

気泡運動における内部現象

竹村文男

①

気泡運動における内部現象

平成4年12月21日提出

竹村 文男

目次

第一章 序論	1
1-1 研究の目的	2
1-2 従来の研究	3
1-3 本論文の概要	5
1-4 主な記号	6
第二章 Full-NS 方程式による気泡崩壊運動の解析	8
2-1 はじめに	9
2-2 仮定	10
2-3 支配方程式	11
2-4 数値計算	18
2-5 計算結果と考察	31
2-6 まとめ	48
第三章 気泡崩壊時と膨張時における気泡運動に対する気泡内部現象の影響	49
3-1 はじめに	50
3-2 仮定	51
3-3 支配方程式	52
3-4 数値計算	56
3-5 計算結果と考察	72
3-6 まとめ	93
第四章 気泡径変化測定実験と気泡内からの放射光測定実験	94
4-1 はじめに	95
4-2 実験装置	96
4-3 実験方法および後処理	105
4-4 測定結果の不確かさ	109
4-5 結果と考察	115
4-6 まとめ	135
第五章 結論	136
文献	139
謝辞	143

1-1 研究の目的

キャビテーションは、周囲の圧力の低下に伴って、液中に存在する微少な空気泡（微小気泡核）から発生し、この微小気泡核が周囲の流体力学的環境の変動によって急激に成長、崩壊する過程であると考えられている。

キャビテーション現象は、現在さまざまなところで観察される。流体機械はもとより、音響あるいは圧力波を利用した流体機器など [1] にもあらわれる。従来、キャビテーション現象は、その流体機械あるいは流体機器にとってはマイナスとなることがほとんどであり、多くの研究はそれを減らすことに努力が払われてきた。

しかしながら、最近ではこのキャビテーション現象を利用しようという動きも活発となり、興味ある応用例が示されている [2, 3]。このような動きの中において、キャビテーション現象の素過程と考えられる単一気泡の挙動に対する正確な現象の把握が望まれている。

無限流体中における単一気泡の周囲の圧力変動に対する運動については、多くの研究がなされているが、キャビテーション気泡はその内部に蒸気や不凝縮性ガスを含んでおり、その混合気の挙動に関してはいまだ不明な点が多い。従来の多くの研究では、液に対する運動方程式は、非粘性圧縮性流体に対する運動方程式から出発した近似式を用いて解かれており、粘性の影響は気泡界面における境界条件として取り込まれているにすぎない。また、気泡内部のガスに関しては、一様な温度として解かれている場合が多い。気泡内での温度分布を考慮にいたした解においても、気液界面での蒸発・凝縮、不凝縮ガスの液中への溶解、気泡膨張時におけるミストの発生・成長、それらに伴う蒸気と不凝縮ガスの相互拡散を考慮に入れた例はほとんど無く、気泡内部の状態およびその影響を明らかにした例はない。

本論文は、これら気泡内外で起きる輸送現象が、気泡運動に与える影響を明らかにするものである。その方法として、まず、気液両相に対し、全ての項を省略せずに定式化した支配方程式を直接数値積分し、気泡運動を解析する。さらに、ここから、方程式を簡略化し、近似方程式を用いるなどして、計算負荷の軽減を行い、内部現象の気泡運動に対する影響を明らかにする。最後に、単一気泡の運動に関する実験を行い、数値解の精度などを検討する。

1-2 従来の研究

キャビテーション気泡の運動についての研究は、Rayleigh[4]による無限流体中の真空気泡の収縮過程についての研究以来、多岐にわたって、数多く行われている。キャビテーション現象一般については文献[5, 6]に詳しく、気泡力学一般については多少古いのが、文献[7]にまとめている。Gilmore[8]は、液についての非粘性圧縮性流体に対する運動方程式から、気泡運動に対する近似方程式を導き出している。Hicklingら[9]も同様な近似方程式を導き出している。さらに、Kellerら[10]は液についての運動方程式を解く際に、気泡の近くと十分離れた部分の2つに分け、気泡の近くに対しては、非圧縮のベルヌイの式、十分離れたところでは波動方程式を近似的に解き、これらを接続する方法により、気泡運動に対する圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した近似方程式を導出し、現在に至るまで、多くの研究者に用いられている。Prosperetti[11]らは、Kellerらと同様な考えに基づき、気泡の運動に対する圧縮性の効果を二次のオーダーまで考慮した近似方程式を求めている。

振動圧力場中の気泡の周波数応答の問題も Lautherborn[12], Rath[13], Crumら[14], 松本ら[15], Holtら[16], Gaitanら[17], 亀田ら[18]によって実験、計算されており、気泡の非線形振動やカオスの挙動についての研究を行っている。

藤川ら[19]は気泡界面における熱力学的非平衡を考慮し、気泡崩壊問題についての計算を行い、気泡が蒸気泡であっても、界面における凝縮過程の非平衡性によりリバウンドする、凝縮係数が崩壊気泡から放射される最大衝撃圧に大きな影響を及ぼすなどをあきらかにしている。

また、固定壁近傍の気泡の挙動[20, 21, 22]、自由界面付近あるいは変形壁近傍の気泡の挙動[23]、多数個の気泡の挙動[24, 25]に関しても研究されており、変形挙動に対する数値計算[26]なども行われており、気泡の変形を中心に行われた解析も多く、その重要性が示されている。

球形を仮定した中での内部現象を考慮した解析も行われている。Nigmatulinら[27]は、気泡内温度分布を考慮した数値解析を行っている。松本は、気泡内の均一核凝縮の影響[28]、気泡運動における不凝縮ガスの影響[29]について解析し、以下のような結論を得ている。

- (1) 気泡の成長期において、気泡内混合気は断熱的に膨張し温度は低下するが、やがて均一核生成により気泡内に凝縮液滴が発生し、その潜熱により温度はほぼ周囲の液温度にまで回復する。その結果、気泡は見かけ上等温的に運動する。
- (2) 周囲圧力がステップ状に低下した場合の初期気泡半径とキャビテーション初生に対する臨界圧力の関係は、気泡半径が $8\mu\text{m}$ 以上であれば、気泡内混合気に等温変化を仮定したものに近くなる。
- (3) 不凝縮ガスの存在は気泡界面での相変化にとって抵抗となる方向に働く。すなわち、気泡収縮時には蒸気は気泡界面近傍の不凝縮ガス層を拡散により通り抜ける必要があり、また気泡成長時には界面で蒸発した蒸気が界面近傍に停留することになり、いずれの場合も界面での飽和蒸気圧と界面での蒸気圧の差は小さくなり、界面での蒸発・凝縮速度は低下する。

Prosperettiら[30]は気泡内温度分布のみを考慮し、いくつかの仮定のもとに気泡内部の保存式を変形し、変形されたエネルギー方程式のみを解くことにより気泡運動を差分法により解析し、Kamathら[31]は、その方程式をスペクトル法を用いて解き、気泡内温度分布を精度良く求めている。

また、松本らは、気泡内部には不凝縮ガスのみが存在し、界面での物質移動のない比較的簡単な場合に限り、気液両相に質量、運動量、エネルギーの保存式を直接数値積分することによりシミュ

レート [32] し、気泡内部には温度分布が形成され、特に気泡内のガスが水素など熱伝導率の良い気体では気泡界面における熱の授受が大きな影響を持つことなどを示している。

以上、現在までに行われてきた研究について簡単に述べたが、内部現象を考慮した研究に関しては、それぞれの研究が、圧縮性、非平衡性、気泡内の温度分布の影響など個々の問題を別々に解析しているに過ぎず、詳細な気泡内の輸送現象の影響を明らかになっていないことがわかる。

1-3 本論文の概要

次章以降においては、まず、第二章、第三章において気泡運動に対する数値解析を行い、第四章において、単一気泡の運動に関する実験を行う。

具体的に、第二章では、気泡運動の解析のために、まず、気液両相での熱拡散、気液界面での相変化、気液界面を通しての不凝縮ガスの出入り、それらに伴う相互拡散などを考慮にいれ、全ての項を省略せずに支配方程式を定式化する。さらに、それらの方程式を直接数値積分する数値計算法を開発し、その数値計算コードを用いて、周囲圧力がステップ状に増加した場合の気泡運動を解析する。そこでは、数値計算コードの精度と、方程式の簡略化が行われる。

第三章では、第二章で行った方程式の簡略化に基づいて、支配方程式の再構成を行う。さらに、これらの支配方程式を直接数値積分をして解き、気泡崩壊時における熱拡散の影響および相変化と拡散の影響、そして、気泡膨張時における輸送現象およびミスト生成の影響についての考察を行う。

第四章では、液体衝撃波管を用いた実験装置を用いて、周囲圧力を減圧し、その後昇圧した際の気泡径の変化と周囲圧力の変化を測定する。さらに、このとき測定した圧力の場合の気泡径の変化を、第三章で開発した数値計算コードを用いて計算し、実験結果と比較をする。また、内部に少量のアセチレンを含む気泡を膨張させた後崩壊させることにより、気泡内部で燃焼反応を起こさせる。このとき、気泡内から放射される光を捕獲する。同時に、実験結果から得られる圧力変化を用いて数値計算を行う。さらに、アセチレン燃焼反応の着火遅れ時間に関する実験式を用いて、数値計算結果から着火遅れ時間を予測する。この時間変化と気泡内中心温度の時間変化を比較し、数値計算結果から着火が起きるかについての検討を行う。これらより、数値計算結果による予測と実験の結果が一致するかについて検討し、気泡内部の状態を考察する。

第五章では、それらの結果についてまとめる。

1-4 主な記号

本論文で用いた主な記号は以下の通りである。

C	:音速及び比熱
D	:拡散係数
L	:潜熱
\dot{M}	:質量流束
R	:気泡半径
\mathfrak{R}	:ガス定数
S	:飽和比
T	:温度
c	:濃度
e	:比内部エネルギー
h	:エンタルピー
k	:ボルツマン定数
m	:分子質量
n	:ミストの数密度分布関数
p	:圧力
r	:半径方向の座標
t	:時間
u	:半径方向速度
y	:計算座標
α	:凝縮係数
λ	:熱伝導率
μ	:粘性係数
ρ	:密度
σ	:表面張力

添字など

0	:初期状態
gl	:液中の気体
i	:メッシュの格子点
l	:液体
lg	:ミスト
m	:気相の混合状態
mg	:混合ガス
ml	:液中の混合流体
n	:不凝縮ガス
s	:飽和状態
v	:蒸気
w	:気泡壁
∞	:無限遠方
^	:無次元
·	:時間微分
-	:平均

第 2 章

Full-NS 方程式による気泡崩壊運動の解析

2-1 はじめに

本章では、気泡運動の解析のために、まず、気液両相での熱拡散、気液界面での相変化、気液界面を通しての不凝縮ガスの出入り、それらに伴う相互拡散などを考慮にいれ、全ての項を省略せずに支配方程式を定式化する。さらに、それらの方程式を直接数値積分する数値計算法を開発し、その数値計算コードを用いて、周囲圧力がステップ状に増加した場合の気泡運動を解析する。

ここでは大きく二つのことを目的として解析を行う。一つの目的は、数値計算コードの精度を明らかにすることで、従来用いられている気泡運動の近似方程式との比較、格子点数に対する解の依存性、時間刻みに対する解の依存性などの検討を行う。また、もう一つの目的は、方程式の簡略化を計ることで、これは、方程式中の各項の大きさを検討することにより行う。

2-2 仮定

気泡内部の気相および外側の液相についてそれぞれ全ての項を完全に含んだ支配方程式を直接数値的に解くことにより気泡運動をシミュレートした。

本解析を行うにあたり、以下の仮定を用いる。

- (1) 気泡内部のガスおよび周囲の流体は球対称を保って運動するものとする。
- (2) 蒸気および不凝縮ガスは理想気体とする。
- (3) 不凝縮ガスは、ヘンリーの法則にしたがうものとし、気液界面での不凝縮ガスの濃度は常に不凝縮ガスの分圧に対する溶解度により決定されるものとする。
- (4) 気泡再膨張時においては、気泡内は急激に冷やされるため、均一核凝縮によりミストが発生すると考えられる。しかし、本解析では、気泡径 1mm 以下の場合を考えるため、その時間スケールは $100\mu\text{s}$ 以下と短い。そのため、発生したミストの成長時間の時間スケールは気泡運動の周期に比較して長くなり、運動そのものにはほとんど影響を与えないと考え、考慮しないこととした。

2-3 支配方程式

気泡運動についての基礎方程式と気液界面における境界条件については Hsieh[33] が詳しく述べている。ここでは、気液界面における蒸発・凝縮、不凝縮ガスの液体への溶解、それらに伴う蒸気と不凝縮ガスの拡散を考慮した場合の気泡内外の質量保存式、運動方程式、エネルギー方程式及び気液界面での境界条件が定式化されている。それらの方程式を、一次元球座標で記述すると以下の通りになる。

2-3-1 基礎方程式

●気相側の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_{mg}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{mg} u_{mg}) = 0, \quad (2.1)$$

ここで、 $\rho_{mg} = \rho_n + \rho_v$ 、 $\rho_{mg} u_{mg} = \rho_n u_n + \rho_v u_v$ である。

●液相側の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_{ml}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{ml} u_{ml}) = 0, \quad (2.2)$$

ここで、 $\rho_{ml} = \rho_l + \rho_{gl}$ 、 $\rho_{ml} u_{ml} = \rho_l u_l + \rho_{gl} u_{gl}$ であるが、不凝縮ガスの密度は液体のそれと比べて充分小さいので、 $\rho_{ml} = \rho_l$ 、 $\rho_{ml} u_{ml} = \rho_l u_l$ とおく。

●気泡内蒸気の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \left(\rho_v u_{mg} - \rho_{mg} D_{mg} \frac{\partial c_v}{\partial r} \right) \right\} = 0, \quad (2.3)$$

ここで、 $c_v = \rho_v / \rho_{mg}$ である。

●液体中の不凝縮ガスの拡散方程式

$$\frac{\partial \rho_{gl}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \left(\rho_{gl} u_{ml} - \rho_{ml} D_{gl} \frac{\partial c_{gl}}{\partial r} \right) \right\} = 0, \quad (2.4)$$

ここで、 $c_{gl} = \rho_{gl} / \rho_{ml}$ である。

●気相側の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{mg}u_{mg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_{mg}u_{mg}u_{mg}) \\ &= -\frac{\partial p_{mg}}{\partial r} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{mg}}{r} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \mu_{mg} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

●液相側の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{ml}u_{ml}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_{ml}u_{ml}u_{ml}) \\ &= -\frac{\partial p_l}{\partial r} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{ml}}{r} \left(\frac{\partial u_{ml}}{\partial r} - \frac{u_{ml}}{r} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \mu_{ml} \left(\frac{\partial u_{ml}}{\partial r} - \frac{u_{ml}}{r} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

●気相側のエネルギー方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_n e_n + \rho_v e_v) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \{ r^2 (\rho_n e_n u_n + \rho_v e_v u_v) \} \\ &= -\frac{p_{mg}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u_{mg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_{mg} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{4}{3} \mu_{mg} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.7)$$

●液相側のエネルギー保存式

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l e_l) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho_l e_l u_l) = -\frac{p_l}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u_l) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_l \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{4}{3} \mu_l \left(\frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{u_l}{r} \right)^2, \quad (2.8)$$

●気相および液相の状態方程式

$$p = \rho \Re T, \quad \frac{p+B}{p_\infty+B} = \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n. \quad (2.9)$$

ここで、液体が水の場合は $B = 304.9 \text{ MPa}$, $n = 7.15$ である。

2-2-2 境界条件

(1) 気泡中心における条件

気泡中心での条件は以下のように与えられる。

$$u_{mg} = 0, \quad \frac{\partial \rho_{mg}}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial c_v}{\partial r} = 0. \quad (2.10)$$

(2) 気液界面における条件

気液界面における境界条件は、質量、運動量、エネルギーについて界面において液相側から流出する流束と気相側に流入する流束が等しいことから導かれる。それぞれの条件は以下の通りである。

●質量保存に関する条件

気液界面において相変化と不凝縮ガスの溶解がある場合には気泡壁速度と蒸気、不凝縮ガスの流速などは等しくなく、以下のような関係にある。

$$\dot{M}_v = -\rho_{vw}u_{vw} + \rho_{vw}\dot{R}, \quad (2.11)$$

$$\dot{M}_v = -\rho_{lw}u_{lw} + \rho_{lw}\dot{R}, \quad (2.12)$$

$$\dot{M}_n = -\rho_{nw}u_{nw} + \rho_{nw}\dot{R}, \quad (2.13)$$

$$\dot{M}_n = -\rho_{glw}u_{glw} + \rho_{glw}\dot{R}, \quad (2.14)$$

ただし、 \dot{M}_v は界面における単位面積、単位時間当たりの蒸発量で、 \dot{M}_n は気液界面を通過する不凝縮ガスの単位面積、単位時間当たりの質量流束である。

(2.11) 式+(2.13) 式および $\rho_{mg}u_{mg} = \rho_g u_g + \rho_v u_v$ 、また、(2.12) 式+(2.14) 式および $\rho_{ml}u_{ml} = \rho_{gl}u_{gl} + \rho_l u_l$ より、それぞれ以下の式が導かれる。

$$\dot{R} = \frac{\dot{M}_n + \dot{M}_v}{\rho_{mgw}} + u_{mgw} \quad (2.15)$$

$$\dot{R} = \frac{\dot{M}_n + \dot{M}_v}{\rho_{mlw}} + u_{mlw} \quad (2.16)$$

ところで、それぞれのガス速度、界面における拡散速度と平均流速の関係から、

$$u_{vw} = u_{mgw} - \frac{\rho_{mgw}}{\rho_{vw}} D_{mg} \left(\frac{\partial c_v}{\partial r} \right)_w, \quad (2.17)$$

$$u_{glw} = u_{mlw} - \frac{\rho_{mlw}}{\rho_{glw}} D_{ml} \left(\frac{\partial c_{gl}}{\partial r} \right)_w. \quad (2.18)$$

(2.17) 式と (2.18) を (2.11) と (2.14) にそれぞれ代入すると、

$$\dot{M}_v = -\rho_{vw}u_{mgw} + \rho_{vw}\dot{R} + D_{mg}\rho_{mgw} \left(\frac{\partial c_v}{\partial r} \right)_w \quad (2.19)$$

$$\dot{M}_n = -\rho_{g1w} u_{m1w} + \rho_{g1w} \dot{R} + D_{g1} \rho_{m1w} \left(\frac{\partial c_{g1}}{\partial r} \right)_w \quad (2.20)$$

(2.15) 式と (2.16) 式を (2.19) 式と (2.20) 式にそれぞれ代入し、整理すると、

$$\dot{M}_v = \frac{D_{mg} \rho_{mgw} \left(\frac{\partial c_v}{\partial r} \right)_w}{1 - c_{vw}} + \frac{c_{vw}}{1 - c_{vw}} \dot{M}_n \quad (2.21)$$

$$\dot{M}_n = \frac{D_{g1} \rho_{m1w} \left(\frac{\partial c_{g1}}{\partial r} \right)_w}{1 - c_{g1w}} + \frac{c_{g1w}}{1 - c_{g1w}} \dot{M}_v \quad (2.22)$$

となり、界面での濃度、濃度勾配、蒸気と不凝縮ガスの質量流束の関係としての境界条件が定義できた。

また、界面での単位面積、単位時間当たりの蒸発量 \dot{M}_v は以下の式で評価した。

$$\dot{M}_v = \frac{\alpha(p_s - p_v)}{\sqrt{2\pi R_v T_w}} \quad (2.23)$$

ここで、 α は凝縮係数で $\alpha = 0.4$ [34, 35]、 p_s は気液界面の飽和蒸気圧であり、Kelvin 効果 [36] を考えて、以下のように与えられる。

$$p_s = p_{s\infty} \exp\{2\sigma/(\rho_l R_v T_w R)\}. \quad (2.24)$$

ただし、 $p_{s\infty}$ は平らな表面上の蒸気圧で以下の Antoine の蒸気圧式 [37] により与えた。

$$p_{s\infty} = 133.32 \times \exp\left(18.3036 - \frac{3816.44}{T_w - 46.13}\right) (\text{kPa})$$

界面での不凝縮ガスの濃度はヘンリーの法則より、

$$p_n = H_n x_{g1} \quad (2.25)$$

ここで、 p_n は分圧、 x_{g1} はモル分率とし、 H_n は以下のように与えられる [38]。

$$H_n = H_0 \exp\{A(1 - T/T_0) + B \ln(T/T_0)\}$$

ここで、

ガス	H_0	A	B	ガス	H_0	A	B
H_2	7179	18.453	-16.889	O_2	4420	29.339	-24.453
Ar	4023	25.076	-20.140	N_2	8569	28.952	-24.798
空気	7262	26.149	-21.652	He	14480	14.287	-14.009

さらに、気体のモル数が液体に比較して十分小さいことより、不凝縮ガスの濃度は

$$c_{glw} = \frac{M_g}{M_l H_n} p_n \quad (2.26)$$

と求められる。

●運動量保存に関する条件

$$\begin{aligned} & -p_{lw} + \frac{4}{3} \mu_l \left(\frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{u_l}{r} \right)_w + \{ \rho_{mg} (u_{mg} - \dot{R}) (u_{mg} - u_l) \}_w \\ & = -p_{mgw} + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4}{3} \mu_{mg} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right)_w \end{aligned} \quad (2.27)$$

●エネルギー保存に関する条件

$$\begin{aligned} & \lambda_{ml} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w - \lambda_{mg} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w + \frac{5}{2} (\Re_v - \Re_n) T_w \{ (1 - c_{vw}) \dot{M}_v - c_{vw} \dot{M}_n \} \\ & = \dot{M}_v \left\{ L + \frac{4}{3} \frac{\mu_l}{\rho_{lw}} \left(\frac{\partial u_l}{\partial r} - \frac{u_l}{r} \right)_w - \frac{4}{3} \frac{\mu_{mg}}{\rho_{mg}} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right)_w \right\} \\ & + \frac{1}{2} \dot{M}_v \{ (\dot{R} - u_{lw})^2 - (\dot{R} - u_{mgw})^2 \} \end{aligned} \quad (2.28)$$

また、界面における気体側と液体側の温度は、温度ジャンプを考慮すべきほど蒸発量は多くないと考え、

$$T_{lw} = T_{gw} \quad (2.29)$$

とおいた。

(3) 液体中での気泡に近い領域と遠い領域との接続面における条件

本計算においては、液体部分を二つに分け、気泡に近い部分は数値的に解き、遠い部分では解析解を用いる。接続面における圧力と速度は、波の反射が起きないように接続される。これにより、計算時間を計算領域を大きくとらずに長くとれるようになる。圧力と速度の接続面での条件は以下のようにして導かれる。

一次元球極座標における波動方程式の速度ポテンシャルは以下のようにあらわされる。

$$\phi = \frac{F(t+r/C_\infty) + G(t-r/C_\infty)}{r} \quad (2.30)$$

ところで、本計算においては中心から外へ向かう波しか存在せず、接続面の外からの波は考慮しないので、速度ポテンシャルは以下のように書き直せる。

$$\phi = \frac{G(t-r/C_\infty)}{r} \quad (2.31)$$

一方、速度と圧力はポテンシャルを用いて、以下のようにあらわせる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial r}, \quad \frac{p-p_\infty}{\rho_\infty} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.32)$$

(2.31) 式と (2.32) 式を用い、速度ポテンシャルを消去すると、速度と圧力の関係が以下のように導かれる。

$$\frac{\partial u_B}{\partial t} = \frac{1}{\rho_\infty C_\infty} \frac{\partial p_B}{\partial t} + \frac{p_B - p_\infty}{\rho_\infty r_B} \quad (2.33)$$

温度と液中の不凝縮ガスの接続面での境界条件は

$$T_B = \text{const.}, \quad c_{g|B} = \text{const.} \quad (2.34)$$

2-2-3 輸送係数の評価

気泡の運動において、気泡内の圧力及び温度の変化は非常に大きいので、物性値の変化は非常に大きい。そこで、物性値の圧力、温度に対する依存性を考慮にいれ、また、混合気体中での物性値を考える。

(1) 物性値の圧力、温度の依存性 [37]

<蒸気の拡散係数>

$$D = D_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^m \frac{P}{P_0} \quad (2.35)$$

ここで、 $m=1.75$ とした。

<不凝縮ガスの水中での拡散係数> [38]

$$D_{gl} = 7.4 \times 10^{-5} (\beta M_i)^{1/2} T / \mu_l V_{m,g}^{0.6} \quad (2.36)$$

ただし、 $\beta = 2.6$, M_i は分子量 (g/mol), $V_{m,g}$ は標準沸点での液相のモル体積 (cm^3/mol) である。以下に、液相のモル体積を求めるための液密度を示す。

液密度 (g/cm^3)

空気 0.826 O_2 1.149 Ar 1.373 N_2 0.8085 H_2 0.071 He 0.140

<粘性係数>

$$\mu \xi = 4.610 T_r^{0.618} - 2.04 e^{-0.449 T_r} + 1.94 e^{-0.4058 T_r} + 0.1 \quad (2.37)$$

ただし, $T_r = T/T_c$, $\xi = T_c^{1/6} M^{1/2} P_c^{2/3}$ であり, c は臨界点をあらわす.

〈熱伝導率〉

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{273.15 + C}{T + C} \right) \left(\frac{T}{273.15} \right) \quad (2.38)$$

ただし, $C = T_c/1.12$ である.

(2) 混合気体中の物性値 [39]

〈粘性係数〉

$$\mu_{mg} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{ij}} \quad (2.39)$$

ここで,

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{m_i}{m_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{m_j}{m_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

である.

〈熱伝導率〉

$$\lambda_{mg} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \lambda_i}{\sum_{j=1}^n x_j \Phi_{ij}} \quad (2.40)$$

ここで,

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{m_i}{m_j} \right)^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/2} \left(\frac{m_j}{m_i} \right)^{1/4} \right]^2$$

である.

2-4 数値計算

2-4-1 数値計算法の概要

本解析においては、2.3節で示したように多くの方程式を解く必要があり、また、界面での蒸発・凝縮を考慮しているために境界条件が複雑となる。そのため、信頼性のある一般的な圧縮性解法、例えば、TVD法、MUSCL法 [40]などを適用することは難しい。そこで、本解析では平易であり、かつ精度の保証されたCIP法 [41]を用いることとした。

CIP法は、双曲型の方程式を解くために開発されたもので、高次のゴドノブ法に近いものであるが、双曲型—放物型の方程式の解法としても用いられる。この方法の概要を以下に述べる。

まず、以下の双曲形の方程式を考える。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (2.41)$$

この方程式の解は、 c が一定であるならば、 $f(x, t) = f(x - ct, 0)$ となるが、 c が一定ではない場合においても、非常に短い時間であれば、以下の式が成り立つ。

$$f(x, t + \Delta t) \sim f(x - c\Delta t, t). \quad (2.42)$$

(2.42)式において、 $x = x_i$ ($i = 1, 2, \dots, imax$)における値がわかっているとすると、 $f(x_i, t + \Delta t)$ を求めるためには、 $x = x_i - c\Delta t \neq x_i \neq x_{i-1}$ における値が必要となるが、この方法として、格子点間をさまざまな関数を用いて補間するという方法がある。例えば、この補間を一次関数で行うとゴドノブ法あるいは、風上法となる。CIP法では、この補間を3次のスプラインで行う。

ここで、 x_{i-1} から x_i までの $f_i(x)$ を以下の様に定義する。

$$f_i(x) = a_i X^3 + b_i X^2 + f'_{i-1} X + f_{i-1}, \quad (2.43)$$

ただし、 $X = x - x_{i-1}$ とし、 f'_{i-1} 、 f_{i-1} は、それぞれ x_i での微分値と値である。

いま、 $x = x_i$ での値と微分値がわかっていたとすると、以下のように a_i 、 b_i を求めることができる。

$$a_i = \frac{f'_i + f'_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{2(f_i - f_{i-1})}{\Delta x^3}, \quad (2.44)$$

$$b_i = \frac{3(f_i - f_{i-1})}{\Delta x^2} - \frac{f'_i + 2f'_{i-1}}{\Delta x}. \quad (2.45)$$

(2.43)式、(2.44)式、(2.45)式を用いて、(2.42)式を考えると、次の時刻における値と微分値が以下の様に求められる。

$$f_i^{n+1} = F_i^n(x_i - c\Delta t) = a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + f'_{i-1} \xi + f_{i-1}^n, \quad (2.46)$$

$$f'_i{}^{n+1} = \frac{dF_i^n(x_i - c\Delta t)}{dx} = 3a_i \xi^2 + 2b_i \xi + f'_{i-1}{}^n, \quad (2.47)$$

ただし, $x_i = \Delta x - c\Delta t$ とする.

この方法を用いて, 以下の双曲型-放物型の方程式を解く場合を考える.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = g^* = g - f \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (2.48)$$

(2.48) 式を Eulerian Phase と Lagrangian Phase に分け, Eulerian Phase を差分で解き, 予測値を求める.

$$f_i^* = f_i^n + g_i^* \Delta t \quad (2.49)$$

$$f_i^{*'} = f_i^{*n} + \frac{f_{i+1}^{*n} - f_{i-1}^{*n} - f_{i+1}^n + f_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (2.50)$$

ただし, 拡散方程式における拡散項, エネルギー方程式における熱拡散項のような 2 次の微分項がある場合, つまり, $g = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ とおける場合には, 以下のように予測値を求める.

$$f_i^* = f_i^n + D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n) \quad (2.51)$$

$$f_i^{*'} = f_i^{*'} + \frac{f_{i+1}^{*n} - f_{i-1}^{*n} - f_{i+1}^n + f_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (2.52)$$

この予測値を (2.44) 式及び (2.45) 式における f , f' の代わりに代入し, (2.46) 式と (2.47) 式を用いて新しい値と微分値を求める.

以上簡単に説明をしたが, 実際には, 気泡内の質量保存式, 気泡内の蒸気の質量保存式, 液体中の不凝縮ガスの拡散方程式については CIP 法を用いず, 保存性を完全に満たすような形での数値積分により解を求めた. この理由として, CIP 法は保存性を満たすような形で解を求められているわけではないため, 質量が変化する可能性があり, 蒸発・凝縮を考慮する本解析においては適当ではない. そのため, 若干精度的には落ちるが保存性は保証されるような解法を用いた. しかし, 他の方程式に関しては精度的に高い方が適当と考え, CIP 法を用いた.

計算格子には, 解法によらずスタガード格子を用いた. 差分法も, 解法によらず, 時間に関して前進差分, 空間に関して二次の中心差分を用いた. このとき, 定義点と定義点の中間の値については単純平均によりその値を決定した. 計算格子を図 2-1 に示す.

2-4-2 座標変換

気泡運動を計算する場合, 気液境界面が移動するため, 座標系を固定すると精度が大きく落ちる. そこで, 気泡壁が常に格子点となるような移動座標系に変換し, 計算を行った. さらに, 計算領域が時間に対して数値計算領域と解析解領域の接続面が変化すると境界条件を適用しにくくなるため, 計算境界は固定するような座標系にした.

固定座標系での r , t を y , τ の関数であらわすと, 以下のようなになる.

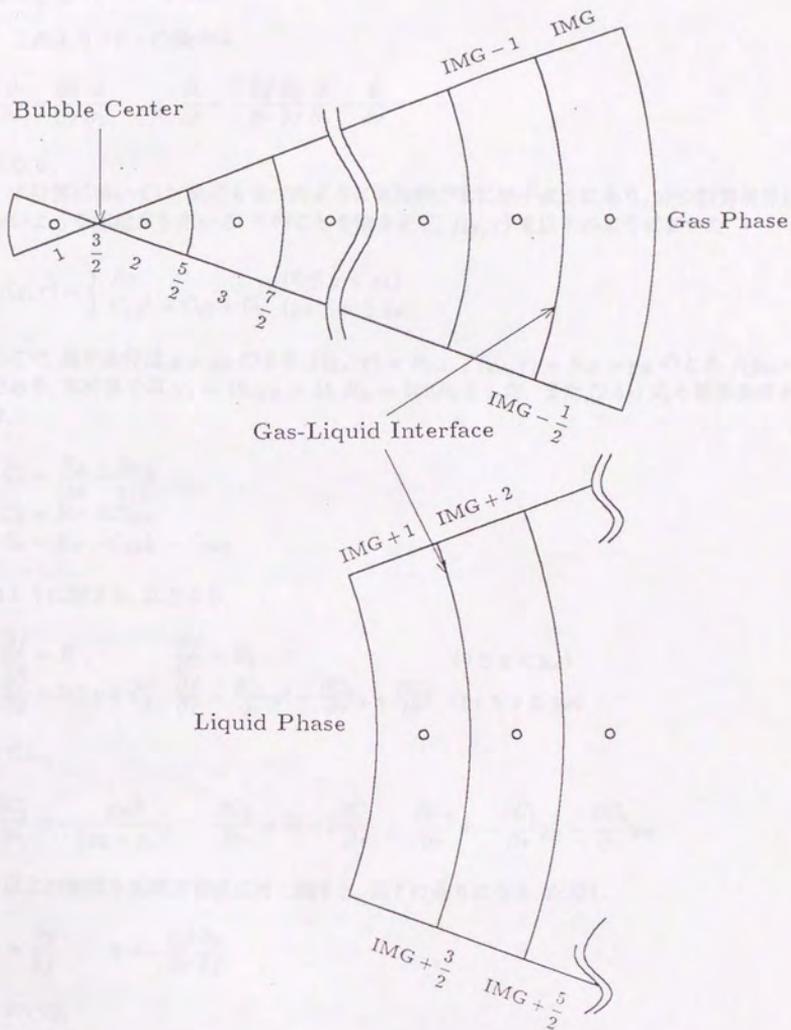


图 2-1: 计算格子

$$r = f(y, \tau) \quad , \quad t = \tau. \quad (2.53)$$

これより, r と t の微分は

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial y}{\partial f} \frac{\partial}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\partial f}{\partial \tau} \frac{\partial y}{\partial f} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (2.54)$$

となる.

本計算においては, 先にも述べたように気泡壁が常に格子点上にあり, かつ計算境界が移動しないような座標系を用いる. そのことを踏まえて, $f(y, \tau)$ を以下のようにおいた.

$$f(y, \tau) = \begin{cases} Ry & (0 \leq y < y_A) \\ C_1 y^2 + C_2 y + C_3 & (y_A \leq y \leq y_B) \end{cases} \quad (2.55)$$

ここで, 境界条件は, $y = y_A$ のとき $f(y_A, \tau) = Ry_A$, $f'(y_A, \tau) = R$, $y = y_B$ のとき $f(y_B, \tau) = R_B$ であり, 本計算では, $y_A = 10$, $y_B = 15$, $R_B = 100R_0$ とした. また, (2.55) 式と境界条件から係数は,

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{R_B - Ry_B}{(y_B - y_A)^2} \\ C_2 &= R - 2C_1 y_A \\ C_3 &= R_B - C_1 y_B^2 - C_2 y_B \end{aligned} \quad (2.56)$$

のように定まる. 以上より,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial y} &= R & \frac{\partial f}{\partial \tau} &= \dot{R}y & (0 \leq y < y_A) \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= 2C_1 y + C_2 & \frac{\partial f}{\partial \tau} &= \frac{\partial C_1}{\partial \tau} y^2 + \frac{\partial C_2}{\partial \tau} y + \frac{\partial C_3}{\partial \tau} & (y_A \leq y \leq y_B) \end{aligned} \quad (2.57)$$

ただし,

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau} = -\frac{y_B \dot{R}}{(y_B - y_A)^2} \quad , \quad \frac{\partial C_2}{\partial \tau} = \dot{R} - 2\frac{\partial C_1}{\partial \tau} \quad , \quad \frac{\partial C_3}{\partial \tau} = -\frac{\partial C_1}{\partial \tau} y_B^2 - \frac{\partial C_2}{\partial \tau} y_B \quad (2.58)$$

以上の変換を基礎方程式に対し施すと, 以下の通りになる. ただし,

$$a = \frac{\partial y}{\partial f} \quad , \quad b = -\frac{\partial f}{\partial \tau} \frac{\partial y}{\partial f} \quad (2.59)$$

とおいた.

●気相側の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_{mg}}{\partial \tau} + b \frac{\partial \rho_{mg}}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \rho_{mg} u_{mg}) = 0, \quad (2.60)$$

●液相側の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_{ml}}{\partial \tau} + b \frac{\partial \rho_{ml}}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \rho_{ml} u_{ml}) = 0, \quad (2.61)$$

●気泡内蒸気の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial \tau} + b \frac{\partial \rho_v}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \left(\rho_v u_{m_g} - a \rho_{m_g} D_{m_g} \frac{\partial c_v}{\partial y} \right) \right\} = 0, \quad (2.62)$$

●液体中の不凝縮ガスの拡散方程式

$$\frac{\partial \rho_{gl}}{\partial \tau} + b \frac{\partial \rho_{gl}}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \left(\rho_{gl} u_{ml} - a \rho_{ml} D_{gl} \frac{\partial c_{gl}}{\partial y} \right) \right\} = 0, \quad (2.63)$$

●気相側の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_{m_g} u_{m_g}) + b \frac{\partial}{\partial y} (\rho_{m_g} u_{m_g}) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \rho_{m_g} u_{m_g} u_{m_g}) \\ &= -a \frac{\partial p_{m_g}}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{m_g}}{f} \left(a \frac{\partial u_{m_g}}{\partial y} - \frac{u_{m_g}}{f} \right) + \frac{4}{3} \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \mu_{m_g} \left(a \frac{\partial u_{m_g}}{\partial y} - \frac{u_{m_g}}{f} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

●液相側の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_{ml} u_{ml}) + b \frac{\partial}{\partial y} (\rho_{ml} u_{ml}) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \rho_{ml} u_{ml} u_{ml}) \\ &= -a \frac{\partial p_l}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{ml}}{f} \left(a \frac{\partial u_{ml}}{\partial y} - \frac{u_{ml}}{f} \right) + \frac{4}{3} \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \mu_{ml} \left(a \frac{\partial u_{ml}}{\partial y} - \frac{u_{ml}}{f} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.65)$$

●気相側のエネルギー方程式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_n e_n + \rho_v e_v) + b \frac{\partial}{\partial y} (\rho_n e_n + \rho_v e_v) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \{ f^2 (\rho_n e_n u_n + \rho_v e_v u_v) \} \\ &= -a \frac{p_{m_g}}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 u_{m_g}) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(a f^2 \lambda_{m_g} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \mu_{m_g} \left(a \frac{\partial u_{m_g}}{\partial y} - \frac{u_{m_g}}{f} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.66)$$

ここで、エネルギー式を温度に対する式であらわすと、

$$\rho_{m_g} C_{m_g} \frac{\partial T}{\partial \tau} + \rho_{m_g} C_{m_g} (b + a u_{m_g}) \frac{\partial T}{\partial y} + a^2 \rho_{m_g} (C_n - C_v) D_{m_g} \frac{\partial c_v}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$= -a \frac{\rho_{mg}}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 u_{mg}) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(a f^2 \lambda_{mg} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \mu_{mg} \left(a \frac{\partial u_{mg}}{\partial y} - \frac{u_{mg}}{f} \right)^2. \quad (2.67)$$

ここで, $\rho_{mg} C_{mg} = \rho_n C_n + \rho_v C_v$ とした.

●液相側のエネルギー保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (\rho_l T_l) + b \frac{\partial}{\partial y} (\rho_l T_l) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \rho_l e_l u_l) \\ &= -a \frac{p_l}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 u_l) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(a f^2 \lambda_l \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4}{3} \mu_l \left(a \frac{\partial u_l}{\partial y} - \frac{u_l}{f} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.68)$$

また, 同様にして境界条件にも施すと以下の通りになる.

