

博 士 論 文

フォトリフラクティブ結晶中への
ピコ秒光パルスの記録とその読みだし

指導教官 黒田和男 教授

東京大学 大学院 工学系研究科
物理工学専攻

関 村 秀 樹

博士論文

フォトリフラクティブ結晶中への
ピコ秒光パルスの記録とその読みだし

指導教官 黒田和男教授

東京大学大学院工学系研究科
物理工学専攻

岡村秀樹

目次

第一章 序論	2
第二章 フォトリフラクティブ効果	6
2.1 フォトリフラクティブ効果の原理	7
2.1.1 基礎方程式	9
2.1.2 Short time limit	10
2.1.3 定常状態	12
2.1.3 光強度が時間変化する場合の準CW近似の一般式	17
2.2 パルス光によるフォトリフラクティブ効果	18
2.2.1 拡張準定常状態近似	21
2.2.2 デルタ関数照射近似	22
2.2.3 モードロックパルスによる格子の形成	23
2.3 フォトリフラクティブ結晶	25
2.3.1 BaTiO ₃	25
2.3.2 LiNbO ₃	30
2.4 二光波混合	34
2.5 ビームファニング	36
第二章参考文献	38
第三章 体積型ホログラムの回折理論	42
3.1 透過型格子による回折領域	43
3.2 さまざまな回折理論	44
3.2.1 結合波理論	44

3.2.2	Transparency theory	45
3.2.3	Optical path method	46
3.2.4	Modal theory	46
3.2.5	Path integration	47
3.3	二波理論	49
	第三章参考文献	52
第四章 書き込みの理論		53
4.1	結晶内に形成される屈折率格子	56
4.1.1	繰り返しパルスの場合	56
4.1.2	シングルパルスの場合	59
4.2	パルス情報の結晶内へのマッピング	61
4.2.1	1次元の場合	63
4.2.2	デルタ関数のサンプリングパルスの場合	66
4.2.3	相互相関	67
4.2.4	自己相関	70
4.3	チャープしたパルスの場合	71
4.4	パルスの空間的な強度分布	72
4.5	記録可能な時間	73
	第四章参考文献	74
第五章 読みだしの理論		75
5.1	読みだし方式の検討	76
5.2	波数スキャン法の原理	78
5.3	波数スキャン法的方式	81
5.4	入射角変化にともなう回折角の変化	82

5.5	2次元への拡張	83
5.5.1	ステップ1-初段の格子分布を求める	84
5.5.2	ステップ2-格子分布から次段の入射波振幅を求める	86
5.5.3	ステップ3-入射波振幅から格子分布を求める	87
5.5.4	実際の手順	89
第五章参考文献		91
第六章 本方式の評価		92
6.1	波数ベクトルスキャンにともなう光路長変化の影響	93
6.1.1	結晶の回転にともなう光路長変化	94
6.1.2	結晶の平行移動にともなう光路長変化	98
6.2	その他の場合の検討	102
6.2.1	書き込みと読み出しの波面のずれによる誤差	102
6.2.2	結晶の幅が一定でないとき	104
6.2.3	複数の屈折率格子が存在するとき	104
6.2.4	吸収率の格子が存在するとき	106
6.2.5	群速度分散があるとき	107
6.2.6	ビーム結合の影響	109
6.3	分解能	110
6.3.1	書き込み分解能	110
6.3.2	読みだし分解能	111
6.4	情報量	117
第六章参考文献		119
第七章 CW Ar ⁺ レーザーによる読み出しの原理実験		120
7.1	原理	121

7.2	実験装置	122
7.3	実験方法	124
7.4	実験結果	125
7.5	振幅, 位相に変化をつけた実験	126
7.5	結論	128
	第七章参考文献	134
	第八章 モードロックNd:YAGレーザーによる実験	135
8.1	パルス幅の測定	136
8.1.1	測定方法	137
8.1.2	測定結果と考察	139
8.2	パルス波形の測定	141
8.2.1	実験装置	141
8.2.2	測定データの位相の補正	142
8.2.3	表示方法	143
8.2.4	測定範囲	146
8.2.5	BaTiO ₃ を使った測定	148
8.2.6	LiNbO ₃ を使った測定	149
	第九章 まとめ	156
	謝辞	159
	Appendixes	161
	Appendix 1 電気光学効果	162
	Appendix 2 相関関数	164

Appendix 3	直交関数系 $U_n(x)$	167
Appendix 4	標本化定理	173
Appendix 5	結晶内の傾いた結像面	175
業績リスト	178

第一章

序論

はじめに

過去15年の間にピコ秒レーザーとピコ秒光パルスを用いた測定技術は急速に進歩し、ピコ秒あるいはフェムト秒時間スケールにおける極端に高速な物理的、化学的および生物学的現象に関する新しい研究が可能になった。ピコ秒レーザーを用いることによって、多くがピコ秒時間スケールで起こるきわめて基礎的な物質過程を高い時間分解能で観測することが可能となり、それらの現象の時間発展に対する洞察がより新しく、より深くなったのである。これによって測定された基礎過程としては分子振動の減衰や液体中の配向のゆらぎ、小さい分子や大きい分子の緩和過程、固体中のフォノンの減衰、温度ゆらぎの過程、光合成や他の生物的現象の素過程などがある。さらにピコ秒技術は光物理学および光化学的過程に操作を加えたり、スイッチ、変調器あるいは受信機などの新しい超高速電子工学的素子を作る可能性を与えた。そしてこのような超高速現象を扱う技術の進歩とその裾野の広がりにつれ、短パルス光そのものの測定が、近年ますます必要になってきている。

しかしこのような時間領域での測定は容易ではない。機械的、電気的な直接的な測定は不可能なので、時間情報を空間に対応させて間接的に測定する方法が行なわれている。ストリークカメラではピコ秒オーダーの現象を捕えることができる。しかしこれは2次元の観測面のうち1次元を時間のスキャンに使うので、原理的に空間的1次元の情報しか観測することができない。また第二高調波発生や、二格子吸収などの非線形現象を利用した方法も良く使われている。これは時間分解能が高く(~ 10 fs)、また干渉計と組み合わせることにより振幅と位相の両方の情報を測定できる。しかし空間的な情報を得ることは困難である。さらに、非線形現象を利用しているため、波長や位相整合条件など制約が多い。

フォトリフラクティブ結晶はリアルタイムホログラムとしての機能を持っているため、ショートパルスと組み合わせることによりパルスの形状の記録をすることができる。2つのコヒーレントなパルスで格子を記録することを考える。もし一方のパルス(サンパ

リングパルス)がもう一方のパルス(オブジェクトパルス)に比べて十分に短いと、オブジェクトパルスの時間的、空間的形状がグレーティングの空間的分布として3次的に結晶中に記録される。パルスの中の時間的、空間的なある1部分を考えると、これは結晶中のある場所に1対1で対応する。

このように記録された屈折率格子を読みだせばオブジェクトパルスの時間変化を振幅情報、位相情報ともに空間的2次元で測定することができるはずである。この測定方法はつぎのような特長をもつ。まず単パルスの測定が可能である。フォトリフラクティブ効果による屈折率格子は長時間消えないから、一度書き込めばあとからいつでも読み出すことができる。単パルスでも、読み出しが可能な程度の強さの屈折率格子が書き込めるだけの、十分なエネルギーがあれば測定が可能である。また逆に光強度が弱くても多数のパルスを積算することにより大きな屈折率変化を起こすので、時間をかければ弱い光でも測定できる。これは大きな光強度を必要とする非線形光学効果を使う方法に比べて大きな利点となる。またフォトリフラクティブ効果は非共鳴な現象であるため使える波長範囲が広い。これは第2高調波によるものと比べて大きな利点である。さらに、高い分解能が期待できる。記録は空間的時間的な重ね合わせによって行なわれるため、記録分解能は空間に展開されたときの空間分解能によって決り、原理的にはサブピコ秒が期待できる。

本研究は、ピコ秒パルス光によって結晶に記録された屈折率格子を、CW光を照射してその回折光を測定することによって解析し、もとのパルスの形状を求めるということを目的にしている。実際には結晶をわずかに回転させ、各部分からの回折光の重ね合わせの位相関係をスキャンすることによって、それらを分離する新しい方法を考案し、結晶内の屈折率格子の分布の測定を実現した。

本論文の構成は次のとおりである。まず本方式の理論的基礎づけに必要な知識として、第2章と第3章でそれぞれフォトリフラクティブ効果と体積型ホログラムの回折理論について概説する。第4章でパルス光の情報の結晶内への書き込みについて説明し、実際にパルス光によって結晶内にどのような格子が書き込まれるのかをいくつかの場合

に分けて考察する。第5章でそのようにして書き込まれた情報を読みだす方法を検討し、波数スキャン法を導入する。第6章で、スキャンに伴う系統的な誤差に関する細かい議論と、分解能などの評価を行う。第7章ではCWAr⁺レーザーを用いた予備実験を行なって読みだしの理論を確かめる。第8章で実際にパルス光を用いた実験を行なう。第9章で結論、そして最後に全体のまとめと今後の展望を述べる。

第二章

フォトリフラクティブ効果

第2章 フォトリフラクティブ効果

1960年代の終わり頃、 LiNbO_3 などの結晶を第二高調波発生に使っていると「光学損傷」を受けることが見つかった[2.1]。屈折率が変化してしまいフェーズマッチングが悪くなってしまうのである。この変化は結晶を暗いところにおいておけば時には数箇月も保存されるが、一様な光で照射すれば消すことができた。これが現在フォトリフラクティブ効果と呼ばれている現象の発見であった。

フォトリフラクティブ効果は光導波路などでは障害となり、ドーピングやその他の処理によってこれをなくす努力が行なわれている。しかし一方で、光によって屈折率変化を引き起こすことのできるフォトリフラクティブ効果は、ホログラム記録や光増幅、位相共役波発生などさまざまな応用できることが、多数の研究者たちによって明らかにされていった。

ホログラム記録媒質としてのフォトリフラクティブ結晶は、写真感光材を使った場合と違って現像の必要がなく、リアルタイムで記録・再生ができるという大きな特徴を持っている[2.2]。感度も写真感光材と同程度である。また厚みがあるため thick phase hologram となり回折効率を非常に大きくすることができる。また厚いホログラムは角度選択性がよいため角度を変えて記録すると多重記録ができる。例えば厚さ2,3mmの結晶では理論上1000枚程度の記録が可能である。

また、入射光にリアルタイムに応答する特性を生かして、光学的情報処理の分野にも広く応用されている。これらの応用には位相共役波発生[2.3]、画像情報の相関・コンボリューション[2.4]、論理演算[2.5]、エッジ検出[2.6]、ノベルティーフィルター（時間的に変化した部分のみをとりだすフィルター）[2.7]などがある。また最近では光接続素子への応用の研究が進んでいる。さらにこの性質を、光連想メモリー[2.8]などのように学習機能に利用することも研究されている。

しかし逆にいえば、ホログラムの記録に使った場合には、リアルタイムに書き込み

が行なわれる性質は欠点ともなり、記録した内容が光を当てることによって消えてしまうという問題がある。情報を読みだすと消去されてしまうのでは応用によっては使い物にならない。この問題の解決には読み出しの際に、書き込み感度の低い波長の光を用いるという方法が一般的である。なお全く光を当てなくても、キャリアの熱的な励起によって、記録した内容は徐々に消えてくる。その時間はBaTiO₃で1日程度、LiNbO₃では1ヶ月から1年程度である。結晶を処理して、電荷分布が消去されないようにすることも可能(Fixing) [2.9]であるが、回折効率は一般に1桁から2桁も落ちてしまう。

フォトリフラクティブ結晶にはLiNbO₃, LiTaO₃, BaTiO₃, KNbO₃, K(TaNb)O₃, Ba₂NaNb₃O₁₅, Ba_{1-x}Sr_xNb₂O₆, Bi₄Ti₃O₁₂, Bi₁₂(Si,Ge)O₂₀, KH₂PO₄, CdS, Rb₂ZnBr₄や(Pb,La)(Zr,Ti)O₃セラミックス, GaAs, InP, GaPなどの化合物半導体がある。バンドギャップやドナー、アクセプターのエネルギーレベルによって感度があるのは紫外線や可視光あるいは赤外線であったりするが、フォトリフラクティブ効果は電気光学材料に広く認められる性質である。おおまかにいって強誘電体は効果が大きいが応答が遅い、半導体は効果は小さいが応答が早い、常誘電体はその中間であるという傾向がある。

フォトリフラクティブ効果の特徴は、格子の形成が光強度によらず、強度分布のモジュレーションだけで決まることである。このことにより弱い光でも使うことができるといふ大きな利点が生じる。また光強度分布とそれによって形成される屈折率格子の間に一般に位相差が生じることも特徴(ノンローカルな現象という)で、これによって光の増幅を行なうことができる。欠点は応答速度が遅いことで、強誘電体の場合、秒オーダーである。

§2.1 フォトリフラクティブ効果の原理

フォトリフラクティブ効果の機構は次のように説明される。

1. 光によってキャリアが励起される。この時、光強度の大きいところではキャリアは多く励起され、小さいところでは少ししか励起されない。

2. キャリアが移動する。その原因については次の3つがある。

(1) 拡散

キャリア密度の大きいところから小さいところへ移動する。

(2) ドリフト

外部からかけた電場の方向に移動する。

(3) 光起電力効果

光電子は電荷移動帯に励起されるときに、極軸にそってのどちらか特定の向きの速度を持つ。これに加えて電子の非等方的トラッピングとイオン変位による電流も寄与する[2.10]。

3. キャリアがトラップされ電荷密度の分布ができる。
4. 電荷密度分布により空間電場分布ができる。
5. 電気光学効果により屈折率の分布ができる。

屈折率分布は電荷分布のダイバージェンスに比例するので、光強度分布に対し拡散では $\pi/2$ の位相差が生じ、ドリフト、光起電力効果では位相はほとんどずれない。最終的な位相差はこれらの混ざり合ったものとなる。

この機構を最初に考えたのはChen[2.11]で、電子とドラップに関するレート方程式を示した[6]。Amodeiは拡散による空間電場が $E_D = Kk_B T/e$ で表わされ、結晶がもつことのできる最大の空間電場は $E_q = eN_A \Lambda / (2\pi\epsilon\epsilon_0)$ で表わせることを示した[2.13, 14]。ここで K はグレーティング波数ベクトル、 $k_B T$ はボルツマン定数 \times 温度、 e は電子の電荷、 N_A は空のトラップの密度、 Λ はグレーティング周期、 $\epsilon\epsilon_0$ はDC誘電率、 ϵ_0 は真空の誘電率である。Amodeiはキャリア密度は単純に光強度に比例するとして解いたがKukhtarevはトラップ密度に関するレート方程式を用いキャリアの密度を正確に扱いこれを解いた[2.15]。Kukhtarevは1つのキャリアしか考えなかったが、電子とホールの両方を考えた拡張されたモデルも同様に解くことができる[2.16]。

キャリアの移動の取り扱いには2つのモデルがある。現在広く認められているのはバンド輸送モデルといわれているものである。バンド輸送モデルではキャリアはバンドを通過して移動する。この他にホッピングモデルといわれているものがある。これは結晶中にキャリアが入るサイトを考え光があたるとその強度に比例した確率でとなりのサイトにキャリアが移動するというモデルである[2.17]。両者はほとんどの場合同じ結果を与えるので、ここではバンド輸送モデルについて述べる。

§2.1.1 基礎方程式

バンド輸送モデルではキャリアの移動は次の式によって表わされる。ここでは簡単のために単一キャリアのモデルを示す。キャリアとして、電子とホールがある場合には、それぞれについて同じような方程式が成り立つが、両者はたがいに効果を打ち消すように働く。このことについては、この節の終わりで述べる。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \frac{\mathbf{j}}{e} = (sI + \beta)(N - N') - \gamma n N' \quad \dots\dots\dots(2.1-1)$$

$$\mathbf{j} = e\mu n \mathbf{E} - k_B T \mu \nabla n + \kappa s (N - N') I \quad \dots\dots\dots(2.1-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n - N') = -\nabla \cdot \frac{\mathbf{j}}{e} \quad \dots\dots\dots(2.1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \left(\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \right) (n + N_A - N') \quad \dots\dots\dots(2.1-4)$$

(2.1-1)式はキャリアのレート方程式、(2.1-2)式は電流の式、(2.1-3)式は電荷の連続の式、(2.1-4)式はポアソン方程式である。ただしここで n はキャリアの個数密度、 N はdopantのtotal number density (定数)、 N' はイオン化したdopantのnumber density、 N_A は暗所において N' を中和するイオンの個数密度 (定数) である。 k_B はボルツマン定数、 T は温度、 e は電子の電荷、 $\epsilon \epsilon_0$ はDC誘電率である。 \mathbf{j} 、 μ 、 κ 、 γ 、 s 、 β はそれぞれ電流、移動度、Glassの光起電力係数[2.10]、再結合係数、光励起の断面積、暗所での励起のレートであ

る。キャリアがホールの場合は e 、 μ は正、電子の場合は負の数に取る。

これらの方程式は z 方向に格子がある場合には次のように簡単に書くことができる。ここでdark conductivityは無視した。

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial z} = sI(N - N') - \gamma n N' \quad \dots\dots\dots(2.1-5)$$

$$j = e\mu n E - k_B T \mu \frac{\partial n}{\partial z} + \kappa s (N - N') I \quad \dots\dots\dots(2.1-6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (n - N') = -\frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial z} \quad \dots\dots\dots(2.1-7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \left(\frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \right) (n + N_A - N') \quad \dots\dots\dots(2.1-8)$$

屈折率変化は空間電界から電気光学効果によって求める。これについてはAppendix 1にまとめた。以下では(2.1-5)から(2.1-8)式を用いて光強度分布による空間電界の形成を考察することにしよう。しかしこれらの方程式は簡単な形に解くことができない。そこで、空間的な1次のフーリエ成分のみについて考えるのが普通である。以下で、まず光の入射直後の状態、次に定常状態について考察し、最後に準CW近似における一般式を導く。

§2.1.2 Short time limit (書き込み感度)

ここで考えるのは $t=0$ で結晶内に電荷分布がない状態からはじめて、光を入射し、光強度分布を作ったときに電荷分布がどのように立ち上がるかということである。このことからフォトリフラクティブ結晶の感度を考察できる。

モジュレーション m の干渉縞が定常的に形成されている場合を考えて、光強度を

$$I = I_0(1 + m \cos Kz) \quad \dots\dots\dots(2.1-9)$$

とおく。 $t=0$ の初期条件は $N^i(x, 0) = A_0$, $N - N^i(x, 0) = D_0$ である。外部電界はかけないとして平均の電界を 0 とする。また $t=0$ においては空間電荷が存在しないので、 $E=0$ である。キャリア密度 $n(x, 0)$ はドナー-アクセプター系の速い ($\sim ns$) 準定常状態に達したあと、次のようになっているとする。

$$n(z) = n_0 + n_1 \cos(Kz + \phi) = n_0 + \alpha \sin Kz + \beta \cos Kz \quad \dots\dots\dots(2.1-10)$$

これは光のパターンに対して初期位相ずれが存在することを考慮に入れた式になっている。この式を準定常条件の式 $\partial n / \partial t = 0$ に代入し、 $t=0$, $N^i = A_0$, $N - N^i = D_0$ を仮定する。このことは上式を 0 次と 1 次のフーリエ成分に分けることになる。光強度分布のリップルが小さいという条件のもとに n_0 , α , β は次のように得られる。

$$n_0 = \frac{sD_0I_0}{\gamma A_0}, \quad \alpha = \frac{\chi I_0 D_0 K}{\gamma A_0 + D_c K^2} m, \quad \beta = \frac{\gamma n_0 A_0}{\gamma A_0 + D_c K^2} m = \frac{sI_0 D_0}{\gamma A_0 + D_c K^2} m \quad \dots\dots\dots(2.1-12)$$

ただしここで光起電力係数と拡散係数を次のようにおいた。

$$\chi = s\kappa/e, \quad D_c = k_B T \mu / e \quad \dots\dots\dots(2.1-13)$$

また、 $\chi = eL_{ph}$ であり、 L_{ph} は Photovoltaic transport length である。

さて次に、空間電荷をもとめよう。そのためには連続の式

$$\partial \rho / \partial t = -\partial j / \partial z \quad \dots\dots\dots(2.1-14)$$

を時間で積分すればよい。(2.1-10)式と(2.1-14)式より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial j}{\partial z} &= e\mu E_0 \frac{\partial n}{\partial z} - eD_c \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + e\chi D_0 \frac{\partial I}{\partial z} \\ &= \frac{meD_0I_0K}{\gamma A_0 + D_c K^2} [\gamma A_0 \chi \sin Kz - D_c sK \cos Kz] \quad \dots\dots\dots(2.1-15) \end{aligned}$$

となる。これより

$$\begin{aligned}
 \rho(z,t) &= -\int_0^t \frac{\partial j}{\partial z} dt' \\
 &= \frac{meD_0 I_0 K t}{\gamma A_0 + D_c K^2} [\gamma A_0 \chi \sin Kz - D_c s K \cos Kz] \quad \dots\dots\dots(2.1-16) \\
 &= \rho_0(t) \cos(Kz + \phi)
 \end{aligned}$$

である。ここで

$$\rho_0(t) = \frac{meD_0 I_0 K t}{\gamma A_0 + D_c K^2} [(\gamma A_0 \chi)^2 + (D_c s K)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad \tan \phi = \frac{\chi \gamma A_0}{s D_c K} \quad \dots\dots\dots(2.1-17)$$

である。これから次のことがわかる。書き込み初期では時間に比例して空間電荷は成長し、その成長のレートは光強度に比例する。光起電力効果があると書き込み感度が上がる。また光起電力効果があると干渉縞と形成される電荷分布の間に位相差が生じる。

なお、結晶に一樣な光を照射し、格子を消去する際には光起電力効果があっても消去は加速されないことが同様の解析によって示される[2.18]。

§2.1.2 定常状態

(2.1-6)式を(2.1-5, 7)式に代入し、電流 j を消去し、さらに(2.1-8)式を使って N^i を消去すると、 n, E の時間変化に関する非線形な方程式が得られる。ここでは線形化するために、格子に関する1次のフーリエ成分までを考えることとし、 n, N^i, E, I をそれぞれ次のようにおくことにする。

$$n = n_0 + n_1(z) \quad \dots\dots\dots(2.1-18)$$

$$N^i = N_0^i + N_1^i(z) \quad \dots\dots\dots(2.1-19)$$

$$E = E_0 + E_1(z) \quad \dots\dots\dots(2.1-20)$$

$$I = I_0 + I_1(z) = I_0 \{1 + m \exp(iKz)\} \quad \dots\dots\dots(2.1-21)$$

ここで添字0の項は空間的に一定とし、添字1の項は $\exp(iKz)$ の形を持ち、その実部だけが意味を持つとする。すると

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = sI_0(N - n_0 - N_A) - \gamma n_0(n_0 + N_A) \quad \dots\dots\dots(2.1-22)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} - \frac{\partial N_1^i}{\partial t} = -\mu E_0 \frac{\partial n_1}{\partial z} - \mu v_0 \frac{\partial E_1}{\partial z} + D_e \frac{\partial^2 n_1}{\partial z^2} + \chi I_0 \frac{\partial N_1^i}{\partial z} - \chi(N - n_0 - N_A) \frac{\partial I_1}{\partial z} \quad \dots\dots\dots(2.1-23)$$

$$\frac{\partial N_1^i}{\partial t} = sI_1(N - n_0 - N_A) - (sI_0 + \gamma n_0)N_1^i - \gamma(n_0 + N_A)n_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-24)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial z} = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (n_1 - N_1^i) \quad \dots\dots\dots(2.1-25)$$

となる。なお $N_0^i = n_0 + N_A$ である。ここで平均電場ドリフト時間 $\tau_E = 1/(K\mu E_0)$ 、拡散時間 $\tau_D = e/(\mu k_B T K^2)$ 、誘電緩和時間 $\tau_d = \epsilon \epsilon_0 / (e \mu n_0)$ を定義する。 n_1, N_1^i, E_1 が s 、空間的には $\exp(iKz)$ の形であることより(2.1-25)式は

$$iKE_1 = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} (n_1 - N_1^i) \quad \dots\dots\dots(2.1-26)$$

となる。これを用いると(2.1-23)式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial t} - \frac{\partial N_1^i}{\partial t} &= -\left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E}\right)n_1 - i\mu K n_0 E_1 + i\chi I_0 K N_1^i - iK\chi(N - n_0 - N_A)I_1 \\ &= -\left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} + \frac{1}{\tau_d}\right)n_1 + \left(i\chi I_0 K + \frac{1}{\tau_d}\right)N_1^i - iK\chi(N - n_0 - N_A)I_1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2.1-27)$$

となる。

これらを用いて定常状態での光強度分布と空間電荷の関係を求める。誘電緩和レートと光生成レートが再結合レートと拡散レートに比べて十分小さいという近似をする。これは光強度があまり強くなく、キャリアの一部しか励起されていない時に成り立つ近似で、通常のCW光のもとでは妥当な近似である。すると(2.1-22)式より定常状態でのキャリアの平均の密度として

$$n_0 = \frac{sI_0(N - N_A)}{\gamma N_A} \quad \dots\dots\dots(2.1-28)$$

が得られる。外部電界，光起電力効果がない場合を考えよう。(2.1-27)式より

$$N_1' = \left(1 + \frac{\tau_{\#}}{\tau_D}\right) n_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-29)$$

となるので，これを(2.1-24)式に代入すると

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{sI_1(N - N_A)}{\gamma N_A} \frac{1}{1 + \frac{(sI_0 + \gamma n_0)}{\gamma N_A} \left(1 + \frac{\tau_{\#}}{\tau_D}\right)} \\ &= \frac{sI_1(N - N_A)}{\gamma N_A} \frac{1}{1 + (sI_0 + \gamma n_0)(\tau_{\#}/\tau_D)/\gamma N_A} \quad \dots\dots\dots(2.1-30) \\ &= \frac{sI_1(N - N_A)}{\gamma N_A} \frac{1}{1 + (K/K_S)^2} \end{aligned}$$

が得られる。ただしここで，デバイ波数 K_S は

$$K_S^2 = \frac{e^2}{\epsilon \epsilon_0 k_B T} \frac{N_A(N - N_A)}{N} \quad \dots\dots\dots(2.1-31)$$

で与えられる。これを用いて(2.1-26)式より空間電界を求めると

$$E_1 = im \frac{k_B T}{e} \frac{K}{1 + K^2/K_S^2} \quad \dots\dots\dots(2.1-32)$$

という，よく知られた式が得られる。ここで， m はモジュレーションで $m = I_1/I_0$ である。

最終的にモジュレーションが小さいときは生じる空間電界はモジュレーションに比例することがわかる。注目すべきことは(2.1-32)式に光強度 I_0 が含まれていないことである。このことより形成される格子はモジュレーションに比例し，光強度には依存しないことがわかる。これがフォトリフラクティブ結晶が弱い光でも使えるということの根拠である。なお(2.1-19)式の係数 i は干渉縞と屈折率格子との間に $\pi/2$ の位相差があることを示している。

キャリアとして電子とホールを考えたときは、これにさらに電子-ホール間競合補正因子 $\bar{\sigma}_k$ がかかる[2.16]。 $\bar{\sigma}_k$ は次のように表わされる。

$$\bar{\sigma}_k = \frac{1-C}{1+C}, \quad C = \frac{(K^2 + K_h^2)s_h N^*}{(K^2 + K_h^2)s_e N} \quad \dots\dots\dots(2.1-33)$$

ここで K_e, K_h はそれぞれ次のように表わされる。

$$K_h^2 = \frac{e}{k_B T} \frac{\gamma_h}{\mu_h} N, \quad K_e^2 = \frac{e}{k_B T} \frac{\gamma_e}{\mu_e} N^* \quad \dots\dots\dots(2.1-34)$$

ただし N, N^* はそれぞれドナーとアクセプターの密度である。また、 γ と μ の、 e と h の添え字はそれぞれ電子とホールについての量であることを示している。 $\bar{\sigma}_k$ は-1から1の値をとる。

次に外部電界がある場合を考えてみよう。(2.1-27)式より

$$N_1^i = \left(1 + \frac{\tau_{di}}{\tau_D} + i \frac{\tau_{di}}{\tau_E} \right) n_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-35)$$

となり、(2.1-24)式より

$$n_1 = \frac{sI_1(N - N_A)}{\gamma N_A} \frac{1}{1 + (K/K_S)^2 + i(K/K_E)} \quad \dots\dots\dots(2.1-36)$$

となる。ただしここで

$$K_E = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0 E_0} \frac{N_A(N - N_A)}{N} \quad \dots\dots\dots(2.1-37)$$

と定義した。これより空間電界は

$$E_1 = im \frac{k_B T}{e} \frac{K + i(K_S^2/K_E)}{1 + (K/K_S)^2 + i(K/K_E)} \quad \dots\dots\dots(2.1-38)$$

と求められる。この場合には格子の干渉縞に対する位相差が $\pi/2$ からずれることがわかる。なお、(2.1-38)式は $E_0 \rightarrow 0$ 、すなわち $K_E \rightarrow \infty$ の極限で(2.1-32)式に帰着する。

最後に光起電力効果がある場合には、同様にして(2.1-27)式より、

$$N_1' = \frac{(1 + \tau_{\omega}/\tau_D)n_1 + im(N - N_A)(K/K_V)}{1 + i(K/K_V)} \quad \dots\dots(2.1-39)$$

