_y の分布、及びレイノルズ応力 $u v$ の分布と共に示した図である。各断面図は、上から順に、 $z' = 0$ の水平断面、 $y = 0$ の鉛直断面、及び $x = 0$ の鉛直断面におけるものである。 $y = 0$ 断面において、条件点の前方下流側 (左上) から、条件点を通して、条件点の後方下流側 (右上) に向かう特徴的なフローパターンが観察さ

れる。このフローパターンは、図4-25のE v構造に関連した乱流エネルギーの分布において、顕著に表れている。図4-26のE v構造に関連した渦度の強度の分布は、 $x = 0$ 断面内の条件ベクトルE vの周囲で大きな値を取っており、特に、条件点の上流側（下方）において弱く、条件点の下流側（上方）において強くなっているが、この図から、E v構造も渦輪状の構造が変形した構造であることが分かる。また、図4-27のE v構造に関連したレイノルズ応力の分布において、E v構造の前後でレイノルズ応力の正の強いピークが観察される。これらのピークは、それぞれ、E v構造の前方下流側（左上）から条件点に向かう流れ、及び条件点からE v構造の後方下流側（右上）に向かう流れに伴って生じており、これらの流れは、それぞれ条件ベクトルE 3及びE 1に類似した流れである。このことから、E v構造が、E 3構造とE 1構造を合成した構造であると考えることが出来る。

以上、軸対称自由噴流の自己保存領域において、 $\eta = 0$ 及び $\eta = 1$ の位置で種々の条件ベクトルを与え、それに伴う組織的構造の抽出を行った。その結果、抽出された構造は、いずれの場合においても、条件ベクトルを取り巻く渦輪状の構造で、場合によってその渦輪の形状が変化したり、その一部の運動が特に活発になったりしたものであった。また、条件ベクトルとしては、レイノルズ応力と関係の強い、外側下流（E 1）もしくは内側上流（E 3）に向かう運動の発生頻度が特に高く、流れ方向に対して傾いた構造の発生確率が特に高いと考えられる。

4-4-2. 組織的構造の時間発展

S E法は、本来、条件付き（conditional）平均を無条件（unconditional）平均と与えた条件で記述しようとする手法であるから、この無条件平均として二点時間空間相関関数

の分布を用いれば、ある時刻においてある事象が発生した場合に、他の時刻において最も発生確率の高いパターンを抽出することが可能となり、組織的構造の時間的变化を捉えることも可能となる。本研究においては、三次元画像処理流速計による計測によって、速度ベクトル分布の時系列情報が得られているので、この情報を基に、速度の二点時間空間相関関数の分布を求め、LSE法により組織的構造の時間発展を調べた。

ここでは、ある時刻、ある点において速度条件が与えられた場合の、他の時刻における周囲の速度場の条件付き平均のLSE法に基づく算出方法について、その概略を述べる。

(LSE法による構造の時間変化)

時刻 t 、着目点 \mathbf{x} において、速度変動の j 方向成分が $u_j(\mathbf{x}, t)$ なる強度を持つ事象が発生したという条件のもとに、時刻 $t + \Delta t$ において、点 \mathbf{y} における速度変動の i 方向成分 $u_i(\mathbf{y}, t + \Delta t)$ を推定する。ここで、 $\langle \rangle$ がアンサンブル平均、 $\hat{}$ が条件付き平均と表すとすると、

$$\hat{u}_i(\mathbf{y}, t + \Delta t) = L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \Delta t) u_j(\mathbf{x}, t) \quad (4-5)$$

というように、条件付き平均 $\hat{u}_i(\mathbf{y}, t + \Delta t)$ を $L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \Delta t)$ なる推定係数を用いて、与条件 $u_j(\mathbf{x}, t)$ の線形結合で推定する。ここで、推定係数を、推定の自乗誤差が最小となるように決定すると、推定係数に必要な条件は、連続の式から、

$$\begin{aligned} \langle u_j(\mathbf{x}, t) u_k(\mathbf{x}, t) \rangle &> L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \Delta t) \\ &= \langle u_i(\mathbf{y}, t + \Delta t) u_k(\mathbf{x}, t) \rangle \quad (i, j, k = 1 \sim 3) \end{aligned} \quad (4-6)$$

となり、推定係数 $L_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \Delta t)$ が、無条件平均である一点相関関数 $\langle u_j(\mathbf{x}, t) u_k(\mathbf{x}, t) \rangle$ 及び二点時間空間相関関数 $\langle u_i(\mathbf{y}, t + \Delta t) u_k(\mathbf{x}, t) \rangle$ からなる9元一次連立方程式の解として求められることになる。

従って、時刻 t において、ある位置で、ある速度ベクトルを条件事象として与えた場合

に、時刻 $t + \Delta t$ において最も発生確率の高いパターン（組織的構造）を、LSE法によって抽出することによって、組織的構造の時間変化を追跡することが可能となる。

組織的構造は、大きなスケールを有する運動であるので、その時間変化も流れ場のマクロなタイムスケールで整理することが出来ると考えられる。そこで本研究では、 Δt は、流れ場のマクロなタイムスケール δ / U_c の土約0.5倍及び土約1倍に相当する土16フィールド及び土32フィールドとした。

各時刻において得られた構造は、その位置こそ異なるものの、その形状は時刻によらず非常に類似したものとなった。そこで本研究では、構造の形状の時間変化については議論せず、構造の対流に関して得られた知見について述べる。

図4-28 a及びbは、各時刻において、E1構造の $y = 0$ 断面における速度ベクトル分布を、構造に関連したレイノルズ応力 $u v$ の分布と共に示したものである。 $|\Delta t|$ が大きくなるにつれ、構造に関連したレイノルズ応力の値が若干小さくなり、 $\Delta t < 0$ においては、その広がり条件ベクトルの方向へやや大きくなっているものの、E1構造は、その形状をほとんど変化させずに下流方向に向かって対流していることが分かる。そこで、E1構造の対流速度を調べるために、各時刻におけるレイノルズ応力のピーク位置を求めたところ、その半径方向位置及び周方向位置はほとんど変化しておらず、その流れ方向位置は、図4-29に示すような変位を示した。組織的構造の対流が流れ場のマクロなスケールで整理できるとすると、その対流速度は、Yoda et al. (1991) が示したように、局所の軸方向平均中心速度 U_c の定数倍となるはずである。図中の破線はこの関係を当てはめた結果で、E1構造の対流速度は、 $0.608 U_c$ となった。この値は、前述のTGが用いた値 $0.5 U_c$ に比べてやや大きい値となったが、Thomas & Brehob (1986) による二次元噴流における組織的構造の対流速度 $0.6 U_c$ と非常に近い値である。 $r = 0$ における組織的構造の時間変化に関しては、その対流速度が大きく、本研究の観察領域内では、その対流を完全に捉えることが出来なかったため、 $r = 0$ における構造の対流速度は求めることは出来な

った。

以上のことから、 $r = \delta$ においては、組織的構造は流れ方向にその形状を変えることなく、ほぼ一定の速度で対流しており、Taylor仮説の適用が有効であることが示唆される。しかし、Taylor仮説の適用に際しては、構造の対流速度が場所によって異なる可能性があり、その値の選択には十分な注意が必要である。

4-5. 四象限分類法による象限別統計量分布

本節では、従来からよく用いられている条件付き抽出法の一つである四象限分類法を用いて、軸対称自由噴流の自己保存領域における乱流現象を分類し、LSE法では求めることの出来ない流体運動の向きの違いによる乱流輸送現象の差異を明らかにする。

種々の乱流統計量を、乱流運動の様式別に分類し、その様式の違いによる乱流統計量の分布の差異を調べることで、種々の乱流輸送現象がそれぞれどのような乱流運動によって発生しているかを明らかにすることが可能となる。本研究では、軸方向及び半径方向の速度変動の符号によって乱流運動を4つに分類し、各分類毎の種々の乱流統計量の分布を求め、速度変動の向きの違いによる乱流輸送機構の差異を明らかにした。

軸方向変動速度成分 u を x 軸に取り、半径方向変動速度成分 v を y 軸に取ることによって、乱流現象を u 及び v の符号で以下の4つの象限に分類することが出来る。

第1象限： $u > 0, v > 0$ 高速の流体が外側に向かう運動 (Q1)

第2象限： $u < 0, v > 0$ 低速の流体が外側に向かう運動 (Q2)

第3象限： $u < 0, v < 0$ 低速の流体が内側に向かう運動 (Q3)

第4象限： $u > 0, v < 0$ 高速の流体が内側に向かう運動 (Q4)

以後、各象限の運動をそれぞれQ1、Q2、Q3、Q4と呼ぶ。Q1及びQ3はレイノルズ応力に正の貢献を成し、Q2及びQ4は負の貢献を成す。

まず、図4-30に各象限毎の乱流変動の発生頻度の分布を示す。乱流変動が等方的な場合には、各象限の出現頻度は等しくなり、その値は $1/4$ となるはずであるが、中心軸

上以外では、低速の流体が内側に向かう運動(Q3)が最も頻繁に発生している。また、高速の流体が外側に向かう運動(Q1)は、 $\eta \approx 1$ の領域では比較的頻繁に発生しているが、噴流の外側に行くに従ってその発生頻度が低くなっていることが分かる。また、図4-31の一事象当りのレイノルズ応力 \overline{uv} の分布においては、中心軸近傍を除いて、Q1の運動の貢献が最も大きく、図4-32のレイノルズ応力 \overline{uv} の象限別分布においても、 $\eta > 0.6$ の領域ではQ1による貢献が最も大きくなっている。以上のことから、周囲の遅い流体を噴流の内側に巻き込む(エントレインメント)運動(Q3)は頻繁に発生しているものの、その強度はさほど大きくなく、噴流内部の高速の流体が外側に向かって放出される運動(Q1)は、その発生頻度はそれほど大きくないが、個々の運動が大きなレイノルズ応力 uv を伴っており、全体としてもレイノルズ応力 \overline{uv} に大きな貢献を成していることが分かる。このことは、前述の結合確率密度関数の分布においても同様に明らかになっている。一方、レイノルズ応力 \overline{uv} に負の貢献を成すQ2及びQ4の運動は、中心軸上以外では発生頻度が低く、噴流の外側に行くに従って、一事象当りのレイノルズ応力 uv 、及びレイノルズ応力 \overline{uv} への貢献度とも小さくなっている。また、これらの分布において、Q2の分布とQ4の分布の間に特に明確な差異は見られない。

図4-33に軸方向垂直応力 $\overline{u^2}$ の象限別分布を示す。軸方向垂直応力 $\overline{u^2}$ は、中心軸上ではほぼ等方的であるが、それ以外の場所では、レイノルズ応力 \overline{uv} に正の貢献を成すQ1及びQ3の運動の方が、レイノルズ応力 \overline{uv} に負の貢献を成すQ2やQ4の運動よりも常に大きな値となっている。また、Q2やQ4に伴う垂直応力 $\overline{u^2}$ は、噴流の外側に行くに従って単調に減少しているのに対して、Q1やQ3に伴う垂直応力 $\overline{u^2}$ は、レイノルズ応力 \overline{uv} が大きな値を取る領域で、大きな値となっている。

次に、図4-34及び図4-35に、それぞれ半径方向垂直応力 $\overline{v^2}$ 及び周方向垂直応力 $\overline{w^2}$ の象限別分布を示す。 $\overline{w^2}$ の方が象限の違いによる値の差が小さいことを除けば、両者は非常に良く似た分布となっており、 $\eta > 1$ の噴流の外側の領域では、軸方向成分の場合と同様に、Q1及びQ3の運動に伴う垂直応力が、Q2及びQ4の運動に伴う垂直応力

よりも大きくなっている。また、中心付近では低速の流体の運動（Q2、Q3）に伴う垂直応力の方が、高速の流体の運動（Q1、Q4）に伴う垂直応力よりも大きくなっている。つまり、中心軸付近では、中心軸と直交する方向への乱流混合は、噴流内部の高速の流体によるよりも、周囲から巻き込まれた低速の流体による方がより活発に行われていることが分かる。

71 71*	0.71234
72 72*	0.22617
73 73*	0.46722
74 74*	0.22617
75 75*	0.71234
76 76*	0.22617
77 77*	0.46722
78 78*	0.22617
79 79*	0.71234



図1-10 速度場の等値線図（ $u=0$ ）

71 11*	0.00010
72 21*	0.00010
73 31*	0.00010
74 41*	0.00010
75 51*	0.00010
76 61*	0.00010
77 71*	0.00010
78 81*	0.00010
79 91*	0.00010
81 00*	0.00010



図1-11 速度場の等値線図（ $u=0$ ）

T(1)=	0.16952
T(2)=	0.15168
T(3)=	0.13384
T(4)=	0.11600
T(5)=	0.09817
T(6)=	0.08033
T(7)=	0.06249
T(8)=	0.04465
T(9)=	0.02682
T(10)=	0.00898

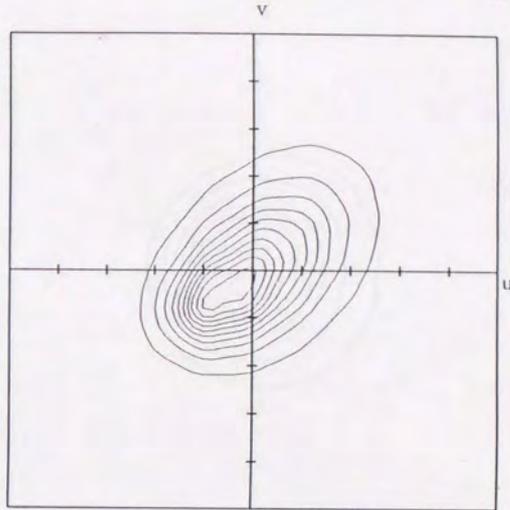


図4-1a 結合確率密度関数 $P(u, v)$ の分布 ($\eta = 1$)

T(1)=	0.00510
T(2)=	0.00442
T(3)=	0.00374
T(4)=	0.00306
T(5)=	0.00238
T(6)=	0.00170
T(7)=	0.00102
T(8)=	0.00034
T(9)=	-0.00034
T(10)=	-0.00102

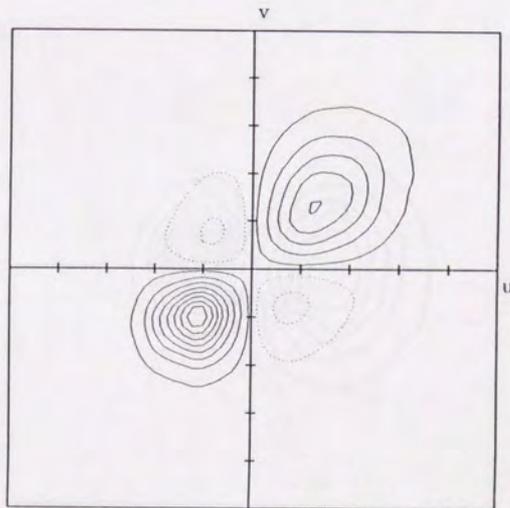


図4-1b レイノルズ応力への貢献度 $u v P(u, v)$ の分布

T(1)=	0.16431
T(2)=	0.14702
T(3)=	0.12972
T(4)=	0.11243
T(5)=	0.09514
T(6)=	0.07785
T(7)=	0.06056
T(8)=	0.04327
T(9)=	0.02598
T(10)=	0.00869

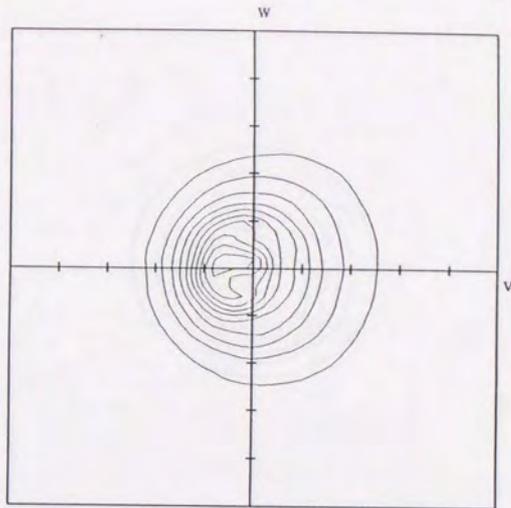


図4-2 a 結合確率密度関数 $P(v, w)$ の分布 ($\eta = 1$)

T(1)=	0.00287
T(2)=	0.00257
T(3)=	0.00226
T(4)=	0.00196
T(5)=	0.00166
T(6)=	0.00136
T(7)=	0.00106
T(8)=	0.00075
T(9)=	0.00045
T(10)=	0.00015

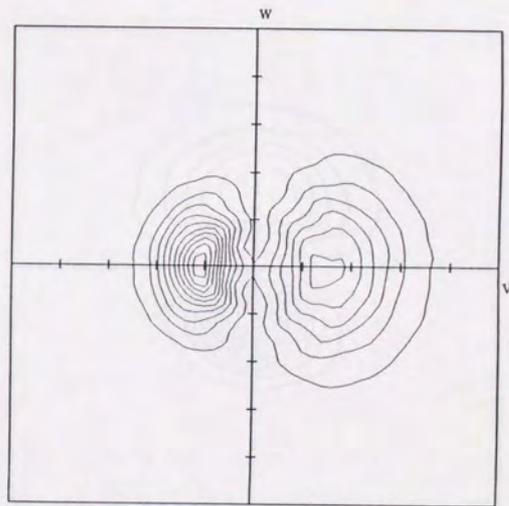


図4-2 b レイノルズ応力への貢献度 $u v P(v, w)$ の分布

T(1) =	0.14571
T(2) =	0.13037
T(3) =	0.11504
T(4) =	0.09971
T(5) =	0.08437
T(6) =	0.06904
T(7) =	0.05371
T(8) =	0.03838
T(9) =	0.02304
T(10) =	0.00771

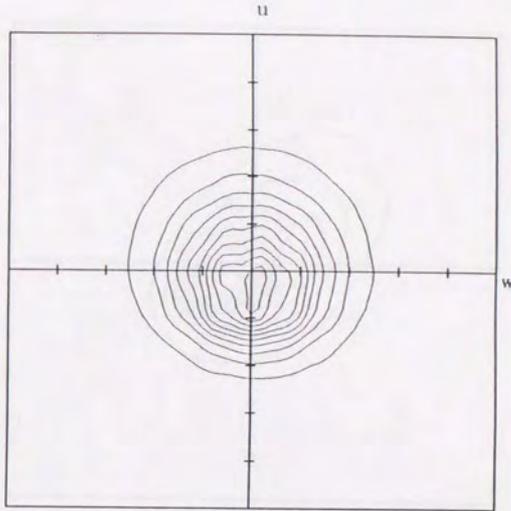


図4-3 a 結合確率密度関数 $P(w, u)$ の分布 ($\eta = 1$)

T(1) =	0.00299
T(2) =	0.00268
T(3) =	0.00236
T(4) =	0.00205
T(5) =	0.00173
T(6) =	0.00142
T(7) =	0.00110
T(8) =	0.00079
T(9) =	0.00047
T(10) =	0.00016

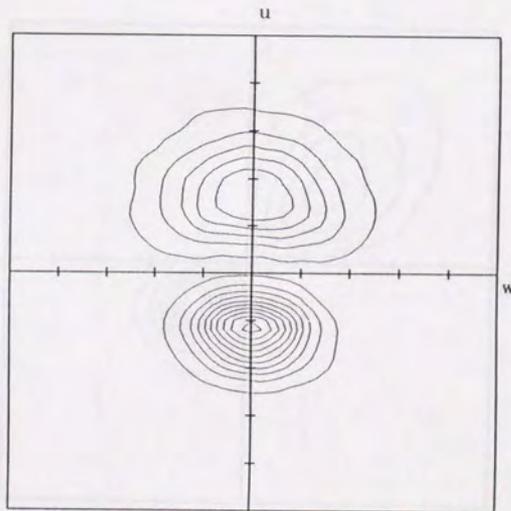


図4-3 b レイノルズ応力への貢献度 $u v P(w, u)$ の分布

T(1)=	0.24087
T(2)=	0.22303
T(3)=	0.20519
T(4)=	0.18736
T(5)=	0.16952
T(6)=	0.15168
T(7)=	0.13384
T(8)=	0.11600
T(9)=	0.09817
T(10)=	0.08033
T(11)=	0.06249
T(12)=	0.04465
T(13)=	0.02682
T(14)=	0.00898

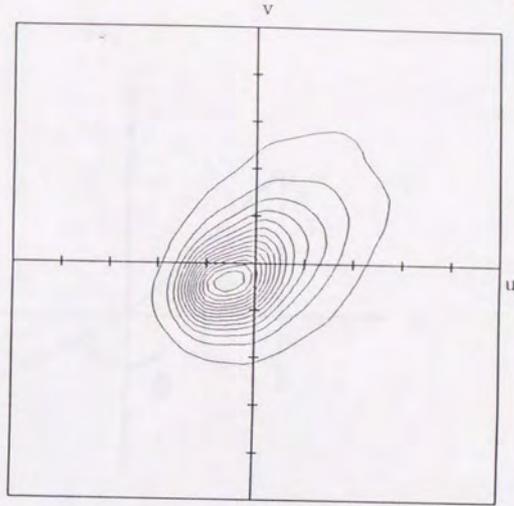


図4-4 a 結合確率密度関数 $P(u, v)$ の分布 ($\eta = 1.5$)

T(1)=	0.00259
T(2)=	0.00224
T(3)=	0.00190
T(4)=	0.00155
T(5)=	0.00121
T(6)=	0.00086
T(7)=	0.00052
T(8)=	0.00017
T(9)=	-0.00017
T(10)=	-0.00052

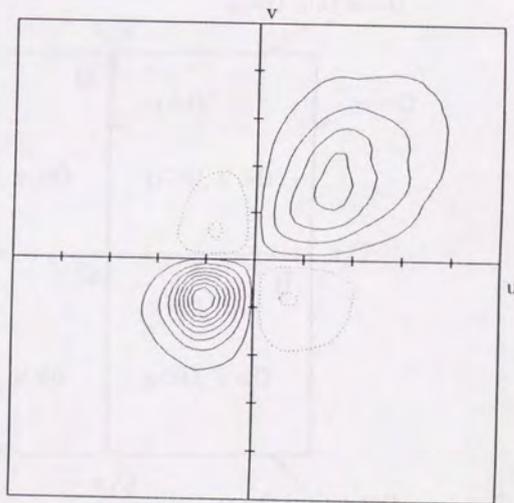


図4-4 b レイノルズ応力への貢献度 $u v P(u, v)$ の分布

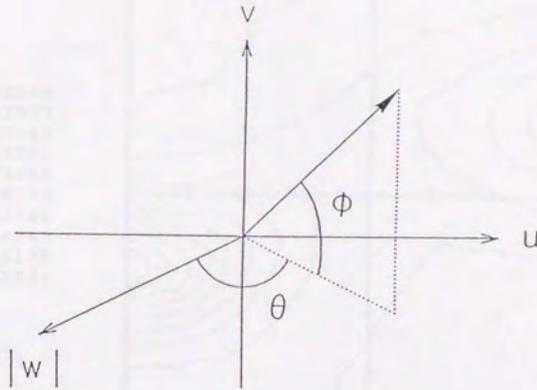


図4-5 速度ベクトルの角度の定義

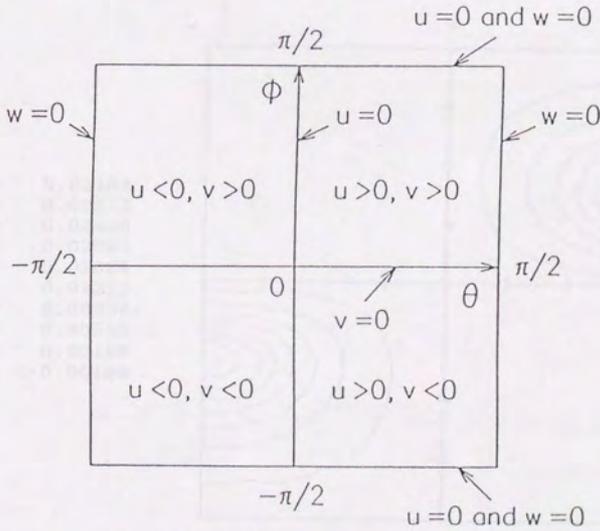


図4-6 角度の結合確率密度関数の分布と各速度成分の関係

T(1)=	0.52840
T(2)=	0.47627
T(3)=	0.42414
T(4)=	0.37201
T(5)=	0.31988
T(6)=	0.26774
T(7)=	0.21561
T(8)=	0.16348
T(9)=	0.11135
T(10)=	0.05921