●気泡中心における条件

$$u_{mg} = 0, \quad \frac{\partial \rho_{mg}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial c_v}{\partial y} = 0. \quad (2.69)$$

●気液界面における質量保存に関する条件

$$\dot{M}_v = \frac{D_{mg} \rho_{mgw} a_w \left(\frac{\partial c_v}{\partial y} \right)_w}{1 - c_{vw}} + \frac{c_{vw}}{1 - c_{vw}} \dot{M}_n \quad (2.70)$$

$$\dot{M}_n = \frac{D_{gl} \rho_{mlw} a_w \left(\frac{\partial c_{gl}}{\partial y} \right)_w}{1 - c_{glw}} + \frac{c_{glw}}{1 - c_{glw}} \dot{M}_v \quad (2.71)$$

●気液界面における運動量保存に関する条件

$$\begin{aligned} & -p_{lw} + \frac{4}{3} \mu_l \left(a_w \frac{\partial u_l}{\partial y} - \frac{u_l}{f} \right)_w + \{ \rho_{mg} (u_{mg} - \dot{R}) (u_{mg} - u_l) \}_w \\ &= -p_{mgw} + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4}{3} \mu_{mg} \left(a_w \frac{\partial u_{mg}}{\partial y} - \frac{u_{mg}}{f} \right)_w. \end{aligned} \quad (2.72)$$

●気液界面におけるエネルギー保存に関する条件

$$\lambda_{ml} a_w \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w - \lambda_{mg} a_w \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + \frac{5}{2} (\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_n) T_w \{ (1 - c_{vw}) \dot{M}_v - c_{vw} \dot{M}_n \}$$

$$\begin{aligned}
&= \dot{M}_v \left\{ L + \frac{4}{3} \frac{\mu_l}{\rho_{lw}} \left(a_w \frac{\partial u_l}{\partial y} - \frac{u_l}{f} \right)_w - \frac{4}{3} \frac{\mu_{mg}}{\rho_{mg}} \left(a_w \frac{\partial u_{mg}}{\partial y} - \frac{u_{mg}}{f} \right)_w \right\} \\
&+ \frac{1}{2} \dot{M}_v \left\{ (\dot{R} - u_{lw})^2 - (\dot{R} - u_{mgw})^2 \right\}. \tag{2.73}
\end{aligned}$$

●液体中での気泡に近い領域と遠い領域との接続面における条件

$$\frac{\partial u_B}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho_\infty C_\infty} \frac{\partial p_B}{\partial \tau} + \frac{p_B - p_\infty}{\rho_\infty f_B}. \tag{2.74}$$

ここで、境界面は固定されているので、 $b_B = 0$ とした。

以上の方程式を次節に述べる解法により、解くこととする。

2-4-3 方程式の解法

この節では、支配方程式の差分式と解法について述べる。ただし、添え字について、 i は格子点上、 $i + 1/2$ は格子境界上、 n は前の時間ステップ、 $n + 1$ は現在の時間ステップを示す。

●気泡内の質量保存式の解法

気泡内の質量保存式については前述したように保存性を完全に満たすような形で解法を用いる必要がある。(2.60)式は以下のように保存形に書き直せる。

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{f^2}{a} \rho_{mg} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(f^2 \rho_{mg} u_{mg} + f^2 \rho_{mg} \frac{b}{a} \right) = 0. \tag{2.75}$$

この式の両辺を積分すると、差分式で以下のようにあらわされる。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{3} \left\{ (f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right\} (\rho_{mg})_i^{n+1} - \frac{1}{3} \left\{ (f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right\} (\rho_{mg})_i^n \\
&+ (f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{mg})_{i+1/2}^n \left((u_{mg})_{i+1/2}^n - b_{i+1/2}^n / a_{i+1/2}^n \right) \Delta t \\
&- (f_{i-1/2}^n)^2 (\rho_{mg})_{i-1/2}^n \left((u_{mg})_{i-1/2}^n - b_{i-1/2}^n / a_{i-1/2}^n \right) \Delta t = 0. \tag{2.76}
\end{aligned}$$

これから $n+1$ 時刻の密度を求める。

●液相側の質量保存式の解法

液体の密度は大きく、圧力に対する変化も小さいため、小さな誤差も圧力に対して大きな影響を与え、その誤差が解の発散につながることもある。つまり、液体の密度を求める際には完全な保存性よりも、安定性と精度を重視すべきである。そのため、液相側の質量保存式はCIP法を用いて解かれるのが適切である。

この方程式は次のようにして解かれる。(2.61)式の Eulerian Phase を考えて、差分をすると、

$$\frac{(\rho_{mi})_i^* - (\rho_{mi})_i^n}{\Delta\tau} = -\frac{a_i^{n+1}(\rho_{mi})_i^n}{(f_i^n)^2\Delta y} \left((f_{i+1/2}^n)^2 (u_{mi})_{i+1/2}^n - (f_{i-1/2}^n)^2 (u_{mi})_{i-1/2}^n \right) \quad (2.77)$$

ここから予測値を求め、この予測値を用いて、Lagrangian Phase の解法より $n+1$ 時刻の密度を求める。

●気泡内の蒸気の質量保存式の解法

気泡内の蒸気と不凝縮ガスの拡散は、拡散係数の大きさにも依るが、拡散速度が対流と同程度の速さを持つこともある。そのため、この方程式における拡散項は、陰的に評価する必要がある。ところで、拡散速度は蒸気濃度の勾配という形で決定されるため、陰的に解くためには、この方程式は濃度に関する方程式として解かれるべきである。また、気泡内質量保存式と同様、この方程式を解く際にも保存性を完全に満たす必要がある。

これより、気泡内質量保存式と同様な変形を (2.62) 式に施すと以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial\tau} \left(\frac{f^2}{a} \rho_v \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(f^2 \rho_v u_{mg} + f^2 \rho_v \frac{b}{a} - a f^2 \rho_{mg} D_{mg} \frac{\partial c_v}{\partial y} \right) = 0. \quad (2.78)$$

この方程式を積分するわけであるが、蒸気の密度が濃度と平均密度の積で表されるため、濃度を陰的に解いた場合には式の上で保存性を満たすように解いても、解かれた濃度と平均密度を掛け合わせた蒸気の密度を空間内で積分した場合には、その質量は保存されなくなる。この解決策として、本解析においては、気泡内の蒸気の拡散方程式と不凝縮ガスの拡散方程式を独立に解き、それぞれの濃度を決定する。これらの濃度の和は、本来 1 となるべきであるが、保存性が満たされていないため、1 とはならない。しかしながら、二つの方程式は同じ条件で解かれているわけであるから、それぞれの濃度の比は正しいはずである。そこで、この濃度比が変化しないように新しい平均密度を振り分け、新しい蒸気濃度を決定する方法を用いる。これにより、誤差の蓄積が偏らずに解くことができる。

解法は次の通りである。蒸気の質量保存式および不凝縮ガスの質量保存式を差分すると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right) (c_k)_{i+1/2}^{n+1} (\rho_{mg})_{i+1/2}^{n+1} - \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right) (c_k)_i^n (\rho_{mg})_i^n \\ & + (f_{i+1/2}^{n+1})^2 (c_k)_{i+1/2}^{n+1} (\rho_{mg})_{i+1/2}^{n+1} \left((u_{mg})_{i+1/2}^{n+1} - b_{i+1/2}^{n+1} / a_{i+1/2}^{n+1} \right) \Delta t \\ & - \left((f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{mg})_{i+1/2}^{n+1} (D_{mg})_{i+1/2}^{n+1} a_{i+1/2}^{n+1} \frac{(c_k)_{i+1/2}^{n+1} - (c_k)_i^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta t \\ & - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (c_k)_{i-1/2}^{n+1} (\rho_{mg})_{i-1/2}^{n+1} \left((u_{mg})_{i-1/2}^{n+1} - b_{i-1/2}^{n+1} / a_{i-1/2}^{n+1} \right) \Delta t \\ & + \left((f_{i-1/2}^n)^2 (\rho_{mg})_{i-1/2}^{n+1} (D_{mg})_{i-1/2}^{n+1} a_{i-1/2}^{n+1} \frac{(c_k)_i^{n+1} - (c_k)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta t = 0. \end{aligned} \quad (2.79)$$

となる。ただし、蒸気については $k = v$ とし、不凝縮ガスについては $k = n$ とする。
境界条件は中心で、

$$(c_v)_1^{n+1} = (c_v)_2^{n+1}, \quad (c_n)_1^{n+1} = (c_n)_2^{n+1}, \quad (2.80)$$

となる。気液界面における蒸気の保存について、

$$\begin{aligned} & (f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (c_v)_{IMG-1/2}^{n+1} (\rho_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} \left((u_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} - b_{IMG-1/2}^{n+1} / a_{IMG-1/2}^{n+1} \right) \Delta t \\ & - \left((f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (\rho_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} (D_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{(c_v)_{IMG-1/2}^{n+1} - (c_v)_{IMG-1}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (2.81)$$

$$= -R^2 \dot{M}_v \Delta t \quad (2.82)$$

となり、不凝縮ガスの保存について、

$$\begin{aligned} & (f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (c_n)_{IMG-1/2}^{n+1} (\rho_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} \left((u_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} - b_{IMG-1/2}^{n+1} / a_{IMG-1/2}^{n+1} \right) \Delta t \\ & - \left((f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (\rho_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} (D_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{(c_n)_{IMG-1/2}^{n+1} - (c_n)_{IMG-1}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta t \\ & = -R^2 \dot{M}_n \Delta t \end{aligned} \quad (2.83)$$

となる。

これらの式を濃度についての行列に書き換え、3重対角行列の逆行列を計算し、濃度をそれぞれ求める。この解は濃度の和が1とはなっていないので、(2.76)式を解いて求めた平均密度に $c_v / (c_n + c_v)$ と $c_n / (c_n + c_v)$ をかけ、 $n+1$ 時刻の蒸気の密度、不凝縮ガスの密度とする。

●液体中の不凝縮ガスの質量保存式の解法

液体中の不凝縮ガスの濃度の変化はあまり大きくないと考えられるので、拡散項を陽的に評価する。(2.63)式を保存形に書き改めると

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{f^2}{a} \rho_{gl} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(f^2 \rho_{gl} u_{ml} + f^2 \rho_{gl} \frac{b}{a} - a f^2 \rho_{ml} D_{gl} \frac{\partial c_{gl}}{\partial y} \right) = 0. \quad (2.84)$$

となる。平均密度と同様に差分をすると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right) (\rho_{gl})_i^{n+1} - \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right) (\rho_{gl})_i^n \\ & + (f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{gl})_{i+1/2}^n \left((u_{ml})_{i+1/2}^n - b_{i+1/2}^n / a_{i+1/2}^n \right) \Delta t \\ & - \left((f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{ml})_{i+1/2}^n D_{gl} a_{i+1/2}^n \frac{(c_{gl})_{i+1}^n - (c_{gl})_i^n}{\Delta y} \right) \Delta t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -(f_{i-1/2}^n)^2 (\rho_{gl})_{i-1/2}^n \left((u_{mj})_{i-1/2}^n - b_{i-1/2}^n / a_{i-1/2}^n \right) \Delta t \\
 & + \left((f_{i-1/2}^n)^2 (\rho_{ml})_{i-1/2}^{n+1} D_{gl} a_{i-1/2}^n \frac{(c_{gl})_i^n - (c_{gl})_{i-1}^n}{\Delta y} \right) \Delta t = 0. \quad (2.85)
 \end{aligned}$$

境界条件として、ヘンリーの法則、つまり (2.26) 式から決定される濃度と接統面での濃度 (2.34) 式を用いて、 $n+1$ 時刻の不凝縮ガスの密度を決定する。

●気液両相の運動量保存式の解法

運動量保存式は、精度と安定性を重視し、CIP 法を用いて解く。ここで、方程式中の圧力については新しく求められた圧力を用い、粘性項に関しては 寄与が小さいと考え n 時刻の速度で評価する。(2.64) 式と (2.65) 式の Eulerian Phase を考えると

$$\frac{\partial u_{mj}}{\partial \tau} = -\frac{a}{\rho_{mj}} \frac{\partial p_{mj}}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{mj}}{f \rho_{mj}} \left(a \frac{\partial u_{mj}}{\partial y} - \frac{u_{mj}}{f} \right) + \frac{4}{3} \frac{a}{f^2 \rho_{mj}} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \mu_{mj} \left(a \frac{\partial u_{mj}}{\partial y} - \frac{u_{mj}}{f} \right) \right\}. \quad (2.86)$$

ただし、気相に対しては $j=g$ 、液相に対しては $j=l$ である。この式を差分をすると、

$$\begin{aligned}
 \frac{(u_{mj})_{i+1/2}^{n+1} - (u_{mj})_{i+1/2}^n}{\Delta t} &= \frac{a_{i+1/2}^{n+1} ((p_{mj})_{i+1}^{n+1} - (p_{mj})_i^{n+1})}{(\rho_{mj})_{i+1/2}^{n+1} \Delta y} \\
 &+ \frac{4}{3} \frac{(\mu_{mj})_{i+1/2}^n}{f_{i+1/2}^n (\rho_{mj})_{i+1/2}^{n+1}} \left(a_{i+1/2}^n \frac{(u_{mj})_{i+1}^n - (u_{mj})_i^n}{\Delta y} - \frac{(u_{mj})_{i+1/2}^n}{f_{i+1/2}^n} \right) \\
 &+ \frac{4}{3} \frac{(\mu_{mj})_{i+1}^n}{(f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{mj})_{i+1/2}^{n+1}} \frac{a_{i+1/2}^n (f_{i+1}^n)^2}{\Delta y} \left(\frac{a_{i+1}^n ((u_{mj})_{i+3/2}^n - (u_{mj})_{i+1/2}^n)}{\Delta y} - \frac{(u_{mj})_{i+1}^n}{f_{i+1}^n} \right) \\
 &- \frac{4}{3} \frac{(\mu_{mj})_i^n}{(f_{i+1/2}^n)^2 (\rho_{mj})_{i+1/2}^{n+1}} \frac{a_{i+1/2}^n (f_i^n)^2}{\Delta y} \left(\frac{a_i^n ((u_{mj})_{i+1/2}^n - (u_{mj})_{i-1/2}^n)}{\Delta y} - \frac{(u_{mj})_i^n}{f_i^n} \right) \quad (2.87)
 \end{aligned}$$

境界条件として、

$$(u_{m2})_{i+1/2}^{n+1} = 0$$

を加え、予測値を求める。さらに、この予測値を用いて、Lagrangian Phase の解法より $n+1$ 時刻の速度を求める。

ところで、気液界面における速度は、気相側における気液界面の一つ外側の点における圧力と液相側における気液界面の一つ内側の点における圧力が決定されていないため、この方程式だけでは求めることができない。そこで、液体側から求めた気泡壁速度と気相側から求めた気泡壁速度が一致するように、気相側における気液界面の圧力と液相側における気液界面の圧力を決定し、界面の気体の速度と液体の速度を求める。

(2.64) 式と (2.65) 式の気液界面における運動方程式をそれぞれ考え、気泡径速度と平均速度の関係式 (2.15) 式と (2.16) 式を用いると以下のように書き直せる。

$$\rho_{mgw} \frac{\partial u_{mg}}{\partial \tau} + a(\dot{M}_v + \dot{M}_n) \frac{\partial u_{mg}}{\partial y} = -a_w \frac{\partial p_{mg}}{\partial y} + Vis_{mg} \quad (2.88)$$

$$\rho_{mlw} \frac{\partial u_{ml}}{\partial \tau} + a(\dot{M}_v + \dot{M}_n) \frac{\partial u_{ml}}{\partial y} = -a_w \frac{\partial p_{ml}}{\partial y} + Vis_{ml} \quad (2.89)$$

ここで、粘性項は Vis とおいた。この両式を差分すると、

$$u_{mgw}^{n+1} - u_{mgw}^n + Conv_{mg} = -\frac{a_w \Delta t}{\rho_{mgw}^n} \frac{2}{\Delta y} (p_{mgw} - p_{IMG-1}^{n+1}) + \frac{Vis_{mg}^n \Delta t}{\rho_{mgw}^n} \quad (2.90)$$

$$u_{mlw}^{n+1} - u_{mlw}^n + Conv_{ml} = -\frac{a_w \Delta t}{\rho_{mlw}^n} \frac{2}{\Delta y} (p_{IMG+2}^{n+1} - p_{mlw}) + \frac{Vis_{ml}^n \Delta t}{\rho_{mlw}^n} \quad (2.91)$$

となる。ただし、

$$Conv_{mg} = \frac{a_w(\dot{M}_n + \dot{M}_v)\Delta t}{\rho_{mgw}^n} \frac{(u_{mg})_{IMG-1/2}^n - (u_{mg})_{IMG-3/2}^n}{\Delta y},$$

$$Conv_{ml} = \frac{a_w(\dot{M}_n + \dot{M}_v)\Delta t}{\rho_{mlw}^n} \frac{(u_{mg})_{IMG+5/2}^n - (u_{mg})_{IMG+3/2}^n}{\Delta y}$$

とおいた。(2.90) 式と (2.91) 式に (2.15) 式と (2.16) 式を代入し、気泡径速度を消去すると、界面における液体圧力と気体圧力の関係式ができる。この式と (2.72) 式を連立させると界面の圧力が求まり、 $n+1$ 時刻の界面における気相側、液相側速度と気泡径速度が求まる。

●気液両相のエネルギー保存式の解法

エネルギー方程式の解法は CIP 法を用い、界面付近の温度勾配が大きい場合もあることを考え、熱拡散項は陰的に評価する。(2.67) 式と (2.68) 式を展開し、Eulerian Phase を差分化する。

<気相側>

$$\begin{aligned} (\rho_{mg} C_{mg})_i^{n+1} \frac{T_i^* - T_i^n}{\Delta \tau} &= -(\rho_{mg})_i^{n+1} (D_{mg})_i^{n+1} a_i^{n+1} \frac{(c_v)_{i+1}^{n+1} - (c_v)_{i-1}^{n+1}}{2\Delta y} (C_n - C_v) a_i^{n+1} \frac{T_{i+1}^* - T_{i-1}^*}{2\Delta y} \\ &- \frac{a_i^{n+1} (\rho_g \mathfrak{R}_g + \rho_v \mathfrak{R}_v) T_i^*}{(f_i^{n+1})^2 \Delta y} ((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (u_{mg})_{i+1/2}^n - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (u_{mg})_{i-1/2}^n) \\ &+ \frac{a_i^{n+1}}{(f_i^{n+1})^2 \Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (\lambda_{mg})_{i+1/2}^{n+1} a_{i+1/2}^{n+1} \frac{T_{i+1}^* - T_i^*}{\Delta y} - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (\lambda_{mg})_{i-1/2}^{n+1} a_{i-1/2}^{n+1} \frac{T_i^* - T_{i-1}^*}{\Delta y} \right) \\ &+ \frac{4}{3} \mu_{mg} \left(a_i^{n+1} \frac{(u_{mg})_{i+1/2}^n - (u_{mg})_{i-1/2}^n}{\Delta y} - \frac{(u_{mg})_i^n}{f_i^{n+1}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.92)$$

<液相側>

$$\begin{aligned} \frac{T_i^* - T_i^n}{\Delta\tau} &= \frac{1}{(\rho_l)_i^{n+1} C_l} \left\{ \frac{(p_l)_i^{n+1} - (p_l)_i^n}{\Delta\tau} + (b_i^{n+1} + a_i^{n+1} (u_{ml})_i^n) \frac{(p_l)_{i+1/2}^{n+1} - (p_l)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \right\} \\ &+ \frac{a_i^n}{(f_i^n)^2 (\rho_l)_i^n C_l \Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 \lambda_l a_{i+1/2}^{n+1} \frac{T_{i+1}^* - T_i^*}{\Delta y} - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 \lambda_l a_{i-1/2}^{n+1} \frac{T_i^* - T_{i-1}^*}{\Delta y} \right) \\ &+ \frac{4}{3} \frac{\mu_l}{\rho_l C_l} \left(a_i^n \frac{(u_l)_{i+1/2}^n - (u_l)_{i-1/2}^n}{\Delta y} - \frac{u_l^n}{f_i^{n+1}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.93)$$

境界条件は(2.10)式,(2.28)式,(2.29)式および(2.34)式であるが, 界面における温度を2次の精度にした結果,(2.28)式と(2.29)式の差分式は

$$\frac{3}{8} T_{IMG} + \frac{3}{4} T_{IMG-1} - \frac{1}{8} T_{IMG-2} = \frac{3}{8} T_{IMG+1} + \frac{3}{4} T_{IMG+2} - \frac{1}{8} T_{IMG+3} \quad (2.94)$$

$$\lambda_l a_{IMG+1/2}^{n+1} \frac{T_{IMG+2} - T_{IMG+1}}{\Delta y} = \lambda_{mgw} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{T_{IMG} - T_{IMG-1}}{\Delta y} + L \dot{M}_v + X \quad (2.95)$$

となる。ただし, Xは残りの項である。これらの方程式を, 陰的に解くことにより温度の予測値を求めることができる。さらに, この予測値を用いて, Lagrangian Phaseの解法より n+1 時刻の温度を求める。

●壁面の蒸気濃度と蒸発量の求め方

気液界面における蒸発量は, 界面温度より決定される飽和蒸気圧と蒸気の分圧により決定される。飽和蒸気圧曲線は, 温度に対する変化が大きい。また, 界面温度は蒸発量に対し, 変化が大きい。このため, 気泡内外の温度と蒸発量は陰的に求められる必要がある。しかしながら, 気液界面における質量とエネルギーの境界条件は複雑であるため, 繰り返し計算によって求めなくてはならない。

ここでは, 仮の界面温度のもとで界面の蒸気の濃度と蒸発量を求める方法を示す。(2.23)式を(2.70)式と(2.71)式の \dot{M}_v に代入し, (2.71)式を(2.70)式の \dot{M}_n に代入すると以下の式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\alpha(p_s - p_v)}{\sqrt{2\pi} \Re_v T_w} &= \frac{D_{mg} \rho_{mgw} a_w \left(\frac{\partial c_w}{\partial y} \right)_w}{1 - c_{vw}} \\ &+ \frac{c_{vw}}{1 - c_{vw}} \left\{ \frac{D_{gl} \rho_{m_l w} a_w \left(\frac{\partial c_{gl}}{\partial y} \right)_w}{1 - c_{glw}} + \frac{c_{glw}}{1 - c_{glw}} \frac{\alpha(p_s - p_v)}{\sqrt{2\pi} \Re_v T_w} \right\} \end{aligned} \quad (2.96)$$

ここで, $p_v = c_v \Re_v T_w$ を代入し, 差分をすると以下のようになる。

$$\frac{\alpha(p_s^* - c_{vw}^* \mathfrak{R}_v T_w^*)}{\sqrt{2\pi \mathfrak{R}_v T_w^*}} = \frac{2D_{m_g} \rho_{m_g w}^{n+1} a_w^{n+1} c_{vw}^* - (c_v)_{TMG-1}^{n+1}}{1 - c_{vw}^* \Delta y}$$

$$+ \frac{c_{vw}^*}{1 - c_{vw}^*} \left\{ \frac{D_{g1} \rho_{m1w}^{n+1} a_w^{n+1} \left(\frac{\partial c_{g1}}{\partial y} \right)_w^n}{1 - c_{g1w}^{n+1}} + \frac{c_{g1w}^{n+1}}{1 - c_{g1w}^{n+1}} \frac{\alpha(p_s^* - c_{vw}^* \mathfrak{R}_v T_w^*)}{\sqrt{2\pi \mathfrak{R}_v T_w^*}} \right\} \quad (2.97)$$

ここで,*は仮の値を示す。この式は c_{vw}^* に関する2次方程式であり、その値を解の公式より求めることができる。求めた結果を(2.23)式に代入し、蒸発量を計算する。

2-4-4 数値計算手順

以下のような手順で計算を進めた。

- (1) 新しい気泡径を、現在の気泡径と気泡径速度を用いて計算する。
- (2) 新しい格子を計算する。
- (3) 気相と液相の質量保存式を解き、新しい気液両相の平均密度、蒸気密度および液中の不凝縮ガスの密度を求める。
- (4) n 時刻の界面温度を仮の界面温度として、気液界面での蒸気濃度と蒸発量 \dot{M}_v を前述の方法に基づいて計算する。この蒸発量を用いて、エネルギー式を計算し、新しい温度を計算する。新しい界面温度と仮の温度とを比較し、同一でなければ、(4)の最初に戻り、求めた新しい界面温度を仮の温度として、温度変化がなくなるまで計算を繰り返す。
- (5) 新しい圧力を計算する。
- (6) 運動量保存式を解き、新しい速度と気泡径速度を求める。
- (7)(1)に戻る。

2-5 計算結果と考察

2-5-1 計算結果の誤差評価

数値解析により得られた解は、元の方程式を差分近似して解いているため、正確な解ではない。したがって、数値的に得られた解の精度を検査することは重要である。ここでは、数値解と解析的に得られた常微分方程式を4次のルンゲクッタ法で解いた解との比較、クーラン数を固定して空間刻みを変化させた場合の解の比較および空間刻みを一定とし時間ステップを変化させた場合の解の比較を行い、数値解の精度と空間刻みと時間ステップに対する解の依存性を検討した。

●解析解との比較

液の圧縮性の寄与に関して一次近似解である単一気泡の運動方程式である Prosperetti らが導きだした以下の常微分方程式 [11] と数値解との比較を行った。

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c_\infty}\right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\dot{R}}{c_\infty}\right) \dot{R}^2 = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_\infty}\right) \frac{p_B(t) - p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{R}{\rho_\infty c_\infty} \frac{dp_B(t)}{dt} \quad (2.98)$$

ここで、粘性と表面張力を無視すると $p_B(t)$ は、

$$p_B(t) = p_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\kappa}$$

である。

この式を4次のルンゲクッタ法で解く。このとき、気泡内ガスは断熱変化をする場合と等温変化をする場合について比較をした。数値解は、気泡内が断熱変化あるいは等温変化をするとしているため、気泡内部についての保存式は解かず、液体の質量保存式と運動量保存式のみを解いて得られる。このとき、解析的に得られた解には液体の粘性は考慮されていないので、運動量保存式中の粘性項は無視した。

図2-2に二つの解における気泡径、圧力および気泡内温度の時間変化を示す。初期条件は、平衡状態において、気泡径 $100 \mu\text{m}$ 、液相圧力 10kPa 、温度 20°C とした。ただし、表面張力を無視しているため、初期気泡径の大きさは解に関係ない。この平衡状態から液体圧力をステップ状に 100kPa に上昇させた。図中、実線は数値解、破線は解析解を4次のルンゲクッタ法で解いた結果を示す。また、丸と四角はそれぞれ断熱と等温の場合を示す。

図より、両方の場合についてほとんど違いが見られず、十分、数値的に得られた解の精度が高いことがわかる。

●空間刻みを変化させた場合の解の比較

数値解の精度は空間刻みの大きさにより左右される。特に、空間刻みが大きいと数値的な拡散が大きくなる。ここでは、気泡内の空間刻みと液体側の空間刻みを変化させた場合の解の違いを検討する。数値解は、気泡内外の熱拡散のみを考慮し、蒸発・凝縮は考慮しないとした。

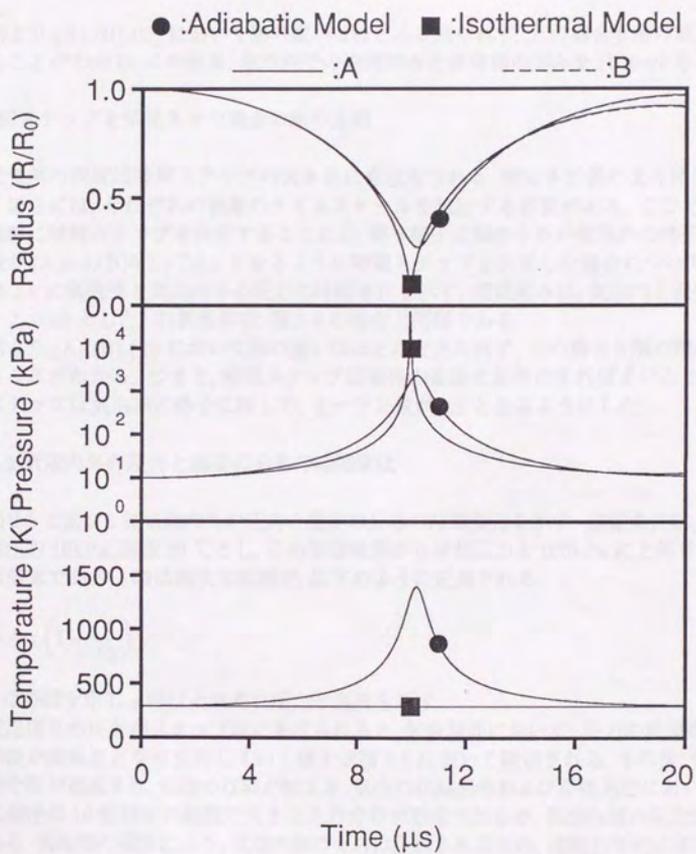


図 2-2: 気泡径, 圧力および気泡内温度の時間変化

図 2-3 に、座標変換後の y について、気泡内での空間刻みと液体側の刻みをそれぞれ (A)0.02 と 0.04, (B)0.01 と 0.02, (C)0.005 と 0.01 とした場合における気泡径と気泡内中心圧力の時間変化を示す。ただし、時間ステップはクーラン数がどの場合も 0.2 となるようにした。初期条件は、気泡径 $100\mu\text{m}$ 、液相圧力 10kPa 、温度 20°C とし、この平衡状態から液相圧力を 100kPa に上昇させた。

図より、(A),(B),(C) において解の違いはほとんど見られず、どの場合も解の精度として十分であることがわかる。この結果、気泡内での空間刻みと液体側の刻みを (B)0.01 と 0.02 とした。

●時間ステップを変化させた場合の解の比較

数値解の精度は時間ステップの大きさにも左右される。特に本計算のように多くの方程式を解く場合には、それぞれの現象のタイムスケールを検討する必要がある。ここでは、液体の音速を基準に時間ステップを決定することにし、最も格子点幅の小さい気泡内の格子に対し、クーラン数が (A)0.4, (B)0.2, (C)0.1 となるように時間ステップを決定した場合について検討した。

図 2-4 に気泡径と気泡内中心圧力の時間変化を示す。空間刻みは、気泡内と液体側をそれぞれ 0.01 と 0.02 とした。計算条件は、図 2-3 の場合と同様である。

図より、(A),(B),(C) において解の違いはほとんど見られず、どの場合も解の精度として十分であることがわかる。つまり、時間ステップは液体の音速を基準にすればよいことが確認され、時間ステップは気泡内の格子に対して、クーラン数が 0.2 となるようにした。

2-5-2 気泡内外の圧力と温度の分布の時間変化

図 2-5 と図 2-6 に気泡内外の圧力と温度の分布の時間変化を示す。初期条件は、気泡径 $100\mu\text{m}$ 、液相圧力 10kPa 、温度 20°C とし、この平衡状態から液相圧力を 100kPa に上昇させた。気泡内ガスは窒素である。 x 軸は無次元距離で、以下のように定義される。

$$\hat{r} = \log \left(1 + \frac{r}{R_0} \right) \quad (2.99)$$

y 軸は時間を示し、 z 軸はそれぞれ圧力と温度を示す。

気泡周りの圧力がステップ状にあげられると、気液界面において、圧力の固定端反射が起こり、圧縮波が膨張波となり反射していく様子が図 2-5 において観察される。その後、気泡の周りには圧力分布が形成され、気泡の収縮が始まる。気泡の収縮過程および膨張過程において、気泡外部には気泡径の 10 倍程度の範囲で大きな圧力分布が形成されるが、気泡内部の圧力分布はほぼ一様である。気泡壁の運動により、気泡内部のガスは圧縮されるため、運動力学的には圧力分布が形成される。しかし、気泡内ガスの密度は液体のそれと比べて、非常に小さいために、圧力分布が小さい。それとともに、気泡壁の速度が気体の音速に比べて小さいため、気泡内で伝播する圧力波の振幅が小さい。もし、気泡内外の圧力差が大きき、気泡壁の速度が大きくなった場合には、Beylich らが [42] 示しているように気泡内に衝撃波が形成されることもある。

また、気泡が圧縮された後、気泡内から外に向かって圧力波が伝播していくのが観察される。この圧力波の振幅は、本計算においては、気泡径の数倍程度離れた領域においても、数気圧程度の

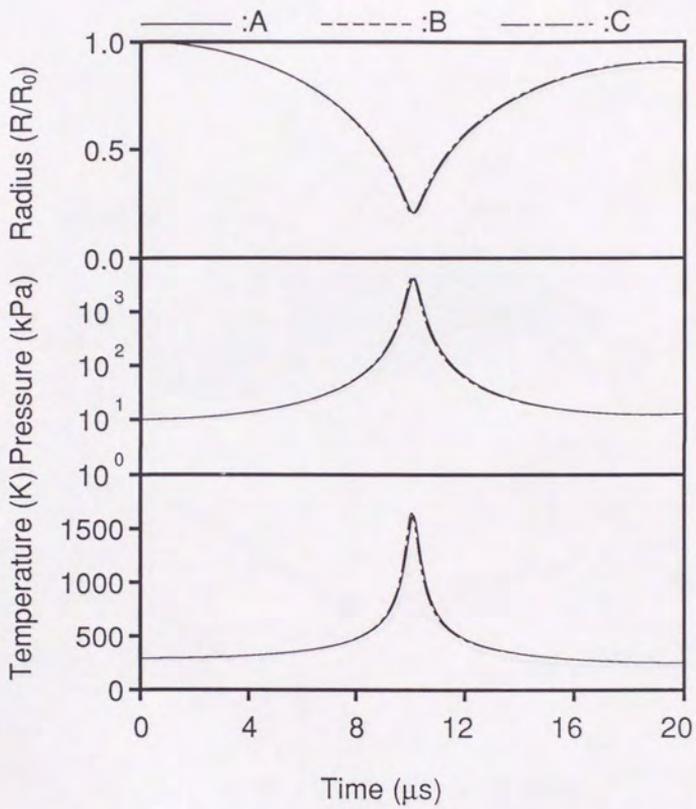


図 2-3: 気泡径と気泡内中心圧力の時間変化

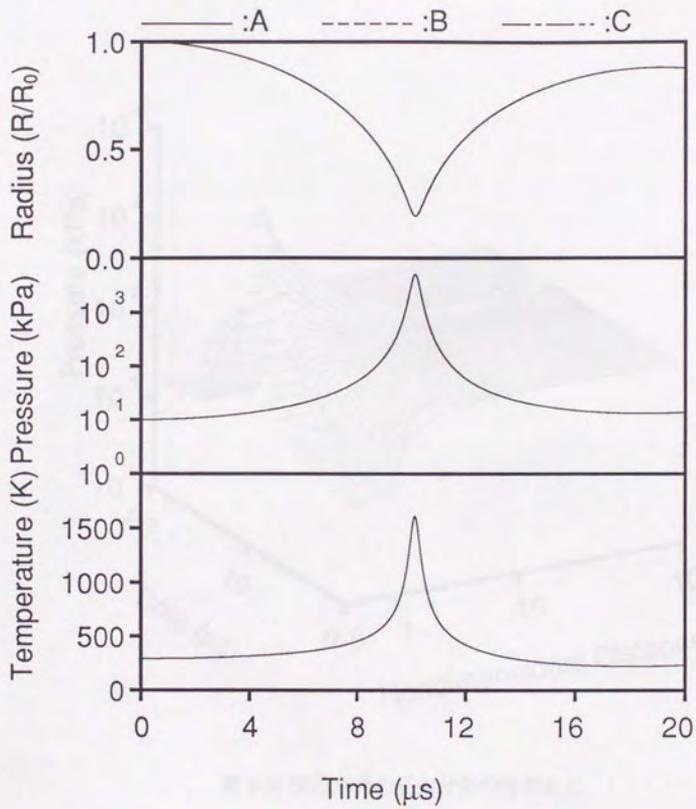


図 2-4: 気泡径と気泡内中心圧力の時間変化

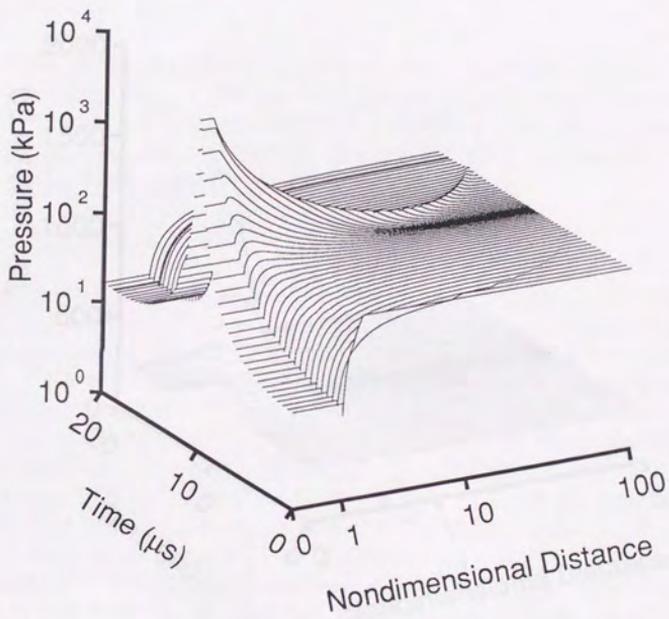


図 2-5: 気泡内外の圧力分布の時間変化

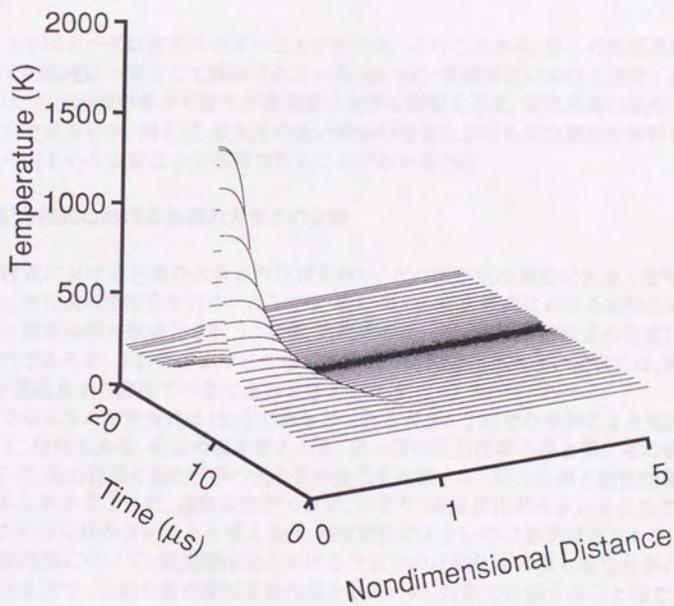


図 2-6: 気泡内外の温度分布の時間変化

大きさを持っており、多数個の気泡が存在する場合においてこの気泡からの圧力波が気泡の運動にどのような影響を及ぼすかは興味深い問題である。

一方、図2-6を見ると、気泡内外の温度分布に関しては、圧力の分布と反対に、気泡外はほとんど一様であるのに対し、気泡内で大きな分布ができています。これは、液体の熱容量が大きく、気泡内からの熱の拡散に対してほとんど温度の変化がない。このため、気液界面の温度はほとんど一定となり、逆に、気泡内には大きな分布ができてしまう。Prosperettiら[30]は、界面における熱流束のオーダ評価より以下のように界面温度に関する関係を示している。

$$\frac{T_w - T_\infty}{T_c - T_w} \sim (\lambda_g C_{pg} \rho_g / \lambda_l C_{pl} \rho_l)^{1/2} \quad (2.100)$$

左辺の大きさはオーダは非常に小さいことがわかる。このことから、多くの気泡運動の解析では気液界面での温度は一定として解析されている[30, 31]。気液界面における蒸発・凝縮を考慮する場合には、界面温度の多少の変化が蒸発量に大きな影響を与え、気液界面の温度を一定とする仮定は適当ではないが、例えば、蒸気圧の低い液体の場合における気泡運動の解析には液体の温度は常に一定という仮定は十分妥当であることがわかる[18]。

2-5-3 支配方程式における各項の大きさの比較

支配方程式における各項の大きさの比較を行い、どの項が気泡運動に大きく影響するか検討し、さらに、方程式の簡略化を行う。ここでは、特にエネルギー方程式における粘性仕事の項の大きさの評価と境界条件の簡略化を行う。本来、方程式のオーダ評価は、方程式の定式化の段階で行うべきものであるが、本計算のようにさまざまな項の時間変化が大きい場合には、簡単には評価できず、計算結果から評価すべきであると考えられる。

気相側のエネルギー方程式は(2.7)であらわされるが、2-5-2節での考察により気泡内の温度変化は大きく、分布もある。右辺の項を考えると、第一項の圧力仕事の項と第二項の熱拡散項は大きい。そこで、圧力仕事と粘性仕事の大きさの変化を比較する。圧力仕事と粘性仕事の大きさは、その式からもわかるように、速度変化が大きい、つまり、密度変化が大きいところで大きくなる。気泡内圧力の分布は小さいことを考えると、密度変化が大きいのは界面付近である。図2-7に、異なる初期気泡径について、気泡壁付近における一点での圧縮仕事の項と粘性仕事の項の大きさの時間変化を示す。圧縮仕事の項は正負の値を取るため、対数で評価することはできないが、変化があまりに大きいため、線形なグラフにすることも難しい。そこで、正負よりも大きさの評価が重要であると考え、その絶対値の変化を示すこととした。ただし、絶対値でグラフ上の最低点よりも小さい値に関しては、最低点の値として描かれている。また、横軸は以降の以降の図でも同様であるが、 $\tau = R_0/10.0$ で無次元化した時刻を用いている。

図中、太線は粘性仕事の項、細線は圧力仕事の項の時間変化を示し、丸、四角および三角はそれぞれ、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ および $1000\mu\text{m}$ の場合を示す。また、他の条件は、初期液相圧力 10kPa 、初期温度 20°C とし、この平衡状態から液相圧力を 100kPa に上昇させた。気泡内ガスは窒素である。図より、粘性仕事の大きさは十分圧力仕事に比して、小さく、その効果を無視できることがわかる。

液相側のエネルギー方程式は(2.8)式であらわされる。右辺の項において、圧力仕事の項に関しては、もともと液体はほとんど圧縮されることはないため、無視できる。そこで、熱拡散項と粘性

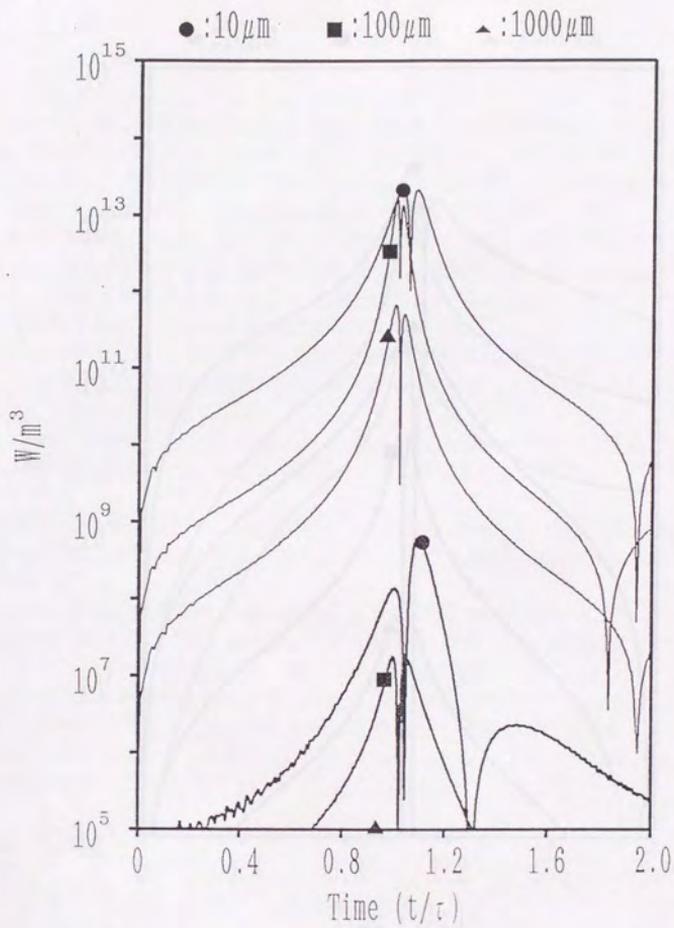


図 2-7: 気相側エネルギー方程式中の各項の大きさの比較

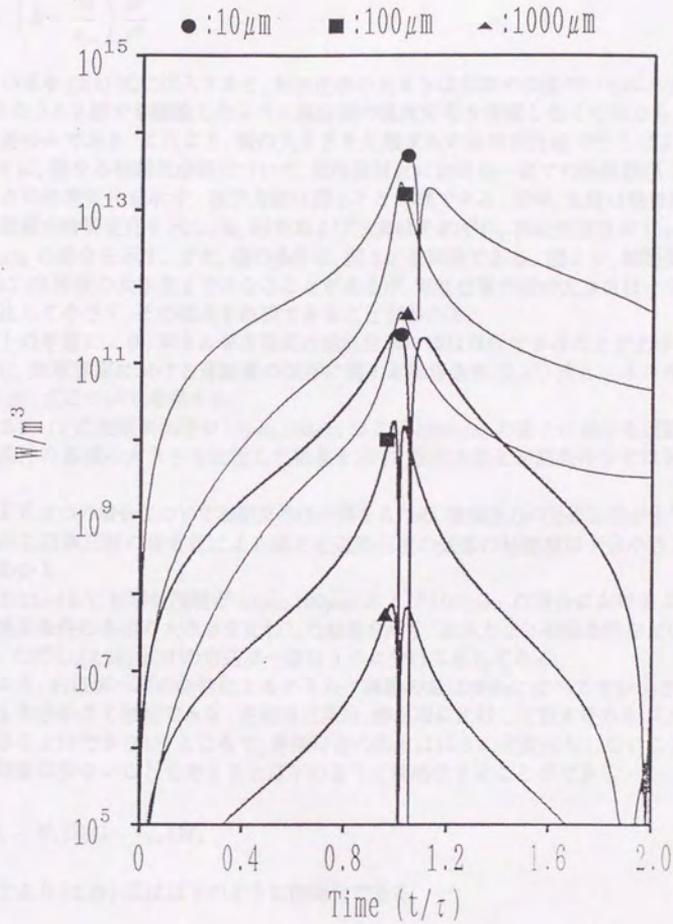


図 2-8: 液相側エネルギー方程式中の各項の大きさの比較

仕事の項を比較する。液体の圧縮性を無視すると、液体中の速度は以下のようにあらわすことができる。

$$u_l = \left(\dot{R} - \frac{\dot{M}}{\rho_\infty} \right) \frac{R^2}{r^2} \quad (2.101)$$