となる。ただしここで

$$K_V = \frac{e^2 \mu(N - N_A)}{\kappa \epsilon \epsilon_0 \gamma N_A} \quad \dots\dots(2.1-40)$$

と定義した。すると(2.1-24)式より

$$n_1 = \frac{sI_1(N - N_A)}{\gamma N_A} \frac{1 - i\{(N - N_A)/N_A\}(K/K_V)}{1 + i(K/K_V)} \frac{1 + i(K/K_V)}{(K/K_S)^2 + i(K/K_V) + 1} \quad \dots\dots(2.1-41)$$

となる。これらを(2.1-26)式に代入して空間電界を求めると

$$E_1 = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \frac{n_1}{K_V + iK} - \frac{em(N - N_A)}{\epsilon \epsilon_0} \frac{1}{K_V + iK} + im \frac{k_B T}{e} \frac{1 - i\{(N - N_A)/N_A\}(K/K_V)}{1 + i(K/K_V)} \frac{K\{1 + i(K/K_V)\}}{(K/K_S)^2 + i(K/K_V) + 1} \quad \dots\dots(2.1-42)$$

となる。ここで第1項は強度に依存する項であるが、 $n_1 \ll N, N_A$ であるから第2項に比べてずっと小さく、落とすことができる。また、第2項と第3項を比べると、第2項が $\epsilon = 100$ として $(e/\epsilon \epsilon_0) = 1.8 \times 10^{-10}$ V·mであるのに対し、第3項は300 Kとして $k_B T/e = 0.026$ V·m⁻¹である。 $K = 10^7$ m⁻¹ (格子間隔0.63 μmに相当)のオーダーであるから、第2項の $(e/\epsilon \epsilon_0)/K$ は第3項の $(k_B T/e)K$ に比べて十分小さく、第2項も落とすことができることがわかる。結局、空間電界は

$$E_1 = im \frac{k_B T}{e} \frac{1 - i\{(N - N_A)/N_A\}(K/K_V)}{1 + i(K/K_V)} \frac{K\{1 + i(K/K_V)\}}{(K/K_S)^2 + i(K/K_V) + 1} \quad \dots\dots(2.1-43)$$

となることがわかる。この場合にもやはり、干渉縞に対する格子の位相のずれが、 $\pi/2$ から変化することがわかる。なお、(2.1-43)式は $\kappa \rightarrow 0$ 、すなわち $K_V \rightarrow \infty$ の極限で(2.1-32)式に帰着する。

§2.1.3 光強度に時間変化のあるときの準CW近似の一般式

次に、準CW近似において光強度が時間的に変化する一般的な式を導いてみよう

[2.34]. (2.1-26)式と、(2.1-27)式より、

$$\frac{i\epsilon\epsilon_0 K}{e} \frac{\partial E_1}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_d} (N_1' - n_1) - \left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) n_1 + i\chi I_0 K N_1' - iK\chi (N - n_0 - N_A) I_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-44)$$

となる。光起電力効果がない場合を考えることにすると、

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = -\frac{E_1}{\tau_d} + \frac{ie}{\epsilon\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) n_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-45)$$

となる。一方、 n_1 は(2.1-24)式、(2.1-26)式、(2.1-27)式より、

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = sI_1 (N - n_0 - N_A) - \left(sI_0 + 2\gamma n_0 + \gamma N_A + \frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) n_1 + \frac{i\epsilon\epsilon_0 K}{e} \left(sI_0 + \gamma n_0 - \frac{1}{\tau_d} \right) E_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-46)$$

であるが、再結合レートが大きく、キャリア密度は常に準定常状態になっている(準CW近似)とし、またキャリアの密度が小さいとしてフリーキャリアの項を無視すると、

$$\left(\frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) n_1 = sI_1 (N - N_A) + \frac{i\epsilon\epsilon_0 K}{e} \left(sI_0 \frac{N}{N_A} - \frac{1}{\tau_d} \right) E_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-47)$$

となる。ここで再結合時間 $\tau_R = (\gamma N_A)^{-1}$ である。ただし、光生成時間はドリフト時間、拡散時間、再結合時間に比べて十分長いことを仮定した。また、 $n_0 = sI_0 (N - N_A) / (\gamma N_A)$ を用いた。これを(2.1-45)式に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + aI_0 E_1 = ibI_1 \quad \dots\dots\dots(2.1-48)$$

ここで a, b はそれぞれ,

$$a = s \frac{N}{N_A} \left\{ \frac{e\mu}{\varepsilon\varepsilon_0\gamma} \frac{N - N_A}{N} \frac{1/\tau_R}{1/\tau_R + 1/\tau_D + i/\tau_E} + \frac{1/\tau_D + i/\tau_E}{1/\tau_R + 1/\tau_D + i/\tau_E} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.1-49)$$

$$b \equiv \frac{s(N - N_A)e}{\varepsilon\varepsilon_0 K} \frac{1/\tau_D + i/\tau_E}{1/\tau_R + 1/\tau_D + i/\tau_E} \quad \dots\dots\dots(2.1-50)$$

である。(2.1-49), (2.1-50)式は,

$$K_e^{-2} = \frac{k_B T \mu}{e \gamma N_A}, \quad K_s^2 = \frac{e^2 N_A (N - N_A)}{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T N}, \quad V = \frac{e E_0}{k_B T} \quad \dots\dots\dots(2.1-52)$$

を用いることにより,

$$a = s \frac{N}{N_A} \frac{K_s^2}{K_e^2} \left(\frac{1 + K(K + iV)/K_s^2}{1 + K(K + iV)/K_e^2} \right) \quad \dots\dots\dots(2.1-53)$$

$$b = \frac{s(N - N_A)e\mu k_B T}{\varepsilon \varepsilon_0 \gamma N_A} \frac{K + iV}{e (1 + K(K + iV)/K_e^2)} \quad \dots\dots\dots(2.1-54)$$

と書きかえられる。(2.1-48)式は、空間電界が干渉の項 I_1 によって引き起こされ、全強度 I_0 によって消去されていることを示している。定常状態における空間電界は、格子を書き込む項と消去する項の釣り合う点で決定される。

§2.2 パルス光によるフォトリフラクティブ効果

パルス光では、CW光の理論で使われた近似の多くが成り立たなくなってしまうため、フォトリフラクティブ材料のふるまいはCW光の時と質的に変わってしまう可能性がある。

まず、パルス長が再結合時間より短い場合には、光が当たっている間に、キャリア密

度が準定常状態にならない可能性がある。すると、今まで述べてきた準CW近似は成り立たなくなる。また、もしパルス長、拡散時間、ドリフト時間、読みだしの時間がすべて再結合時間よりも短いならばフォトリフラクティブ屈折率格子はトラップされた電荷ではなく、キャリア密度で考えなくてはならない。さらに、パルス光は一般にCWに比べて光強度が非常に大きいため、キャリアが飽和してしまう可能性がある。このときにはエネルギーの大部分が無駄になってしまうので感度が大きく低下するだろう。また、光強度が大きくなると二光子吸収など新しい現象がおこるようになり、格子を形成する。二光子吸収の起こる目安の光強度は 1 GW/cm^2 程度である。また、過渡的にはフリーキャリアによる吸収も格子を形成する。その他に幾何学的な問題から生じる違いとして、結晶長に比べてパルスの幅が短いと、二光波を入射してもそのうちの一部分だけしか重ならないため、重ならない部分は格子の形成に寄与しないということがある。この部分は逆にいわば消去光として働き、干渉縞の平均的なモジュレーションを小さくしてしまう。パルス幅が再結合時間、ドリフト時間、拡散時間に比べて短い場合には格子の形成はパルスの通過後に起こり、どのような格子が形成されるかは、パルス光の間に発生したトータルのキャリアの分布によって決まる。そのため形成される平均の干渉縞のモジュレーションは、2つの光が重なっている部分の時間の、全体の時間に対する比だけ小さくなる。

実験報告としては、これまでにさまざまなフォトリフラクティブ材料とnsからps、最近ではfsのレーザーによって実験が行われ、パルス光でもフォトリフラクティブ格子が形成されることが確認されている。だいたいにおいて、単位エネルギーで比べた書き込み効率は、CWの場合と比べて同じか、1/10程度と、それほど変わらない。

BaTiO₃とLiNbO₃に関する報告は次節のそれぞれの結晶の項にまとめた。それ以外のものについては次のようなものがある。CdSでは70 nsecパルス列による二光波混合のゲインが、フォトリフラクティブ効果によると仮定したときの値と一致したという報告がある[2.19]。BSOに関しては532 nm, 20 nsパルスでの書き込みでCWと同程度の感度で記録できるという報告[2.20]、28 psecパルス列による報告[2.21]がある。さらに532 nm, 25

psecのレーザーと、CWのArレーザーを使ってpsからmsまでの応答を調べた報告がある[2.22]。それによると応答にはnsの速い成分と μ sの遅い成分があり、これらは浅いトラップで説明できる。KNbO₃では532 nm, 75 psパルスでの報告がある[2.23]。半導体ではGaAsで1.06 μ m, 43 psパルス列を用いた報告[2.24, 25]、GaAs, InPで1.06 μ mの3 nsパルスを用いた報告[2.26]、InP:Feで1.06 μ m, 30 psのパルスを用いた報告[2.27]などがある。これ以外にはCdTe:Vで960 nm, 1 psのパルスを用い、予想よりも大きい結合係数を得たという報告がある[2.28, 29]。著者らはHot carrier [2.30]のせいではないかと推測している。

パルス光による実験は主に応答の高速化をめざして研究が行われてきた。パルス光を使うと短時間に多くのキャリアを励起することができ、短い時間で格子を形成することができる。これによりフォトリフラクティブ効果の欠点である速度を改善して、速い信号処理に使えるようにするのが目的であった。そのため実験にはシングルショットのハイパワーレーザーを用いたものが多い。このような実験において注意しなければならないことは、光強度が大きいため、二光子吸収など、フォトリフラクティブ効果以外の原因でも格子の形成される可能性があることである。そこで、フォトリフラクティブ効果による格子であることを確かめる必要がある。そのためにはフォトリフラクティブ効果の特徴、たとえば形成された格子が長時間残ることや、干渉縞と格子の間に位相のずれがあることなど、を示せばよい。

干渉縞と格子の間に位相のずれがあることを示すには、2つのビームの二等分角を軸として結晶を180°回転させ、違った2つの結晶の向きでBeam Couplingの実験を行なう。Beam Coupling Gainが結晶の向きに依存するならば、結晶中の非対称な過程がエネルギー移動の方向を決定しているということになる。その結晶において、そのような非対称な過程がはかに考えられないならば、フォトリフラクティブ効果によるものだと結論づけられる[2.19]。結晶を回転させてフォトリフラクティブ効果以外の効果を差し引く方法は、[2.26]に詳しく解説されている。

そのほかに時間的に遅らせたプローブ光を逆向きに入射してその回折をはかる方法がある。この場合、2つのビームの二等分角を軸として結晶を90°回転させ、違った2つ

の結晶の向きで回折をはかる。電気光学効果の異方性により、フォトリフラクティブ効果による格子をフリーキャリアによる格子から分離することができる[2.31]。

さて、パルス光でのフォトリフラクティブ効果の理論について述べる。Valleyは2つの場合で短パルスでのフォトリフラクティブ効果の理論を与えた[2.32]。1つは準定常近似をキャリアの飽和を考慮に入れるように拡張したもの(拡張準定常状態近似)で、もう一つはパルス幅が非常に短い場合(デルタ関数近似)である。これらの理論は主にシングルショットパルスを考えたものだが、Yaoらはモードロックレーザーのように繰り返したパルスの場合について考察した[2.33]。以下にそれぞれについて述べる。

§2.2.1 拡張準定常状態近似

準CW状態を考える。すなわちキャリア密度 n_0 はドリフトや拡散が起きる前に定常状態になるという仮定をする。これは再結合時間 τ_R に比べて長い、ドリフト、拡散時間、パルス幅より短いという時間領域で有効である。

単一キャリアのモデル、すなわち電子かホールどちらかが支配的な物質内におけるキャリア密度の式(2.1-22)をもう1度かくと、

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = sI_0(N - N_A - n_0) - \gamma n_0(N_A + n_0) \quad \dots\dots\dots(2.2-1)$$

である。まず光強度が弱いときには定常解は $n_0 = sI_0(N - N_A)/(\gamma N_A)$ となる。光強度が大きくなって2分子の再結合の項 γn_0^2 が支配的になると定常解は $n_0 = [s(N - N_A)/\gamma]^{1/2}$ になる。さらに光強度が大きいつきには n_0 は飽和して、全ての利用可能なキャリアの密度、 $N - N_A$ になる。これらの式を前出の式に代入すれば、キャリアの飽和の効果を取り入れるように理論を拡張することができる。ただしキャリア密度が非常に大きいと、誘電緩和時間と光生成時間(photo-production time)は拡散時間と再結合時間に比べて十分長いという近似はもはや正しくなくなる。したがって、この領域では(2.1-32, 39, 44)式は正しくなくなる。

高速化の目的でパルス光を使うときは応答時間が重要である。応答時間は準定常状態近似においては光強度に反比例していたわけであるが、光強度が大きい場合には光強度の1/2乗に反比例するようになる。さらに光強度が大きいと、飽和して強度によらず一定になる。飽和が起こると光エネルギーの大部分は無駄になってしまうので、フォトリフラクティブ感度は大きく低下する。

§2.2.2 デルタ関数照射近似

パルス幅が物質のどの時定数（拡散，再結合，誘電緩和，光生成）よりも短い場合には、キャリアはすべて一瞬にして励起され、それから光の当たっていない状態でドリフトなり、拡散によって移動する。このプロセスはすべてのキャリアが再びトラップされるまで続く。これには再結合時間の数倍の時間を要する。

光強度 $I=0$ とおくと(2.1-24), (2.1-26), (2.1-27)式より，空間電界の式として

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} + \left(\frac{i}{\tau_E} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_R} + \gamma n_0(t) + \frac{n_0(t)}{n_0(\tau_p)\tau_d(\tau_p)} \right) \frac{\partial E_1}{\partial t} + \left(\frac{i}{\tau_E} + \frac{1}{\tau_D} \right) \gamma n_0 E_1 = 0 \quad \dots\dots\dots(2.2-2)$$

が得られる。ここで τ_R は再結合時間で $\tau_R = 1/\gamma N_A$ と定義した。 τ_p はパルスの長さである。

もしパルスの終わりの時点でのキャリア密度 $n_0(\tau_p)$ がトラップ密度 N_A と比べて小さいならば，(2.2-2)式は非常に簡単になる。キャリア密度 $n_0(t)$ は，

$$n_0(t) = \frac{n_0(\tau_p) \exp(-(t-\tau_p)/\tau_R)}{1 + (n_0(\tau_p)/N_A)(1 - \exp(-(t-\tau_p)/\tau_R))} = n_0(\tau_p) \exp(-(t-\tau_p)/\tau_R) \quad \dots\dots\dots(2.2-3)$$

とすることができる。この条件のもとで，他の n_0 に関する項を無視し，最後の項を落とすと，(2.2-2)式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} + \left(\frac{i}{\tau_E} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{1}{\tau_R} + \frac{\exp(-(t-\tau_p)/\tau_R)}{\tau_d(\tau_p)} \right) \frac{\partial E_1}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots(2.2-4)$$

この式より、単一キャリアに対して空間電荷による電界は次のように与えられることになる。

$$E_1(t) = E_1(\tau_p) + \left(\frac{\partial E_1}{\partial t} \right) \Big|_{t=\tau_p} \int_0^t dt' \exp \left[-\frac{\tau_R}{\tau_d(\tau_p)} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t'}{\tau_R} \right) \right\} - \frac{t'}{\tau_R} - \frac{it'}{\tau_E} - \frac{t'}{\tau_D} \right] \dots\dots\dots(2.2-5)$$

となる。この式の積分は不完全ガンマ関数となり、数値的に評価される。2つの境界条件は、書き込みの場合には $E_1(\tau_p) = 0$ であり、消去の時には $E_1(\tau_p) = E_g$ である。ここで E_g は消去される格子の振幅である。空間電界の1次微分は、 $E_D = k_g TK/e$ とおくと

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_d} \left(E_1 + E_0 \frac{n_1}{n_0} - iE_D \frac{n_1}{n_0} \right) \dots\dots\dots(2.2-6)$$

と表わすことができる。書き込みの場合には $(\partial E_1/\partial t)|_{t=\tau_p} = -(E_0 - iE_D)/\tau_d \exp(iKz)$ であり、消去の場合には $(\partial E_1/\partial t)|_{t=\tau_p} = -\{E_1(\tau_p)/\tau_d\} (1 + i\tau_d^{\min}/\tau_E + \tau_d^{\min}/\tau_D)$ である。ここで τ_d^{\min} は、完全なイオン化に対する τ_d であり、 $\tau_d^{\min} = \epsilon/[4\pi e\mu(N - N_A)]$ である。また、 $\tau_d(\tau_p) = \epsilon\epsilon_0/(e\mu n_0(\tau_p))$ であり、 $n_0(\tau_p)$ は、光強度が弱くキャリアの飽和がなければ、

$$n_0(\tau_p) = \frac{s(N - N_A)}{\gamma N_A} \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt \dots\dots\dots(2.2-7)$$

で与えられる。

§2.2.3 モードロックパルスによる格子の形成

ここではcw-pumpのモードロックレーザーのような、無限に周期的なレーザーパルス列による格子の形成を考える。1つ1つのパルスのピーク強度が小さくてキャリアの飽和は起きないと仮定しよう。するとフリーキャリアの再結合時間がパルス幅より十分に短く、キャリア密度が光強度の時間変化に常に追いついている場合には、(2.1-48)式の準CW近似における空間電界の時間変化を表わす1次の微分方程式

$$\frac{\partial E_1(t)}{\partial t} + a I_0(t) E_1(t) = i b I_1(t) \quad \dots\dots\dots(2.2-8)$$

が、入射強度が時間的に変化する場合にも成り立つ。

電荷電界が成長し、ひとたび準平衡に達すると、1つ1つのパルスのエネルギーが小さく格子の書き込みに多数のパルスが必要なモードロックパルスの場合には、その後継続く1つ1つのパルスは空間電界をわずかずつしか変化させず、いつもそのはじめの状態に戻ることになる。平均的な空間電界を議論するために、パルス間隔で平均する。パルス間隔を T とすると

$$\frac{\partial E_1(t)}{\partial t} + a \langle I_0(t) \rangle E_1(t) = i b \langle I_1(t) \rangle \quad \dots\dots\dots(2.2-9)$$

となる。ここで $\langle \rangle$ は時間平均を表わし、

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad \dots\dots\dots(2.2-10)$$

である。したがって、定常状態での格子は

$$E_1(t) = \frac{i b \langle I_1(t) \rangle}{a \langle I_0(t) \rangle} \quad \dots\dots\dots(2.2-11)$$

となる。

キャリアの再結合時間がパルス幅より十分に短いという仮定が成り立たない場合には、(2.2-8)式をフリーキャリアの時間変化を表わすさらに別の微分方程式と組み合わせなくてはならなくなる。しかしもしパルス幅が物質のすべての時間定数よりも短いならば前節で述べたデルタ関数照射近似を用いることができる。このことは4章で示す。

Yaoらはそれぞれのパルスの位相の変動があったときも考慮している。かれらはそれぞれのパルスに位相変動があるとして、パルスについてのアンサンブル平均をとった。この場合には形成される格子の大きさは、その変動の分散に応じて小さくなる。

§ 2.3 フォトリフラクティブ結晶

本論文での実験はフォトリフラクティブ結晶としてBaTiO₃とLiNbO₃を用いた。これらは代表的なフォトリフラクティブ結晶である。両者とも酸素八面体強誘電体であり、大きな電気光学効果を持つ。以下それぞれについて少し詳しく説明する。

§2.3.1 BaTiO₃

結晶構造

結晶成長は以前はFlux法によって行なわれていた。その後top-seeded solution growth (TSS法)によって高品質な結晶が得られるようになってから、フォトリフラクティブ効果の応用への研究が一気に進んだ。ただし分解熔融するため成長速度が遅いことが欠点である。

BaTiO₃は下に示すようないくつかの相を持っている。ただしT_cは結晶中の不純物や欠陥によってばらつきがある。

温度	点群	結晶系
1460°C < T	6/mmm	hexagonal phase (六方晶系)
130°C < T < 1460°C	m3m	cubic phase (立方晶系)
9°C < T < 130°C	4mm	tetragonal phase (正方晶系)
-90°C < T < 9°C	mm2	orthorhombic phase (斜方晶系)
T < -90°C	3m	rhombohedral phase (三方晶系)

キュリー温度130°C以下では強誘電性である。摂氏9度を下回るとクラックが入ってしまう可能性があるので取り扱いには注意が必要である。

BaTiO₃は正方晶系ではペロブスカイト型構造、立方晶系では理想型ペロブスカイト型構造をしている。立方晶系の状態では、各単位格子の中心にあるTi⁴⁺のイオンが3つの結晶軸方向に非常に分極しやすいため非常に大きい誘電率をもっている。この状態から

冷やしていった転移点近くになると Ti^{4+} イオンのまわりに、ある特定の結晶軸にそった2つのポテンシャルの谷間ができてくる。転移点になるとこの谷間が大きくなって Ti^{4+} をトラップしてしまい相転移が起きて正方晶系になる。体心位置にある Ti^{4+} が面心位置にある O^{2-} に向かってずれ、さらに O^{2-} もそれと反対方向にずれて自発分極を生じる。(Fig. 2.3-1参照)

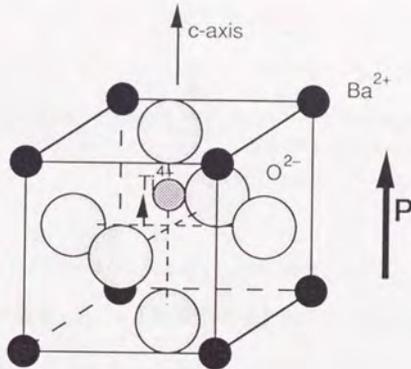


Fig. 2.3-1

この方向を c 軸とする。この状態では外部から電界を加えても Ti^{4+} は c 軸にそっては簡単には分極できない。しかし a 軸あるいは b 軸にそっては依然として自由に振動でき、非常に分極しやすい状態のままである。そのため $\epsilon_a = \epsilon_b$ は3700(20°Cでの値)と非常に大きい。

通常この自発分極の向きを1方向にそろえて単一ドメインにした結晶を用いる。この作業をポーリングという。ポーリングにはいくつかの方法があるが電界や圧力をかけた温度をあげたりして行なう。

バンド構造

熱重量分析による測定で得られた、鉄の不純物を含んだ $BaTiO_3$ のイオン化エネルギーのダイアグラムをFig. 2.3-2に示す。1つあるいは2つの電子をトラップした酸素の空格子点によるエネルギーレベルも含めて示してある[2.35]。ただし熱励起に基いた測定で

得られたエネルギーレベルは必ずしも光学的遷移のエネルギーと等しいとは限らない。

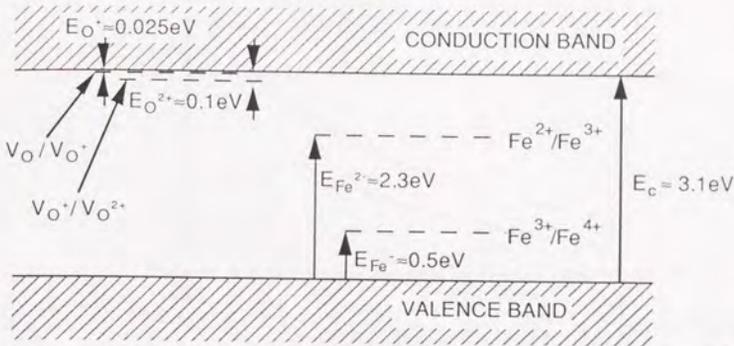


Fig. 2.3-2

BaTiO₃のバンドギャップエネルギーは約3.1 eVである。Fe²⁺のイオン化エネルギーは3.1 - 2.3 = 0.8 eVでその結果、Fe³⁺と自由電子1個を生じる。同様にホールを作ってFe⁴⁺がFe³⁺に変わるために必要なエネルギーは0.5 eVである。ただしここではフェルミレベルはFe²⁺/Fe³⁺のレベルのすぐ下であると仮定している。

ホールのモビリティは0.5 cm²/Vs程度である[2.36]。

光学的性質

BaTiO₃は単軸結晶である。TSS法による結晶の室温での屈折率の分散曲線をFig. 2.3-3に示す[2.37]。

次に誘電率であるがBaTiO₃は常温で正方晶系で単軸結晶であるから $\epsilon_a = \epsilon_b$ と ϵ_c がある。前節で述べたように $\epsilon_a = \epsilon_b$ は非常に大きい。報告されているBaTiO₃の誘電率の値には大きなばらつきがある。これは実験条件（特に接点の品質）と結晶間のばらつき（成長法の違い）などによる。TSS法による結晶の一定圧力、20°Cでの測定結果は $\epsilon_a = 3700$ [2.37, 38], $\epsilon_c = 135$ [2.38]である。

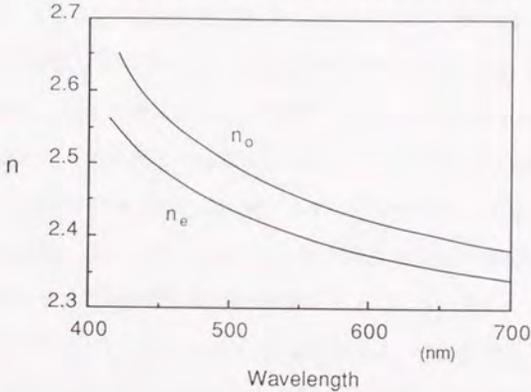
Dispersion curve of refractive indices of BaTiO₃

Fig. 2.3-3

電気光学定数はBaTiO₃が点群4mmに属していることより3つの独立な成分 $r_{113} = r_{223}$, r_{333} , $r_{232} = r_{131}$ がある。短縮した記法ではそれぞれ $r_{113} = r_{13}$, $r_{333} = r_{33}$, $r_{231} = r_{42}$ となる。電気光学定数の測定はあまり報告されておらず特にTSS法による結晶についての測定は少ない。TSS法による結晶の一定圧力、23°C、514.5 nmでの測定結果は $r_{13} = 19.5 \text{ pm/V}$ [2.39], $r_{33} = 97 \text{ pm/V}$ [2.39], $r_{42} = 1640 \text{ pm/V}$ [2.40]である。ただしRef.[2.40]に関してはFlux法による結晶での25°C、546.1 nmにおける値である。

吸収係数は $\alpha = 1 \sim 10 \text{ cm}^{-1}$ 程度である[2.41]。これは結晶に含まれる不純物の密度に左右される。鉄の不純物の場合にはFe²⁺とFe³⁺のうちFe²⁺だけが吸収に関与するため、両者の比率によって吸収率が変わる。

フォトリフラクティブ結晶としての性質

BaTiO₃は最初に発見された強誘電性結晶の1つでもあるし、フォトリフラクティブ効果の観測も早かった。BaTiO₃のフォトリフラクティブ効果の最初の観測は1970年のTownsendらによるものである[2.42]。フォトリフラクティブ中心はFe²⁺とFe²⁺であることがKleinらによって確かめられた[2.43]。フォトリフラクティブ効果では一般に光強度に

比例して応答速度が速くなるが、 BaTiO_3 では線形に比例せず、 10 W/cm^2 程度から飽和してくる[2.44]。また吸収率も光強度に依存する[2.45]。これらはいずれも第2のフォトリフラクティブ中心を仮定することによってことを説明されている[2.46, 47]。

次にパルス光での過去の実験報告について紹介する。532 nm, 20 nsのパルスではCWの場合と比べて大きなエネルギーが必要であることが報告された[2.48]。Smirlらは532 nm, 30 psパルスで実験を行なった[2.31, 49]。フォトリフラクティブ効果による格子は50 ps程度で立ち上がる。フリーキャリアによる格子は50~100 psで減衰する。このことより、この場合キャリアの再結合時間が100 ps以下であること（あるいはモビリティが従来考えられていた値よりも大きいという可能性もある）がわかる。

Bogessらは、波長596 nm, パルス幅1.2 ps, 繰り返し周波数0.2 Hz - 10 Hz, pump fluence 110 mJ/cm^2 のmode-locked dye laserを用い、直交偏光のpump-probe法によりフォトリフラクティブ効果を排除して二光子吸収を測定し、 BaTiO_3 の二光子吸収係数として $0.1 \text{ cm}^{-1}/\text{GW}$ を得た[2.50]。長寿命の吸収も観測され、フリーキャリアによる吸収か、2つの異なった不純物準位間の電荷の再分配として説明できる。また、 c 軸が格子の波数ベクトルの方向に向いているときに、 p 偏光のpumpが s 偏光のprobeに散乱されるanisotropic trangent energy transfer過程も観測された。これについては原因はよくわかっていない。

P. Yeらは波長532 nm, パルス幅30 ps(FWHM)のパルスを用い、Time delayed pump-probe法によってpsスケールの光誘起吸収を、遅延時間と光強度をパラメーターとして測定した[2.51]。その結果、ピコ秒領域でも第2中心モデルがピコ秒パルスでも定性的には適用できることがわかった。第2中心とホールとの再結合時間は 10 mJ/cm^2 の強度では60 ps以下であった。結晶は中国製の6 mm厚のものである。