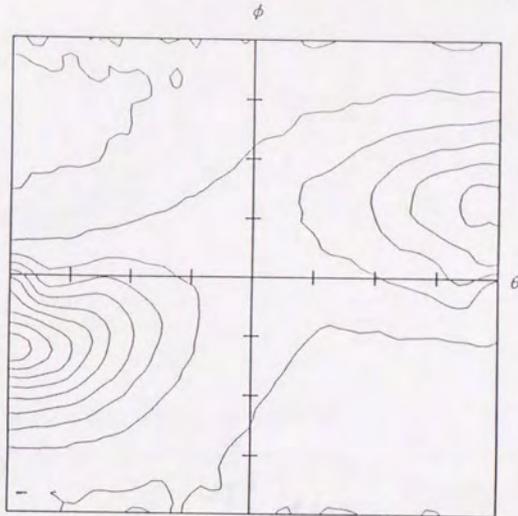


図4-7a 角度の結合確率密度関数 $P(\theta, \phi)$ の分布 ($\eta = 1$)

T(1)=	0.03188
T(2)=	0.02813
T(3)=	0.02438
T(4)=	0.02063
T(5)=	0.01688
T(6)=	0.01313
T(7)=	0.00938
T(8)=	0.00563
T(9)=	0.00188
T(10)=	-0.00188

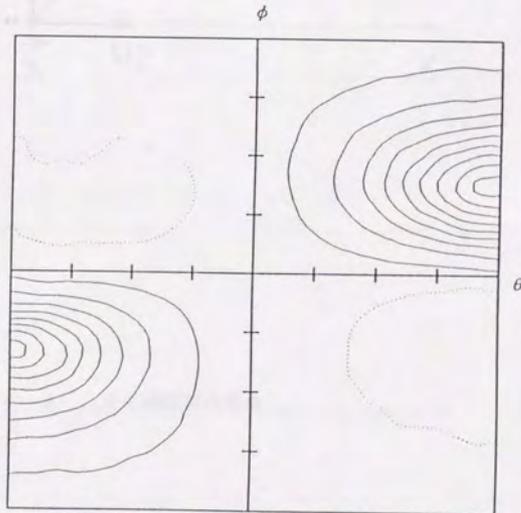


図4-7b レイノルズ応力への貢献度 $u v P(\theta, \phi)$ の分布

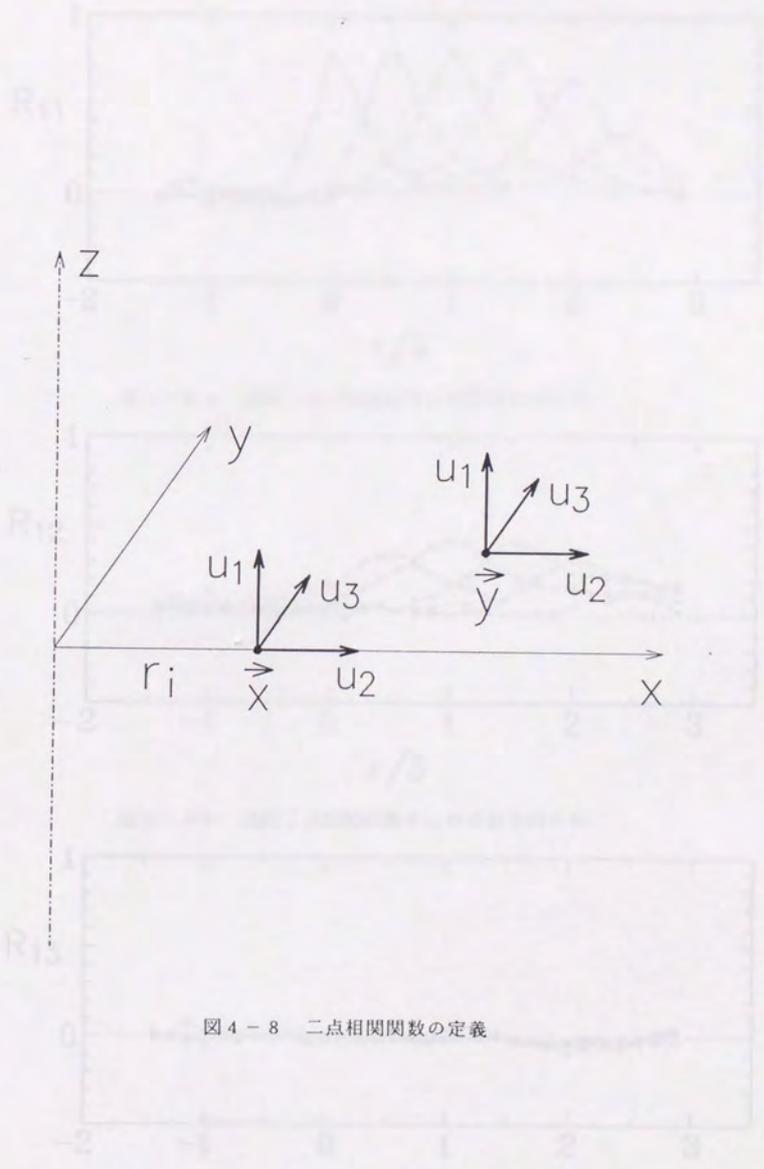


図4-8 二点相関関数の定義

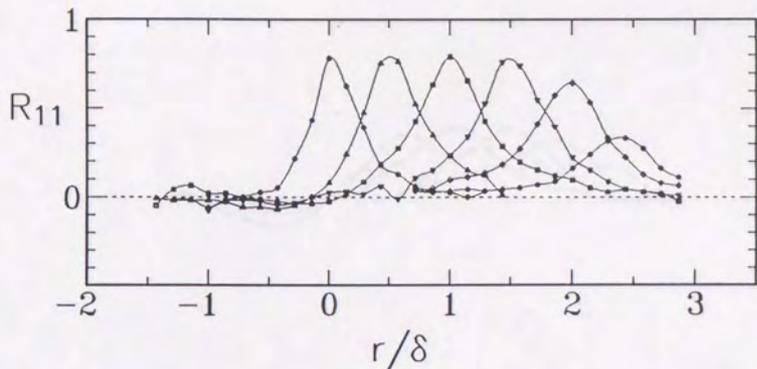


図4-9 a 速度二点相関係数 R_{11} の半径方向分布

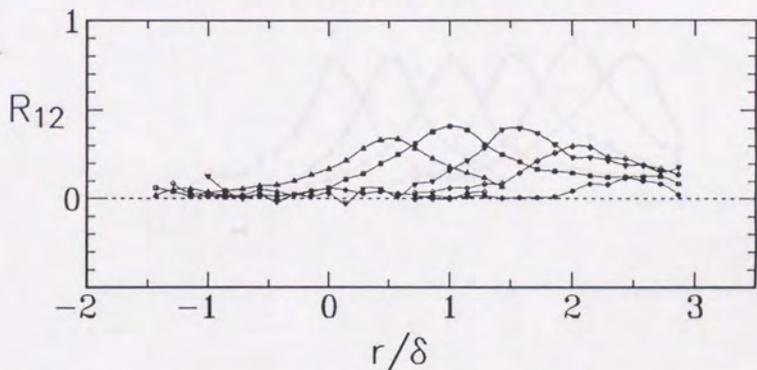


図4-9 b 速度二点相関係数 R_{12} の半径方向分布

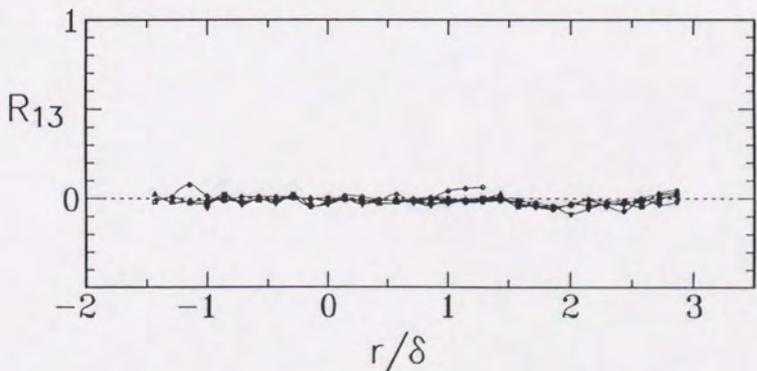


図4-9 c 速度二点相関係数 R_{13} の半径方向分布

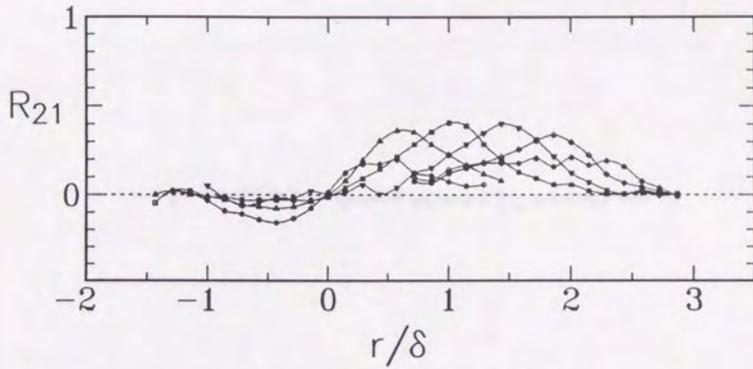


図 4-9 d 速度二点相関係数 R_{21} の半径方向分布

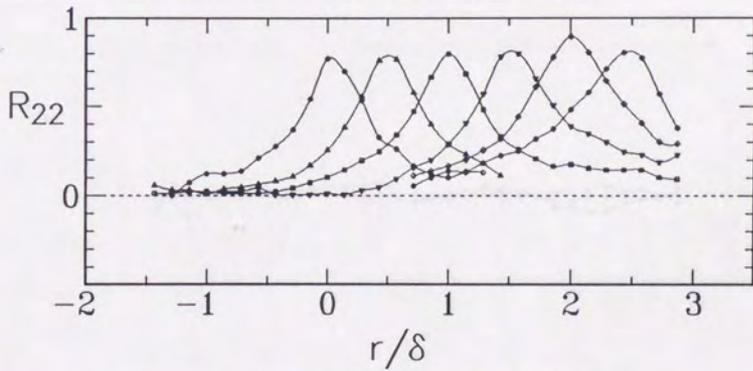


図 4-9 e 速度二点相関係数 R_{22} の半径方向分布

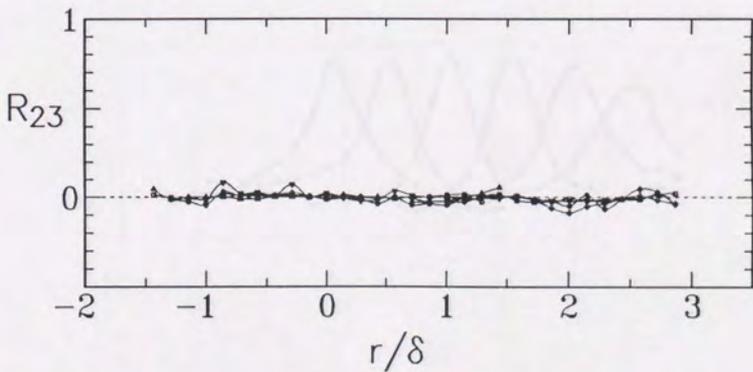


図 4-9 f 速度二点相関係数 R_{23} の半径方向分布

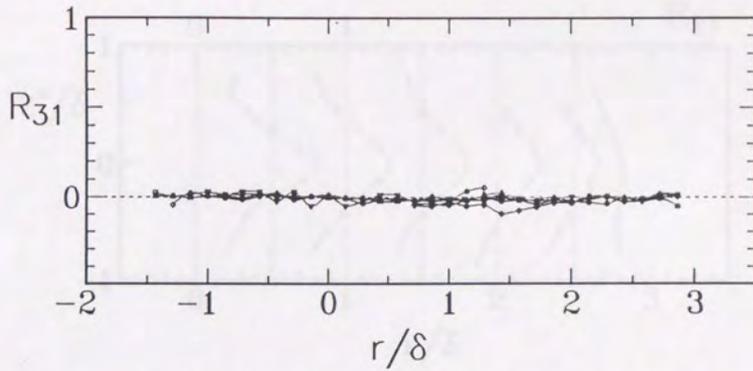


図4-9g 速度二点相関係数 R_{31} の半径方向分布

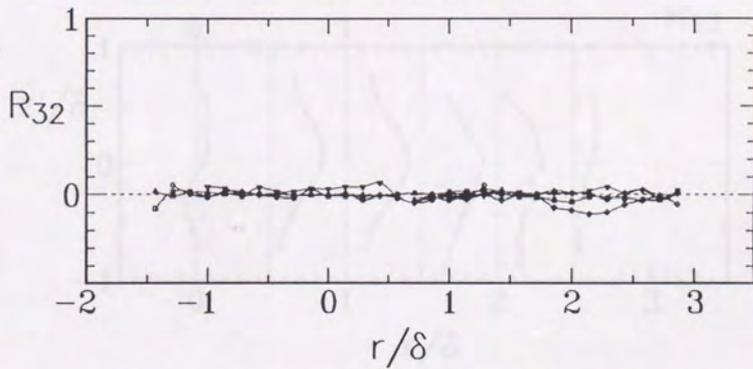


図4-9h 速度二点相関係数 R_{32} の半径方向分布

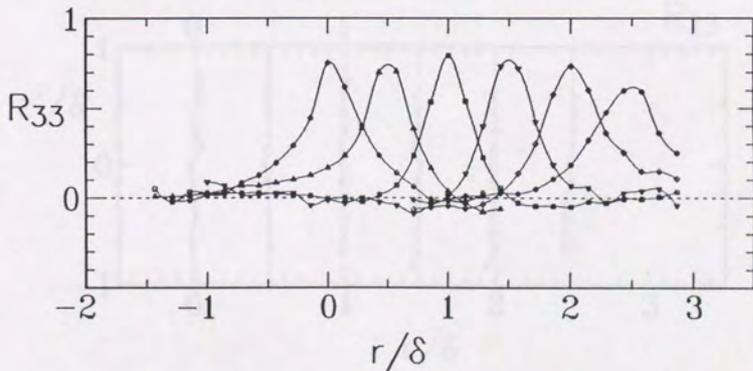


図4-9i 速度二点相関係数 R_{33} の半径方向分布

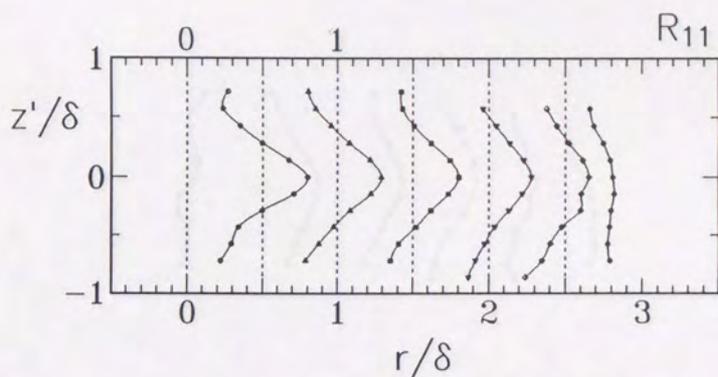


図4-10a 速度二点相関係数 R_{11} の軸方向分布

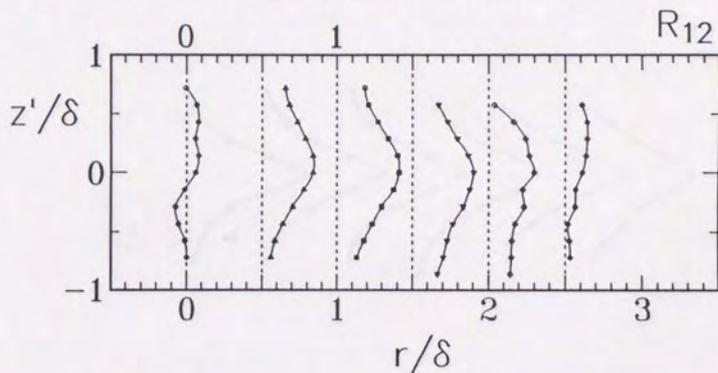


図4-10b 速度二点相関係数 R_{12} の軸方向分布

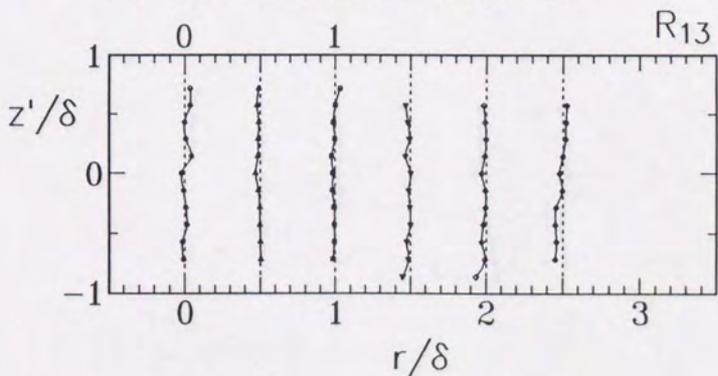


図4-10c 速度二点相関係数 R_{13} の軸方向分布

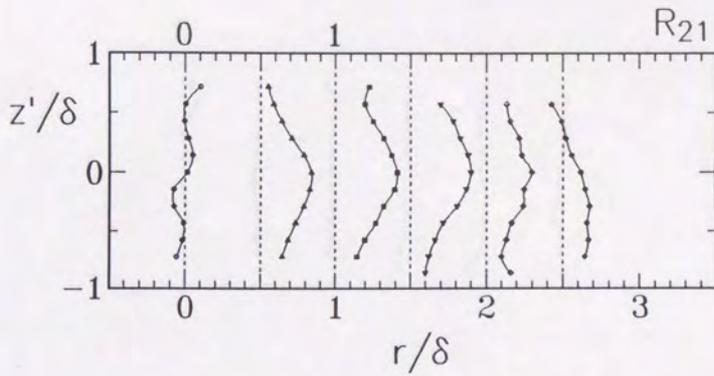


図4-10d 速度二点相関係数 R_{21} の軸方向分布

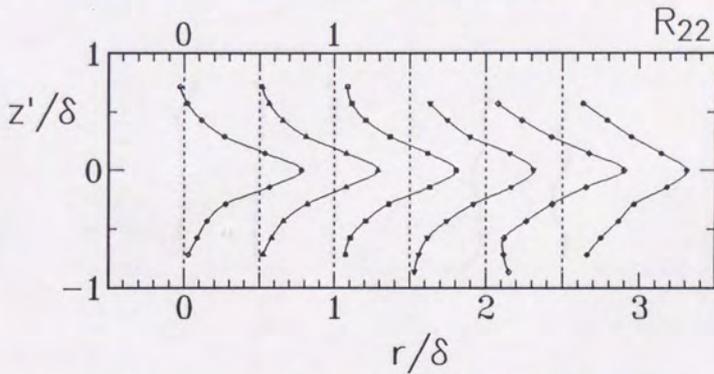


図4-10e 速度二点相関係数 R_{22} の軸方向分布

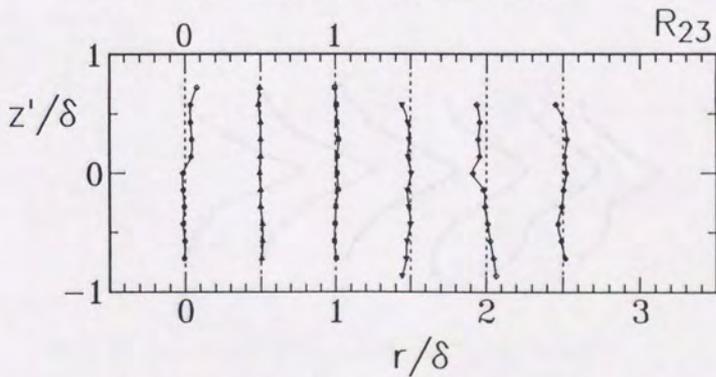


図4-10f 速度二点相関係数 R_{23} の軸方向分布

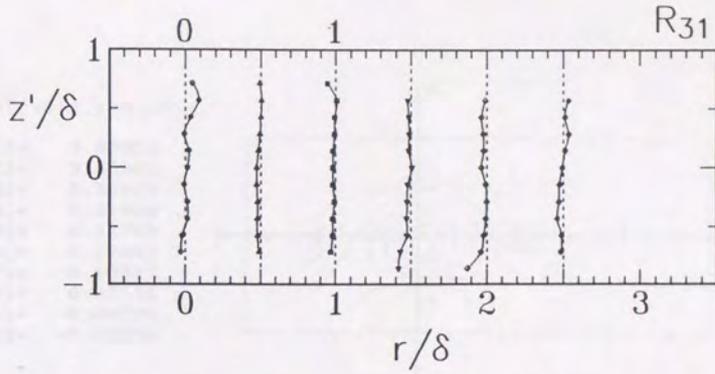


図4-10g 速度二点相関係数 R_{31} の軸方向分布

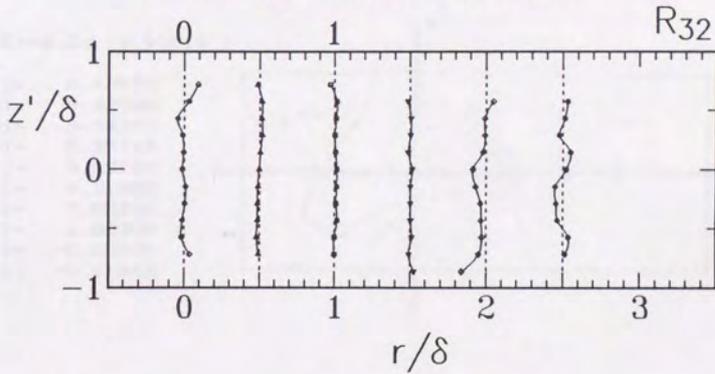


図4-10h 速度二点相関係数 R_{32} の軸方向分布

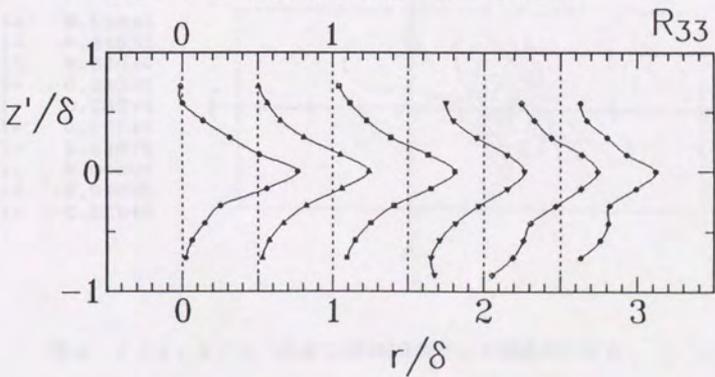
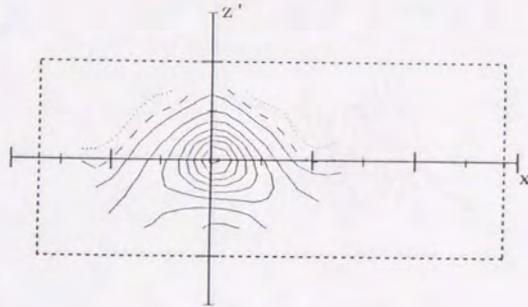


図4-10i 速度二点相関係数 R_{33} の軸方向分布

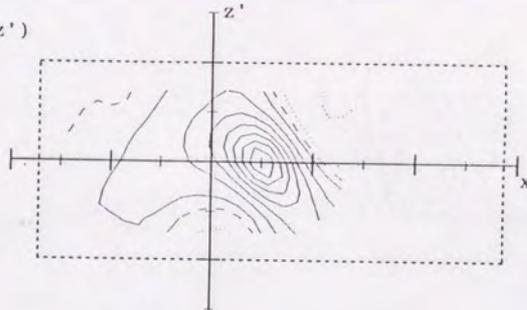
R 33($r=0; x, y=0, z'$)

T(1)=	0.53076
T(2)=	0.45999
T(3)=	0.38922
T(4)=	0.31846
T(5)=	0.24769
T(6)=	0.17692
T(7)=	0.10615
T(8)=	0.03538
T(9)=	0.00000
T(10)=	-0.03538



R 33($r=0.5 \delta ; x, y=0, z'$)

T(1)=	0.49670
T(2)=	0.42028
T(3)=	0.34387
T(4)=	0.26745
T(5)=	0.19104
T(6)=	0.11462
T(7)=	0.03821
T(8)=	0.00000
T(9)=	-0.03821
T(10)=	-0.11462



R 33($r= \delta ; x, y=0, z'$)