この式を、(2.8) 式に代入すると、粘性仕事の大きさは界面での値がいちばん大きいことがわかる。また、2-5-2 節でも議論したように液体側の温度分布を考慮しなくてはならないのは、気液界面付近のみである。これより、項の大きさを比較するのは界面付近で行えばよいことがわかる。図 2-8 に、異なる初期気泡径について、気泡壁付近における一点での熱拡散項と粘性仕事の項の大きさの時間変化を示す。表示方法は図 2-7 と同様である。図中、太線は粘性仕事の項、細線は熱拡散項の時間変化を示し、丸、四角および三角はそれぞれ、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ および $1000\mu\text{m}$ の場合を示す。また、他の条件は、図 2-7 と同様である。図より、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ の場合に 1% 程度の大きさまでになることがあるが、粘性仕事の項の大きさは十分熱拡散項の大きさに比して小さく、その効果を無視できることがわかる。

以上の考察により、エネルギー方程式の粘性仕事の項は無視できることがわかる。

次に、気液界面における運動量の保存に関する境界条件 (2.27) 式とエネルギー保存に関する条件 (2.28) 式について考察する。

図 2-9~11 に初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ および $1000\mu\text{m}$ の場合における運動量保存に関する境界条件の各項の大きさを比較した結果を示す。表示方法と初期条件などは図 2-7 と同様である。

図より、3つの場合について初期気泡径が異なるため、表面張力の効果に差が生じているが、(2.27) 式中の左辺第三項の相変化による項と右辺第三項の気体の粘性項は十分小さく、無視できることがわかる。

図 2-12~14 に初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ および $1000\mu\text{m}$ の場合におけるエネルギー保存に関する境界条件の各項の大きさを比較した結果を示す。表示方法と初期条件などは図 2-7 と同様である。ただし、(2.28) 式中の右辺第一項は 3つに分けて示してある。

図より、右辺第一項の粘性によるエネルギー移動の量は潜熱に比べて十分小さい。また、右辺第二項も十分小さく無視できる。左辺第三項は、潜熱項に比較して数%である。このため、完全に無視することはできない。ところで、界面付近の温度はほとんど変化をしないこと、不凝縮ガスの質量移動は少ないことを考えると以下のように簡略化することができる。

$$\frac{5}{2}(\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_n)T_0(1 - c_{vw})\dot{M}_v$$

以上より、(2.28) 式は以下のように簡略化できる。

$$\lambda_{mi} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w - \lambda_{mg} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w = \left(L - \frac{5}{2}(\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_n)T_0(1 - c_{vw}) \right) \dot{M}_v \quad (2.102)$$

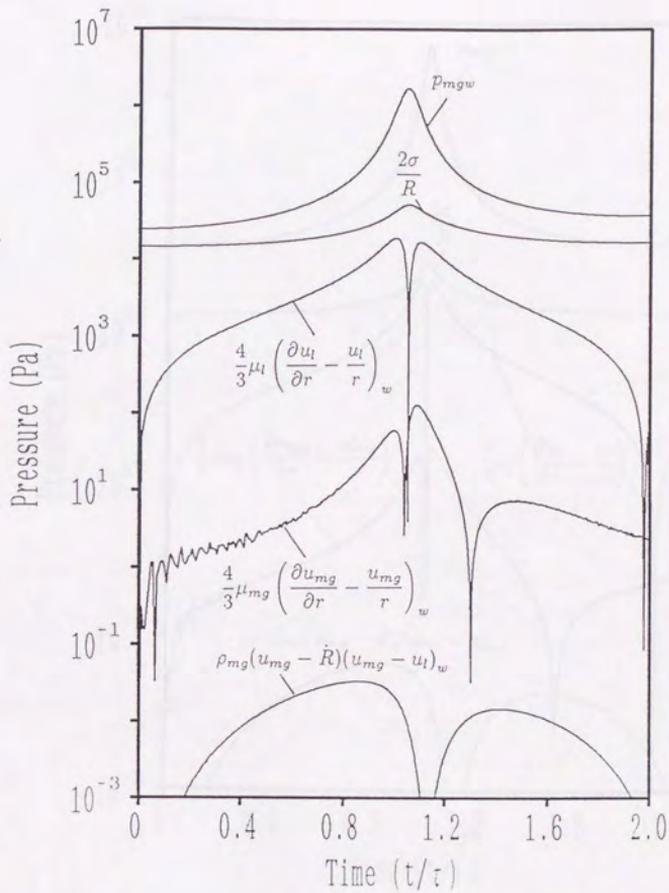


図 2-9: 気液界面での運動量保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

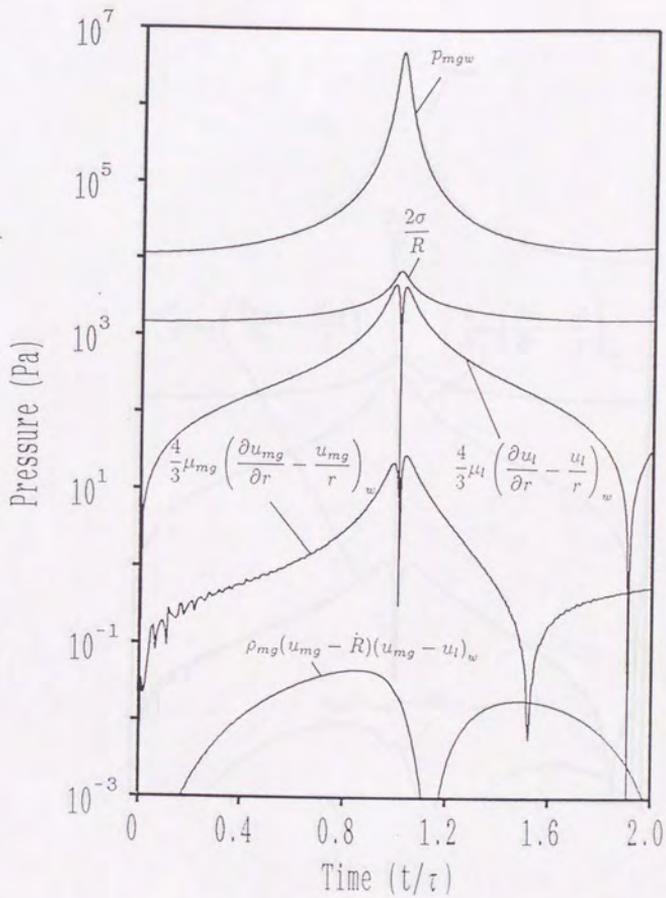


図 2-10: 気液界面での運動量保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

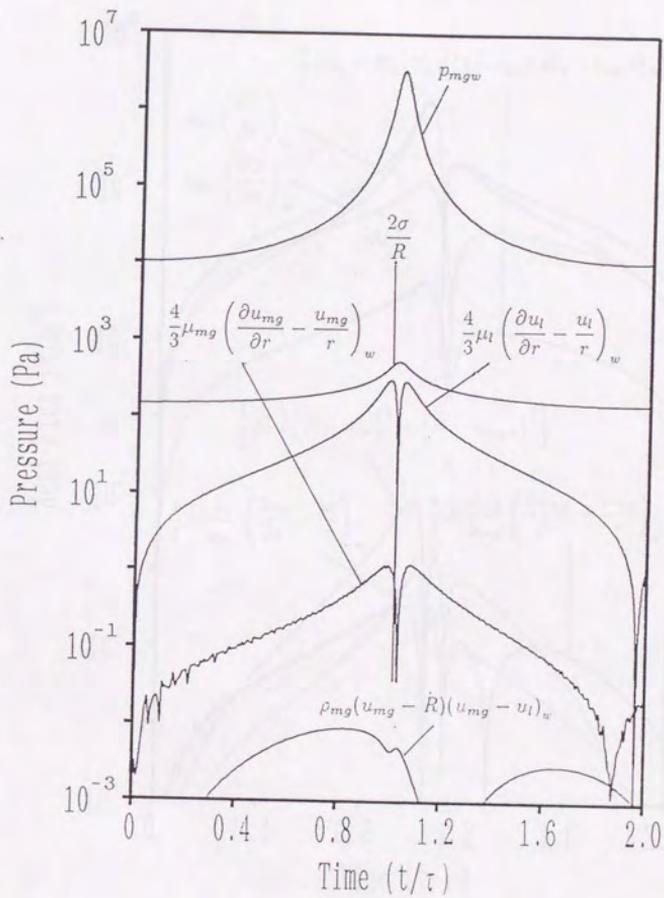


図 2-11: 気液界面での運動量保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

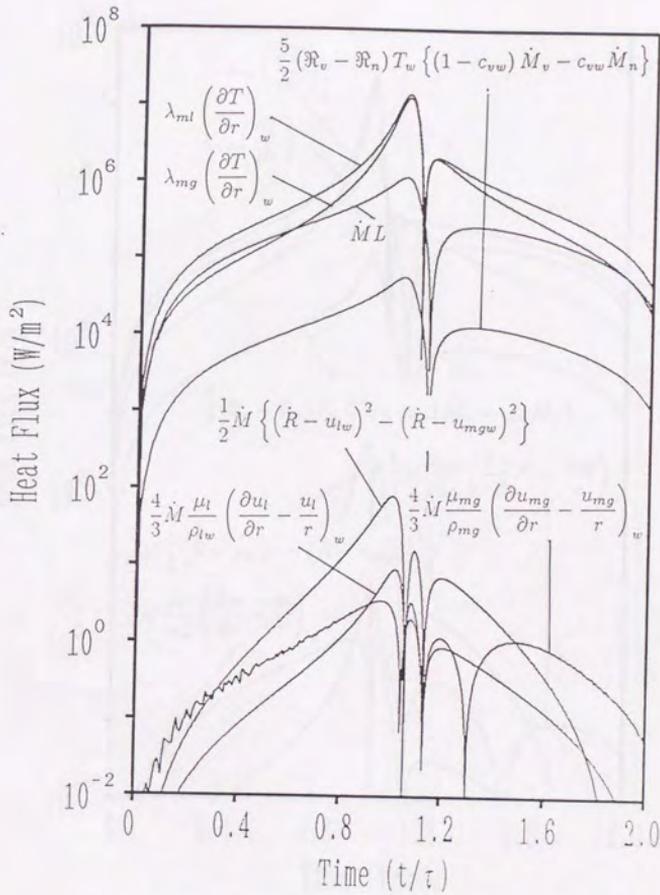


図 2-12: 気液界面でのエネルギー保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

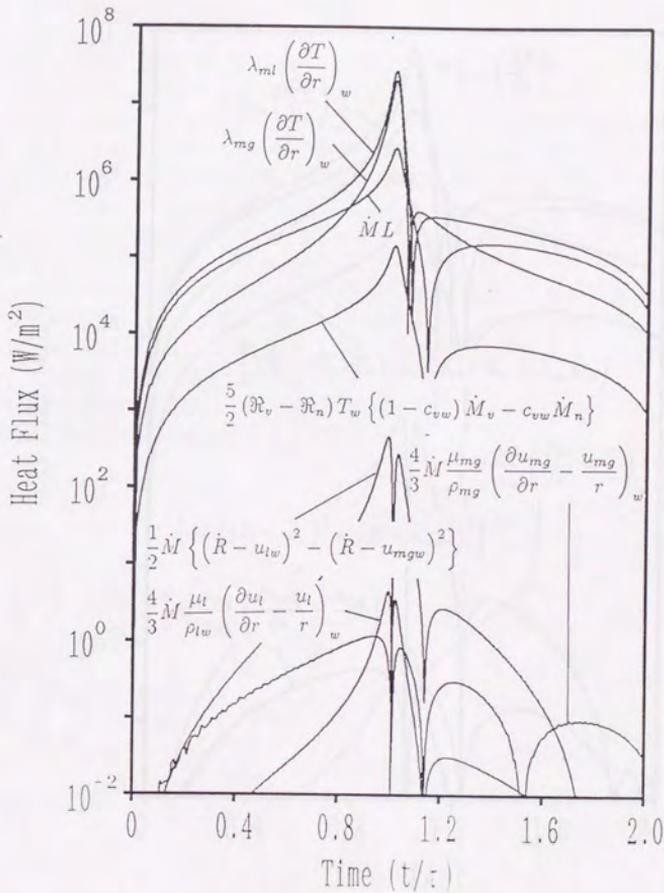


図 2-13: 気液界面でのエネルギー保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

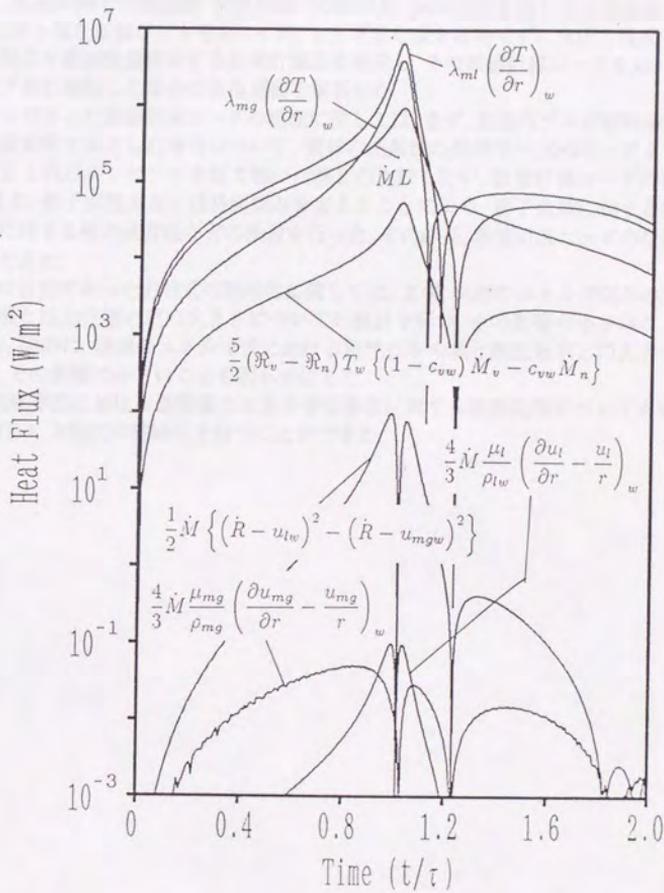


図 2-14: 気液界面でのエネルギー保存に関する境界条件の各項の大きさの比較

2-6 まとめ

本章では、気液両相での熱拡散、気液界面での相変化、気液界面を通しての不凝縮ガスの出入り、それらに伴う相互拡散などを考慮にいれ、さまざまな項を省略せずに支配方程式を定式化し、それらの方程式を直接数値積分する数値計算法を開発し、その数値計算コードを用いて、周囲圧力がステップ状に増加した場合の気泡運動を解析した。

目的の一つであった数値計算コードの精度に関しては、まず、気泡内ガスが断熱変化とした場合と等温変化とした場合について、液体の圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した近似方程式を4次のルンゲクッタ法で解いた解との比較を行い、数値計算コードの精度を明らかにした。また、格子点数あるいは時間刻みを変えることにより、格子点数に対する解の依存性と時間刻みに対する解の依存性などの検討を行った。その結果、数値計算コードの信頼性を確かめることができた。

もう一つの目的であった方程式の簡略化に関しては、まず、気相のエネルギー保存の式における粘性仕事の項と圧力仕事の項の大きさについての検討を行い、その影響の小さいことを明らかにした。また、同時に、液相のエネルギー式における粘性仕事の項と熱拡散項との大きさについて検討を行い、その影響の小さいことを明らかにした。

さらに、気液界面における運動量とエネルギーの保存に関する境界条件についても各項の大きさの比較を行い、方程式の簡略化を行うことができた。

第 3 章

気泡崩壊時と膨張時における気泡運動に対する気泡内部現象の影響

3-1 はじめに

第二章においては、気液両相に対する質量保存式、運動量保存式、エネルギー保存式を直接数値積分することにより、気泡運動の解析を行ったが、液体側についての質量保存式、運動量保存式を解くことは、計算時間において大きな負担となり、また、2-5-1節で述べたように、Prosperettiらが提示した圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した近似方程式による解との差はほとんどない。そこで、内部現象の影響を詳しく知るためには、計算負荷の軽減が必要であると考え、気相側の質量、運動量、エネルギーおよびミスト生成の保存式、液相側の、温度と不凝縮ガスの拡散方程式について直接数値積分することにより解くが、気泡壁の運動については圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した藤川ら [19] が導出した蒸発・凝縮を考慮した気泡の運動方程式を用い解析することとする。また、2-5-3節で考察したように支配方程式中におけるいくつかの項を省略し、簡略化した方程式を用いて解析する。

本章では、特に、気泡崩壊時における熱拡散の影響および相変化と拡散の影響、そして、気泡膨張時における輸送現象およびミスト生成の影響についての考察を行う。

3-2 仮定

本解析を行うにあたり、以下の仮定を用いる。

- (1) 気泡内部のガスおよび周囲の流体は球対称を保って運動するものとする。
- (2) 蒸気および不凝縮ガスは理想気体とする。
- (3) 不凝縮ガスは、ヘンリーの法則にしたがうものとし、気液界面での不凝縮ガスの濃度は常に不凝縮ガスの分圧に対する溶解度により決定されるものとする。
- (4) 気泡内の温度の時間変化は急激ではないので、液滴の発生および成長に関する準平衡を仮定した古典論が適用できる [43]。
- (5) 液滴の合体・分裂はない。
- (6) 液滴は、気泡内ガスの平均速度を持つとし、ブラウン運動による拡散の効果は考慮しない。

3-3 支配方程式

3-3-1 基礎方程式

第二章の解析において詳しく述べたが、本解析ではミスト生成を考慮し、いくつかの点で多少の違いがあるため、再度記載する。

(1) 気相側

- 混合気体および液滴の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_m u_{mg}) = 0, \quad (3.1)$$

ここで、 $\rho_m = \rho_n + \rho_v + \rho_{lg}$ 、 $\rho_m u_{mg} = \rho_n u_n + \rho_v u_v + \rho_{lg} u_{mg}$ である。

- 蒸気の質量保存式

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \left(\rho_v u_{mg} - \rho_{mg} D_{mg} \frac{\partial c_v}{\partial r} \right) \right\} = -\Gamma, \quad (3.2)$$

ここで、 $\rho_{mg} = \rho_n + \rho_v$ 、 $c_v = \rho_v / \rho_{mg}$ である。また、 Γ は単位時間、単位体積当たり液滴に変化する量である。

- 液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式 [36]

$$\frac{\partial n(a)}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n(a) u_{mg}) + \frac{\partial (n(a) I_a)}{\partial a} = 0, \quad (3.3)$$

ここで、 $n(a)$ は、ミストの数密度分布関数で、 a は液滴半径である。また、 I_a は粒径の成長速度で以下の式で表される。

$$I_a = \alpha (p_v - p_s) / \left(\rho_l \sqrt{2\pi \mathcal{R}_v T} \right), \quad (3.4)$$

ここで、 $\alpha = 0.4$ 、 p_s は Kelvin 効果を考えた蒸気圧式で、(2.24) 式を用いた。また、ミストは以下の式で表される粒径 a^* と発生数 J で発生する。

$$a^* = 2\sigma / (\rho_l \mathcal{R}_v T \ln(p_v/p_s)), \quad (3.5)$$

$$J = \left(\frac{2\sigma m}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\rho_l} \left(\frac{p_v}{kT} \right)^2 \exp \left(-\frac{4\pi r^*{}^2 \sigma}{3kT} \right). \quad (3.6)$$

さらに、(3.2) 式中の Γ は以下のように定義される。

$$\Gamma = \frac{d}{dt} \int \frac{4}{3} \pi \rho_l a^3 n(a) da. \quad (3.7)$$

●混合気体および液滴の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u_{mg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_m u_{mg} u_{mg}) \\ &= -\frac{\partial p_{mg}}{\partial r} + \frac{4}{3} \frac{\mu_{mg}}{r} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^2 \mu_{mg} \left(\frac{\partial u_{mg}}{\partial r} - \frac{u_{mg}}{r} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

●混合気体のエネルギー保存式

2-5-3節における考察により、粘性仕事の項は無視できるので、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_n e_n + \rho_v e_v + \rho_{lg} e_{lg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \{ r^2 (\rho_n e_n u_n + \rho_v e_v u_v + \rho_{lg} e_{lg} u_{mg}) \} \\ &= -\frac{p_{mg}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{mg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_{mg} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

ここで、エネルギー式を温度に対する式に変換する。質量保存式と拡散速度を用い、 $e_v = h_v - \mathfrak{R}_v T$, $e_{lg} = h_{lg}$, $h_v - h_{lg} = L$ とすると

$$\begin{aligned} & (\rho_n C_n + \rho_v C_v + \rho_{lg} C_{lg}) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_n C_n + \rho_v C_v + \rho_{lg} C_{lg}) u_{mg} \frac{\partial T}{\partial r} - (L - \mathfrak{R}_v T) \Gamma \\ &+ (C_n - C_v) \rho_{mg} D_{mg} \frac{\partial c_v}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{p_m}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{mg}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_{mg} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

●気体の状態方程式

$$p_n = \rho_n \mathfrak{R}_n T, \quad p_v = \rho_v \mathfrak{R}_v T. \quad (3.11)$$

(2) 液相側

●気泡壁に関する運動方程式

蒸発・凝縮を伴う気泡の運動については藤川ら [19] が詳細に議論しているが、界面での相変化による質量流束を \dot{M}_v , 気液界面を通過する不凝縮ガスの質量流束を \dot{M}_n , 気液界面にディポジットするミストの質量流束を \dot{M}_l とすると以下のようにあらわせる。

$$R \ddot{R} \left(1 - \frac{2\dot{R}}{C_\infty} + \frac{\dot{M}}{\rho_{l\infty} C_\infty} \right) + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \left(1 + \frac{4\dot{M}}{3\rho_l C_\infty} - \frac{4\dot{R}}{3C_\infty} \right) - \frac{\dot{M}R}{\rho_{l\infty}} \left(1 - \frac{2\dot{R}}{C_\infty} + \frac{\dot{M}}{2\rho_{l\infty} C_\infty} \right)$$

$$-\frac{\dot{M}}{\rho_{l\infty}} \left(\dot{R} + \frac{\dot{M}}{2\rho_{l\infty}C_{\infty}} \right) + \frac{p_{lA} - p_{lw}}{\rho_{l\infty}} - \frac{R(\dot{p}_{lw} - \dot{p}_{lA})}{\rho_{l\infty}C_{\infty}} = 0, \quad (3.12)$$

ここで、 $\dot{M} = \dot{M}_v + \dot{M}_n + \dot{M}_{lg}$ である。また、 p_{lw} は、運動量保存に関する条件に対する2-5-3節での考察より簡略化され、以下の式で与えられる。

$$p_{lw} = p_{mgw} - \frac{4\mu_l}{R} \left(\dot{R} - \frac{\dot{M}}{\rho_{l\infty}} \right) - \frac{2\sigma}{R},$$

ただし、液体の速度は速度ポテンシャルから一次以上の項を無視することにより、以下のように近似的に評価できるとした。

$$u_l = \left(\dot{R} - \frac{\dot{M}}{\rho_{l\infty}} \right) \frac{R^2}{r^2}. \quad (3.13)$$

●液中における不凝縮ガスの拡散方程式

$$\frac{\partial c_{gl}}{\partial t} + u_l \frac{\partial c_{gl}}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{gl} \frac{\partial c_{gl}}{\partial r} \right), \quad (3.14)$$

ここで、 $c_{gl} = \rho_{gl}/\rho_l$ である。

●エネルギー方程式

(3.13)式を用いると、エネルギー式における圧縮仕事の項が消える。また、2-5-3節で考察したように粘性仕事の項が微小であるとして無視すると、以下のようにエネルギー方程式を簡単にできる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_l \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r^2 \rho_l C_l} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_l \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.15)$$

3-3-2 境界条件

(1) 気泡中心における条件

$$u_{mg} = 0, \quad \frac{\partial \rho_{mg}}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial c_v}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial n(a)}{\partial r} = 0. \quad (3.16)$$

(2) 気液界面における条件

●質量保存に関する条件

2-3-2節で述べた質量保存に関する条件には、界面への液滴のディボジットが考慮されていないので、その分を考慮すると(2.21)式と(2.22)式は以下ようになる。ただし、導出の方法は2-3-2節と同様である。

$$\dot{M}_v = \frac{D_{mg}(\rho_{vw} + \rho_{nw}) \left(\frac{\partial c_v}{\partial r} \right)_w}{1 - c_{vw}} + \frac{c_{vw}}{1 - c_{vw}} \dot{M}_n, \quad (3.17)$$

$$\dot{M}_n = \frac{D_{gl}\rho_{l\infty} \left(\frac{\partial c_{gl}}{\partial r} \right)_w}{1 - c_{glw}} + \frac{c_{glw}}{1 - c_{glw}} (\dot{M}_v + \dot{M}_{lg}). \quad (3.18)$$

ここで、 \dot{M}_{lg} は以下のように定義される。

$$\dot{M}_{lg} = \begin{cases} 0 & (\dot{R} - u_{mg} \geq 0) \\ \rho_{lg}(\dot{R} - u_{mg}) & (\dot{R} - u_{mg} < 0) \end{cases}. \quad (3.19)$$

●エネルギー保存に関する条件

エネルギー保存に関する条件は2-5-3節で述べたように、以下のように簡単にすることができる。

$$\lambda_{ml} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w - \lambda_{mg} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w = \left(L - \frac{5}{2}(\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_n)T_0(1 - c_{vw}) \right) \dot{M}_v. \quad (3.20)$$

さらに、界面での温度と不凝縮ガスの濃度の条件が以下のように決まる。

$$T_{lw} = T_{gw}, \quad c_{glw} = H_n p_{nw}, \quad (3.21)$$

ただし、 H_n は(2.26)式で表されるヘンリーの定数である。

●液相側の計算境界における条件

計算境界では温度と不凝縮ガスの濃度を一定とした。

3-4 数値計算

3-4-1 無次元化と変数変換

3-3 節で述べた支配方程式を以下のように無次元化して解析を行った。

$$t = \tau \hat{t}, \quad R = R_0 \hat{R}, \quad r = R_0 \hat{r}, \quad U = R_0 / \tau,$$

$$\rho_{mg} = \rho_{mg0} \hat{\rho}_{mg}, \quad \rho_n = \rho_{mg0} \hat{\rho}_n, \quad \rho_v = \rho_{mg0} \hat{\rho}_v, \quad \rho_{lg} = \rho_{mg0} \hat{\rho}_{lg}, \quad \rho_l = \rho_{l\infty} \hat{\rho}_l, \quad \rho_{gl} = \rho_{l\infty} \hat{\rho}_{gl},$$

$$u_{mg} = U \hat{u}_{mg}, \quad u_n = U \hat{u}_n, \quad u_v = U \hat{u}_v, \quad u_l = U \hat{u}_l, \quad C_\infty = U \hat{C}_\infty$$

$$\dot{M}_v = \rho_{l\infty} U \hat{M}_v, \quad \dot{M}_n = \rho_{l\infty} U \hat{M}_n, \quad \dot{M}_{lg} = \rho_{l\infty} U \hat{M}_{lg}$$

$$p_{mg} = (p_{n0} + p_{v0}) \hat{p}_{mg}, \quad p_l = \rho_{l\infty} U^2 \hat{p}_l, \quad T = T_0 \hat{T},$$

ここで、 τ は気泡運動の周期を持つ時間で $\tau = R_0 \sqrt{\rho_{l\infty} / p_{l0}}$ である。Reiligh が真空気泡の崩壊問題において、その崩壊時間は初期気泡径に比例し、また、初期の液体密度と圧力の比の平方根に比例すると述べており、無次元化時間として、多くの研究者が本解析の形で用いている。ただし、本章では、 $\rho_{l\infty} = 1000.0 \text{ kg/m}^3$, $p_{l0} = 100 \text{ kPa}$ で統一し、このとき、 $\tau = R_0 / 10$ となり、初期気泡径のみで決定されることとした。

また、第二章でも行ったように以下のような座標変換を行い、解析を行った。

$$\hat{r} = f(y, \hat{t}), \tag{3.22}$$

ここで、

$$f(y, \hat{t}) = \begin{cases} C_1 y^3 - C_2 y & (0 \leq y < 0.5) \\ A \hat{R}(y-1) + \hat{R} & (0.5 \leq y < 2) \\ C_3(y-4)^2 + C_4(y-4) + 50 \hat{R} & (2 \leq y \leq 4) \end{cases}$$

C_1 から C_4 は接続点での値と傾きが等しくなるように決定される係数であり、以下のようになる。

$$C_1 = 4(A-1)\hat{R}, \quad C_2 = (2A-3)\hat{R}, \quad C_3 = (49-3A)\hat{R}/4, \quad C_4 = (49-2A)\hat{R}$$

また、係数 A は気液界面付近の格子の寄せ方を決定するパラメータであり、初期気泡径に応じて変化させる。例えば、初期気泡径が小さい場合には気泡界面付近で格子を寄せる必要がないため $A = 1$ とし、大きい場合には界面付近に寄せる必要があるため A を小さくする。

以上の無次元化と座標変換を支配方程式に施すと以下のようになる。ただし、

$$a = \frac{\partial y}{\partial f}, \quad b = -\frac{\partial f}{\partial \hat{t}} \frac{\partial y}{\partial f} \tag{3.23}$$

とおいた。

(1) 気相側

●混合気体および液滴の質量保存式

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{m_g}}{\partial \hat{t}} + b \frac{\partial \hat{\rho}_{m_g}}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \hat{\rho}_{m_g} \hat{u}_{m_g}) = 0, \quad (3.24)$$

●蒸気の質量保存式

$$\frac{\partial \hat{\rho}_v}{\partial \hat{t}} + b \frac{\partial \hat{\rho}_v}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \left(\hat{\rho}_v \hat{u}_{m_g} - a \hat{\rho}_{m_g} \hat{D}_{m_g} \frac{\partial c_v}{\partial y} \right) \right\} = -\hat{\Gamma}, \quad (3.25)$$

ただし, $\hat{D}_{m_g} = D_{m_g}/(R_0 U)$, $\hat{\Gamma} = \Gamma \tau / \rho_{m_g 0}$ である。

●液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式

液滴の粒径分布関数に対しては時間方向と空間方向は無次元化を行うが, 粒径空間に対しては次元を持ったまま解析を行う。

$$\frac{\partial n(a)}{\partial \hat{t}} + b \frac{\partial n(a)}{\partial y} + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 n(a) \hat{u}_{m_g}) + \frac{\partial n(a) \hat{I}_a}{\partial a} = 0, \quad (3.26)$$

ここで, $\hat{I}_a = \tau I_a$ である。

●運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \hat{t}} (\hat{\rho}_{m_g} \hat{u}_{m_g}) + b \frac{\partial}{\partial y} (\hat{\rho}_{m_g} \hat{u}_{m_g}) + \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} (f^2 \hat{\rho}_{m_g} \hat{u}_{m_g} \hat{u}_{m_g}) \\ &= -a \frac{\rho_{m_g 0}}{\rho_{m_g 0} U^2} \frac{\partial \hat{\rho}_{m_g}}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\hat{\mu}_{m_g}}{f} \left(a \frac{\partial \hat{u}_{m_g}}{\partial y} - \frac{\hat{u}_{m_g}}{f} \right) + \frac{4}{3} \frac{a}{f^2} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ f^2 \hat{\mu}_{m_g} \left(a \frac{\partial \hat{u}_{m_g}}{\partial y} - \frac{\hat{u}_{m_g}}{f} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

ただし, $\hat{\mu}_{m_g} = \mu_{m_g}/(\rho_{m_g 0} R_0 U)$ である。

●エネルギー方程式

$$\begin{aligned} & \left(\hat{\rho}_n \frac{C_n}{\mathfrak{R}_{m_g}} + \hat{\rho}_v \frac{C_v}{\mathfrak{R}_{m_g}} + \hat{\rho}_{l_g} \frac{C_{l_g}}{\mathfrak{R}_{m_g}} \right) \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{t}} + \left(\hat{\rho}_n \frac{C_n}{\mathfrak{R}_{m_g}} + \hat{\rho}_v \frac{C_v}{\mathfrak{R}_{m_g}} + \hat{\rho}_{l_g} \frac{C_{l_g}}{\mathfrak{R}_{m_g}} \right) (b + a \hat{u}_{m_g}) \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \\ &= \left(\hat{L} - \frac{\mathfrak{R}_v}{\mathfrak{R}_{m_g}} \hat{T} \right) \hat{\Gamma} - \frac{C_n - C_v}{\mathfrak{R}_{m_g}} \hat{\rho}_{m_g} \hat{D}_{m_g} a^2 \frac{\partial c_v}{\partial y} \frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \end{aligned}$$

$$-\frac{a\hat{p}_{mg}}{f^2}\frac{\partial}{\partial y}(f^2\hat{u}_{mg}) + \frac{a}{f^2}\frac{\partial}{\partial y}\left(a f^2\hat{\lambda}_{mg}\frac{\partial\hat{T}}{\partial y}\right). \quad (3.28)$$

ただし、 $\mathfrak{R}_{mg} = (\rho_{n0}\mathfrak{R}_n + \rho_{v0}\mathfrak{R}_v)/\rho_{mg0}$, $\hat{L} = L/(\mathfrak{R}_{mg}T_0)$, $\hat{\lambda}_{mg} = \lambda_{mg}/\rho_{mg0}\mathfrak{R}_{mg}R_0U$ である。

(2) 液相側

●気泡壁に関する運動方程式

$$\begin{aligned} \hat{R}\hat{R}'\left(1 - \frac{2\hat{R}}{\hat{C}_\infty} + \frac{\hat{M}}{\hat{C}_\infty}\right) + \frac{3}{2}\hat{R}'^2\left(1 + \frac{4\hat{M}}{3\hat{C}_\infty} - \frac{4\hat{R}}{3\hat{C}_\infty}\right) - \hat{M}\hat{R}'\left(1 - \frac{2\hat{R}}{\hat{C}_\infty} + \frac{\hat{M}}{2\hat{C}_\infty}\right) \\ - \hat{M}'\left(\hat{R} + \frac{\hat{M}}{2\hat{C}_\infty}\right) + (\hat{p}_{1A} - \hat{p}_{1w}) - \frac{\hat{R}'(\hat{p}_{1w} - \hat{p}_{1A})}{\hat{C}_\infty} = 0, \end{aligned} \quad (3.29)$$

ここで、 \hat{p}_{1w} は以下の式で与えられる。

$$\hat{p}_{1w} = \frac{p_{mg0}}{\rho_{1\infty}U^2}\hat{p}_{mgw} - \frac{4\hat{\mu}_l}{\hat{R}}\left(\hat{R}' - \frac{\hat{M}}{\hat{\rho}_{1\infty}}\right) - \frac{2\hat{\sigma}}{\hat{R}}. \quad (3.30)$$

ただし、 $\hat{\mu}_l = \mu_l/(\rho_{1\infty}R_0U)$, $\hat{\sigma} = \sigma/(\rho_{1\infty}R_0U^2)$ である。

●液体中の不凝縮ガスの拡散方程式

$$\frac{\partial c_{gl}}{\partial \hat{t}} + b\frac{\partial c_{gl}}{\partial y} + \hat{u}_l\frac{\partial c_{gl}}{\partial y} = \frac{a}{f^2}\frac{\partial}{\partial y}\left\{f^2\left(a\hat{D}_{gl}\frac{\partial c_{gl}}{\partial y}\right)\right\}, \quad (3.31)$$

ただし、 $\hat{D}_{gl} = D_{gl}/(R_0U)$ である。

●液相側のエネルギー保存式

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{t}} + b\frac{\partial \hat{T}}{\partial y} + \hat{u}_l\frac{\partial \hat{T}}{\partial y} = \frac{a}{f^2}\frac{\partial}{\partial y}\left(a f^2\hat{\lambda}_l\frac{\partial \hat{T}}{\partial y}\right), \quad (3.32)$$

ただし、 $\hat{\lambda}_l = \lambda_l/\rho_{l0}C_lR_0U$ である。

また、同様にして境界条件にも施すと以下の通りになる。

●気泡中心における条件

$$u_{mg} = 0, \quad \frac{\partial \rho_{mg}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial c_v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial n(a)}{\partial y} = 0. \quad (3.33)$$

●気液界面における質量保存に関する条件

$$\dot{M}_v = \frac{\rho_{mg0} \hat{D}_{mg} (\hat{\rho}_{vw} + \hat{\rho}_{nw}) a_w \left(\frac{\partial c_w}{\partial y} \right)_w}{\rho_{l\infty} (1 - c_{vw})} + \frac{c_{vw}}{1 - c_{vw}} \dot{M}_n, \quad (3.34)$$

$$\dot{M}_n = \frac{\hat{D}_{gl} a_w \left(\frac{\partial c_{gl}}{\partial y} \right)_w}{1 - c_{glw}} + \frac{c_{glw}}{1 - c_{glw}} (\dot{M}_v + \dot{M}_{lg}). \quad (3.35)$$

●エネルギー保存に関する条件

$$\hat{\lambda}_l a_w \left(\frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right)_w = \frac{\rho_{mg0} \Re_{mg} \hat{\lambda}_{mg} a_w \left(\frac{\partial \hat{T}}{\partial y} \right)_w}{\rho_{l\infty} C_l} + \left\{ \frac{\Re_{mg} \hat{L}}{C_l} - \frac{5 \Re_v - \Re_n}{2 C_l} (1 - c_{vw}) \right\} \dot{M}. \quad (3.36)$$

3-4-2 方程式の解法

ここでは、3-4-1 節で示した方程式の解法について述べる。ただし、添え字について、 i は格子点上、 $i + 1/2$ は格子境界上、 n は現時刻、 $n + 1$ は次時刻を示す。

●気泡内の質量保存式の解法

気泡内の質量保存式については 2-4-3 節で示した解法を用いる。(3.24) 式の差分式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right) (\hat{\rho}_{mg})_i^{n+1} - \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right) (\hat{\rho}_{mg})_i^n \\ & + (f_{i+1/2}^n)^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^n \left((\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n - b_{i+1/2}^n / a_{i+1/2}^n \right) \Delta \hat{i} \\ & - (f_{i-1/2}^n)^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i-1/2}^n \left((\hat{u}_{mg})_{i-1/2}^n - b_{i-1/2}^n / a_{i-1/2}^n \right) \Delta \hat{i} = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

これから $n+1$ 時刻の密度を求める。

●気泡内の蒸気の質量保存式の解法

気泡内の蒸気の質量保存式についても 2-4-3 節で示した解法を用いる。蒸気と不凝縮ガスの質量保存式の差分式は以下のようになる。

<蒸気の質量保存式>

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right) (c_v)_{i+1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_i^{n+1} - \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right) (c_v)_i^n (\hat{\rho}_{mg})_i^n \\ & + (f_{i+1/2}^n)^2 (c_v)_{i+1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} - b_{i+1/2}^{n+1} / a_{i+1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} a_{i+1/2}^{n+1} \frac{(c_v)_{i+1}^{n+1} - (c_v)_i^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t} \\
& - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (c_v)_{i-1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} - b_{i-1/2}^{n+1} / a_{i-1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{t} \\
& + \left((f_{i-1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} a_{i-1/2}^{n+1} \frac{(c_v)_{i-1}^{n+1} - (c_v)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t} = -\hat{\Gamma}. \tag{3.38}
\end{aligned}$$

<不凝縮ガスの質量保存式>

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^3 - (f_{i-1/2}^{n+1})^3 \right) (c_n)_i^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_i^{n+1} - \frac{1}{3} \left((f_{i+1/2}^n)^3 - (f_{i-1/2}^n)^3 \right) (c_n)_i^n (\hat{\rho}_{mg})_i^n \\
& + (f_{i+1/2}^{n+1})^2 (c_n)_{i+1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} - b_{i+1/2}^{n+1} / a_{i+1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{t} \\
& - \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} a_{i+1/2}^{n+1} \frac{(c_n)_{i+1}^{n+1} - (c_n)_i^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t} \\
& - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (c_n)_{i-1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} - b_{i-1/2}^{n+1} / a_{i-1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{t} \\
& + \left((f_{i-1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} a_{i-1/2}^{n+1} \frac{(c_n)_{i-1}^{n+1} - (c_n)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t} = 0. \tag{3.39}
\end{aligned}$$

となる。境界条件は中心で、

$$(c_v)_1^{n+1} = (c_v)_2^{n+1}, \quad (c_n)_1^{n+1} = (c_n)_2^{n+1}. \tag{3.40}$$

気液界面における蒸気の保存について、

$$\begin{aligned}
& (f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (c_v)_{IMG-1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} - b_{IMG-1/2}^{n+1} / a_{IMG-1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{t} \\
& - \left((f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{(c_v)_{IMG}^{n+1} - (c_v)_{IMG-1}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t} \\
& = - \frac{\rho_{l\infty}}{\rho_{mg0}} \hat{R}^2 \hat{M}_v \Delta \hat{t} \tag{3.41}
\end{aligned}$$

となり、不凝縮ガスの保存について、

$$\begin{aligned}
& (f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (c_n)_{IMG-1/2}^{n+1} (\hat{\rho}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} \left((\hat{u}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} - b_{IMG-1/2}^{n+1} / a_{IMG-1/2}^{n+1} \right) \Delta \hat{t} \\
& - \left((f_{IMG-1/2}^{n+1})^2 (\hat{\rho}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} (\hat{D}_{mg})_{IMG-1/2}^{n+1} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{(c_n)_{IMG}^{n+1} - (c_n)_{IMG-1}^{n+1}}{\Delta y} \right) \Delta \hat{t}
\end{aligned}$$

$$= -\frac{\rho_{\infty}}{\rho_{mg0}} \hat{R}^2 \hat{M}_n \Delta \hat{t} \quad (3.42)$$

となる。

これらの式を2-4-3節と同様にして解き、 $n+1$ 時刻の濃度をそれぞれ求める。

●液体中の不凝縮ガスの質量保存式の解法

液体中の不凝縮ガスの濃度の変化はあまり大きくないと考えられるので、拡散項を陽的に評価する。(3.31)式を差分すると

$$\begin{aligned} & \frac{(c_{gl})_i^{n+1} - (c_{gl})_i^n}{\Delta \hat{t}} + (b_i^{n+1} + (\hat{u}_i)^n) \frac{(c_{gl})_{i+1}^n - (c_{gl})_{i-1}^n}{2\Delta y} \\ &= \frac{a_i^{n+1}}{(f_i^{n+1})^2} \frac{\hat{D}_{gl}}{\Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 a_{i+1/2}^{n+1} \frac{(c_{gl})_{i+1}^n - (c_{gl})_i^n}{\Delta y} (f_{i-1/2}^{n+1})^2 a_{i-1/2}^{n+1} \frac{(c_{gl})_i^n - (c_{gl})_{i-1}^n}{\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