試料について

実験に使用したサンプルはアメリカのサンダース社製のもので大きさは $6.45 \text{ mm} \times 5.30 \text{ mm} \times 6.35 \text{ mm}$ である。6.45 mmの方向が結晶の c 軸となっている。

アルゴンレーザーを用いて波長514.5 nmにおいて吸収係数を測定したところ、 $\alpha = 0.3 \text{ cm}^{-1}$ を得た。レーザービームを用いた場合、ビームファニングのために透過率の正確な測定は難しい。厳密には吸収係数は異方性があるので、実際に使用する配置での吸収率を測定すべきであるが、ここでは目安のためにビームファニングの影響が最も少ない方向、すなわち結晶の+c軸の方向に入射させた。増幅は+c軸の方向に起こるので、例えば逆向きに入射するとビームが広がって散乱されてしまうわけである。

§2.3.2 LiNbO₃

結晶構造

LiNbO₃は常温で三方晶系(trigonal)の強誘電性結晶で、空間群、点群はR3c/3mである[2.52, 53]。構造については、初期にはイルミナイト型かと思われたが、実際にはそれに加えて陽イオンの別の重なり構造があり、どちらかというペロブスカイト型に近い。3回対称軸をz軸とし、y軸はz軸に垂直でかつ対称面内にとり(すなわちy軸は極性を持つ)、x軸はy, z軸に垂直にとる(すなわちz軸は極性を持たない)ことにより直交座標系を考える。結晶の基本的な構造はz軸方向に重なる結晶単位長さ当たり6面の等価な酸素面である。原点をz軸上、2つの酸素面の midpoint にとると、酸素面のz座標は1/12, 3/12, 5/12, 7/12, 9/12, 11/12である。LiとNbの座標は、常温で極性のある対称性の時には、酸素面の中間からz軸方向にずれており、自発分極を引き起こす(この方向がc軸である)。各イオンの格子パラメーターは次のとおりである。これ以外のイオンの位置は対称要素と、格子操作(0, 0, 0; 1/3, 2/3, 2/3; 2/3, 1/3, 1/3)+を適用することで得られる。

	x	y	z
Li	0	0	1/4 + s
Nb	0	0	t
O	u'	1/3 + v'	1/12

$$u' = 0.0492, v' = 0.0113, s = 0.0515, t = 0.0186$$

LiNbO₃結晶の密度は4.64 g/cm³、硬度は~5 MOH(Moh's hardness)で、これは軟らかいガラスに相当する。融点は1255°Cである。キュリー温度は1210°Cで、これ以上では極性のない点群3mに相転移する。キュリー温度は融点からわずかに約50°C低くだけであり、非常に高い。そのため室温ではこの結晶は非常に安定な強誘電体で、分極の反転には300 kV/cmもの電界が必要である。ホログラム記録に必要な電界は保持電界に比べてはるかに小さいため、そのような応用では結晶はシングルドメインのままである。チョコレートスキ法によって直径6 cm程度までの、ホログラム記録に適した高品質の結晶を得ることができる。成長後に、あるいは成長中にポーリングを行う事により大きな単結晶が得られる[2.54]。

ドーピング

フォトリフラクティブ効果の感度を上げるために遷移金属のdopantを加えることが多い。Mn, Cu, Feなどがあるが、最も効果の高いのはFeである。dopantはmeltに加えられ、フォトリフラクティブ結晶用には、0.1 mol%以下のドーブ量が適当である[2.54]。10~100 μmでの薄い層では拡散によるdopingも可能である[2.56]。ドーブした結晶の電気伝導率はドナーとアクセプターの密度の両方に依存する。光起電力効果による電流密度はCu⁺やFe²⁺などのドナーの密度に比例する[2.57]。

LiNbO₃結晶中の遷移金属ドーパントの価電子状態はアニールすることにより大きく変えることができる。酸素雰囲気中で1000°C程度に数時間アニールすると不純物を酸化(Fe²⁺ → Fe³⁺)することができる。この変化は可逆でありAr雰囲気中か真空中、すなわち低い酸素分圧で行なえば還元(Fe³⁺ → Fe²⁺)することができる。Fe²⁺の比率が大きい結晶は暗所電気伝導率が高い。したがって暗所での消去時定数はFe²⁺の密度が小さい範囲ではそれに反比例する。

電氣的性質

LiNbO₃の低周波、一定圧力での比誘電率はc軸方向は $\epsilon_{33} = \epsilon_{//} = 84$ 、c軸に垂直な方向

で $\epsilon_{11} = \epsilon_1 = 30$ [2.58]である。

室温での暗所電気伝導率は極端に低く、特に酸化処理された結晶では $10^{-18} (\Omega\text{cm})^{-1}$ にも達する。温度を上げると伝導率は上がるがこれは主にイオンの移動[2.59]によるもので、その活性化エネルギーは約1.1 eVである。トラップされた電子の活性化エネルギーはそれよりもっと高い。

光学的性質

今までに、バンド構造の計算は行なわれていない。LiNbO₃結晶は単軸結晶で、格子振動による吸収が始まる近赤外(5 μm)から基礎吸収の始まる近紫外(380 nm)まで透明である。吸収端は約3.8 eVであるが、非常に幅広い。24.5°Cにおける分散曲線をFig. 2.3-4に示す[2.60]。

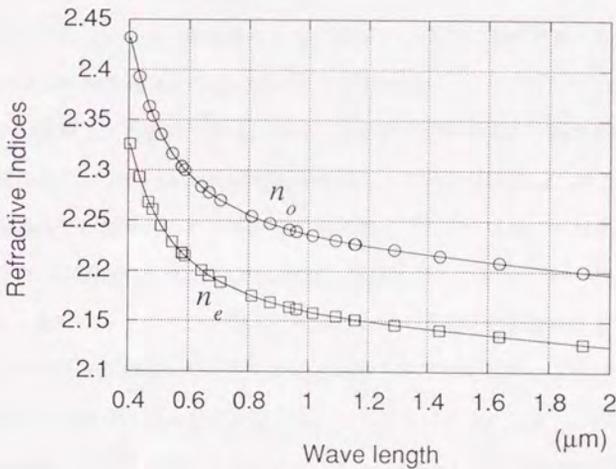


Fig. 2.3-4

後のために実験に良く用いる波長での値をデータから内挿して求めておこう。 $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ では $n_o = 2.333$, $n_e = 2.242$, $\lambda = 532 \text{ nm}$ では $n_o = 2.324$, $n_e = 2.235$, $\lambda = 633 \text{ nm}$ で

は $n_o = 2.287$, $n_e = 2.192$ である.

次にLow Frequencyでの電気光学係数は, $r_{13} = 9.6$ pm/V, $r_{22} = 6.8$ pm/V, $r_{33} = 30.9$ pm/V, $r_{51} = 32.6$ pm/Vである[2.61].

フォトリフラクティブ中心である Fe^{2+} の吸収ピークは2.55 eV [2.54]である. これは $\lambda = 1238 / 2.55 = 485$ nmに対応する. 吸収係数は Fe^{2+} イオンの密度に依存し, $0.1 \sim 100$ cm^{-1} である[2.54].

フォトリフラクティブ結晶としての LiNbO_3

LiNbO_3 は最も初めにフォトリフラクティブ効果が確認された物質であり, ホログラム記録に適した性質をもっている. 特徴は長い消去時定数と, 大きい屈折率変化である. 屈折率変化の大きさは例えば0.1 wt% Fe_2O_3 のドーパ量の結晶で最大 $\Delta n = 10^{-3}$ 程度である. 他のドーパ量についてはRef.[2.62]を参照のこと. フォトリフラクティブ感度はドーパ量が多ければ良くなるが, 吸収率も大きくなってしまふ. ホログラム記録に用いる場合は回折効率と絡めて透過率の最適値が存在する[2.63].

LiNbO_3 は焦電気性の結晶であり, バルク光起電力効果がある. 光を照射すると両極に電位差が生じ, ショートすれば電流が流れる. この効果はGlassらによって非対称な電荷移動過程と, 励起されたイオンの極軸に沿ってのフランク-コンドンシフトによって説明されている[2.19]. LiNbO_3 の光起電力効果についてのレビューはRef.[2.64]を参照のこと. 一般にフォトリフラクティブ材料において光起電力効果によるドリフトは書き込みには寄与するが消去には寄与しないということが知られている[2.18]. この効果のために LiNbO_3 では書き込み感度が消去に比べて非常に大きくなる. このことはホログラムの記録においては非常に有利である. さらに LiNbO_3 では, 回折光と読みだし光とで格子が書き換えられていく効果があるため, 読みだし光をc軸のどちら側から照射するかによって消去時定数を長くすることができる[2.65]. 暗所伝導率もきわめて低いため, 一度書き込んだ格子がなかなか消えない. 消去の方法としては光照射による方法もあるが, これは前述した書き込み感度の増大が消去では働かないために非常に時間がか

かる。単位面積あたりのエネルギーの目安としては 10^6 J/cm²程度は必要である。格子の消去は170°Cまで温度を上げることによって簡単に行なうことができる[2.66]。

次にパルスでのフォトリフラクティブ効果の報告について触れる。Von der Lindeらは532 nm, 30 psのパルス列でホログラム記録を行ない形成時間が2 ns以下であることを示した。そしてこの格子が、半永久的であること、吸収係数の変化、ESRの測定によってフォトリフラクティブ効果によるものと結論付けた[2.67]。Chenらは532 nm, 25 nsのレーザーを用いて実験を行ない、高エネルギーのパルスを使うとCW光にくらべて単位面積あたりの書き込みに要するエネルギーが小さくてすむことを報告した[2.68, 69]。これは§2.2のパルスのフォトリフラクティブ効果の理論では説明できない。二光子吸収が関係していると考えられる。

試料について

実際に用いたFeドーブのLiNbO₃結晶は米国Deltronic社製である。サイズは1 cm×1 cm×1.5 cmでc-軸は15 mmの辺に平行である。結晶軸の方向の精度は5分以内である。Fe濃度は0.03 mol%Feでy面(10 mm×15 mm面)を両面光学研磨してある。面精度は $\lambda/4$ で、コーティングはしていない。表面仕上げはU.S. MIL (Military Surface Quality Specification)規格のスクラッチ&ディグ10-5である。これはひっかき傷の大きさの最大許容幅1 μ 、窪みの直径の最大許容直径50 μ m以下であることを示す。

§2.4 二光波混合

ノンローカルな二光波混合では2光波間のエネルギーの移動が起きる。ここでは2光波の進行方向が同一の場合についてのフォトリフラクティブ二光波混合を考えて、増幅作用を説明しよう[2.70]。2光波を次のように置く。(Fig. 2.4-1 参照)

$$E_j = A_j \exp[i(\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \quad (j = 1, 2) \quad \dots\dots\dots(2.4-1)$$

2 光線は入射面に垂直に偏光しているとする(s偏光). 光強度は

$$I = |E_1 + E_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + A_1^* A_2 e^{-iKx} + c.c. \quad \dots\dots\dots(2.4-2)$$

となる. ただしここで $K = k_1 - k_2$ である. 屈折率変化は変調度に比例して起きるとして

$$n = n_0 + \frac{n_1}{2} \frac{A_1^* A_2}{I_0} e^{-iKx + i\phi} + c.c. \quad \dots\dots\dots(2.4-3)$$

となる. ここで $I_0 = I_1 + I_2 = |A_1|^2 + |A_2|^2$ である. 干渉縞にたいする屈折率格子の位相のずれを ϕ とした. BaTiO₃ のようにキャリア移動が拡散だけの物質では $\phi = \pi/2$ である.

(2.4-1, 3) をスカラー波動方程式に代入する. A_1, A_2 は x のみの関数で, かつその振幅はゆるやかに変化すると仮定して slowly-varying envelope approximation を使う. 得られた結合方程式を解くと強度 I_1, I_2 について

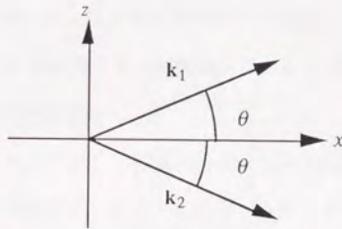


Fig. 2.4-1

$$I_1(x) = I_1(0) \frac{1+m^{-1}}{1+m^{-1}e^{-\Gamma x}} e^{-\alpha x}$$

$$I_2(x) = I_2(0) \frac{1+m}{1+me^{\Gamma x}} e^{-\alpha x} \quad \dots\dots\dots(2.4-4)$$

が得られる. ここで α は吸収係数, m は入射光の強度比で $m = I_1(0)/I_2(0)$ である. また結合係数 Γ は次のように与えられる.

$$\Gamma = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0} \sin \phi \quad \dots\dots\dots(2.4-5)$$

ここで λ_0 は真空中の波長である。

(2.4-4)式からわかるとおり吸収を抜かして考えれば $\Gamma > 0$ の時 I_1 は x とともに増加し、 I_2 は減少する、すなわちビーム1はビーム2よりエネルギーを奪い取る、もしこの二光波混合のゲインが吸収よりも大きければビーム1は増幅される、 $\Gamma < 0$ なら逆になる。

干渉縞と格子の間に位相差がない場合、すなわちローカルな現象の場合には、 $\phi = 0$ であるから $\Gamma = 0$ となる。このときは(2.4-4)式より $I_1(x) = I_1(0)$ 、 $I_2(x) = I_2(0)$ となり、エネルギーの移動が起きないことがわかる。

§2.5 ビームファニング

増幅率の大きいBaTiO₃などのフォトリフラクティブ結晶ではビームファニング[2.71]という現象が起きる。結晶に入射したビームが結晶の特定の方向に扇状に広がってしまうのである(下図)。この度合いは入射角や入射光のビーム径などによって違う。ビームファニングが起きるまでにかかる時間は入射光強度などにも依存するが、例えばBaTiO₃で入射光強度1 W/cm²の時1秒位である。

入射波の波数ベクトルを \mathbf{K}_i とする。この入射波の一部は欠陥や不純物によって散乱されるがこの波数ベクトルを \mathbf{K}_j とする。この2つのビームはフォトリフラクティブ効果によって、波数ベクトルが $\mathbf{K} = \mathbf{K}_j - \mathbf{K}_i$ で与えられるような屈折率格子を形成する。この格子によって入射波がブラッグ散乱を起こす。これが+c軸の方向に散乱されれば入射ビームとの二光波混合によって増幅される。このようにして強くなった散乱光がさらに上記の過程を繰り返してさらに散乱される。このようなビームが集まった結果は+c軸方向に大きく広がった光となる。これがビームファニングである。

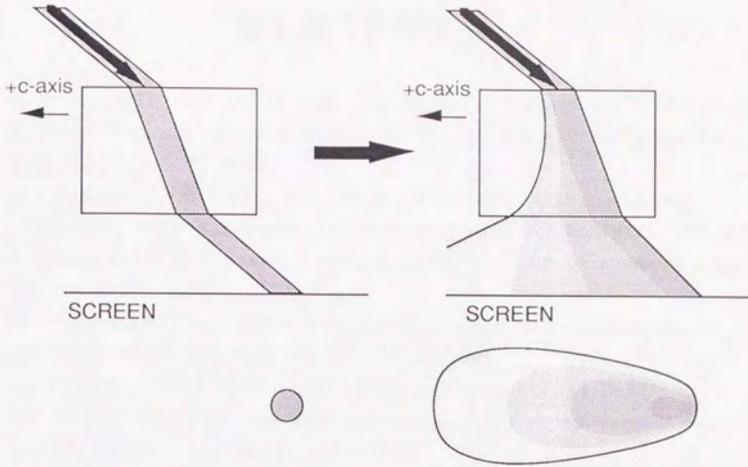


Fig. 2.5-1

第2章 参考文献

- [2.1] A. Ashikin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballman, J.J. Levinstein, and K. Nassau, "Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO_3 and LiTaO_3 ," *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72 (1966)
- [2.2] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin, and V.L. Vinetskii, "Holographic storage in electrooptic crystals I. steady state," *Ferroelectrics* **22**, 949 (1979)
- [2.3] J. Feinberg and R.W. Hellwarth, "Phase-conjugating mirror with continuous-wave gain," *Opt. Lett.* **5**, 519 (1980)
- [2.4] J.O. White and A. Yariv, "Real-time image processing via four-wave mixing in a photorefractive medium," *Appl. Phys. Lett.* **37**, 5 (1980)
- [2.5] J.P. Huignarad and J.P. Herriau, and F. Micheron, *Ferroelectrics* **11**, 393 (1976)
- [2.6] J.P. Huignard and J.P. Herriau, "Real-time coherent object edge reconstruction with $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals," *Appl. Opt.* **17**, 2671 (1978)
- [2.7] D.Z. Anderson, D.M. Lininger, and J. Feinberg, "Optical tracking novelty filter," *Opt. Lett.* **12**, 123 (1987)
- [2.8] D.Z. Anderson, "Coherent optical eigen state memory," *Opt. Lett.* **11**, 56 (1986)
- [2.9] D.L. Staebler and J.J. Amodei, *Ferroelectrics* **3**, 107 (1972)
- [2.10] A.M. Glass, D. von der Linde, and T.J. Negran, *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968)
- [2.11] F.S. Chen, "A laser-induced inhomogeneity of refractive indices in KTN," *J. Appl. Phys.* **38**, 3418 (1967)
- [2.12] F.S. Chen, "Optically induced change of refractive indices in LiNbO_3 and LiTaO_3 ," *J. Appl. Phys.* **40**, 3389 (1969)
- [2.13] J.J. Amodei, *Appl. Phys. Lett.* **18**, 22 (1971)
- [2.14] J.J. Amodei, *RCA Rev.* **32**, 185 (1971)
- [2.15] N.V. Kukhtarev, *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.* **2**, 1114 (1976) [English transl. "Kinetics of hologram recording and erasure in electrooptic crystals," *Sov. Tech. Phys. Lett.* **2**, 438 (1976)]
- [2.16] F.P. Strohkendl, J.M.C. Jonathan, and R.W. Hellwarth, "Hole-electron competition in photorefractive gratings," *Opt. Lett.* **11**, 312 (1986)
- [2.17] J. Feinberg, D. Heiman, A.R. Tanguay, Jr., and R.W. Hellwarth, "Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate," *J. Appl. Phys.* **51**, 1297 (1980); errata, *J. Appl. Phys.* **52**, 537 (1981)
- [2.18] M. Carrascosa, J.M. Cabrera, and F. Agulló-lópez, "Role of photovoltaic drift on the initial writing and erasure rates of holographic gratings," *Optics Commun.* **69**, 83 (1988)
- [2.19] V.L. Vinetskii, N.V. Kukhtarev, E.N. Sa'kova, and L.G. Sukhoverkhova, *Kvantovaya Electron.* **7**, 1191 (1980) [*Sov. J. Quantum Electron.* **10**, 684 (1980)]

- [2.20] J.P. Hermann, J.P. Herriau, and J.P. Huignard, "Nanosecond four-wave mixing and holography in BSO crystals," *Appl. Opt.* **20**, 2173 (1981)
- [2.21] J.M.C. Jonathan, G. Roosen, and Ph. Roussignol, *Opt. Lett.* **13**, 224 (1988)
- [2.22] G. Pauliat and G. Roosen, "Photorefractive effect generated in sillenite crystals by picosecond pulses and comparison with the quasi-continuous regime," *J. Opt. Soc. Am.* **B7**, 2259 (1990)
- [2.23] M. Zgonik, I. Biaggio, U. Bertele, and P. Günter, "Degenerate four-wave mixing in KNbO_3 : picosecond and photorefractive nanosecond response," *Opt. Lett.* **16**, 977 (1991)
- [2.24] G.C. Valley, A.L. Smirl, M.B. Klein, K. Bohner, and T.F. Boggess, "Picosecond photorefractive beam coupling in GaAs," *Opt. Lett.* **11**, 647 (1986)
- [2.25] A.L. Smirl, G.C. Valley, K. M. Bohnert, and T.F. Boggess, "Picosecond photorefractive and free-carrier transient energy transfer in GaAs at $1\ \mu\text{m}$," *IEEE J. QE-24*, 289 (1988)
- [2.26] J.C. Fabre, J.M.C. Jonathan, and G. Roosen, "Photorefractive beam coupling in GaAs and InP generated by nanosecond light pulses," *J. Opt. Soc. Am.* **B5**, 1730 (1988)
- [2.27] G.C. Valley, J. Dubard, A.L. Smirl, and A.M. Glass, *Opt. Commun.* **84**, 369 (1991)
- [2.28] W.A. Schroeder, T.S. Stark, A.L. Smirl, and G.C. Valley, "Picosecond enhancement of photorefractive beam coupling in CdTe:V at 960 nm," *Opt. Commun.* **84**, 369 (1991)
- [2.29] W.A. Schroeder, T.S. Stark, and A.L. Smirl, "Hot-carrier enhancement of photorefractive space-charge fields in zinc-blende semiconductors," *Opt. Lett.* **16**, 989 (1991)
- [2.30] B.R. Nag, *Theory of electrical transport in semiconductors*, Pergamon, New York, 1972
- [2.31] A.L. Smirl, G.C. Valley, R.A. Mullen, K. Bohnert, C.D. Mire, and T.F. Boggess, "Picosecond photorefractive effect in BaTiO_3 ," *Opt. Lett.* **12**, 501 (1987)
- [2.32] G.C. Valley, "Short-pulse grating formation in photorefractive materials", *IEEE J. QE-19*, 1637 (1983)
- [2.33] X.S. Yao, V. Dominic, and J. Feinberg, "Theory of beam coupling and pulse shaping of mode-locked laser pulses in a photorefractive crystal," *J. Opt. Soc. Am.* **B7**, 2347 (1990)
- [2.34] F.P. Strohkendl, J.M.C. Jonathan, and R.W. Hellwarth, "Hole-electron competition in photorefractive gratings," *Opt. Lett.* **11**, 312 (1986)
- [2.35] H.-J. Hagemann, D. Hennings, *J. Am. Ceram. Soc.* **64**, 590 (1981)
- [2.36] C.-P. Tzou, T.Y. Chang, R.W. Hellwarth, *Proc. SPIE* **613**, 58 (1986)
- [2.37] S.H. Wemple, D. DiDomenico, Jr., and I. Camlibel, "Dielectric and optical properties of melt-grown BaTiO_3 ," *J. Phys. Chem. Solids* **29**, 1797 (1968)
- [2.38] I. Camlibel, M. DiDomenico, S.H. Wemple, *J. Phys. Chem. Solids* **31**, 1417 (1970)
- [2.39] S. Ducharme, J. Feinberg, and R.R. Neurgaonkar, "Electrooptic and piezoelectric measurements in photorefractive barium titanate and strontium barium niobate," *IEEE J. QE-23*, 2116 (1987)
- [2.40] A.R. Johnston and J.M. Weingart, "Determination of the low-frequency linear electro-optic effect in tetragonal BaTiO_3 ," *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 828 (1965)

- [2.41] P. Günter and H.J. Eichler, "Introduction to photorefractive materials" updated version in "Laser-induced dynamic gratings", Springer series in optical sciences, vol. 50 (Springer, Berlin, Heidelberg, 1986)
- [2.42] R.L. Townsend and J.T. LaMacchia, *J. Appl. Phys.* **41**, 5188 (1970)
- [2.43] M.B. Klein and R.N. Schwartz, "Photorefractive effect in BaTiO₃: microscopic origins," *J. Opt. Soc. Am.* **B3**, 293 (1986)
- [2.44] S. Ducharme and J. Feinberg, *J. Appl. Phys.* **56**, 839 (1984)
- [2.45] A. Motes and J.J. Kim, "Intensity-dependent absorption coefficient in photorefractive BaTiO₃ crystals," *J. Opt. Soc. Am.* **B4**, 1379 (1987)
- [2.46] D. Mahgerefteh and J. Feinberg, "Explanation of the apparent sublinear photoconductivity of photorefractive barium titanate," *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2195 (1990)
- [2.47] G.A. Brost, R.A. Motes, and J.R. Rotge, "Intensity-dependent absorption and photorefractive effects in barium titanate," *J. Opt. Soc. Am.* **B5**, 1879 (1988)
- [2.48] L.K. Lam, T.Y. Chang, J. Feinberg, R.W. Hellwarth, *Opt. Lett.* **6**, 475 (1981)
- [2.49] A.L. Smirl, K. Bohnert, G.C. Valley, R.A. Mullen, and T.F. Boggess, "Formation, decay and erasure of photorefractive gratings written in barium titanate by picosecond pulses," *J. Opt. Soc. Am.* **B6**, 606 (1989)
- [2.50] T.F. Boggess, J.O. White, and G.C. Valley, "Two-photon absorption and anisotropic transient energy transfer in BaTiO₃ with 1-psec excitation," *J. Opt. Soc. Am.* **B7**, 2255 (1990)
- [2.51] P. Ye, A. Blouin, C. Demers, M.-M.D. Roberge, and X. Wu, "Picosecond photoinduced absorption in photorefractive BaTiO₃," *Opt. Lett.* **16**, 981 (1991)
- [2.52] A. Räuber in *Current Topics in Materials Science*, Vol.1, ed. by E. Kaldis, pp. 481-601, North-Holland, Amsterdam (1978)
- [2.53] Deltronic Iron-Doped Lithium Niobate Catalog
- [2.54] P. Günter and J.-P. Huignard in, *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter and J.-P. Huignard ed., Springer, Berlin, Heidelberg (1988), pp. 62-63
- [2.55] E. Krätzig and O.F. Schirmer in, *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter and J.-P. Huignard ed., Springer, Berlin, Heidelberg (1988), p. 137
- [2.56] W. Phillips, J.J. Amodi, and D.L. Staebler, *RCA Rev.* **33**, 94 (1972)
- [2.57] E. Krätzig and R. Drlowski, *Opt. Quantum. Electron.* **12**, 495 (1980)
- [2.58] A.W. Warner, M. Onœ and G.A. Coquin, "Determination of elastic and piezoelectric constants for crystal in class (3m)," *J. Acoust. Soc. Am.* **42**, 1223 (1967)
- [2.59] H. Vormann, G. Weber, S. Kapphan, and E. Krätzig, *Solid State Commun.* **40**, 543 (1981)
- [2.60] D.F. Nelson and R.M. Mikulyak, "Refractive indices of congruently melting lithium niobate," *J. Appl. Phys.* **45**, 3688 (1974)

- [2.61] A. Yariv and Pochi Yeh, *Optical waves in Crystals*, Wiley, New York (1984)
- [2.62] H. Kurz, *philips Tech. Rev.* **37**, 109 (1977)
- [2.63] P. Günter and J.-P. Huignard in, *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter and J.-P. Huignard ed., Springer, Berlin, Heidelberg (1988), p. 51
- [2.64] E. Krätzig and O.F. Schirmer in, *Photorefractive Materials and Their Applications I*, P. Günter and J.-P. Huignard ed., Springer, Berlin, Heidelberg (1988), pp. 141-144
- [2.65] D.L. Staebler and J.J. Amodei, "Coupled-Wave Analysis of Holographic Storage in LiNbO_3 ", *J. Appl. Phys.* **43**, 1042 (1976)
- [2.66] F.S. Chen, J.T. LaMacchia, and D.B. Fraser, "Holographic storage in lithium niobate," *Appl. Phys. Lett* **13**, 223 (1968)
- [2.67] D. vor der Linde, O. F. Schirmer, and H. Kurz, *Appl. Phys.* **15**, 167 (1978)
- [2.68] C.-T. Chen, D.M. Kim, D. vor der Linde, "Efficient pulsed photorefractive process in $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ for optical storage and deflection," *IEEE J. QE-16*, 126 (1980)
- [2.69] C.-T. Chen, D.M. Kim, D. vor der Linde, "Efficient hologram recording in $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ using optical pulses," *Appl. Phys. Lett.* **34**, 321 (1979)
- [2.70] P. Yeh, "Two-wave mixing in nonlinear media," *IEEE J. QE-25*, 484 (1989)
- [2.71] J. Feinberg, "Asymmetric self-defocusing of an optical beam from the photorefractive effect," *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 46 (1982)

第三章

体積型ホログラムの回折理論

第3章 体積型ホログラムの回折理論

本論文に述べる測定方法では、体積型ホログラムの回折によってパルスの情報を結晶から取り出す。そこで本章では、まず、Syms[3.1]にしたがって体積型ホログラムの回折理論の概論を述べる。ここではBragg領域、Raman-Nath領域といった回折領域について述べ、それに続いてさまざまな回折理論を概説する。最後に、本測定方式の基礎となる結合波理論（二波理論）をKogelnik[3.2]にしたがって詳しく説明する。

§3.1 透過型格子の回折領域 (diffraction regimes)

透過型の体積型ホログラムでは、ホログラムの厚みや屈折率モジュレーションの大きさなどによってRaman-Nath領域、Bragg領域、そしてそれらの中間領域に分けることができる。

厚い体積型ホログラムではBragg領域になる。このときはBragg条件を満たしたときのみ、強い1次回折波が発生する。比較的薄い体積型ホログラムではRaman-Nath領域となる。このときは高次の回折が、広い範囲にわたって発生し、それらの強度は強くなったり弱くなったりする。その選択性はBragg領域に比べ、ずっと弱い。