T(1)=	0.52630
T(2)=	0.44533
T(3)=	0.36436
T(4)=	0.28339
T(5)=	0.20242
T(6)=	0.12145
T(7)=	0.04048
T(8)=	0.00000
T(9)=	-0.04048
T(10)=	-0.12145

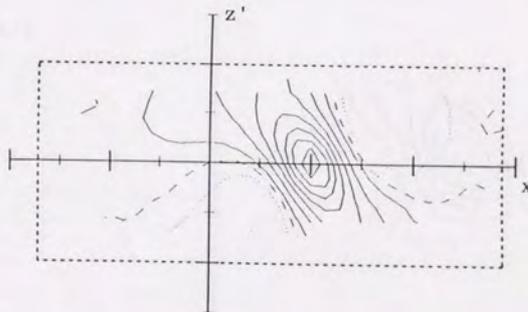
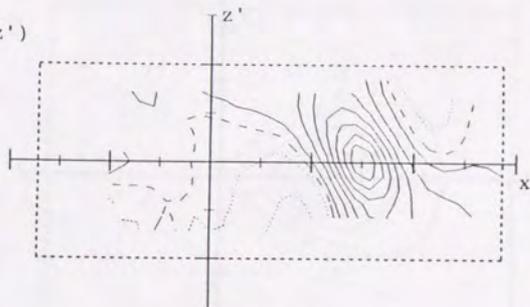


図4-11 a、b、c 速度二点相関係数 R_{33} の鉛直断面分布

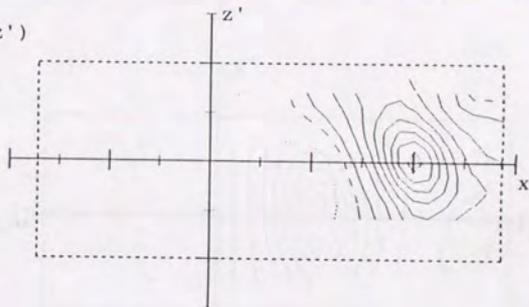
R 33($r=1.5 \delta$; $x, y=0, z'$)

T(1) =	0.53846
T(2) =	0.45562
T(3) =	0.37278
T(4) =	0.28994
T(5) =	0.20710
T(6) =	0.12426
T(7) =	0.04142
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.04142
T(10) =	-0.12426



R 33($r=2.0 \delta$; $x, y=0, z'$)

T(1) =	0.57282
T(2) =	0.49644
T(3) =	0.42006
T(4) =	0.34369
T(5) =	0.26731
T(6) =	0.19094
T(7) =	0.11456
T(8) =	0.03819
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.03819



R 33($r=2.5 \delta$; $x, y=0, z'$)

T(1) =	0.49883
T(2) =	0.44014
T(3) =	0.38146
T(4) =	0.32277
T(5) =	0.26409
T(6) =	0.20540
T(7) =	0.14671
T(8) =	0.08803
T(9) =	0.02934
T(10) =	0.00000

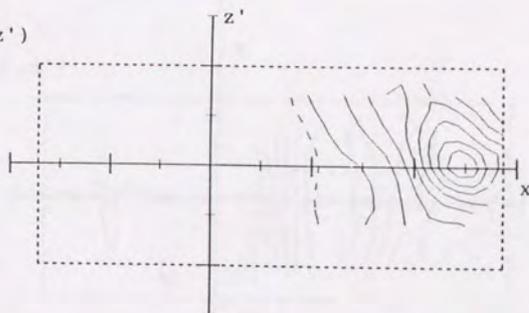
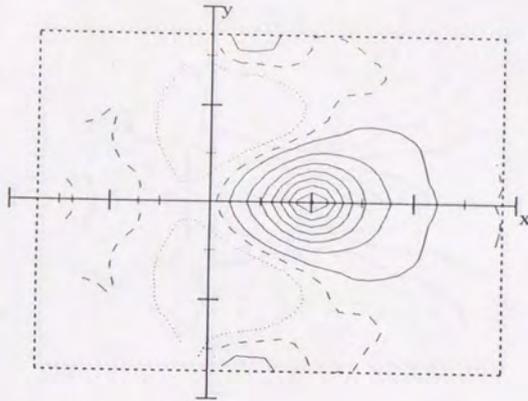


図4-11 d、e、f 速度二点相関係数 R_{33} の鉛直断面分布

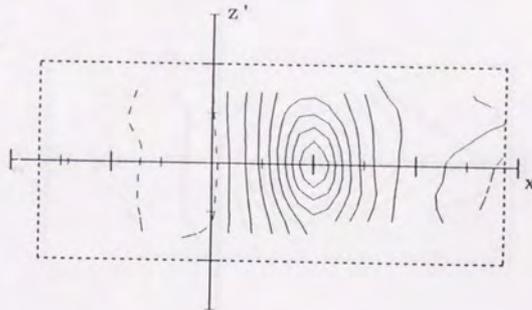
$$R_{11}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$$

T(1) =	0.69681
T(2) =	0.60390
T(3) =	0.51100
T(4) =	0.41809
T(5) =	0.32518
T(6) =	0.23227
T(7) =	0.13936
T(8) =	0.04645
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.04645



$$R_{11}(r = \delta ; x, y = 0, z')$$

T(1) =	0.69052
T(2) =	0.60928
T(3) =	0.52804
T(4) =	0.44680
T(5) =	0.36557
T(6) =	0.28433
T(7) =	0.20309
T(8) =	0.12186
T(9) =	0.04062
T(10) =	0.00000



$$R_{11}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$$

T(1) =	0.19265
T(2) =	0.16301
T(3) =	0.13337
T(4) =	0.10374
T(5) =	0.07410
T(6) =	0.04446
T(7) =	0.01482
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.01482
T(10) =	-0.04446

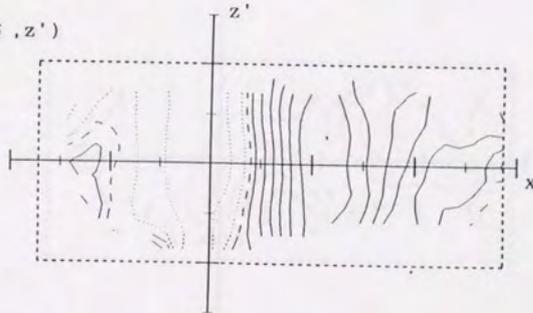
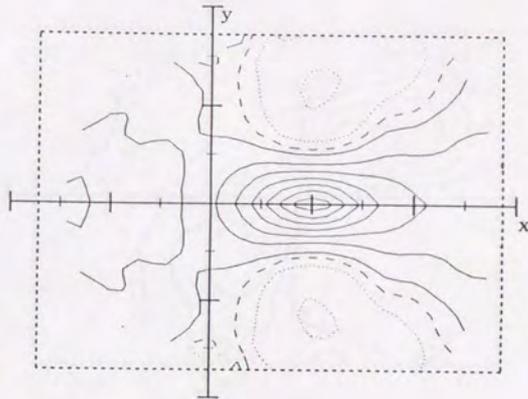


図4-12a 速度二点相関係数 R_{11} の分布 ($r = \delta$)

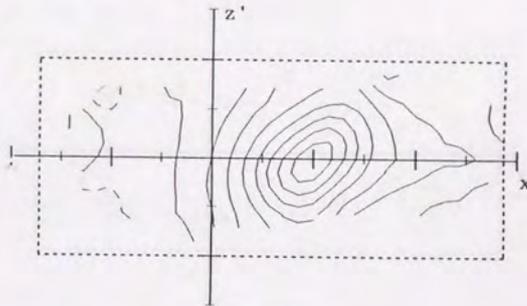
$R_{12}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.35047
T(2) =	0.29655
T(3) =	0.24263
T(4) =	0.18872
T(5) =	0.13480
T(6) =	0.08088
T(7) =	0.02696
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.02696
T(10) =	-0.08088



$R_{12}(r = \delta ; x, y = 0, z')$

T(1) =	0.34582
T(2) =	0.29971
T(3) =	0.25360
T(4) =	0.20749
T(5) =	0.16138
T(6) =	0.11527
T(7) =	0.06916
T(8) =	0.02305
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.02305



$R_{12}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$

T(1) =	0.13067
T(2) =	0.11057
T(3) =	0.09046
T(4) =	0.07036
T(5) =	0.05026
T(6) =	0.03015
T(7) =	0.01005
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.01005
T(10) =	-0.03015

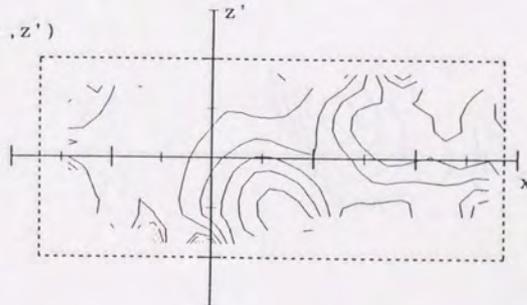
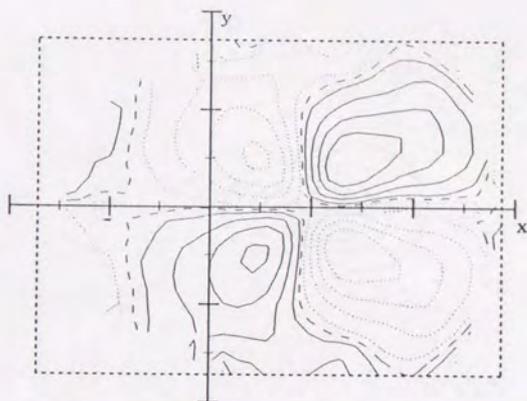


図 4 - 1 2 b 速度二点相関係数 R_{12} の分布 ($r = \delta$)

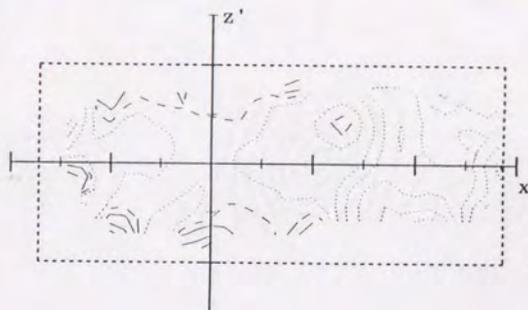
$R_{13}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.11848
T(2) =	0.09215
T(3) =	0.06582
T(4) =	0.03949
T(5) =	0.01316
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01316
T(8) =	-0.03949
T(9) =	-0.06582
T(10) =	-0.09215



$R_{13}(r = \delta ; x, y = 0, z')$

T(1) =	0.03297
T(2) =	0.01978
T(3) =	0.00659
T(4) =	0.00000
T(5) =	-0.00659
T(6) =	-0.01978
T(7) =	-0.03297
T(8) =	-0.04616
T(9) =	-0.05935
T(10) =	-0.07254



$R_{13}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$

T(1) =	0.14437
T(2) =	0.11229
T(3) =	0.08021
T(4) =	0.04812
T(5) =	0.01604
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01604
T(8) =	-0.04812
T(9) =	-0.08021
T(10) =	-0.11229

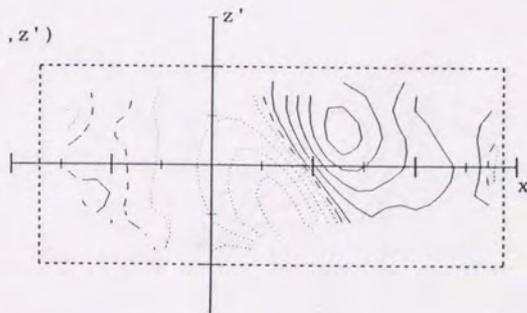
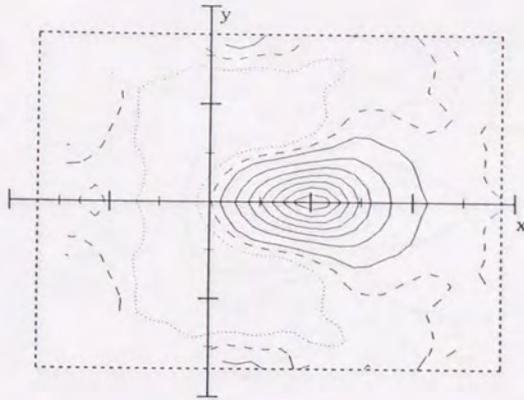


図 4-12c 速度二点相関係数 R_{13} の分布 ($r = \delta$)

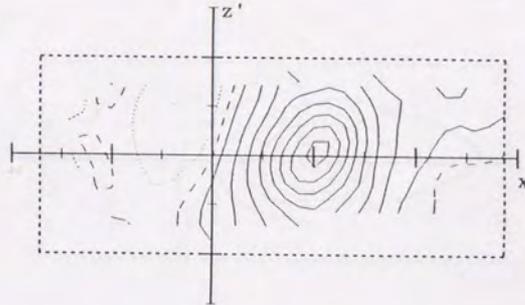
$$R_{21}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$$

T(1) =	0.38833
T(2) =	0.33656
T(3) =	0.28478
T(4) =	0.23300
T(5) =	0.18122
T(6) =	0.12945
T(7) =	0.07767
T(8) =	0.02589
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.02589



$$R_{21}(r = \delta ; x, y = 0, z')$$

T(1) =	0.35811
T(2) =	0.31036
T(3) =	0.26261
T(4) =	0.21487
T(5) =	0.16712
T(6) =	0.11937
T(7) =	0.07162
T(8) =	0.02387
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.02387



$$R_{21}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$$

T(1) =	0.08298
T(2) =	0.06454
T(3) =	0.04610
T(4) =	0.02766
T(5) =	0.00922
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.00922
T(8) =	-0.02766
T(9) =	-0.04610
T(10) =	-0.06454

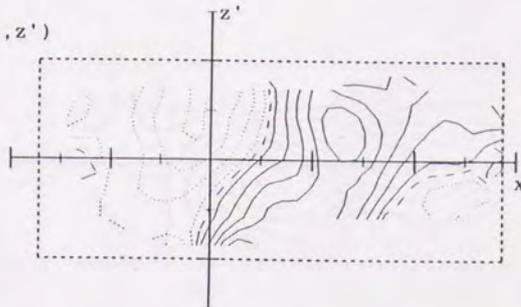
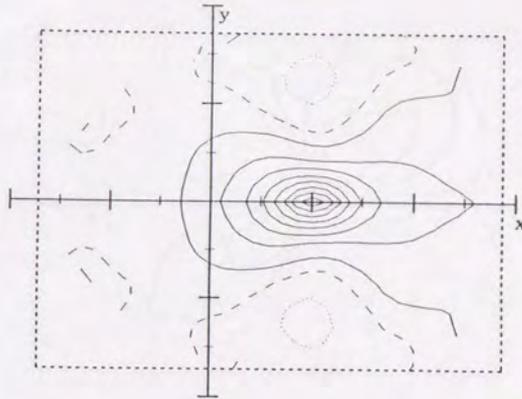


図 4 - 1 2 d 速度二点相関係数 R_{21} の分布 ($r = \delta$)

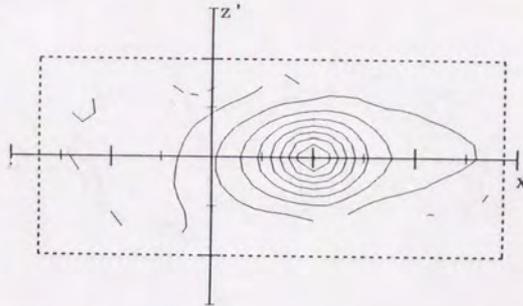
$$R_{22}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$$

- T(1) = 0.66505
- T(2) = 0.57638
- T(3) = 0.48770
- T(4) = 0.39903
- T(5) = 0.31036
- T(6) = 0.22168
- T(7) = 0.13301
- T(8) = 0.04434
- T(9) = 0.00000
- T(10) = -0.04434



$$R_{22}(r = \delta ; x, y = 0, z')$$

- T(1) = 0.64484
- T(2) = 0.56898
- T(3) = 0.49312
- T(4) = 0.41725
- T(5) = 0.34139
- T(6) = 0.26552
- T(7) = 0.18966
- T(8) = 0.11380
- T(9) = 0.03793
- T(10) = 0.00000



$$R_{22}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$$

- T(1) = 0.14044
- T(2) = 0.12172
- T(3) = 0.10299
- T(4) = 0.08426
- T(5) = 0.06554
- T(6) = 0.04681
- T(7) = 0.02809
- T(8) = 0.00936
- T(9) = 0.00000
- T(10) = -0.00936

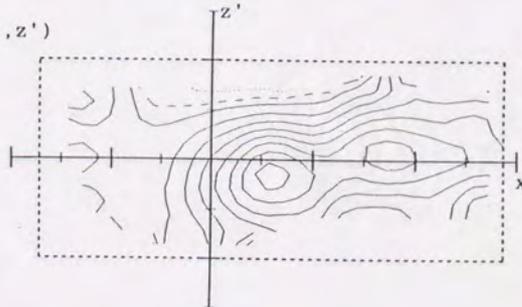
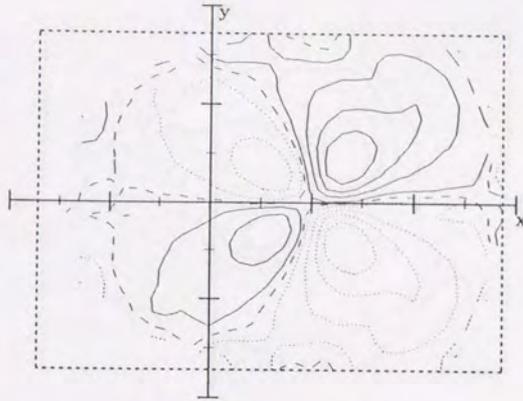


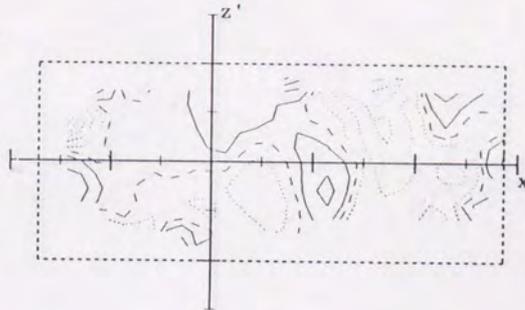
図4-12e 速度二点相関係数 R_{22} の分布 ($r = \delta$)

$R_{23}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.14713
T(2) =	0.11443
T(3) =	0.08174
T(4) =	0.04904
T(5) =	0.01635
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01635
T(8) =	-0.04904
T(9) =	-0.08174
T(10) =	-0.11443


 $R_{23}(r = \delta ; x, y = 0, z')$

T(1) =	0.04001
T(2) =	0.02858
T(3) =	0.01715
T(4) =	0.00572
T(5) =	0.00000
T(6) =	-0.00572
T(7) =	-0.01715
T(8) =	-0.02858
T(9) =	-0.04001
T(10) =	-0.05145


 $R_{23}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$

T(1) =	0.13566
T(2) =	0.10551
T(3) =	0.07537
T(4) =	0.04522
T(5) =	0.01507
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01507
T(8) =	-0.04522
T(9) =	-0.07537
T(10) =	-0.10551

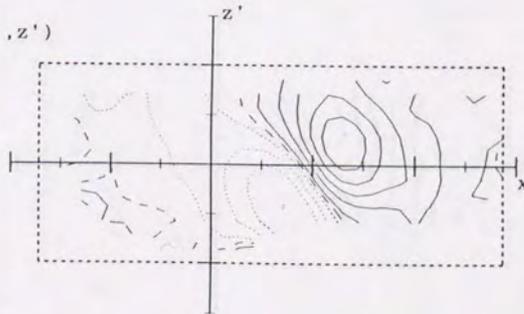
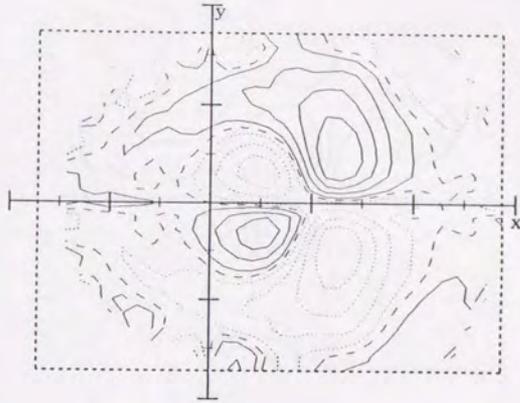


図 4 - 1 2 f 速度二点相関係数 R_{23} の分布 ($r = \delta$)

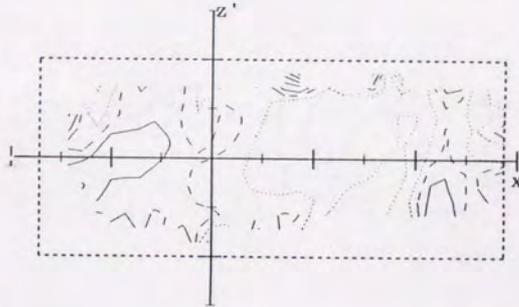
$$R_{31}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$$

T(1) =	0.09811
T(2) =	0.07631
T(3) =	0.05450
T(4) =	0.03270
T(5) =	0.01090
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01090
T(8) =	-0.03270
T(9) =	-0.05450
T(10) =	-0.07631



$$R_{31}(r = \delta ; x, y = 0, z')$$

T(1) =	0.07611
T(2) =	0.05920
T(3) =	0.04229
T(4) =	0.02537
T(5) =	0.00846
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.00846
T(8) =	-0.02537
T(9) =	-0.04229
T(10) =	-0.05920



$$R_{31}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$$

T(1) =	0.13292
T(2) =	0.10338
T(3) =	0.07384
T(4) =	0.04431
T(5) =	0.01477
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01477
T(8) =	-0.04431
T(9) =	-0.07384
T(10) =	-0.10338

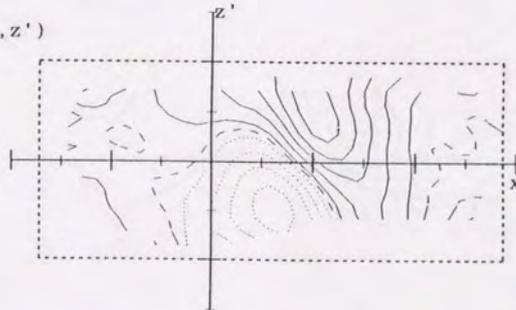
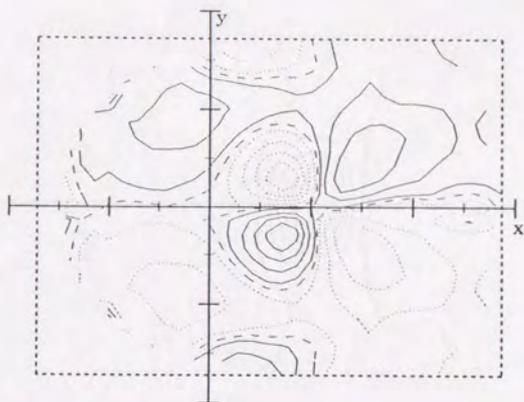


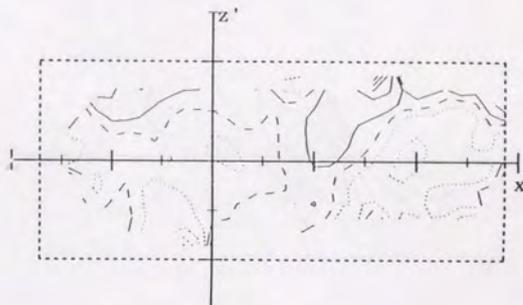
図4-12g 速度二点相関係数 R_{31} の分布 ($r = \delta$)

$R_{32}(r = \delta ; x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.10464
T(2) =	0.08139
T(3) =	0.05813
T(4) =	0.03488
T(5) =	0.01163
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.01163
T(8) =	-0.03488
T(9) =	-0.05813
T(10) =	-0.08139


 $R_{32}(r = \delta ; x, y = 0, z')$

T(1) =	0.07256
T(2) =	0.05644
T(3) =	0.04031
T(4) =	0.02419
T(5) =	0.00806
T(6) =	0.00000
T(7) =	-0.00806
T(8) =	-0.02419
T(9) =	-0.04031
T(10) =	-0.05644


 $R_{32}(r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z')$

T(1) =	0.10255
T(2) =	0.07325
T(3) =	0.04395
T(4) =	0.01465
T(5) =	0.00000
T(6) =	-0.01465
T(7) =	-0.04395
T(8) =	-0.07325
T(9) =	-0.10255
T(10) =	-0.13185