境界条件として、ヘンリーの法則から決定される濃度と計算境界における濃度を用いて、 $n+1$ 時刻の不凝縮ガスの密度を決定する。

●液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式の解法

液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式の解法については3-4-3節で詳しく述べる。

●気相の運動量保存式および気泡壁の運動方程式の解法

気相の運動量保存式は、精度と安定性を重視し、CIP法を用いて解く。(3.27)式のEulerian Phaseの差分式は

$$\begin{aligned} & \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n - (\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^{n-1}}{\Delta \hat{t}} = \frac{p_{mg0}}{\rho_{mg0} U^2} \frac{a_{i+1/2}^{n+1} ((\hat{p}_{mg})_{i+1}^{n+1} - (\hat{p}_{mg})_i^{n+1})}{(\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} \Delta y} \\ & + \frac{4}{3} \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n}{f_{i+1/2}^n (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1}} \left(a_{i+1}^n \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1}^n - (\hat{u}_{mg})_i^n}{\Delta y} - \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n}{f_{i+1/2}^n} \right) \\ & + \frac{4}{3} \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1}^n}{(f_{i+1/2}^n)^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1}} \frac{a_{i+1/2}^n (f_{i+1}^n)^2}{\Delta y} \left(\frac{a_{i+1}^n ((\hat{u}_{mg})_{i+3/2}^n - (\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n)}{\Delta y} - \frac{(\hat{u}_{mg})_{i+1}^n}{f_{i+1}^n} \right) \\ & - \frac{4}{3} \frac{(\hat{u}_{mg})_i^n}{(f_{i+1/2}^n)^2 (\hat{\rho}_{mg})_{i+1/2}^{n+1}} \frac{a_{i+1/2}^n (f_i^n)^2}{\Delta y} \left(\frac{a_i^n ((\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n - (\hat{u}_{mg})_{i-1/2}^n)}{\Delta y} - \frac{(\hat{u}_{mg})_i^n}{f_i^n} \right) \end{aligned} \quad (3.44)$$

境界条件として、

$$(\hat{u}_{mg})_{1+1/2}^{n+1} = 0$$

を加え、予測値を求める。さらに、この予測値を用いて、Lagrangian Phase の解法より気液界面の一つ前の点 (IMG-3/2) まで $n+1$ 時刻の速度を求める。

気泡壁の運動方程式は 4 次精度のルンゲクッタを用いて解き、次時刻の気泡径速度を求めるわけであるが、前の時刻の新しい圧力を用いて求めた気泡径速度と気相の運動方程式から得られる気泡径速度は一致しない。そこで、次のようにして新しい気泡径速度を決定する。

(1) 気液界面から一つ内側の点における圧力を仮の圧力とし、(3.30) 式を用いて、界面の液体の圧力とする。

(2) (3.29) 式を 4 次精度のルンゲクッタで解き、気泡径速度を求める。

(3) その気泡径速度を以下の式に代入し、圧力を求める。

$$\hat{p}_{mgw} = \hat{p}_{IMG-1}^{n+1} - \frac{\rho_{mg0} U^2 \hat{\rho}_{mgw}^n \Delta y}{r_{mg0} 2a_w^n \Delta t} \left(\hat{R}^* - \frac{\rho_{l\infty} \dot{M}}{\rho_{mg0} \hat{\rho}_{mgw}^n} - \hat{u}_{mgw}^n + C \hat{v}_{mg} \right) + \hat{V}_{isc_{mg}}^n$$

ただし、上式は (2.90) 式を無次元化した後変形し、無次元化した (2.15) 式を代入して求められたものである。

(4) 上で求めた圧力と仮の圧力が異なっていれば、求めた圧力を仮の圧力として、(1) に戻り、収束するまで繰り返す。

●気液両相のエネルギー保存式の解法

エネルギー方程式の解法も 2.4 節で述べた方法と同一な方法で解く。Eulerian Phase の差分式は以下ようになる。

<気相側>

$$\begin{aligned} & \left((\hat{\rho}_n)_i^{n+1} \frac{C_n}{\mathfrak{R}_{mg}} + (\hat{\rho}_v)_i^{n+1} \frac{C_v}{\mathfrak{R}_{mg}} + (\hat{\rho}_{lg})_i^{n+1} \frac{C_{lg}}{\mathfrak{R}_{mg}} \right) \frac{\hat{T}_i^* - \hat{T}_i^n}{\Delta t} = \left(\hat{L} - \frac{\mathfrak{R}_v}{(\mathfrak{R}_{mg})_i^{n+1}} \hat{T}_i^* \right) \hat{T}_i^n \\ & - \frac{C_n - C_v}{(\mathfrak{R}_{mg})_i^{n+1}} (\hat{\rho}_{mg})_i^{n+1} (\hat{D}_{mg})_i^{n+1} (a_i^{n+1})^2 \frac{(c_v)_{i+1}^{n+1} - (c_v)_{i-1}^{n+1} T_{i+1}^* - T_{i-1}^*}{2\Delta y} \\ & = - \frac{a_i^{n+1} (\hat{p}_{mg})_i^{n+1}}{(f_i^{n+1})^2 \Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (\hat{u}_{mg})_{i+1/2}^n - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (\hat{u}_{mg})_{i-1/2}^n \right) \\ & + \frac{a_i^{n+1}}{(f_i^{n+1})^2 \Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 (\hat{\lambda}_{mg})_{i+1/2}^{n+1} a_{i+1/2}^{n+1} \frac{\hat{T}_{i+1}^* - \hat{T}_i^*}{\Delta y} - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 (\hat{\lambda}_{mg})_{i-1/2}^{n+1} a_{i-1/2}^{n+1} \frac{T_i^* - T_{i-1}^*}{\Delta y} \right). \quad (3.45) \end{aligned}$$

<液相側>

$$\frac{\hat{T}_i^* - \hat{T}_i^n}{\Delta \tau} = \frac{a_i^n}{(f_i^{n+1})^2 \Delta y} \left((f_{i+1/2}^{n+1})^2 \hat{\lambda}_l a_{i+1/2}^{n+1} \frac{\hat{T}_{i+1}^* - \hat{T}_i^*}{\Delta y} - (f_{i-1/2}^{n+1})^2 \hat{\lambda}_l a_{i-1/2}^{n+1} \frac{\hat{T}_i^* - \hat{T}_{i-1}^*}{\Delta y} \right).$$

境界条件は、2節の場合と同様で、無次元化し、界面における温度を2次精度とすると、

$$\frac{3}{8}\hat{T}_{IMG}^* + \frac{3}{4}\hat{T}_{IMG-1}^* - \frac{1}{8}\hat{T}_{IMG-2}^* = \frac{3}{8}\hat{T}_{IMG+1}^* + \frac{3}{4}\hat{T}_{IMG+2}^* - \frac{1}{8}\hat{T}_{IMG+3}^*, \quad (3.46)$$

$$\lambda_1 a_{IMG+1/2}^{n+1} \frac{\hat{T}_{IMG+2}^* - \hat{T}_{IMG+1}^*}{\Delta y} = \frac{\rho_{n0} C_n + \rho_v C_v}{\rho_{l\infty} C_l} \lambda_{mgw} a_{IMG-1/2}^{n+1} \frac{\hat{T}_{IMG}^* - \hat{T}_{IMG-1}^*}{\Delta y} + \hat{L} \hat{M}_v. \quad (3.47)$$

となる。これらの方程式を、陰的に解くことにより温度の予測値を求めることができる。さらに、この予測値を用いて、Lagrangian Phaseの解法よりn+1時刻の温度を求める。

●界面の蒸気濃度と蒸発量の求め方

界面の蒸気濃度と蒸発量の求め方は、無次元化した(2.23)式を(3.34)式と(3.35)式に代入し、2-4-3節で述べた方法により求める。

3-4-3 液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式の解法

本解析においてはミスト生成が気泡運動に影響を与えると考えられるため、ミストの発生、成長及び消滅の過程を精度良く評価する必要がある。従来、多くの場合ミスト生成に関する解析は、個々の液滴の粒径の変化を時々刻々追うこと(ラグランジュ法)により行われ、精度の良い結果が得られている。しかしながら、時間的、空間的に温度、蒸気圧の分布が変化する場合には、この方法を用いることは適切ではなく、この場合には、差分法(オイラー法)による解析に頼らざるを得ない。ただし、液滴の粒径分布関数における粒径空間は、理論上境界が存在しないため、オイラー法による解析は難しく、精度の面でも疑問が多い。そこで、まず、液滴の粒径分布関数に対する一次元の一般速度方程式を、オイラー法によって解いた解とラグランジュ法による解との比較を行い、その精度について検討した。

●一次元の液滴を含む混合流体の質量保存の式

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_m) = -\Gamma \quad (3.48)$$

ただし、全ての気体と液滴は同一の速度で流れるとする。つまり、 $\rho_m = \rho_n + \rho_v$ 、 $\rho_m u_m = (\rho_n + \rho_v) u_m$ である。また、 Γ は単位時間、単位体積当たり液滴に変化する量で、(3.7)式で求められる。

●液滴の成長を含む一次元の一般速度方程式

$$\frac{\partial n(a)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n(a)u_m) + \frac{\partial}{\partial a}(n(a)I_a) = 0 \quad (3.49)$$

ここで、 I_a は液滴の成長速度で(3.4)式で示される。また、ミストは(3.5)式で示される粒径で単位時間、単位体積当たり(3.6)式で示される数発生する。

●ラグランジュ法

オイラー法の比較の対象として、時間ステップごとに液滴を発生させ、時々刻々液滴の粒径を追いかけるラグランジュの方法により計算した結果を用いる。この方法では、以下のような手順で計算を行う。

- (1) 周囲蒸気圧とその温度での飽和蒸気圧の比である飽和比 p_v/p_s が3を超えている場合、(3.5)、(3.6)式に基づく粒径と発生率で液滴を発生させる。
- (2) 前時刻までに発生している液滴すべてに対し、(3.4)式から決定される成長速度により、粒径を変化させる。
- (3) 対流がある場合には、その位置での速度で液滴の位置を動かす。
- (4) 液滴全質量の変化を計算し、質量保存とエネルギー保存を考え、蒸気密度、温度などを計算する。

この計算では、時間刻みを変化させることにより解が異なる可能性がある。そこで、時間刻みを変えた場合の液滴の質量及び温度の時間変化について検討する。計算対象として、蒸気と不凝縮ガスで満たされた容器から、熱が流入あるいは流出する場合を考え、計算の簡略化のため、容器内はすべてが一様であるとした。図3-1に時間刻みを変化させた場合の液滴の質量及び容器内温度の時間変化を示す。初期条件は容器内全圧力 100kPa、温度 300K である。また、熱の流入・流出は以下の式で与えられる。

$$\frac{dQ}{dt} = -T_A \rho_m C_m \omega \cos \omega t, \quad (3.50)$$

ここで、 $\rho_m C_m = \rho_n C_n + \rho_v C_v + \rho_{lg} C_{lg}$ である。 ω は角振動数で、本計算では周波数を 1kHz とした。 T_A はミストが発生しなかった場合の温度の振幅で、本計算では 100K とした。また、図中、実線、破線及び一点鎖線は、それぞれ、一周を千等分 (A)、一万等分 (B)、十万等分 (C) したときの結果である。図を見ると、千等分の場合のみ若干他の結果よりはずれているがほぼ同一であると見なせる。これより、時間刻みを周期に対し一万等分すれば十分であることがわかる。

●オイラー法

ミストの一般速度方程式をオイラー法により解くことの困難さは空間方向が有限であるのに対し、粒径方向は制限がないことである。オイラー法は格子点数を増やすことにより無限に近い大きさまで、計算を行うことができるが、この方法では、効率が悪いだけでなく数値拡散などにより、非現実的な大きさにまで粒径が大きくなり、精度の面でも落ちる。そこで、まず、ラグランジュ法の結果より、容器内の飽和比の変化、発生した液滴の粒径の変化、臨界粒径の変化を検討する。図3-2にその結果を示す。上段は飽和比の変化、下段は粒径の変化と臨界粒径の変化であり、細線が粒径の変化、太線Aが臨界粒径の変化である。図より、臨界粒径は、飽和比が大きくなるにつれて小さくなり、飽和比が下降し始めると、新しく発生するミストがなくなることがわかる。また、(3.4)式より粒径が大きいほどミスト表面の飽和蒸気圧が小さく、成長速度が大きくなることわかる。つまり、最初に発生するミストの数倍程度の大きさを初期最大粒径とし、時々刻々、この粒径での成長速度で粒径を変化させれば、理論上この粒径を超えるミストは存在しない (太線B)。そこで、この最大粒径を用いて、以下のような移動座標系を粒径空間に適用することにより、オイラー法の効率と精度が上がることを期待される。

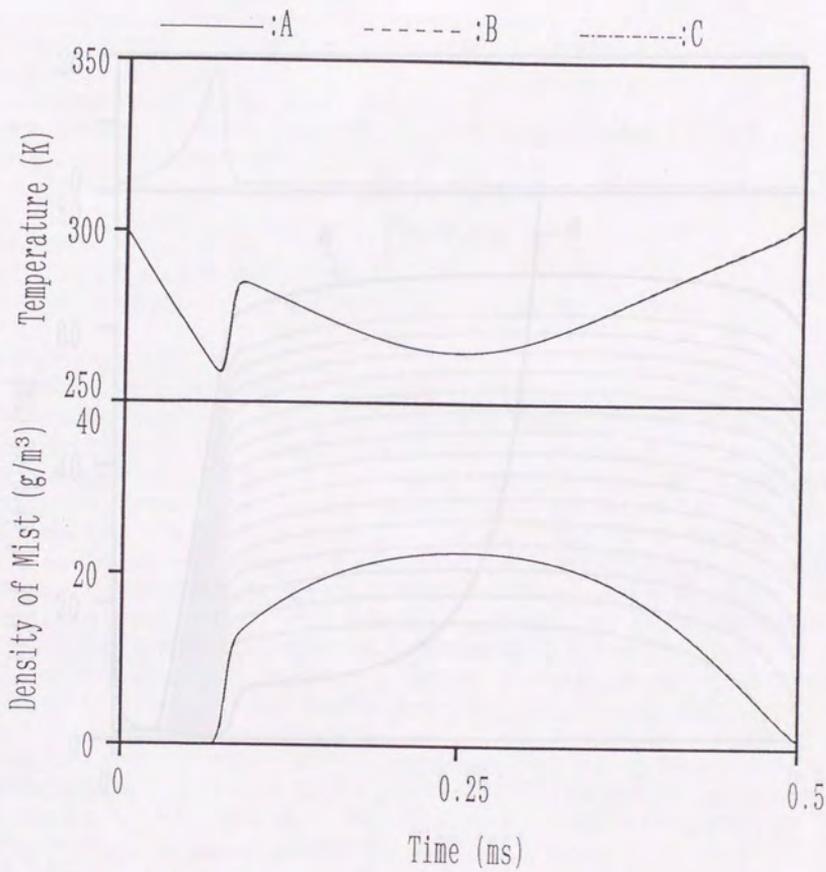


図 3-1: 容器内温度と液滴質量の時間変化

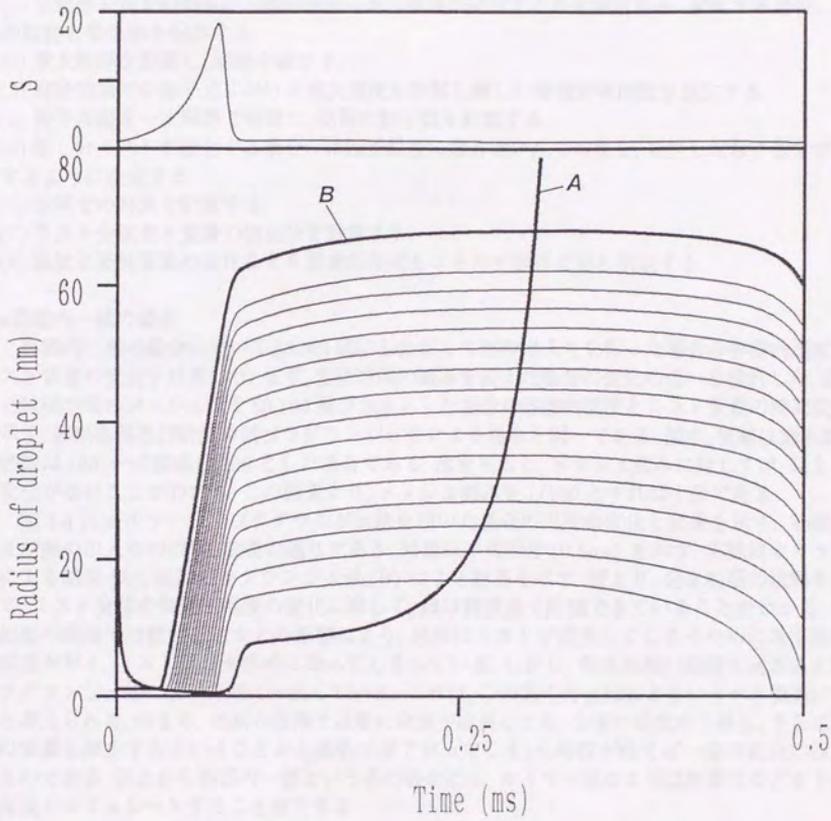


図 3-2: 飽和比と粒径の時間変化

$$a = a_{max}y$$

(3.51)

この方程式を解く際、空間に対してはスタッガード格子、粒径空間に対しては粒径分布関数と成長速度の定義点を同一とした。また、時間について前進差分、空間に対しては3次上流差分、粒径空間に対しては一次風上差分を適用した。

計算手法は以下の通りである。

- (1) 空間格子点での蒸気圧と飽和蒸気圧から液滴が発生するかを判定する。発生する場合にはその粒径と発生率を保存する。
- (2) 最大粒径を計算し、座標を動かす。
- (3) 粒径空間での格子点における成長速度を計算し新しい粒径分布関数を決定する。
- (4) 格子点間を一次関数で補間し、全体の粒子数を計算する。
- (5) 新しいミストが発生する場合には臨界粒径に最も近い点での値を、発生した粒子数が増加するように決定する。
- (6) 空間での対流を計算する。
- (7) ミスト全質量と質量の増加分を計算する。
- (8) 温度と蒸気質量の変化などを質量保存式とエネルギー保存式から決定する。

●容器内一様の場合

容器内一様の場合において、(3.50) 式にしたがって熱の出入りを行った場合の容器内温度とミスト質量の変化を計算した。まず、粒径空間の刻みを変えた場合の変化の違いを検討した。図3-3に粒径空間のメッシュ数を50, 100及び200とした場合の容器内温度とミスト質量の時間変化を示す。初期条件及び計算時間はラグランジュ法による場合と同一である。図中、実線は刻み数50、破線は100、一点鎖線は200とした場合である。図を見ると、メッシュ刻みに対しては、ほとんど変化がないことがわかり、この結果より、メッシュ刻みを1/100とすれば十分である。

図3-4にオイラー法及びラグランジュ法を用いた場合の温度の変化と結果を示す。初期条件及び熱の出入りの式は、前述の通りである。時間は半周期分(0.5ms)を示す。実線はオイラー法による結果(A)、破線はラグランジュ法(B)による結果を示す。図より、発生初期の状態を除いて、ミスト全体の質量と温度の変化に関して、ほぼ精度良く評価できていることがわかる。発生初期の段階では数値拡散などの影響により、過度にミストが成長してしまうために若干温度の回復が早く、ミスト質量が多めになってしまっている。しかし、発生初期の段階を過ぎるとほぼラグランジュ的に解いた解に一致している。これは、この系の自己抑制ともいえるべき機構によると思われる。つまり、初期の段階で過度に液滴が成長しても、全体の温度が上昇し、さらに蒸気の質量も減少するということから蒸気圧が下がってしまい、時間が経てば一定の変化に収束するのである。以上から容器内一様という系の場合には、オイラー法により温度変化などを十分精度良くシミュレートすることができる。

●対流と温度分布がある場合

対流と温度分布が存在する場合には、対流による分布関数の変化も検討する必要がある。そこで、空間内の一様流中において空間、時間的に温度の変化が存在した場合のミストの密度分布の変化を解析した。ただし、計算の簡略上、非現実的ではあるが、温度変化による気体の密度変化と流れ場の変化、ミスト生成による流れ場の変化と温度場の変化はないとした。さらに、蒸気と不凝縮ガスの拡散係数は空間内で無限大とし、蒸気密度は全体の蒸気の質量から、ミストの質量を

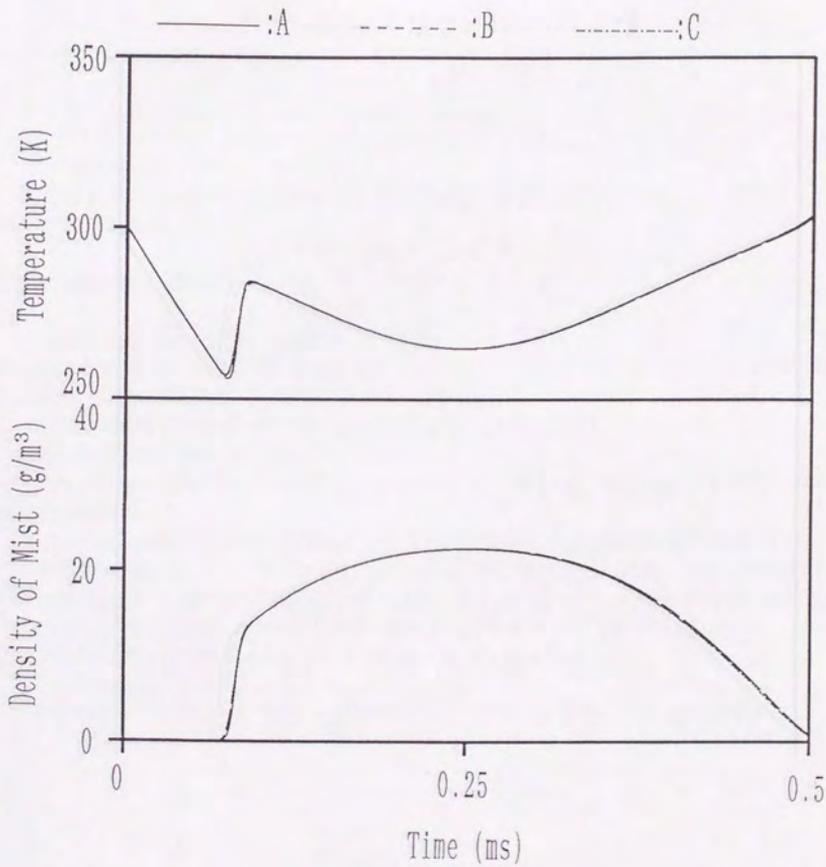


図 3-3: 容器内温度と液滴質量の時間変化

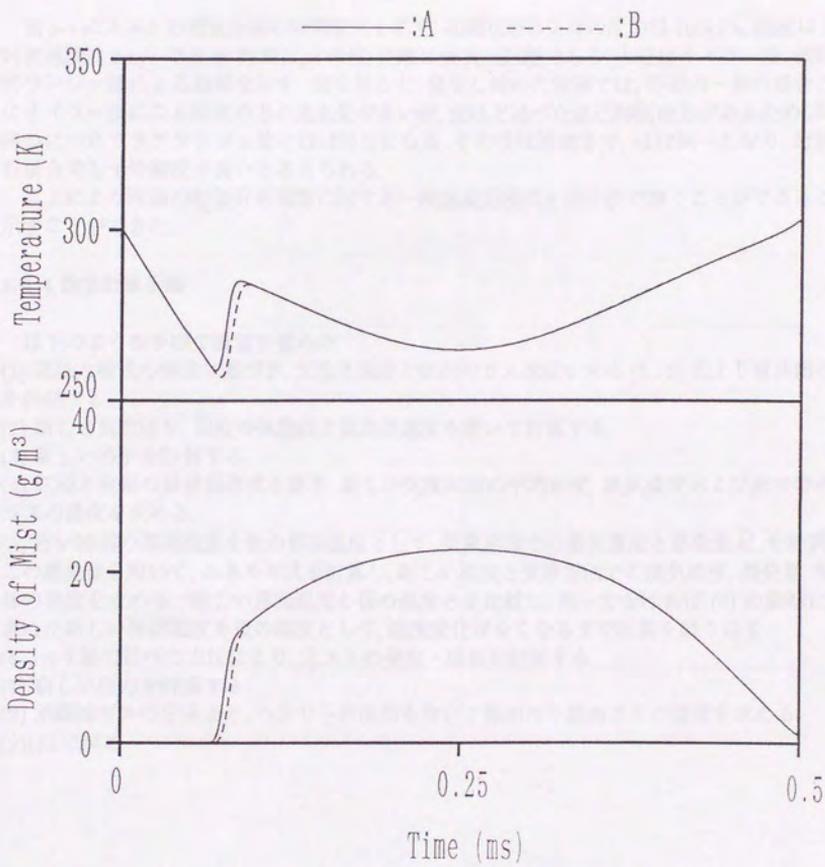


図 3-4: 容器内温度と液滴質量の時間変化

差し引き、空間の長さで割り、空間全体で一様となるようにした。温度分布の時間と空間での変化は以下の式で与えた。

$$T(y, t) = T_0 - T_A \sin \omega t (1 - \cos 2\pi y) \quad (3.52)$$

図 3-5 にミストの密度分布の時間変化を示す。初期状態は気体の圧力は 100kPa、温度は 300K、対流速度は 2m/s である。時間は μs 単位、距離は無次元距離である。太線はオイラー法、細線はラグランジュ法による結果を示す。図を見ると、発生し始めた段階では、容器内一様の場合と同様にオイラー法による結果の方が発生量が多いが、先ほど述べた自己抑制能力があるため、時間が経つにつれてラグランジュ法とほぼ同じになる。その後は消滅まで、ほぼ同一となり、対流を含む場合でも十分精度が良いと考えられる。

以上により液滴の粒径分布関数に対する一般速度方程式を差分法で解くことができることを示すことができた。

3-4-4 数値計算手順

以下のような手順で計算を進めた。

- (1) 運動方程式の解法に基づき、気泡径速度と気泡内ガス速度を求め、(3.13) 式より液体側の速度を評価する。
- (2) 新しい気泡径を、現在の気泡径と気泡径速度を用いて計算する。
- (3) 新しい格子を計算する。
- (4) 気相と液相の質量保存式を解き、新しい気液両相の平均密度、蒸気濃度および液中の不凝縮ガスの濃度を求める。
- (5) 古い時刻の界面温度を仮の界面温度として、気液界面での蒸気濃度と蒸発量 \dot{M}_v を計算する。この蒸発量を用いて、エネルギー式を計算し、新しい温度と気液界面での蒸気濃度、蒸発量、混合流体の密度を求める。新しい界面温度と仮の温度とを比較し、同一でなければ、(4) の最初に戻り、求めた新しい界面温度を仮の温度として、温度変化がなくなるまで計算を繰り返す。
- (6) 3-4-3 節で述べた方法により、ミストの発生・成長を計算する。
- (7) 新しい圧力を計算する。
- (8) 不凝縮ガスの分圧より、ヘンリーの法則を用いて界面の不凝縮ガスの濃度を求める。
- (9) (1) に戻る。

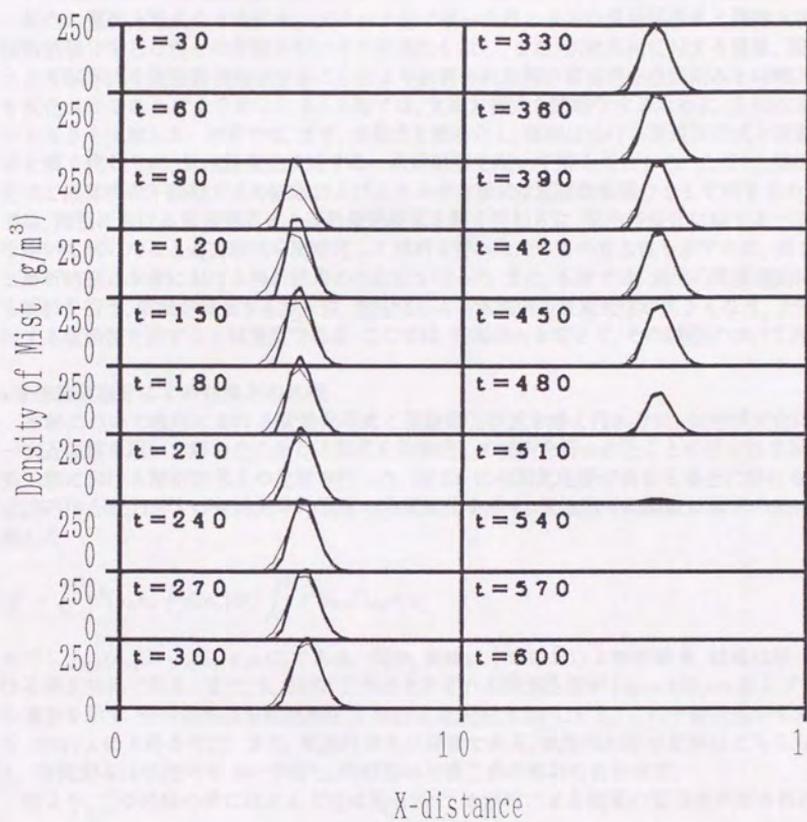


図 3-5: 液滴密度分布の時間変化

3-5 計算結果と考察

3-5-1 計算結果の精度評価

2-5-1 節において計算結果の精度評価を行い、液の圧縮性の寄与に関して一次近似解である単一気泡の運動方程式を4次のルンゲクッタ法で解いた解と液体の質量保存式と運動方程式を直接数値積分をした解との比較を行いその妥当性を示し、また、気液両相に対する質量、運動量、エネルギー保存式を直接数値積分することにより計算された解の妥当性を空間刻みと時間ステップを変化させることにより示した。2-5-3 節では、支配方程式を簡略化するために、方程式中の各項の大きさを比較した。本章では、まず、方程式を簡略化し、液相における質量保存式と運動量保存式を解く代わりに、気泡径変化に対する一次近似解を用いて解くこととした。ただし、気泡内の保存式と液体中の不凝縮ガスの拡散およびエネルギー方程式は直接数値積分をして解を求める。ここでは、液相における質量保存式と運動量保存式を解く代わりに、気泡径変化に対する一次近似解を用いて解いたことと方程式を簡略化して解析を行ったことの妥当性を示すため、第2章における解析結果と本章における解析結果との比較を行った。また、本章では、気泡の膨張運動についても解析を行う。気泡が膨張する際には、相変化による気泡内の質量変化が大きくなり、その解析に対する信頼性を示すことは重要である。ここでは、空間刻みを変えて、その精度について評価した。

●直接数値積分による結果との比較

本章において液相における質量保存式と運動量保存式を解く代わりに、気泡径変化に対する一次近似解を用いて解いたことと方程式を簡略化して解析を行ったことの妥当性を示すため、第二章における解析結果との比較を行った。図3-6に初期気泡径が異なる場合における気泡径、気泡内中心圧力および気泡内平均温度の時間変化を示す。気泡内平均温度は以下の式により定義した。

$$\bar{T} = \int_0^R r^2 (\rho_n e_n + \rho_v e_v) dr / \int_0^R r^2 \rho_{mg} C_{mg} dr, \quad (3.53)$$

ただし、 $\rho_{mg} C_{mg} = \rho_n C_n + \rho_v C_v$ である。図中、実線は本章における解析結果、破線は第二章における解析結果である。また、丸、四角、三角はそれぞれ初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ および $1000\mu\text{m}$ の場合を示す。他の条件は初期液相圧力 10kPa 、初期温度 20°C とし、この平衡状態から液相圧力を 100kPa に上昇させた。また、気泡内ガスは窒素である。気泡内の座標変換はどちらも同じとし、空間刻みは気泡内を100分割し、時間刻みは第二章の解析に合わせた。

図より、二つの解の間にほとんど差は見られず、本解析による結果の妥当性が示された。

●空間刻みを変化させた場合の解の比較

気泡の膨張過程を解析する場合には、気液界面における蒸発・凝縮による質量変化が大きい。気液界面における相変化量を正確に評価するためには界面付近の濃度勾配を精度よく評価する必要がある。そのため、格子点数の違いに対する解の精度について評価することは重要である。図3-7に気泡内の計算空間の刻みを等間隔で $0.04, 0.02, 0.01$ とした場合の気泡径、気泡内平均温度、気泡内蒸気とミストの平均密度の時間変化を示す。ここで、気泡内平均温度は(3.53)式により定義された温度を用いた。横軸は時間、縦軸は上段から気泡径、温度、蒸気の平均密度、ミストの平

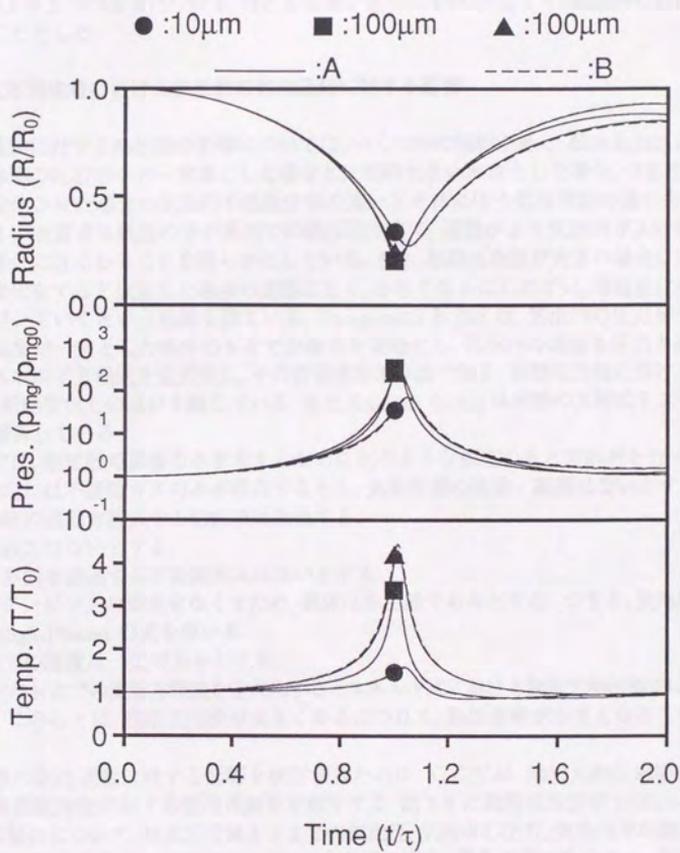


図 3-6: 気泡径, 気泡内中心圧力, 気泡内平均温度の時間変化

均密度である。ただし、蒸気とミストの平均密度は気泡内のミストの全質量を体積で割った値で、図中ではその値を初期の蒸気密度で無次元化してある。また、実線は空間刻みが0.04(A)の場合、破線は0.02(B)の場合、一点鎖線は0.01(C)の場合である。計算条件は、初期気泡径100 μm 、初期液相圧力100kPa、初期温度20 $^{\circ}\text{C}$ とし、この平衡状態から液相圧力を5kPaにステップ状に減圧した。図より、3つの場合について、ほとんど差が見られない。以上より、気泡内の空間刻みは0.02とすることとした。

3-5-2 気泡崩壊時における熱拡散の気泡運動に対する影響

気泡運動に対する熱拡散の影響については、いくつかの解析がある。松本ら[32]は気泡内ガスを熱伝導率の比較的小さい窒素とした場合と比較的大きい水素とした場合、つまり、気体の熱伝導率を変化させた場合の気泡内の温度分布の違いとそれに伴う気泡運動の違いを論じ、熱伝導率が大きい水素ガス気泡の方が界面での熱伝達が良く、運動がより気泡内ガスに等温変化を仮定した場合に近くなることを明らかにしている。また、初期気泡径が大きい場合には気泡内ガスが断熱変化をすると仮定した場合の運動に近く、小さくなるにしたがい、等温変化を仮定した運動に近づいていくという結論を得ている。Prosperettiら[30]は、気泡内の圧力が様かつ気液界面の温度が一定とした条件のもとで方程式を簡略化し、気泡内の運動を圧力と温度のみで記述したエネルギー方程式を定式化し、その方程式を差分法で解き、振動圧力場における気泡運動に応用し、断熱変化との違いを論じている。また、Kamathら[31]は同様の方程式をスペクトル法を用いて解析している。

ここでは、熱拡散の影響のみを考えるために次のような仮定のもとで解析を行った。

- (1) 気泡内には不凝縮ガスのみが存在するとし、気液界面の蒸発・凝縮はないとする。
- (2) 気相側の運動方程式中の粘性項は無視する。
- (3) 表面張力はないとする。
- (4) 気液界面を通過する不凝縮ガスはないとする。
- (5) 音響ダンピングの効果をなくすため、液体は非圧縮であるとする。つまり、気泡壁の運動方程式はReiligh-Plessetの式を用いる。
- (6) 界面での温度は一定であるとする。

この仮定のもとでの支配方程式を定式化するとエネルギー式における無次元熱伝導率は $\lambda_n/\rho_{n0}C_nR_0U$ となる。このことは、初期気泡径が大きくなるにつれて、熱伝導率が小さくなることを示している。

熱拡散の気泡運動に対する影響を検討するために、ここでは、無次元熱伝導率のパラメータである初期気泡径に対する気泡運動を考察をする。図3-8に初期気泡径が1000 μm 、100 μm 及び10 μm の場合について、無次元時間4 τ までの気泡径、気泡中心圧力、気泡内平均温度及び気泡内流れ込む無次元熱量の時間変化を示す。本計算の場合、質量変化はないため、平均温度は気泡内全内部エネルギーに比例する。図中、上段から、気泡径、気泡内中心圧力、平均温度及び液から気泡への流入熱量の時間変化を示す。流入熱量は以下の式で表される。

$$\dot{q} = 4\pi\lambda_n \dot{R}^2 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R}$$

また、実線、破線および一点鎖線はそれぞれ、初期気泡径が10 μm 、100 μm および1000 μm の場合

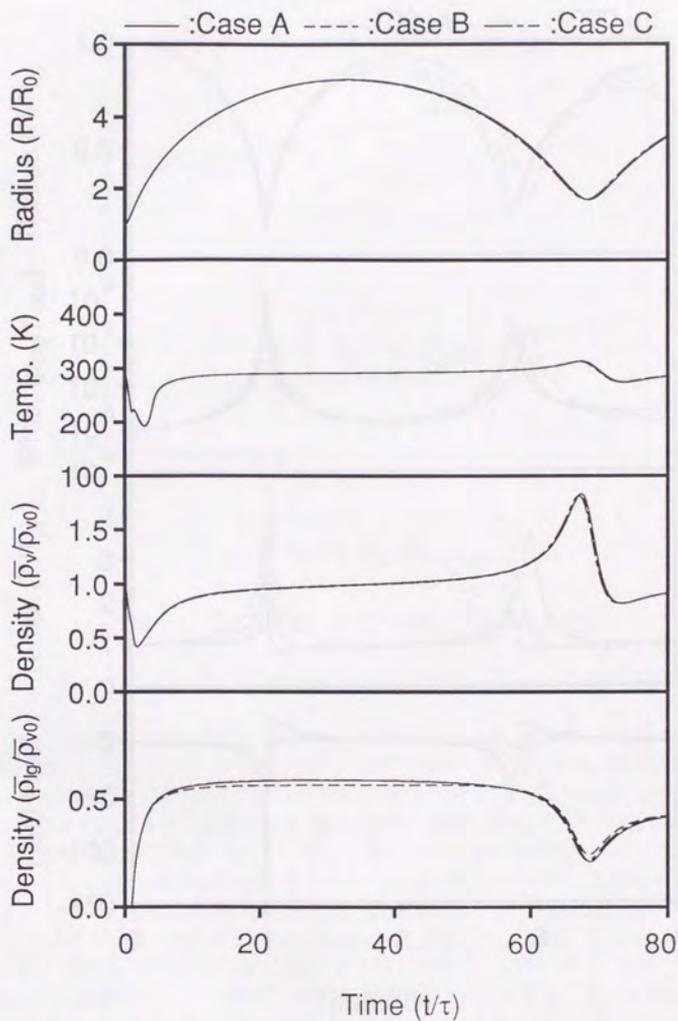


図 3-7: 気泡径, 温度, 蒸気とミストの密度の時間変化

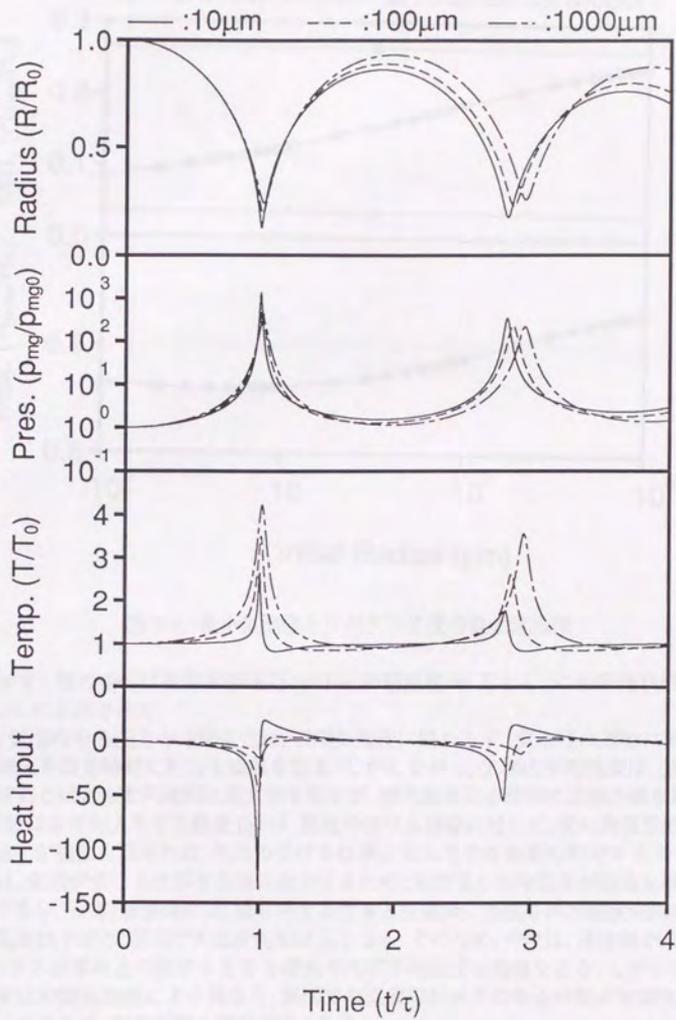


図 3-8: 気泡径, 気泡内中心圧力, 気泡内平均温度, 無次元熱量の時間変化

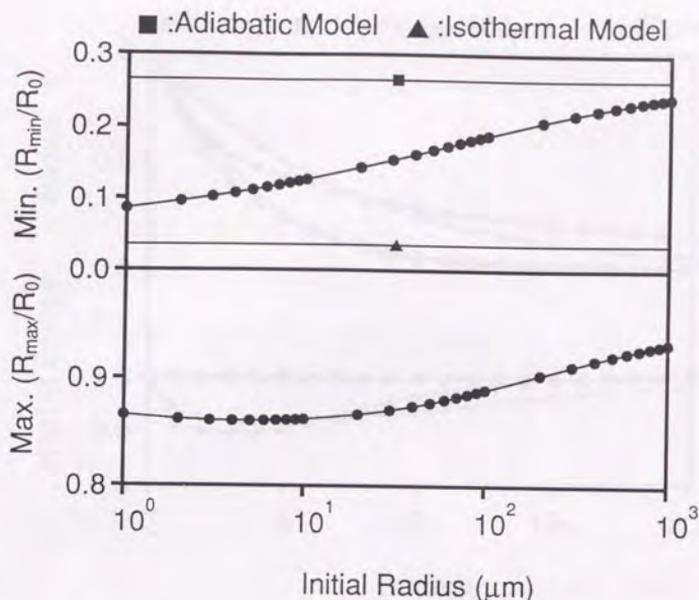


図 3-9: 最小気泡径とリバウンド後の最大気泡径

の変化を示す。他の条件は初期液相圧力 10kPa, 初期温度 20℃とし, この平衡状態から液相圧力を 100kPa に上昇させた。

図より, 気泡内中心圧力の時間変化は, 初期気泡径に関わらず, 気泡径の運動に同期, つまり, 気泡径が極値を取る時刻に圧力も極値を取る。しかしながら, 気泡内平均温度は, 気泡径が極小値を取る時刻とほとんど同時刻に極大値を取るが, 極大値を取る時刻には極小値を取らない。これは, 熱拡散により出入りする熱量 (\dot{q}) は, 気泡の受ける仕事に対して, 常に異符号ではないからである。温度が極値を取るのは, 気泡の受ける仕事と出入りする熱量の和が 0 となる時である。圧縮時には, 気泡が受ける仕事が急速に減少するため, 気泡径と平均温度が極値を取る時刻に差はほとんどない。一方, 膨張時には, 液に対する仕事と圧縮時に形成された温度勾配により, 急激に内部の温度は下がり, 界面での温度勾配は正となる。そのため, 今度は, 液体側から熱が流れ込み, 気泡のする仕事率との和が 0 となる時刻で再び平均温度は極値をとる。しかしながら, 気泡内最高温度は初期気泡径により異なり, 界面での温度勾配が正になる時刻が初期気泡径が小さいほど早くなるため, 極値を取る時刻が早くなる。