これらの領域は Q/v の値によって特徴づけることができる。ここで $Q' = Q/\cos\theta_0$, $Q = \mathbf{K}^2 d/\beta$, $v = \kappa d/\cos\theta_0$ である。 β は平均伝播定数、 d は格子の厚さ、 θ_0 は入射波の角度、 κ は光波の結合の強さを表わす結合係数で、 $\kappa = \pi n_1/\lambda \cos\theta_0$ である。ここで n_1 は屈折率変化、 λ は波長である。この基準は、後に述べる結合波理論をもとに、高次の回折の相対的な振幅を基準にして決定されたものである[3.3-5]。Fig. 3.1-1にこの領域を図示した(Ref. [3.5]より引用)。図中の曲線は $Q/v = 20$ と $Q/v = 1$ である。

ここでフォトリフラクティブ結晶を考えてみて、どの領域に入るのかを調べてみよう。フォトリフラクティブ結晶は典型的には厚み $d = 3$ mm, 屈折率2, 屈折率変化 $10^{-4} \sim 10^{-6}$

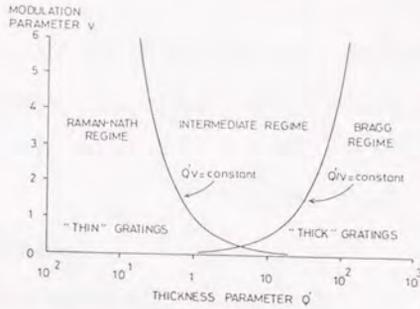


Fig. 3.1-1

といったところである。使用する波長は $0.5 \mu\text{m}$ とし、 $\theta_0 = 10^\circ$ としよう。すると

$$Q' = |K|^2 d / \beta \cos \theta_0 = 8\pi n d \sin^2 \theta_0 / \lambda \cos \theta_0 \quad \dots\dots\dots(3.1-1)$$

より、 $Q' = 0.5 \times 10^6$ となる。また

$$v = kd / \cos \theta_0 = \pi n_1 d / \lambda \cos^2 \theta_0 \quad \dots\dots\dots(3.1-2)$$

より $v = 0.03 \sim 3$ となる。図より、一般的なフォトリフラクティブ結晶ではほとんど問題なく Bragg 領域に入っていることがわかる。このことにより、ブラッグ条件近傍で2つの光波だけを仮定した二波理論を使うことが正当化される。

§3.2 さまざまな回折理論

§3.2.1 結合波理論

結合波理論はホログラムの解析で最も一般的に使われている理論である。光による電場を平面波の重ね合せで表わす。平面波の波数ベクトルは $\rho_L = \rho_0 + LK$ で決められる。ここで L は回折の次数、 ρ_L は L 次の回折波の波数ベクトル、 ρ_0 は入射波の波数ベクトル、 K は格子の波数ベクトルである。このような決め方を K -vector closure という。さてこれを波動方程式に代入する。ただし誘電率は波数 K で変調されている。すると回折波の振幅の変化を表わす微分方程式が、それぞれの次数について得られる。この式は通常、数

値的な手法で解かれる。

結合波方程式の具体的な形は§3.3の二波理論を参照のこと。二波理論は結合波理論の特別な場合で、Bragg領域に適用される。この領域では0次と1次の2つの波を考えるだけでよいので、このように呼ばれている。

§3.2.2 Transparency theory

ホログラム内の屈折率変化が次のように表わされるとする。

$$n(y) = n_0 [1 + (n_1/n_0) \cos Ky] = n_0 [1 + (2\kappa/\beta) \cos Ky] \quad \dots\dots\dots(3.2-1)$$

ホログラム面に垂直に光が入射するとして、グレーティング内部での場を

$$E(x, y) = E_0 \exp\{-2\pi i x n(y)/\lambda\} \quad \dots\dots\dots(3.2-2)$$

と表わすことにする。注意しておくが、この仮定は厳密には体積型ホログラムでは成り立たない。なぜなら回折波はもはや入射面に垂直に進むとは限らないからである。ここで次のようにしてTransparency function $\tau(x, y)$ を導入する。

$$E(x, y) = E_0 \tau(x, y) \exp(-i\beta x) \quad \dots\dots\dots(3.2-3)$$

$$\tau(x, y) = \exp(-2i\kappa \cos Ky) \tau(x, y) = \exp(-2i\kappa \cos Ky) \quad \dots\dots\dots(3.2-4)$$

ここで次の関係を用いる

$$\exp(-ia \cos b) = \sum_{L=-\infty}^{\infty} (-i)^L J_L(a) e^{-iLb} \quad \dots\dots\dots(3.2-5)$$

ここで J_L は L 次のベッセル関数である。すると

$$E(x, y) = E_0 \sum_{L=-\infty}^{\infty} (-i)^L J_L(2\kappa\alpha) \exp\{-i(\beta x + LKy)\} \quad \dots\dots\dots(3.2-6)$$

となる。ところで、 L 次の回折波の波数ベクトルは、 $\rho_0 + LK$ とおける。ここで K は格子

の波数ベクトル, ρ_0 は入射波の波数ベクトルである. 次のような形の解を求めたい.

$$E(x, y) = E_0 \sum_{L=-\infty}^{\infty} A_L(x) \exp\{-i(\rho_0 + LK) \cdot \mathbf{r}\} \quad \dots\dots\dots(3.2-7)$$

(3.2-6)式と比較することより, L 次の回折波の振幅 $A_L(x)$ が次のように得られる.

$$A_L(x) = (-i)^L J_L(2\kappa x) \quad \dots\dots\dots(3.2-8)$$

§3.2.3 Optical path method

これはTransparency theoryをもっと厳密にしたもので, グレーティングや入射波が傾いていても使える. 波動方程式に(3.2-1)を代入する. (3.2-3)の形にして τ に関する微分方程式を得る. これを積分して τ を求める. ここで τ を次のようにフーリエ級数に展開する.

$$\tau(x, y) = \sum_{L=-\infty}^{\infty} A_L(x) \exp[-iLK \cdot \mathbf{r}] \quad \dots\dots\dots(3.2-9)$$

これより $A_L(x)$ を求める. その結果は, 光学的に薄い格子でフリンジの傾きが小さい場合か, 厚い格子で斜め入射なら, 結合波方程式とよく一致する[3.6].

§3.2.4 Modal theory

格子のなかを, 変化することなく伝播するモードが存在する. このような特性モードの間のビートで, 振幅の変化を説明する方法で, Burckhardtによって導入された[3.7, 8]. のちに結合波方程式と同じ結果を与えることが証明された[3.9]. Modal theoryは吸収, 正弦波状でないグレーティング, ゲイン, 高次の回折などに拡張されている.

ここでは理解しやすくするために結合波方程式を書き直すことによって説明する. 結合波方程式を次のように行列で表すことができる.

$$dA/dx = -iMA \quad \dots\dots\dots(3.2-10)$$

ここでAはN行のベクトル、MはN×Nの行列である。Mを $M = V\Gamma V^{-1}$ と対角化する。すると任意のMの関数は $f(M) = V f(\Gamma) V^{-1}$ と表わせる。(3.3-1)より

$$A(d) = V \exp(-i\Gamma d) V^{-1} A(0) \quad \dots\dots\dots(3.2-11)$$

これをわかりやすく書き直す。

$$A(d) = \sum_{j=1}^N c_j v_j \exp(-i\gamma_j d) \quad \dots\dots\dots(3.2-12)$$

ただしここで $C = V^{-1}A(0)$ と定義した。それぞれのモードの電場は

$$E_j(x, y) = \sum_{i=1}^N v_{ij} \exp[-i(\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r} + \gamma_j x)] \quad \dots\dots\dots(3.2-13)$$

となる。これはそれぞれ特有のパターンになる。各モードで速度が違うためモードのビートを起こし、振幅が変化する。

Modal theoryの特徴は(1)周期構造による一般的な性質と個々の境界条件が分離される。(2)異常吸収の効果がわかりやすい。その場合、固有値は複素数になり、吸収がモードごとに違ってくる。(3)高次の回折への拡張が容易、であることである。

§3.2.5 Path integration

回折を微分形式でなく積分形式で表わすこともできる。BhatiaとNobleによって超音波による光の回折に適用されたのが最初である[3.10]。Path integrationも結合波方程式と同等であることが示されている[3.11, 12]。ここでは結合波方程式を使って説明する。

(3.2-10)より結合波方程式の解は形式的に次のようにして表すことができる。

$$A(d) = e^{-iMd} A(0) = T A(0) \quad \dots\dots\dots(3.2-14)$$

ここでTransmission Matrix, $T = \exp(-iMd)$ を定義した。グレーティングが並んでいるとき

は全体の T は各々の T の積で表されることを利用して n 個に分割する.

$$T = T^n. \quad \dots\dots(3.2-15)$$

2波の場合の散乱行列の寄与をfig. 3.2-1に示した. (a)は1回の回折の場合, (b)は(a)が2個並んだ場合である. ここで次のようにグループ分けすることを考える. Fig. 3.2-2にビームが2本の場合のグループ分けを示す. この図では近似的に同じ形のパスを1つの絵で代表している. たとえば2回方向を変えている絵は途中2回散乱されたすべてのパスを代表している. このような絵はBerryによって音響光学散乱のラプラス変換による取り扱いではじめて用いられた[3.13]. T の成分を t_{ij} とすると

$$t_{ij} = t_{ij}^1 + t_{ij}^2 + t_{ij}^3 + \dots \quad \dots\dots(3.2-16)$$

と分けることができる. これらはそれぞれ0回回折, 1回回折, ...した成分である. $n \rightarrow \infty$ とすると積分になる.

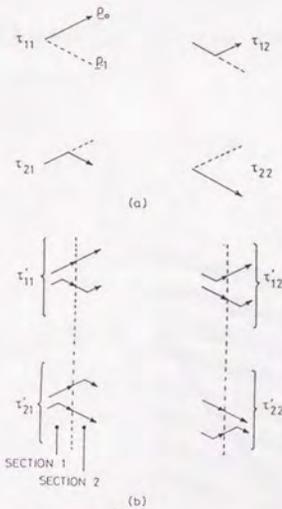
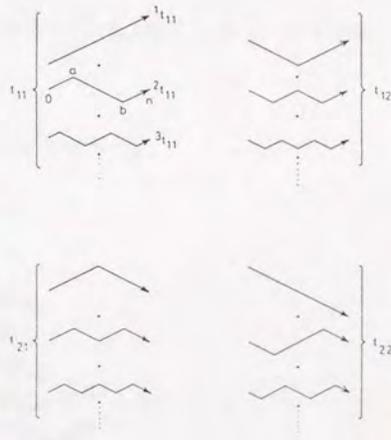


Fig. 3.2-1



Method of grouping pathways in the two-wave case.

Fig. 3.2-2

§ 3.3 二波理論

Bragg領域の結合波理論では光波を2つだけ考える二波理論が適用される。ここではKogelnikにしたがって屈折率格子によるブラッグ条件近傍における回折を表す結合方程式を導く。結晶中の比誘電率 ϵ が正弦波状に変調しているものとして次のようにおく。

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(1 + \text{Re}[G(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})]) \quad \dots\dots\dots(3.3-1)$$

ここで $G(\mathbf{r})$ は屈折率格子の複素モジュレーションで $G(\mathbf{r}) = |G(\mathbf{r})| \exp[\Delta\phi(\mathbf{r})]$ である。 \mathbf{K} はその波数ベクトルで $\mathbf{K} = \sigma_0 - \rho_0$ 、 $\Delta\phi(\mathbf{r})$ は波数ベクトルの微小で部分的な \mathbf{K} からのずれを表わし、 \mathbf{r} に関して2次以上の項である。なお $G(\mathbf{r})$ と屈折率変化 n_1 との関係は $|G| = 2n_1/n$ である。これを波動方程式

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad \dots\dots\dots(3.3-2)$$

に代入する。ここで k は電磁定数で、 $k^2 = \epsilon\omega^2/c^2 + i\omega\mu\sigma$ である。 μ は透磁率で、ここでは非磁性体を考えるので $\mu = \mu_0$ とする。ただし μ_0 は真空の透磁率である。また、平均の電磁定数を $\beta = (\epsilon)^{1/2}\omega/c = 2n\pi/\lambda$ 、平均の吸収係数を $\alpha = \mu\sigma_0/2(\epsilon)^{1/2}$ とおく。すると伝播定数 k は次のようになる。

$$k^2 = \beta^2 + 2i\alpha\beta + \beta^2 \text{Re}[G(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})] \quad \dots\dots\dots(3.3-3)$$

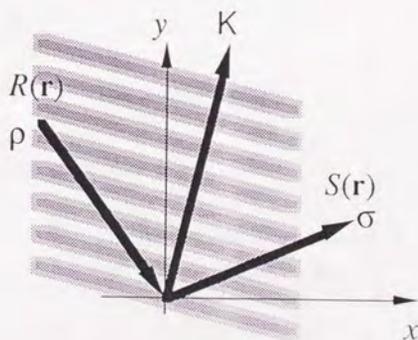


Fig. 3.3-1

ここでブラッグ条件に近い場合を考える。参照波 $R(\mathbf{r})$ と回折波 $S(\mathbf{r})$ の方向に伝播する成分だけをとりだして高次の回折を無視する。2光波を入射光 $R(\mathbf{r})\exp[i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}-\omega t)]$ と回折光 $S(\mathbf{r})\exp[i(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{r}-\omega t)]$ とおくことにする。回折光の波数ベクトル $\boldsymbol{\sigma}$ は K -vector closureに従って $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{p} + \mathbf{K}$ で決めることにする。slowly varying field approximationを用いて電場の2次微分を無視すると

$$2i\mathbf{p}\cdot\nabla R(\mathbf{r})e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} + 2i\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla S(\mathbf{r})e^{i\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{r}} + (\beta^2 - |\boldsymbol{\sigma}|^2)S(\mathbf{r})e^{i\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{r}} + \beta^2 \operatorname{Re}[G(\mathbf{r})e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}]\{R(\mathbf{r})e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} + S(\mathbf{r})e^{i\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{r}}\} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.3-4)$$

となる。同じ指数関数の項を集めると次の1組の結合波方程式が得られる、

$$\begin{cases} 2i\mathbf{p}\cdot\nabla R(\mathbf{r}) + 2i\beta\alpha R(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\beta^2 G^*(\mathbf{r})S(\mathbf{r}) = 0 \\ 2i\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla S(\mathbf{r}) + \{2i\beta\alpha + (\beta^2 - |\boldsymbol{\sigma}|^2)\}S(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\beta^2 G(\mathbf{r})R(\mathbf{r}) = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3.3-5)$$

$R(\mathbf{r}), S(\mathbf{r}), G(\mathbf{r})$ はすべて y, z 方向には一様とすると、 x に関する微分方程式が得られる。

$$\begin{cases} c_R \frac{\partial R(x)}{\partial x} + \alpha R(x) - \frac{i}{4}\beta G^*(x)S(x) = 0 \\ c_S \frac{\partial S(x)}{\partial x} + (\alpha + i\delta)S(x) - \frac{i}{4}\beta G(x)R(x) = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3.3-6)$$

ここで c_S, c_R は傾斜因子であり、 $c_R = \cos\theta, c_S = \cos\theta + K/\beta \cos\phi$ である。ブラッグ角からの変化が小さい領域を考えるので $\theta = \theta_0$ としてよい。ここでブラッグ条件からのずれを表すパラメーターとして

$$\delta \equiv (|\boldsymbol{\sigma}|^2 - \beta^2)/2\beta \quad \dots\dots\dots(3.3-7)$$

とおいた。 $\mathbf{p}, \boldsymbol{\sigma}$ の x, y, z 各成分を書き下すと

$$\mathbf{p} = \beta \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \beta \cos\theta + K \cos\phi \\ \beta \sin\theta + K \sin\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.3-8)$$

となる。これより回折波の波数の絶対値は

$$|\sigma|^2 = \beta^2 + K^2 + 2\beta K \cos(\theta - \phi) \quad \dots\dots\dots(3.3-9)$$

となる。ブラッグ角では $|\sigma| = \beta$ である。入射角がブラッグ角 θ_0 よりわずかにずれたときを考えることにして $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$ とおくと、このときの変化は

$$|\sigma|^2 = \beta^2 - 2\beta K \Delta\theta \sin(\theta_0 - \phi) + 2K \cos(\theta - \phi) \Delta\beta \quad \dots\dots\dots(3.3-10)$$

となる。すなわち

$$\delta = K \Delta\theta \sin(\phi - \theta_0) - \Delta\lambda K^2 / 4\pi n \quad \dots\dots\dots(3.3-11)$$

となる。なお特に $\phi = \pi/2$ の時には

$$\delta = 2\beta \Delta\theta \sin 2\theta_0 - \Delta\lambda K^2 / 4\pi n \quad \dots\dots\dots(3.3-12)$$

となる。

(3.3-5)式よりエネルギー保存則を容易に確かめてみる事ができる。(3.3-5)式の第一式に R^* 、第二式には S^* をかけ、これにそれぞれの複素共役をかけて足し合わせると

$$\rho \cdot \nabla |R(\mathbf{r})|^2 + \sigma \cdot \nabla |S(\mathbf{r})|^2 + 2\beta \alpha (|R(\mathbf{r})|^2 + |S(\mathbf{r})|^2) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.3-13)$$

となる。(3.3-13)式の第1項、第2項はそれぞれ参照光、回折光のそれぞれの k -vectorの方向へのエネルギーの流れを表し、第3項、第4項は吸収によるエネルギーの損失を表している。吸収以外について考えると入射波のエネルギーの減った分が回折波のエネルギーの増えた分と同じになっており、エネルギーが保存されていることがわかる。

第3章 参考文献

- [3.1] R.R.A. Syms, "Practical Volume Holography", Clarendon, Oxford (1990)
- [3.2] H. Kogelnik, "Coupled wave theory for thick hologram gratings," *Bell System Tech. J.* **48**, 2909 (1969)
- [3.3] M.G. Moharam and L. Young, "Criterion for Bragg and Raman-Nath diffraction regimes," *Appl. Opt.* **17**, 1757 (1978)
- [3.4] M.G. Moharam, T.K. Gaylord and R. Magnusson, "Criteria for Raman-Nath regime diffraction by phase gratings," *Opt. Commun.* **32**, 19 (1980)
- [3.5] M.G. Moharam, T.K. Gaylord, and R. Magnusson, "Criteria for Bragg regime diffraction by phase gratings," *Opt. Commun.* **32**, 14 (1980)
- [3.6] C.V. Raman and N.S.N. Nath, "The diffraction of light by high frequency sound waves," Parts I & II. *Proc. Ind. Acad. Sci.* **2**, 406(I);413(II) (1935)
- [3.7] C.B. Burckhardt, "Diffraction of a plane wave at a sinusoidally stratified dielectric grating," *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 1502 (1966)
- [3.8] C.B. Burckhardt, "Efficiency of a dielectric grating," *J. Opt. Soc. Am.* **57**, 601 (1967)
- [3.9] R. Magnusson and T.K. Gaylord, "Equivalence of multiwave coupled-wave theory and modal theory for periodic-media diffraction," *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 1777 (1978d)
- [3.10] A.B. Bhatia and W.J. Noble, "Diffraction of light by ultrasonic waves," Parts I & II, *Proc. R. Soc.* **220A**, 356(I);369(II) (1953)
- [3.11] R.R.A. Syms, "Path integral formulation of multiple scattering problems in integrated optics," *Appl. Opt.* **25**, 4402 (1986)
- [3.12] R.R.A. Syms, "Path integral formulation of nonuniform optical coupled wave problems," *Appl. Opt.* **26**, 4220 (1987)
- [3.13] M.V. Berry, "The diffraction of light by ultrasound," Academic Press, London (1966)

第四章

書き込みの理論

第4章 書き込みの理論

短パルスによるホログラフィックな記録には、すでにいくつかの報告がある。

Abramsonは短パルスによってホログラムを記録し、光の伝播の様子を観測することができることを示した[4.1]。これは通常のホログラム撮影の配置で、写真乾板に比べて十分短いパルス光(ps~fs)を用いると、物体光と参照光の光路長が一致した領域にのみ干渉縞が形成されることを利用して、パルスの時間的なある一部分を選択的に記録する方法である。参照光を乾板に対して傾けておくと乾板の位置に応じて物体光のある時刻での波面の一部が記録されているわけである。CW光で再生すると、見る位置に応じて物体光の波面の時間変化の様子が見える。しかしこの方法ではパルス波形の空間的、時間的な一部分の情報しか利用しておらず、パルス全体にわたる時間的変化は記録できない。

時間領域ホログラムと呼ばれる方法を用いることにより短パルスを記録し、そのパルスを再生することができる。時間領域ホログラムにはいくつかの方式がある[4.2]。大きく分けて波長選択性がある材料を使うものと、波長選択性がない材料を使うものである。前者にはスペクトル線の非均質な広がりの中の、光化学的なホールバーニングを利用したものがある。これを用いてパルスの干渉縞を振幅と位相について記録した報告[4.3]やフェムト秒パルスの記録と再生の報告[4.4]がある。これに使われる媒質は液体ヘリウム温度に保たれてなくてはならない。

これに比べて波長非選択素子の取扱は、はるかに簡単である。この場合には2つの光学的に異なった方式がある。すなわち波長ホログラムと体積型ホログラムである。これらについてのレビューとしてはRef [4.5, 6]がある。波長ホログラムというのは、空間的な波長分解を用いて得られた光波の干渉と回折を使った光パルスの記録と再生のことである。これは最初にMazurenkoによって提案され[4.7]、実験的に実現された[4.8]。

Weinerはこの方法でフェムト秒パルスの記録と再生を行なった[4.9]。

波長非選択的な体積型媒質中への非定常的な光波のホログラムの記録はMazurenkoにより提案され、理論的な基礎を与えられた[4.7]。実験についてもいくつも報告がある。Bugaevらは複数の写真乾板をつかってピコ秒パルス記録した[4.10]。Bugdanovらはポリマーの体積型ホログラム記録媒質を用いてピコ秒パルスの記録を行った[4.11]。Mazurenkoらはポリマー材料を用いてフェムト秒パルスの記録と再生を行った[4.2]。Achioliらはフォトリフラクティブ結晶を用いてフェムト秒パルスの記録と再生を行った[4.12]。Roblinらはフォトリフラクティブ LiNbO_3 結晶内での位相フィルタリングによる、チャープしたパルスの圧縮を行った[4.13]。Joubertらはフォトリフラクティブ LiNbO_3 を用いて時間反転したパルスを作り、それによって位相変調を受けたパルスの圧縮を行った[4.14]。時間反転パルスを使うと、位相を乱されて幅が広がってしまったパルスを、再び同じ系を通すことによって再び圧縮できる。通常の非線形媒質を用いた4光波混合では、振幅の反転はできるが位相の反転はできないので同様なパルスの圧縮はできない[4.15]。体積型ホログラムを用いた方法は単に逆方向から再生光を入射するだけで時間反転パルスを発生できるという便利な性質を持っている。

体積型ホログラムの利点は、波長ホログラムと比べてコンパクトで効率がよいということである。さらに、体積型ホログラムでは空間的2次元画像の記録再生ができる。波長ホログラムでは空間1次元を波長につかってしまうので、2次元画像の記録は不可能である（セグメントに分割して空間的に並び変えればできなくはないが）。

このほかにもパルス光とフォトリフラクティブ効果の応用として、コヒーレンス長の測定[4.16]、ビーム結合を利用したパルスのエンコーディング[4.17]などの報告がある。さらにTrebinoは干渉第二高調波発生による測定で得られるパルスの位相情報と同じものが、フォトリフラクティブ結晶による自己相関によって、得られることを示した[4.18]。

本論文では体積型ホログラムを利用してパルスの記録を行っている。記録媒質としてはフォトリフラクティブ結晶を用いる。この章では、パルス光で記録した場合に、どのような分布の格子が結晶内に形成されるのかということ調べていこう。

§4.1 結晶内に形成される屈折率格子

時間的に変化する2つの光パルスによってフォトリラクティブ結晶に屈折率格子を書き込むことを考える。そして結晶内にできる格子が、パルスとどのような関係になるかを考えよう。モードロックパルスのような繰り返しパルスと、単パルスの場合について分けて考える。

§4.1.1 繰り返しパルスの場合

さて、本論文では、パルス幅はピコ秒以下であり、キャリアの再結合時間 (BaTiO₃やLiNbO₃では100 ps ~ 1 ns) に比べて長く、この条件は成り立たない。そこで、パルス幅がフォトリラクティブ効果のすべての時間定数に比べて短い場合を考える。2章で述べたデルタ関数照射近似を、繰り返しパルスの場合に応用することにする。デルタ関数照射近似における、1つのパルスによる格子の形成は次の式によって表わされる。

$$E_1(t) = E_1(\tau_p) + \left(\frac{\partial E_1}{\partial t} \right) \Big|_{t=\tau_p} \int_0^{t-\tau_p} dt' \exp \left[-\frac{\tau_R}{\tau_d(\tau_p)} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t'}{\tau_R} \right) \right\} - \frac{t'}{\tau_R} - \frac{it'}{\tau_E} - \frac{t'}{\tau_D} \right] \quad \dots\dots\dots(4.1-1)$$

モードロックパルスでは、1つのパルスが来てから次のパルスが来るまでの間に、どれだけの格子が形成されるのかを考えればよい。したがって(4.1-1)式において積分の上限はパルス間隔 T にとる。誘電緩和時間 $\tau_d(\tau_p) = \epsilon \epsilon_0 / e \mu n_0(\tau_p)$ はパルスのエネルギーによって変化するが、今、各々のパルスのエネルギーは一定として、この式の積分を定数 τ_c と置く。するとパルス照射後、十分時間がたった後の空間電界の変化量は、

$$\begin{aligned} \Delta E_1 &\equiv E_1(T) - E_1(\tau_p) = \tau_c \left(\frac{\partial E_1}{\partial t} \right) \Big|_{t=\tau_p} \\ &= -\frac{\tau_c}{\tau_d(\tau_p)} \left(E_1 + (E_0 - iE_D) \frac{n_1(\tau_p)}{n_0(\tau_p)} \right) \quad \dots\dots\dots(4.1-2) \\ &= -\frac{\tau_c}{\tau_d(\tau_p)} E_1 + i\tau_c \frac{e}{\epsilon \epsilon_0 K} \left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) n_1(\tau_p) \end{aligned}$$

となる。ただしここで $\tau_D = e/\mu k_B T K^2$, $\tau_E = 1/K\mu E_0$, $E_D = k_B T K/e$ を用いた。1つ1つのパルスのエネルギーが小さいという仮定より、キャリアの飽和は無視できることにすると、 $n_0(\tau_p)$ は

$$n_0(\tau_p) = s(N - N_A) \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-3)$$

となり、パルスのエネルギーに比例する。 $n_1(\tau_p)$ は(2.1-46)式を積分して

$$n_1(\tau_p) = s(N - N_A) \int_0^{\tau_p} I_1(t) dt + \frac{is\epsilon\epsilon_0 K E_1}{e} \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-4)$$

となる。(4.1-3), (4.1-4)式を(4.1-2)式に代入すると

$$\Delta E_1 = -s\tau_c E_1 \left[\frac{(N - N_A)e\mu}{\epsilon\epsilon_0} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right] \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt + s(N - N_A) \frac{ie\tau_c}{\epsilon\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) \int_0^{\tau_p} I_1(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-5)$$

ここで第1項の括弧内は

$$\begin{aligned} \frac{e\mu(N - N_A)}{\epsilon\epsilon_0} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} &= \frac{N}{N_A} \frac{K_s^2}{K_e^2} \frac{N}{N_A} \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \\ &= \frac{N}{N_A} \frac{K_s^2}{K_e^2} \frac{1}{\tau_R} \left\{ 1 + \frac{N_A}{N} \frac{K(K + iV)}{K_s^2} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.1-6)$$

となる。したがって(4.1-5)式は

$$\Delta E_1 = -aE_1 \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt + ib \int_0^{\tau_p} I_1(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-7)$$

$$a = s\tau_c \frac{N}{N_A} \frac{K_s^2}{K_e^2} \frac{1}{\tau_R} \left\{ 1 + \frac{N_A}{N} \frac{K(K + iV)}{K_s^2} \right\} \quad \dots\dots\dots(4.1-8)$$

$$b = s(N - N_A) \frac{e\tau_c}{\epsilon\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{\tau_D} + \frac{i}{\tau_E} \right) \quad \dots\dots\dots(4.1-9)$$

となる。

次に τ_c を求めよう。キャリアが完全に再結合してしまうのには再結合時間の数倍の時間が必要であるが、今、パルス間隔 T は十分にこの時間より長いとする。すなわち、次のパルスが来るまでにすべてのキャリアが再結合しており、電荷の移動はすでに止まっているとする。すると積分の上限は $t=T$ のかわりに $t=\infty$ としてかまわない。これより

$$\tau_c = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\tau_R}{\tau_d}(1 - \exp(-t/\tau_R))\right) \exp(-At) \quad \dots\dots\dots(4.1-10)$$

となる。ただしここで、 $A = 1/\tau_R + i/\tau_e + 1/\tau_D$ とおいた。 $X = (\tau_R/\tau_d)\exp(-t/\tau_R)$ と変数変換すると、

$$\tau_c = \tau_R \exp(-\tau_R/\tau_d) (\tau_d/\tau_R)^{A\tau_R} \int_0^{\tau_R/\tau_d} e^X X^{(A\tau_R-1)} dX \quad \dots\dots\dots(4.1-11)$$