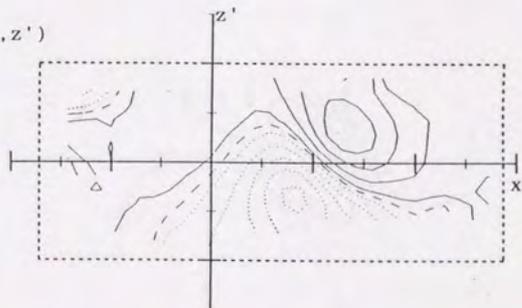
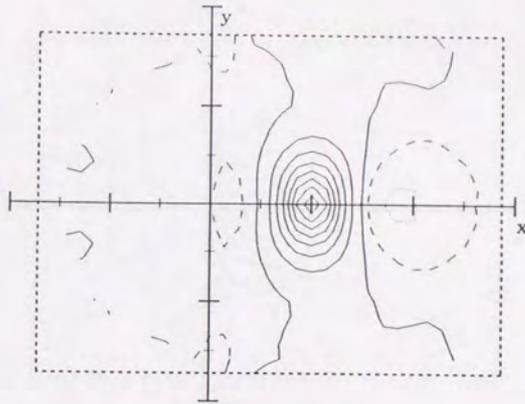


図 4-12 h 速度二点相関係数 R_{32} の分布 ($r = \delta$)

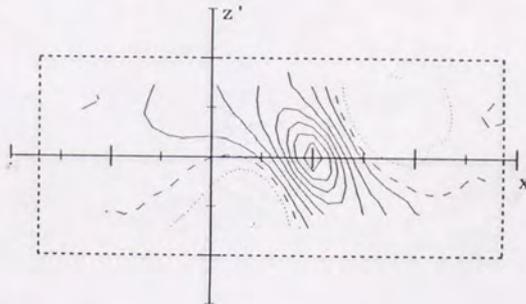
R 33($r = \delta ; x, y, z' = 0$)

T(1) =	0.59163
T(2) =	0.51274
T(3) =	0.43386
T(4) =	0.35498
T(5) =	0.27609
T(6) =	0.19721
T(7) =	0.11833
T(8) =	0.03944
T(9) =	0.00000
T(10) =	-0.03944



R 33($r = \delta ; x, y = 0, z'$)

T(1) =	0.52630
T(2) =	0.44533
T(3) =	0.36436
T(4) =	0.28339
T(5) =	0.20242
T(6) =	0.12145
T(7) =	0.04048
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.04048
T(10) =	-0.12145



R 33($r = \delta ; x, y = 0.43 \delta, z'$)

T(1) =	0.24240
T(2) =	0.20511
T(3) =	0.16782
T(4) =	0.13052
T(5) =	0.09323
T(6) =	0.05594
T(7) =	0.01865
T(8) =	0.00000
T(9) =	-0.01865
T(10) =	-0.05594

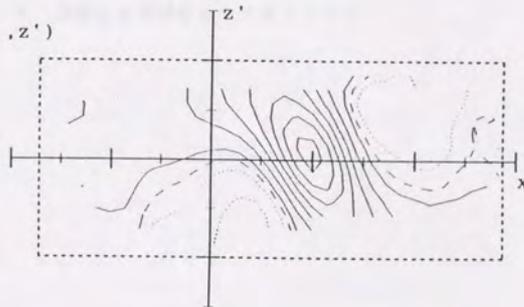
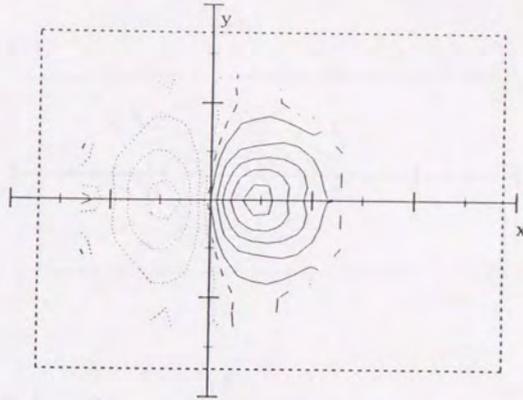


図 4 - 1 2 i 速度二点相関係数 R_{33} の分布 ($r = \delta$)

$R_{21}(r=0; x, y, z'=0)$

- T(1) = 0.16425
- T(2) = 0.12775
- T(3) = 0.09125
- T(4) = 0.05475
- T(5) = 0.01825
- T(6) = 0.00000
- T(7) = -0.01825
- T(8) = -0.05475
- T(9) = -0.09125
- T(10) = -0.12775



$R_{21}(r=0; x, y=0, z')$

- T(1) = 0.22688
- T(2) = 0.17646
- T(3) = 0.12604
- T(4) = 0.07563
- T(5) = 0.02521
- T(6) = 0.00000
- T(7) = -0.02521
- T(8) = -0.07563
- T(9) = -0.12604
- T(10) = -0.17646

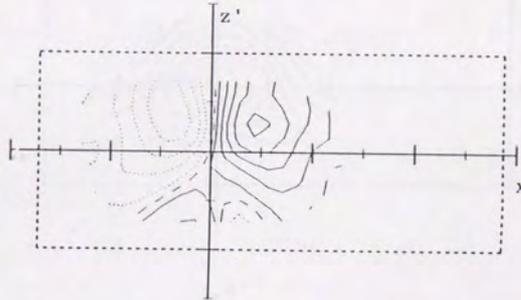
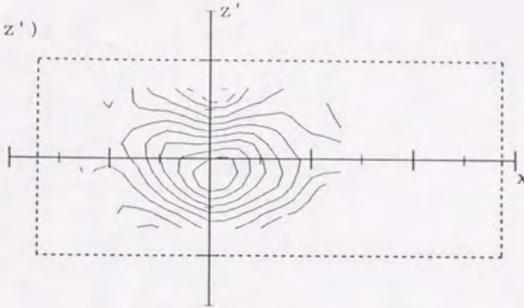


図4-13 a、b 速度二点相関係数の分布 ($r=0$)

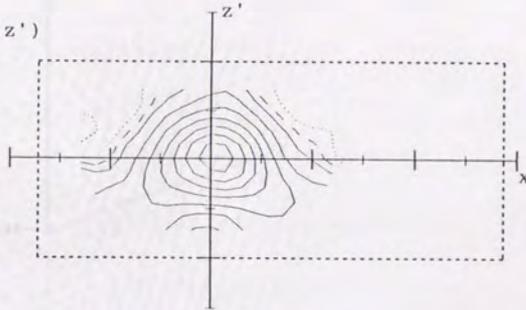
R 22($r=0; x, y=0.43 \delta, z'$)

- T(1) = 0.18437
- T(2) = 0.15979
- T(3) = 0.13521
- T(4) = 0.11062
- T(5) = 0.08604
- T(6) = 0.06146
- T(7) = 0.03687
- T(8) = 0.01229
- T(9) = 0.00000
- T(10) = -0.01229



R 33($r=0; x, y=0.43 \delta, z'$)

- T(1) = 0.24746
- T(2) = 0.20939
- T(3) = 0.17132
- T(4) = 0.13325
- T(5) = 0.09518
- T(6) = 0.05711
- T(7) = 0.01904
- T(8) = 0.00000
- T(9) = -0.01904
- T(10) = -0.05711



R 31($r=0; x, y=0.43 \delta, z'$)

- T(1) = 0.21948
- T(2) = 0.19022
- T(3) = 0.16095
- T(4) = 0.13169
- T(5) = 0.10243
- T(6) = 0.07316
- T(7) = 0.04390
- T(8) = 0.01463
- T(9) = 0.00000
- T(10) = -0.01463

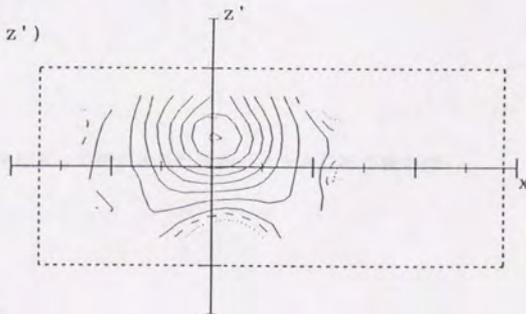
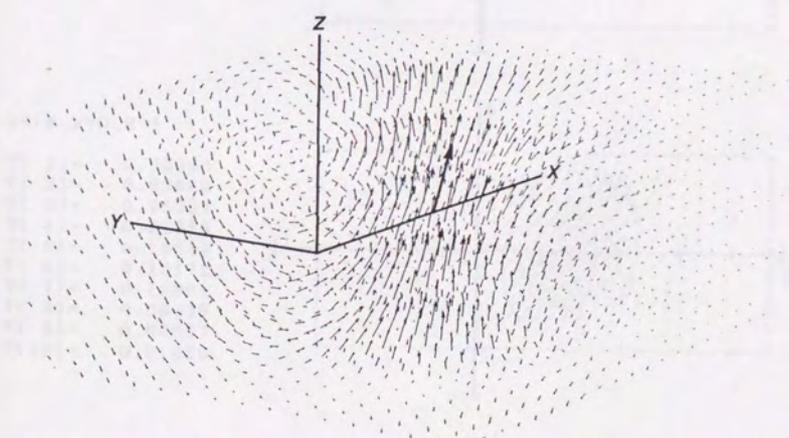


図 4-13 c、d、e 速度二点相関係数の分布 ($r=0$)

70	214	0.70200
71	215	0.70118
72	216	0.70037
73	217	0.69956
74	218	0.69875
75	219	0.69794
76	220	0.69713
77	221	0.69632
78	222	0.69551
79	223	0.69470
80	224	0.69389



70	214	0.70200
71	215	0.70118
72	216	0.70037
73	217	0.69956
74	218	0.69875
75	219	0.69794
76	220	0.69713
77	221	0.69632
78	222	0.69551
79	223	0.69470
80	224	0.69389

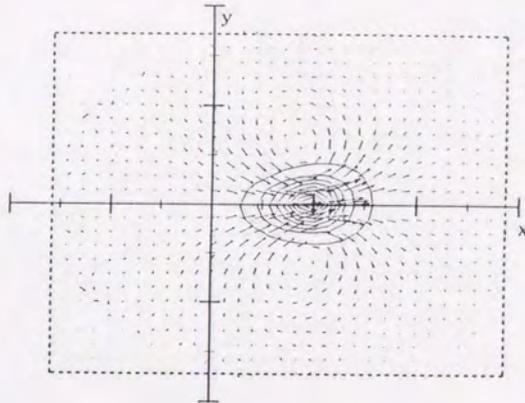
図4-14 LSE法によって抽出された速度ベクトル分布の投影図

図4-14 LSE法によって抽出された速度ベクトル分布の投影図

E 1 ($r = \delta$)

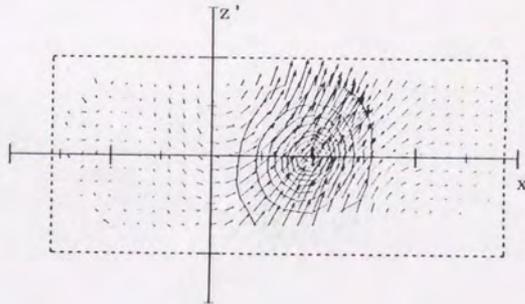
$uv(x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.32030
T(2) =	0.28658
T(3) =	0.25287
T(4) =	0.21915
T(5) =	0.18544
T(6) =	0.15172
T(7) =	0.11800
T(8) =	0.08429
T(9) =	0.05057
T(10) =	0.01686



$uv(x, y = 0, z')$

T(1) =	0.32030
T(2) =	0.28659
T(3) =	0.25287
T(4) =	0.21915
T(5) =	0.18544
T(6) =	0.15172
T(7) =	0.11801
T(8) =	0.08429
T(9) =	0.05057
T(10) =	0.01686



$uv(x = \delta, y, z')$

T(1) =	0.32003
T(2) =	0.28635
T(3) =	0.25266
T(4) =	0.21897
T(5) =	0.18528
T(6) =	0.15160
T(7) =	0.11791
T(8) =	0.08422
T(9) =	0.05053
T(10) =	0.01684

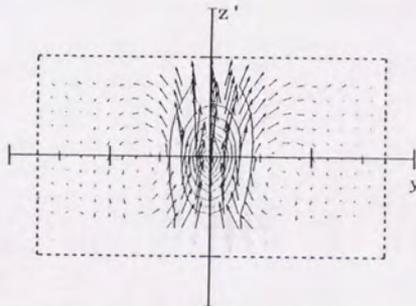
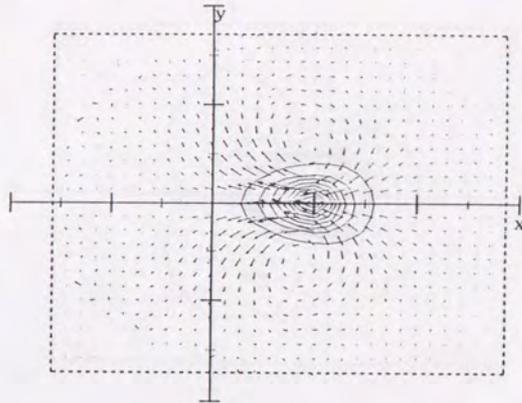


図 4 - 1 5 E 1 による構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布

E 3 ($r = \delta$)

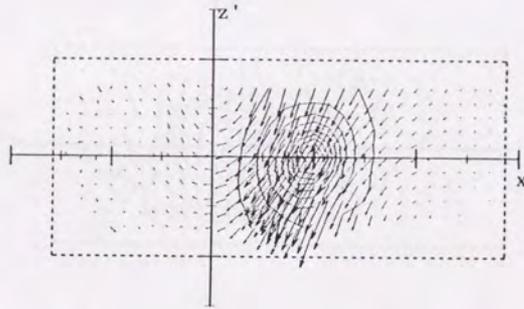
$uv(x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.28868
T(2) =	0.25829
T(3) =	0.22790
T(4) =	0.19752
T(5) =	0.16713
T(6) =	0.13674
T(7) =	0.10635
T(8) =	0.07597
T(9) =	0.04558
T(10) =	0.01519



$uv(x, y = 0, z')$

T(1) =	0.28861
T(2) =	0.25823
T(3) =	0.22785
T(4) =	0.19747
T(5) =	0.16709
T(6) =	0.13671
T(7) =	0.10633
T(8) =	0.07595
T(9) =	0.04557
T(10) =	0.01519



$uv(x = \delta, y, z')$

T(1) =	0.28840
T(2) =	0.25805
T(3) =	0.22769
T(4) =	0.19733
T(5) =	0.16697
T(6) =	0.13661
T(7) =	0.10625
T(8) =	0.07590
T(9) =	0.04554
T(10) =	0.01518

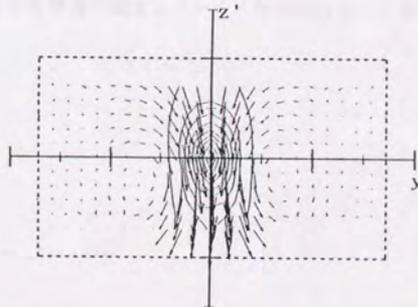
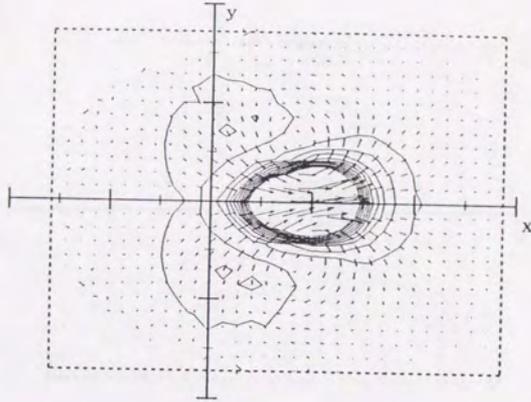


図 4-16 E 3 による構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布

E 1 ($r = \delta$)

$uv(x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.03203
T(2) =	0.02866
T(3) =	0.02529
T(4) =	0.02192
T(5) =	0.01854
T(6) =	0.01517
T(7) =	0.01180
T(8) =	0.00843
T(9) =	0.00506
T(10) =	0.00169



$uv(x, y = 0.72\delta, z')$

T(1) =	0.00545
T(2) =	0.00481
T(3) =	0.00417
T(4) =	0.00353
T(5) =	0.00288
T(6) =	0.00224
T(7) =	0.00160
T(8) =	0.00096
T(9) =	0.00032
T(10) =	-0.00032

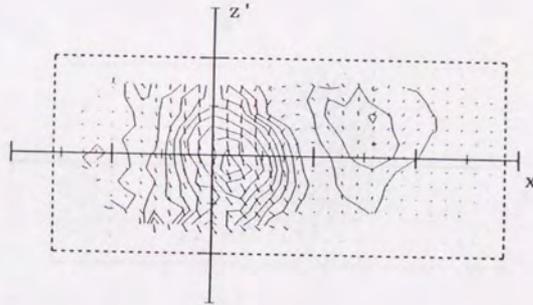
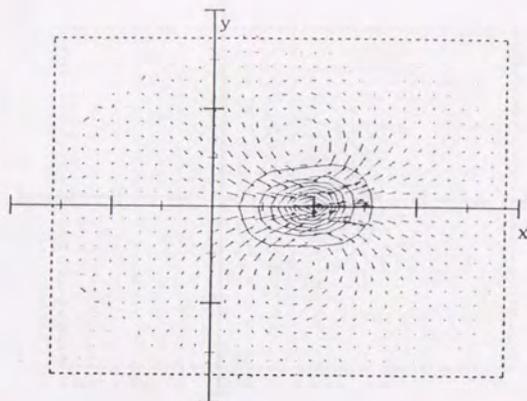


図 4-17 E 1 による構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布

E 1 ($r = \delta$)

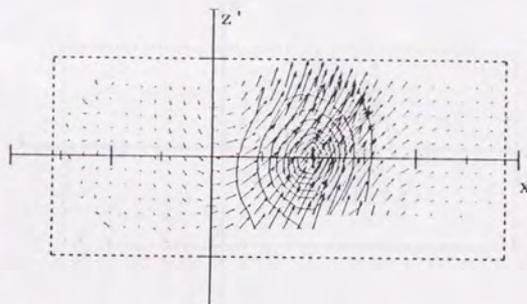
$k(x, y, z' = 0)$

T(1) =	0.33826
T(2) =	0.30265
T(3) =	0.26705
T(4) =	0.23144
T(5) =	0.19584
T(6) =	0.16023
T(7) =	0.12462
T(8) =	0.08902
T(9) =	0.05341
T(10) =	0.01780



$k(x, y = 0, z')$

T(1) =	0.33826
T(2) =	0.30265
T(3) =	0.26705
T(4) =	0.23144
T(5) =	0.19584
T(6) =	0.16023
T(7) =	0.12462
T(8) =	0.08902
T(9) =	0.05341
T(10) =	0.01780



$k(x = \delta, y, z')$

T(1) =	0.33826
T(2) =	0.30265
T(3) =	0.26705
T(4) =	0.23144
T(5) =	0.19584
T(6) =	0.16023
T(7) =	0.12462
T(8) =	0.08902
T(9) =	0.05341
T(10) =	0.01780

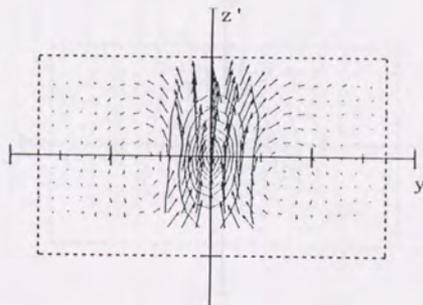
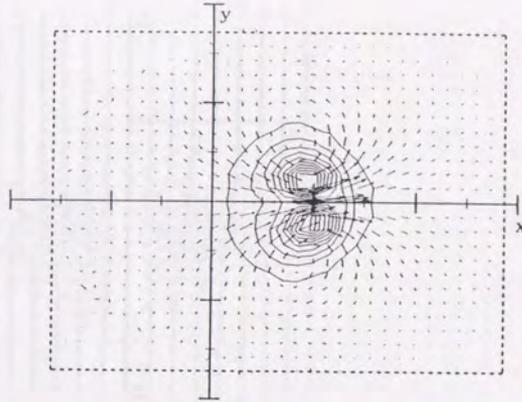


図 4-18 E 1 による構造に関連した乱流エネルギー k の分布

E I (r = δ)

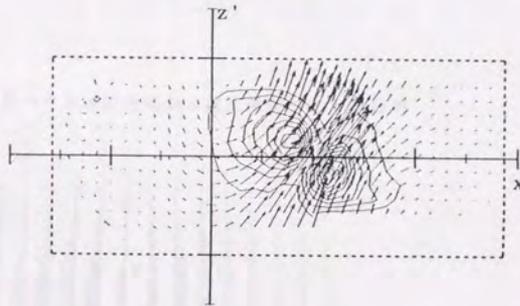
$\omega_i \omega_l(x, y, z'=0)$

T(1) =	5.15985
T(2) =	4.61671
T(3) =	4.07357
T(4) =	3.53042
T(5) =	2.98728
T(6) =	2.44414
T(7) =	1.90100
T(8) =	1.35786
T(9) =	0.81471
T(10) =	0.27157



$\omega_i \omega_l(x, y=0, z')$

T(1) =	2.48666
T(2) =	2.22490
T(3) =	1.96315
T(4) =	1.70140
T(5) =	1.43964
T(6) =	1.17789
T(7) =	0.91614
T(8) =	0.65438
T(9) =	0.39263
T(10) =	0.13088



$\omega_i \omega_l(x=\delta, y, z')$

T(1) =	5.15985
T(2) =	4.61671
T(3) =	4.07357
T(4) =	3.53042
T(5) =	2.98728
T(6) =	2.44414
T(7) =	1.90100
T(8) =	1.35786
T(9) =	0.81471
T(10) =	0.27157

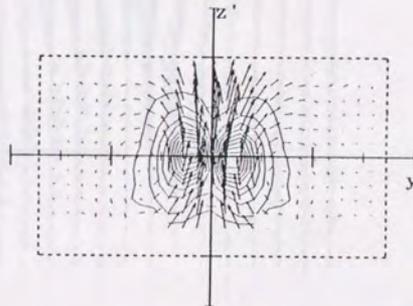


図4-19 E I による構造に関連した渦度の強度 $\omega_i \omega_l$ の分布

図4-21 条件Xトルと直交する方向から見た速度Xトル分布

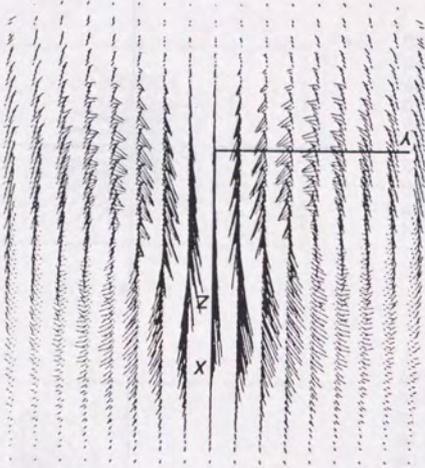
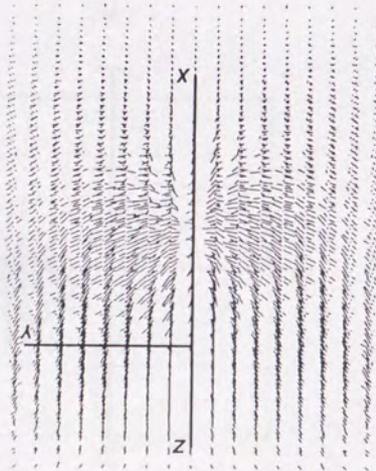


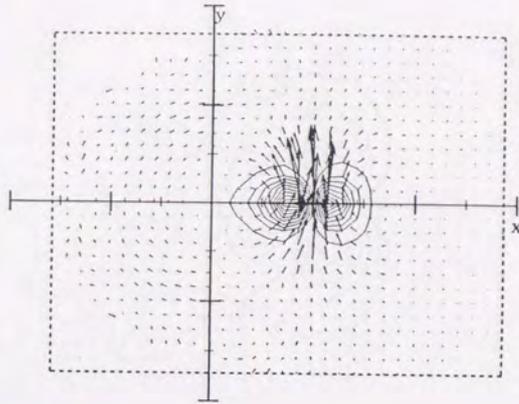
図4-20 条件Xトルの方向から見た速度Xトル分布



$E w (r = \delta)$

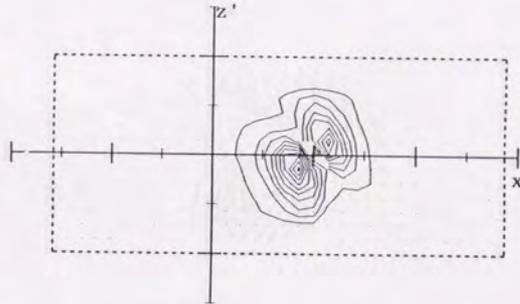
$\omega_1 \omega_1(x, y, z' = 0)$

T(1) =	8.21996
T(2) =	7.35470
T(3) =	6.48944
T(4) =	5.62419
T(5) =	4.75893
T(6) =	3.89367
T(7) =	3.02841
T(8) =	2.16315
T(9) =	1.29789
T(10) =	0.43263