前述したように, 気泡内から流出する熱量 (\dot{q}) は気泡の受ける仕事と位相遅れを持ちながら変化をする。このことが気泡運動におけるダンピングの役割をする。なぜなら, 気泡内ガスがポロトロープ変化をする場合には, 減衰せずに振動を続けるからである。

図 3-9 に初期気泡径が $1\mu\text{m}$ から $1000\mu\text{m}$ と変化した場合における最小気泡径とリバウンド後

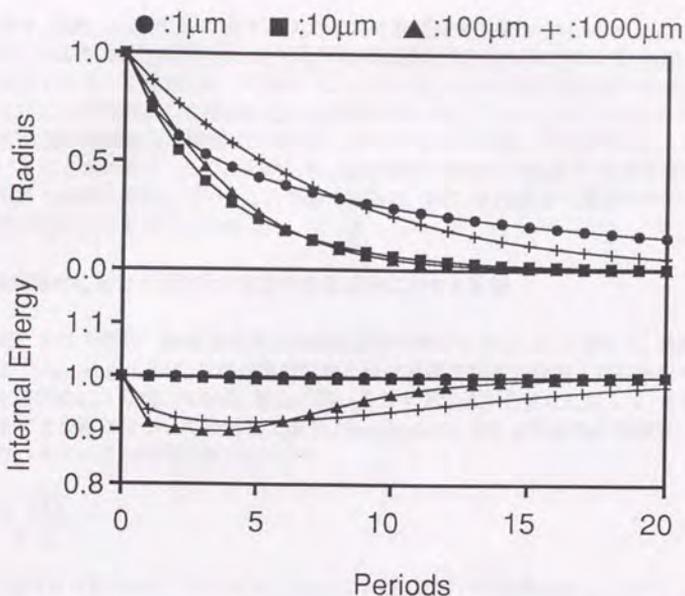


図 3-10: 一周期ごとの気泡径の減衰率と気泡が極大となるときの内部エネルギーの変化

の極大気泡径を示す。他の計算条件は図 3-8 の場合と同様である。初期気泡径が小さくなるにつれ、最小気泡径が小さくなるのは、Prosperetti ら [30] や松本ら [32] も指摘しているが無次元熱伝導率が大きくなるからであり、気泡内が等温に近くなることを意味している。

一方、リバウンド後の最大気泡径は、熱的なダンピングが起こり、初期気泡径まで回復しない。Prosperetti はこの Thermal Damping についても考察 [44] しており、特に微小振動圧力場での気泡運動において、さまざまな気泡径の場合について振動周波数に対する熱的ダンピングの効果、音響ダンピングの効果などを考察している。それによれば、初期気泡径が大きい場合には、音響ダンピングの効果が熱的ダンピングの効果を、共振周波数付近では上回っているが、小さくなるにつれて、熱的なダンピングの影響が大きくなる。しかしながら、初期気泡径が十分小さくなった場合には、熱的なダンピングの効果が、逆に小さくなっている。このことは、図 3-9 のリバウンド後の最大気泡径の変化においてもあらわれており、この理由は、初期気泡径が大きい場合には断熱に近いためであり、十分小さくなると、等温変化に近くなり逆に減衰しにくくなる。このことは、自由振動における減衰率にはっきりとあらわれる。

図 3-10 に一周期ごとの気泡径の減衰率と気泡径が極大値を取るときの全内部エネルギーを示す。図上段は、初期気泡径が 1000μm, 100μm, 10μm および 1μm に対する一周期ごとの気泡径の極大値の変化、下段は全内部エネルギーを表す。上段縦軸は初期気泡径と平衡気泡径の差を 1 とした無次元気泡径、下段縦軸は初期内部エネルギーを 1 とした無次元内部エネルギー、横軸は周期を示

す。また、図中、四角、丸、三角およびバツ印は、それぞれ初期気泡径 $1000\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $10\mu\text{m}$ および $1\mu\text{m}$ を示す。図より、初期気泡径が小さくなるほど減衰が大きいわけではなく、初期気泡径が十分小さくなるとかえって減衰しにくくなる。これは、Prosperetti が高周波における気泡振動が等温変化に近いことと理由として指摘している熱移動量の減少であると考えられる。また、リバウンド後の気泡径が極値を取る時刻には全内部エネルギーが初期状態よりも減少し、一周期ごとに変化していることがわかる。このことから、気泡内から流出する熱量が、気泡の受ける仕事と位相遅れを持ちながら変化していることが確かめられ、また、気泡振動一周期の中でエネルギー収支がとれていないことを示している。

3-5-3 気泡崩壊時における相変化と拡散の気泡運動に対する影響

気液界面における蒸発・凝縮を考慮した気泡運動の解析は Nigmatulin [27] ら、藤川ら [19] が行っている。Nigmatulin らは、気泡内温度分布と気液界面での相変化および拡散を考慮した支配方程式を差分法により解いている。彼らは弱いステップ状の圧力変化に対して、その崩壊の様子をさまざまな液体について検討しており、Florschuetz ら [45] が蒸気泡の崩壊について予測した以下のパラメータの効果を確認している。

$$\Phi = \frac{Ja^2 a_l}{R_0} \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_l}}$$

ここで、 Ja はヤコブ数である。さらに Nigmatulin らは、実験との比較を行っており、よい一致を示している。藤川らは、不凝縮ガス-蒸気泡の崩壊における、蒸発・凝縮現象の非平衡性により強い崩壊が起きることを示している。Plesset らは [7] 常温における相変化の影響をオーダ評価しており、それによれば気液界面の温度は 0.2°C 程度しか変化せず、蒸気圧のオーダにして 1% 程度の違いしかない。しかし、気泡内の質量変化の影響などについては検討されていない。蒸発・凝縮と不凝縮ガスと蒸気の相互拡散の気泡運動に対する影響は、無次元拡散係数 $D_{mg}/(R_0 U)$ をパラメータとして考えることができる。ここでは、初期気泡径を変化させて、そのパラメータの影響について考察する。

図 3-11、図 3-12 に初期気泡径 $1000\mu\text{m}$ と $10\mu\text{m}$ での気泡内蒸気濃度分布の時間変化を示す。気泡が収縮し始めると、気泡内の蒸気分圧は上昇するが、気液界面では飽和蒸気圧はほぼ一定に保たれるため、凝縮が起こり、界面付近の蒸気濃度は下がってくる。そのため、中心から界面に向かって拡散による蒸気の流れが生じ、境界層が発達する。リバウンド後は界面付近の蒸気分圧が減少するため、逆に蒸発が起こり、界面付近の濃度は上昇する。しかし、無次元拡散係数は、初期気泡径に反比例するため、気泡径により境界層の発達する時間が大きく異なり、中心での濃度変化に大きな違いが生じる。初期気泡径が $1000\mu\text{m}$ の場合には、気泡径が最小になる付近でも境界層が中心まで達していない。このため、膨張時に気液界面で蒸気濃度は上昇しながらも気泡中心では濃度勾配が負となっているため、中心での濃度は減少し、気泡内に複雑な分布が形成される。一方、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ の場合には、無次元拡散係数が大きいため、中心と界面の間に大きな濃度分布ができず、リバウンド後も崩壊時にできた濃度勾配のために若干中心濃度が下がるが、気液界面での蒸気濃度の上昇に伴う境界層の発達により、すぐに上昇に転じている。そのため、初期気泡径が大きい場合ほど複雑にはならない。

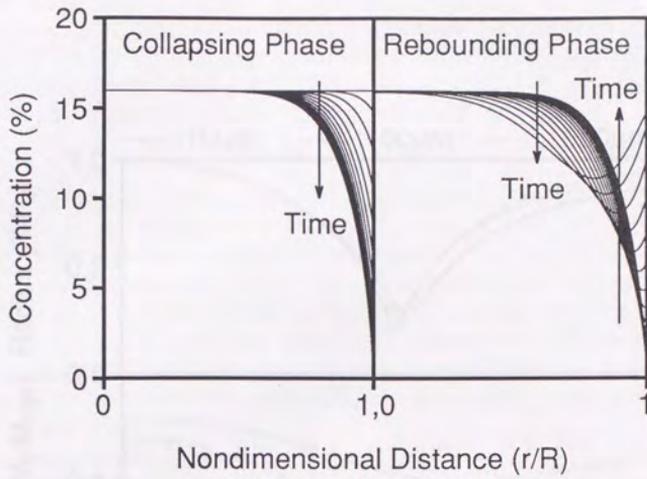


図 3-11: 気泡内蒸気濃度分布の時間変化

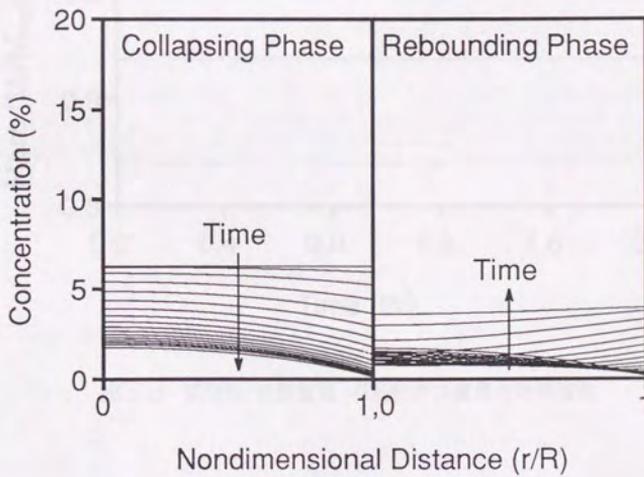


図 3-12: 気泡内蒸気濃度分布の時間変化

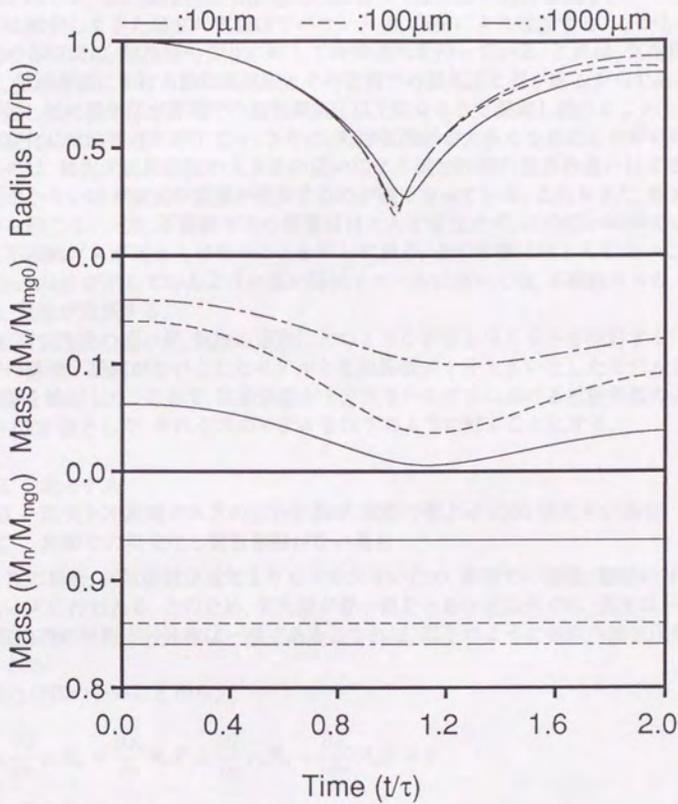


図 3-13: 気泡径, 蒸気質量, 不凝縮ガス質量の時間変化

この無次元拡散係数の大きさは、気泡内の蒸気質量の時間変化に影響を与える。図 3-13 に初期気泡径 $10\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$ 及び $1000\mu\text{m}$ の場合の無次元気泡径、気泡内蒸気質量および不凝縮ガス質量の時間変化を示す。ただし、横軸の時間は無次元化時間、縦軸は上部が無次元気泡径の時間変化、下部が蒸気質量を初期質量で無次元化した量の時間変化である。また、実線、破線および一点鎖線はそれぞれ、初期気泡径が $10\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$ 及び $1000\mu\text{m}$ の場合を示す。

崩壊時に減少してきた蒸気の質量はリバウンド後、蒸発により増加する。しかし、蒸気質量が増加し始める時間は、気泡径の変化に対して時間遅れを持っている。これは、気泡径が最小値をとる時に、気液界面における飽和蒸気圧とその近傍での蒸気圧に差があるからである。このため、気泡が膨張し始め蒸気圧が界面での飽和蒸気圧以下になるまで凝縮し続けることとなり、蒸気質量の時間変化には時間遅れが生じる。さらに、初期気泡径が大きくなるにしたがい時間遅れが大きくなるのは、無次元拡散係数の大きさの違いによる緩和時間の長さの違いによる。さらに、初期気泡径が小さいほど蒸気の質量が減少するのが速くなっている。これもまた、無次元拡散係数の違いから起こる。一方、不凝縮ガスの質量はほとんど変化せず、この短い時間では気液界面を通過する不凝縮ガスがほとんどないことを示しており、その影響はほとんどないことがわかる。ただし、Crum[46] が示しているように長い時間スケールにおいては、不凝縮ガスの一方向的な流れが生じ、気泡が成長する。

次に、初期気泡径の違いが、気泡の運動にどのような影響を与えるかを検討する。ここでは、気液界面での蒸発・凝縮がないとしたモデルと拡散係数が十分大きいとしたモデルとの比較を行いその影響を検討した。ここで、拡散係数が十分大きいモデルにおける拡散係数の大きさは元の大きさの 1000 倍とした。それぞれのモデルを以下のように呼ぶことにする。

CASE A : 本モデル

CASE B : 蒸気と不凝縮ガスとの拡散係数が実際の値より 1000 倍大きい場合

CASE C : 界面での相変化と質量移動がない場合

CASE B の場合、拡散係数が通常よりも十分大きいため、界面での蒸発、凝縮に対し、蒸気の流れがスムーズに行われる。このため、気泡径が最小値をとる付近以外では、濃度は一様となる。このとき、気泡内の平均圧力分布は一様であるとすれば、以下のように気泡内蒸気圧分布がないことが示される。

平均圧力分布のないことから、

$$\frac{\partial p_{mg}}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} \rho_v \mathfrak{R}_v + \frac{\partial \rho_v}{\partial r} \mathfrak{R}_v T + \frac{\partial T}{\partial r} \rho_n \mathfrak{R}_n + \frac{\partial \rho_n}{\partial r} \mathfrak{R}_n T = 0 \quad (3.54)$$

ここから、温度勾配は

$$\frac{\partial T}{\partial r} = - \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial r} \mathfrak{R}_v + \frac{\partial \rho_n}{\partial r} \mathfrak{R}_n \right) \frac{T}{\rho_v \mathfrak{R}_v + \rho_n \mathfrak{R}_n} \quad (3.55)$$

一方、濃度勾配のないことから

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_v}{\rho_v + \rho_n} \right) = \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial r} \rho_n - \frac{\partial \rho_n}{\partial r} \rho_v \right) \frac{1}{(\rho_v + \rho_n)^2} = 0 \quad (3.56)$$

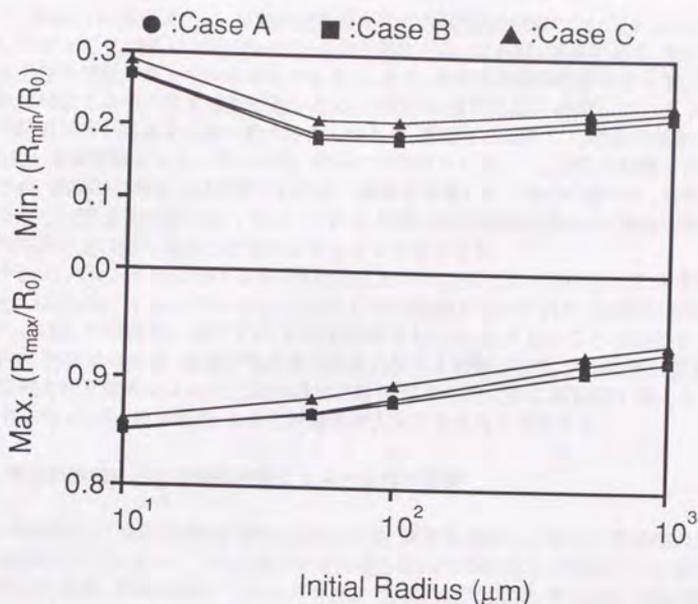


図 3-14: 最小気泡径とリバウンド後の最大気泡径

(3.55) 式と (3.56) 式をもちいて、蒸気圧の分布を考えると、

$$\frac{\partial p_v}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} \rho_v \mathfrak{R}_v + \frac{\partial \rho_v}{\partial r} \mathfrak{R}_v T = \left(\frac{\partial \rho_v}{\partial r} \rho_n - \frac{\partial \rho_n}{\partial r} \rho_v \right) \frac{\mathfrak{R}_v \mathfrak{R}_n T}{\rho_v \mathfrak{R}_v + \rho_n \mathfrak{R}_n} = 0 \quad (3.57)$$

となり、蒸気圧分布がないことが示せた。気液界面における蒸気圧はほぼ一定であるから、結局、気泡内の蒸気圧はほぼ一定となる。つまり、CASE B の運動は蒸気圧一定というモデルにはほぼ等価となる。

図 3-14 に初期気泡径の変化に対する最小気泡径とリバウンド後の気泡径の最高値を示す。縦軸は、上から最小無次元気泡径、リバウンド後の最大無次元気泡径をそれぞれ示し、横軸は初期気泡径を示す。また、四角は CASE A で、丸は CASE B、三角は CASE C を表す。図において、本モデルの崩壊時における運動は CASE B と CASE C の場合の中間となっている。これは、松本が [29] 指摘しているが、蒸気と不凝縮ガスの拡散速度は有限であるために不凝縮ガスが気液界面での相変化を抑制する働きを持つからである。つまり、界面で凝縮が起こる場合には気泡中心から蒸気が拡散してくる量が少なく、界面での濃度が下がってしまい、凝縮量が減少する。蒸発が起こる場合には、界面で蒸発した蒸気が中心側に流れて行く量が少ないため、界面での蒸気濃度が急激に上昇してしまい、蒸発量が減少してしまう。

また、図 3-14 に示すように、初期気泡径が小さければ拡散係数は CASE B に近いが、大きくなるにしたがって CASE C に近づいていくことがわかる。これは、前述の通り、無次元拡散係数が初期気泡径の関数となっているからである。つまり、無次元拡散係数が小さい場合には界面での相変化に対して蒸気の質量移動が遅いため、相変化の量が急激に減少してしまう。このため、蒸気は不凝縮ガスと同様な振舞いをするることになり、運動は CASE C の場合の運動に近くなる。一方、無次元拡散係数が大きい場合には、界面での相変化に対して、蒸気の移動がスムーズに行われるため、気泡内の蒸気圧は界面での蒸発・凝縮を考慮しない場合に較べて、全体として上昇しなくなり、CASE B の運動に近くなる。つまり、無次元拡散係数の違いは、気泡運動における初期気泡内外圧力比の違う運動と近似的に考えることができる。

しかし、リバウンド後における最大気泡径においては少し違いが見られる。初期気泡径が大きい場合には、CASE A は CASE B と CASE C の中間値となっており、初期気泡径が小さくなるに従い、CASE B の運動に近づくと、初期気泡径が $100\mu\text{m}$ 以下となると CASE B との差はほとんどない。界面での蒸発・凝縮が気泡径の減衰に与える影響として、気泡内蒸気質量の減少と、蒸発・凝縮と相互拡散による圧力比の増大であり、これらはともに減衰率を増大させる効果がある。これより、CASE C の場合よりも減衰率が大きくなることがわかる。

3-5-4 気泡膨張時における輸送現象とミスト生成の影響

気泡膨張時にはおける運動の解析においては、液体を加熱した場合の蒸気泡の膨張について多い。周囲の圧力をステップ状に減少させた場合における蒸気と不凝縮ガスで満たされた気泡の内部には、温度、蒸気の濃度、ミストの密度などに分布が生じる。松本 [29] は気泡壁近傍のごく薄い領域を除いて気泡内温度一様という仮定のもとで、ミスト生成の影響についての議論を行い、その結果として、気泡は見かけ上、等温変化に近い運動を行うという結論を得ている。しかしながら、この議論では周囲液体からの熱伝達および蒸気の濃度分布などにおいて精度の良い評価がされていないため、正確に運動が記述されたとは言えない。

図 3-15 に初期気泡径 $100\mu\text{m}$ 、初期液体圧力 100kPa 、初期温度 20°C である平衡状態から、液体圧力を 5kPa まで減圧した場合の気泡径、平均温度、ミストの平均密度の時間変化およびいくつかの時刻での気泡内温度、蒸気濃度、ミストの密度分布を示す。上図が気泡径、中心温度、ミストの平均密度の時間変化を、下図が分布を示す。横軸は気泡壁を 1 とした無次元距離で、A~H は上図での時刻に対応し、A~E は気泡の膨張過程、F~H が収縮過程となっている。

周囲圧力を急激に減少させると、気泡は膨張し、気泡内温度は下がる。しかしながら、均一核凝縮によるミストの生成により潜熱が放出され、ミストの平均密度が上昇するとともに、温度が急激に回復する。その後は気泡内温度はほぼ一定に保たれる。リバウンド時以外は、温度に関しては、ほぼ平衡状態を保っていることがわかる。また、気泡内ミストの平均密度は膨張の初期段階で急激に増加し、この段階でミスト生成が気泡運動に対して、特に熱的に大きく影響を与えていることがわかる。気泡内温度がほぼ一様になった後は、収縮過程の途中まで平均密度はほぼ一定値を保ち、つまり、気泡の体積に比例してミストの質量が増減している。収縮過程の後半において、収縮率が大きくなった時にも、外部からのエネルギーを気泡内に存在するミストが蒸発することにより消費し、さほど温度が上がらない。

一方、気泡内の分布に注目すると、膨張過程の初期段階 (A~C) では気泡内の温度および濃度分布は比較的大きいが D, E の段階では、蒸気濃度には分布があるが温度分布はほとんどなくなっ

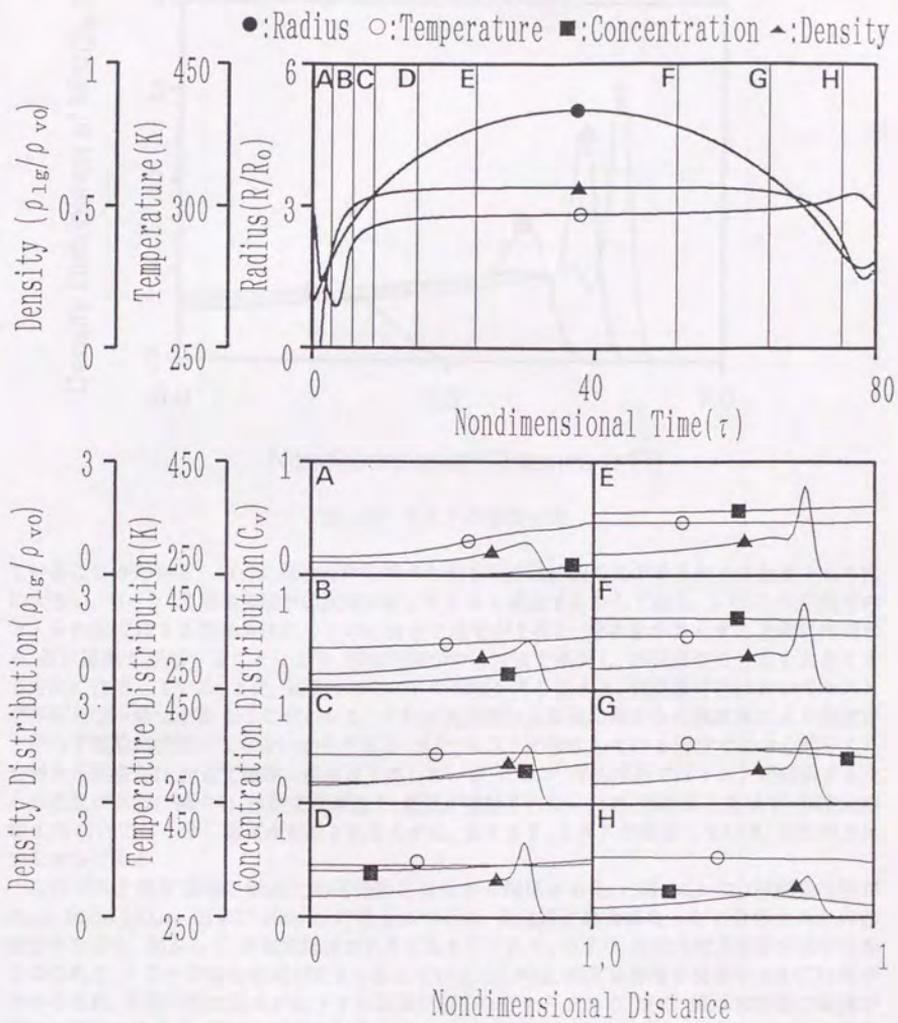


図 3-15: 気泡径, 温度, ミストの密度の時間変化と温度, 蒸気濃度, ミスト密度の分布

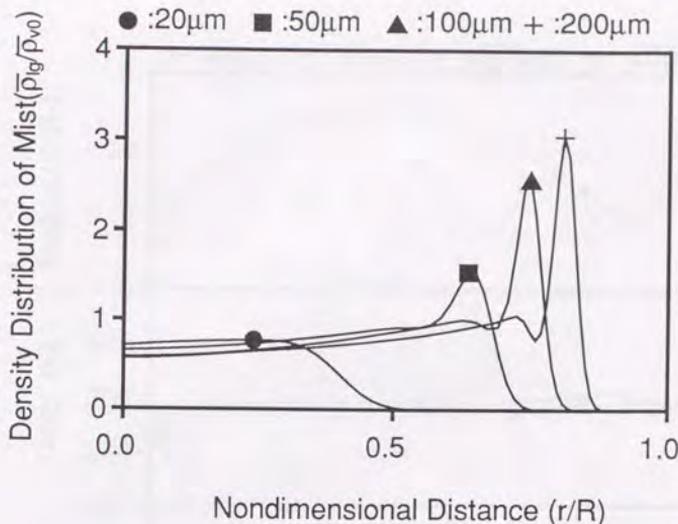


図 3-16: ミストの密度分布

ていることがわかる。これは、無次元熱伝導率と無次元拡散係数の比であるルイス数が1より常に大きい、つまり、温度境界層が濃度境界層よりも早く発達するからである。さらに、気泡内でのミストの生成による潜熱放出により中心付近で温度が上昇し、分布を小さくする方向に作用する。逆に蒸気が凝縮することにより、蒸気密度が中心付近で減少し、蒸気濃度の分布を大きくする方向に作用している。また、気泡内のミストの密度分布を見ると、気泡壁付近においてミストが存在しない領域があることがわかる。これは気泡壁付近は液相側からの熱流束により温度が下がらず過飽和状態にならないからである。また、ミストの発生している領域では中心部分よりも無次元距離 0.75 付近で極端に密度が上昇している。これは、中心付近ではミストが成長するための蒸気が急激に減少し、拡散速度が遅く、蒸気が補給されないため、密度が上昇せず、無次元距離 0.75 付近では十分に蒸気が補給されるために、ますます、ミストが成長していき、密度が上昇するからである。

このミスト発生領域と無次元輸送係数とは大きく関係がある。図 3-16 に、初期気泡径が $20\mu\text{m}$, $50\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$ および $200\mu\text{m}$ の場合について、気泡径が最大になったときのミストの密度分布を示す。図からも、初期気泡径が大きくなるにつれて、つまり、無次元輸送係数が小さくなるにつれて、ミストの発生領域が大きくなっている。これは、温度境界層が発達するのに時間がかかるため、気泡内部で温度が低下する領域が広くなるからである。また、濃度境界層の発達と同様に遅くなるため、先ほど説明したように、中心部では蒸気量が減少し、ミストの密度としてはさほど上がらない。

次に、無次元輸送現象の気泡運動に対する影響を初期気泡径を変化させることにより、考察する。

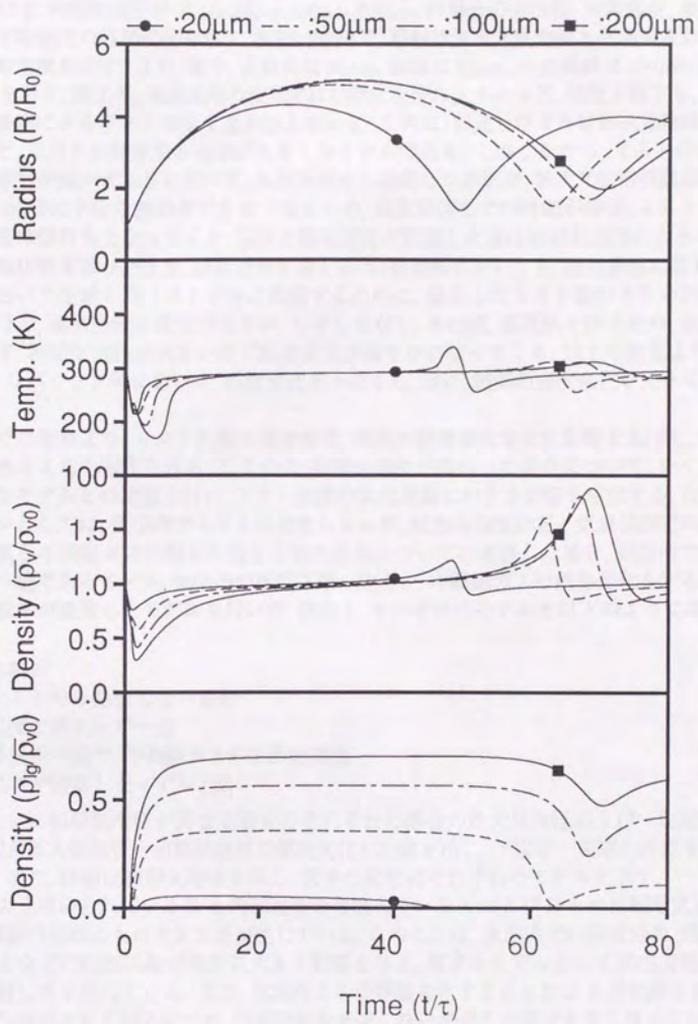


図 3-17: 気泡径, 温度, 蒸気とミストの密度の時間変化

図 3-17 に初期気泡径が $20\mu\text{m}$, $50\mu\text{m}$, $100\mu\text{m}$, $200\mu\text{m}$ の場合の気泡径, 平均温度, 蒸気およびミストの平均密度の時間変化を示す。横軸は時間で, 縦軸は無次元気泡径と平均温度およびそれぞれの平均密度を示す。また, 図中, 実線丸は $20\mu\text{m}$, 破線は $50\mu\text{m}$, 一点鎖線は $100\mu\text{m}$, 実線四角は $200\mu\text{m}$ を示す。図より, 膨張初期の段階では初期気泡径の大きいほど, 温度が低下し, それにより均一核凝縮によるミストの発生量が増えている。これは, 前述したように無次元輸送係数が小さくなると, ミストの発生する領域が大きくなるからである。しかしながら, ミストの成長により, 気泡内蒸気が減少する量に比べて, 気液界面から蒸発した蒸気が, 無次元拡散係数が小さいために, 中心部分に十分な補給ができなくなるため, 温度回復までの時間が伸び, ミストの平均密度の最大値は頭打ちとなってくる。温度と蒸気密度が回復した後は初期気泡径の大きさに拘らず, ほぼ平衡状態を保ったまま, 収縮過程を迎える。収縮過程においても, 蒸気密度に関しては, 膨張過程において生成したミストが逆に蒸発するために, 発生したミスト量の大きい初期気泡径が大きいほど, 蒸気密度の変化が大きい。しかしながら, その際, 蒸発熱を伴うため, 気泡内温度が上昇せず, 初期気泡径が大きいほど温度変化が緩やかになってくる。以上の結果より, ミストの発生は, リバウンド時において, 温度変化を小さくし, 逆に, 蒸気の密度変化を大きくすることがわかる。

今までの考察より, ミスト生成は温度変化, 蒸気の密度変化などに影響を及ぼし, 気泡運動に影響をあたえたと考えられる。ここでは, 初期気泡径が異なる場合について, いくつかのさらに簡単なモデルとの比較を行い, ミスト生成の気泡運動に対する影響を考察する。比較するためのモデルとしては, 気泡内でミストは発生しないが, 気泡内温度分布と気液界面での蒸発凝縮および蒸気と不凝縮ガスの相互拡散など他の効果については考慮した場合, 気泡内での温度と蒸気圧が一定であるモデル, 気泡内の蒸気圧は一定だが, 不凝縮ガスは断熱変化をすとしたモデル及び松本が提案したモデルを用いた。便宜上, それぞれのモデルを以下のようにおいた。

- A : 本解析
- B : ミストのみ発生しない場合
- C : 温度と蒸気圧が一定
- D : 蒸気圧一定で, 不凝縮ガスのみ断熱変化
- E : 松本が提案したモデル [29]

図 3-18 に初期気泡径が異なる場合のそれぞれの場合の最大気泡径および一周期の時間を示す。上図が最大気泡径を初期気泡径で無次元化した値を示し, 下図が一周期の時間を無次元時間で示す。また, 横軸は初期気泡径を示し, 図中の記号はそれぞれのモデルを示す。

従来よく用いられている D と内部現象を考慮している A および B との比較を見ると, 最大気泡径, 運動の周期ともに大きな差が生じている。このことは, 気泡内での温度分布, 濃度分布が生じることなどの内部現象が運動に大きく影響を与え, 簡単なモデルとして気泡運動を記述することの難しさを示している。また, 気泡内ガスが等温変化をすとした C との比較を見ると, 特に初期気泡径が大きくなるにつれ, 内部現象を考慮しない場合との差が大きくなっている。これは, 初期気泡径が大きくなるにつれて, 無次元輸送係数が小さくなるため, 温度分布あるいは蒸気の濃度分布が大きくなり, この輸送係数が無限大である等温変化とは運動が異なってくる。

モデル E を A と比較すると, 様々な面においてモデル化されているにもかかわらず, 良く運動を表していると思われる。本来, 境界層の発達早い初期気泡径の小さい領域では液相からの

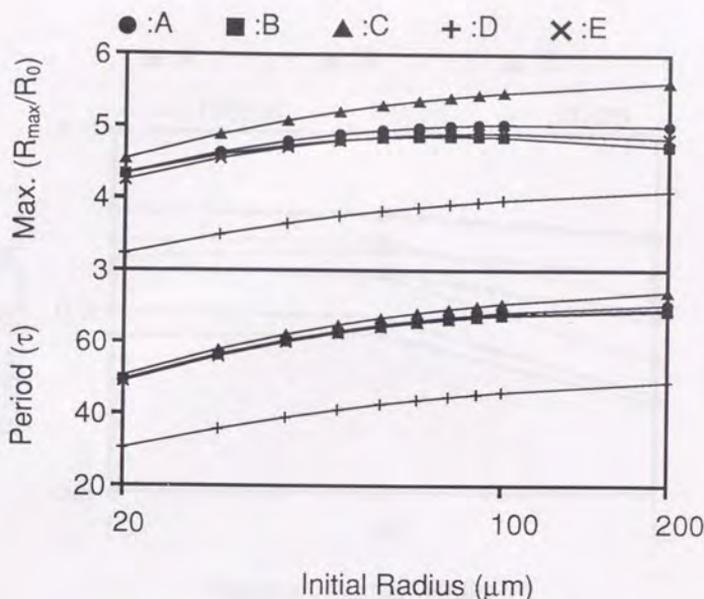


図 3-18: 初期気泡径に対する最大気泡径と周期

熱流束が評価できていないはずであり、A との違いが大きくなると考えられる。しかし、モデル E では A における熱流入の代わりにミスト生成による潜熱が放出され、温度回復が同様にわれ、大きな運動の差がなくなると考えられる。

ミスト生成を考慮している A と考慮しない B とを比較してみると、初期気泡径が小さい領域では両モデルの間にほとんど差はなく、初期気泡径が大きくなるにつれて差ができ、ミスト生成の影響が大きくなっている。これは、前述したように、無次元輸送係数の違いから生成するミストの量が異なってくることに起因する。つまり、無次元輸送係数が大きい初期気泡径が小さい領域では、熱移動がスムーズであるため、ミストもほとんど生成せず、ミスト生成を考慮しないモデルとほとんど変わらない。逆に、無次元輸送係数が小さい初期気泡径の大きい領域では、生成ミスト量も増え、ミスト生成を考慮しないモデルと、凝縮の際の潜熱、気泡内のミストの質量を含めた全質量が異なってくるなどの点から運動に関しても差が生じてくる。運動中の気泡内の温度分布や蒸気濃度分布が平衡でない時間が気泡運動の周期に比較して長いことを気泡内現象の非平衡性が強いと定義すれば、気泡内現象の非平衡性が強いほどミスト生成の影響を強く受けることがわかる。

このことを減圧比が違う場合についての考察から理解できる。ステップ的に圧力を減じた場合には、減圧比の違いにより運動の周期が大幅に異なり、運動に関与する現象が異なってくる。ここでは、初期気泡径と圧力比が異なる場合について考察する。図 3-19 に、初期気泡径が

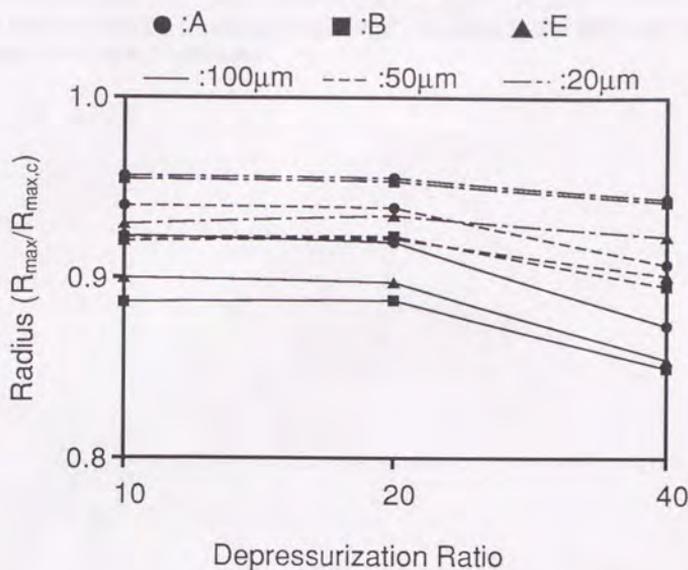


図 3-19: 初期圧力比に対する最大気泡径

20μm, 50μm, 100μm の場合について、初期液体圧力を 1/10, 1/20, 1/40 と減圧した場合の最大気泡径を、A, B, C, E の 4 つの場合に対し比較した結果を示す。縦軸は、温度と蒸気圧が一定であるモデル C での最大気泡径を 1 とし、A, B, E のモデルに対し、この最大気泡径で割った値を示す。つまり、1 に近いほど平衡モデルに近いということになる。また、横軸は圧力比を示し、それぞれ、10, 20, 40 が 1/10, 1/20, 1/40 を示す。図中、実線は 100μm、破線は 50μm、一点鎖線は 20μm の場合を示し、丸は A、四角は B、三角は E との比較を示す。図より、全体として、右下がりの傾向にあり、圧力比が高いほど平衡モデルとの違いが大きくなることがわかる。全ての圧力比について、初期気泡径が大きくなるに従い平衡モデルとの差が大きくなる。

A と E との比較では先程と同様、初期気泡径の違い、圧力比の違いに対し、A との差にあまり変化がない。A と B との間では初期気泡径が小さくなる場合と同様、圧力比が大きくなるにつれて差が小さくなっている。この理由は、初期気泡径は同一であるが圧力比の違う場合の膨張初期段階での気泡径、温度、ミストの平均密度の時間変化を示す図 3-20 より理解できる。図中、上段から無次元気泡径、平均温度、蒸気平均密度、ミストの平均密度の時間変化を示し、初期条件は気泡径 100μm で、実線は圧力比が 10:1、破線は 20:1、一点鎖線は 40:1 となっている。この図より、圧力比に関係なく、温度と平均密度の時間変化に差がないことがわかる。これは、発生初期段階では気泡内の圧力と液体圧力の差圧により膨張速度が決定され、どの場合においてもほぼ 90kPa

であるところから大きな違いがなくなるからである。これより、減圧比が大きいほど運動の周期に対し、温度などの変化している時間の割合が小さくなっており、非平衡性が弱いほどミスト生成の影響が小さくなることがわかる。



図 5.10 減圧比 0.01, 0.02, 0.05, 0.1 の場合の各物理量の時間変化

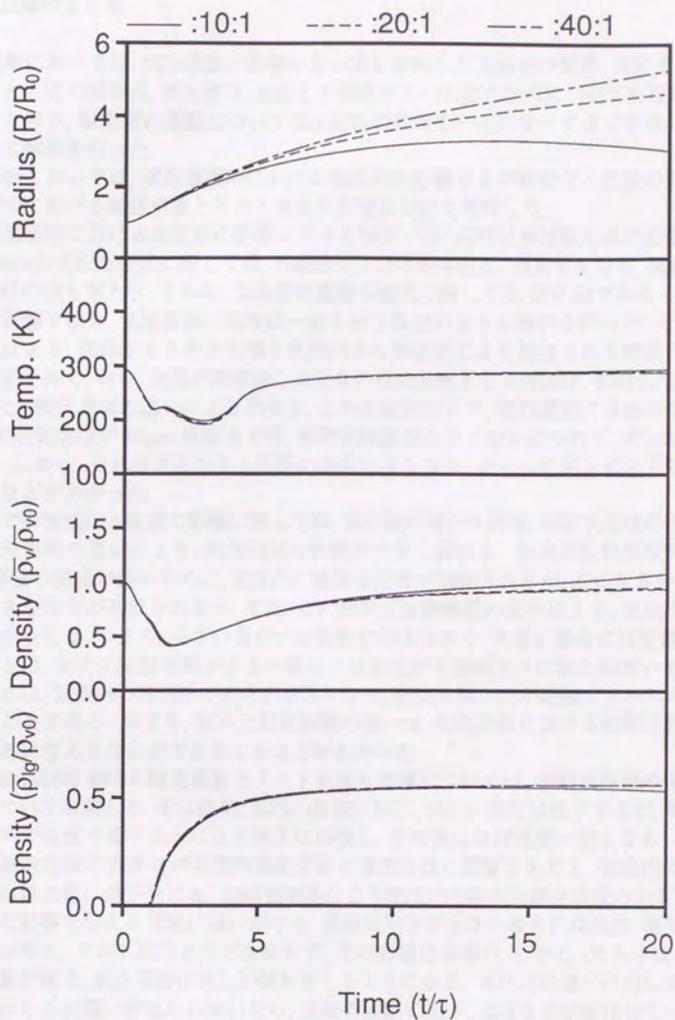


図 3-20: 気泡径, 温度, 蒸気とミストの密度の時間変化

3-6 第三章のまとめ

第三章においては、気泡運動に影響のない項を省略した気相側の質量、運動量、エネルギーおよびミスト生成の保存式、液相側の、温度と不凝縮ガスの拡散方程式について直接数値積分することにより解き、気泡壁の運動については圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した運動方程式を用いて解析を行った。