となる。ここで $\tau_R \ll \tau_d$ であることを用いると、積分の中の $\exp(X)$ の項は1としてよく、

$$\begin{aligned} \tau_c &= \tau_R \exp(-\tau_R/\tau_d) (\tau_d/\tau_R)^{A\tau_R} \int_0^{\tau_R/\tau_d} X^{(A\tau_R-1)} dX \\ &= \tau_R \exp(-\tau_R/\tau_d) (\tau_d/\tau_R)^{A\tau_R} \frac{1}{A\tau_R} \left[X^{A\tau_R} \right]_0^{\tau_R/\tau_d} \\ &= \frac{1}{A} \exp(-\tau_R/\tau_d) \cong \frac{1}{A} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.1-12)$$

となる。これより a, b はそれぞれ次のようになる。

$$a = s \frac{N}{N_A} \frac{K_s^2}{K_e^2} \frac{1 + (N_A/N)K(K+iV)/K_s^2}{1 + K(K+iV)/K_e^2} \quad \dots\dots\dots(4.1-13)$$

$$b = \frac{s(N-N_A)e\mu}{\epsilon\epsilon_0\gamma N_A} \frac{k_B T}{e} \frac{K+iV}{1 + K(K+iV)/K_e^2} \quad \dots\dots\dots(4.1-14)$$

ここで考えたいのは、単位時間に多数の弱いパルスが連続して来るようなパルスであるから、空間電界は、パルスによって平均値のまわりでわずかに変動するだけであり、パルス内での平均の量を使って考えることが許される。パルスの繰り返し周波数 $\nu = 1/T$ とすると、単位時間当たりの空間電界の変化量は(4.1-7)より

$$\sum_1 \Delta E_1 = -a E_1 v \int_0^{\tau_r} I_0(t) dt + ib v \int_0^{\tau_r} I_1(t) dt \quad \dots\dots(4.1-15)$$

となる。ここで

$$v \int_0^{\tau_r} I_1(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_1(t) dt = \langle I_1(t) \rangle \quad \dots\dots(4.1-16)$$

でありパルス平均強度となるから、 v が非常に大きくて $E_1(t)$ がなめらかな関数のようにみなせるとすると(4.1-15)式は

$$\frac{\partial E_1(t)}{\partial t} = -a \langle I_0(t) \rangle E_1(t) + ib \langle I_1(t) \rangle \quad \dots\dots(4.1-17)$$

となる。この式はキャリア密度が準定常状態である場合の式、(2.2-9)式と同じ形である。結局、モードロックパルスの場合にはパルス幅に関係なく、格子の形成は上の形に表わされることがわかった。

なお、式(4.1-17)からわかるように、空間電界の定常値は

$$E_1(t = \infty) = \frac{ib \langle I_1(t) \rangle}{a \langle I_0(t) \rangle} \quad \dots\dots(4.1-18)$$

となり、光強度分布のモジュレーションに比例する。また、書き込み初期で、まだ空間電界が小さいときには

$$E_1(t) = ib \langle I_1(t) \rangle t \quad \dots\dots(4.1-19)$$

となり、強度に比例する。

§4.1.2 シングルパルスの場合

シングルパルスによる書き込みにはパルス幅と結晶の物理的時間パラメーター、すなわち再結合時間、拡散時間、ドリフト時間などの関係が重要である。パルス幅がこれら

の時間パラメーターに対して十分に長ければ、結晶内に記録される屈折率格子は、光がなくなる最後の瞬間の2つの光強度の比で決まってしまう。すなわち、時間的履歴を持つことになってしまう。この性質は写真感光材料とは大きく異なる。たとえば、Fig. 4.1-1の(a)と(b)のタイミングでパルスが入射したときに、(a)ではきちんと格子が形成されるが、(b)では(a)より弱い格子しか形成されず、Pulse 1だけが照射されている時間がうんと長くなれば格子はまったく形成されない。これは、(b)において、パルス1の前半部分の情報が、後半部分によって消去されて失われてしまうからである。

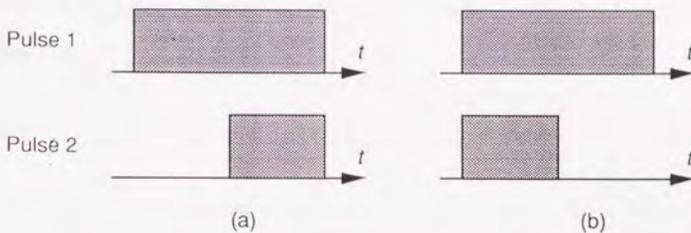


Fig. 4.1-1

したがって、このようなことが起きないためには、パルス幅がこれらの時間パラメーターに対して十分に短い必要がある。フォトリフラクティブ結晶中のキャリアの再結合時間は、BaTiO₃などの強誘電体では100 psから1 ns、BSOなどの常誘電体では1 μs程度である。拡散時間 $\tau_D = e/(\mu k_B T K^2)$ に関してはモビリティ $\mu = 0.5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ 、 $T = 300 \text{ K}$ 、格子ピッチ $1 \mu\text{m}$ ($K = 6.3 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$)として $\tau_D = 18 \text{ ns}$ である。したがってピコ秒以下のパルス光ならば、パルス幅がこれらの時間パラメーターに対して十分に短いという条件は満たされている。

パルス幅がフォトリフラクティブ効果を担うキャリアの再結合時間に対して十分短いときには、パルス光によって生じたキャリアが、光の当たっている間にほとんど移動することができないため、パルスが通過し終わった瞬間には、結晶内の各場所における光強度の時間積分に比例したキャリア密度分布があると考えてよい。パルス通過後に、光が当たっていない状態でこのキャリアが移動して空間電界を作る。すると第2章で述べ

たデルタ関数近似が適用できて、はじめに空間電界がなく、また空間電界は飽和値に達しないとすると、十分時間がたったあとでは空間電界 E_1 はこのキャリア密度分布に比例しており、

$$E_1 \propto n_1(\tau_p) \propto \int_0^{\tau_p} I_1(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-17)$$

となる。ここで $n_1(\tau_p)$ はパルスの終わりの時点でのキャリア密度の空間的1次の成分である。パルスのエネルギーが小さく、空間電界が小さいうちは、(4.1-17)式のように空間電界はパルスの強度に比例しているが、パルスのエネルギーが大きくなってきて空間電界が飽和に近づくと、空間電界はむしろ

$$E_1 \propto n_1(\tau_p)/n_0(\tau_p) = \int_0^{\tau_p} I_1(t) dt / \int_0^{\tau_p} I_0(t) dt \quad \dots\dots\dots(4.1-18)$$

のようにモジュレーションに比例するようになる。ここで $n_0(\tau_p)$ はパルスの終わりの時点でのキャリア密度の空間的0次の成分である。

なお、ここでは二光子吸収などは考えないことにした。たとえばBaTiO₃の場合で考えてみると、二光子吸収係数は第2章で述べたように0.1 cm⁻¹/GW程度である。今回我々が使ったモードロックNd:YAGは10 W/cm²として、繰り返し周波数82 MHzだからfluenceは0.12 mJ/cm²、パルス幅3 psとしてピーク強度は40 MW/cm²となるから二光子の吸収係数は $\alpha_{TPA} = 4 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ となる。これはバルク吸収率と比べてほとんど無視できる大きさである。第6章でふたたびふれるが、二光子吸収などの非線形な効果が大きいと、上の議論は成り立たなくなる。

§4.2 パルス情報の結晶内へのマッピング

以上より、モードロックパルスで、定常値まで書き込めば

$$E_1 \propto \langle I_1(t) \rangle / \langle I_0(t) \rangle \quad \dots\dots\dots(4.2-1)$$

であり、書き込みの程度が少なければ

$$E_1 \propto \langle I_1(t) \rangle \quad \dots\dots\dots(4.2-2)$$

であり、シングルパルスでも、パルス幅が結晶の物理的時間定数に比較して短ければ同じ形になることがわかった。これは第2章で述べたCW光の場合と同じである。フォトリフラクティブ結晶内に形成される屈折率格子は定常状態では干涉縞のモジュレーションに比例するが、書き込み速度は強度に比例するたみ、書き込みの程度が少ない場合には干涉の項に直接比例することになる。

この節では、実際に2つの時間情報を持つパルス光によって形成される空間電界を、結晶内の各場所に形成される屈折率格子がパルスのどの部分の情報を含んでいるのかに注目していくつかの場合について調べることにするが、以上のことより干涉の項に着目すればよいことがわかる。

結晶内の光強度分布の時間積分は次のように表すことができる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |A_o(r,t) + A_s(r,t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |A_o(r,t)|^2 dt + \int_{-\infty}^{\infty} |A_s(r,t)|^2 dt + 2 \operatorname{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} A_o(r,t) A_s^*(r,t) dt \right] \quad \dots\dots\dots(4.2-3)$$

ただしここで A_o は物体光、 A_s はサンプリング光の振幅である。第3項が干涉を表わす項で、第1項、第2項は物体波、サンプリング波のそれぞれのDC成分である。これらのどの項も、光の進行方向に垂直な断面中の位置に依存する。

記録するものが、時間変化する画像情報だとみなせば $f_o(y, z, t)$ という形で表すことが

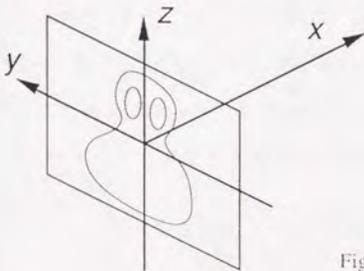


Fig. 4.2-1

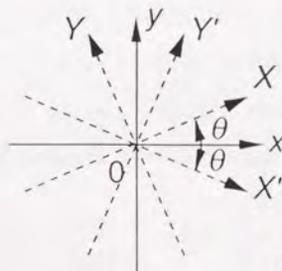


Fig. 4.2-2

できる。ここで y, z は画像平面内の座標、 t は時間である。実際にはこの情報は、 x 軸方向に進む光波に乗っているものであり、 $f_o(y, z, t)$ を包絡関数とした波動 $A_o(\mathbf{r}, t) = f_o(y, z, t - x/v) \exp[i(kx - \omega t)]$ という形に表わすことができる (fig. 4.2-1 参照)。ここで、 v は考えている媒質中での群速度、 k は波数、 ω は振動数である。一般に x 軸に平行でない方向に進む波の場合には座標の回転を使って $x = X \cos \theta - Y \sin \theta$, $y = Y \cos \theta + X \sin \theta$ を代入すればよい。サンプリング波に対しては $x = X' \cos \theta + Y' \sin \theta$, $y = Y' \cos \theta - X' \sin \theta$ を代入する (fig. 4.2-2 参照)。これで x 軸に対してそれぞれ θ の角度をもつ 2 つの光を表すことができた。これを (4.1-1) 式に代入すればよい。干渉の項の積分を $H(\mathbf{r})$ とすると

$$\begin{aligned} H(\mathbf{r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} A_o(\mathbf{r}, t) A_s^*(\mathbf{r}, t) dt \\ &= e^{2iyk \sin \theta} \int_{-\infty}^{\infty} f_o(Y, Z, t - X/v) f_s^*(Y', Z, t - X'/v) dt \quad \dots\dots\dots(4.2-4) \end{aligned}$$

となる。ただしここで $X - X' = 2y \sin \theta$ を用いた。これは基本的には $K = 2 \sin \theta$ の波数ベクトルを持った干渉縞であり、その複素振幅は x, y, z の位置に応じて決まり、2 つのパルスの相互相関関数に比例する。相関のずれ時間も位置によって変化する。干渉縞のピッチは光の位相速度で決まり、パルス波形の空間への展開は群速度で決まる。

このままでは複雑なので次にいくつかの簡単な場合を考えてみるが、先に進む前に群速度を見積もっておこう。群速度は結晶の分散曲線より

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=\bar{k}} = \frac{c}{n(\lambda) - \lambda (dn(\lambda)/d\lambda)} \Big|_{\lambda=\bar{\lambda}} \quad \dots\dots\dots(4.2-5)$$

として求められる。ここで c は真空中での光速、 n は屈折率、 λ は波長である。実際に 2 章の BaTiO_3 と LiNbO_3 の分散曲線から $dn/d\lambda$ を求めてみると、532 nm 付近で常光線の場合、それぞれ $-0.000846 \text{ (nm}^{-1}\text{)}$ と $-0.0005102 \text{ (nm}^{-1}\text{)}$ である。532 nm での屈折率はそれぞれ 2.47 と 2.32 である。これより群速度は $0.495 c$ と $0.488 c$ である。すなわち群屈折率は 2.02 と 2.05 となる。

§4.2.1 1次元の場合

まず最も簡単な1次元の場合から考えてみる。2つのビームが対向して進んでいる場合、すなわち $\theta=90^\circ$ の場合には、空間的な各部分が独立になるので1次元で考えればよく、非常に簡単になる。 $\theta=90^\circ$ を代入すると $X=y, X'=-y, Y=-x, Y'=x, Z=z$ となるので、干渉の項(4.2-3)式は

$$H(\mathbf{r}) = e^{2iky \sin \theta} \int_{-\infty}^{\infty} f_0(-x, z, t - 2y/v) f_s^*(x, z, t) dt \quad \dots\dots\dots(4.2-5)$$

となる。すなわちパルスの空間情報の Y, Z 軸は結晶の x, z 方向になり、2つのパルスの対応する場所同士の時間的相関波形が、結晶の y 方向が相関の時間ずれとなるように展開される。

このことを図を使って説明すると容易に理解することができる。Fig. 4.2-3において結晶に、左からオブジェクトパルス、右からサンプリングパルスが入射している。図の水平方向が y 軸に対応する。説明をわかりやすくするためにサンプリングパルスはオブジェクトパルスに比べて短くしよう。結晶内でパルスがずれ違っていく様子を順に示した。2つのパルスが重なったときのみ干渉縞ができて、屈折率格子が形成されることに注意すればマッピングの原理を理解することができる。1番目の図の時点ではパルスはまだ重なっていない。サンプリングパルスはA点を通過中であるが、ここには屈折率格子が形成されないことがわかる。2番目の図ではパルスは重なっており、B点に干渉縞が形成される。しかしオブジェクトパルスの振幅がここではあまり大きくないために干渉縞のモジュレーションは低く、格子の振幅も小さい。C点では振幅の大きな格子が記録される。E点までいくとふたたび2つのパルスが重ならなくなり、干渉縞は形成されなくなってしまう。結局、結晶内に記録される格子は一番下に示したような分布になる。格子の振幅の大きいところを濃く書いてある。この分布はオブジェクトパルスの形状に対応しているわけである。

ここで1つ注意しておかなければならないことがある。それはパルスの重ならない部

分は、全体の干渉縞のモジュレーションを下げてしまう、いかえれば、消去光として働くということである。このことが後述するように分解能の制約の1つの原因となる。

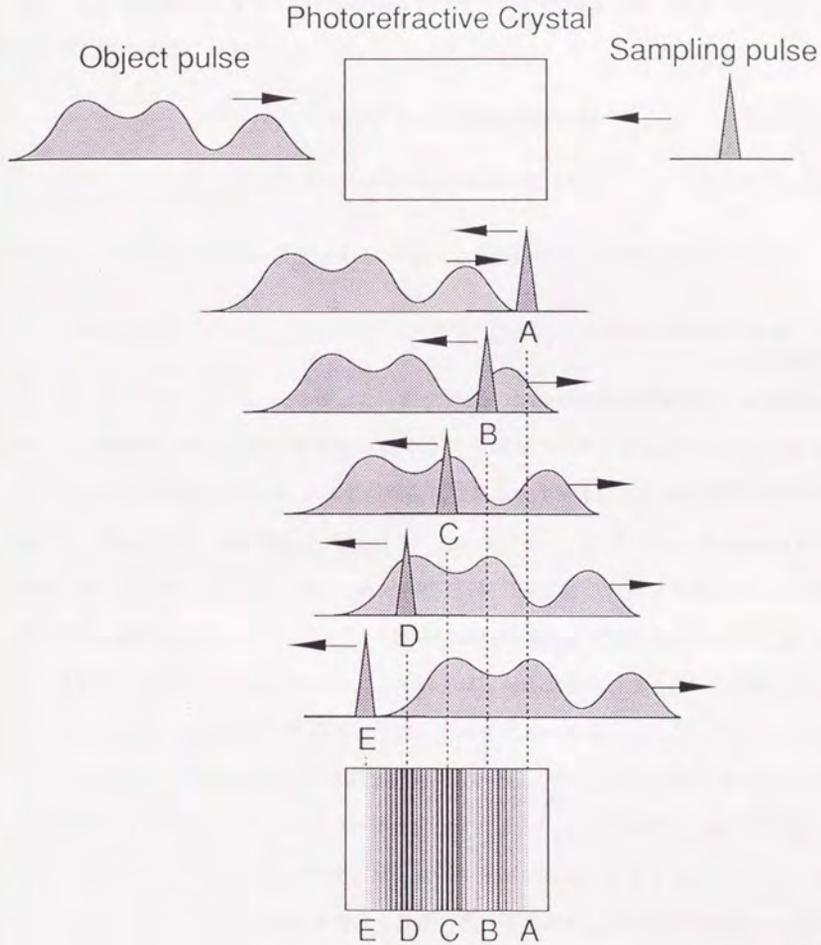


Fig. 4.2-3

§4.2.2 デルタ関数のサンプリングパルスの場合

さて次に2次元画像情報の書き込みを考える。原理的な理解を得るために、2次元としては最も簡単な場合として、サンプリングパルスがオブジェクトパルスに比べて十分短く、デルタ関数とみなせる場合について考えよう。この場合には、物体光と参照光はそれぞれ次のように表わされる。

$$A_o(\mathbf{r}, t) = f_o(Y, Z, t - X/v) \exp[i(kX - \omega t)] \quad \dots\dots\dots(4.2-6)$$

$$A_s(\mathbf{r}, t) = f_s \delta(t - X'/v) \exp[i(kX' - \omega t)] \quad \dots\dots\dots(4.2-7)$$

そこでこれらの干渉による強度分布を $-\infty < t < \infty$ で積分する。干渉の項(4.2-3)は

$$H(\mathbf{r}) = f_s^* f_o(Y', Z, (X - X')/v) \exp[ik(X - X')] = f_s^* f_o(Y', Z, 2y \sin \theta / v) \exp[2iky \sin \theta] \quad \dots\dots\dots(4.2-5)$$

となる。ここで $X - X' = 2y \sin \theta$ を使った。最後の $\exp(2iky \sin \theta)$ の項はX軸方向とX'軸方向の2つの平面波でできる干渉縞を表わしており、y軸方向に縞が形成されることがわかる。これが $A_o(Y', z, (X - X')/v)$ によって空間的に変調されている。もとの関数のY軸がY'方向に、t軸がy方向に置き換えられていることがわかる。オブジェクトパルスの Δt だけ時間が離れた部分の情報は、 $\Delta y = v \Delta t / 2 \sin \theta$ だけy軸方向に離れた点に記録される。Z軸はそのまま記録される。よって、パルス内の時間的空間的な各部分がそれぞれ結晶内の違う場所に記録されることがわかる。この対応は1対1である。また f_o の位相成分は屈折率格子の位相のずれとしてそのまま記録されることがわかる。したがってチャープしたパルスの場合、時刻に対応した方向に縞間隔が変化しているような屈折率格子になる。

結晶内へのマッピングをfig. 4.2-3を使って説明しよう。まず等時刻面であるが、今オブジェクトパルスの $t = 0$ の線とサンプリングパルスが交わる点を考えてみる。サンプリングパルスとオブジェクトパルスは同じ速度で進行するので、この交点の軌跡は2光線の進行方向の二等分線と平行になる。同様に $t = 1$ の等時刻面はオブジェクトパルスの $t = 0$ の等時刻面と平行にオブジェクトパルスに少し近いところにくることがわかる。

空間情報はそのままオブジェクトパルスの進行方向に沿って記録されるので、この線と等時刻面とによってオブジェクトパルスの情報が展開される。(ただしfig. 4.2-3はわかりやすくするため、入射面での屈折を無視して描いた。)

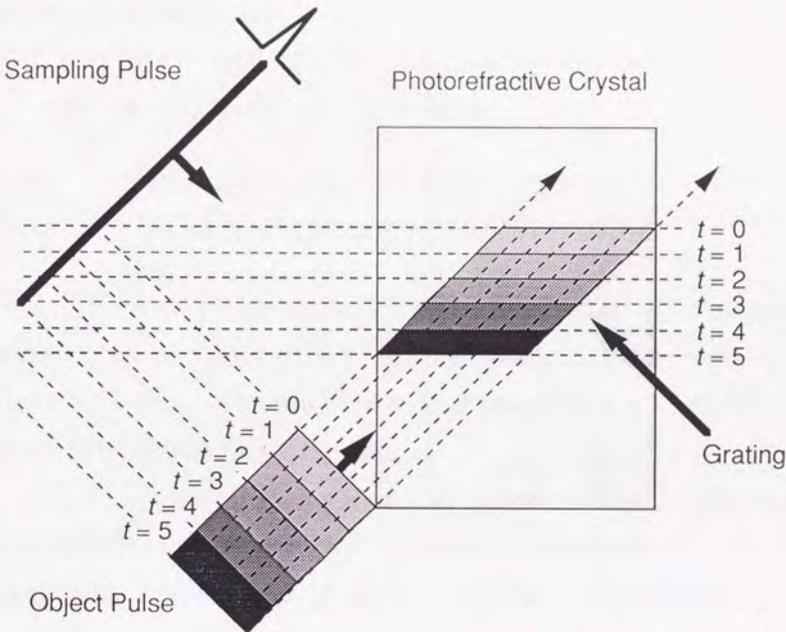


Fig. 4.2-3

§4.2.3 相互相関

本論文における実験では、2つのパルスが同程度の幅であるため、サンプリングパルスをデルタ関数とみなすことはできない。有限の幅のパルスで書き込んだときには、2つのパルスの相関波形が書き込まれる。ここではそのような場合における書き込みの様子を調べる。ただし、2つのパルスが空間的にも時間的にも全く任意であるとする、各々のパルスは空間2次元、時間1次元の情報を持っており、結晶が3次元しかない

めに全ての情報を記録することは不可能である。そこで空間的な変化と時間的な変化が独立であるようなパルスを考える。このような状況は、たとえばパルス光をビームエキスパンダーで広げたとか、それを振幅物体あるいはあまり厚くない位相物体に通した、といったような場合にあてはまる。§4.2.2に述べたデルタ関数のサンプリングパルスの例もこの場合の特殊な例である。

さて、この場合には物体光、サンプリング光ともに $A(\mathbf{r}, t) = F(Y, Z)P(t)$

と表すことができる。(4.2-1)式の干渉の項は

$$\begin{aligned} H(\mathbf{r}) &= F_o(Y, Z)F_s^*(Y', Z)e^{2iky\sin\theta} \int_{-\infty}^{\infty} P_o(t - X/v)P_s^*(t - X'/v)dt \\ &= F_o(Y, Z)F_s^*(Y', Z)e^{2iky\sin\theta} \int_{-\infty}^{\infty} P_o(t)P_s^*(t + 2y\sin\theta/v)dt \quad \dots\dots(4.2-6) \end{aligned}$$

となって、2つの光の空間部分の関数、干渉縞を表す指数関数の項、それとパルスの時間部分の相関の4つの項の積の形になる。相関の項はy座標によって時間ずれが決まる。すなわち2つのパルスの時間相関波形が空間に展開されるわけである。この場合にはy軸方向に相関波形が記録されることがわかる。

Fig. 4.2-4を使って説明しよう。オブジェクトパルス、サンプリングパルスのそれぞれの中に仮想的に3つの面を考えてみる。それぞれが Δt だけ時間的に離れている。

$S(-\Delta t)$ と $O(-\Delta t)$ 、 $S(0)$ と $O(0)$ 、 $S(\Delta t)$ と $O(\Delta t)$ は3つとも同じ $\Delta\tau = 0$ の面で干渉縞を作る。 $\tau = 0$ の面にはその3つのSとOの積の和が記録される。すなわち相関である。同様に $\tau = \Delta t$ の面には $S(-\Delta t)$ と $O(0)$ 、 $S(0)$ と $O(\Delta t)$ の積の和が記録される。これは $\tau = \Delta t$ の時間ずれの相関をとっていることにほかならない。

ここで相関のずらし時間に応じて、相関の相手との相対的位置関係がずれてくることに気をつけなくてはならない。Fig. 4.2-4をみれば明らかのように $\tau = 0$ では2つのパルスはそのまま重なっているが、 $\tau = \Delta t$ の相関では、オブジェクトパルスとサンプリングパルスの重なり位置関係がずれている。このことはパルス情報の取り出しを非常に困難にする。

この問題を回避するには、サンプリングパルスが空間的に一様であればよい。すなわちサンプリングパルスの空間部分 F_s が定数であればよい。そうであれば、空間的に重なりあいの位置がずれても問題ないわけである。しかもこの条件は、オブジェクトパルスの時間相関が空間情報、時間情報ともに空間に連続的に記録されることを保証してくれる。いかたをかえれば、サンプリングパルスのパルス幅を時間分解能の上限として、オブジェクトパルスの時間変化を空間情報とともに完全に記録できる。これはオブジェクトパルスの形状を計測したいときには非常に実用的な条件である。

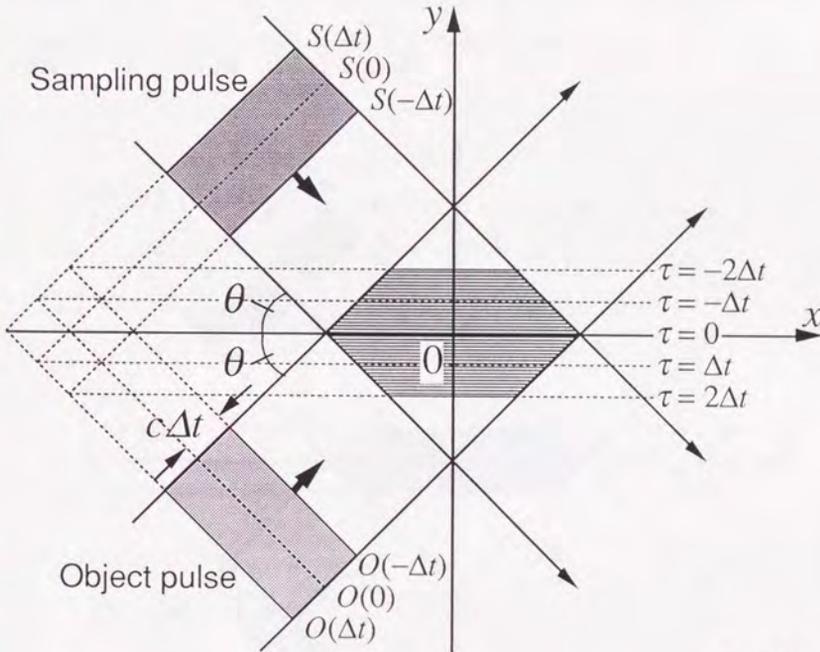


Fig. 4.2-4

§4.2.4 自己相関

2つのパルスが同一ならば自己相関が記録できる。この場合、2つのパルスが対称に

結晶に入射するようになっていて、結晶内に形成される格子分布の解釈が非常にわかりやすくなる。この場合にはFig. 4.2-5に示したように、パルスの断面の同じ位置同士の自己相関が独立に記録される。形成された格子の分布は時間軸が図の鉛直方向、空間軸が図の水平方向に対応する。

ただしこの場合、前節で述べたように相関の時間ずれに応じて相関をとるビーム断面の位置関係がずれてくる、ということが非常に問題となる。このずれが分解能を悪くしてしまう。そこでこのずれが影響を及ぼさないような条件を考えてみよう。格子の厚みはパルス幅によって制約され有限であるから、この範囲にわたってパルスの空間分布が一様であれがよい。この長さは格子の厚みをビームに直交する面へ射影した長さであり、 $s = cw \sin 2\theta$ によって与えられる。ただしここで w はパルス幅である。

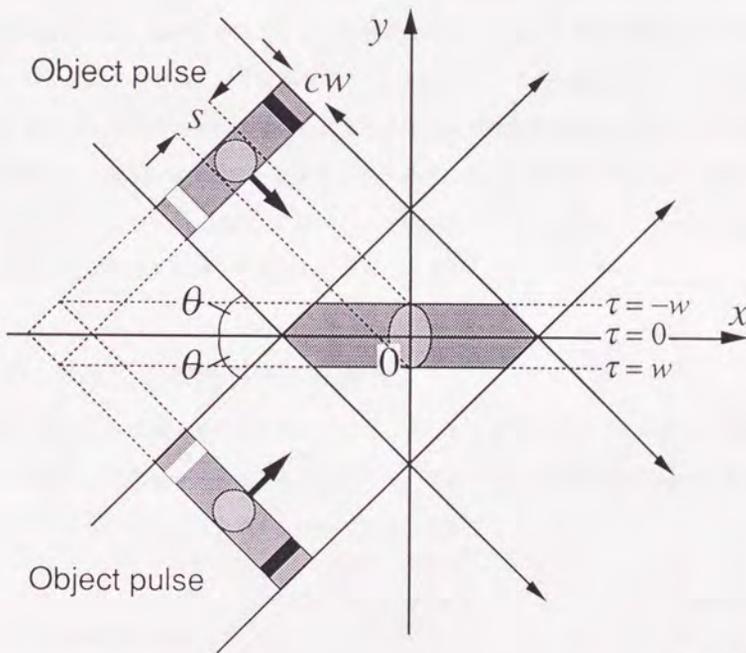


Fig. 4.2-5

自己相関の幅から、パルス幅を算出することができる。ここで、具体的に相関を計算してみる。ピーク1で幅が p であるガウス関数 $f(t) = \exp[-(t/p)^2]$ を考える。この関数形はパルス光のモデルとしてよく使われるものである。よく知られているように、この関数は原点で最大値1をとり、その両側で単調に減少する山形の関数である。その幅はパラメータ p で表わされており、半値全幅は $1.67p$ 、 $1/e$ 全幅は $2p$ である。さて自己相関を計算すると、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t+s)dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-2(t/p - s/2p)^2 - s^2/2p^2] \\ &= (p/\sqrt{2})\exp[-(s/\sqrt{2}p)^2] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-T^2} dT \\ &= p\sqrt{\pi} \exp[-(s/\sqrt{2}p)^2] \quad \dots\dots\dots(4.2-7) \end{aligned}$$