$\omega_1 \omega_1(x, y = 0, z')$

T(1) =	11.31380
T(2) =	10.12290
T(3) =	8.93198
T(4) =	7.74105
T(5) =	6.55012
T(6) =	5.35919
T(7) =	4.16826
T(8) =	2.97733
T(9) =	1.78640
T(10) =	0.59547



$\omega_1 \omega_1(x = \delta, y, z')$

T(1) =	6.19844
T(2) =	5.54597
T(3) =	4.89350
T(4) =	4.24103
T(5) =	3.58857
T(6) =	2.93610
T(7) =	2.28363
T(8) =	1.63117
T(9) =	0.97870
T(10) =	0.32623

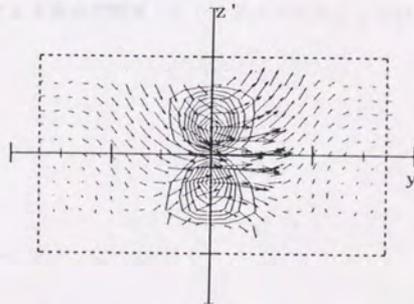
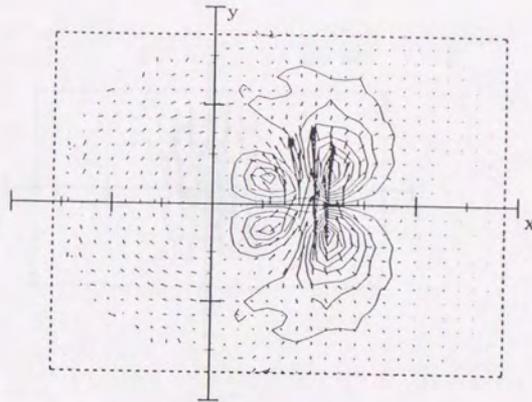


図4-22 $E w$ による構造に関連した渦度の強度 $\omega_1 \omega_1$ の分布

$E_w (r = \delta)$

$uv(x, y, z' = 0)$

- T(1) = 0.01387
- T(2) = 0.01224
- T(3) = 0.01061
- T(4) = 0.00898
- T(5) = 0.00734
- T(6) = 0.00571
- T(7) = 0.00408
- T(8) = 0.00245
- T(9) = 0.00082
- T(10) = -0.00082



$uv(x, y = 0.29\delta, z')$

- T(1) = 0.02419
- T(2) = 0.02135
- T(3) = 0.01850
- T(4) = 0.01565
- T(5) = 0.01281
- T(6) = 0.00996
- T(7) = 0.00712
- T(8) = 0.00427
- T(9) = 0.00142
- T(10) = -0.00142

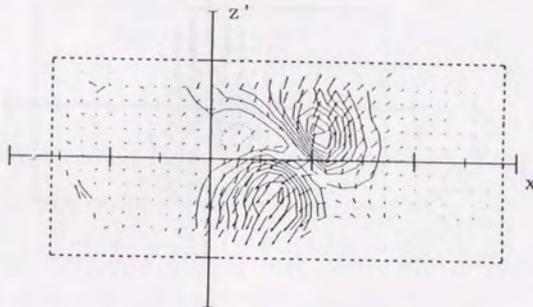
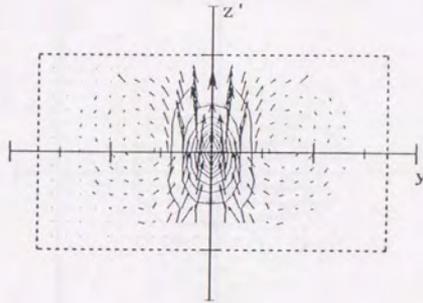


図 4-23 E_w による構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布

$E u (r=0)$

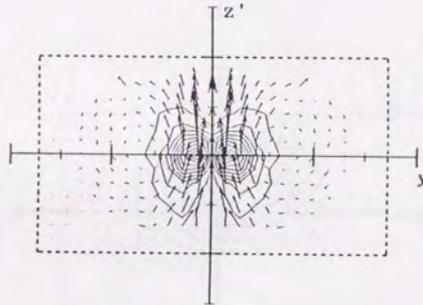
$k(x=0, y, z')$

T(1) =	0.30760
T(2) =	0.27523
T(3) =	0.24285
T(4) =	0.21047
T(5) =	0.17809
T(6) =	0.14571
T(7) =	0.11333
T(8) =	0.08095
T(9) =	0.04857
T(10) =	0.01619



$\omega_1 \omega_1(x=0, y, z')$

T(1) =	5.28652
T(2) =	4.73004
T(3) =	4.17357
T(4) =	3.61709
T(5) =	3.06062
T(6) =	2.50414
T(7) =	1.94766
T(8) =	1.39119
T(9) =	0.83471
T(10) =	0.27824



$uv(x=0, y, z')$

T(1) =	0.02269
T(2) =	0.01621
T(3) =	0.00972
T(4) =	0.00324
T(5) =	-0.00324
T(6) =	-0.00972
T(7) =	-0.01621
T(8) =	-0.02269
T(9) =	-0.02917
T(10) =	-0.03565

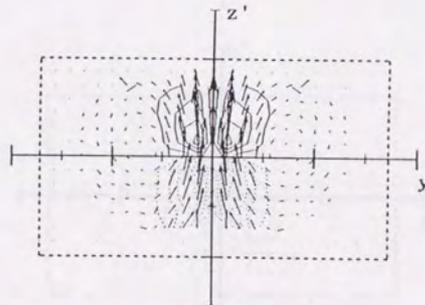
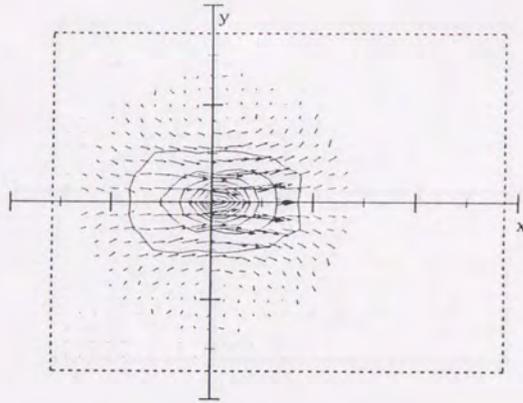


図 4-24 $r=0$ における $E u$ による構造

$E v (r=0)$

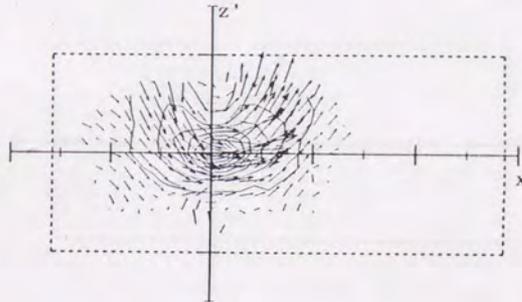
$k(x, y, z'=0)$

- T(1) = 0.29699
- T(2) = 0.26573
- T(3) = 0.23447
- T(4) = 0.20321
- T(5) = 0.17194
- T(6) = 0.14068
- T(7) = 0.10942
- T(8) = 0.07816
- T(9) = 0.04689
- T(10) = 0.01563



$k(x, y=0, z')$

- T(1) = 0.29699
- T(2) = 0.26573
- T(3) = 0.23447
- T(4) = 0.20321
- T(5) = 0.17194
- T(6) = 0.14068
- T(7) = 0.10942
- T(8) = 0.07816
- T(9) = 0.04689
- T(10) = 0.01563



$k(x=0, y, z')$

- T(1) = 0.29699
- T(2) = 0.26573
- T(3) = 0.23447
- T(4) = 0.20321
- T(5) = 0.17194
- T(6) = 0.14068
- T(7) = 0.10942
- T(8) = 0.07816
- T(9) = 0.04689
- T(10) = 0.01563

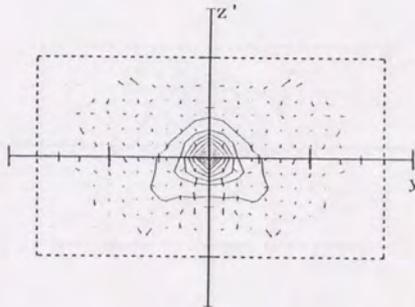
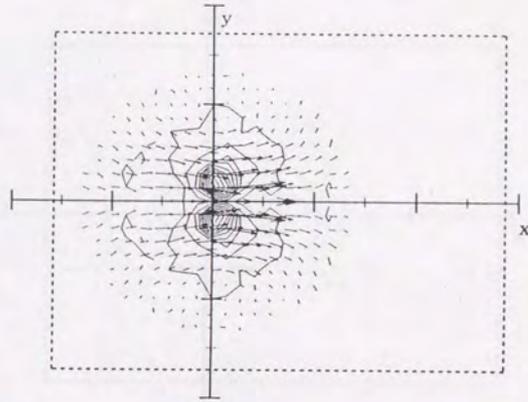


図4-25 $E v$ による構造に関連した乱流エネルギー k の分布

$E v (r=0)$

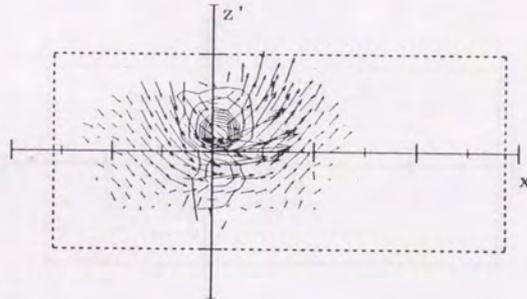
$\omega_1 \omega_1(x, y, z'=0)$

T(1)=	4.87310
T(2)=	4.36014
T(3)=	3.84719
T(4)=	3.33423
T(5)=	2.82127
T(6)=	2.30831
T(7)=	1.79535
T(8)=	1.28240
T(9)=	0.76944
T(10)=	0.25648



$\omega_1 \omega_1(x, y=0, z')$

T(1)=	10.46540
T(2)=	9.36375
T(3)=	8.26214
T(4)=	7.16052
T(5)=	6.05890
T(6)=	4.95728
T(7)=	3.85566
T(8)=	2.75405
T(9)=	1.65243
T(10)=	0.55081



$\omega_1 \omega_1(x=0, y, z')$

T(1)=	10.46540
T(2)=	9.36375
T(3)=	8.26214
T(4)=	7.16052
T(5)=	6.05890
T(6)=	4.95728
T(7)=	3.85566
T(8)=	2.75405
T(9)=	1.65243
T(10)=	0.55081

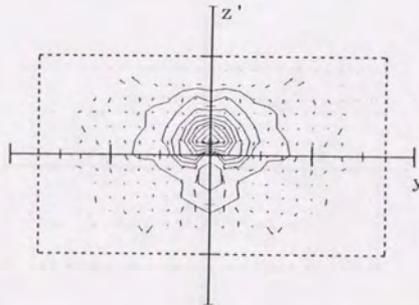
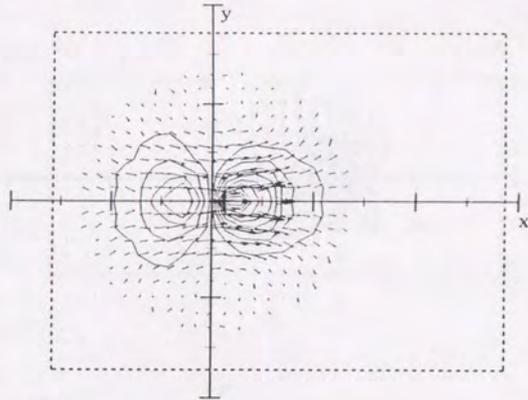


図4-26 $E v$ による構造に関連した渦度の強度 $\omega_1 \omega_1$ の分布

$E v (r=0)$

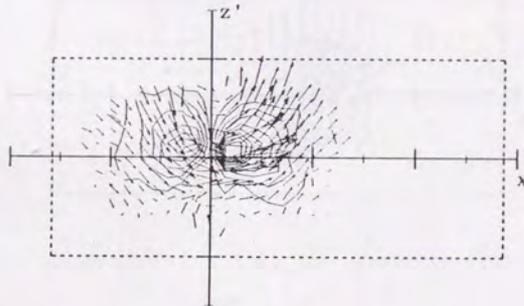
$uv(x, y, z'=0)$

- T(1)= 0.13042
- T(2)= 0.11669
- T(3)= 0.10296
- T(4)= 0.08924
- T(5)= 0.07551
- T(6)= 0.06178
- T(7)= 0.04805
- T(8)= 0.03432
- T(9)= 0.02059
- T(10)= 0.00686



$uv(x, y=0, z')$

- T(1)= 0.12838
- T(2)= 0.11328
- T(3)= 0.09818
- T(4)= 0.08307
- T(5)= 0.06797
- T(6)= 0.05286
- T(7)= 0.03776
- T(8)= 0.02266
- T(9)= 0.00755
- T(10)= -0.00755



$uv(x=0, y, z')$

- T(1)= 0.00536
- T(2)= 0.00439
- T(3)= 0.00341
- T(4)= 0.00244
- T(5)= 0.00146
- T(6)= 0.00049
- T(7)= -0.00049
- T(8)= -0.00146
- T(9)= -0.00244
- T(10)= -0.00341

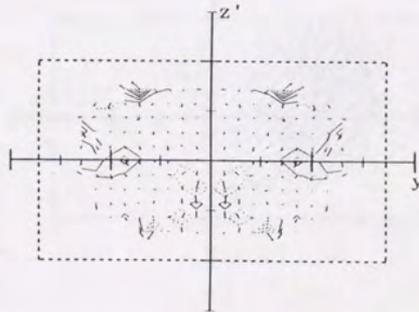
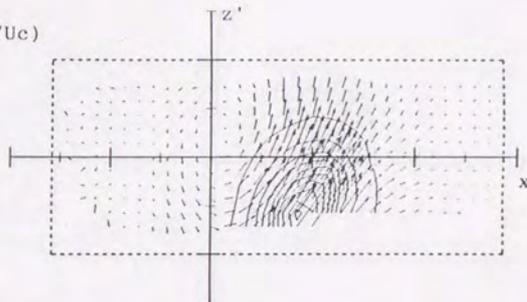


図4-27 $E v$ による構造に関連したレイノルズ応力 uv の分布

E 1 ($r = \delta$)

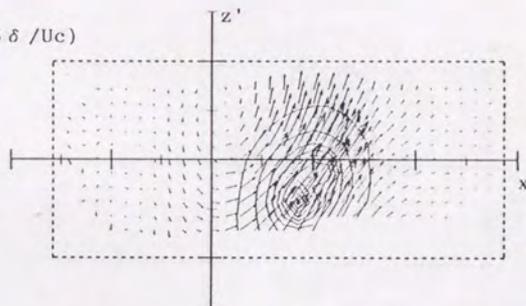
$uv(x, y=0, z', \Delta t = -\delta / Uc)$

- T(1) = 0.19146
- T(2) = 0.17131
- T(3) = 0.15116
- T(4) = 0.13100
- T(5) = 0.11085
- T(6) = 0.09069
- T(7) = 0.07054
- T(8) = 0.05038
- T(9) = 0.03023
- T(10) = 0.01008



$uv(x, y=0, z', \Delta t = -0.5 \delta / Uc)$

- T(1) = 0.31953
- T(2) = 0.28589
- T(3) = 0.25226
- T(4) = 0.21863
- T(5) = 0.18499
- T(6) = 0.15136
- T(7) = 0.11772
- T(8) = 0.08409
- T(9) = 0.05045
- T(10) = 0.01682



$uv(x, y=0, z', \Delta t = 0)$

- T(1) = 0.32030
- T(2) = 0.28659
- T(3) = 0.25287
- T(4) = 0.21915
- T(5) = 0.18544
- T(6) = 0.15172
- T(7) = 0.11801
- T(8) = 0.08429
- T(9) = 0.05057
- T(10) = 0.01686

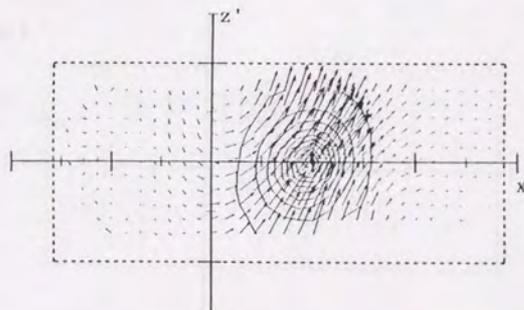
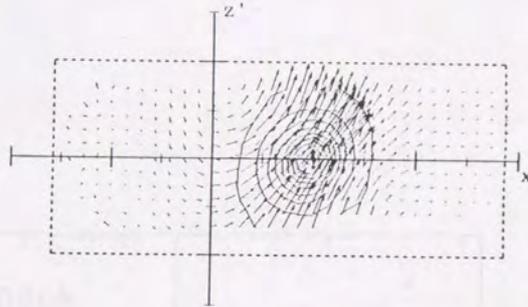


図 4 - 2 8 a E 1 による構造の時間変化

E 1 ($r = \delta$)

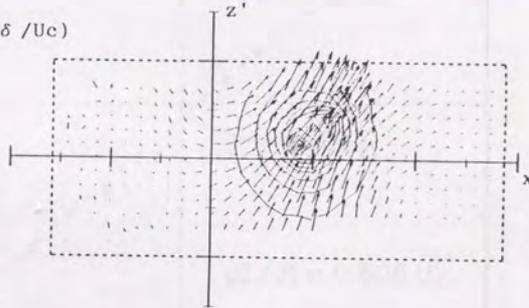
$uv(x, y=0, z', \Delta t=0)$

T(1) =	0.32030
T(2) =	0.28659
T(3) =	0.25287
T(4) =	0.21915
T(5) =	0.18544
T(6) =	0.15172
T(7) =	0.11801
T(8) =	0.08429
T(9) =	0.05057
T(10) =	0.01686



$uv(x, y=0, z', \Delta t=0.5 \delta / U_c)$

T(1) =	0.28294
T(2) =	0.25316
T(3) =	0.22337
T(4) =	0.19359
T(5) =	0.16381
T(6) =	0.13402
T(7) =	0.10424
T(8) =	0.07446
T(9) =	0.04467
T(10) =	0.01489



$uv(x, y=0, z', \Delta t = \delta / U_c)$

T(1) =	0.15607
T(2) =	0.13965
T(3) =	0.12322
T(4) =	0.10679
T(5) =	0.09036
T(6) =	0.07393
T(7) =	0.05750
T(8) =	0.04107
T(9) =	0.02464
T(10) =	0.00821