本解析においては、気泡崩壊時における熱拡散の影響および相変化と拡散の影響、そして、気泡膨張時における輸送現象とミスト生成の影響について考察した。

気泡崩壊時における熱拡散の影響に対する解析では、純粋に熱拡散のみの影響を検討するため、気泡内の支配方程式に関しては、不凝縮ガスだけが存在し、相変化もなく、運動量保存式における粘性の項も落とす。さらに、気泡壁の運動方程式に関しては、非圧縮であるとし、音響ダンピングの影響を除き、気液界面の温度は一定という仮定のもとに解析を行った。その結果として、熱拡散により、液体からされる仕事と気泡内から熱拡散により散逸される熱量の変化はそれぞれ位相差を持ち、特に、気泡が再膨張したときの最低温度となる時刻は、初期気泡径の違い、つまり、無次元熱伝導率の違いにより異なる。この位相差により、気泡運動には熱的なダンピングが生じ、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 程度までは、初期気泡径が小さくなるにつれて、ダンピングの効果が大きい、しかし、それ以下となると等温の場合に近くなり、かえってダンピング効果が小さくなることなどがわかった。

界面での相変化と拡散の影響に関しては、熱拡散の場合と同様、初期気泡径の違い、つまり、無次元拡散係数の違いにより、気泡内部の状態が大きく異なる。無次元拡散係数が小さい場合には、境界層の発達が遅いために、気泡内に複雑な分布が形成されるが、逆に大きい場合には、それほど大きな分布が形成されない。また、この無次元拡散係数の大小により、気泡内蒸気質量変化の違いが生じる。つまり、小さい場合には質量変化は小さく、大きい場合には質量変化が大きい。このことは、無次元拡散係数が小さい場合には蒸気が不凝縮ガスに似た振舞いをし、逆に、大きい場合には、気泡内の蒸気圧の変化が小さくなり、蒸気を除いた不凝縮ガスだけの運動に近づくということである。つまり、無次元拡散係数の違いは、気泡運動における初期圧力比の違う運動と近似的に考えることができることなどがわかった。

気泡膨張時における輸送現象とミスト生成の影響については、初期気泡径の違いと減圧比の違いについて考察した。その結果、気泡の膨張に対し、気泡内温度は低下するが、均一核凝縮により気泡内で生成するミストにより温度は回復し、その後はほぼ温度一定となる。その際、気泡内ガスの輸送係数の大きさが気泡内温度分布と濃度分布に影響をあたえ、気泡内でのミストの平均密度の最大値に差が生じる。初期気泡径により気泡内の無次元輸送係数の大きさは変化し、気泡運動に影響を与える現象に違いがある。初期気泡径が小さい場合には温度、蒸気の濃度境界層の発達が早く、ミストはほとんど生成せず、その影響は小さい。しかし、大きくなるにつれ、ミスト発生量が増え、気泡運動に対し影響を与えるようになる。減圧比の違いに対しては膨張初期の運動にほとんど違いが見られないため、運動の周期に比べ、温度などが変化している時間の小さい減圧比の大きい場合ほど、ミスト生成の影響が小さくなることなどがわかった。

4-1 はじめに

第三章において、簡略化された支配方程式を用いて、内部現象を考慮した気泡運動の計算コードを開発し、その数値計算コードを用いて、気泡運動に対する内部現象の影響を解析した。本計算コードは、気泡壁の運動方程式に、液の圧縮性に対する一次近似方程式を用いているため、任意の圧力変化に対する気泡の応答が計算できる。そこで、本章では、液体衝撃波管を用いた実験装置を開発し、液体中に発生させた微小気泡の周囲の圧力を減圧し、その後昇圧させた際の、気泡の応答について計算と比較検討を行う。ここで、最初に気泡を膨張させ、その後崩壊させた理由は、気泡膨張時には、気液界面の蒸発・凝縮現象が支配的であり、現象がゆっくりであるため気泡径の測定精度が向上し、本計算コードの精度の検討において適切であると思われるからである。また、別の理由として、液体衝撃波管では、液体中に波長の短い圧力波を発生させることが困難であり、気泡崩壊時における気泡内温度を上昇させるためには、崩壊させる気泡を大きくする必要があるのである。

実験は大きく二つ行った。一つは、光散乱法を用いて、周囲圧力が変化した際の気泡径変化の測定実験を行い、もう一つは、膨張した気泡が崩壊する際に気泡内から放射される光を捕らえる実験を行った。

気泡径変化の測定実験では、周囲圧力と気泡からの散乱光を測定し、周囲圧力に対する気泡の応答を測定する。さらに、このとき測定した周囲圧力の変化に対して、数値計算コードを用いて計算し、実験結果との比較を行う。ただし、光散乱法は、気泡が球形を保つときのみに用いることができる方法であること、気泡崩壊時の時間スケールは非常に短いため、気泡径変化を測定することが難しいなどの理由から気泡崩壊時においては、計算結果との比較は行えない。そのため、ここでは、膨張時の気泡径変化と最大気泡径及び気泡が崩壊する時刻について検討する。

気泡崩壊時における内部状態を推定するための実験として、気泡が崩壊した際に気泡内から放射される光を捕らえる実験を行う。この実験では、気泡内に少量のアセチレンを混入させることにより、気泡内で燃焼反応を起こさせ、その際放射される光を捕らえる。ここで、アセチレンを用いた理由は、アセチレンの燃焼反応は他の炭化水素よりも着火遅れ時間が短く、温度の高い時間が非常に短い気泡の崩壊運動においても、十分反応することができるからである。さらに、アセチレンの燃焼反応に対する着火遅れ時間については、White[47] が実験的に測定しており、着火遅れ時間を温度及び酸素とアセチレンの濃度の関係式で表している。この関係式を用いれば、本数値計算コードによる結果との比較が行え、着火時刻あるいは着火温度に対する実験との比較が可能となる。

以上、二つの実験と比較により、気泡膨張時における数値計算コードの精度と、気泡崩壊時における気泡内温度について検討する。

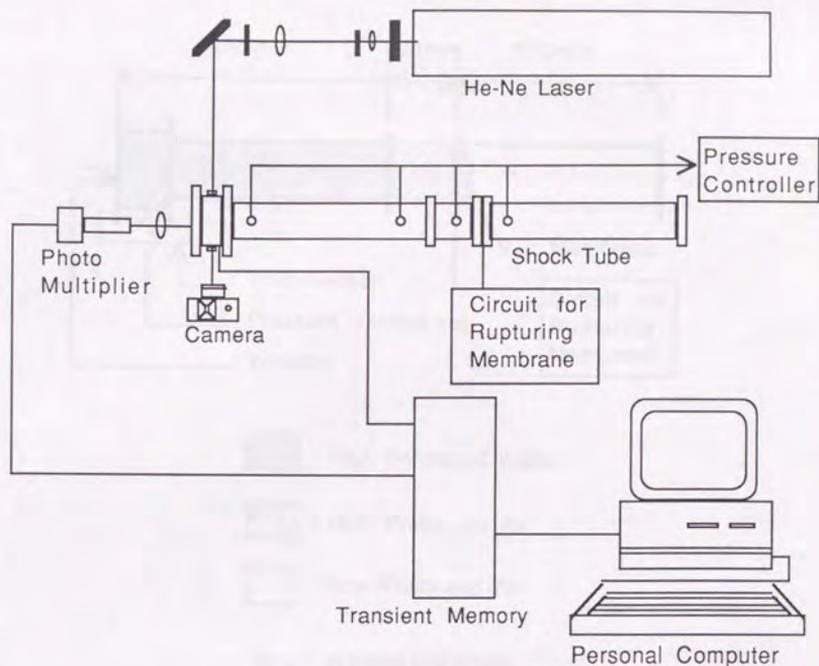


図 4-1: 実験装置全容

4-2 実験装置

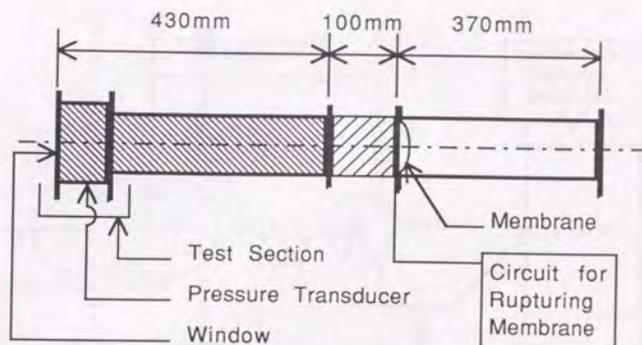
圧力変動場における単一気泡の挙動を実験的に解析を行うために、液体衝撃波管を用いた実験装置を用いた。以下に実験装置について述べる。

4-2-1 実験装置全体の概要

本実験装置は、液体衝撃波管部、配管系、光学測定系および制御系からなる。図 4-1 に配管系を除く実験装置の全容を示す。本実験は気泡径の測定などにおいて光学的な方法を用いるため、ちり等の影響を排除する必要から、これらの実験装置はクリーンルーム（高砂熱学製，クラス 10000）の中に設置された。以下、液体衝撃波管、配管系、光学測定系および制御系について詳しく述べる。

4-2-2 液体衝撃波管

本実験装置の主要部である液体衝撃波管は、低圧管、高圧管気体部、高圧管液体部からなり、液



- : High Pressured Water
- : High Pressured Air
- : Low Pressured Air

図 4-2: 液体衝撃波管全体図

体部の端には光学ガラスがはめ込まれたフランジによりテスト部が取り付けられる。液体衝撃波管は、光学的な測定部を広くするために横置きにしている。このため、高圧管気体部と液体部の間に隔膜をいれる。隔膜の材料には気体からの圧力波を効率よく液体部に伝えるために、水の音響インピーダンスとほぼ等しい厚さ約 1.5mm のポリエチレンを用いた。高圧管気体部と低圧管気体部の間には厚さ 12 μm のルミラー（東レ製）とその薄膜を焼き切るための破膜装置がはさまれている。液体衝撃波管の全体図を図 4-2 に示す。液体衝撃波管は内径 50mm のステンレス製である。全長は約 900mm で、低圧管気体部は約 370mm、高圧管気体部は 100mm、高圧管液体部はテスト部を含めて約 430mm である。

テスト部には液体の静圧を測定するための圧力センサが、側部に取り付けられ、水平方向にレーザーの入射口と出射口が、鉛直方向下部に気泡発生装置が、鉛直方向上部に気体抜き用のバルブが取り付けられている。

テスト部を取り付けるためのフランジにはめ込まれる光学ガラスは直径 60mm、厚さ 10mm のもの（シグマ光機製、合成石英）を用いた。

高圧管気体部と低圧管気体部にはさまれる破膜部には太さ約 0.32 μm のニクロム線が十字に張っており、圧力差で膨らむ薄膜と接している。このニクロム線には破膜装置内のコンデンサに蓄えられた電荷が流れ、その発熱により、薄膜が焼き切れ、高圧管側に膨張波が伝播する。図 4-3 に破膜装置の回路図を示す。この破膜装置は外部からの信号により制御できるようになっている。

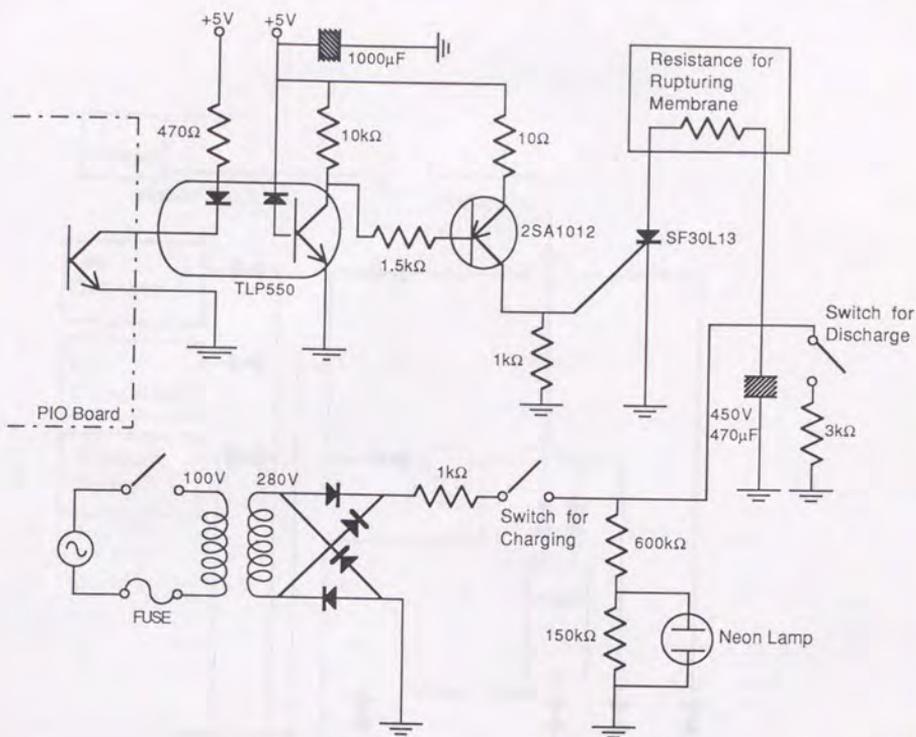


図 4-3: 破膜装置の回路図

4-2-3 配管系

高圧部と低圧部および気泡発生装置内の圧力設定を行うための配管系を図 4-4 に示す。配管系は大きく低圧部の圧力設定をする部分と高圧部および気泡発生装置内の圧力設定をする部分に分けられ、それぞれ電磁弁の開閉により設定する。圧力の設定は圧力調整器 (Drug 社製) を用いることにより、0.1kPa の精度で設定ができる。また、圧力調整器には三つの口があり、それぞれ、出力用、加圧用、減圧用となっており加圧用の口にはエア・コンプレッサ (日立製作所製、OP-7S、オイルフリー)、アセチレンボンベおよび真空ポンプが三つ又を介して取り付けられる。ここで、真空ポンプを取り付けたのは、発生させる気泡内のガスに他のガスが混じらないようにするためである。減圧用の口には真空ポンプが、出力用の口には二又を取り付け、それぞれ高圧部設定用と低圧部設定用に分かれる。

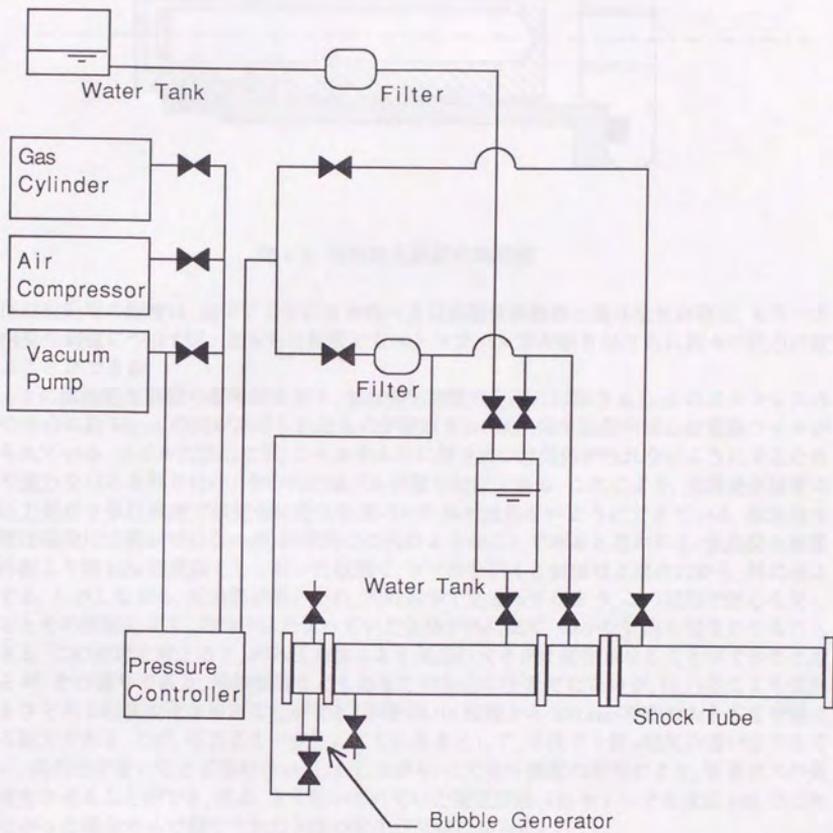


図 4-4: 配管系の全体図

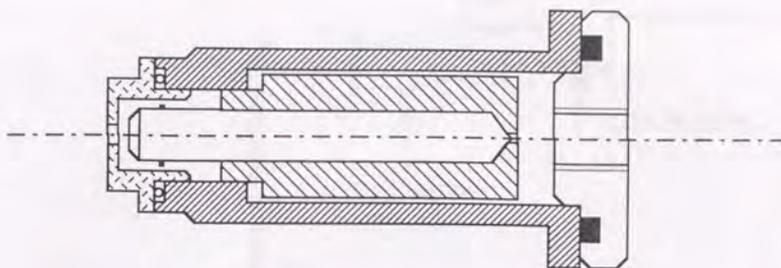


図 4-5: 気泡発生装置の概略図

高圧部設定用の配管は、途中で二手に分かれ一方は高圧管液体部と高圧管気体部に、もう一方は気泡発生装置につながる。どちらの配管にもストップバルブが取り付けられ別々の圧力に設定することができる。

図 4-5 に気泡発生装置の概略図を示す。気泡発生装置の上部には厚さ $0.1\mu\text{m}$ のステンレスの円盤の中心に約 $40\mu\text{m}$ の穴がけられたものが接着され、気泡発生装置内部には電磁コイルが納められている。コイルの鉄心には、コイルをふたに押さえつけ気体が洩れないようにするためのやや強力なバネを取り付け、その先にはゴムが取り付けられている。これにより、気泡発生装置の内外圧力差が 2 気圧程度では完全に発生装置内の気体が洩れないようにできている。気泡発生装置の原理は完全には明かではないが、経験的には次のようなことであると思われる。気泡発生装置内を外部より数 kPa 程度高くしておいた状態で、コイルを引くと気体は上部の穴から、外に出ようとする。しかしながら、圧力差が低いと、穴の途中で止まってしまう。この状態で鉄心に戻してやるとその衝撃により、穴の中にたまっていた気体が外に出て、微小な気泡を発生させることができる。この原理を考えると、内外圧力差により気泡の大きさを変化させることができると思われるが、その通りであり、他の要因などもあるため完全に任意ではないが、圧力差により気泡の大きさある程度変化させることができ、半径 $60\mu\text{m}$ 程度から $300\mu\text{m}$ 程度の大きさまで発生させる能力がある。ただ、圧力差を一定としても大きさとして、半径で十数 μ 程度の違いはできてしまい、偶然性が多いことは否めない。しかしながら、この発生装置の開発により、任意ガスの気泡を発生させることができ、従来、よく用いられていた電気分解 [48] やレーザ生成法 [49] では作り得なかった混合ガスで満たされた気泡の発生が可能になった。

また、高圧管液体部に注入される水は清浄である必要があるため、フィルター（ミリポア社製 ミリディスクカートリッジ）を通して注入される。また、高圧管気体部を加圧するための気体もまた、ガスフィルター（ミリポア製）を通しており、数 μm 以上のゴミを排除している。

4-2-4 光学系

本実験における気泡径変化の測定は、光散乱法を用いて行う。ここでは、そのための光学系について述べる。図 4-6 に光学系の概略図を示す。He-Ne レーザ（NEC 製、発振波長 635.8nm 、発振出力 50mW 以上、ビーム径約 1.7mm ）から発せられるレーザビームは、対物レンズ（焦点距離

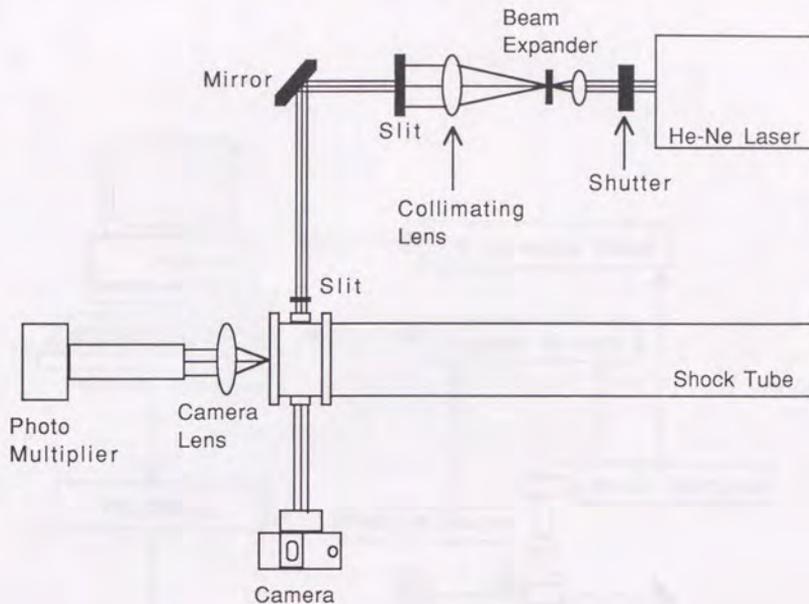


図 4-6: 光学系の概略図

10mm), ピンホール (穴径 $10\mu\text{m}$) を通って広げられ, 凸レンズ (焦点距離約 200mm) により約 20 倍の平行光に変えられる. この平行光を全反射ミラーにより 90 度に曲げ, 干渉縞の影響がなるべくでないようにテスト部の直前でスリットにより上下に約 5mm の幅に切り取り, テスト部に入射させた. 入射した光は液体中を通り抜け, 出口口のところに設置してある初期気泡径測定用のカメラに入射する.

また, 気泡内からの放射光を捕らえる実験では, レーザ光を遮断する必要があるため, レーザ前に電磁シャッタ (ビンセント社製 MODEL23X) を設置した.

4-2-5 測定系と制御系

測定系と制御系のブロック図を図 4-7 に示す.

気泡径変化を測定するために, 平行光に対し垂直な方向に対し, 散乱光を受光する受光系を設置する. 散乱光は光学ガラスを通り, カメラレンズ (Nikon 製, Noct-Nikkor58/F1.2S) により集光され, 光電子増倍管 (浜松ホトニクス社製 R712) に入射させる. 光電子増倍管の仕様は以下である.

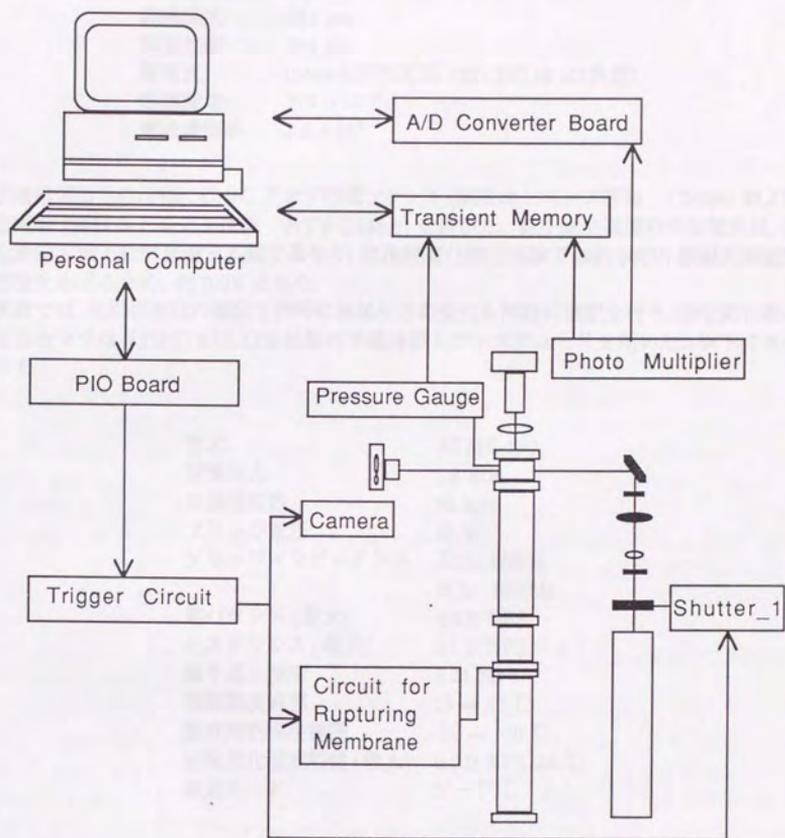


図 4-7: 測定系と制御系の概略図

特徴	赤外延長型マルチアルカリ光電面
波長範囲	185 ~ 900nm
最高感度波長	650 nm
陰極感度	233 μm
陽極感度	164 μm
暗電流	0.44nA(印加電圧 750VDC, 10 k Ω 負荷)
赤感度比	313×10^{-3}
電流増倍率	7.5×10^5

光電子増倍管出力の増幅にはDCアンプ内蔵ソケット(浜松ホトニクス社製 C1556)および高圧直流電源(浜松ホトニクス社製 HTV-C448A)を用いた。高圧直流電源の印加電圧は、気泡径変化測定実験と放射光測定実験で異なり、気泡径変化測定実験では約500V、放射光測定実験では感度をあげるため、約700Vとした。

本実験では、気泡径変化の測定と同時に液体圧力の変化も同時に測定を行う。測定部に取り付ける圧力センサはTEAC/KULITE社製の半導体型トランスデューサを用いた。以下にその仕様を示す。

型名	XTME-190
標準圧力	7.0 atm
共振周波数	80 kHz
ブリッジ電圧	10 V
ブリッジインピーダンス	入力: 650 Ω 出力: 1000 Ω
零バランス(最大)	± 3.0 %FS
ヒステリシス(最大)	± 1.0 %FS
繰り返し精度	0.25 %FS
保証温度範囲	25 ~ 80 $^{\circ}\text{C}$
動作許容温度範囲	-20 ~ 120 $^{\circ}\text{C}$
感度変化温度特性(最大)	± 2.0 %FS/55 $^{\circ}\text{C}$
測定モード	ゲージ圧

圧力センサの出力は直流増幅器(TEAC社製 SA-57)により増幅した。以下に直流増幅器の主な仕様を示す。

入力電圧範囲	0 ~ 100 mV
入力抵抗	10 M Ω 以上
利得	250,500,1000,2500,5000 倍
平衡調整範囲	± 15 mV
オートバランス精度	平衡調整範囲の 0.15 %以内
ドリフト	$\pm 0.5 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ 以内
周波数特性	DC ~ 100kHz

本実験では、膨張後圧縮という圧力変化をするため、圧力波の周波数は数 kHz 程度以下である。このことより、圧力センサと直流増幅器としては十分な周波数特性を持つ。

光電子増倍管と圧力センサの出力はトランジェントメモリに一時的に貯える。トランジェントメモリには APC204(オートニクス社製, 最小サンプリングタイム $1\mu\text{s}$, 最大記憶容量 64kWord/ch, 分解能 12bit, 設定電圧 0.1V ~ 25.6V, チャンネル数 4ch) と APC510(オートニクス社製, 最小サンプリングタイム 50ns, 最大記憶容量 256kWord/ch, 分解能 10bit, 設定電圧 0.1V ~ 25.6V, チャンネル数 4ch) の 2 台を用いる。それぞれの使い方は、気泡径変化測定実験と放射光測定実験で異なる。

気泡径変化測定実験では、APC510 を現象及び初期気泡径出力の記録用にサンプリングタイム $2\mu\text{s}$ で 16kWord 記録し、圧力センサと光電子増倍管からの出力を記録した。ただし、気泡が膨張する際には出力が非常に大きく変化するので、光電子増倍管からの出力は 3 つに分けて、それぞれ、0.1V, 0.4V, 1.6V とレンジを変えてデータを取った。APC204 は、暗電流の測定に用い、サンプリングタイム $400\mu\text{s}$ で光電子増倍管の出力を 4kWord 記録した。

一方、放射光測定実験では、気泡径変化は測定できないので、空間分解能の良い APC204 のみを用いる。サンプリングタイムは $1\mu\text{s}$ で 4kWord 記録し、圧力センサと光電子増倍管からの出力を記録した。光電子増倍管からの出力は 2 つに分けて、それぞれ、0.1V, 0.2V と別々のチャンネルに入力した。

トランジェントメモリに貯えたデータをパーソナルコンピュータ (PC9801-UV) に転送し、フロッピーディスクに保存する。

初期気泡径を測定するカメラは、カメラのシャッタを外部から信号によって切ることができ、それに要する時間は約 100ms である。また、シャッタスピードは $1/8000$ とした。気泡の上昇速度を約 20mm/s(気泡径:約 $150\mu\text{m}$) とすると、この間で約 $2.5\mu\text{m}$ 動くこととなるが発生させる気泡が $100\mu\text{m}$ 程度であるので測定には問題ない。また、レーザー光の強度とシャッタスピードを考え合わせ、フィルムはネオバン S S (フジフィルム ASA100) を用いた。

測定視界内に気泡が進入したことを確認するために、A/D コンバータボード (IO データ機器製, PIO-9045, 最小サンプリングタイム $15\mu\text{s}$, 分解能 12bit) を用いた。

実験の制御はパーソナルコンピュータより、PIO ボード (IO データ機器製) に対して信号を送り、フォトカプラを用いた自作のトリガー回路を ON-OFF することにより行う。制御する機器は、破膜装置、トランジェントメモリ、レーザー前のシャッタ及びカメラ本体のシャッタである。

4-3 実験方法および後処理

実験は大きく二つ行っており、それぞれ、光散乱法を用いての気泡径変化測定実験と気泡内からの放射光測定実験である。実験の手順はほぼ同じであるが、いくつかの点で異なり、測定の内容と後処理の方法が異なるため、それぞれについて説明する。

4-3-1 気泡径変化測定実験の手順

実験は以下のような手順で行う。

- (1) 高圧部と低圧部の間に薄膜をはさみ、管をしっかり密封する。
- (2) 高圧部と低圧部をあらかじめ決めた圧力に設定する。
- (3) 高圧部と低圧部の弁をしっかり閉め、真空ポンプで気泡発生装置内の圧力を高圧部より数kPa程度高く設定する。
- (4) 圧力設定をしている間に、APC204 と APC510 の設定を行う。
- (5) 気泡発生装置を駆動し、気泡を発生させる。
- (6) 光電子増倍管から AD コンバータボードに送られる出力が変化し、気泡が測定視界内に進入したことを確認したら、カメラと APC204 にトリガを送り、初期気泡径撮影と記録動作を開始させる。
- (7) 適当な時間の後、APC510 にトリガを送り、記録を開始させ、その後約 20ms 後に破膜装置にトリガを送り、破膜を行う。
- (8) 実験終了後、トランジェントメモリからパーソナルコンピュータにデータを転送し、フロッピーディスクに保存する。

4-3-2 気泡径変化測定実験後のデータ処理

フロッピーディスクに記録されたデータはそのままでは、圧力および気泡径の変化にはならないので、適当なデータ処理を行う。

●圧力データの処理

圧力センサからの出力を入力レンジに合わせて、電圧に変換する。この電圧とあらかじめ求めておいた電圧と圧力の較正直線(図 4-8)より、液体の絶対圧を求める。

●気泡径データの処理

APC510 に記録された光電子増倍管の出力にはノイズが多いので、ノイズ処理を行った。FFTにより処理を行った。カットオフ周波数は、気泡膨張時の時間変化のスケールを考慮し、10kHzとした。気泡崩壊時での気泡径変化は、その時間スケールの短さから、ノイズと同程度の時間スケールとなり、実験結果としての議論は困難であるため、気泡膨張時のみにして議論することとした。ただし、気泡崩壊時刻に関しては、十分議論できる。

つぎに、APC204 のデータより、測定視界内に気泡がない状態での出力(I_1)を求める。また、APC510

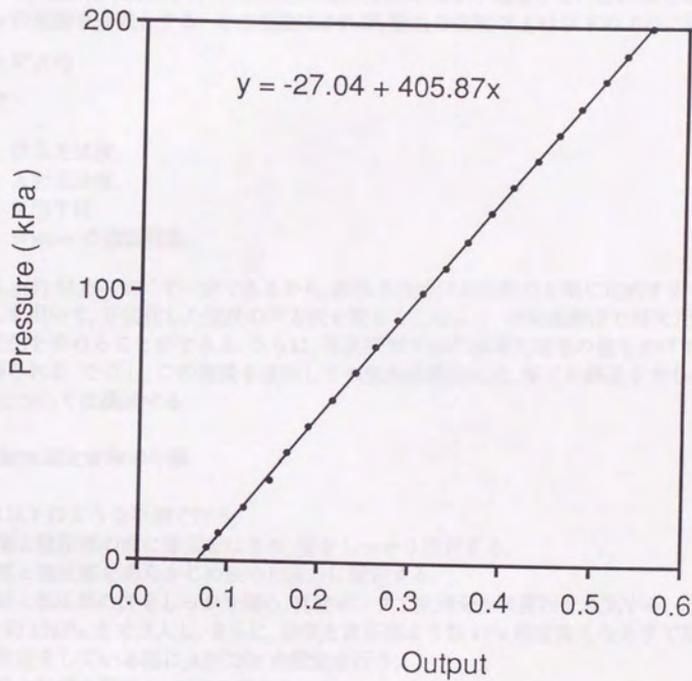


図 4-8: 圧力較正曲線

の全データ 16kWord のうち、圧力変化のない前半の 8kWord について時間平均を行い、その出力 (I_2) を求める。さらに、(I_2) と (I_1) との差を初期気泡径の出力 (I_0) とする。この後、現象中の APC510 のデータ処理に移る。まず、データはいくつかの点でレンジオーバーをしているため、オーバーしている部分をさらに上のレンジで取ったデータで補間し、出力の絶対値を求める。つぎに、測定視界内に気泡がない状態の出力 (I_1) を差し引き、気泡からの散乱光出力を求める。初期気泡径出力 (I_0) で割って、正規化する。

ここから、気泡径の算出を行う。気泡径の算出方法は、Mie の理論とその近似解である Wiener-Buceri の理論を基礎とする。その理論によれば、散乱光強度は I_s は以下のように表せる。

$$I_s = I_i \pi R^2 g(\theta) \quad (4.1)$$

ここで、

I_s : 散乱光強度

I_i : 入射光強度

R : 気泡半径

$g(\theta)$: Wiener の散乱関数

である。 $g(\theta)$ は、 $\theta = 90^\circ$ で一定であるから、散乱光強度は気泡径の 2 乗に比例することになる。このことを用いて、正規化した強度の平方根を取ることにより、初期気泡径で無次元化された気泡径の変化を求めることができる。さらに、写真撮影された初期気泡径の値をかけて、気泡径の変化を得られる。ただし、この理論を適用しての気泡径算出には、多くの誤差を含むわけであるが、それについては後述する。

4-3-3 放射光測定実験の手順

実験は以下のような手順で行う。

- (1) 高圧部と低圧部の間に薄膜をはさみ、管をしっかりと密封する。
- (2) 高圧部と低圧部をあらかじめ決めた圧力に設定する。
- (3) 高圧部と低圧部の弁をしっかりと開め、真空ポンプで気泡発生装置内を脱気する。その後、アセチレンを約 12kPa まで注入し、さらに、空気を高圧部より数 kPa 程度高くなるまで注入する。
- (4) 圧力設定をしている間に、APC204 の設定を行う。
- (5) 気泡発生装置を駆動し、気泡を発生させる。
- (6) 光電子増倍管から AD コンバータボードに送られる出力が変化し、気泡が測定視界内に進入したことを確認したら、カメラにトリガを送り、初期気泡径撮影する。
- (7) 適当な時間の後、破膜装置と APC204 にトリガを送り、破膜および記録動作を開始させる。
- (8) 実験終了後、トランジェントメモリからパーソナルコンピュータにデータを転送し、フロッピーディスクに保存する。

4-3-4 放射光測定実験後のデータ処理

気泡径測定実験と同様、適当なデータ処理を行う。測定量は、圧力変化と気泡内からの放射光強度であり、データ処理は圧力データのみを行う。方法は、前述の通りである。放射光出力は、そ

の大きさを定量的に議論することは難しく、気泡内で反応が起きたかどうかについての議論し
できないため、その出力に対しては処理を行わなかった。

本論文の結論

心電図出力の不規則性

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性について次の点を指摘することから明らか
である。

(1) 心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

(2) 心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性

(3) 心電図出力の不規則性

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

心電図出力の不規則性

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

(4) 心電図出力の不規則性

心電図出力の不規則性は、心電図出力の不規則性に対して大きく異なる。例えば、心電図出力が
不規則であるとしても、心電図出力が不規則であるにもかかわらず、心電図出力が不規則である
にもかかわらず、心電図出力が不規則である。

4-4 測定結果の不確かさ

本実験では液体の圧力変化と気泡径変化を測定した。ここでは、それぞれの測定結果に対する不確かさを見積もる。

4-4-1 圧力の不確かさ

計算結果と比較することにおいて、圧力の測定結果について次の点を吟味することが必要である。

(1) 気泡運動の変化は、周囲圧力の変動の違いに対して大きく違う。例えば、初期の圧力が100kPaであったとし、もし、その圧力からステップ状に5kPaに下がるか2.5kPaに下がるかで、最大気泡径は約2倍程度も変わってくる。このことから圧力を精度良く見積もる必要がある。

(2) 本実験装置では、管壁に圧力センサを取り付けている。そのため、管中心との圧力に違いが生じていた場合には計算結果との比較ができなくなる。そこで、波が平面的に伝わっているかどうか検討が必要である。

そこで、この二点について検討する。

(1) 測定圧力の誤差

測定圧力の誤差解析を行う上で主に考慮することは、圧力センサがゲージ圧型であるため、大気圧に対する誤差、センサの較正を行った圧力調整器の誤差、センサ、直流アンプ増幅器およびトランジェントメモリの非直線性、データの打ち切り誤差及び直線回帰に伴う誤差が考えられる。

大気圧に関する誤差は、大気圧計の読みとり誤差であり、かたより誤差と考えられる。この誤差は、最小単位の半分0.05kPaとする。センサの較正を行った圧力調整器の誤差は、最小単位にの半分0.05kPaとし、これをかたより誤差として扱う。センサ出力に対する較正は実際の状態と同一で行っているため、センサ、直流アンプ、トランジェントメモリを介しての誤差は一括して評価する。較正方法は、回帰直線における推定標準誤差SEEと、自由度から求まるスチューデントt値を用いて、以下のように評価できる。

$$B = tSEE/\sqrt{N} \quad (4.2)$$

これより、較正から求められる正確度は、自由度が19、スチューデントt値が2.093及び標準推定誤差が0.713080であることから0.3424kPaとなる。トランジェントメモリの分解能を考えると、出力値に対する誤差は0.000977となり、これを圧力値へ変換すると0.3964kPaとなり、かたより誤差として評価する。以上より、測定圧力に対する誤差は、0.634kPaである。

(2) 管壁と管中心の圧力の違いに対する検討

管中心の圧力と管壁近くの圧力に違いがあるかどうかを検討した。測定は、管の側部から中心にセンサをのぼすことができないので、管端での中心と中心から約18mm離れた点での圧力を測定して、比較を行った。その一例を図4-9に示す。太線が中心での圧力変化、細線が管中心から

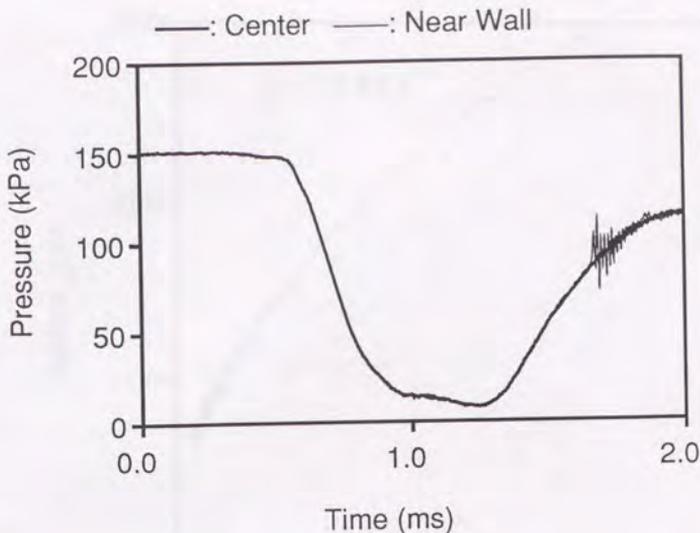


図 4-9: 管壁付近と管中心の圧力の時間変化

18mm 離れた点での圧力変化を示す。図より、管中心と管から離れた点での圧力にほとんど違いが見られないことがわかる。つまり、液体中にはほぼ完全なる平面波が伝播してきていることがわかる。これより、計算との比較する場合の圧力変化に管壁の圧力を用いてよいと思われる。

4-4-2 測定気泡径の不確かさ

本実験では、光散乱法という誤差の多い方法を用いている。亀田ら [50] は、気泡径が $100\mu\text{m}$ 程度で十数%程度の誤差を含むと報告している。ただし、彼らは、気泡径の算出に測定視界を通過する時間とその距離および抵抗係数を含む推定式から求め、さらにその通過している時間の出力を用いて較正を行っている。しかし、この方法では、光電子増倍管の印加電圧などが変化した際に、再度、較正をやり直す必要があるため、連続して実験を行い続ける場合にはよいが、そうでない場合には印加電圧を一定にするなど難しい点が多く、適当であるとは言い難い。しかしながら、彼らの報告によれば、非常に高い精度で、出力が気泡径の二乗に比例することを明らかにしており、Mie の理論を基礎とした光散乱法が用いることができることを示している。また、Holt らや Gaitan らも光散乱法により気泡径を評価しており、その妥当性を示している。

本実験では、印加電圧の変化などについての問題に対して対処できるよう、初期気泡径は写真撮影により行い、時々刻々の気泡径変化は、散乱光出力と初期気泡径の出力の比の平方根に比例するとして、気泡径の評価を行った。このとき問題となるのは、気泡径が、散乱光出力と気泡径の出力の比の平方根に比例するかどうかである。図 4-10 に、圧力変化がない場合の気泡径と気泡径出力の平方根との関係を示す。ただし、気泡径出力は、ほぼ中心部分の 1mm 程度の空間における