となって再びガウス関数になる。ただし幅は $\sqrt{2}$ 倍だけ広がっている。相関をとると一般に幅が広がるが、幅の広がり方はもとの波形によって異なる。相関関数からパルス幅を求めるときにこの幅の広がりを基準にして決めるので、これは重要である。パルス波形としてガウス関数のほかによく使われるものとして双曲線関数 sech がある。この場合には幅の広がりは1.65倍である。仮定する波形の形によってこの程度の誤差は考慮に入れないといけない。Appendix. 2において sech や他のいくつかの関数について相関関数を求め幅の広がりを検討したものをまとめてある。

§ 4.3 チャープしたパルスの場合

実際に書き込みに用いるパルスはチャープしているかも知れない。この場合に形成される干渉縞はどうなるのか考えてみよう。チャープはパルスの包絡関数の時間に関する2次以上の位相変化として表わすことができる。そこで

$$f(t) = |f(t)|\exp(iat^2) \quad \dots\dots\dots(4.3-1)$$

とおく。相関関数 $S(s)$ は

$$S(s) = \int_{-\infty}^{\infty} [f(t-s/2)f^*(t+s/2)] \exp(-ias t) dt \quad \dots\dots\dots(4.3-2)$$

である。簡単な例として幅 p のガウス関数 $f(t) = \exp[-(t/p)^2 + iat^2]$ を考えよう。上式に代入すると

$$\begin{aligned} S(s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2t^2/p^2 - s^2/2p^2 + iast) dt \\ &= e^{-(asp/2\sqrt{2})^2 - (s/\sqrt{2}p)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2(t - iasp^2/4)^2/p^2) dt \quad \dots\dots\dots(4.3-3) \\ &= p\sqrt{\pi} \exp\left[-\left\{(ap/2\sqrt{2})^2 + (1/\sqrt{2}p)^2\right\}s^2\right] \end{aligned}$$

となる。 $S(s)$ が実数であり、ずれ s に対して位相の変化がないので干渉縞のピッチは変化しないことがわかる。また、チャープがあるときは s^2 の係数が大きくなるということがわかる。これはつまりガウス関数の幅が狭くなるということを表わしている。このことはチャープがある場合、ピッチが違う干渉縞がたくさん重なって平均化してしまうことに対応している。幅は s^2 の係数から求められ、

$$\left\{(ap/2\sqrt{2})^2 + (1/\sqrt{2}p)^2\right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots(4.3-4)$$

で与えられる。チャープがなければ $\sqrt{2}p$ であるから、チャープがあると屈折率格子の厚みは $[1 + (ap/2)^2]^{-1}$ 倍になることがわかる。

§ 4.4 パルスの空間的な強度分布

ここで今まで考えてこなかった空間分布の積の項を考えてみる。式(2.1-1)の干渉の項は時間相関と空間分布の積であるから、屈折率格子はパルスの空間的強度分布にも依存する。ここでは最も簡単な場合として幅 D のガウス関数を考える。 z 軸方向に関しては明らかなので x, y 軸方向だけ考える。2つのガウス関数の積を考えると

$$A(Y, Z)B^*(Y', Z) = e^{-(Y/D)^2 - (Y'/D)^2} = e^{-(y^2 \cos^2 \theta + x^2 \sin^2 \theta)/D^2} \quad \dots\dots\dots(4.4-1)$$

となってやはりガウス関数になる。これは x 軸方向には幅 $D/\sin\theta$ 、 y 軸方向には幅 $D/\cos\theta$ のガウス関数であって、 $x^2\cos\theta + y^2\sin\theta = \text{const.}$ が x 軸方向に $\text{const.}/\sin\theta$ 、 y 軸方向に $\text{const.}/\cos\theta$ の長さの軸を持つ楕円を表すことより x, y 平面内での強度分布は楕円状になることがわかる。

そのために実験ではなるべく一様なサンプリングビーム強度が望ましい。あるいは測定結果を補正する必要がある。しかしその場合には強度分布は書き込みの速度に影響を与えてしまうため、その配慮も必要である。

§4.5 記録可能な時間

ここである結晶に、最大どのくらいの時間変化を記録できるのかということを考えてみよう。記録時間は結晶の大きさによって決まる。これは2光線が結晶の同じ面から入射する場合（透過型格子）と、結晶の向きあった面から入射する場合（反射型格子）とで違ってくる。

まず透過型格子の場合を考えよう。§4.2.2で述べたように、 y 軸方向の距離 Δy に対応する相関の時間 $\Delta\tau$ は $\Delta\tau = 2\Delta y \sin\theta / v$ である。ビーム断面内のある位置を考えたとき、この部分を通る光線が結晶を横切った時の y 軸方向の距離 Δy は、入射角と結晶の奥行き方向の長さ L で決まり、 $\Delta y = L \tan\theta$ である。よって最大の記録時間 T は

$$T = 2L \sin\theta \tan\theta / v \quad \dots\dots\dots(4.5-1)$$

となることがわかる。たとえば $L = 10 \text{ mm}$ 、 $\theta = 15^\circ$ 、 $v = 0.45 c$ ならば $T = 10 \text{ ps}$ となる。

次に反射型格子を考える。透過型の場合とは違い、この場合には結晶の厚み方向がそのまま時間軸と同じ方向になり、厚みを有効に生かすことができ、記録可能時間は長くできる。記録可能時間は、結晶の長さ L と厚み d とを入れ替えて考えれば反射型の場合の(4.5-1)式と同じになる。たとえば同じ $L = 10 \text{ mm}$ の結晶で、正面衝突の配置ならば $\theta = 90^\circ$ だから、 $T = 2L/v = 147 \text{ ps}$ 記録できる。

第4章 参考文献

- [4.1] N. Abramson, "Light-in-flight recording by holography," *Opt. Lett.* **3**, 121 (1978)
- [4.2] Y.T. Mazurenko, V.S. Udaltsov, and A.V. Veniaminov, "Recording and reconstruction of femtosecond light pulses using volume holograms," *Opt. Commun.* **96**, 202 (1993)
- [4.3] P.M. Saari, R.K. Kaarli, and A.K. Rebane, *Sov. J. Quantum Electron.* **15**, 443 (1985)
- [4.4] A. Rebane, J. Aaviksoo, and J. Kuhl, *Appl. Phys. Lett.* **54**, 93 (1989)
- [4.5] Y.T. Mazurenko, "Holography of wave packets," *Appl. Phys.* **B50**, 101 (1990)
- [4.6] Y.T. Mazurenko, "Time-domain Fourier transform holography and possible applications in signal processing," *Opt. Engineering* **31**, 739 (1992)
- [4.7] Y.T. Mazurenko, "Reconstruction of a nonstationary wave field by holography in a 3-D medium," *Opt. Spectrosc. (USSR)* **57**, 343 (1984)
- [4.8] Y.T. Mazurenko, S.E. Putilin, V.V. Kuznetsov, and L.M. Lavrenov, *Opt. Spectr.* **71**, 223 (1991)
- [4.9] A.M. Weiner, D.E. Leaird, D.H. Reitze, and E.G. Paek, "Spectral holography of shaped femtosecond pulses," *Opt. Lett.* **17**, 224 (1992)
- [4.10] A.A. Bugaev and B.P. Zakharchenya, "Holographic time diagnostics with picosecond resolution," *Opt. Spectrosc. (USSR)* **60**, 646 (1986)
- [4.11] V.L. Bogdanov, A.V. Ueniaminov, A.B. Evdokimov, G.V. Lukomskii, Y.T. Mazurenko, and V. S. Udaltsov, "Holography of picosecond pulses in the 3-D photorefractive medium reoxane", *Opt. Spectrosc. (USSR)* **65**, 450 (1988)
- [4.12] L.H. Acioli, M. Ulman, E.P. Ippen, J.G. Fujimoto, H. Kong, B.S. Chen, and M. Cronin-Golomb, "Femtosecond temporal encoding in barium titanate," *Opt. Lett.* **16**, 1984 (1991)
- [4.13] M.L. Roblin, F. Gires, and R. Grousseau, "Enregistrement par holographie de volume d'une loi de phase spectrale: Application a la compression d'impulsion picoseconde," *Opt. Commun.* **62**, 209 (1987)
- [4.14] C. Joubert, M.L. Roblin, and R. Grousseau, "Temporal reversal of picosecond optical pulses by holographic phase conjugation," *Applied Optics* **28**, 4604 (1989)
- [4.15] D.A.B. Miller, "Time reversal of optical pulses by four-wave mixing," *Opt. Lett.* **5**, 300 (1980)
- [4.16] V. Dominic, X.S. Yao, R.M. Pierce, and J. Feinberg, "Measuring the coherence length of mode-locked laser pulses in real time," *Appl. Phys. Lett.* **56**, 521 (1990)
- [4.17] X.S. Yao and J. Feinberg, "Temporal shaping of optical pulses using beam coupling in a photorefractive crystal," *Opt. Lett.* **18**, 622 (1993)
- [4.18] R. Trebino, C. Hayden, A.M. Johnson, W.M. Simpson, and A.M. Levine, *Opt. Lett.* **15**, 1079 (1990)

第五章

読みだしの理論

第5章 読みだしの理論

この章では結晶中に記録された屈折率格子の空間分布をどのようにして測定するかということ述べる。§5.1で、どのような方法が考えられるかを挙げ、§5.2で本論文で使った波数スキャン法の原理を最も簡単な場合について説明する。§5.3ではこの測定方法を具体的にどのような系で実現するかを検討する。§5.4で結晶回転によるスキャンを行なった場合の回折波のずれの問題の可能性を検討する。§5.5では2次元への拡張を行なう。

§5.1 読みだし方式の検討

結晶中に書き込まれたグレーティングを読みだすにはいくつかの方法が考えられる。基本的には読み出し波を照射して回折光を測るか、結晶を物理的に観察して格子そのものを直接測るということが考えられる。ここでは厚みのある結晶を想定しているので非破壊で格子を直接測るのは非常に難しい。屈折率格子のピッチは波長程度であるので、分解能の点から位相差顕微鏡を使うことも無理であろう。そこで読み出し波を入射して回折波を測定することを検討する。

回折波を測定する方法では、格子内の各部分からの回折の重ね合わせしか測ることはできないので、何らかの方法で情報を増やさないと深さ方向の分解ができない。そのために以下に示すようないくつかの方法が考えられる。

最初に思いつく方法は、読みたい部分だけに読みだし光を入射する方法である。読みだし光を回折限界まで絞れば、その分解能で読みだせるのではないかと期待できる。この方法の欠点は回折光の方にある。回折波はたくさんの小さい寄与が集まってはじめて強い回折波になる。そもそもそれが体積型ホログラムの利点であった。したがって、この方法では極めて弱い回折光しか得られない。しかもそのような小さい領域からの回折は、もはやビームとしては回折されないであろう。そうだとすると隣の領域からの回折光と混ざってしまう。これを解決するにはレンズを入れて、目的とする領域からの回折

を結像してやればよい。この方法の問題は、回折波の複素振幅から目的の部分の格子の複素包絡関数を求めるのがあまり簡単ではないということである。

この方法のバリエーションとして、細い読みだしビームを使うかわりに、幅の広い読みだし光をスキャンするか、幅を順次変化させながら、回折光を測定するということも考えられる。この方法の利点は、細いビームによる回折では回折広がりの影響で、レンズなしでは高い分解能は望めないのに対して、照射する領域が広がるために回折の影響を受けにくく、レンズを使う必要がないということである。また、回折光量も大きくなる。欠点は、微分測定になるため、大きいバックグラウンドに対して小さい変化を測ることになり、高い精度は望めないということである。

この他の方法として、フォトリフレクティブ結晶が消去可能であることを利用して、消去光を入射して、結晶に書かれた情報を部分的に消去しながら読みだす、という方法も考えることができる。この方法の問題点はまず結晶の選択の制約が大きくなるということが挙げられる。測定によって情報が消去されないような波長を使うのであるが、消去に対する時定数は短くなくてはならないからである。そのほかには結晶の散乱のために選択的に消去することが困難であるという問題もある。

最後に、波数ベクトル空間でのスキャンを考えよう。この方法は2つの方法が考えられる。入射波の波数ベクトルをスキャンするか、回折波の波数ベクトルを分光するかである。

回折波の波数ベクトルを分光する方法では、広いスペクトルの光を入射し、その回折された光のスペクトルをみる方法と、単色光を入射し、回折光の角度を分解して測る方法が考えられる。広いスペクトルの光を使う方法の問題点は光源と、高分解能の分光器である。結晶が大きくなると、角度選択性がきわめて厳しくなるため、十分な精度で分光を行なうのはますます困難になってくる。角度を分解して測る場合は横方向と、縦方向の空間情報の分離が困難である。

読みだし光の波数ベクトルを振ってスキャンし、その回折光を測る方法は、さらに入射波の波長を変えるか、入射角を変えるかに分けられる。波長を変える場合には波長可

変のレーザーを使うか、AOモジュレーターなどを用いて波長をわずかに振るといことが考えられる。入射角を変えるほうでは入射波を振るか、結晶を回転させるかなどが考えられる。

ここで、読みだし波長と書き込み波長をどうするかということであるが、読みだしのときには記録された情報が消去されないほうが望ましいので、その結晶にとって感度の低い波長（ LiNbO_3 の場合はHe-Neの633 nmなど）を使うのが有利である。

ここで、記録時の波長より読みだし時の波長の方が長い場合には、読み出し不可能な角度範囲が存在することを注意しておく。屈折率格子の間隔が短すぎると、読みだす際にブラッグ条件を満たすような角度が存在しなくなる可能性があるのである。たとえば、波長 λ_0 、入射波の結晶内でなす角 $2\theta_0$ で記録し、 λ の波長で読みだすときを考えよう。記録された屈折率格子の間隔は $d = \lambda_0 / 2n \sin \theta_0$ であり、ブラッグ条件を満たすためには読みだし時の入射半角 θ は $\sin \theta = \lambda / 2nd = (\lambda / \lambda_0) \sin \theta_0$ となるような角度でなくてはならない。このような角が存在するための条件は $(\lambda / \lambda_0) \sin \theta_0 < 1$ である。例として、Nd:YAGレーザーの二倍波、波長532 nmの光で書き込んでHe-Neレーザーの波長633 nmで読みだすときには、記録時の入射角は 57.2° 以下にしなければならない。

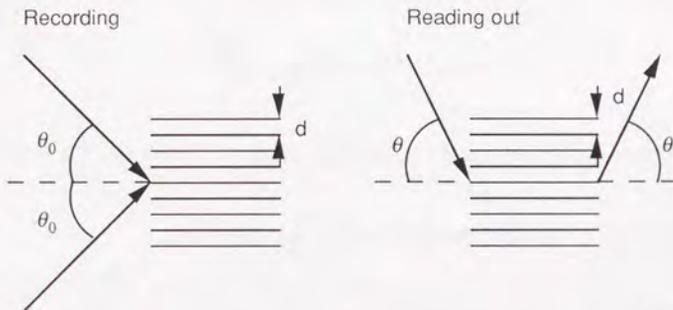


Fig. 5.1-1

§5.2 波数スキャン法の原理

回折波の複素振幅は第3章で述べたように結合波方程式によって表すことができる。

これを用いて、結晶射出端での回折波の複素振幅を格子の空間分布を使って表わすことができる。ここでの目的は、回折波から逆に格子の空間分布を求めることで、これは一種の逆問題を解くことになる。

ここでは説明のために最も簡単な1次元の例を考えることにして、 y 方向に一樣な屈折率格子があったときの結合波方程式(3.3-6)の第2式

$$c_s \frac{\partial S(x)}{\partial x} + (\alpha + i\delta)S(x) - \frac{i\beta}{4}G(x)R(x) = 0 \quad \dots\dots\dots(5.2-1)$$

から始めよう。ここで $S(x)$, $R(x)$ はそれぞれ回折波、読み出し波の複素振幅、 $G(x)$ は回折格子の複素モジュレーション、 δ はブラッグ条件からのずれを表わすパラメーターで(3.3-11)式によって与えられる。したがって δ は波長か入射角のどちらかで変化させることができる。ここで吸収による減衰を含んだ振幅、 $\bar{S}(x)$, $\bar{R}(x)$ を

$$\bar{S}(x) = S(x) \exp[(\alpha + i\delta)x/c_s] \quad \dots\dots\dots(5.2-2)$$

$$\bar{R}(x) = R(x) \exp(\alpha x/c_s) \quad \dots\dots\dots(5.2-3)$$

と定義して(5.2-1)式を書き直すと

$$\frac{\partial \bar{S}(x)}{\partial x} = \frac{i\beta}{4c_s} \bar{R}(x)G(x) \exp(i\delta x/c_s) \quad \dots\dots\dots(5.2-4)$$

という形に帰着する。結晶出口での回折光 \bar{S}_{out} は $\bar{S}(x)$ を結晶の端から端まで積分して

$$\bar{S}_{out}(\delta) = \bar{S}(L) = \frac{i\beta}{4c_s} \int_0^L G(x)\bar{R}(x;\delta) \exp(i\delta x/c_s) dx \quad \dots\dots\dots(5.2-5)$$

となる。入射波の振幅 $\bar{R}(x)$ が、実際には δ の関数でもあることをはっきり示すために $\bar{R}(x;\delta)$ と表わした。ここで目的は、 $\bar{S}_{out}(\delta)$ を測定して結晶内の格子 $G(x)$ を求めることである。入射波の結晶内での振幅 $\bar{R}(x)$ が、 δ の関数としてわかっているならば、結晶内の格子 $G(x)$ を求めることができる。しかし $\bar{R}(x)$ は一般には測定することができない。 $\bar{R}(x)$

が δ に依存しない場合には、 $\bar{S}_{out}(\delta)$ は $G(x)$ と $\bar{R}(x)$ の積のフーリエ変換になる。

もし $\bar{R}(x)$ が一定値 $\bar{R}(x) = \bar{R}_0$ ならば、(5.2-5)式は

$$\frac{\bar{S}_{out}(\delta)}{\bar{R}_0} = \frac{i\beta}{4c_s} \int_0^L G(x) \exp(i\delta x/c_s) dx \quad \dots\dots\dots(5.2-6)$$

となって波数 δ をフーリエ波数とするフーリエ変換になる。これより $G(x)$ はフーリエ逆変換で求められることがわかる。すなわち

$$G(x) = -\frac{2ic_s}{\pi\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{S}_{out}(\delta)}{\bar{R}} \exp(-i\delta x/c_s) d\delta \quad \dots\dots\dots(5.2-7)$$

以上より、 $\bar{R}(x)$ が δ の関数として既知か、あるいは $\bar{R}(x)$ が一定値ならば、回折波の結晶端での複素振幅を、入射波数ベクトルをブラッグ条件のまわりでスキャンしながら測れば、結晶内の格子の複素包絡関数が求められることがわかった。

ところでどのような場合に $\bar{R}(x)$ が一定値となるのであろうか？ 次の2つの場合が考えられる。1つは回折効率が低く、入射波がほとんど回折によるディブリーションを受けないとき。もう1つは考えている領域に入射波が達するまでの間に格子が存在せず、全く回折されることなくこの領域に到達する場合である。これらの場合には入射波はバルク吸収によって減衰するだけであり

$$R(x) = R(0) \exp(-\alpha x/c_s) \quad \dots\dots\dots(5.2-8)$$

となる。これより $\bar{R}(x) = R(0)$ となって一定値となる。

どうして格子の空間的分布がわかるのかという定性的な説明は次の通りである。回折波は結晶内の各部分からの回折の線形な重ね合わせである。測定できるのはこの重ね合わせた結果だけである。この重ね合わせの位相関係は結晶内の位置によって決まる。入射波数ベクトルを変化させると重ね合わせの位相関係がかわる。それによって重ね合わせられたものから、それぞれの部分を分離できるわけである。

§5.3 波数スキャン法的方式

さて、この様な方法で屈折率格子の包絡関数の空間分布が求められることがわかった。この方法では入射角あるいは入射波長をスキャンしながら回折波の複素振幅、すなわち、振幅と位相を測ればよい。

回折波の測定にもいくつかの方法が考えられる。光の複素振幅、すなわち振幅と位相を測るには基本的には干渉計を使う。すなわち参照波と重ねて干渉させ、干渉縞を観測する。1つの方法は参照波の位相をピエゾ素子を使って段階的に変えて、ある点の位相を決定する方法である。ディテクターにCCDカメラを用いれば、回折波の2次元分布を直接、一気に測ることができるという利点がある。実は最初に試した方法がピエゾ素子を使ったものであったのだが、ピエゾ素子のヒステリシスのために位置決め精度が悪く、失敗に終わった。いつも同じ状態に持ってくるために、ピエゾ素子を前後に何回も動かしてリセットする方法も試したがうまくいかなかった。もう一つの方法はヘテロダイン検波である。これは参照波の波長をわずかにずらし、流れる干渉縞の位相をロックインアンプで測る方法である。この方法の利点は機械的な作動部分がないことである。結局、本論文ではヘテロダイン検波を用いることにした。ただしこの方法では一時にビーム断面中の1点しか測定できないため、回折波の2次元分布の測定が必要なときには結晶あるいはディテクターをスキャンする必要がある。

このスキャンには結晶を動かす方法と、ディテクターを動かす方法の2通りがあるが、結晶を動かすほうは、目的とする部分にいつも同じ振幅の読み出し光が当たって位置関係が同じであるという利点を持つ。このことは読み出し光の振幅が必ずしも一様ではない場合にとくに重要である。ディテクターを動かす場合には結晶に当たる光が変化しないという利点があり結晶内部反射の影響などを抑えやすい。欠点はディテクターに当たるヘテロダイン検波用参照光のビーム断面もその移動量と同程度の範囲にわたって一様でなくてはならないということである。本論文の実験では結晶をスキャンする方を採用した。これは、ディテクターに入射する参照波がビームのままでもよく、光学系が簡

単になるためと、ビーム強度を無駄にしないからである。さらに、参照波がビームであるため、回折波との光軸合わせがしやすいという利点もある。

さて次に、入射波数ベクトルのスキャンの方はどうするかであるが、波長可変のレーザーが利用可能でなかったため、入射角を変える方法にした。実は半導体レーザーの注入電流を変えて波長のスキャンを行なおうとしたのであるが、モードホップがおこってしまい、連続的なスキャンができず、うまくいかなかった。結局、本論文では入射角を変えることにした。

入射角を変えるには入射ビームを振る方法もあるが、技術的に難しいので結晶を乗せたステージをわずかに回転することにした。

§5.4 入射角変化に伴う回折波の射出角の変化

ところで結晶を回転させて入射角を変化させたとき回折角はどのように変化するのだろうか？もしかしたら回折波の方向が動いてしまい、検出器もそれに追従させて動かさなくてはならないのだろうか？また、干渉縞をピンホールを通して観測する際に角度が変われば干渉縞のピッチが変化し測定感度が変化してしまう。そこでこの節では入射角がわずかに変わったときに回折波の角度がどのように変わるのかを考えてみよう。

結晶内の回折波が $S(x)\exp(i\sigma\cdot\mathbf{r})$ の形で表されているとしよう。 σ は波数ベクトルである。結晶の射出面上($x=L$)での回折波の振幅は

$$S(L)\exp[i(L\sigma_x + y\sigma_y)] \quad \dots\dots\dots(5.4-1)$$

となる。この面上での振幅によって結晶外での光の伝播方向は決まるわけである。結晶外での光もやはり $S_L\exp(i\sigma'\cdot\mathbf{r})$ の形をしている。ただし $|\sigma'|=k_0$ である。 $k_0=2\pi/\lambda$ は真空中での波数である。これが $x=L$ で(5.4-1)式と一致しなくてはならない。すなわち

$$S_L\exp[i(L\sigma'_x + y\sigma'_y)] = S(L)\exp[i(L\sigma_x + y\sigma_y)]. \quad \dots\dots\dots(5.4-2)$$

すべての y の値に対して(5.3-2)式が成立するためには

$$\sigma'_y = \sigma_y, \quad S_L = S(L)\exp(iL\sigma_x) \quad \dots\dots\dots(5.4-3)$$

が必要となる。回折波の方向は第一番目の式で決定される。つまり結晶外部での回折波の方向 σ' は σ によって決まってしまう。

K -vector closureでは $\sigma_y = \rho_y + K_y$ であるため、入射光の結晶内での角 θ が $\Delta\theta$ だけ変化したとき $\rho_y = \beta\sin\theta = \beta\sin(\theta_0 + \Delta\theta) = \beta\sin\theta_0 + \beta\cos\theta_0\Delta\theta$ となる。よって結晶外部での回折波の x 軸となす角を Ψ とすれば $\Psi = \sin^{-1}(\sigma'_y/k_0) = \sin^{-1}(\sigma_y/k_0) + \Delta\theta$ の1次まで展開して

$$\Psi = \Psi_0 + (\beta/k_0) \cos\theta_0 \Delta\theta / \cos\Psi_0 = \Psi_0 + n \cos\theta_0 \Delta\theta / \cos\Psi_0 \quad \dots\dots\dots(5.4-4)$$

となる。 n は結晶の屈折率、 Ψ_0 はブラッグ入射の時の角度である。 $\Delta\theta$ のかわりに結晶外部での入射角 Θ で表すと、スネルの法則によって $\Delta\theta$ と $\Delta\Theta$ の間には $\Delta\theta n \cos\theta_0 = \Delta\Theta \cos\Theta_0$ の関係があるから

$$\Psi = \Psi_0 + \sin^{-1}(\sigma_y/k) + (\cos\Theta_0 / \cos\Psi_0) \Delta\Theta \quad \dots\dots\dots(5.4-5)$$

となる。 $\theta = \Theta$ の時には回折角は入射角と同じだけ変化する。結晶を回転した場合には両者がちょうどキャンセルし、回折波の方向は変わらないということがわかる。

§5.5 2次元への拡張

さて結晶内の3次元空間内の屈折率格子分布を求めることを考えよう。まず、回折効率が低い場合には§5.2の方法をそのまま適用することができる。この節では、回折効率がなくて、入射波の回折によるディブリーションが無視できない場合にも使える一般的な方法を述べる。

基礎になるのは一般的な形の結合波方程式(3.3-5)式である。これを結晶からの回折光の複素振幅から解いて $G(r)$ を求める。 z 方向には独立と考えて、ある特定の x, y 平面内だ

けで考えることにし、(3.3-5)式を書き直すと

$$\begin{cases} c_R \frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial x} + s_R \frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial y} + \alpha R(\mathbf{r}) - \frac{i}{4} \beta G^*(\mathbf{r}) S(\mathbf{r}) = 0 \\ c_S \frac{\partial S(\mathbf{r})}{\partial x} + s_S \frac{\partial S(\mathbf{r})}{\partial y} + (\alpha + i\delta) S(\mathbf{r}) - \frac{i}{4} \beta G(\mathbf{r}) R(\mathbf{r}) = 0 \end{cases} \quad \dots\dots(5.5-1)$$

となる。\$c_S, c_R\$はそれぞれ入射波と回折波の角度のコサイン、\$s_S, s_R\$はサインである。ここで入射波も回折波も、\$x\$軸に対して等しい角\$\theta\$をなしているという仮定をする (Fig. 5.5-1参照)。この理由は§5.5.2で明らかになる。すると\$c_S = c_R = \cos\theta, s_S = \sin\theta, s_R = -\sin\theta\$となる。

さて、以下では3つのステップに分けて、結晶中の格子分布を求めていこう。この方法では結晶への入射光の方に最も近い領域から遠いほうに向かって順々に結晶内の格子分布を求めていく。

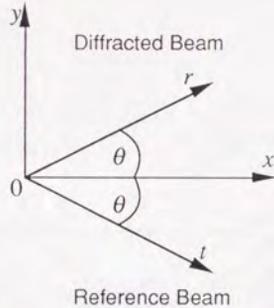


Fig. 5.5-1

§5.5.1 ステップ1 - 初段の\$G\$を求める

(5.5-1)式を次のようにして1変数に関する微分方程式に直す。まず回折波\$S(\mathbf{r})\$について解く。回折波の波数ベクトルの方向に座標軸\$r\$をとり、\$r\$に平行な方向で考えることにする。\$x\$軸方向の単位ベクトルを\$\mathbf{i}\$、\$y\$軸方向の単位ベクトルを\$\mathbf{k}\$とすると\$\mathbf{r} = r \cos\theta \mathbf{i} + r \sin\theta \mathbf{k}\$であるから\$\partial S / \partial r = \cos\theta \partial S / \partial x + \sin\theta \partial S / \partial z\$である。よって結合波方程式の第2式は

$$\frac{\partial \bar{S}(r)}{\partial r} + (\alpha + i\delta)S(r) - \frac{i}{4}\beta G(r)R(r) = 0 \quad \dots\dots\dots(5.5-2)$$

