審 査 の 結 果 の 要 旨

氏 名　　ﾍｰﾜｰ　ﾎﾞｰﾙｯﾊﾟｹﾞ　ｲﾚｼｶ ｶﾙﾅｰﾗｰｼﾅ

論文審査委員会は，ヘーワー氏が独創性の高い研究を行った点を合意し，博士号に十分値する論文であることを確認した．ヘーワー氏の博士論文の内容は下記のように整理される．

有限要素法の黎明期から約 40 年にわたり，構造力学では，特定の幾何形状を持つ曲線梁・シェルといった構造部材に対し，支配方程式の導出と構造要素の定式化が研究開発されてきた．構造部材の形状を正確に取り込んだ要素の研究開発は，構造力学に関わる産業から強い要望があるからである．さまざまな構造要素が開発されているものの，構造要素全般に，1)（円筒形，球形，放物線形等の）特定の幾何形状に限定されていること，2) 釣り合いから導かれた支配方程式は妥当性が検証できないこと，3) 支配方程式が連続体力学の支配方程式と整合しない可能性があること，という課題がある．

ヘーワー氏は，上記の課題を解決し，曲線梁・シェルを対象に支配方程式の導出と構造要素の定式化を行った．板厚に比べ曲率が大きいこと以外，形状の制約はない．支配方程式は，連続体力学の支配方程式の数理的近似であり，連続体力学の解の近似解を与えるという意味で整合している．数理的近似とは，メタモデリング理論に基づくもので，連続体のラグランジュアンのアーギュメントとなる関数の関数形を制約するということである．

ヘーワー氏の主要な貢献は，曲線梁・シェルに対し，支配方程式を導出するための適切な曲線座標を設定したことである．具体的には，曲線座標を主要座標と補助座標に区分し，主要座標を曲線梁の軸とシェルの中立面に，補助座標をトラクションフリーの境界条件が課された曲線梁・シェルの表面の法線方向に取るのである．構造力学は連続体力学の空間 3 次元の問題を 1 次元ないし 2 次元の問題に縮退するところに利点があるが，ヘーワー氏は，主要座標の関数を未知とすることで合理的に次元を縮退した．さらに，補助座標に関して 1 次の項でテイラー展開を打ち切るという近似により，平易に支配方程式を導出した．

適切な曲線座標の設定と関数の近似をすることで，支配方程式の導出や構造要素の定式化は数理的操作のみで行われる．構造力学では多用されないものの，曲線座標の数理操作の方法は微分幾何の分野で確立されており，数理操作は平易である．しかし，トラクションフリーの境界条件に対応する補助座標を設定するという発見は重要である．任意の曲線座標を使って，連続体の支配方程式から近似された関数の支配方程式を導出す

ることは可能であるが，その支配方程式が有効か否かは不明である．この点，境界条件が自然と満たされるような補助座標を設定することが本質的に重要で，支配方程式の有効性を担保すると考えられる．

構造力学で長年の研究課題の一つであった断面内のせん断変形に関しても，ヘーワー氏が考案した曲線座標の設定と関数の近似によって，連続体力学と整合した取り扱いが可能となる．これは，板厚方向に十分な数の要素を配置したソリッド要素の解の近似解を与えるような，せん断変形を考慮した梁要素やシェル要素が定式化できることを意味している．

幾何形状を特定した梁とシェルに対し，既往の研究事例を精査したところ，ヘーワーシ氏は，既往の支配方程式には共変微分に対応した項が落ちていることを見出した．これは，基底ベクトルの空間変化に伴う，共変微分のクリストフェッルの記号を含む項である．共変微分の他の項に比べ，この項の値は小さく（板厚と曲率の比程度），致命的な誤差は生まない．しかし，支配方程式に含めるべき項であり，高い精度が必要な場合には，この項を含めるべきである．

定式化された曲線梁･シェル要素は，任意の曲線形の梁や曲面形のシェルに適用でき，ソリッド要素の近似解を与えるという特徴がある．特にシェル要素に関しては，既存のシェル要素よりも精度と効率が向上することが推測されている．これは，既存のシェル要素は，共変微分のクリストフェッルの記号を含む項が落ちているためである．また，主要座標と補助座標を区別することで，節点当たりの自由度を，通常の 6 から 5 に落としている．本来，自由度が 5 であるべきところを，不適切な曲線座標を設定したため自由度を 6 としたため，節点 6 自由度のシェル要素のマトリクスの条件数は大きい．すなわち，既往のシェル要素と比べ，提案された節点 5 自由度のシェル要素は，マトリクスの条件数が小さくなることが推測される．

ヘーワー氏はラグランジュアンをハミルトニアンに変換し，曲線梁とシェルに対する正準方程式も導出した．従来の構造力学では，エネルギーの保存を使う解の精度検証は重視されていなかった．正準方程式にシンプレクティック積分を適用することで，エネルギーを確実に保存する数値解析が可能となる．

論文審査委員会は研究成果に質疑を行い，将来の研究に関してもコメントした．質疑とコメントは次の 2 点に要約される．

(1) ヘーラー氏の博士論文では式の展開が主要部分を占める．支配方程式の導出と要素の定式化を目指す以上，式の展開が多いことは必然であるが，力学的考察を明示することも重要である．

この点に関して，曲線座標の数理的操作は，構造力学の分野では多用されていないことは事実であるが，微分幾何の分野で十分，確立されており，操作自体は平易なもののと認識している旨が回答された．また，構造力学では強く認識されていないが，曲線梁・シェルの表面でトラクションフリーの境界条件が課されている．この

ため，曲線座標の補助座標を表面の法線方向に取ることが本質的に重要であり，曲線座標の設定の背後に物理的考察がされていることも回答された．

(2) 定式化された曲線梁・シェルの構造要素が精度と効率の点で，既存の構造要素より優れている可能性は理解できる．精度と効率が向上している点を実証する例が望まれる．

ヘーワー氏の研究目的は，構造力学で研究開発された構造要素の具体的課題を明示し，解決する方法を考案するという基礎的研究と位置付けている，という回答があった．ラグランジュアンを使う解析力学の枠組みで連続体力学と構造力学を捉え，かつ，微分幾何で確立された共変微分を正確に操作することが，この基礎的研究を支えており，実際に定式化された構造要素を開発し，数値実験によって，既存の構造要素より精度と効率が優れていることを示すことは次の研究段階と位置付けていることも指摘された．最後に，今後の数値実験では，ハミルトニアンの正準方程式を解く構造要素を開発することも視野に入れていることが回答された．

研究内容は十分独創的であり，質疑にも十分な回答が得られたことより，論文審査委員会は，本論文は博士（工学）の学位請求論文として合格と認定した．