論文審査の結果の要旨

氏　名　宮　崎　弘　安

宮崎氏の提出した論文はモジュラス付きの高次チャウ群のキューブ不変性に関するものである。ブロック氏の定義した高次チャウ群はアファイン直線不変性という性質があり、その範疇でとらえられない部分をとらえるために考案されたものがモジュラス付きの高次チャウ群の理論である。これに対して宮崎氏の結果はアファイン直線不変性の代わりに射影直線に無限遠点の重複度を考えたキューブを考えるとキューブ不変性が言えるというものである。さらに正標数ｐの体上の代数多様体の場合にはｐ乗写像をうまく用いることにより、ｐが可逆な係数のモジュラス付きチャウ群においてはアファイン直線不変性がいることを証明した。これは本質的に新しい部分がｐに集中しているという事実を示唆しているものであり、これまでの見識を塗り替えるものである。

類体論におけるガロア群のアーベル指標群とアデール群の連続指標群の同型を考えるとき、分岐群のフィルトレーションに対応するアデール群のフィルトレーションを考えるときに自然に生まれるものがモジュラスの概念である。これらが高次Ｋ群へ拡張できるか？　あるいはその付随次数商として現れる高次チャウ群においても類似のフィルトレーション的なものが考えられるかという問題が存在していたが単純ではなかった。他方高次チャウ群にはアファイン直線不変性があり、モチーフ理論においてもこの性質がとても有効に使われている。混合モチーフ理論において、一見するととても扱いやすいこの性質は分岐理論において暴分岐部分をとらえることへの障害ともなっており、アファイン直線不変性ではとらえられない部分を精密にとらえることができる新しい不変量の必要性に迫られてきた。そこで考えられたのが、ビンダ＝斎藤のモジュラス付きのチャウ群である。これはそれまでにブロック＝エノーにより考えられていた加法的チャウ群を自然に拡張するものとなっている。
モジュラス付きの高次チャウ群は従来のスキームに効果的な因子を付加構造として与えられたスキームに対して考えられたサイクル複体を考え、そのホモロジーとして定義されるものである。元来高次チャウ群は固有射による押し出しと平坦射による引き戻しが定義されており、多くの事実はその関手性を基本的手法として用いて証明できるものである。モジュラス付きのチャウ群についても同様の関手性が望まれるが、このとき付加的構造である因子と写像の関係が大切になってくる。押し出しと引き戻しを代数的対

応として統一的にとらえたとき、自然なモジュラスの扱いをするには効果的なものだけではなく、因子を一般化するほうが便利であるというのが、宮﨑氏の当初のアイデアである。こう考えたとき、アフィン直線不変性に当たるものとして自然に考えられるものがキューブ普遍性である。キューブはアフィン直線のコンパクト化である射影直線とその上の付加構造としての因子を組み合わせたものである。アフィン直線不変性の代わりにキューブ普遍性を考えたところが宮﨑氏の新しい視点である。このようにキューブにおける無限遠点に適切な重複度を与えたとき、ホモトピーの定義に本質的に用いられるのが移動補題であり、宮﨑氏のキューブ不変性の証明においても核となる。ここではブロックの移動補題の証明をモジュラス付きに拡張して、超越的な方向ベクトルを用いた移動により、交叉の悪さが解消するという手法が用いられる。
さらに基礎体の標数ｐが正であるときには、係数の環においてｐが可逆であれば、無限遠での重複度によらないキューブ不変性がいえて、その結果係数においてｐが可逆のときのモジュラス付きのチャウ群のアファイン直線不変性がいえるというのが二つ目の結果である。これはチャウ群において適切にｐ乗写像を用いることによって証明される。この結果はモジュラス付きのチャウ群においてもっとも微細で興味深いところが標数ｐのところに集中しているという事実の裏付けとなっており、興味深いものである。
モジュラス付き多様体において効果的でないものも考えるという自由性をもたせたことで、これまで用いられていた様々な操作が自然に拡張されるという観点は氏が初めて提出した新しい観点であり、これからの研究において標準的となるであると思われる。

以上が宮﨑氏により博士論文において得られた結果である。宮﨑氏はこの結果をいくつかの研究集会において発表され、その講演はわかりやすく、申し分のないものであり、専門家の間でも広く知れわたることとなった。また、この方向の先駆者であり専門家である斎藤秀司氏にも博士の称号を与えるに十分の結果であるというコメントをいただいた。

以上により、論文提出者 宮﨑弘安 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。