となる。さらに

$$\bar{S}(r) = S(r)\exp\{(\alpha + i\delta)r\} \quad \dots\dots\dots(5.5-3)$$

とおけば、(5.5-2)式は簡単化することができて

$$\frac{\partial \bar{S}(r)}{\partial r} = \frac{i}{4}\beta G(r)\bar{R}(r)\exp(i\delta r) \quad \dots\dots\dots(5.5-4)$$

となる。ただしここで

$$\bar{R}(r) = R(r)\exp(\alpha r) \quad \dots\dots\dots(5.5-5)$$

とおいた。よって結晶出口での回折波の複素振幅 $\bar{S}_{out}(\delta)$ は、 $\bar{S}(r)$ を0から $L/\cos\theta$ まで積分して

$$\bar{S}_{out}(\delta) = \bar{S}(L/\cos\theta) = \frac{i\beta}{4} \int_0^{L/\cos\theta} G(r)\bar{R}(r)\exp(i\delta r) dr \quad \dots\dots\dots(5.5-6)$$

という形で求められる。

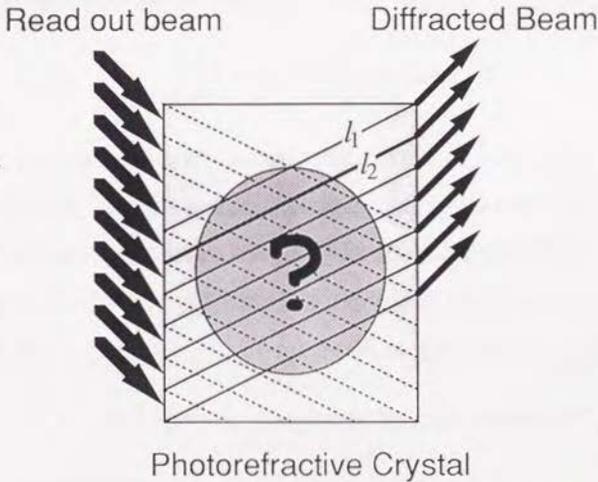


Fig. 5.5-2

入射側に最も近い領域 (Fig. 5.5-2で上方) では、まだ回折によるディブリーションを受けていないため §5.2 で述べた条件が適用できる。この領域では $R(r)$ が吸収率 α で減衰していくため §5.2 の議論より $\bar{R}(r)$ は定数で、入射面での値と等しくなる。したがって Fig. 5.5-2 の最初の段 l_1 上の $G(r)$ の値は

$$G(r) = -\frac{2i}{\pi\beta R(0)} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{S}_{\text{inc}}(\delta) \exp(-i\delta r) d\delta \quad \dots\dots\dots(5.5-7)$$

によって求めることができる。

§5.5.2 ステップ 2 - G を使って次段の R を求める

その次の段 l_2 上の $G(r)$ を求めるためには、そこでの $R(r)$ を求めなくてはならない。次の段での $R(r)$ を求めるには $R(r)$ に関する結合波方程式、(5.5-1) 式の第 1 式を使えばよい。

一般に回折波 l_j 上の A 点での読み出し波の複素振幅 $R(r)$ より次の段 l_{j+1} 上の B 点での複素振幅 $R(r+\Delta r)$ を求めることを考えよう (Fig. 5.5-3 参照)。この時も $\bar{S}(r)$ を求めたときと同じように入射波の波数ベクトルにそった方向を取り、これを r 軸とすれば (Fig. 5.5-1 参照) 1 変数の微分方程式にできて、

$$\frac{\partial R(r)}{\partial r} + \alpha R(r) - \frac{i}{4} \beta G^*(r) S(r) = 0 \quad \dots\dots\dots(5.5-8)$$

という形になる。これを用いれば、ある段 l_j 上の $\bar{S}(r)$ と $G(r)$ より次の段 l_{j+1} 上の $R(r)$ を求めることができる。入射波と回折波が x 軸に対して同じ角度ならば、回折波と入射波の吸収による減衰が同じ割合で起きる。したがって第 2 項の吸収の項を $R(r)$ に含めて (5.5-7) 式を簡単にしたときに、(5.5-5) 式で定義した $\bar{R}(r)$ と同じものを使うことができる。 $\bar{R}(r)$ を r 方向に拡張して l_j 上の A 点、 l_{j+1} 上の B 点での $\bar{R}(r)$ をそれぞれ次のようにおく。

$$\bar{R}_j(r) = R(r) \exp(\alpha r) \quad , \quad \bar{R}_{j+1}(r+\Delta r) = R(r+\Delta r) \exp\{\alpha(r+\Delta r)\} \quad \dots\dots\dots(5.5-9)$$

これを用いて横断微分 d を次のようにして定義する。

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{R}(r)}{dr} &\equiv \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\bar{R}_{j+1}(r+\Delta r) - \bar{R}_j(r)}{\Delta r} \\
 &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{R(r+\Delta r)\exp\{\alpha(r+\Delta r)\} - R(r)\exp(\alpha r)}{\Delta r} \\
 &= \frac{i}{4}\beta G^* S(r)\exp(\alpha r) \quad \dots\dots(5.5-10) \\
 &= \frac{i}{4}\beta G^* \bar{S}(r)\exp(i\delta r)
 \end{aligned}$$

ただしここで(5.5-8)式を用いた。(5.5-10)式より

$$\frac{d\bar{R}(r)}{dr} = \frac{i}{4}\beta G^*(r)\bar{S}(r)\exp(i\delta r) \quad \dots\dots(5.5-11)$$

を解けば、 I_j 上での $\bar{S}(r)$ と $G(r)$ から次の線 I_{j+1} 上での $\bar{R}(r)$ を求めることができることがわかった。 $\bar{S}(r)$ は(5.5-4)式を使って得ることができる。これよりFig. 5.5-2の I_2 上での入射波の振幅 \bar{R} を計算することができたことになる。

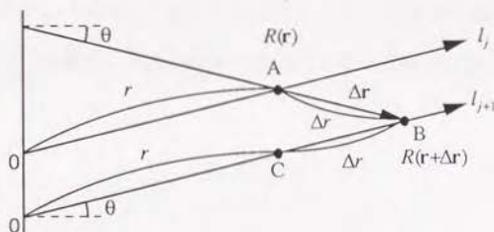


Fig. 5.5-3

§5.5.3 ステップ3 -Rを使ってGを求める

さて次に I_2 上での G を求めよう。これには(5.5-6)式を使う。一般に

$$D(\delta) = \int_0^l A(r, \delta) G(r) \exp(i\delta r) dr \quad \dots\dots(5.5-12)$$

が与えられたときに $G(r)$ を求める方法を考える。離散値で考えることにして r が r_i ($i=1, \dots$)

..., n)の n 個の点について考えることにする. δ については $\delta_i (i=1, \dots, m)$ の m 個の点を考え, その間隔は $\Delta\delta$ であるとする. (5.5-12)式において積分を台形公式で近似すると

$$D(\delta_k) = \Delta r \left\{ \frac{A(r_1, \delta_k)G(r_1)\exp(i\delta_k r_1)}{2} + \sum_{j=2}^{n-1} A(r_j, \delta_k)G(r_j)\exp(i\delta_k r_j) + \frac{A(r_n, \delta_k)G(r_n)\exp(i\delta_k r_n)}{2} \right\} \dots\dots\dots(5.5-13)$$

となる. ここで $\Delta r = l/(n-1)$ である. (5.5-12)式を解くことは(5.5-13)式の連立1次方程式を解くことに帰着する. (5.5-13)式において各々の δ をならべて書いて行列形式にする. (5.5-12)式の $j=1, n$ の項の $1/2$ の係数は A に押し込むことにすれば $G = (G(r_1), G(r_1), \dots, G(r_n))^T$, $D = (D(\delta_1), D(\delta_1), \dots, D(\delta_n))^T$ として

$$D = BG \dots\dots\dots(5.5-14)$$

と書くことができる. ここで B は $m \times n$ の係数行列であり $B_{jk} = \Delta r A(r_k, \delta_j)\exp(i\delta_j r_k)$ と定義する.

さてここで, もし $m=n$ なら G は一意にもとまるし, $m > n$ の場合には最小二乗近似を用いればよい. ここでは最小二乗近似を用いる方法で話を進める. (5.5-14)式の正規方程式[5.1]は

$$B^T B G = B^T D \dots\dots\dots(5.5-15)$$

である. B をGram-Schmidtの方法で直交化して次のようにQR分解する. (QR factorization)

$$B = Q^* R \dots\dots\dots(5.5-16)$$

ここで R は上三角行列, Q はエルミート行列である. すると正規方程式(5.5-15)は

$$R G = Q D \dots\dots\dots(5.5-17)$$

となる. あとは後代入(back substitution)で簡単に G を求めることができる. つまり

(5.5-16)式より

$$G = B^{-1}D \quad \dots\dots\dots(5.5-18)$$

として G を求める。

なおPivotingをした場合には(5.5-16)式のかわりに $BP = Q^1R$ と分解できる。ここで P は行の入れ替えの交換行列である。これを正規方程式(5.5-15)に代入すると、(5.5-17)に対応するのは $RP^1G = QD$ となることがわかる。ここで $P^{-1} = P^1$ を使った。

§5.5.4 実際の手順

以上より、ステップ1を行なった後にステップ2、3を交互に続けていけば、結晶内の格子の分布が計算できることがわかった。しかし実際の手順としてはこれ以外にも考慮しなければならないことがある。

まずはじめに、実際の測定上での注意点として、測定間隔の問題がある。計算機で計算するときには結晶の奥行き方向に n 個に分割するとする。光線にそった長さでいえば $\Delta r = L / (n \cos \theta)$ になることになる。Fig. 5.5-4に示したように y 方向の幅も自動的に決まる。その幅を Δy とすると $\Delta y = 2\Delta r \sin \theta = 2L \tan \theta / n$ となる。たとえば結晶内での光線の結晶面の法線に対する角度が 12° であるとし（このとき結晶に対する入射角は 30° である）、結晶の長さ $L = 5 \text{ mm}$ のとき、 $\Delta y = 2.1/n \text{ (mm)}$ となる。結晶内部の分布をみるためには n は少なくとも数十点程度は必要である。100点とすると $\Delta y = 0.02 \text{ mm}$ となる。この刻み幅で回折波の断面すべてをスキャンするとデータはかなり多くなってしまふ。それに回折などによりこの間隔で測定することはあまり意味がない。したがってビーム断面の測定刻み幅は Δy の整数倍にとって、計算時はこの回数分だけ繰り返して行ない、その間同じ $G(r)$ の値を用いることとする。

実際の計算機内でのデータの扱いについて触れておく。 $G(r) = G(r_1), G(r_2), G(r_3), \dots$ というベクトルで考える。 $r_i = i\Delta r - \Delta r/2$ である。これは結晶全体をカバーするだけの数を用意するので、実際にはそれらをまとめて行列にしてしまふ。入射波 R 、回折波 S は

それぞれ1つずつあればよい。それらは δ の関数でもあるため、 x と δ の2つのパラメーターを並べて行列として考える。

$$S = \begin{pmatrix} S(0, \delta_1) & S(r_1, \delta_1) & \cdots & S(r_n, \delta_1) \\ S(0, \delta_2) & S(r_1, \delta_2) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S(0, \delta_m) & \cdots & \cdots & S(r_n, \delta_m) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(5.5-19)$$

同様にして R の項も行列にする。 $E_k = \exp(i\delta r_k)$ という行列もあらかじめ作っておくと計算が便利である。

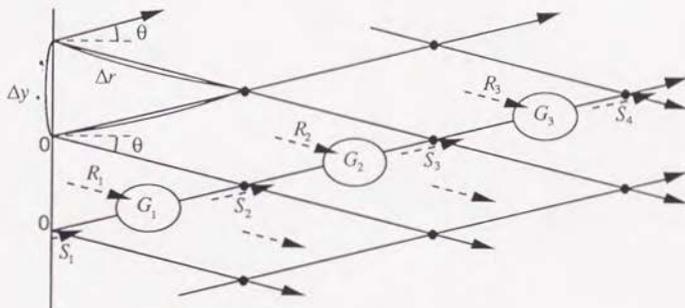


Fig. 5.5-4

計算機で計算するための実際の手順は次のとおりである。

1. R を初期値にセットする。 ($R_1 = 1$)
- ループ1● 測定データ点数だけ繰り返す
 2. G_1 を測定された回折波の振幅より計算する。
- ループ2● (測定刻み幅/ Δy)回だけ繰り返す。その間同じ $G(r)$ の値を用いる。
 3. G_1 と R_1 を使って S_1 を計算する。
 4. G_1 と S_1 より次の段での R 、すなわち R_2 を求める。結晶中を1段進むので R_2 は一つ右にシフトする。左端には1を入れる(結晶端からの入射波)。

第5章 参考文献

- [5.1] G.ストラング, 山口晶哉監訳, 井上昭訳, 線形代数とその応用, 産業図書 (1985)

第六章

本方式の評価

第6章 本方式の評価

この章では第5章で触れなかったいくつかの問題について扱う。§6.1では測定結果の原点のシフトをもたらす波数スキャンにともなう光路長変化の影響、§6.2では実際の測定の際に問題となるいくつかの現実的問題を扱う。§6.3では分解能について考察し、§6.5では、そこで議論した読み出しの分解能をもとに、結晶を記憶素子としてみなした場合の実効的な記憶容量について議論する。

§6.1 波数スキャンに伴う光路長変化による影響

本測定方式は位相を含めた回折波の測定を行なわなくてはならないため、測定結果は測定時の位相の変動に影響される。実際の測定では、波数および位置のスキャンを行なわなくてはならないため、スキャンにともない光路長が変化し、位相が変動してしまう。本方式では回折波の複素振幅を元にして計算を行なうため、測定される回折波の位相に余計な位相が加わってしまうときには特別の配慮が必要である。この節では光路長変化による影響について詳しく述べる。

波数のスキャンに対して1次まで考えることにして、回折波の振幅 $S_{out}(\delta)$ に、 δ に比例した位相変化 $\exp(ia\delta)$ が付け加わるとする。(5.2-7)式において $S_{out}(\delta)$ のかわりに $S_{out}(\delta)\exp(ia\delta)$ を代入すると、

$$\begin{aligned} G(r) &= -\frac{2i}{\pi\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{S}_{out}(\delta)\exp(ia\delta)}{R_0} \exp(-i\delta r) d\delta \\ &= -\frac{2i}{\pi\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{S}_{out}(\delta)}{R_0} \exp\{-i\delta(r-a)\} d\delta \quad \dots\dots\dots(6.1-1) \end{aligned}$$

となる。これは座標軸 r の原点が、 a だけずれたことを意味する。このように、回折波の位相に、波数のスキャンに比例した位相が加わると、フーリエ変換後の原点がずれてしまう。

ところで、どのくらい光路長が変化すると、測定される回折波の位相はどのくらい変化するのだろうか。参照波の光路長を l 、波長を λ とする。回折波の光路長を $l+\Delta l$ 、波長を $\lambda+\Delta\lambda$ とおく。 $\Delta\lambda$ は微小量であるとする、これによって生じる位相差は

$$\phi = 2\pi(l/\lambda - (l+\Delta l)/(\lambda+\Delta\lambda)) = 2\pi\Delta l/\lambda + 2\pi l\Delta\lambda/\lambda^2 = 2\pi\Delta l/\lambda - 2\pi l\Delta\nu/c$$

.....(6.1-2)

となる。ただし $\Delta\nu$ は周波数差である。光路長が変化したときを考えて、それぞれの項について位相変化を見積もってみる。波長変化はないものとする。まず第2項は参照波、回折波共通の光路長変化があったときの位相変化であるが、これは両者のあいだに周波数差があるために生じたものである。しかしこれは無視できるほど小さいことが次のようにしてわかる。たとえば $l=1\text{ m}$ とすると $\Delta\phi = 2\pi \times 1\text{ m} \times 12.5\text{ kHz} + 3 \times 10^{-8}\text{ m/s} = 0.00026$ と1に比べて非常に小さい。それに加えて、 l は検出器を動かしてスキャンする場合にしか変化せず、その場合でも1 mm程度しか変動しないはずである。

次に、第1項は、 λ が $0.5\text{ }\mu\text{m}$ 程度と非常に短いため、光路差 Δl がわずかに(波長程度)変化しても位相は大きく変化する。以下、波数スキャンによって Δl がどの程度変化するかを考えよう。

ここでは結晶を回転することによって波数スキャンを行なうことを想定し、結晶が回転したときの光路長変化を、回転角の1次の範囲で議論する。任意の回転中心での回転を、原点を中心とする回転移動と平行移動とに分けて議論する。このように分けて考えても一般性は保たれており、実際の光路長変化はそれぞれの光路長変化の和になる。

§6.1.1 結晶の回転にともなう光路長変化

結晶の回転につれて結晶内を通る光線の光路が変わるため、回折波の光路長 $l+\Delta l$ が変化する。以下、結晶が回転したときの光路長変化を考えよう。まず入射波がブラッグ角で入射しているときを考える。すべての角度は+x軸から正方向に測ることにする(Fig. 6.1-1参照)。すなわちこの図の場合、 $\theta_0 < 0$ である。結晶外部の角度 θ_0 、 ψ_0 と結晶

内部の角度 θ_0, ψ_0 はスネルの法則により関係付けられる。このとき検出器までの距離を s とおき、検出器の位置をR点とするとその座標は $(x_R, y_R) = (L + s \cos \Psi_0, s \sin \Psi_0)$ である。O点からR点までの光路長の変化を求めるために、結晶外と結晶内に分けて考えることにする。

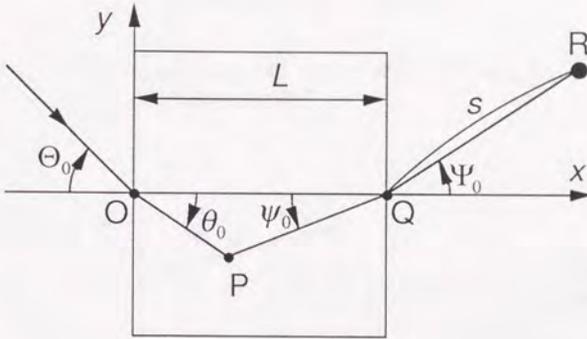


Fig. 6.1-1

結晶外部での位相変化

さて、この状態から点Oを中心として結晶が角度 γ だけ回転したとする。すると入射角が $\theta_0 \rightarrow \theta = \theta_0 - \gamma$ と変化する。($|\theta| = |\theta_0| + \gamma$) このとき格子で決まる回折角も変化して $\Psi_0 \rightarrow \Psi$ となる。検出器の位置は変わらないため回折する位置Q点は検出器に光線が到達するようにして決定される。これに伴ってP点の位置も決定される。

R点の座標が決まっていて角度 Ψ もわかっているのでQ点の座標を求めることができる。QRのx軸となす角は $\Psi + \gamma$ であるためQ点の座標は $(x_Q, y_Q) = (x_R - r_3 \cos(\Psi + \gamma), y_R - r_3 \sin(\Psi + \gamma)) = (L + s \cos \Psi_0 - r_3 \cos(\Psi + \gamma), s \sin \Psi_0 - r_3 \sin(\Psi + \gamma))$ となる。ここで点Qは結晶の射出面上にある点であるから $x_Q \cos \gamma + y_Q \sin \gamma = L$ が成り立つ。これより $r_3 = s \cos(\Psi_0 - \gamma) / \cos \Psi - L(1 - \cos \gamma) / \cos \Psi$ が求まった。

ここで γ は微小角度だとして1次までを考えることにし、入射角が $\theta_0 \rightarrow \theta = \theta_0 + \Delta\theta$ と変わったために変化した回折角の大きさを $\Psi_0 \rightarrow \Psi = \Psi_0 + A\Delta\theta$ とおく。Aの値は§5.4

で述べた。もし $|\theta| = |\psi|$ なら $A = 1$ である。さて $\Delta\theta = -\gamma$ を代入すると r_3 は

$$r_3 = s + s(1-A)\gamma \tan \Psi_0 \quad \dots\dots\dots(6.1-3)$$

となる。これより位相変化は

$$\Delta\phi = 2\pi\Delta r_3/\lambda = sk_0(1-A)\gamma \tan \Psi_0 \quad \dots\dots\dots(6.1-4)$$

となる。ただしここで $k_0 = 2\pi/\lambda$ である。 $A = 1$ では1次の範囲では変化しないことがわかる。

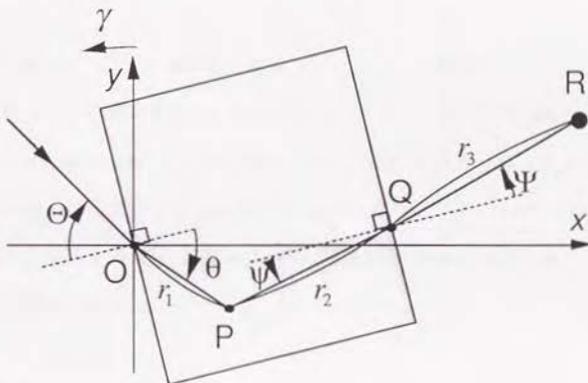


Fig. 6.1-2

結晶内部での光路長変化

これで結晶外部での光路長変化は求めることができた。次に結晶内部での光路長変化を考える。しかし、このために r_1, r_2 を求めることは必要ない。結晶射出面での光波の振幅は結合波方程式によって計算されている。結晶の回転によって変化してしまうのはその基準とする点である。結合波方程式で与えられるQ点での複素振幅は原点O点を位相の基準にしている。検出器の位置は変わらないので、結晶の回転につれてQ点は移動してしまう。つまり射出面上の違う点から出た光を測定することになる。

まずQ点がどの程度ずれるのか考えてみよう。(6.1-2)式よりQ点の座標を γ の1次の範囲で求めると $(x_Q, y_Q) = (x_R - r_s \cos(\Psi + \gamma), y_R - r_s \sin(\Psi + \gamma)) = (L, -s(1-A)\gamma/\cos\Psi_0)$ となる。したがってこれを原点を中心に γ だけ回転させて結晶の位置が変わらないようにすると

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma \\ -\sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(6.1-5)$$

より

$$(x_Q, y_Q) = (L, -\gamma(L + s(1-A)/\cos\Psi_0)) \quad \dots\dots\dots(6.1-6)$$

となる。

Q点の座標を求めるのにこの様に考えてもよい。結晶の位置が変わらないように(6.1-4)式にしたがって座標系を γ だけ回転させる。これよりR点の座標は $(x'_R, y'_R) = (s\cos(\Psi_0 - \gamma) + L\cos\gamma, s\sin(\Psi_0 - \gamma) - L\sin\gamma)$ となり、Q点の座標は $(x'_Q, y'_Q) = (L, y'_R - (x'_R - L)\tan\Psi) = (L, s(\sin(\Psi_0 - \gamma) - \cos(\Psi_0 - \gamma)\tan\Psi) + L(\tan\Psi(1 - \cos\gamma) - \sin\gamma))$ となる。 γ の1次について展開すると $(x'_Q, y'_Q) = (L, -\gamma(L + s(1-A)/\cos\Psi_0))$ となる。これは(6.1-6)式と同じ結果である。

以上よりQ点のy座標は

$$\Delta y = -\gamma(L + s(1-A)/\cos\Psi_0) \quad \dots\dots\dots(6.1-7)$$

だけずれることがわかった。

さて、このようにQ点がずれたとき、位相はどのように変化するだろうか？ここで結晶の射出面上で違った位置での位相差を考えてみよう。回折波が結晶中で $S(x)\exp(i\sigma x)$ の形で表されている場合、結晶の射出面上での回折波の振幅は $S(L)\exp[i(L\sigma_x + y\sigma_y)]$ となる。これをみると、 y に依存するのは $\exp(iy\sigma_y)$ なので位相としては $y\sigma_y$ を考えればよいことがわかる。

さてここで $\sigma_y = \beta\sin\Psi$ であり、入射角に伴い σ_y は変化する。しかし入射角の変化に伴

う位相ずれは1次の量なので無視し、 σ_y は一定と見なす。すなわち $\sigma_y = \beta \sin \psi_0$ とする。すると

$$\Delta\phi = -\gamma\beta \sin \psi_0 (L + s(1-A)/\cos \psi_0) = -\gamma k_0 \sin \psi_0 (L + s(1-A)/\cos \psi_0) \quad \dots\dots(6.1-8)$$

となる。ただしここでスネルの法則 $n \sin \psi_0 = \sin \psi_0'$ より、 $\beta \sin \psi_0 = k_0 \sin \psi_0'$ を使った。

全体の光路長変化

以上をまとめると結晶を γ だけ回転させたときの位相差は

$$\Delta\phi = -\gamma k L \sin \psi_0' \quad \dots\dots(6.1-9)$$

となる。

たとえば、 $\lambda = 514.5 \text{ nm}$ ($k_0 = 2\pi/\lambda = 1.22 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$)、 $L = 5.3 \text{ mm}$ 、入射角 $\theta_0 = 30^\circ$ で射出角も $\psi_0' = 30^\circ$ であるとする

$$\Delta\phi = -3.2 \times 10^4 \times \gamma \text{ (rad)} \quad \dots\dots(6.1-10)$$

となる。

§6.1.2 結晶の平行移動による光路長変化

結晶の回転量はわずかなため、それに伴う平行移動もわずかである。そこで回転による直接の位相変化と、平行移動に伴う位相変化を回転量の1次の範囲で独立に取り扱ったことが許される。そこでここでは平行移動だけを考える。

垂直方向にずれても位相には関係ない。そこで水平方向にずれたときを考える (Fig. 6.1-3参照)。

全体の位相変化を(I)結晶入射前の変化、(II)結晶内での変化、(III)結晶射出後の変化、の3つに分けて以下に検討してみよう。

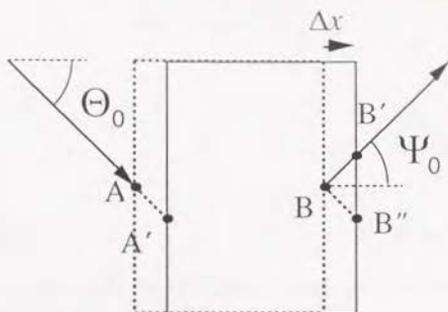


Fig. 6.1-3

結晶入射前の変化

AA'の距離分だけ遠くなり、位相が遅れる。AA'の距離は $\Delta x / \cos \Theta_0$ である。よって位相変化は

$$\Delta \phi_1 = k_0 \Delta x / \cos \Theta_0 \quad \dots\dots\dots(6.1-11)$$

となる。

結晶内での変化

入射の基準点がA点からA'点に移動したと考える。すると対応するB点はB'点に移動する。A'からB'までの位相変化はAからBまでと同じだからB'からB''に射出の基準点が変わった分の変化を計算すればよい。回折波の方向にそって速くなるのだから位相は遅れることになる。B'B''の距離は、 $\Delta x (\tan \Psi_0 + \tan \Theta_0) = \Delta x (\tan \Psi_0 - \tan \Theta_0)$ である。したがって位相の遅れは

$$\Delta \phi_2 = k_0 \Delta x (\tan \Psi_0 - \tan \Theta_0) \quad \dots\dots\dots(6.1-12)$$

となる。

結晶射出後の変化

BB'の距離分だけ近くなり、位相が進む。BB'の距離は $\Delta x / \cos \Psi_0$ である。よって位相変化は

$$\Delta\phi_{III} = -k_0\Delta x/\cos\Psi_0 \quad \dots\dots\dots(6.1-13)$$

となる。

全体の光路長変化

以上をまとめると

$$\Delta\phi = \Delta\phi_I + \Delta\phi_{II} + \Delta\phi_{III} = k_0\Delta x(1/\cos\Theta_0 + (\tan\Psi_0 - \tan\Theta_0) - 1/\cos\Psi_0) \quad \dots\dots\dots(6.1-14)$$

となる。これよりたとえば $\Theta_0 = -\Psi_0$ のときには射出基準点の移動が主な原因で位相が変化することがわかる。この時には $\Delta\phi = 2k_0\Delta x\tan\Theta_0$ である。

さてここで結晶が回転してその回転中心がずれていたときにどの程度の平行移動になるのか、すなわち Δx の見積をしよう。図のようにC点を中心にして回転したときにO点を中心に回転したときに比べて結晶前面のx軸方向のずれ Δx を求めてみよう。

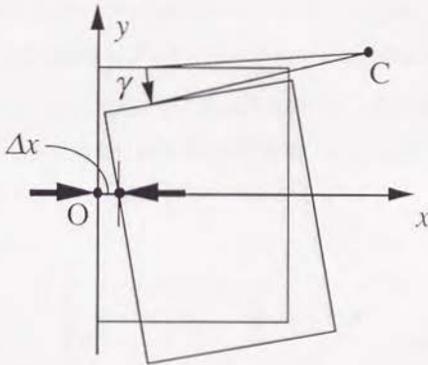


Fig. 6.1-4

Cを原点にした座標系 (X, Y) を考える。すると $(x, y) = (X+x_c, Y+y_c)$ によって (x, y) 系と関係づけられる。C点を中心に γ だけ回転させるとある点 (X, Y) は (X', Y') に次の式にしたがって移動する。

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(6.1-15)$$

今考えているのは $x=0$ の直線である。これが上の2つの式よりCを中心とした回転によつて

$$x\cos\gamma + y\sin\gamma = x_c\cos\gamma + y_c\sin\gamma - x_c \quad \dots\dots(6.1-16)$$