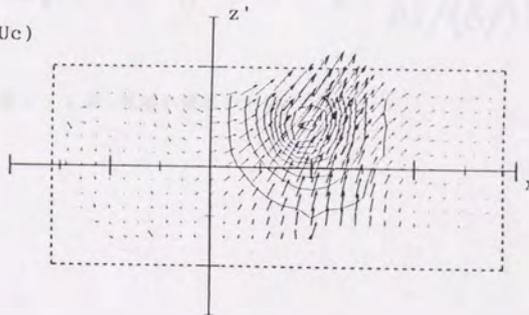


図 4-28b E 1 による構造の時間変化

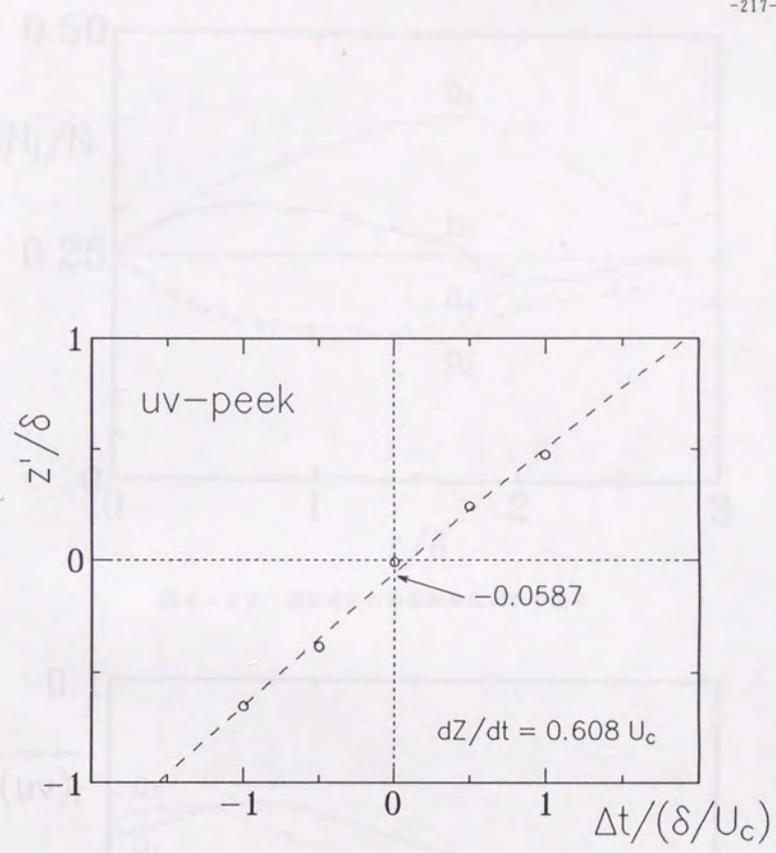


図4-29 組織的構造の対流

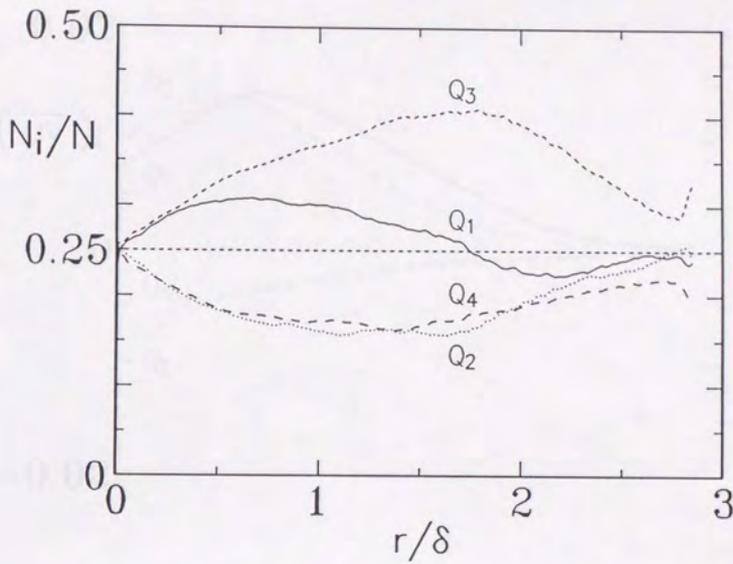


図4-30 速度変動の象限別発生割合の分布

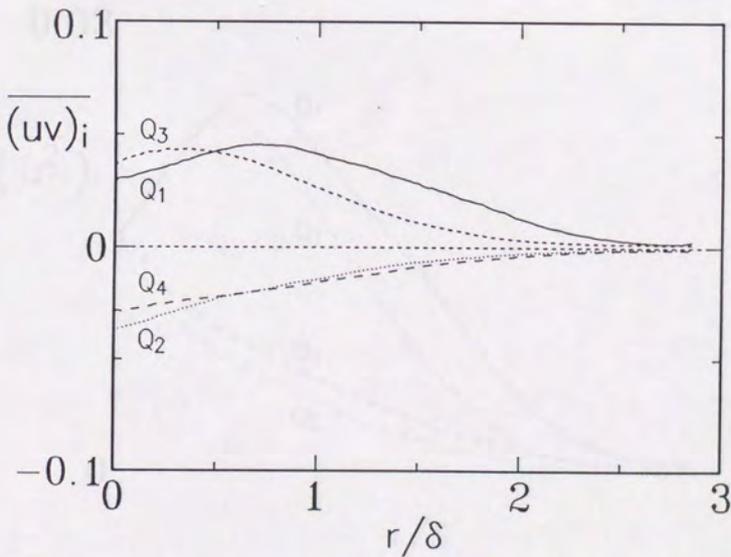


図4-31 1事象当りのレイノルズ応力の象限別分布

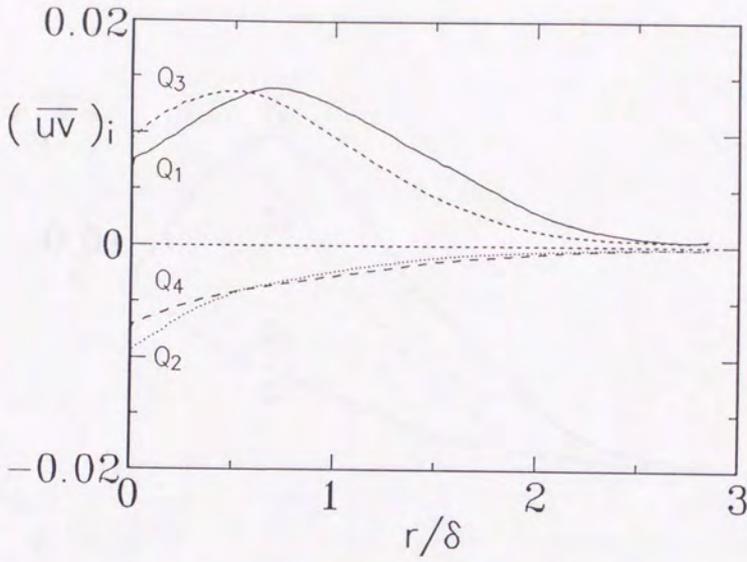


図4-32 レイノルズ応力の象限別分布

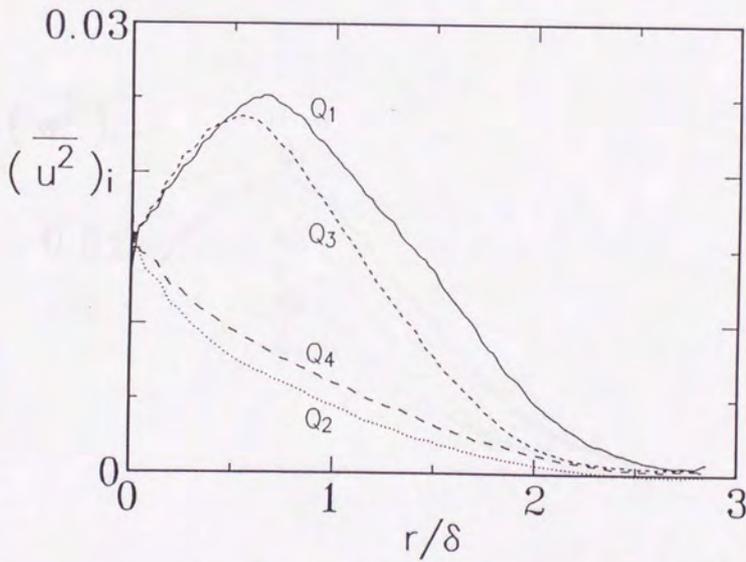


図4-33 軸方向垂直応力の象限別分布

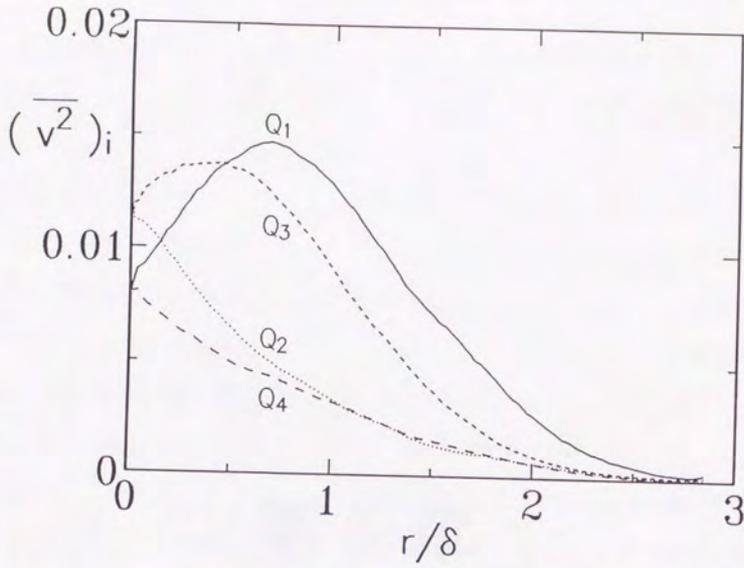


図4-34 半径方向垂直応力の象限別分布

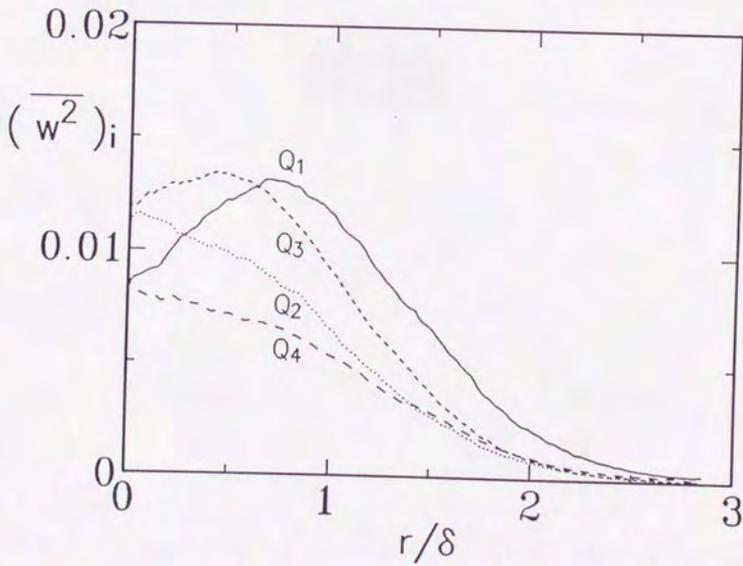


図4-35 周方向垂直応力の象限別分布

第 5 章

結論

本論文は、軸対称自由噴流の自己保存領域に存在する組織的乱流構造の詳細を明らかにすることを目的として行った三次元画像処理流速計による乱流計測に基づく実験的研究をまとめたものである。

本研究では、乱流計測手法としての有効性が十分に確認された三次元画像処理流速計に、さらに改良を加え、高解像度化したものを用いた。実験水槽内に実現した軸対称自由噴流の自己保存領域において、三次元画像処理流速計を用いて乱流計測を行い、速度ベクトルの空間分布に関する時系列データベースを構築した。得られたデータベースを基に、4次までの全ての速度相関を含む、種々の乱流統計量の詳細な分布を得た。さらに、得られた統計量の分布から、全ての乱流応力の輸送方程式中の各項の分布を求め、乱流輸送機構の詳細を明らかにした。また、流れ場の広い範囲にわたって、速度二点相関関数の全ての成分の分布を求め、LSE法に基づき、軸対称自由噴流の自己保存領域における組織的乱流構造を抽出した。得られた組織的構造及びその乱流輸送現象との関係の詳細を明らかにし、さらにその時間的变化を調べた。また、四象限分類法によって、速度変動の向きの違いによる乱流輸送現象の差異を明らかにした。

以下、本研究において得られた主な結論を、乱流統計量及び組織的乱流構造のそれぞれについて、具体的に列挙する。

(乱流統計量)

・二次までの全ての速度相関に対して、自己保存則が成立し、軸対称条件を満足することを確認した。

・軸方向平均速度分布 U が、ガウス分布を変形した分布でよく近似されることを示した。

・半径方向平均速度分布 V が、連続の式と軸方向平均速度分布 U から計算される結果と良く一致することを示し、本測定の健全性を確認した。

・各方向の速度変動の rms 値の分布において、軸方向成分 $\sqrt{\overline{u^2}}$ が他の成分に比べて全般に大きい値をとること、半径方向成分 $\sqrt{\overline{v^2}}$ と周方向成分 $\sqrt{\overline{w^2}}$ は、中心付近及び周辺領域でほぼ等しい値となるが、 $\sqrt{\overline{w^2}}$ は $r/\delta = 0.5$ で最大となることを示した。

・レイノルズ応力 \overline{uv} の分布が、運動量式と軸方向平均速度分布 U から計算される結果と良く一致することを示し、その際、垂直応力 $\overline{u^2} - \overline{v^2}$ を無視できないことを示した。

・周方向成分に関して奇数次の統計量の全てが、軸対称条件を満足し、ほぼ 0 となることを確認した。

・速度変動の歪み度及び平坦度の分布から、噴流の外側に行くに従って、速度変動がより間欠的になり、特に、高速の流体が外側に向かう運動が強くなることを示した。

・乱流応力テンソルの不変量の分布を求め、流れ場の全域で、乱流応力状態が、等方的に近いほぼ軸対称膨張の状態にあることを示した。

・乱流エネルギー k の収支において、噴流の外側の領域においては、生成項と散逸項がほぼ釣り合うこと、中心付近においては、垂直応力による生成が利得となること、乱流拡散は、乱流エネルギーの大きい領域で損失となり、その周囲で利得となることを示した。また、従来の測定結果と比較して、本測定結果は生成項が大きく、対流項と乱流拡散項が小さい分布となった。

・レイノルズ応力 \overline{uv} の収支において、流れ場のほぼ全域において、生成項と圧力歪項が支配的で、ほぼ釣り合う分布となることを示した。

・各方向垂直応力の収支における各項の分布から、主流からのエネルギーが、まずレイノルズ応力 \overline{uv} を介して、軸方向垂直応力 $\overline{u^2}$ に伝えられ、そこから圧力歪項を介して、半径方向垂直応力 $\overline{v^2}$ 及び周方向垂直応力 $\overline{w^2}$ に再分配され、各方向垂直応力において散逸されることを示した。

・ $\overline{w^2}$ の圧力歪項は、常に $\overline{v^2}$ のそれよりも大きく、中心軸上以外の場所で最大となり、その大小関係は、速度変動の rms 値のそれと同様の傾向であることを示した。

(組織的乱流構造)

・ $r = \delta$ における各方向速度成分間の結合確率密度関数の分布において、軸方向成分 u と半径方向成分 v の間に強い正の相関があること、周方向成分 w の正負は他の成分の分布にほとんど影響していないこと、低速の流体が内側に向かう運動は、発生頻度及びレイノルズ応力への貢献とも大きいこと、高速の流体が外側に向かう運動は、発生頻度は低いが、個々の運動が非常に大きいレイノルズ応力を伴うことを示した。

・ $r = \delta$ における速度変動の角度の確率密度関数の分布において、低速の流体が内側に向かう運動と、高速の流体が外側に向かう運動が、発生頻度及びレイノルズ応力への貢献とも大きいことを示した。

・速度二点相関関数の各成分の三次元分布において、条件点が中心軸上にある場合以外は、

条件点位置によらず、ほぼ類似の分布となること、相関の周方向への広がりが小さいこと、流れ方向に対して傾いた方向性を持つこと、条件点が中心軸上にある場合の相関の分布は、流れ方向に異方性を有することを示した。

・LSE法によって、種々の条件における組織的乱流構造を抽出し、軸対称自由噴流の自己保存領域における組織的乱流構造の基本的な形状が、条件ベクトルを取り巻く渦輪状の構造であることを示した。

・ $r = \delta$ においてレイノルズ応力への貢献が特に大きい運動を条件ベクトルとして与えた場合に抽出される組織的乱流構造が、流れ方向に対して 121° の角度を成すこと、その渦輪状の構造が、中心軸を含む面内で条件ベクトルと直交する方向に引き伸ばされた形状となっていること、そのため、構造の周方向への広がりが小さく、周方向側方の回転運動が特に強くなっていることを示した。

・本研究で得られた組織的乱流構造においては、従来の研究において示された中心軸を取り巻く螺旋状の運動は見られないことを示した。

・組織的構造に関連したレイノルズ応力 uv 及び乱流エネルギー k の分布から、組織的構造が周方向速度変動の発生と密接な関係にあることを示した。

・組織的構造の時間変化を追跡し、渦輪状の構造が、その形状を変化させることなく、流れ方向にほぼ一定の速度で対流していること、その速度は、 $r = \delta$ においては平均中心速度の0.608倍であることを示した。

・四象限分類法によって、噴流の外側の領域では、高速の流体が外側に向かう運動は、低

速の流体が内側に向かう運動に比べて、発生頻度は低い、一事象当りのレイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ 及びレイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ への貢献度ともに大きいこと、レイノルズ応力に負の貢献を成す運動は、発生頻度及びレイノルズ応力への貢献度とも小さいことを示した。

・四象限分類した各方向垂直応力の分布において、噴流の外側の領域では、各成分ともレイノルズ応力 $\overline{u'v'}$ に正の貢献を成す運動による貢献が卓越していること、中心付近では、軸方向成分 $\overline{u'^2}$ は等方的となるものの、半径方向成分 $\overline{v'^2}$ 及び周方向成分 $\overline{w'^2}$ に対しては、低速の流体による貢献が大きく、中心付近での半径方向の乱流混合が、主に巻き込まれた周囲の低速の流体によって行われていることを示した。

謝辞

本研究は、東京大学大学院工学系研究科博士課程在籍中に行った研究を、宇都宮大学工学部においてまとめたものである。本研究の遂行、並びに本論文の執筆にあたり、終始懇切なる御指導、御鞭撻を賜りました東京大学工学部教授笠木伸英先生に心より感謝致します。また、本論文の執筆にあたり、最高の環境を与えて下さった上に、叱咤激励して下さいました宇都宮大学工学部教授秋山光庸先生に心より謝意を表します。

論文のまとめにあたり、貴重な御助言、御教示を頂きました東京大学工学部教授小竹進先生、東京大学生産技術研究所教授小林敏雄先生、東京大学工学部助教授松本洋一郎先生、荒川忠一先生に謹んで感謝致します。

東京大学並びに東京大学大学院在籍中、終始暖かい御指導を賜るとともに、最高の研究環境を与えて下さいました東京大学工学部教授平田賢先生に深く感謝致します。また、研究室では、東京大学工学部助手宮下秀三氏、亀井秀也氏、現帝京大学助教授小幡輝夫先生には、いろいろとお世話になり、感謝致します。

宇都宮大学工学部においては、宇都宮大学工学部助教授杉山均先生、浦井勇技官には、大変お世話になりました。ここに、深謝致します。

三次元画像処理流速計に関しては、現横浜国立大学工学部講師西野耕一先生、東京大学大学院佐田豊氏の多大な御協力と有益な御討論を頂き、衷心より感謝致します。

実験装置の製作には、東京大学工学部機械工学科実験所高山孝技官、柏崎誠技官、中村利雅技官、森田明技官、渡辺清技官、中根茂技官の御協力を頂いた。また、文献の検索には、東京大学工学部機械工学科図書室大浪美雪事務官、滝澤正順事務官の御助力を頂いた。ここに、深く感謝の意を表します。

東京大学では、西野耕一先生、現北海道大学工学部講師黒田明慈先生、東京大学大学院鈴木雄二氏、佐田豊氏、鹿園直毅氏、現東京大学大学院善本英夫氏をはじめとする多くの方々の貴重な御助言、御討論、並びに多くの御協力を頂き、深く感謝致します。

また、本研究は、日本学術振興会より特別研究員の研究奨励金の支給を受けて行われた。

ここに、記して謝意を表する。

最後に、妻晶子の応援と、長男大の笑顔に心から感謝致します。

参考文献

- Abramovich, G. N., 1963, "The theory of turbulent jets", M.I.T. Press, Cambridge.
- Abraham, G., 1965, "Entrainment principle and its restrictions to solve problems of jets", J. Hydr. Res., Vol. 3, No. 2, pp. 1-23.
- Adler, D., Menn, A., & Kalekin, E., 1985, "Measurement of mean velocities, velocity fluctuations and Reynolds stresses in a turbulent jet with a modified laser interferometric technique", J. Phys. E. Sci. Instrum., Vol. 19, pp. 474-479.
- Adrian, R. J., 1975, "On the role of conditional averages in turbulence theory", Turbulence in liquids, Science Press, pp. 323-332.
- Adrian, R. J., 1978, "Structural information obtained from analysis using conditional vector events: A potential tool for the study of coherent structures", Coherent Structure of Turbulent Boundary Layers, eds. Smith, C. R., & Abbott, D. E., AFOSR/Lehigh, pp. 416-421.
- Adrian, R. J., 1979, "Conditional eddies in isotropic turbulence", Phys. Fluids, Vol. 22, No. 11, pp. 2065-2070.
- Ahmed, S. A., Nejad, A. S., & Craig, R. R., 1988, "A near field study of a turbulent free jet, including the effects of velocity bias", 11th Symp. on Turbulence, Univ. Missouri-Rolla, A4.
- Antonia, R. A., & Bilger, R. W., 1973, "An experimental investigation of an axisymmetric jet in a co-flowing air stream", J. Fluid Mech., Vol. 61, pp. 805-822.
- Antonia, R. A., & Bilger, R. W., 1976, "The heated jet in a coflowing air stream", AIAA J., Vol. 14, No. 11, pp. 1541-1547.
- Antonia, R. A., Browne, L. W. B., & Chambers, A. J., 1984, "On the spectrum of the transverse derivative of the streamwise velocity in a turbulent flow", Phys. Fluids, Vol. 27, No. 11, pp. 2628-2631.
- Antonia, R. A., Chambers, A. J., & Hussain, A. K. M. F., 1980, "Errors in simultaneous measurements of temperature and velocity in the outer part of a jet", Phys. Fluids, Vol. 23, No. 5, pp. 871-874.
- Antonia, R. A., Prabhu, A., & Stephenson, S. E., 1975, "Conditionally sampled measurements in a heated turbulent jet", J. Fluid Mech., Vol. 72, pp. 455-480.
- Bashir, J., & Uberoi, M. S., 1975, "Experiments on turbulent structure and heat transfer in a two-dimensional jet", Phys. Fluids, Vol. 18, No. 4, pp. 405-410.

Batchelor, G. K., 1953, "The theory of homogeneous turbulence", Cambridge University Press, New York.

Becker, H. A., Hottel, H. C., & Williams, G. C., 1967, "The nozzle-fluid concentration field of the round turbulent, free jet", J. Fluid Mech., Vol. 30, pp. 285-303.

Berman, N. S., & Tan, H., 1985, "Two-component laser doppler velocimeter studies of submerged jets of dilute polymer solutions", AIChE J., Vol. 31, No. 2, pp. 208-215.

Birch, A. D., Brown, D. R., Dodson, M. G., & Thomas, J. R., 1978, "The turbulent concentration field of a methane jet", J. Fluid Mech., Vol. 88, pp. 431-449.

Bradbury, L. J. S., 1965, "The structure of a self-preserving turbulent plane jet", J. Fluid Mech., Vol. 23, pp. 31-64.

Bradbury, L. J. S., 1967, "Simple expressions for the spread of turbulent jets", Aero. Quart., Vol. 18, pp. 133-142.

Bradbury, L. J. S., & Riley, J., 1967, "The spread of a turbulent plane jet issuing into a parallel moving airstream", J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 381-394.

Brown, G. L., & Roshko, A., 1974, "On density effects and large structure in turbulent mixing layers", J. Fluid Mech., Vol. 64, pp. 775-816.

Browne, L. W. B., Antonia, R. A., & Chua, L. P., 1989a, "Calibration of X-probes for turbulent flow measurements", Exp. Fluids, Vol. 7, pp. 201-208.

Bush, W. B., & Krishnamurthy, L., 1990, "Asymptotic analysis of the fully developed region of an incompressible, free, turbulent, round jet", J. Fluid Mech., Vol. 223, pp. 93-111.

Cantwell, B. J., 1981, "Organized motion in turbulent flow", Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 457-515.

Capp, S. P., 1983, "Experimental investigation of the turbulent axisymmetric jet", Ph.D. Dissertation, SUNY at Buffalo.

Champagne, F. H., 1978, "The fine-scale structure of the turbulent velocity field", J. Fluid Mech., Vol. 86, pp. 67-108.

Chang, T. P., & Tatterson, G. B., 1983, "An automated analysis method for complex three dimensional mean flow fields", Proc. 3rd Int. Symp. on Flow Visualization, pp. 266-273.

Chang, T. P., Watson, A. T., & Tatterson, G. B., 1985a, "Image processing of

tracer particle motions as applied to mixing and turbulent flow-I: The technique", Chem. Eng. Sci., Vol. 40, No. 2, pp. 269-275.

Chang, T. P., Watson, A. T., & Tatterson, G. B., 1985b, "Image processing of tracer particle motions as applied to mixing and turbulent flow-II: Results and discussion", Chem. Eng. Sci., Vol. 40, No. 2, pp. 277-285.

Chang, T. P., Wilcox, N. A., & Tatterson, G. B., 1984, "Application of image processing to the analysis of three-dimensional flow fields", Optical Eng., Vol. 23, No. 3, pp. 283-287.

Chao, Y. C., Han, J. M., & Jeng, M. S., 1990, "A quantitative laser sheet image processing method for the study of the coherent structure of a circular jet flow", Exp. Fluids, Vol. 9, pp. 323-332.

Chevray, R., & Tutu, N. K., 1978, "Intermittency and preferential transport of heat in a round jet", J. Fluid Mech., Vol. 88, pp. 133-180.

Chua, L. P., & Antonia, R. A., 1986, "The turbulent interaction region of a circular jet", Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 13, pp. 545-558.

Chua, L. P., & Antonia, R. A., 1989, "Flow reversal and intermittency of a turbulent jet", AIAA J., Vol. 27, No. 11, pp. 1494-1499.

Chua, L. P., & Antonia, R. A., 1990, "Turbulent Prandtl number in a circular jet", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, No. 2, pp. 331-339.

Corrsin, S., & Kistler, A. L., 1955, "Free-stream boundaries of turbulent flows", NACA Report 1244.

Corrsin, S., & Uberoi, M. S., 1949, "Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent air jet", NACA Tech. Note, No. 1865.

Corrsin, S., & Uberoi, M. S., 1950, "Further experiments on the flow and heat transfer in a heated turbulent air jet", NACA Tech. Rep. 998, pp. 859-875.

Dahm, W. J. A., & Dimotakis, P. E., 1987, "Measurements of entrainment and mixing in turbulent jets", AIAA J., Vol. 25, No. 9, pp. 1216-1223.

Davies, P. O. A. L., & Yule, A. J., 1975, "Coherent structures in turbulence", J. Fluid Mech., Vol. 69, pp. 513-537.

Dimotakis, P. E., Miake-Lye, R. C., & Papantoniou, D. A., 1983, "Structure and dynamics of round turbulent jets", Phys. Fluids, Vol. 26, No. 11, pp. 3185-3192.

Drubka, R. E., Reischel, P., & Nagib, H. M., 1989, "The dynamics of flow initial disturbance turbulent jets", Phys. Fluids A, Vol. 1, No. 10, pp. 1723-1735.

- Elsner, J. W., & Drobnik, S., 1983, "Turbulence structure in swirling jets", Proc. IUTAM Symp. Marseille, 1982, Structure of Complex Turbulent Shear Flow, eds. Dumas, R., & Fulachier, L., Springer, p. 219.
- Elsner, J. W., & Kurzak, L., 1987, "Characteristics of turbulent flow in slightly heated free swirling jets", J. Fluid Mech., Vol. 180, pp. 147-169.
- Elsner, J. W., & Kurzak, L., 1989, "Semi-preserving development of a slightly heated free swirling jet", J. Fluid Mech., Vol. 199, pp. 237-255.
- Everitt, K. W., & Robins, A. G., 1978, "The development and structure of turbulent plane jets", J. Fluid Mech., Vol. 88, pp. 563-583.
- Everson, R., Sirovich, L., & Sreenivasan, K. R., 1990, "Wavelet analysis of the turbulent jet", Physics Letters A, Vol. 145, No. 6-7, pp. 314-322.
- Farrashkhalvat, M., & Miles, J. P., 1990, "Tensor methods for engineers", Ellis Horwood, New York.
- George, W. K., Capp, S. P., Seif, A. A., Baker, C. B., & Taulbee, D. B., 1983, "A study of the turbulent axisymmetric jet", 2nd Asian Conference, Beijing.
- Goldschmidt, V. W., & Bradshaw, P., 1973, "Flapping of a plane jet", Phys. Fluids, Vol. 16, No. 3, pp. 354-355.
- Goldschmidt, V. W., Moallemi, M. K., & Oler, J. W., 1983, "Structures and flow reversal in turbulent plane jets", Phys. Fluids, Vol. 26, No. 2, pp. 428-432.
- Grinstein, F. F., Oran, E. S., & Boris, J. P., 1987, "Direct numerical simulation of axisymmetric jets", AIAA J., Vol. 25, No. 1, pp. 92-98.
- Gutmark, E., & Ho, C.-M., 1983, "Preferred modes and the spreading rates of jets", Phys. Fluids, Vol. 26, No. 10, pp. 2932-2938.
- Gutmark, E., Parr, T. P., Hanson-Parr, D. M., & Schadow, K. C., 1990, "Coherent and random structure in reacting jets", Exp. Fluids, Vol. 10, pp. 147-156.
- Gutmark, E., & Wignanski, I., 1976, "The planar turbulent jet", J. Fluid Mech., Vol. 73, pp. 465-495.
- Heskestad, G., 1965a, "Hot-wire measurements in a plane turbulent jet", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 32, pp. 721-734.
- Heskestad, G., 1965b, "A generalized Taylor hypothesis with application for high Reynolds number turbulent shear flows", Trans. ASME, J. Appl. Mech., Vol. 32, pp. 735-739.
- Hirata, M., Tanaka, H., Kawamura, H., & Kasagi, N., 1982, "Heat transfer in

turbulent flows". Proc. 7th Int'l Heat Transfer Conf., Vol. 1, Hemisphere, pp. 31-57.