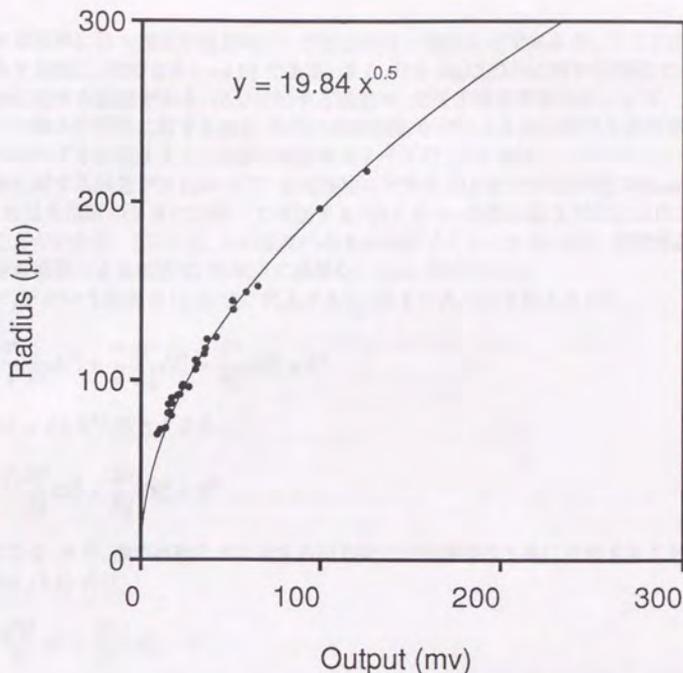


図 4-10: 気泡径と光電子増倍管出力の関係

平均値とした。視界内平均出力としなかった理由は、本実験での前提となるのは短い時間内、つまり気泡がほとんど位置を変えないで、気泡径変化とした場合において Mie の理論が成り立つかどうかを検討する必要があるからである。図より、相関係数は 0.998 となっており、平方根に比例すると考えて問題ないと思われる。

次に、光散乱法により推定された気泡径にどの程度の誤差が含まれるかを評価する。本推定法では、以下のような式により気泡径が推定される。

$$R = \frac{I^{1/2}}{I_0^{1/2}} R_0 \quad (4.3)$$

ここで、 I は出力である。右辺の項全てに対し、誤差が含まれるので、それらを考慮すると、気泡径に対する誤差は以下ようになる。

$$dR^2 = \frac{R_0^2}{4} \frac{1}{I_0} dI^2 + \frac{R_0^2}{4} \frac{I}{I_0^3} dI_0^2 + \frac{I}{I_0} dR_0^2 + S^2 \quad (4.4)$$

ここで、 S は回帰に伴う誤差や視界内レーザ出力の非一様性などであるが、ここでは、回帰に伴う誤差のみを評価し、そのとき $S=4.92$ である。また、 dI と dI_0 は出力に対する誤差であり、 dR_0 は初期気泡径に対する誤差である。出力に対する誤差は、光電子増倍管出力のノイズ、トランジエントメモリの最小分解能に対する誤差、気泡の表面振動などによる出力変化などが考えられる。それぞれのオーダを評価すると、光電子増倍管のノイズが 1mV 程度、トランジエントメモリの最小分解能に対する誤差が 0.1mV 以下、表面振動に対する出力変化が気泡径 $100\mu\text{m}$ で 5.0mV 程度で、これは気泡径の 2 乗に比例して増加する。以上より、表面振動などによる出力変化が一番大きいことがわかる。ここでは、その誤差のみを評価することにする。また、初期気泡径に対する誤差は写真撮影による誤差で、気泡径に関係なく $3\mu\text{m}$ 程度である。

$I = R^2/b^2$ という関係を (4.4) 式に代入すると、以下の式に書き換えられる。

$$dR^2 = \frac{b^4}{4} \frac{1}{R^2} dI^2 + \frac{b^4 R^2}{4 R_0^4} dI_0^2 + \frac{R^2}{R_0^2} dR_0^2 + S^2 \quad (4.5)$$

さらに、 $dI = dI_0 R^2/R_0^2$ とすると、

$$dR^2 = \frac{b^4 R^2}{2 R_0^4} dI_0^2 + \frac{R^2}{R_0^2} dR_0^2 + S^2 \quad (4.6)$$

と簡単になる。また、表面振動などに対する出力変化が気泡径の 2 乗に比例することから、 $dI_0 = aR_0^2$ とおけば、(4.6) 式は、

$$dR^2 = \frac{a^2 b^4}{2} R^2 + \frac{R^2}{R_0^2} dR_0^2 + S^2 \quad (4.7)$$

となる。 $a = 5 \times 10^{-4}$ 、 $b = 19.84$ より、推定される気泡径に対する誤差は

$$dR(\mu\text{m}) = \sqrt{0.0194R^2 + 9\hat{R}^2 + 25} \quad (4.8)$$

となる。ただし、 $\hat{R} = R/R_0$ である。また、初期気泡径との比に関する誤差は、

$$\hat{dR} = \frac{dR}{R_0} = \frac{1}{R_0} \sqrt{0.0194R^2 + 9\hat{R}^2 + 25} \quad (4.9)$$

となる。ただし、気泡径の単位は μm である。

時間平均した出力の平方根が、気泡径に比例することの妥当性は示されたが、時間平均ができない場合においても十分な推定方法であるとは限らない。そこで、この推定方法の信頼性を高速度カメラ (NAC 社製) を用いて、同時に気泡径を測定することにより行う。まず、初期気泡径を測定するためのカメラの位置に、高速度カメラを置く。制御方法は、測定視界内に気泡が入ったら、すぐに高速度カメラを回す。中心あたりに気泡が来たら、パソコンから信号を送り、破膜を行う。このときの、高速度カメラのコマ数は一秒間に約 3300 コマである。つまり、現象中を撮影するコマ数は 3~4 コマ程度しかとれない。ただ、他に手段がないため、止むを得ないところである。

この実験の結果を示す前に、高速度カメラで写真撮影された気泡径に対する誤差を見積もる。写真撮影された気泡は、拡大されてその大きさを測定している。その倍率は、スケールとそのス

ケールを撮影したフィルムから求める。スケールとその写真の測定値に対する誤差およびそこから求められる倍率は以下のように見積もる。まず、スケールおよびその写真は測定する上で、エッジをどこにとるかいはばんだきな誤差である。この誤差は測定器上において、 $7.5\mu\text{m}$ とする。この誤差はエッジがはっきりしているかという問題であり、あまり大きさには関係ないので、スケールとその写真の誤差は同じとする。これより、倍率の誤差を見積もる。スケールとその写真の測定器上での長さをそれぞれ L_1 と L_2 とすると、倍率 x の誤差は以下ようになる。

$$dx^2 = \frac{1}{L_1^2} dL_2^2 + \frac{L_2^2}{L_1^4} dL_1^2 = \left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{L_2^2}{L_1^4} \right) dL_1^2 \quad (4.10)$$

測定された L_1 と L_2 および dL_1 を代入すると倍率は 2.301 倍でその誤差は 8.56×10^{-3} となる。この求められた倍率から、測定した気泡径の誤差を求める。倍率を x 、測定器上での気泡径の大きさを y とすると、求められた気泡径の誤差は以下ようになる。

$$dR^2 = \frac{1}{x^2} dy^2 + \frac{y^2}{x^4} dx^2 = \frac{1}{x^2} dy^2 + \frac{R^2}{x^2} dx^2 \quad (4.11)$$

先ほどと同様に、 dy がエッジの決定による誤差とすると気泡径に関係なく一定である。その値は若干スケールの場合より大きく $18.25\mu\text{m}$ である。これとスケールの誤差を考えると、 dR は以下のようになる。

$$dR^2 = 62.91 \times 10^{-12} + 13.85 \times 10^{-6} R^2 \quad (4.12)$$

このとき、気泡径が 1mm のとき誤差は約 $8.76\mu\text{m}$ となる。

以上をもとに高速度カメラで撮影された気泡径と光散乱法による気泡径を比較する。その結果の例を図 4-11 と図 4-12 に示す。ただし、光散乱法による結果は初期気泡径との比で求められるため、高速度カメラによる結果も初期気泡径との比で表すとそのときの誤差は以下のようになる。

$$d\hat{R} = \frac{dR}{R_0} \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_0} \right)^2} \quad (4.13)$$

図 4-11 の場合は、初期気泡径が $78.5\mu\text{m}$ であるから、その誤差は、二番目、三番目、四番目の点でそれぞれ $0.156, 0.566$ および 0.458 である。五番目の点はすでに気泡が変形してしまっていると考えられるので、無視すると、この場合は十分精度良く、光散乱法で気泡径を算出している。

図 4-12 の場合は、初期気泡径が $74.0\mu\text{m}$ であるから、その誤差は、二番目、三番目の点でそれぞれ $0.373, 0.718$ である。この場合も十分精度良く、光散乱法で気泡径を算出している。

いずれの場合も、測定された結果は測定誤差内に入っており、光散乱法における本気泡径算出法の妥当性が示された。

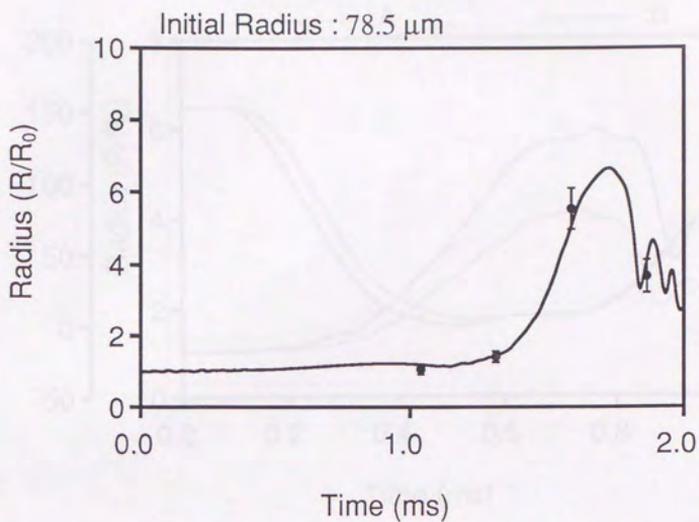


図 4-11: 光散乱法と高速度カメラによる気泡径変化の測定

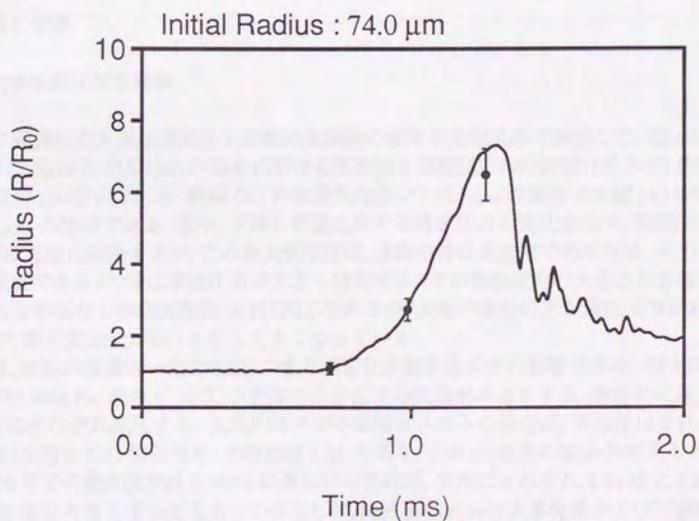


図 4-12: 光散乱法と高速度カメラによる気泡径変化の測定

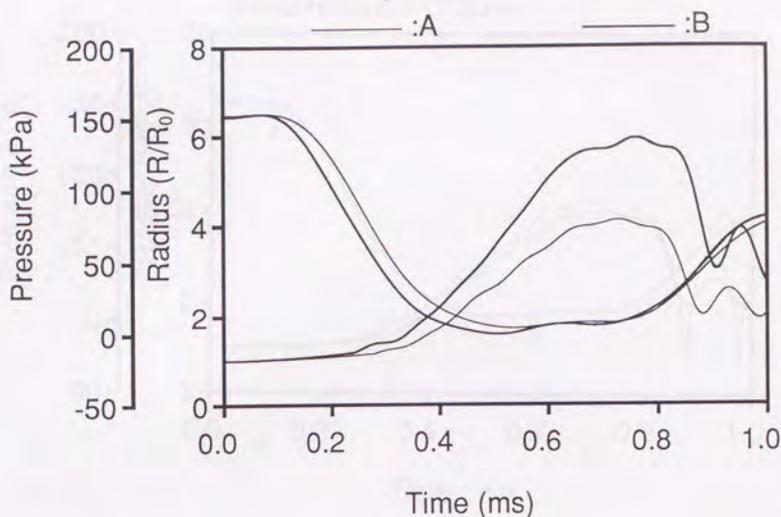


図 4-13: 気泡径と周囲圧力の時間変化

4-5 結果と考察

4-5-1 気泡径変化測定実験

急激に周囲圧力を減圧後昇圧した際の気泡径の変化を光散乱法で測定した。図 4-13 に初期気泡径が $117.5\mu\text{m}$ と $115.1\mu\text{m}$ の場合における気泡径と周囲圧力の時間変化を示す。周囲流体の初期圧力は約 150kPa である。細線 (A) が初期気泡径が $117.5\mu\text{m}$ の場合で太線 (B) が初期気泡径が $115.1\mu\text{m}$ の場合である。図中、下降した後上昇する線が圧力の変化を示す。周囲圧力が下がると、気泡は急激に膨張するが、その最大気泡径は、運動全体は非定常であるため、圧力の時間変化全体が重要であるが、特に最低圧力が大きく関係する。その最低圧力の大きさの影響は非常に大きくどちらの場合も初期気泡径はほぼ同じであるが、太線の場合の方が最低圧力が約 3.0kPa 低いだけで、最大気泡径が約 1.5 倍も大きくなっている。

これは、気泡内質量が一定でない、つまり相変化が起きることの影響である。例えば、初期状態で、圧力が 100kPa 、温度が 20°C の液体中に存在する気泡があるとする。準静的に圧力を 10kPa と 4kPa にそれぞれ減圧する。気泡内ガスが不凝縮ガスのみの場合、気泡径はそれぞれ初期気泡径の 2.15 倍と 2.92 倍となり、その比は 1.36 である。しかし、水中の場合を考えると、気泡内蒸気圧が 20°C での飽和蒸気圧 2.3kPa に等しいとすれば、気泡はそれぞれ 2.33 倍と 3.85 倍となり比が 1.65 倍と大きくなっていく。このことは、気液界面における蒸発量および不凝縮ガスと蒸気の相互拡散が重要な役割をしており、その評価が大事であることがわかる。

次に、実験結果と、第三章により開発した数値計算コードによる計算結果との比較を行った。

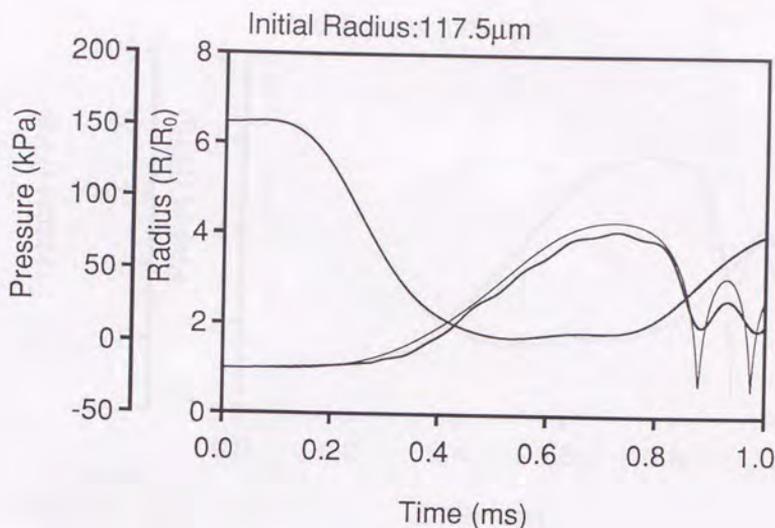


図 4-14: 気泡径と周囲圧力の時間変化

計算では、実験における初期気泡径と圧力変化を用いた。気泡運動の実験と計算の比較では、Nigmatulin ら [27] が、弱い圧力変化における気泡崩壊に対する実験をおこなっており、気泡径変化において、実験と計算の良好な一致を見たとして述べている。しかしながら、実験による測定点が少ないため、細かい点における評価が十分ではないと思われる。松本 [28] は、本実験と同様の実験を行い、彼が提案しているモデルとの比較を行っている。Gaitan ら [17] は、グリセリンと水の混合流体中で、超音波振動子を用いて振動圧力場を作り、1 気圧程度の強い圧力振幅の中で、気泡径変化の測定を行っている。亀田ら [18] は、Gaitan らと同様な実験装置であるが、液体を粘性の高いシリコンオイルを用いることにより表面振動を抑え、球対称のまま気泡運動を行うことに成功している。また、シリコンオイルは非常に蒸気圧が低く、気泡内には不凝縮ガスのみが存在すると考えられる。そこで、彼らは、気液界面での蒸発・凝縮をないとした仮定のもとで、質量、運動量、エネルギー保存式を直接数値積分をすることにより気泡運動を計算し、実験との比較を行い、良好な一致を示している。

この中で、松本と Gaitan らは光散乱法を用いて実験を行っているが、その結果によると、概ね、計算との一致を見ているが、気泡が収縮していく過程においてずれを生じている。これは、気泡が非球形になっていることと崩壊時での時間変化が早いことが原因であると考えられる。本実験の場合においても同様なことがいえるため、崩壊時の気泡径変化を比較することは難しい。ここでは、おもに最大気泡径について計算結果との比較を行った。

図 4-14 と図 4-15 に初期気泡径が $117.5 \mu\text{m}$ の場合と初期気泡径が $115.1 \mu\text{m}$ の場合の気泡径と周囲圧力の時間変化を示す。初期温度は 20°C である。図中、太線が実験結果を示し、細線が計算結果を示す。図 4-15 に関しては、最大気泡径と膨張して崩壊する時刻について、良く合っている

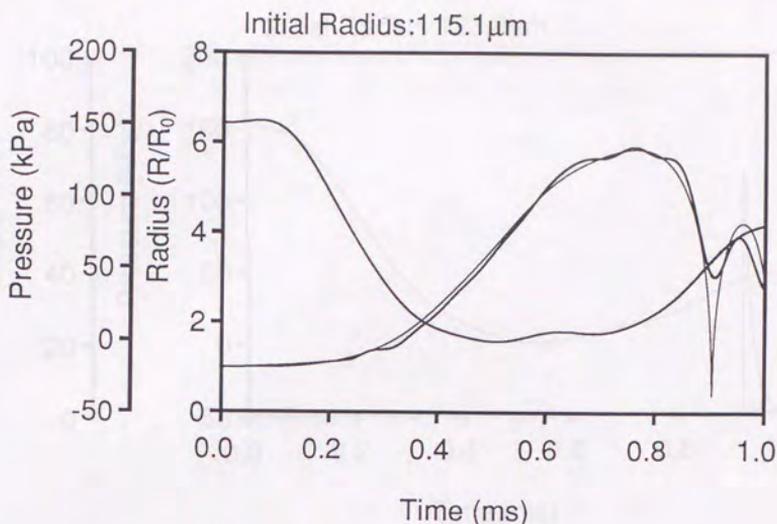


図 4-15: 気泡径と周囲圧力の時間変化

が、図 4-14 に関しては、崩壊時刻はほぼ一致を見ているが最大気泡径に関しては、ややずれを生じている。しかし、この程度のずれは、光散乱法の誤差に十分含まれる。さらに、前述したように最大気泡径は、圧力変化に影響を受けるため、測定圧力の誤差も影響をしている。そのあたりを考慮すれば、概ね、良い一致を見せていると思われる。以下にいくつかの実験の最大気泡径とその計算による最大気泡径と実験に対する誤差を示す。

初期気泡径 (μm)	R_{max}/R_0 (実験)	R_{max}/R_0 (計算)	$\hat{d}R$
83.1	6.96	6.97	1.003
88.5	2.56	2.82	0.371
102.0	4.53	5.02	0.647
111.7	5.24	5.42	0.745
115.1	5.93	5.88	0.841
117.5	4.10	4.25	0.582
119.5	4.74	4.63	0.672
121.0	3.09	3.41	0.439

上の表からも、実験結果の誤差範囲内に計算結果が入っており、ほぼ計算により最大気泡径が予測できていることがわかる。

ところで、両図において、崩壊時の最小気泡径に関しては、一致していないことがわかる。これ

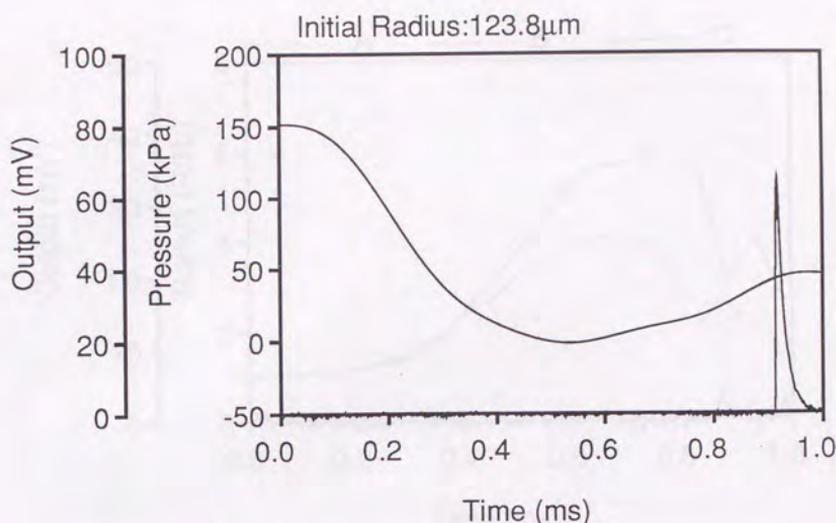


図 4-16: 周囲圧力と放射光出力の時間変化

は、前述したように崩壊する際に気泡が非球形となっていること、気泡崩壊の時間スケールが短いことが考えられるが、次の放射光測定実験に対する考察より、計算結果の通りに小さくなっていることが示される。

4-5-2 放射光測定実験

気泡崩壊時における気泡内部の状態を明らかにするための実験として放射光測定実験を行った。この実験では、内部に少量のアセチレンを含む気泡を崩壊させ、その際に起こる気泡内部での燃焼反応に伴って放射される光を捕らえる。その実験結果の一例を図 4-16 に示す。初期条件としては、気泡径が 123.8 μ m、温度が 20 $^{\circ}$ C、高压管液体部の圧力は約 150kPa である。また、アセチレンの燃焼反応は以下の式で表される。



この式より、完全燃焼をするためにはアセチレンと酸素の分圧比は 2:5 となる。本実験でもこの条件で設定し、そのときアセチレンの分圧は約 11kPa となる。図より、液体圧力が下がり、その後上昇したあたりで強い放射光を捕らえていることがわかる。

この実験では、同時に気泡径の変化を測定することができないため、放射光が気泡崩壊に伴うものかどうか確かめる必要がある。図 4-17 に、ほぼ同程度の初期気泡径を持つ気泡の膨張-崩壊運動の三つの結果を示す。三つの内、二つは気泡径変化測定実験の結果による初期気泡径の変化、一つが放射光測定実験の光電子増倍管出力の変化を示している。また、初期条件は、気泡径変

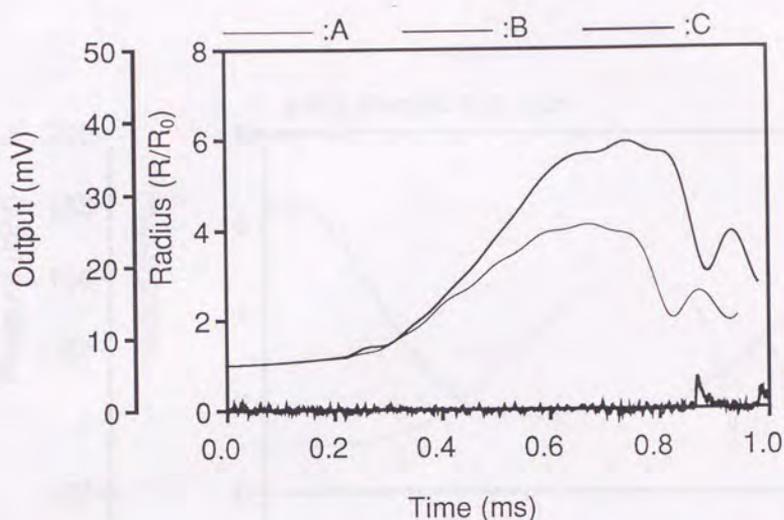


図 4-17: 気泡径と放射光出力の時間変化

化を示した二つの結果の内、より大きくなっている太線(B)の方が、初期気泡径 $115.1\mu\text{m}$ 、細線の方(A)が $117.5\mu\text{m}$ である。また、放射光出力変化を示した結果(C)の初期気泡径は、 $122.1\mu\text{m}$ である。初期高圧管液体部の圧力はどの場合も約 150kPa で、初期温度は約 20°C である。図を見ると、気泡径変化を示した二つの場合におけるそれぞれの気泡崩壊時刻の間で、放射光が捕らえられている。また、二度目の放射光も太線の二度目の崩壊時刻にはほぼ合っており、光が気泡内から放射されていることがわかる。

また、この圧力変化と初期気泡径を用いて数値計算を行ってみる。その結果を、図 4-18 から図 4-21 に示す。図 4-18 では初期気泡径 $122.1\mu\text{m}$ 、図 4-19 では図 4-18 と同じ程度で $123.8\mu\text{m}$ 、図 4-20 ではやや初期気泡径が大きく $166.4\mu\text{m}$ 、図 4-21 では図 4-20 とほぼ同じ程度で $165.6\mu\text{m}$ であり、初期温度はいずれも 20°C である。図中、上段は液体圧力の変化と気泡径変化の計算結果を示し、太線が液体圧力、細線が気泡径変化を示す。また、下段は放射光出力と計算結果による中心温度の変化を示し、太線が放射光出力、細線が温度変化を示す。図 4-18 から図 4-20 は、気泡内からの放射光を捕らえた場合の結果を示し、図 4-21 は気泡内からの放射がない場合の結果である。

図 4-18 から図 4-20 を見ると、一度目の崩壊における気泡内中心温度の上昇時刻と発光する時刻がほぼ一致していることがわかり、計算によって崩壊時刻が良く予測できていることがわかる。また、そのときの温度は図 4-18 と図 4-20 で約 1700K 、図 4-19 で約 2800K となっている。同程度の初期気泡径である図 4-18 と図 4-19 を比較すると、放射光の出力が図 4-19 の場合の方が大きく、両計算結果の最高温度の違いを裏付けている。また、図 4-18 では、二度目の崩壊でも放射光出力を捕らえているが、その時刻は、計算による崩壊時刻よりもやや遅い。これは、燃焼によ

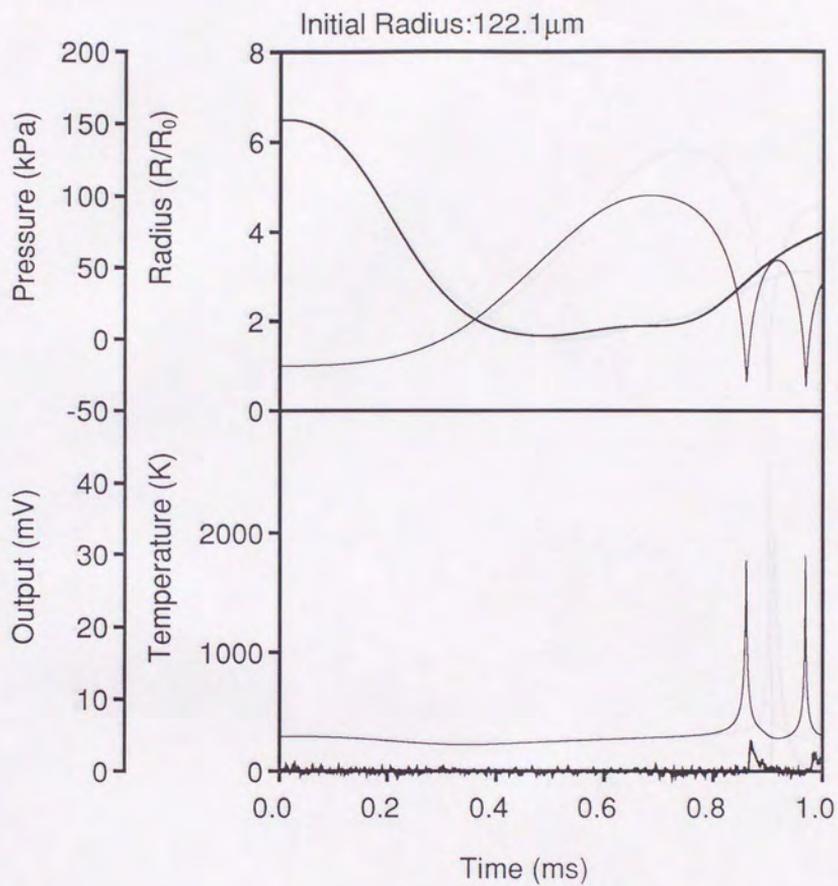


図 4-18: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力の時間変化

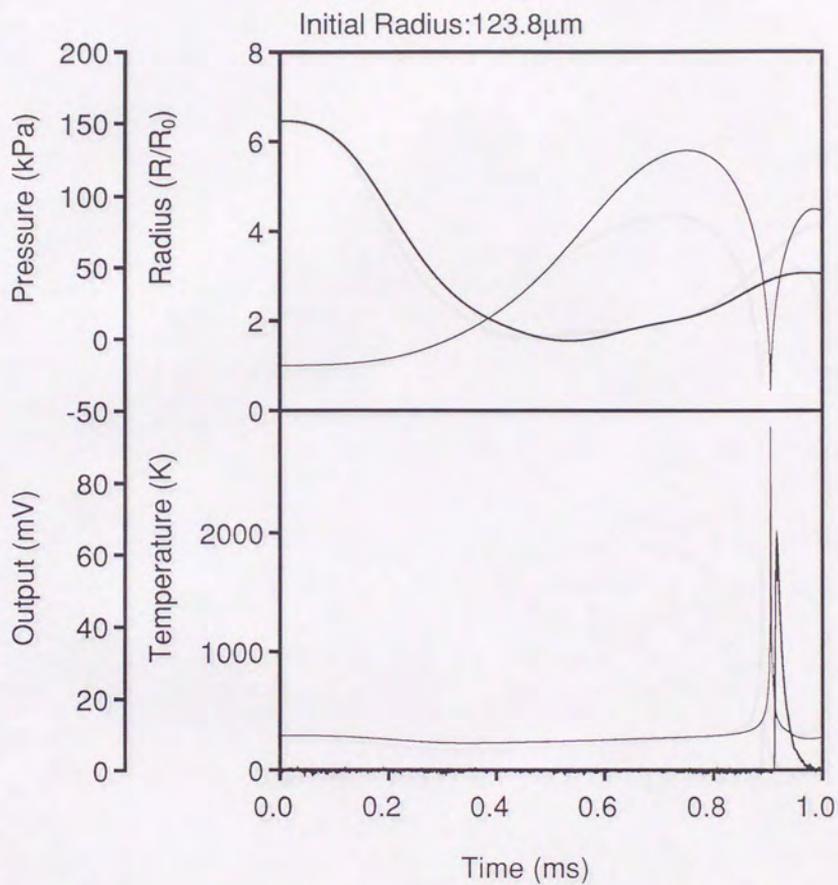


図 4-19: 周囲圧力、気泡径、温度、放射光出力の時間変化

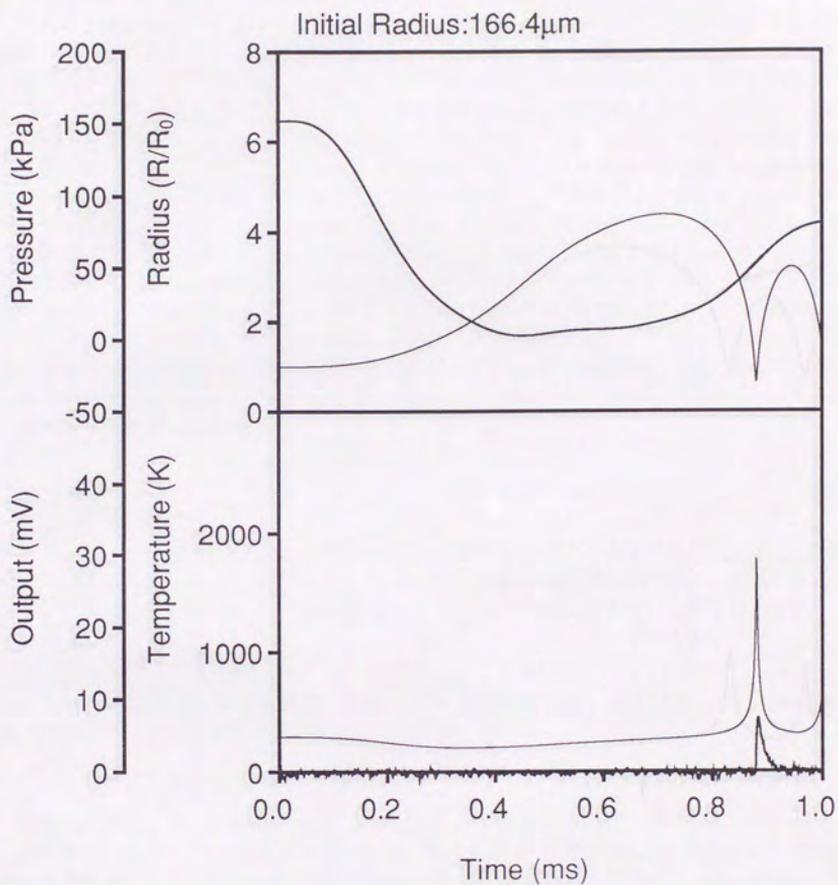


図 4-20: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力の時間変化

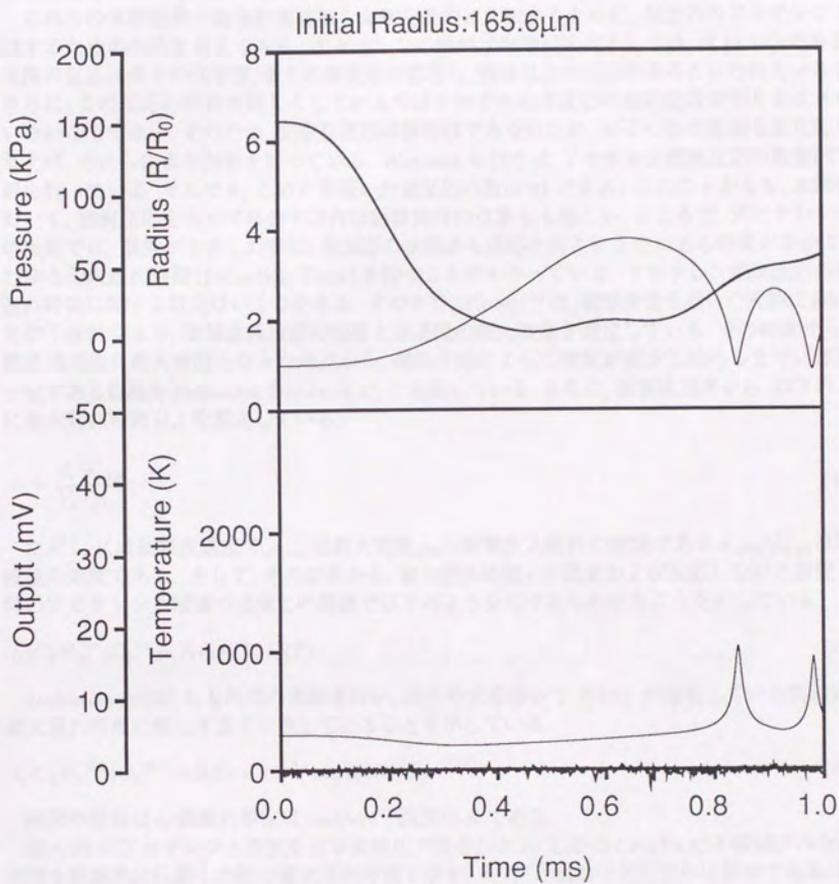


図 4-21: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力の時間変化

り気泡内でのエンタルピーが増加したため、反応を考慮しない計算結果よりも運動周期が長くなったと考えられる。図 4-21 では気泡内からの発光は見られず、このときの計算結果では、最高温度が他の場合に比べても低くなっている。

これらの実験結果と数値計算結果をより定量的に比較するために、気泡内のアセチレンが燃焼するための条件を考えてみる。アセチレンの燃焼は化学反応式としては、式 (4.14) であるが、実際の反応は多くの化学種、多くの素反応が存在し、数百以上の反応があるといわれている [51]。さらに、この反応の解析を難しくしているのはそれぞれの素反応の反応定数が明らかにされていないことである。そのため、完全な反応の解析はできないため、いくつかの重要な素反応を取り上げ、それらにより解析を行っている。Warnatz ら [52] は、アセチレン燃焼反応の数値的な解析を行っている。それでも、このとき用いた素反応の数は 93 である。このことから、本解析において、燃焼反応を含めて解析するのは計算負荷の点からも難しい。ところで、アセチレンの燃焼反応では、温度が上昇した際に、未反応の状態から反応を起こすまでにかかる時間がかる、いわゆる着火遅れ時間 (Induction Time) を持つことがわかっている。アセチレン燃焼反応の着火遅れ時間に関する研究はいくつかある。その中で、White [47] は、衝撃波管を用いた実験において、光学干渉計により、衝撃波通過前の密度と通過後の最大密度を測定している。その結果から、衝撃波通過後に最大密度となった地点から、燃焼反応によって密度が減少し始めるまでに密度が一定である距離を Induction Distance (d_i) と定義している。さらに、衝撃波速度から、以下のように着火遅れ時間 (t_i) を算定している。

$$t_i = \frac{d_i \rho_{max}}{V_s \rho_0} \quad (4.15)$$

ただし、 V_s は衝撃波速度で、 ρ_{max} は最大密度、 ρ_0 は衝撃波入射前の密度である。 $V_s \rho_0 / \rho_{max}$ は衝撃波後の速度である。そして、その結果から、着火遅れ時間 t_i が温度および反応しないと仮定した時のアセチレンと酸素の濃度との関係で以下のような式であらわせることを示している。

$$t_i [C_2H_2]^m [O_2]^n = A \exp(E_a/RT) \quad (4.16)$$

Jachimowski [53] からも同様の実験を行い、以下の式を用いて White が提唱している実験式が、着火遅れ時間に関して良く一致していることを示している。

$$t_i [C_2H_2]^{0.5} [O_2]^{0.5} = 2.82 \times 10^{-14} \exp(9060/T) \quad (4.17)$$

時間の単位は s、濃度の単位は mol/cm³、温度は K である。

図 4-22 にアセチレンと空気を化学量論比で混合した 20℃ かつ 150kPa の不凝縮ガスを含む気泡を断熱的に圧縮した際の着火遅れ時間を示す。ただし、横軸は気泡径の圧縮率である。縦軸は着火遅れ時間 (ms) を示す。気泡内ガスのモル比が変化しなければ、(4.17) 式より、着火遅れ時間は濃度に反比例することとなり、初期圧力が 10 分の 1 となれば着火遅れ時間は 10 倍かかることとなる。このことを図 4-17 の場合について応用してみる。図 4-17 から、放射光出力の後に崩壊している太線の場合に、もしその中にアセチレンガスを化学量論比で含んでいれば、明らかに燃焼を起こしているはずである。そこでこの太線に対して着火遅れの式を当てはめてみる。最大気泡径をとる時刻では、ほぼ平衡状態に達しているため、気泡径が約 6 倍となっていることと初期気泡圧力が 150kPa であることから、この状態から崩壊させた時の着火遅れ時間は、図 4-18

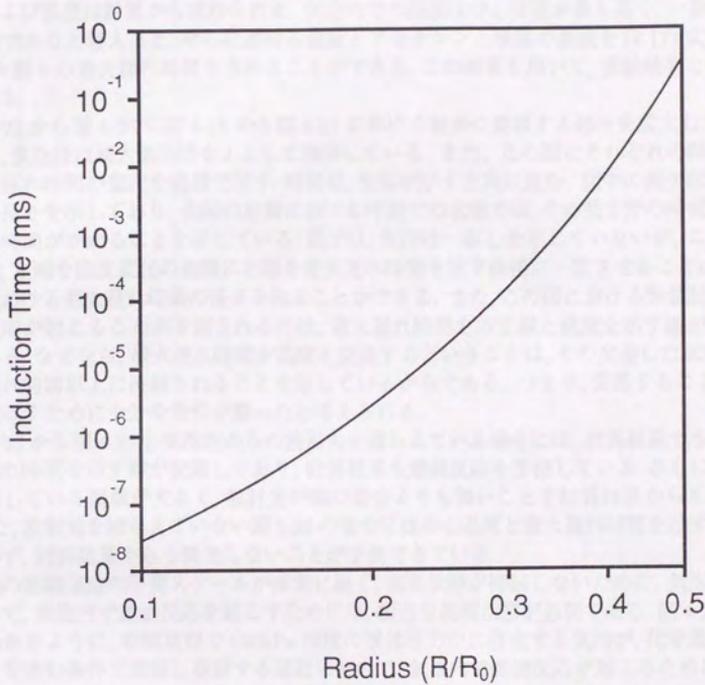


図 4-22: 気泡径の圧縮率と着火遅れ時間の関係

で示される時間の216倍の時間がかかることになる。図4-17から気泡径は図からは約半分程度にはなっておらず、着火遅れ時間は約65msとなり、この結果からは着火することはない。つまり、4.5-1の最後で指摘したように、崩壊時には気泡径がもっと小さくなっていることがここから理解できる。

次に、(4.17)式を本解析を応用することを試みる。本解析では、燃焼反応そのものを解いているわけではないが、反応が起きていないと仮定した状態での気泡内におけるアセチレンと酸素の濃度および温度は計算から求められる。気泡内での温度は中心付近が最も高く、一番着火しやすい場所であると考え、中心における温度とアセチレンと酸素の濃度を(4.17)式に代入すれば、時々刻々の着火遅れ時間を求めることができる。この結果を用いて、実験結果との比較検討を試みる。

図4-23から図4-26に図4-18から図4-21における結果の崩壊する部分を拡大した図を示す。ただし、気泡径は最大気泡径を1として表示している。また、この図にそれぞれの時刻の状態での着火遅れ時間の変化を破線で示す。時間は、矢印が示す方向に進む。図中の両矢印は着火遅れ時間の長さを示しており、矢印の左側における時刻での状態では、その長さ分の時間だけ着火するのに時間がかかることを示している。図では、矢印は一本しか示していないが、これを平行移動させ、左端を温度変化の曲線に右端を着火遅れ時間を示す曲線に一致させることにより、他の状態における着火遅れ時間の長さを求めることができる。また、この図における数値計算結果から燃焼反応が起こることが予測されるのは、着火遅れ時間を示す線と温度を示す線が交差する場合である。なぜなら、着火遅れ時間が温度と交差するということは、その交差した状態の温度が、着火遅れ時間以上に持続されることを示しているからである。つまり、交差することは、燃焼反応を起こすために十分な条件が整ったと考えられる。

図4-23から図4-25と気泡内からの放射光を捕らえている場合には、計算結果でも中心温度と着火遅れ時間を示す線が交差しており、計算結果も燃焼反応を予測している。さらに、図4-24では交差している領域が大きく、放射光が他の場合よりも強いことを計算結果からも予測している。また、放射光を捕らえていない図4-26の場合には中心温度と着火遅れ時間を示す線が交差しておらず、計算結果からも発光しないことが予測できている。