Hitchman, G. J., Strong, A. B., Slawson, P. R., & Ray, G. D., 1991, "Turbulent plane jet with and without confining end walls", AIAA J., Vol. 28, No. 10, pp. 1699-1700.

Hjelmfelt, A. T., & Mockros, L. F., 1966, "Motion of discrete particles in a turbulent fluid", Appl. Sci. Res., Vol. 16, pp. 149-161.

Hussain, F., & Husain, H. S., 1989, "Elliptic jets. Part 1. Characteristics of unexcited and excited jets", J. Fluid Mech., Vol. 208, pp. 257-320.

Hussain, A. K. M. F., & Zaman, K. B. M. Q., 1980, "Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation. Part 2. Coherent structure dynamics", J. Fluid Mech., Vol. 101, pp. 493-544.

Hussein, H. J., & George, W. K., 1989, "Measurement of small scale turbulence in an axisymmetric jet using moving hot-wires", 7th Turbulent Shear Flows, Stanford, 30.2.

市田 & 吉本, 1979, "スプライン関数とその応用", 教育出版.

伊藤, 1989, "三次元画像処理流速計によるステップ後方剥離乱流に関する研究", 東京大学修士論文

伊藤 & 笠木, 1989, "三次元画像処理流速計によるステップ後方剥離再付着乱流の計測", 流れの可視化, Vol. 9, No. 34, pp. 245-248.

Jenkins, P. E., & Goldschmidt, V. W., 1973, "Mean temperature and velocity in a plane turbulent jet", Trans. ASME, J. Fluids Eng., pp. 581-584.

笠木, 二宮 & 平田, 1988a, "デジタル画像処理による軸対称自由噴流の三次元乱流計測", 流れの可視化, Vol. 8, No. 30, pp. 283-288.

笠木, 二宮 & 平田, 1988b, "デジタル画像処理による軸対称自由噴流の三次元乱流計測", 第20回乱流シンポジウム講演論文集, pp. 204-210.

Kasagi, N., Ninomiya, N., & Hirata, M., 1988, "Three-Dimensional velocity measurement of a turbulent jet by digital image processing", Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, eds. Shah, R. K., Ganic, E. N., & Yang, K. T., Elsevier, pp. 1502-1509.

笠木, 平田, 西野, 二宮 & 小泉, 1987, "画像処理による流れ場の三次元計測", 流れの可視化, Vol. 7, No. 26, pp. 283-288.

河原, 1990, "剥離再付着乱流における乱れの統計量に関する研究", 東京大学修士論文

Kerstein, A. R., 1991, "Scaling properties of the viscous-convective scalar

spectral subrange in turbulent jets", *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 7, pp. 1832-1834.

Kim, J., Moin, P., & Moser, R., 1987, "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133-166.

Kiser, K. M., 1963, "Material and momentum transport in axisymmetric turbulent jets of water", *AIChE J.*, Vol. 9, No. 3, pp. 386-390.

小泉, 1986, "デジタル画像処理による流れの三次元測定に関する基礎研究", 東京大学卒業論文

Komori, S., & Ueda, H., 1984, "Turbulent effects on the chemical reaction for a jet in a nonturbulent stream and for a plume in a grid-generated turbulence", *Phys. Fluids*, Vol. 27, No. 1, pp. 77-86.

Komori, S., & Ueda, H., 1985a, "The large-scale coherent structure in the intermittent region of the self-preserving round free jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 152, pp. 337-359.

Kristmanson, D., & Danckwerts, P. V., 1961, "Studies in turbulent mixing - I (Dilution of a jet)", *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 16, No. 3-4, pp. 267-277.

Kuhlman, J. M., 1987, "Variation of entrainment in annular jets", *AIAA J.*, Vol. 25, No. 3, pp. 373-379.

Kuroda, C., & Ogawa, K., 1987, "Static pressure-velocity field in a turbulent jet", *AIChE J.*, Vol. 33, No. 3, pp. 519-523.

Lau, J. C., Morris, P. J., & Fischer, M. J., 1979, "Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter", *J. Fluid Mech.*, Vol. 93, pp. 1-27.

Laufer, J., 1975, "New trends in experimental turbulence research", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 7, pp. 306-326.

Lauder, B. E., Morse, A., Rodi, W., & Spalding, D. B., 1972, "Prediction of free shear flows - A comparison of the performance of six turbulence models", NASA SP-321.

Lemieux, G. P., & Oosthuizen, P. H., 1985, "Experimental study of the behavior of plane turbulent jets at low Reynolds numbers", *AIAA J.*, Vol. 23, No. 12, pp. 1845-1846.

Liepmann, D., 1991, "Streamwise vorticity and entrainment in the near field of a round jet", *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 5, pp. 1179-1185.

Lin, Y. E., & Sheu, M. J., 1990, "Investigation of two plane parallel turbulent jets", *Exp. Fluids*, Vol. 10, pp. 17-22.

- Mankbadi, R. R., 1991, "Multifrequency excited jets", *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 4, pp. 595-605.
- Mansour, N. N., Kim, J., & Moin, P., 1988, "Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow", *J. Fluid Mech.*, Vol. 194, pp. 15-44.
- Mehta, R. D., & Bradshaw, P., 1979, "Design rules for small low speed wind tunnels", *Aero. J.*, Vol. 83, No. 827, pp. 443-449.
- Mih, W. C., 1988, "Equations for the Reynolds shear stress distributions of jet flow", 11th Symp. on Turbulence, Univ. Missouri-Rolla, A6.
- Mih, W. C., & Hoopes, A., 1972, "Mean and turbulent velocities for plane jet", *J. Hydr. Div., ASCE*, HY 7, July, pp. 1275-1294.
- Miller, P. L., & Dimotakis, P. E., 1991a, "Reynolds number dependence of scalar fluctuations in a high Schmidt number turbulent jet", *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 5, pp. 1156-1163.
- Miller, P. L., & Dimotakis, P. E., 1991b, "Stochastic geometric properties of scalar interfaces in turbulent jets", *Phys. Fluids A*, Vol. 3, No. 1, pp. 168-177.
- Morel, T., 1975, "Comprehensive design of axisymmetric wind tunnel contractions", *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 97, pp. 225-233.
- Moser, R. D., & Moin, P., 1984, "Direct numerical simulation of curved turbulent channel flow", NASA TM-85974.
- Mumford, J. C., 1973, "Some properties of the plane turbulent jet", Ph.D. dissertation, Univ. of Cambridge.
- Mumford, J. C., 1982, "The structure of the large eddies in fully developed turbulent shear flows. Part 1. The plane jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 118, pp. 241-268.
- 村井, 奥田 & 中村, 1981, "非測定用カメラを用いた解析的写真測量に関する研究", 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 29, NO. 6, pp. 1-15.
- 中嶋, 1990, "三次元画像処理流速計の高解像度化に関する研究", 東京大学卒業論文
- Namer, I., & Ötügen, M. V., 1988, "Velocity measurements in a plane turbulent air jet at moderate Reynolds number", *Exp. Fluids*, Vol. 6, pp. 387-399.
- 西野, 1989, "三次元画像処理流速計を用いた壁面乱流の準秩序構造に関する研究", 東京大学博士論文.
- 西野 & 笠木, 1989, "三次元画像処理流速計による二次元チャネル乱流の計測", 流れの

可視化, Vol. 9, No. 34, pp. 241-244.

Nishino, K., & Kasagi, N., 1989, "Turbulence statistics measurement in a two-dimensional channel flow using a three-dimensional particle tracking velocimeter", Proc. 7th Symp. on Turbulent Shear Flows, Stanford, pp. 22.1.1-22.1.6.

西野 & 笠木, 1990, "三次元画像処理流速計による二次元チャンネル乱流の乱流統計量の測定", 日本機械学会論文集 (B編), 56巻, 525号, pp. 1388-1347.

西野, 笠木 & 平田, 1988a, "デジタル画像処理に基づく乱流の三次元計測手法の開発", 第2回乱流シンポジウム講演論文集, pp. 211-216.

Nishino, K., Kasagi, N., & Hirata, M., 1989, "Three-dimensional particle tracking velocimetry based on automated digital image processing", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 111, pp. 384-391.

西野, 笠木, 平田 & 佐田, 1989, "画像処理に基づく流れの三次元計測に関する研究", 日本機械学会論文集 (B編), 55巻, 510号, pp. 404-412.

西野, 笠木, 平田 & 佐田, 1988b, "画像処理に基づく乱流三次元計測システムの開発", 流れの可視化, Vol. 8, No. 30, pp. 277-282.

二宮, 1988, "デジタル画像処理による軸対称噴流の乱流計測に関する研究", 東京大学修士論文

二宮 & 笠木, 1990, "三次元画像処理流速計による軸対称自由噴流の乱流計測", 日本機械学会第67期通常総会講演会講演論文集, Vol. B, pp. 52-54.

Obot, N. T., Trabold, T. A., Graska, M. L., & Gandhi, P., 1986, "Velocity and temperature fields in turbulent jets issuing from sharp-edged inlet round nozzles", Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 25, pp. 425-433.

Oler, J. W., & Goldschmidt, V. W., 1981, "Coherent structures in the similarity region of two-dimensional turbulent jets", 3rd Turbulent Shear Flows, Davis, 11.1.

Oler, J. W., & Goldschmidt, V. W., 1984, "Coherent structures in the similarity region of two-dimensional turbulent jets", Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 106, pp. 187-192.

Ötügen, M. V., & Namer, I., 1988, "Rayleigh scattering temperature measurements in a plane turbulent air jet at moderate Reynolds numbers", Exp. Fluids, Vol. 6, pp. 461-466.

Park, S. O., & Rew, H. S., 1991, "Turbulence measurements in a merged jet from two opposing curved wall jets", Exp. Fluids, Vol. 10, pp. 241-250.

Parthasarathy, R. N., & Faeth, G. M., 1987, "Structure of particle-laden

- turbulent water jets in still water", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 13, No. 5, pp. 699-716.
- Petersen, R. A., & Samet, M. M., 1988, "On the preferred mode of jet instability", *J. Fluid Mech.*, Vol. 194, pp. 153-173.
- Pitts, W. M., 1991a, "Effects of global density ratio on the centerline mixing behavior of axisymmetric turbulent jets", *Exp. Fluids*, Vol. 11, pp. 125-134.
- Pitts, W. M., 1991b, "Reynolds number effects on the mixing behavior of axisymmetric turbulent jets", *Exp. Fluids*, Vol. 11, pp. 135-141.
- Prandtl, L., 1925, "Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz", *Z. Angew. Math. Mech.*, Bd. 5, Heft 2, pp. 136-139.
- Pratte, B. D., & Keffer, J. F., 1972, "The swirling turbulent jet", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 94, pp. 739-748.
- Quinn, W. R., 1991, "Passive near-field mixing enhancement in rectangular jet flows", *AIAA J.*, Vol. 29, No. 4, pp. 515-519.
- Quinn, W. R., Pollard, A., & Marsters, G. F., 1985, "Mean velocity and static pressure distributions in a three-dimensional turbulent free jet", *AIAA J.*, Vol. 23, No. 6, pp. 971-943.
- Raman, G., Zaman, K. B. M. Q., & Rice, E. J., 1989, "Initial turbulence effect on jet evolution with and without tonal excitation", *Phys. Fluids A*, Vol. 1, No. 7, pp. 1240-1248.
- Ramaprian, B. R., & Chandrasekhara, M. S., 1986, "LDA measurements in plane turbulent jets", *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 107, pp. 264-271.
- Reed Jr., X. B., Spiegel, L., & Hartland, S., 1977, "Some measurements of spatial correlations in an axisymmetric turbulent jet", *1st Turbulent Shear Flows*, Penn. State Univ., pp. 2.23-2.32.
- Ribeiro, M. M., & Whitelaw, J. H., 1975, "Statistical characteristics of a turbulent jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 1-15.
- Ricou, F. P., & Spalding, D. B., 1961, "Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets", *J. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp. 21-32.
- Rodi, W., 1972, "The prediction of free turbulent boundary layers by use of a two-equation model of turbulence", Ph.D. Thesis, Univ. of London.
- Rodi, W., 1975a, "A new method of analysing hot-wire signals in highly turbulent flow, and its evaluation in a round jet", *DISA Info.*, No. 17, pp. 9-18.

- Rodi, W., 1975b, "A review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layers", *Studies in Convection, Theory, Measurement and Applications*, Vol. 1, ed. Launder, B. E., Academic Press, 1975, pp. 79-165.
- Roshko, A., 1976, "Structure of turbulent shear flows: a new look", *AIAA J.*, Vol. 14, pp. 1349-1357.
- Sami, S., 1967, "Balance of turbulence energy in the region of jet-flow establishment", *J. Fluid Mech.*, Vol. 29, pp. 81-92.
- Sami, S., Carmody, T., & Rouse, H., 1967, "Jet diffusion in the region of flow establishment", *J. Fluid Mech.*, Vol. 27, pp. 231-252.
- 佐田, 1987, "デジタル画像処理による乱流計測の基礎的研究", 東京大学卒業論文
- 佐田, 1990, "固液及び気液界面近傍の乱れに関する研究", 東京大学修士論文
- 佐田, 笠木 & 善本, 1991, "3次元画像処理流速計におけるトレーサ粒子の多時刻追跡法の評価", *可視化情報*, Vol. 11 Suppl., No. 1, pp. 197-200.
- 佐田, 西野 & 笠木, 1989, "画像処理流速計におけるトレーサ三次元追跡手法に関する研究", *流れの可視化*, Vol. 9, No. 34, pp. 237-240.
- Sata, Y., Nishino, K., & Kasagi, N., 1989, "Whole field measurement of turbulent flows using a three-dimensional particle tracking velocimeter", *Proc. 5th Int'l Symp. on Flow Visualization*, Prague, pp. 248-253.
- Schadow, K. C., Gutmark, E., & Wilson, K. J., 1990, "Compressible spreading rates of supersonic coaxial jets", *Exp. Fluids*, Vol. 10, pp. 161-167.
- Schefer, R. W., Hartmann, V., & Dibble, R. W., 1987, "Conditional sampling of velocity in a turbulent nonpremixed propane jet", *AIAA J.*, Vol. 25, No. 10, pp. 1318-1330.
- Sheu, Y. H. E., Chang, T. P. K., Tatterson, G. B., & Dickey, D. S., 1982, "A three-dimensional measurement technique for turbulent flows", *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 17, pp. 67-83.
- Shlien, D. J., 1987, "Observations of dispersion of entrained fluid in the self-preserving region of a turbulent jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 183, pp. 163-173.
- Sreenivasan, K. R., 1984, "The azimuthal corrections of velocity and temperature fluctuations in a axisymmetric jet", *Phys. Fluids*, Vol. 27, No. 4, pp. 867-875.
- Sreenivasan, K. R., Antonia, R. A., & Britz, D., 1979, "Local isotropy and large structures in a heated turbulent jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 94, pp. 745-775.

- Stärner, S. H., & Bilger, R. W., 1987, "Some budgets of turbulent stresses in round jets and diffusion flames", *Combust. Sci. and Tech.*, Vol. 51, pp. 377-398.
- Tanaka, Y., 1986, "Structure of a pulse jet (2nd report, energy balance in a transient zone)", *Bulletin of JSME*, Vol. 29, No. 254, pp. 2476-2481.
- Taulbee, D. B., Hussein, H., & Capp, S., 1987, "The round jet: experiment and inferences on turbulence modeling", the 6th Turbulent Shear Flows, Toulouse, 10, 5.
- Tchen, C. M., 1947, "Mean values and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid", Ph.D. Thesis, Delft.
- Thomas, F. O., & Brehob, E. G., 1986, "An investigation of large-scale structure in the similarity region of a two-dimensional turbulent jet", *Phys. Fluids*, Vol. 29, No. 6, pp. 1788-1795.
- Thomas, F. O., & Goldschmidt, V. W., 1985, "Acoustically induced enhancement of widening and fluctuation intensity in a two-dimensional turbulent jet", *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 108, pp. 331-337.
- Thomas, F. O., & Goldschmidt, V. W., 1986, "Structural characteristics of a developing turbulent planar jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 163, pp. 227-256.
- Tso, J., & Hussain, F., 1989, "Organized motions in a fully developed turbulent axisymmetric jet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 203, pp. 425-448.
- Tso, J., Kovaszny, L. S. G., & Hussain, A. K. M. F., 1980, "Search for large-scale coherent structures in the nearly self-preserving region of a turbulent axisymmetric jet", *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 503-508.
- Tucker, H. J., & Islam, S. M. N., 1986, "Development of axisymmetric laminar to turbulent free jets from initially parabolic profiles", *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 108, pp. 321-324.
- Tung, T. C., & Adrian, R. J., 1980, "Higher-order estimates of conditional eddies in isotropic turbulence", *Phys. Fluids*, Vol. 23, No. 7, pp. 1469-1470.
- Uyttendaele, M. A. J., & Shambaugh, R. L., 1989, "The flow field of annular jets at moderate Reynolds numbers", *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 28, pp. 1735-1740.
- Venkataramani, K. S., Tutu, N. K., & Chevray, R., 1975, "Probability distributions in a round heated jet", *Phys. Fluids*, Vol. 18, No. 11, pp. 1413-1420.
- Vermeulen, P. J., Ramesh, V., & Yu, W. K., 1986, "Measurements of entrainment

by acoustically pulsed axisymmetric air jets". Trans. ASME, J. Eng. for Gas Turb. and Power, Vol. 108, pp. 479-484.

Willmarth, W. W., 1975, "Structure of turbulence in boundary layers", Adv. Appl. Mech., Vol. 15, pp. 159-254.

Wynanski, I., & Fiedler, H., 1969, "Some measurements in the self-preserving jet", J. Fluid Mech., Vol. 38, pp. 577-612.

山川, 岩重, 1986, "TVカメラを用いた流速分布の測定", 流れの可視化, Vol. 6, No. 20, pp. 50-58.

Yoda, M., Hesselink, L., & Mungal, M. G., 1991, "The temporal evolution of large-scale structures in the turbulent jet", The 8th Turbulent Shear Flows, Munich, 6.1.

善本, 1991, "高解像度三次元画像処理流速計システムの開発", 東京大学卒業論文

Appendix

A. 円筒電線系における電圧方程式

電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。電線系は、長さ l の円筒である。電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。電線系は、長さ l の円筒である。

電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。電線系は、長さ l の円筒である。電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。

電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。電線系は、長さ l の円筒である。電線系は、電線と電線との間に誘電率 ϵ の絶縁体があり、電線は半径 r の円筒である。

Appendix

• 241C

$$F = 2 + 3i + 4j$$

問題 241 (a) (i)

$$\frac{2x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{10}{12} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$$

(ii)

(iii) $z = 2 + 3i + 4j$

$$\frac{2x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{10}{12} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$$

問題 241 (b)

$$\frac{2x}{3} + \frac{y}{4} = \frac{10}{12} + \frac{1}{3} = \frac{13}{12}$$

(iii)

A. 円筒座標系における輸送方程式

本研究で研究対象とした軸対称自由噴流に関する支配方程式は、円筒座標系において記述されるが、従来、円筒座標系においてレイノルズ応力のすべての成分の輸送方程式を正確に記述した例は少ない。そこで、本研究では、レイノルズ応力のすべての成分の輸送方程式を、テンソル表記法に基づいて表し、そこから円筒座標系における表現式を導いた。但し、流体は、非圧縮のニュートン流体とする。

テンソル表記の式変形の詳細は割愛するが、詳しくは Farrashkhalvat & Miles(1990)を参照されたい。ここでは、各方程式のテンソル表現と得られた物理空間での表現のみを示す。

以下、 \tilde{u} は速度の瞬時値を表し、平均成分 U と変動成分 u の和で表されるものとし、圧力は、平均成分 P と変動成分 p の和で表されるとする。以下、テンソルによる表現と円筒座標系での表現を列記する。

• 連続の式

テンソル表記では、

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

円筒座標系 (r, θ, z) では、

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{v}}{r} = 0 \quad (2)$$

となる。

従って、平均速度に対しては、

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{V}{r} = 0 \quad (3)$$

速度変動に対しては、

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{v}{r} = 0 \quad (4)$$

となる。

● 平均速度に関する Navier-Stokes 方程式

テンソル表記では、

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) \quad (5)$$

円筒座標系では、

○ 流れ方向成分 U に関しては、

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ - \left(\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{uv}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uw}}{\partial \theta} + \frac{\overline{uv}}{r} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

○ 半径方向成分 V に関しては、

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial z} + V \frac{\partial V}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{W^2}{r} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} - \frac{V}{r^2} \right) \\ - \left(\frac{\partial \overline{uv}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{vw}}{\partial \theta} + \frac{\overline{v^2} - \overline{w^2}}{r} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

○ 周方向成分 W に関しては、

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial z} + V \frac{\partial W}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{VW}{r} \\ = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{W}{r^2} \right) \\ - \left(\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{vw}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial \theta} + 2 \frac{\overline{vw}}{r} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

● レイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ の輸送方程式

テンソル表記では、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) p \\ - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) + \frac{1}{\rho} p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (9)$$

円筒座標系では、

○ $\overline{u^2}$ に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial \theta} \\
 &= \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{u^2}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial r} \right) \\
 & \quad - \left(\frac{\partial \overline{u^3}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u^2 v}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{u^2 w}}{\partial \theta} + \frac{\overline{u^2 v}}{r} \right) - \frac{2}{\rho} \frac{\partial p \overline{u}}{\partial z} \\
 & \quad - 2 \left(\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial z} + \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial r} + \overline{uw} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{\rho} p \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \\
 & \quad - 2\nu \left\{ \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \tag{10}
 \end{aligned}$$

○ $\overline{v^2}$ に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial \theta} - 2W \frac{\overline{v w}}{r} \\
 &= \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{v^2}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{v^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{v^2}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial r} - \frac{4}{r^2} \frac{\partial \overline{v w}}{\partial \theta} - 2 \frac{\overline{v^2} - \overline{w^2}}{r^2} \right) \\
 & \quad - \left(\frac{\partial \overline{u v^2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v^3}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{v^2 w}}{\partial \theta} + \frac{\overline{v^3}}{r} - 2 \frac{\overline{v w^2}}{r} \right) - \frac{2}{\rho} \frac{\partial p \overline{v}}{\partial r} \\
 & \quad - 2 \left\{ \overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial z} + \overline{vw} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) \right\} + \frac{2}{\rho} p \frac{\partial \overline{v}}{\partial r} \\
 & \quad - 2\nu \left\{ \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{2}{r^2} \overline{w} \frac{\partial \overline{v}}{\partial \theta} + \frac{\overline{w^2}}{r^2} \right\} \tag{11}
 \end{aligned}$$

○ $\overline{w^2}$ に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial \theta} + 2W \frac{\overline{v w}}{r} \\
 &= \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{w^2}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial r} + \frac{4}{r^2} \frac{\partial \overline{v w}}{\partial \theta} + 2 \frac{\overline{v^2} - \overline{w^2}}{r^2} \right) \\
 & \quad - \left(\frac{\partial \overline{u w^2}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v w^2}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{w^3}}{\partial \theta} + 3 \frac{\overline{v w^2}}{r} \right) - \frac{2}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial p \overline{w}}{\partial \theta} + \frac{p \overline{v}}{r} \right) \\
 & \quad - 2 \left\{ \overline{w^2} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial W}{\partial \theta} + V \right) + \overline{uw} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{vw} \frac{\partial W}{\partial r} \right\} + \frac{2}{\rho} \left(\frac{1}{r} p \frac{\partial \overline{w}}{\partial \theta} + \frac{p \overline{v}}{r} \right) \\
 & \quad - 2\nu \left\{ \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2}{r^2} \overline{v} \frac{\partial \overline{w}}{\partial \theta} + \frac{\overline{v^2}}{r^2} \right\} \tag{12}
 \end{aligned}$$

○ \overline{uv} に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{uv}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{uv}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial \theta} - W \frac{\overline{uv}}{r} \\
 &= \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{uv}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial \theta} - \frac{\overline{uv}}{r^2} \right) \\
 &\quad - \left(\frac{\partial u^2 \overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{uv}^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uv} w}{\partial \theta} + \frac{\overline{uv}^2 - \overline{uv} w^2}{r} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{pu}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{pv}}{\partial z} \right) \\
 &\quad - \left\{ \overline{u^2} \frac{\partial V}{\partial z} + \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial r} + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \overline{uw} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) + \overline{vw} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{\rho} \left(p \frac{\partial \overline{u}}{\partial r} + p \frac{\partial \overline{v}}{\partial z} \right) \\
 &\quad - 2\nu \left(\frac{\partial u \partial \overline{v}}{\partial z \partial z} + \frac{\partial \overline{u} \partial v}{\partial r \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u \partial \overline{v}}{\partial \theta \partial \theta} - \frac{1}{r^2} w \frac{\partial \overline{u}}{\partial \theta} \right) \tag{13}
 \end{aligned}$$

○ \overline{uw} に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{uw}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{uw}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uw}}{\partial \theta} + W \frac{\overline{uw}}{r} \\
 &= \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{uw}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{uw}}{\partial \theta} - \frac{\overline{uw}}{r^2} \right) \\
 &\quad - \left(\frac{\partial u^2 \overline{w}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{uw} w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u w^2}{\partial \theta} + 2 \frac{\overline{uw} w}{r} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \overline{pw}}{\partial \theta} + \frac{\partial \overline{pw}}{\partial z} \right) \\
 &\quad - \left\{ \overline{u^2} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{w^2} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \overline{uw} \frac{\partial W}{\partial r} + \overline{uw} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{V}{r} \right) + \overline{vw} \frac{\partial U}{\partial r} \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r} p \frac{\partial \overline{u}}{\partial \theta} + p \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} \right) \\
 &\quad - 2\nu \left(\frac{\partial u \partial \overline{w}}{\partial z \partial z} + \frac{\partial \overline{u} \partial w}{\partial r \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial u \partial \overline{w}}{\partial \theta \partial \theta} + \frac{1}{r^2} v \frac{\partial \overline{u}}{\partial \theta} \right) \tag{14}
 \end{aligned}$$

○ \overline{vw} に関しては、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \overline{vw}}{\partial t} + U \frac{\partial \overline{vw}}{\partial z} + V \frac{\partial \overline{vw}}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{vw}}{\partial \theta} + W \frac{\overline{v^2} - \overline{w^2}}{r} \\
 &= \nu \left\{ \frac{\partial^2 \overline{vw}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \overline{vw}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \overline{vw}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{vw}}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial \theta} - \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial \theta} \right) - 4 \frac{\overline{vw}}{r^2} \right\} \\
 &\quad - \left(\frac{\partial \overline{uv} w}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v} w^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{v} w^2}{\partial \theta} + 2 \frac{\overline{v^2} w - \overline{w^3}}{r} \right) \\
 &\quad - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{pw}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{pv}}{\partial \theta} - \frac{\overline{pw}}{r} \right) \\
 &\quad - \left\{ \overline{v^2} \frac{\partial W}{\partial r} + \overline{w^2} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - W \right) + \overline{uv} \frac{\partial W}{\partial z} + \overline{uw} \frac{\partial V}{\partial z} + \overline{vw} \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{V}{r} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{r} \overline{p \frac{\partial v}{\partial \theta}} + p \overline{\frac{\partial w}{\partial r}} - \frac{\overline{pw}}{r} \right) \\
 & - 2\nu \left(\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \overline{\frac{\partial v}{\partial \theta} \frac{\partial w}{\partial \theta}} + \frac{1}{r^2} \overline{v \frac{\partial w}{\partial \theta}} - \frac{1}{r^2} \overline{w \frac{\partial w}{\partial \theta}} - \frac{\overline{vw}}{r^2} \right) \quad (15)
 \end{aligned}$$

となる。

• 乱流エネルギー k の輸送方程式

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) \quad (16)$$

であるから、(10) ~ (12) 式より、

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial z} + V \frac{\partial k}{\partial r} + W \frac{1}{r} \frac{\partial k}{\partial \theta} \\
 & = \nu \left(\frac{\partial^2 k}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 k}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 k}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial k}{\partial r} \right) \\
 & - \left(\frac{\partial \overline{uk}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{vk}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{wk}}{\partial \theta} + \frac{\overline{vk}}{r} \right) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{pu}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{pv}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{pw}}{\partial \theta} + \frac{\overline{pv}}{r} \right) \\
 & - \left\{ \overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial z} + \overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial r} + \overline{w^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{V}{r} \right) + \overline{uv} \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \overline{uw} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \overline{vw} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r} \right) \right\} \\
 & - \nu \left\{ \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2} + \frac{1}{r^2} \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{r^2} \overline{\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2} + \frac{1}{r^2} \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2} + \frac{1}{r^2} \left(\overline{v^2} + \overline{w^2} + v \frac{\partial w}{\partial \theta} - w \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

となる。

ここで、レイノルズ応力 $\overline{u_i u_j}$ の各成分及び乱流エネルギー k の輸送方程式において、左辺が対流項、右辺は順に、粘性拡散項、乱流拡散項、圧力拡散項、生成項、圧力歪項、散逸項を表す。

B. 軸対称自由噴流における自己保存領域

自己保存則

ここでは、従来から自由乱流において一般的に成立するとされている自己保存則について概説する。

自由乱流は、流れ場の下流に行くに従い徐々に発達し、初期条件の影響を受けにくくなる。その結果、流れ場の十分下流においては、平均速度分布やレイノルズ応力、乱流エネルギーなどの分布が、一つの代表速度及び一つの代表長さをを用いてスケーリングすることが可能な自己保存 (self-similar, self-preserving) の状態に至ると考えられている。

流れ方向 x への変化が、それに直交する方向 y に比べて、無視しうるという境界層近似を用いると、流れ場の支配方程式は以下の様に表わされる。ここで U_1 は、周囲の流体の速度を表わすものとする。

- 連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial y} (V y^j) = 0 \quad (1)$$

- 運動量保存の式

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial y} (y^j \overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u^2} - \overline{v^2}) = U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} \quad (2)$$

- 運動量保存の式 (積分型)

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty U (U - U_1) y^j dy + \frac{dU_1}{dx} \int_0^\infty (U - U_1) y^j dy + \frac{d}{dx} \int_0^\infty (\overline{u^2} - \overline{v^2}) y^j dy = 0 \quad (3)$$

- 乱流エネルギーの収支式

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = -\frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ y^j \overline{v(k+p/\rho)} \right\} - \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - (\overline{u^2} - \overline{v^2}) \frac{\partial U}{\partial x} - \varepsilon \quad (4)$$

但し、 $j=0$ は二次元の場合、 $j=1$ は軸対称の場合を示すものとする。また、流れ方向以外には乱れの等方性を仮定し、 $\overline{v^2} = \overline{w^2}$ とした。

さてここで、代表速度を $U_c(x)$ 、代表長さを $\delta(x)$ とすると、各乱流統計量の分布は、

$$\left(\begin{array}{l} \eta = \frac{y}{\delta(x)} \\ U = U_1(x) + U_c(x) f(x, \eta) \\ V = U_c(x) g(x, \eta) \\ \frac{k}{uv} = U_c(x)^2 e(x, \eta) \\ \frac{u^2 - \bar{v}^2}{v(k + p/\rho)} = U_c(x)^2 h(x, \eta) \\ \frac{u^2 - \bar{v}^2}{v(k + p/\rho)} = U_c(x)^2 q(x, \eta) \\ \frac{v(k + p/\rho)}{\epsilon} = U_c(x)^3 t(x, \eta) \\ \epsilon = \frac{U_c(x)^3}{\delta} \epsilon(x, \eta) \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(平均場)} \\ \\ \\ \text{(乱流場)} \end{array} \quad (5)$$

というように、 $f, g, e, h, q, t, \epsilon$ という無次元の分布形で表すことが可能となる。ここで、もし自己保存則が成立するとすれば、(5) 式が、支配方程式 (1)、(2)、(4) を満たし、無次元の関数 $f, g, e, h, q, t, \epsilon$ のすべてが η のみの関数になることが必要条件となる。

連続の式 (1) を y について積分すると、

$$V = -\frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y U y^j dy$$

となり、ここに自己保存の関係式 (5) を代入すると、

$$[g] = -\frac{1}{j+1} \left\{ \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_1}{dx} \right\} [\eta] + \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} [f\eta] - \left\{ \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_c}{dx} + (j+1) \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[\frac{1}{\eta^j} \int_0^\eta f \eta^j d\eta \right] \quad (6)$$

となる。

同様にして、(5) 式を運動量式 (2) に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[h' + j \frac{h}{\eta} + f'g \right] + \left\{ \frac{U_1 \delta}{U_c^2} \frac{dU_c}{dx} + \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_1}{dx} \right\} [f] - \left\{ \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} \right\} [f'\eta] \\ & + \left\{ \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_c}{dx} \right\} [f^2 + 2q] - \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} [ff'\eta + q'\eta] = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

また、(5) 式をエネルギー収支式 (4) に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[f'h + t' + j \frac{t}{\eta} + e'g + \epsilon \right] + \left\{ \frac{U_1 \delta}{U_c^2} \frac{dU_c}{dx} \right\} [2e] - \left\{ \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} \right\} [e'\eta] + \left\{ \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_1}{dx} \right\} [q] \\ & + \left\{ \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_c}{dx} \right\} [f(2e + q)] - \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} [f'q\eta + f e'\eta] = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

となる。但し、ここで次の関係を用いた。

$$\frac{dy}{dx} = \delta \frac{d\eta}{dx} + \eta \frac{d\delta}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{\eta}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \frac{\partial}{\partial \eta}$$

ここで、(6) ~ (8) 式において、関数 $f, g, e, h, q, t, \epsilon$ のすべてが η のみの関数であれば、[] で囲まれた部分はすべて η のみの関数となる。従って、連続式 (1)、運動量式 (2)、エネルギー収支式 (4) について自己保存則が成立するためには、(6) ~ (8) 式の { } で囲まれた部分がすべて流れ方向位置 x によらず一定である必要がある。

従って、平均速度分布及び乱流エネルギー収支の各項の分布が自己保存となるためには、以下の条件が必要となる。

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_1}{dx} = \text{const} & \quad \frac{d\delta}{dx} = \text{const} & \quad \frac{\delta}{U_c} \frac{dU_c}{dx} = \text{const} \\ \frac{U_1 \delta}{U_c^2} \frac{dU_c}{dx} = \text{const} & \quad \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} = \text{const} \end{aligned} \quad (9)$$

この条件を満たす解は、

$$\begin{cases} U_1 \propto (x - x_0)^a & \text{or } U_1 = 0 \\ U_c \propto (x - x_0)^a \\ \delta \propto (x - x_0) \end{cases} \quad (a = \text{const}) \quad (10)$$

但し、 x_0 はこの相似関係の原点で、仮想原点と呼ぶ。

ここで、(10) 式より、

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{x - x_0} = \text{const} \\ \frac{dU_1}{dx} = a \frac{U_1}{x - x_0} \\ \frac{dU_c}{dx} = a \frac{U_c}{x - x_0} \\ \frac{U_1}{U_c} = \text{const} \end{cases} \quad (11)$$

となる。これらを (6)、(7)、(8) 式に代入すると、

● 連続の式

$$[g] = -\frac{a}{j+1} \left\{ \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} \right\} [\eta] + \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[f \eta^{-(a+j+1)} \frac{1}{\eta^j} \int_0^\eta f \eta^j d\eta \right] \quad (12)$$

● 運動量保存の式

$$\left[h' + j \frac{h}{\eta} + f'g \right] + \left\{ \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} \right\} [2af - f'\eta] + \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} [a(f^2 + 2aq) - (ff' + q'\eta)] = 0 \quad (13)$$

● エネルギー保存の式

$$\left[f'h + t' + j \frac{t}{\eta} + e'g + \epsilon \right] + \left\{ \frac{U_1}{U_c} \frac{d\delta}{dx} \right\} [a(2e + q) - e'\eta] + \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} [af(2e + q) - (f'q + e'f)\eta] = 0 \quad (14)$$

となる。

ここで (12) 式は、 y 方向の平均速度 V の自己保存分布 $g(\eta)$ が、 x 方向の平均速度 U の自己保存分布 $f(\eta)$ より求められることを示しており、(13) 式は、レイノルズ応力 \overline{uv} の自己保存分布 $h(\eta)$ が、 $f(\eta)$ 及び垂直応力 $\overline{u^2} - \overline{v^2}$ の自己保存分布 $q(\eta)$ より求められることを示している。

さて、(10) 式の U_c 及び U_1 の分布に表れる指数 a は、どの様な値をとるであろうか。そこで、(2) 式を積分型の運動量式 (3) に代入すると、

$$2 \frac{U_1}{dx} \delta U_c I_1 + \frac{dU_c}{dx} \delta (U_1 I_1 + 2U_c I_2) + (j+1) U_c \frac{d\delta}{dx} (U_1 I_1 + U_c I_2) = 0 \quad (15)$$

となる。但しここで、

$$I_1 = \int_0^\infty f \eta^j d\eta$$

$$I_2 = \int_0^\infty (f^2 + q) \eta^j d\eta$$

とした。

この (15) 式に相似則の関係式 (11) を代入すると、

$$a = -(j+1) \frac{U_1 I_1 + U_c I_2}{3U_1 I_1 + 2U_c I_2} \quad (16)$$

となる。この a は、 $U_1 = 0$ の時最小となり、 $U_1 = -U_c$ 時最大となる。

従って、相似の指数 a の範囲は、

$$-\frac{j+1}{2} \leq a \leq -{}^{(j+1)}\frac{I_1 - I_2}{3I_1 - 2I_2} \quad (17)$$

となる。

以上の条件が成立した場合に、厳密な意味での自己保存則が成立すると考えられる。

自由噴流

ここでは、自己保存則が成立するいくつかの流れ場のうち、静止流体中に吹き出す自由噴流について、その自己保存則について考えてみる。

まず、周囲の流体が静止していることから、

$$U_1 = 0 \quad (18)$$

とすると、(16) 式より、相似の指数 a は、

$$a = -\frac{j+1}{2} \quad (19)$$

となる。従って、これを式 (10) に代入すると、

$$U_c \propto (x - x_0)^{-\frac{j+1}{2}} \quad (20)$$

となる。これらの条件 (11)、(18)、(19) 式を連続の式 (12) に代入すると、 y 方向の平均流速 V の自己保存分布 $g(\eta)$ は、

$$[g] = \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[f\eta - \frac{j+1}{2} \frac{1}{\eta^j} \int_0^\eta f\eta^j d\eta \right] \quad (21)$$

と表される。

また運動量式 (13) に代入すると、

$$\left[h' + j \frac{h}{\eta} \right] = \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[{}^{(j+1)}\left(\frac{f^2}{2} + q \right) + (ff' + q')\eta \right] - [f'g]$$

となり、(21) 式を代入し、整理すると、レイノルズ応力 \overline{uv} の自己保存分布 $h(\eta)$ は、

$$[h] = \left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[\frac{i+1}{2} \frac{1}{\eta^j} f \int_0^\eta f \eta^j d\eta + q\eta \right] \quad (22)$$

と表される。

ここで、(14) 式に、(11)、(18)、(19)、(21)、(22) 式を代入し、整理すると、乱流エネルギーの収支の各項の自己保存分布は、

$$\underbrace{\left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[-(j+1)fe + f'e\eta + f'e'\eta - \frac{i+1}{2} \frac{1}{\eta^j} e' \int_0^\eta f \eta^j d\eta \right]}_{\text{対流項}} + \underbrace{\left[t' + j \frac{t}{\eta} \right]}_{\text{拡散項}} \\ + \underbrace{\left\{ \frac{d\delta}{dx} \right\} \left[\frac{i+1}{2} f \left(\frac{1}{\eta^j} f' \int_0^\eta f \eta^j d\eta - q \right) \right]}_{\text{生成項}} + \underbrace{[\epsilon]}_{\text{散逸項}} = 0 \quad (23)$$

と表される。

乱流エネルギー及び乱流応力の輸送方程式

ここでは、軸対称自由噴流の自己保存領域における乱流エネルギー及び乱流応力の各成分の輸送方程式を各乱流統計量の自己保存分布を用いて表す。

流れ場は、軸対称で、定常で十分に発達しているとする。座標系は円筒座標系 (r, θ, z) とする。また、レイノルズ数は十分大きく、粘性拡散項は無視できるものとする。

ここで、(5) 式と同様に、各統計量の自己保存分布を以下の様に定義する。

$$\begin{aligned} \overline{u^2} &= U_c^2 a(\eta) & \overline{u^3} &= U_c^3 m_1(\eta) & \overline{u^2 v} &= U_c^3 n_1(\eta) \\ \overline{v^2} &= U_c^2 b(\eta) & \overline{uv^2} &= U_c^3 m_2(\eta) & \overline{v^3} &= U_c^3 n_2(\eta) \\ \overline{w^2} &= U_c^2 c(\eta) & \overline{uw^2} &= U_c^3 m_3(\eta) & \overline{vw^2} &= U_c^3 n_3(\eta) \\ & & \overline{uk} &= U_c^3 m(\eta) & \overline{vk} &= U_c^3 n(\eta) \end{aligned} \quad (24)$$

また、各乱流応力 $\overline{u_i u_j}$ の輸送方程式において、

$$\begin{aligned} (\text{圧力拡散項}) &= \frac{U_c^3}{\delta} d_{ij}(\eta) \\ (\text{圧力歪項}) &= \frac{U_c^3}{\delta} s_{ij}(\eta) \\ (\text{散逸項}) &= \frac{U_c^3}{\delta} \epsilon_{ij}(\eta) \end{aligned} \quad (25)$$

と定義する。

上記の仮定の下に、(A-10) ~ (A-13)、(A-15)、(A-17) 式に、(5)、(24)、(25) 式を代入し、 U_c^3/δ で除して整理すると、乱流エネルギー及び各乱流応力の輸送方程式の自己保存表現は以下の様になる。

- 乱流エネルギー k の輸送方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d\delta}{dz}(2fe + fe'\eta) + ge' \right\} \\ &= \left\{ \frac{d\delta}{dz}(3m + m'\eta) - \left(\frac{n}{\eta} + n'\right) \right\} + d \\ &+ \left\{ \frac{d\delta}{dz}(fa + f'a\eta + gh + g'h\eta) - (f'h + g'b + \frac{gc}{\eta}) \right\} + \epsilon \quad (26) \end{aligned}$$

- レイノルズ応力 \overline{uv} の輸送方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d\delta}{dz}(2fh + fh'\eta) + gh' \right\} \\ &= \left\{ \frac{d\delta}{dz}(3n_1 + n_1'\eta) - \left(\frac{m_2 - m_3}{\eta} + m_2'\right) \right\} + (d_{12} + s_{12}) \\ &+ \left\{ \frac{d\delta}{dz}(fh + f'h\eta + ga + g'a\eta) - (g'h + f'b) \right\} + \epsilon_{12} \quad (27) \end{aligned}$$

- レイノルズ応力 $\overline{u^2}$ の輸送方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d\delta}{dz}(2fa + fa'\eta) + ga' \right\} \\ &= \left\{ \frac{d\delta}{dz}(3m_1 + m_1'\eta) - \left(\frac{n_1}{\eta} + n_1'\right) \right\} + (d_{11} + s_{11}) \\ &+ 2 \left\{ \frac{d\delta}{dz}(fa + f'a\eta) - f'h \right\} + \epsilon_{11} \quad (28) \end{aligned}$$

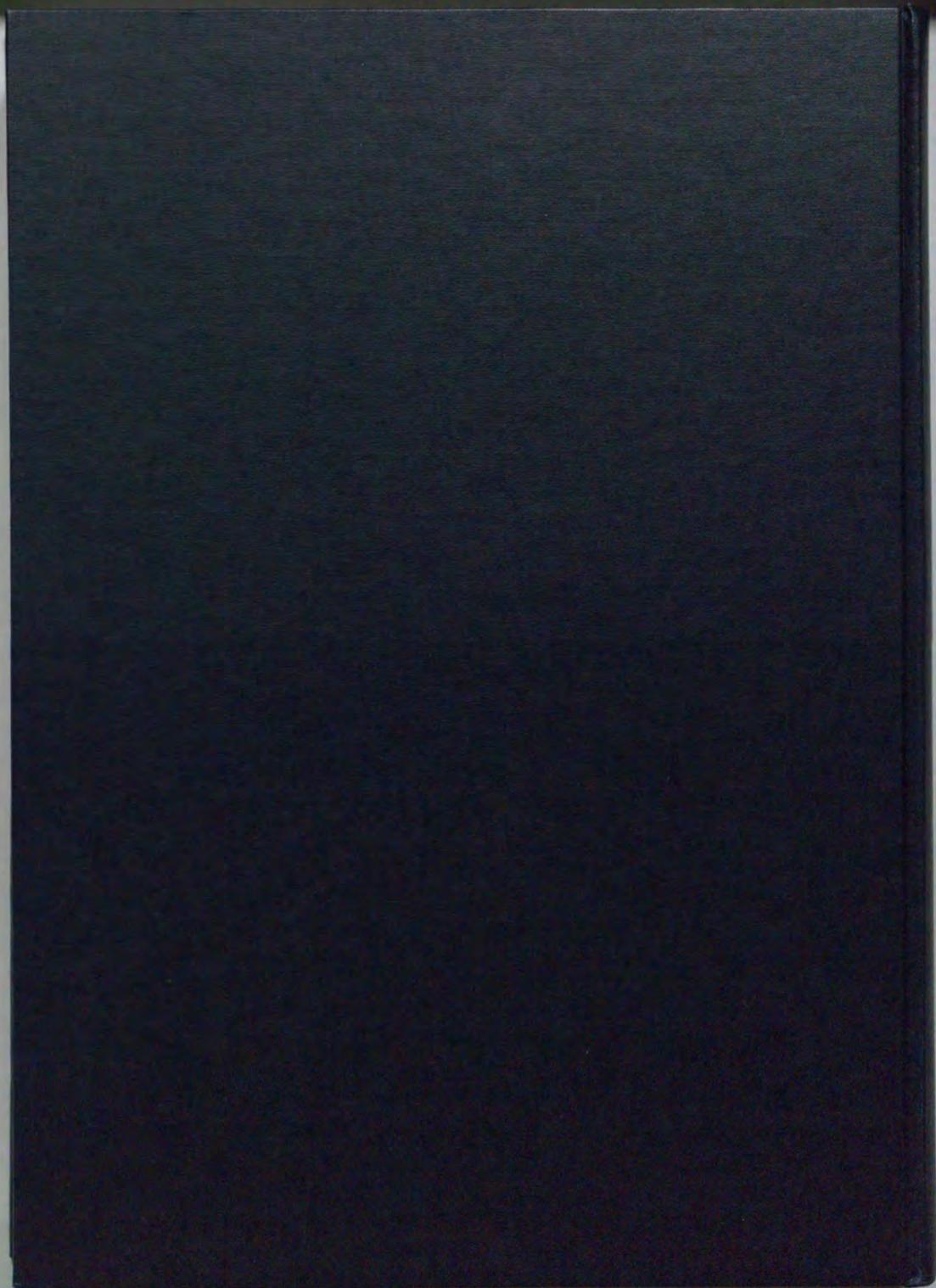
- レイノルズ応力 $\overline{v^2}$ の輸送方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d\delta}{dz}(2fb + fb'\eta) + gb' \right\} \\ &= \left\{ \frac{d\delta}{dz}(3m_2 + m_2'\eta) - \left(\frac{n_2 - 2n_3}{\eta} + n_2'\right) \right\} + (d_{22} + s_{22}) \\ &+ 2 \left\{ \frac{d\delta}{dz}(gh + g'h\eta) - g'b \right\} + \epsilon_{22} \quad (29) \end{aligned}$$

- レイノルズ応力 $\overline{w^2}$ の輸送方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d\delta}{dz}(2fc + fc'\eta) + gc' \right\} \\ & = \left\{ \frac{d\delta}{dz}(3m_3 + m'_3\eta) - \left(3\frac{n_3}{\eta} + n'_3\right) \right\} + (d_{33} + s_{33}) - 2\frac{gc}{\eta} + \epsilon_{33} \quad (30) \end{aligned}$$

ここで、各輸送方程式において、左辺が対流項、右辺は順に、乱流拡散項、圧力項、生成項、散逸項を表す。



inches 1 2 3 4 5 6 7 8
cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM: Kodak



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