気泡の崩壊運動の時間スケールが非常に短く、高温状態が持続しないために、気泡の崩壊運動において、気泡内で燃焼反応を起こすためには、相当な高温状態が必要である。図4-23と図4-25からわかるように、初期状態で150kPa程度の液体圧力中に存在する気泡が、化学量論比アセチレンを含む条件で膨張し崩壊する運動において、気泡内で燃焼反応が起こるためには、2000K近くの高温とならなくてはならない。初期状態が変化することにより、気泡内のガスの濃度が変化し、着火遅れ時間も変化するが、(4.17)式からもわかるように、着火遅れ時間は温度に対する依存性が大いいため、燃焼反応が起きるためには、やはり高温状態になることが必要である。

次にこの崩壊過程を他のモデルで解いた場合において、着火が予測できるかどうかを検討してみる。この計算における初期気泡径と気泡内圧力は、本計算によって求められた最大気泡径とそのときの気泡内全圧力を用いる。周囲液体圧力は気泡径が最大となったときの圧力を初期圧力とした。また、初期温度は、液体温度と仮定した。周囲流体の圧力が減少して気泡径が最大に達したとき、気泡内の温度分布と濃度分布はほぼ一様となっているのでこの仮定は問題ないと思われる。初期の蒸気と不凝縮ガスの分圧は、それぞれ初期温度における蒸気圧と初期気泡内全圧力から蒸気圧を引いた値とした。また、不凝縮ガス中の成分比は化学量論比に従って配分した。

まず、最初のモデルとして、気泡内が断熱変化をするとした場合について検討する。この計算

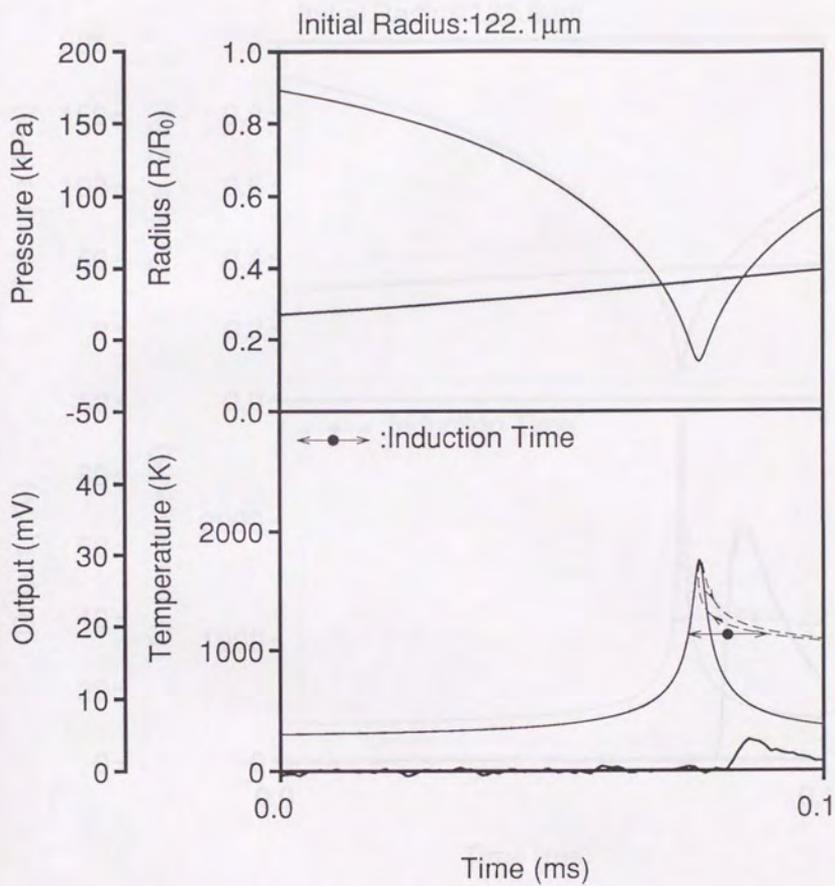


図 4-23: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

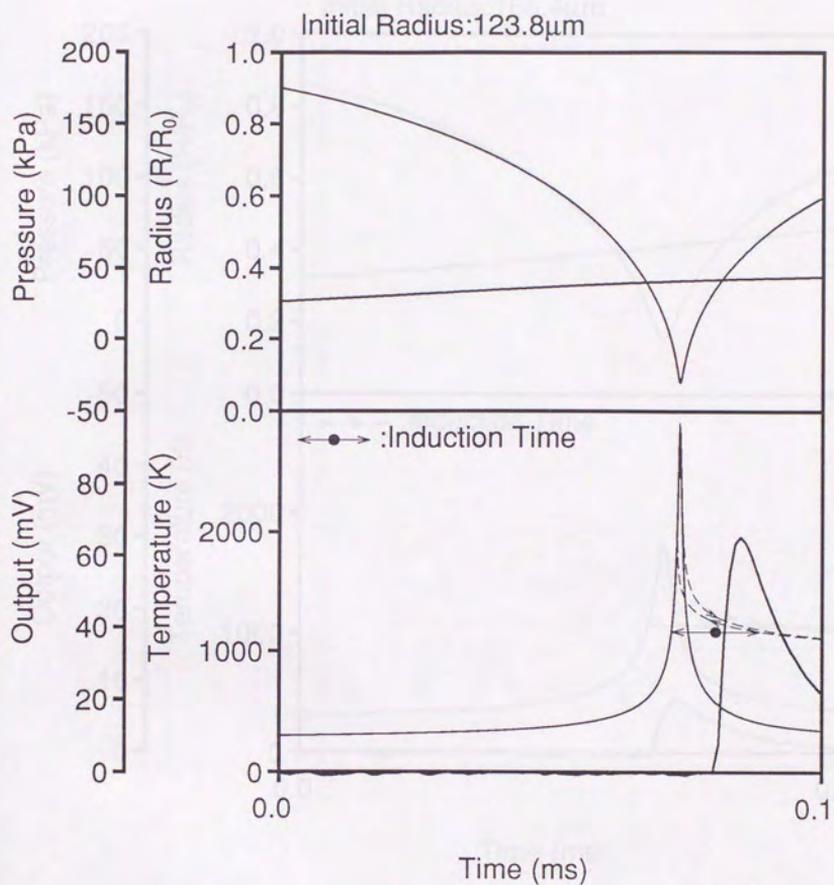


図 4-24: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

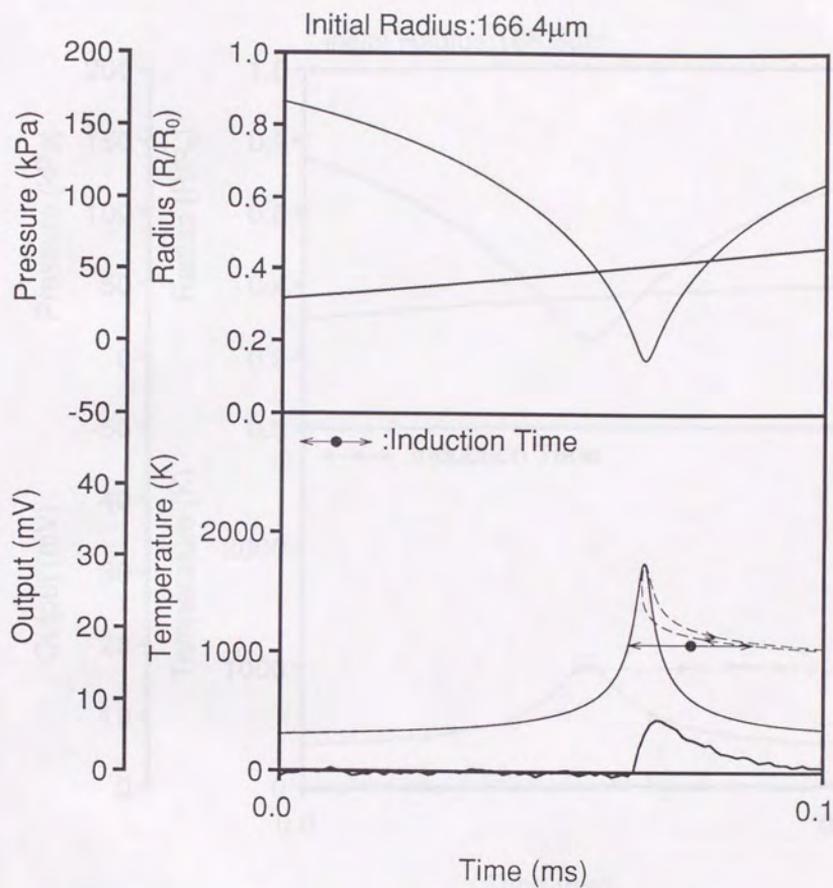


図 4-25: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

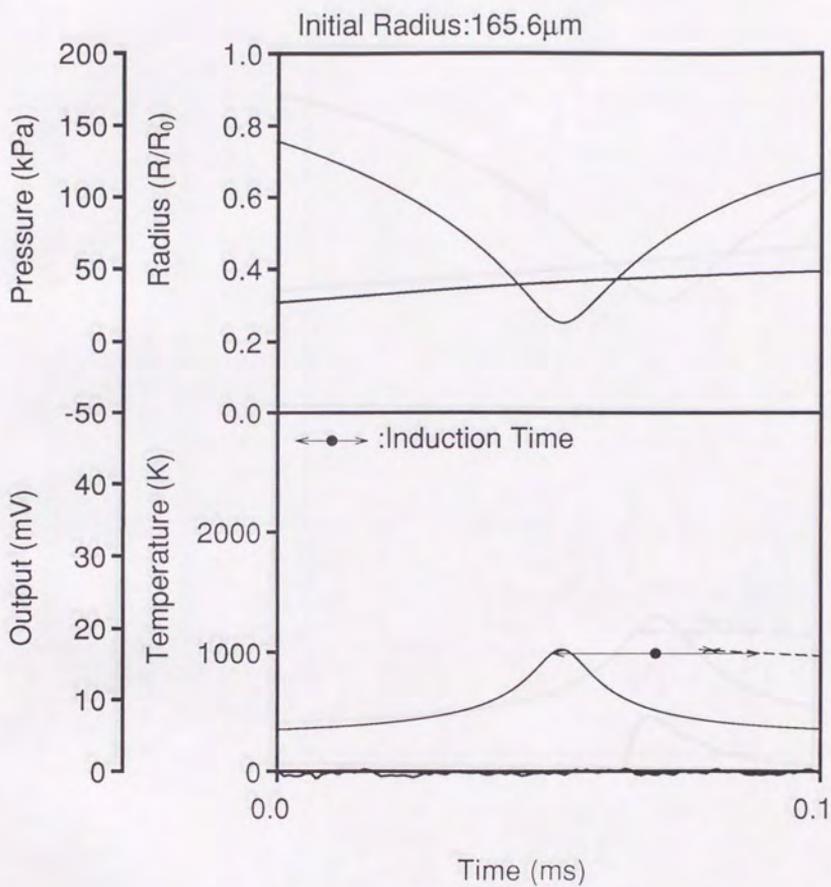


図 4-26: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

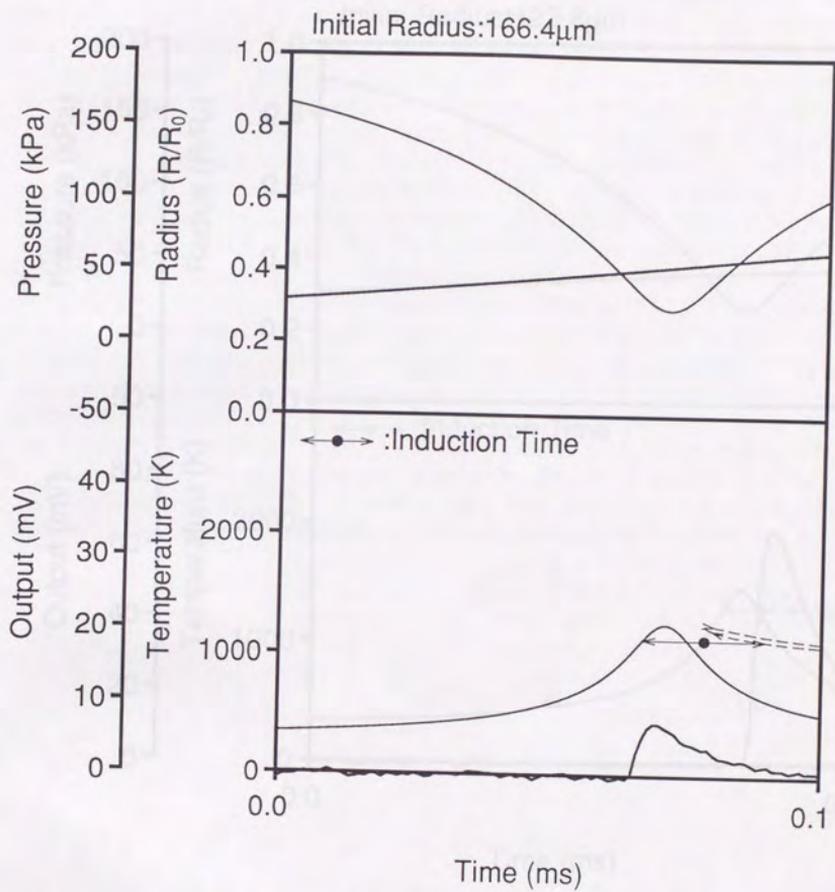


図 4-27: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

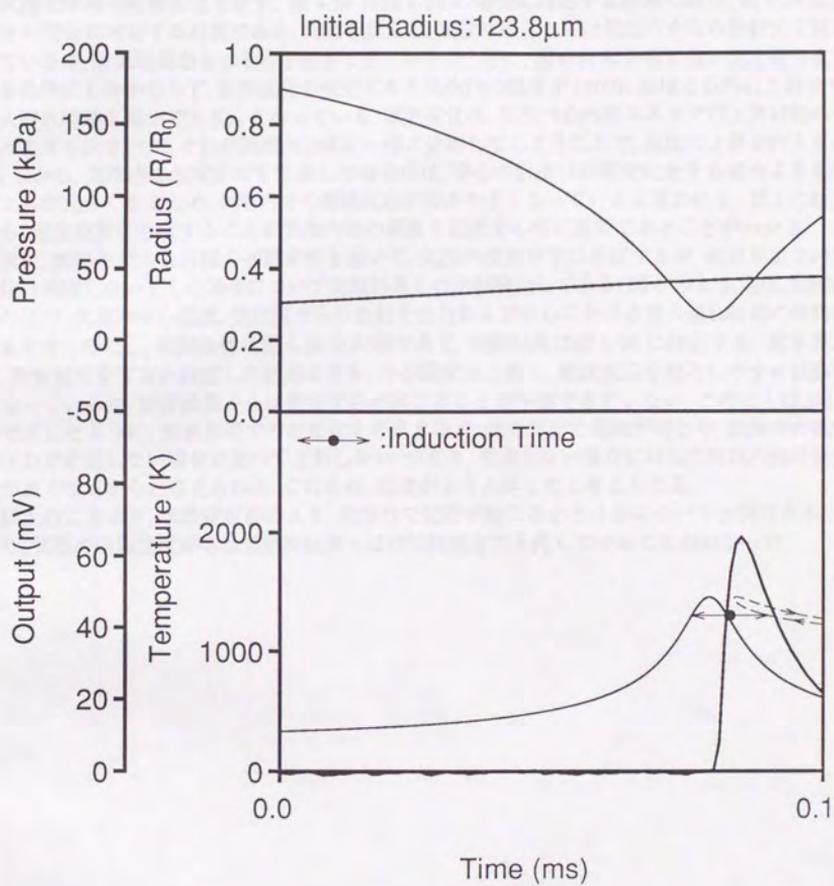


図 4-28: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

では、気泡界面での相変化は考慮しない、すなわち、気泡内蒸気も不凝縮ガスとして振る舞うとした。図4-27と図4-28に気泡径、周囲流体の圧力、気泡内温度、気泡内からの放射光出力および着火遅れ時間の時間変化を示す。図4-27は図4-24の場合に対応する計算であり、図4-28は図4-25の場合に対応する計算である。両図を見ると、実験結果としては気泡内からの放射光を捕らえているが、計算結果からはその予測ができていない。特に、図4-28は非常に強い光を捕らえている条件にもかかわらず、断熱変化を仮定すると気泡内の温度が1200K程度と以外に上昇せず、着火遅れ時間も最小でも8 μ sとなっている。断熱変化は、気泡内全内部エネルギーの上昇は他のモデルよりも大きい、それが気泡内全体に一様に分布してしまうことで、温度の上昇が抑えられる。しかし、気泡内に温度分布を考慮した場合には、中心の温度は断熱変化をする場合よりも温度上昇が大きくなるため、気泡内での燃焼反応が起きやすくなっていると思われる。以上の結果から、温度分布を考慮することが気泡内部の現象を記述するのに重要であることがわかる。

次に、断熱モデルと同様の初期条件を用いて、気泡内温度分布は考慮するが、気液界面での相変化は考慮しないとした場合について実験結果との比較検討してみる。図4-29に気泡径、周囲流体の圧力、気泡内中心温度、気泡内からの放射光出力および中心における着火遅れ時間の時間変化を示す。ただし、初期条件は図4-28と同様であり、実験結果は図4-28に対応する。図を見ると、断熱変化をすると仮定した結果よりも、中心温度は上昇し、燃焼反応を起こしやすい状態にはなっているが、計算結果からは燃焼反応が起こることが予測できていない。このことは、3-5-3節で示したように、気液界面での相変化を考慮すると、気液界面で凝縮が起こり、気泡内の蒸気の圧力が考慮しない場合に比べて上昇しない。つまり、考慮しない場合に対して気泡内外の圧力比が高くなるからと考えられる。このため、温度がより上昇したと考えられる。

以上のことより、本数値解析により、気泡内で反応が起こるかどうかについて予測できる、つまり、気泡の内部温度が本数値解析結果とほぼ同程度まで上昇していることがわかった。

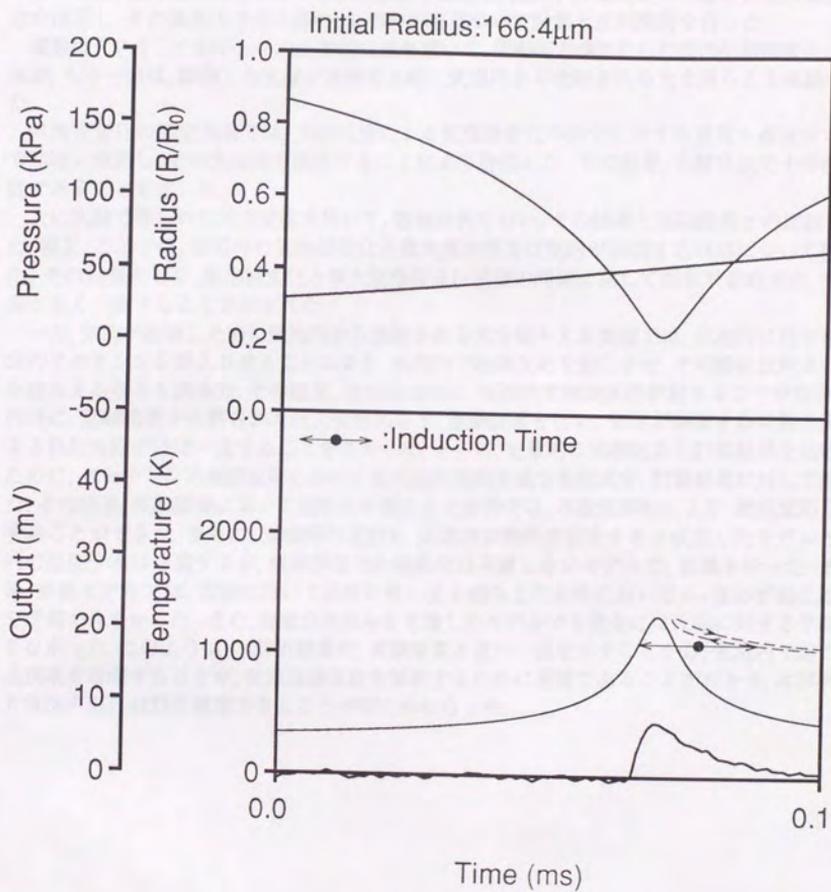


図 4-29: 周囲圧力, 気泡径, 温度, 放射光出力, 着火遅れ時間の時間変化

4-6 第四章のまとめ

本章では、液体衝撃波管を用いた実験装置を開発し、液体中に発生させた微小気泡の周囲の圧力を減圧し、その後昇圧させた際の、気泡の応答について計算と比較検討を行った。

実験は大きく二つ行い、一つは、光散乱法を用いて、周囲圧力が変化した際の気泡径変化の測定実験、もう一つは、膨張した気泡が崩壊する際に気泡内から放射される光を捕らえる実験を行った。

気泡径変化の測定実験では、光散乱法による気泡径変化の測定に対する精度を高速度カメラで同時に撮影し、その気泡径を測定することにより評価した。その結果、光散乱法で十分測定可能であることを示した。

次に実験で得られた圧力変化を用いて、数値計算を行い、その結果と実験結果との比較を行った。特に、ここでは、膨張時の気泡径変化と最大気泡径及び気泡が崩壊する時刻について検討した。その結果として、気泡径変化と最大気泡径及び崩壊の時刻に関して数値計算結果が、実験結果と良く一致することが示された。

一方、気泡が崩壊した際に気泡内から放射される光を捕らえる実験では、気泡内に化学量論比分のアセチレンを混入させることにより、気泡内で燃焼反応を起こさせ、その際に放射される光を捕らえることを試みた。その結果、気泡崩壊時に、気泡内で燃焼反応が起きることがわかった。同時に、実験結果から得られた圧力変化により、数値計算を行い、気泡が崩壊する時刻と実験による放射時刻がほぼ一致することがわかった。さらに、定量的に実験結果と計算結果を比較するために、アセチレンの燃焼反応における着火遅れ時間を表す実験式を、計算結果に対して適用した。その結果、実験結果において放射光を捕らえた条件では、本数値解析により、燃焼反応を予測することができた。さらに、崩壊時の運動を、気泡内が断熱変化をすると仮定したモデルと気泡内の温度分布は考慮するが、気液界面での相変化は考慮しないモデルで、計算を行った。その結果、断熱モデルでは、実験において非常に強い光を捕らえた条件においても、反応が起こることを予測できなかった。また、温度分布のみを考慮したモデルでも完全には反応に対する予測ができなかった。このように、本解析結果が、実験結果と良い一致を示すことから、気泡内で起こる輸送現象を考慮することが、気泡崩壊運動を解析するために重要であることがわかり、本解析により気泡内部の状態を推定できることが明らかになった。

第 5 章

結論

第 5 章

結論

周囲圧力が変動する際の気泡の運動において、起こる内部現象とその気泡運動に与える影響を解析した。

第一段階として、気液両相での熱拡散、気液界面での相変化、気液界面を通しての不凝縮ガスの出入り、それらに伴う相互拡散などを考慮にいれ、全ての項を省略せずに支配方程式を定式化し、それらの方程式を直接数値積分する数値計算法を開発した。そして、その数値計算コードを用いて、周囲圧力がステップ状に増加した場合の気泡運動を解析し、数値計算コードの精度と方程式の各項の大きさを評価した。その結果、

- (1) 液体の圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した近似方程式を4次のルンゲクッタ法で解いた解との比較、格子点数に対する解の依存性と時間刻みに対する解の依存性などの検討により、数値計算コードの信頼性を確かめることができた。
- (2) 気液両相のエネルギー保存の式、気液界面における運動量とエネルギーの保存に関する境界条件において方程式の簡略化を行うことができた。

次に、気泡運動に影響のない項を省略した気相側の質量、運動量、エネルギーおよびミスト生成の保存式、液相側の、温度と不凝縮ガスの拡散方程式について直接数値積分することにより解き、気泡壁の運動については圧縮性の効果を一次のオーダーまで考慮した運動方程式を用いて解析を行った。

本解析においては、気泡崩壊時における熱拡散の影響および相変化と拡散の影響、そして、気泡膨張時における輸送現象とミスト生成の影響について考察した。

気泡崩壊時における熱拡散の影響に対する解析では、

- (1) 熱拡散により、液体からされる仕事と気泡内から熱拡散により散逸される熱量の変化はそれぞれ位相差を持ち、特に、気泡が再膨張したときの最低温度となる時刻は、初期気泡径の違い、つまり、無次元熱伝導率の違いにより異なる。
- (2) この位相差により、気泡運動には熱的なダンピングが生じ、初期気泡径が $10\mu\text{m}$ 程度までは、初期気泡径が小さくなるにつれて、ダンピングの効果が大きい。
- (3) しかし、それ以下となると等温場合に近くなり、かえってダンピング効果が小さくなる。ことなどがわかった。

また、界面での相変化と拡散の影響に対する解析では、

- (1) 初期気泡径の違い、つまり、無次元拡散係数の違いにより、気泡内部の状態が大きく異なる。無次元拡散係数が小さい場合には、境界層の発達が遅いため、気泡内に複雑な分布が形成されるが、逆に大きい場合には、それほど大きな分布が形成されない。
- (2) この無次元拡散係数の大小により、気泡内蒸気質量変化に違いが生じる。つまり、小さい場合には質量変化は小さく、大きい場合には質量変化が大きい。
- (3) 無次元拡散係数が小さい場合には蒸気が不凝縮ガスに似た振舞いをする。一方、大きい場合には、気泡内の蒸気圧の変化が小さくなり、蒸気を除いた不凝縮ガスのみ運動に近づく、つまり、無次元拡散係数の違いは、気泡運動における初期圧力比の違う運動と近似的に考えることができる。ことなどがわかった。

気泡膨張時における輸送現象とミスト生成の影響に対する解析では、

- (1) 気泡の膨張に対し、気泡内温度は低下するが、均一核凝縮により気泡内で生成するミストにより温度は回復し、その後はほぼ温度一定となる。その際、気泡内ガスの輸送係数の大きさが気泡内温度分布と濃度分布に影響をあたえ、気泡内でのミストの平均密度の最大値に差が生じる。
- (2) 初期気泡径が小さい場合には温度、蒸気の濃度境界層の発達が早く、ミストはほとんど生成せず、その影響は小さい。しかし、大きくなるにつれ、ミスト発生量が増え、気泡運動に対し影響を与えるようになる。
- (3) 減圧比の違いに関しては、膨張初期の運動にほとんど違いが見られないため、運動の周期に比べ、温度などが変化している時間の小さい減圧比の大きい場合ほど、ミスト生成の影響が小さくなる。

ことなどがわかった。

最後に、液体衝撃波管を用いた実験装置を開発し、液体中に発生させた微小気泡の周囲の圧力を減圧し、その後昇圧させた際の、気泡の応答について計算と比較し考察した。

実験は大きく二つ行い、一つは、光散乱法を用いて、周囲圧力が変化した際の気泡径変化の測定実験を行い、もう一つは、膨張した気泡が崩壊する際に気泡内から放射される光を捕らえる実験を行った。さらに、気泡径変化測定実験の結果と実験条件に合わせた数値計算結果との比較を行い、特に膨張時の最大気泡径と崩壊する時刻に関して検討した。一方、放射光測定実験では、光散乱法では捕らえられない崩壊時の気泡の状態を検討するために、気泡内に化学量論比分のアセチレンを混入させ、気泡内で燃焼反応を起こさせ、その際放射される光を捕らえた。

これら二つの実験の結果、以下のことがわかった。

- (1) 気泡径変化の測定実験の結果と数値計算結果との比較において、気泡径変化と最大気泡径及び崩壊の時刻に関して、数値計算結果が実験結果と良く一致した。
- (2) 放射光測定実験では、気泡崩壊時に、気泡内で燃焼反応が起き、数値計算との比較において、気泡が崩壊する時刻と実験による放射時刻がほぼ一致した。
- (3) また、アセチレンの燃焼反応における着火遅れ時間を表す実験式を、計算結果に対して適用し、実験結果において放射光を捕らえた条件では、本数値解析により、燃焼反応を予測することができた。
- (4) さらに、他のモデルを用いて計算した結果では、完全には反応が起こることを予測できず、気泡崩壊時の運動を解析するためには、気泡内で起こる輸送現象を考慮することが、重要であることがわかった。

参考文献

- [1] 高山, "生体内のキャビテーション", キャビテーションシンポジウム講演論文集, (1992), 53-54.
- [2] 梅村ら, "キャビテーションを利用した音響化学的癌治療法", キャビテーションシンポジウム講演論文集, (1992), 55-56.
- [3] 佐々木, "気泡の界面電気現象", キャビテーションシンポジウム講演論文集, (1992), 57-58.
- [4] Rayleigh, L., "On the Pressure Developed in a Liquid During the Collapse of a Spherical Cavity", *Phil. Mag.*, 34-200, (1917), 94-98.
- [5] R. T. Knapp. et al, "Cavitation", McGraw-Hill, Inc, (1970).
- [6] 加藤, "キャビテーション 増補版", 槇書店, (1990).
- [7] Plesset, M. S., and A. Prosperetti, "Bubble Dynamics and Cavitation", *Ann. Rev. Fluid Mech.* Vol.9, (1977), 145-186.
- [8] Gilmore, F.R., "The Growth and Collapse of a Spherical Bubble in a Viscous Compressible Liquid", *Calif. Inst. of Tech. Hydrodyn. Lab.*, TM-38, (1952).
- [9] R. Hickling and Plesset, M. S., "Collapse and Rebound of a Spherical Bubble in Water", *The Physics of Fluids*, Vol.7, (1964), 7-14.
- [10] Keller, J.B. and Kolodner, I.I. 1956 Damping of underwater explosion bubble oscillation. *J. Appl. Phys.* 27, 1152-1161.
- [11] Prosperetti, A. and Lezzi, A., "Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory," *J. Fluid Mech.*, 168(1986), 457-478.
- [12] Lauterborn, W., "Numerical investigation of nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids," *J. Acoust. Soc. Am.*, 59-2, (1976), 283-293.
- [13] Rath, H.J., *Cavitation and Inhomogeneities*, (1979), 64, Springer-Verlag.
- [14] L. A. Crum and A. Prosperetti, "Nonlinear Oscillations of Gas Bubbles in Liquid: An Interpretation of Some Experimental Results", *J. Acoust. Soc. Am.*, 73-1, (1983), 121-127.

- [15] Matsumoto, Y. and Watanabe, M., "Nonlinear Oscillation of Gas Bubble with Internal Phenomena", JSME International Journal, 32-2, (1989),157-162.
- [16] R. G. Holt and L. A. Crum, "Acoustically Forced Oscillations of Air Bubbles in Water :Experimental Results", J.Acoust. Soc. Am., 91-4,(1992),1924-1932.
- [17] D. F. Gaitan, L. A. Crum, C. C. Church and R. A. Roy, "Sonoluminescence and Bubble Dynamics for a Single, Stable, Cavitation Bubble", J.Acoust. Soc. Am., 91-6,(1992),3166-3183.
- [18] M. Kameda and Y. Matsumoto, "Motion of a Gas Bubble in an Oscillatory Pressure Field", Proc. Fluid Eng. Conf., (1992), 249-250, ASME.
- [19] Fujikawa, S. and Akamatsu, T., "Effects of Nonequilibrium Condensation of Vapour on the Pressure Wave Produced by the Collapse of a Bubble in a liquid", J. Fluid Mech., 97-3,481.
- [20] W. Lauterborn and H. Bolle, "Experimental Investigation of Cavitation-Bubble Collapse in the Neighbourhood of a Solid Boundary", J. Fluid Mech., Vol.72, (1975), 391-399.
- [21] Blake, J. R., Taib, B. B. and Doherty, G., "Transient Cavities near Boundaries. Part 1. Rigid Boundary", J. Fluid Mech., Vol.170, (1986), 479-497.
- [22] Y. Tomita and A. Shima, "Mechanisms of Impulsive Pressure Generation and Damage Pit Formation by Bubble Collapse", J. Fluid Mech., Vol.169. (1986), 535-564.
- [23] A. Shima, Y. Tomita, D. C. Gibson and J. R. Blake, "The Growth and Collapse of Cavitation Bubbles near Composite Surfaces", J. Fluid Mech., Vol.203. (1989), 199-214.
- [24] Takahira, H., Fujikawa, S. and Akamatsu, T., "Numerical Investigation of Nonlinear Oscillations of Two Spherical Gas Bubbles in a Compressible Liquid", JSME international Journal,32-2 ,(1989),163-172.
- [25] Chahine, G.L., "Pressure Field Generated by the Collective Collapse of Cavitation Bubbles,"11th IAHR Symp. Hydraulic Machinery,(1982), Paper No. 2.
- [26] Blake, J. R., Taib, B. B. and Doherty, G., "Transient Cavities near Boundaries. Part 2. Free Surface", J. Fluid Mech., Vol.181, (1987), 197-212.
- [27] Nigmatulin, R.I., Khabeev, N.S. and Nagiev, F.B., "Dynamics, Heat and Mass Transfer of Vapour-Gas Bubbles in a Liquid,"Int.J.Heat Mass Transfer.24-6,(1981),1033-1044.
- [28] 松本, "微細ガス気泡の圧力応答に関する研究", 日機論. 50-455B, (昭 59), 1649-1657.
- [29] 松本, "気泡運動における不凝縮ガスの影響", 日機論. 52-475B, (昭 61), 1168-1174.
- [30] A. Prosperetti, L. A. Crum and K. W. Commander, "Nonlinear Bubble Dynamics", J. Acoust. Soc. Am., 83-2,(1988),502-514.

- [31] Kamath, V. and Prosperetti, A., "Numerical investigation methods in gas-bubble dynamics", J. Acoust. Soc. Am., 85,(1989),1538-1548.
- [32] 松本, 渡部, "完全 N-S 方程式による気泡運動の解析", 日機論, 55-519B, (平 1), 3282-3287.
- [33] Din-Yu Hsieh, "Some Analytical Aspects of Bubble Dynamics," Journal of Basic Engineering, 87,991.
- [34] 幡宮, 田中, "液状凝縮伝熱機構に関する研究", 日機論, 52-477B, (昭 61), 2214-2221
- [35] Fujikawa, S. and Maerefat, M., JSME International Journal, Ser.2, 33-4, (1990), 634-641.
- [36] S.K.Friedlander, "エアロゾルの科学", 産業図書, 1983, 206-285.
- [37] R. C. Reid, J. M. Prausnitz, T. K. Sherwood, "気体, 液体の物性推算ハンドブック", McGraw-Hill Inc., 1985.
- [38] "化学工学便覧", 1988, 化学工学協会.
- [39] R. B. Bird, W. E. Stewart and E. N. Lightfoot, "Transport Phenomena", A Wiley International Edition.
- [40] Yee, H., "Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes," NASA TM 89464, (1987).
- [41] Yabe, T. and Takei, E., "A new Higher-Order Godunov Method for General Hyperbolic Equations," J.Phys.Soc., 57(1988), 2598-2601.
- [42] A. E. Beylich, "Dynamik und Thermodynamik Spharischer Dampfblasen", VDI, (1985).
- [43] Kotake, S. and Glass, I.I., "FLOWS WITH NUCLEALATION AND CONDENSATION", Prog. Aerospace Sc., Vol.19(1981) 129-196.
- [44] A. Prosperetti, "Thermal Effects and Damping Mechanisms in the Forced Radial Oscillations of Gas Bubbles in Liquids", J. Acoust. Soc. Am., 61,(1977),17-27.
- [45] L. W. Florschuetz and B. T. Chao, "On the Mecanics of Vapor Bubble Collpase", J. Heat Transfer, Trans, ASME, Ser. C, 87-2, (1965), 209-220.
- [46] L. A. Crum, "Measurement of the Growth of Air Bubbles by Rectified Diffusion", J. Acoust. Soc. Am., 68-1,(1980),203-211.
- [47] D. R. White, "Density Induction Times in Very Lean Mixtures of D_2 , H_2 , C_2H_2 and C_2H_4 , with O_2 ", Eleventh Symposium on Combustion. 1967. p.147.
- [48] 松本, "キャビテーション初生に及ぼす気泡内の均一核凝縮の影響", 機論, 51-467, B(1985).
- [49] 富田, 島, "ルビレーザの液中フォーカスによる気泡の発生とその挙動観察", キャビテーションシンポジウム講演論文集, (1989), 105-114.

- [50] 亀田, 松本, 大橋, "光散乱法による気泡径計測における不確かさ解析", 第 68 期日本機械学会全国大会講演論文集,(1990),361-363.
- [51] M. Takeda, M. Koshi, H. Matsui, " The Effective Constraints for Maximum Entropy Formalism in Gas Explosion Systems", Prog. in Astronautics and Aeronautics, 106, 446-458(1986).
- [52] J. Warnatz, H. Bockhorn, A. Moser and H. W. Wenz, "Experimental Investigations and Computational Simulation of Acetylene-Oxygen Flames from near Stoichiometric to Sooting Condition", 19th Symp. on Combust., 197-208(1982).
- [53] C. J. Jachimowski, "An Experimental and Analytical Study of Acetylene and Ethylene Oxidation behind Shock Waves", Combustion and Flames, 29, 55-66(1977).

謝辞

本論文を完成するまでの過程で、さまざまな方の御援助と御意見を授かりました。この私が、ここまでできたのもその方々のおかげだと思います。ここで、簡単ではありますが、その方々にお礼を述べたいと思います。

東京大学工学部機械工学科教授であられる松本 洋一郎先生には六年間という長きにわたって本当にお世話になりました。本当にありがとうございました。先生には気泡力学などの非常に興味深い研究テーマを与えていただき、辛くも楽しい研究生活を送ることができました。また、研究においても研究以外においても、さまざまな御助言と御援助をいただきました。私が先生の期待に応えられるだけのことができたとは思いませんが、これから社会に貢献できるような人間になることで、お許しを願いたいと思います。

東京大学工学部機械工学科名誉教授であり、現在工学院大学教授であられる大橋 秀雄先生は、私が流体工学研究室で研究を続けている間、常に暖かい目で私を見守ってくださいました。また、さまざまなところで有益な御助言をいただきました。本当にありがとうございました。私にとって大橋先生は人生において最大の目標となる方でして、先生の何事にも挑戦される精神を学んで、一歩でも近づけるよう努力したいと思います。

東京大学工学部反応化学科教授であられる松為 宏幸先生と助教授であられる越 光男先生には化学反応の基礎を教えてください、また、実験装置などに関する御助言をいただきました。本当にありがとうございました。特に、越先生には、ことあるごとに御意見などをいただき、感謝の念に堪えません。

北海道教育大学の富田 幸雄先生には研究分野が同じということで、実験装置などについて御意見をいただきました。本当にありがとうございました。

東京大学工学部教授であられる小竹 進先生、加藤 洋治先生、生産技術研究所教授であられる小林 敏雄先生、東京大学工学部助教授であられる荒川 忠一先生らには、論文をまとめる上で、さまざまな御助言をいただきました。ありがとうございました。

上智大学工学部助手であられる野々下 知泰氏には、私が研究室に入ってから出るまで、ずっと面倒をみていただきました。何も知らない私は、公私にわたって多くのアドバイスをいただきました。本当にありがとうございました。また、石川島播磨重工業にお勤めの西川 秀次氏には、研究の面でも多くのアドバイスをいただき、また、遊びの面でもいろいろとつきあってくださいました。本当にありがとうございました。

東北大学流体科学研究所助手であられる小原 拓氏にはなんとお礼を言えばよいかかわからないほどお世話になりました。研究から遊びまで一緒に過ごしていた時期は本当に楽しい生活を送らせていただきました。研究室に入ってから今日まで、小原氏のようになれないと思いつつも、一歩でも近づきたいと思ってがんばってきました。氏のこれからの御活躍を祈り、小原氏のあまりにも強い精神力を学んで、一歩でも近づけるように努力したいと思います。本当にありがとうございました。

研究室の助手であられた川田 達雄氏には会計などの点でお世話になりました。ありがとうございました。同じく助手であられる市川氏には、親しくおつきあいをさせていただきました。さまざまなときに相談相手になっていただき、また、研究の面でも多くのアドバイスをいただき

ました。本当にありがとうございました。

高速度カメラ室の津野助手と中村技官には、実験でのカメラ撮影など光学系に関する多くのアドバイスをいただきました。あまり写真技術などに知識のなかった私に、懇切丁寧に教えてくださったおかげで、実験における精度を向上させることができました。ありがとうございました。

総合試験所の試作室の方々には、実験装置の製作において本当にお世話になりました。特に、中村氏、生出氏、佐藤氏にはたびたび無理をお願いしましたが、快く引き受けてくださいました。そのおかげで、実験を滞りなく進めることができました。本当にありがとうございました。

この研究室で六年間ずっと研究をともにしました松井 純氏には、誰にもまして本当にお世話になりました。この論文いや私がここまでできたのもすべてといっても過言でなくらい松井氏のおかげと思っております。松井氏の深い知識と人柄の優しさ、どれをとっても尊敬に値します。松井氏の優秀な頭脳とその人柄により、いつぞやきつと、この日本の流体工学の分野を引っ張ってくれるものと信じております。そのときには、私も微力ながらお手伝いをしたいと思えます。本当にありがとうございました。

研究室の後輩であり、また、同じ分野の研究をともにしてきた亀田 正治氏には、さまざまな面で助けていただきました。また、研究などでつい苛立ちそうなときにも、いつも笑顔とその優しい人柄で、私の気持ちを和らげてくれました。本当にありがとうございました。亀田氏のこれからの御活躍を心からお祈りします。

ZEXEL から研究生として研究室にいらっしゃっていた宮本 武司氏には社会人としての厳しさを学ばせていただき、また、研究の面でもいろいろと相談相手になっていただきました。本当にありがとうございました。

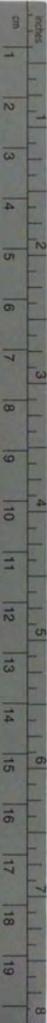
また、研究室の多くの後輩は、研究室の雰囲気をいつも楽しいものとしてくれました。ありがとうございました。また、私と研究をともにしてくれた後輩には、実験装置のたち上げなどでずいぶん苦勞をかけましたが、本当によくがんばってくれました。ありがとうございました。特に最後の二年間、僕と研究をともにしてくれました山田 益義君と長谷川 恭之君には、無理難題を押しつけたにもかかわらず、立派にこなしてくれました。彼らがいなければ、この論文も完成をみなかつたでしょう。本当にありがとうございました。

また、北見家の方々には本当にお世話になりました。私をいつも家族同様に扱ってくださり、暖かく私を迎えてくださいました。私にとって、非常に本当に心やすらぐ時間でした。本当にありがとうございました。

私は、今、博士過程を何とか無事に卒業することができるわけですが、これまでの間、家族は全ての面で私を支えてくれました。父、母そして兄、みんなの支えがあったからこそ、ここまでやってこれました。本当にありがとうございました。

最後に、この論文ができることを心待ちにしていた北見 朝子さんに、お礼を言いたいと思います。この四年間もの間、常に彼女は、私の心の支えとなってくれ、どんなときにも、その優しい笑顔でいつも励ましてくれました。そのおかげで、何とか論文も完成をみることとなりました。本当にありがとうございました。足りない彼女への感謝の気持ちは、これからの私の頑張りで応えたいと思います。





Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM, Kodak

Blue	Cyan	Green	Yellow	Red	Magenta	White	3/Color	Black
[Patch 1]	[Patch 2]	[Patch 3]	[Patch 4]	[Patch 5]	[Patch 6]	[Patch 7]	[Patch 8]	[Patch 9]

Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM, Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