に移されることがわかる。 $\gamma=0$ なら $x=0$ に、 $x_c=y_c=0$ なら原点を中心とした回転に帰着する。このずれの x 軸方向の量 Δx を求めよう。(6.1-16)式を、座標 $(\Delta x, 0)$ を通る直線を表わす方程式 $\cos\gamma(x-\Delta x) + y\sin\gamma = 0$ と比較することにより、 $\Delta x = x_c(1 - 1/\cos\gamma) + y_c\tan\gamma$ と求めることができる。 γ の1次までで展開すると $\Delta x = y_c\gamma$ となる。

これより回転にともなう光路長変化に関しては、回転の中心の x 座標はあまり影響を及ぼさないが、 y 軸方向へのずれは大きく影響することがわかる。

最後に§6.1をまとめる。任意の点を中心とする回転を、原点の周りの回転と平行移動とに分けて考えることにより、結晶の回転にともなう光路長変化を求めた。結晶の回転にともなう位相差が生じないための条件は、1)入射角と回折角が同じであること、2)回転中心の y 座標が、回折波のうちディテクターが測定する部分に対応する結晶射出面上の点と一致すること、の2つである。この条件を図で示したのがFig. 6.1-5である。図の中の点線で表わされた直線上に回転中心があれば、結晶が回転しても、1次の範囲では光路長の変化は起こらない。

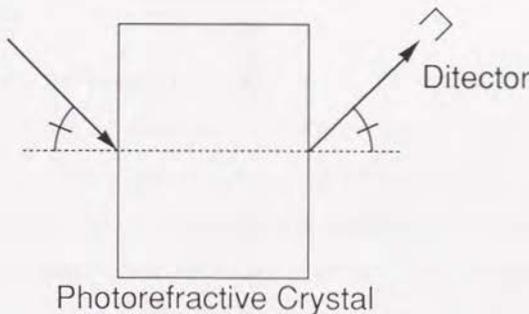


Fig. 6.1-5

§6.2 その他の場合の検討

§6.2.1 書き込みと読みだしの波面のずれによる誤差

読みだし波面が完全に書き込み波面と同じにすることは、書き込みと読み出しに同一のものをを用いない場合にはほとんど不可能である。この不一致は、光学系についたよごれやほりによって生じるが、書き込みや読み出しの波面に曲率があっても生じる。書き込み波の波面が曲率を持っていると、記録される屈折率格子も曲率を持ってしまう。このようなことは、たとえば書き込み波をビームエキスパンダーで広げるときに調整が悪い時に起こる。書き込み時とは違う波長の光で読み出す場合には、書き込み時の波面が平面でないと、読み出し波をどのようにしても決して波面を完全に一致させることは不可能である。実際には書き込まれる屈折率格子は、書き込み波が球面波であったとしても、結晶入射面での屈折のために厳密には球面とはならず、話はさらに複雑になる。Fig. 6.2-1は球面波では干渉縞が曲率を持ってしまうということの簡単な説明である。

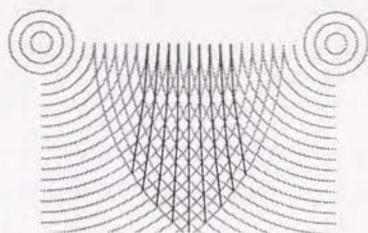


Fig. 6.2-1

たとえ書き込みが完全な平面波で行なわれたとしても、読み出し波が曲率を持っている場合はこれと同じようなことが起こる。つまり本測定方式では、読み出しに違う波長を使うときには、書き込み波も読み出し波も完全に曲率がないようにしておかなければならないが、結晶は非常に厚いので、わずかな波面の曲率でもこのようになってしまう。ここで、どの程度の曲率までが許されるのか、見積りをしてみよう。格子と入射波面の間の曲率半径の差を r とする。結晶の厚みを l とすると結晶の前端と後端とで、このずれ

は L^2/r となる。このずれが1波長分以下でないと、回折の重ね合せは位相がずれてしまう。よって $L^2/r < \lambda$ 、これより $L = 10 \text{ mm}$ 、 $\lambda = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$ とすると曲率半径の差 r は $r > 200 \text{ m}$ となる。このような高い精度の平面波を作るのは非常に困難であるから、現実問題としては、このような誤差は常に存在していると考えべきである。

このような波面の不一致は測定結果に影響する。実はこのことはホログラムに共通の本質的な問題で、格子がずれているのか、読み出し波の波面がずれているのか、区別がつかないのである。通常ホログラムと同じように、記録時の波面がどのようなものであっても再生時に同じ波面を用いれば何も問題はないのだが、読み出し波の波面が書き込み時の波面とずれているときには、読み出された格子の位相が、その場所における波面のずれと同じ位相を持ってしまう。

この問題を避ける方法としては、読み出しに書き込みと同じ参照波を使うことが考えられる。しかし同じ波長であるために、読み出すことによって消去が行なわれてしまうことになる。消去が起きないようにするためには、光を弱くするか、結晶の格子のFixingをすればよい。もう1つの方法は、結晶中に基準となる格子を書き込み、読み出しを行なってこの波面の不一致の量を測定しておき、この値を使って測定結果を補正することである。

波面が乱れているときはどうしようもないが、波面あるいは格子が球面である場合についてはある程度の補正が可能である。結晶面内のある1点での奥行き方向の測定を考えてみる。この場合、結晶中の位置によって、ブラッグ角が違うということになる。このような場合には結晶の前半部分からの回折と後半部分からの回折とが重なりあって強めあうことができないため、回折のピークは低く、幅広くなる。

本方式をそのまま適用すると、このずれはチャープ、すなわち格子の位相が変化しているというように解釈される。したがって解析した結果は、格子の複素振幅の位相が結晶の奥行きに向かって単調に変化するような結果となる。

データ処理を単純なフーリエ変換で行なうときには、これはフーリエ変換後にリニアな位相の変化として現われる。したがってフーリエ変換後に結果の各点にリニアな位相

補正を加えてやればよい。

位置のスキャンを行なう時には、照射する波面がどこでも一様でなくてはならないが、そうでないときには結晶面内の各々の場所によってブラッグ角が変わってしまい、場所を変えて測定したデータはピークの位置がずれてきてしまうことになる。このような場合には各々の場所に応じて測定データの原点をずらしてやればよい。

§6.2.2 結晶の幅が一定でないとき

結晶にウエッジがつけてあるときには、測定する場所によって結晶の厚みが変わってしまうことになる。そして場所ごとに光路長が変化することになる。位相補正量は結晶の厚みに依存するため、位置をスキャンした場合にはその場所ごとに補正量を変えてやる必要がある。立体中のデータ各点を j, k, l の指標で表わすことにする。 j は波数のスキャンに対応した指標、 k, l は位置のスキャンに対応した指標である。§6.1 で述べたように、測定データ各点に対して位相補正 $\phi_{jkl} = aj$ を施せばよかつたわけであるが、この係数 a が、結晶面内の位置によって変わると考えればよいわけである。1 次の範囲で考えれば（ウエッジならば明らかに 1 次である）位相補正量を $\phi_{jkl} = (a_0 + a_1k + a_2l)j$ に置き換えればよい。

§6.2.3 複数の屈折率格子が存在するとき

フォトリフラクティブ結晶内に以前に記録したデータが完全に消去されていない場合に複数の屈折率格子が結晶内に存在することがある。そのほかにも読み出し波に異常光線と常光線の成分が混ざっているときに、結晶の異方性のために、見かけ上、格子が 2 つ存在してしまうということが起きる。これらの格子がまったく別の方向を向いているときにはほとんど何の問題もないが、スキャンする範囲内に 2 つの格子のブラッグ角が入ってしまうような場合には、回折のスペクトルには 2 つのピークが現われる。

このような場合に何が起きるかを考えてみよう。回折波 $D(\delta)$ は、少しずれた 2 つの回

折 $D_1(\delta)$, $D_2(\delta)$ の和であるとする.

$$D(\delta) = D_1(\delta) + D_2(\delta) \quad \dots\dots\dots(6.2-1)$$

$$D_1(\delta) = D_0(\delta - \delta_0), D_2(\delta) = D_0(\delta + \delta_0) \quad \dots\dots\dots(6.2-2)$$

今, 回折が, §5.2で述べたように, 格子の空間分布 $G_0(r)$ のフーリエ変換で表わせるとしよう. すなわち,

$$G_0(r) = \mathbf{F}[D_0(\delta)] \quad \dots\dots\dots(6.2-3)$$

であるとする. さて, $D(\delta)$ をフーリエ変換すると

$$\mathbf{F}[D(\delta)] = \mathbf{F}[D_1(\delta)] + \mathbf{F}[D_2(\delta)] \quad \dots\dots\dots(6.2-4)$$

である. ここで, 原点のずれた関数をフーリエ変換すると, 結果にリニアな位相がのることを思い出そう. すなわち

$$\mathbf{F}[D_1(\delta)] = \int_{-\infty}^{\infty} D_1(\delta) \exp(ir\delta) d\delta = \int_{-\infty}^{\infty} D_0(\delta) \exp\{ir(\delta + \delta_0)\} d\delta = \exp(ir\delta_0) \mathbf{F}[D_0(\delta)] \quad \dots\dots\dots(6.2-5)$$

である. これを使うと(6.2-4)式は

$$\mathbf{F}[D(\delta)] = 2\cos(r\delta_0) \mathbf{F}[D_0(\delta)] \quad \dots\dots\dots(6.2-6)$$

となる. これより2つの格子があると, フーリエ変換して格子分布を求めたときに, 全体が波打ってしまうことがわかる. Fig. 6.2-2に実際の測定でこのようなことが起きてしまった例を示す. 第7章でも説明するが, この図の見方は(a), (b)が測定データで, 回折波の振幅(a)と位相(b)を示している. (c), (d)はこれをフーリエ変換したものである. このときは波長板を使って偏光偏光方向を常光線にして測定を行なったのであるが, 読み出しの時に, 異常光線と常光線の成分が残ってしまい, 2つの回折が重なり合って, 等価的に2つの格子が存在したのと同じようなことになってしまっている. (a)をみる

とわかるように、回折波の振幅はブラッグ角でピークになるが、このメインのピークの他に、少しずれた位置に小さいピークがある。これが重なり合ってしまったもう1つの回折波である。このピークのためにフーリエ変換後のデータが波打っている。

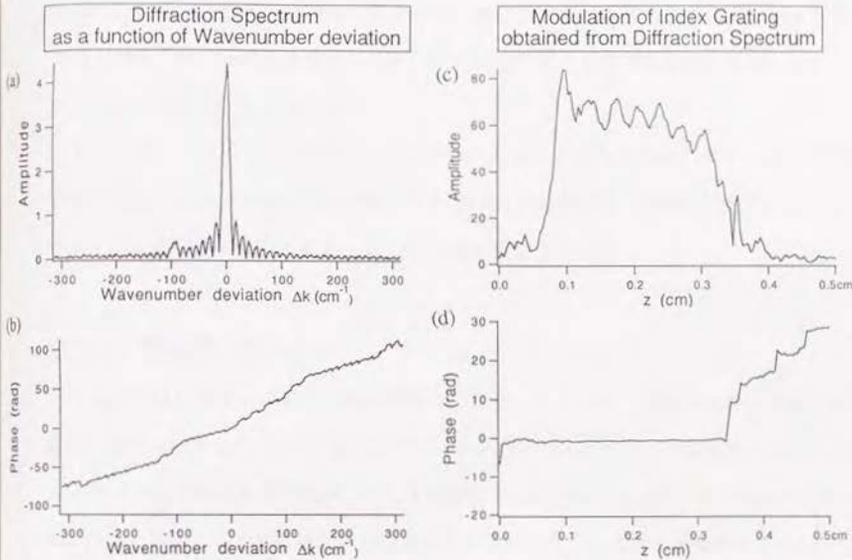


Fig. 6.2-2

§6.2.4 吸収率の格子が存在したとき

これまでは屈折率の格子だけを考えてきた。ここで吸収率の格子が存在した場合を考えてみよう。電気伝導率 σ が、 $H(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})$ によって変調を受けているとする。この場合、波動方程式における伝播定数(3.3-3)式は

$$k^2 = \beta^2 + 2i\alpha\beta + \beta^2[\text{Re}\{G(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})\} + i\text{Re}\{H(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r})\}] \dots\dots\dots(6.2-7)$$

となる。そして結合波方程式(3.3-6)式は

$$\begin{aligned}
 c_R \frac{\partial R(x)}{\partial x} + \alpha R(x) - \frac{i}{4} \beta \{G^*(x) + iH^*(x)\} S(x) &= 0 \\
 c_S \frac{\partial S(x)}{\partial x} + (\alpha + i\delta) S(x) - \frac{i}{4} \beta \{G(x) + iH(x)\} R(x) &= 0 \quad \dots\dots\dots(6.2-8)
 \end{aligned}$$

となる。結合波方程式の回折波に関する式(第2式)だけを使う方法では $G(x) + iH(x)$ が得られるだけで両者を分離するためには入射波に関する式(第1式)も使って、 $G^*(x) + iH^*(x)$ を求める必要がある。

第2式だけを使って $H(x)$ が求められるのは次のような場合である。まず、屈折率格子が存在せず、吸収率の格子だけの時、それと $G(x)$ と $H(x)$ の間に関係式が成立していて、 $G(x) + iH(x)$ だけから $H(x)$ を求めることができる場合である。

§6.2.5 群速度分散があるとき

これまで、媒質の群速度分散は無視してきた。すなわち、結晶中においてもパルスの形は崩れないとした。このことはピコ秒パルス光については妥当な仮定であるが、フェムト秒パルスでは成り立たない。たとえば波長550 nmでは、1 psのパルスの波長広がり0.1 nmである。第2章の結晶の分散曲線を見ると、0.1 nm程度の波長範囲では、分散曲線はリニアとみなせるので群速度分散はない。しかし、パルス幅が10 fs程度になってくると波長広がり10 nmとなり、群速度分散が無視できなくなってくる。本論文では、体積型ホログラムを用いて2次的にパルス形状を測定することを考えており、いずれにせよ10 fsもの読み出し分解能は困難なので、群速度分散は考えなかったのである。群速度分散があると結晶中をパルスが進むにつれてパルス波形が変化してきてしまう。この節ではそのような場合には格子がどのようにになってしまうのかを考えてみよう。

今、2つのパルスが逆向きに進行している場合を考えてそれぞれを次のようにおく。

$$u_{\pm}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} A_{\pm}(k) \exp[i\{\omega(k)t \mp kz\}] dk \quad \dots\dots\dots(6.2-9)$$

ここで $\omega(k)$ が分散を表わす。この2つのパルスが結晶中で干渉する。すると

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} u_+(z,t)u_-^*(z,t)dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_+(k)A_-^*(k') \exp[i\{\omega(k)-\omega(k')\}t - i(k+k')z] dt dk dk' \\ & \dots\dots\dots(6.2-10) \end{aligned}$$

となる。ここで ω を中心の波数 k の周りで展開し、次のようにおく、

$$\omega(k) = \bar{\omega} + \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{k=\bar{k}} (k - \bar{k}) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right|_{k=\bar{k}} (k - \bar{k})^2 \equiv \bar{\omega} + v_g(k - \bar{k}) + c_d(k - \bar{k})^2$$

.....(6.2-11)

ここで v_g は群速度で c_d は群速度分散の大きさを表わす係数である。(6.2-10)式の t に関する積分は

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i(\omega(k) - \omega(k'))t\} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i[v_g(k - k') + c_d(k^2 - k'^2 - 2(k - k')\bar{k})]t\} dt \\ &= 2\pi \delta(v_g(k - k') + c_d(k^2 - k'^2 - 2(k - k')\bar{k})) \end{aligned}$$

.....(6.2-11)

となってDiracのデルタ関数になる。 k が ω が線形であるとみなせるような範囲にある場合、すなわち(6.2-11)式の第3項が無視できる場合には群速度分散はない。この場合には(6.2-11)式は

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{i(\omega(k) - \omega(k'))t\} dt = \frac{2\pi}{v_g} \delta(k - k') \quad \dots\dots\dots(6.2-12)$$

となり、(6.2-10)式は

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_+(z,t)u_-^*(z,t)dt = \frac{1}{v_g} \int_0^{\infty} A_+(k)A_-^*(k) \exp(-2ikz) dk \quad \dots\dots\dots(6.2-13)$$

となる。この式は、形成される干渉縞が、2つのパルスの波数成分の対応するもの同士が作る干渉縞の重ね合わせになることを示している。そしてその大きさは v_g に反比例している。結晶中での干渉縞の形状そのものは、真空中での場合とかわらない。このことは(6.2-13)式の積分のなかに分散に関する項が入っていないことからわかる。実際、真空中での干渉縞は(6.2-13)式において $v_g = c$ (c は光速)とおいたものである。第3項が

無視できない場合には以上のようなことは成り立たなくなり、結晶中での形状は歪むことになる。

§6.2.5 ビーム結合の影響

2章で述べたように、フォトリフラクティブ効果には一般に増幅作用がある。すなわち結晶中を進むにつれて片方のビームのエネルギーがもう片方のビームに移ってしまうのである。このようなことがおこると、ビームの強度比が結晶内の位置によって変化するため、書き込まれる格子は単純に2つのパルスの相関ではなくなってしまふ。

パルス光による2光波混合は、文献[1]で詳しく述べられている。しかしかれらの興味の対象は、パルス光の変形と、コヒーレンス長の測定であり、2つのビームがほとんど平行に進行し、結晶内を進行中に位置的な重なりあいがずれることが起きないように仮定が入っている。かれらの実験も交差角が1°程度で行なわれている。

このような仮定は、実は本論文で行なっていることと全く異なっている。本論文の方式は、むしろ結晶内を進むにつれて重なりあいの位置がずれることが本質的である。であるから、2つのビームが平行でなく、むしろ対向する成分が重要なのである。

この違いは、2つのビームのカップリングに本質的な差異をもたらす。文献[1]のような状況では、2つのパルスは始めから終わりまで重なりあって進むので、2光波混合増幅率は本質的にはCWの場合とかわりない。そして格子は結晶の入射面から射出面まで一様になる。それに対して本論文のような状況では2つのパルスが重なりあって格子を作るのは結晶内の一部分である。そのために、2光波混合の相互作用長は、ごく短い。そしてエネルギーの移動も小さいのである。小信号の増幅率は、結合係数を Γ 、相互作用長を l とすると、 $\exp(\Gamma l)$ となる。したがって相互作用長 l が長いと指数関数的に増幅率は増大してしまうのである。

以上の理由から、本方式ではビーム結合の影響は出にくいことがわかった。ビームファニングに関しても同様である。それでも結合がなるべく小さくなるように、結晶や偏光を考慮することは重要である。

§6.3 分解能

本方式の時間分解能は何によって制限されているのであろうか？これは書き込みの分解能と読み出しの分解能のうち、悪いほうで決まるであろう。この節では、まず書き込み分解能を考え、次に読み出し分解能を縦方向と横方向に分けて考察する。

§6.3.1 書き込み分解能

書き込み分解能を決めているのは基本的にはパルス幅である。2つのパルスのうち短い方のパルス幅が書き込みの分解能になる。しかしパルス幅を短くすれば、いくらでも分解能を上げることができるというわけではない。

まずはじめに、フォトリフレクティブ結晶の分解能はどうなのであろうか？しかし実はフォトリフレクティブ結晶の能力は問題ではない。なぜなら、格子が書ける程度の分解能があることは前提であり、また格子のピッチより細かい情報を書き込むことは考えていないからである。格子のピッチは波長と入射角で決まり、これが干渉縞で情報を記録するときの絶対的な上限となる。これは1波長だけの光でサンプリングした時の分解能であり、このような波が現実的であるかはともかくとして、 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ では $\Delta t = 1.6 \text{ fs}$ となる。実際にはこのようなパルスでは結晶中の群速度分散が大きくて結晶中を進むにつれて波形が崩れ、記録される情報ははやけてしまうが、ここでは薄い結晶を使うか、あるいは補正することによって克服できたとしよう。

ここで時間が空間にどのように対応するかを考えてみよう。そうすれば空間分解能を時間分解能に対応させることができる。まずある瞬間を考えて、O点でオブジェクトパルスのある部分がサンプリングパルスと重なっているとす (Fig. 6.3-1参照)。オブジェクトパルスの進行方向に垂直な断面内での同じ点で、時間的に Δt だけ離れた部分の情報を考えよう。この点は今、O点から $v\Delta t$ だけ離れたP点にある。今、O点にあるパルスの情報は、結晶内のO点に書かれる。P点の情報は結晶内のどこにかかれるのであろうか。P点からオブジェクトパルスの方向に沿って進行していくとQ点でサンプリング

パルスに重なることが図よりわかる。すなわちO点より $\Delta s = v\Delta t/2\sin^2\theta$ だけ離れた点に書き込まれることになる。さて、ここでちょうど格子間隔に相当するような Δs を考えよう。格子間隔は $\Lambda = \lambda/2n\sin\theta$ である。 $\Delta s\sin\theta = \Lambda$ とおくと $\Delta t = \lambda/nv$ となる。これは結局、光が結晶中で格子間隔だけ進むだけの時間である。

もちろん実際問題としては、そのような時間分解能はとて達成できない。そのほかの現実的な問題としてはサンプリングパルスがオブジェクトパルスに比べて極端に短いと、モジュレーションの低い格子しか得られないということである。というのは、オブジェクトパルスのなかで、干渉縞が形成されるのはサンプリングパルスの幅分だけであり、残りの部分はいわば消去光として働き、その干渉縞の平均のモジュレーションを下げてしまうからである。具体的にはオブジェクトパルスに対するサンプリングパルスの幅の比の分だけモジュレーションは低下すると考えてよい。回折効率は格子の振幅の2乗に比例するため、そうなる読み出しが困難になってくる。

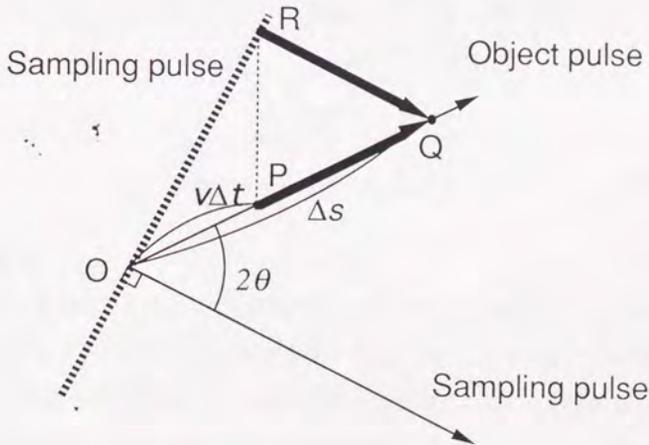


Fig. 6.3-1

§6.3.2 読みだし分解能

分解能を制約する原因の1つは構造が細かくなり過ぎると、そもそも体積型ホログラムとして扱うことができなくなり、二波結合波理論そのものが適用できなくなってしまうということである。この限界は、ホログラムの理論の節で述べた、体積型ホログラムの領域の基準の話から知ることができる。これは、格子が一様とみなされる領域の大きさと、格子のモジュレーションとで決まる。典型的にはこの値は0.1 mm以下であり、本論文で考えている範囲では、これは十分に成り立っていると考えてよい。

読みだし分解能については次のように縦方向と横方向を定義してそれぞれを議論した。縦方向というのはFig. 6.3-2に示す Δr のことであり、回折波に沿った結晶の奥行き方向の分解能である。横方向というのはFig. 6.3-2の d のことであり、結晶入射面内の位置をスキャンした時に分解できる最小間隔である。

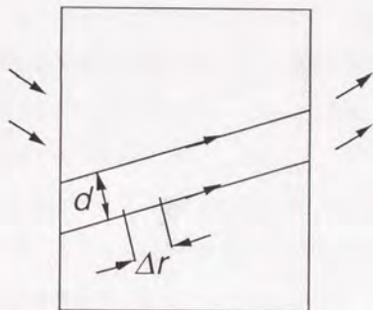


Fig. 6.3-2

縦方向分解能

まず最初に原理的な限界としては理論の1次近似がどこまで成り立つかということである。理論ではブラッグ条件からのずれを表すパラメータ δ を1次までとったのだが、本測定方式ではブラッグ条件のまわりの比較的広い範囲でスキャンを行なう。この範囲にわたって理論の1次近似が成り立っているのだろうか？

そこで δ の定義から考えてみよう。 δ は

$$\delta = (|\sigma|^2 - \beta^2) / 2\beta \quad \dots\dots\dots(6.3-1)$$

と定義した。これが1次で近似できる範囲を調べてみよう。(6.3-1)式を $\Delta\theta$ で展開するということは $\cos\theta$ を $\Delta\theta$ で展開することになる。

$$\cos\theta = \cos(\theta_0 + \Delta\theta) = \cos\theta_0 - \Delta\theta\sin\theta_0 - \Delta\theta^2\cos\theta_0/2 + \dots \quad \dots\dots\dots(6.3-2)$$

であるから2次の項が1次の項に比べて十分小さいという条件 $|\sin\theta_0| \ll |\Delta\theta \cos\theta_0/2|$ より $\Delta\theta \ll 2\tan\theta_0$ である。この条件は結晶の回転の範囲が 1° 程度であるから全く問題なく満たしているといえる。

測定範囲 → 縦方向測定分解能

実際問題としては、S/Nによって決まる測定限界がある。回折波はブラッグ条件から外れていくほど、どんどん小さくなっていく。後に示すようにブラッグ条件から遠い領域は結晶内の格子の高次の空間成分に対応している。すなわち広い範囲を測定すればそれだけ測定の空間分解能を上げることができる。これよりS/Nによってどこまで測定できるかが、分解能を決めることになる。

そこで、ブラッグ条件からどのくらい離れたデータが、格子の構造のどのような成分に対応しているのかを考えてみよう。§5.2で述べたように回折が格子分布のフーリエ変換で表わされるようなときを考えてみよう。すなわち

$$G(r) = -\frac{2i}{\pi\beta R(0)} \int_0^l S_{om}(d) \exp(-i\delta r) d\delta \quad \dots\dots\dots(6.3-3)$$

とする。ここで $l = L/\cos\theta$ で、 θ は回折波のx軸となす角(結晶内)である。さて、 $G(r)$ は0から l の有限な区間で値を持ち、それ以外の場所では0であるため、0から l の区間でフーリエ正弦関数で表すことができる。

$$G(r) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin(n\pi x/l) \quad \dots\dots\dots(6.3-4)$$

ここで g_n は複素数のフーリエ係数である。(6.3-3)式にこれを代入して積分を実行すると

$$\frac{S(\delta)}{R(0)} = -\frac{\pi\beta l}{8} \exp(i\delta l/2) \sum_{n=1}^{\infty} i^n g_n U_n(\delta l/2) \quad \dots\dots\dots(6.3-5)$$

と表される。ここで $U_n(\delta)$ は次の式で与えられる (Appendix 3参照)。

$$U_n(\delta) \equiv \frac{n(-i)^{n+1} (e^{i\delta} - (-1)^n e^{-i\delta})}{2(\delta^2 - (n\pi/2)^2)} \quad \dots\dots\dots(6.3-6)$$

$U_n(\delta)$ は直交関数系をなす。 $U_n(\delta)$ は n が大きくなるほど、原点を中心として外側に広がっていきような関数である。 n が1増えると $\pi/2$ ずつ広がっていく。すなわち $\delta L/2 = \pi/2$ とくと $\delta_1 = \pi/l$ が次数1に対応することがわかる。さて $\delta = K\Delta\theta \cos\theta_0$ であるから角度に直せば $\Delta\theta_1 = \pi/lK \cos\theta_0 = \pi/lK$ である。具体的な値としてはたとえば $\theta = 18^\circ$, $L = 5 \text{ mm}$ とすると $\Delta\theta_1 = 7 \times 10^{-4} \text{ rad}$ となる。

これより測定できる θ の範囲を θ_w (結晶中における全角) とすると測定にかかる最大の次数 N_0 は

$$N_0 = \lceil \theta_w / 2\Delta\theta_1 \rceil = \lceil \theta_w L K / 2\pi \rceil \quad \dots\dots\dots(6.3-7)$$

で与えられる。ただしここで $\lceil \rceil$ はガウス記号である。 N_0 はそのまま情報量と考えてよい。したがって分解能は

$$\Delta r = L/N_0 = 2\pi/\theta_w K = \Lambda/\theta_w \quad \dots\dots\dots(6.3-8)$$

となる。ここで $K = 2\pi/\Lambda$ を用いた。 Λ は格子のピッチである。具体的には例えば $\theta_w = 0.6^\circ$, $\Lambda = 0.5 \mu\text{m}$ とすると $\Delta r = 0.05 \text{ mm}$ となる。これは約0.1 psに相当する。

測定間隔 → 測定可能な長さ

以上の議論よりデータの測定範囲が分解能を決めることがわかった。しかし、測定にはもう1つの要素として測定間隔がある。回折波の振幅は激しく振動し、細かい構造を持っている。かなりの角度精度がないとこれは正確に測定することはできない。ここでは測定時の角度分解能が悪く、細かい構造を精度良く測定することができないと、どのような影響があるのかを考えてみよう。

結晶内の格子がどんな構造をもっていたにしろその回折波のなかで最も細かい構造になるのは格子の空間的0次の成分である。回折スペクトルの構造の大きさは結晶の奥行きによって決まる。そこでこれに対応する成分が測定できなくなれば、結局結晶全体にわたっての情報のうち、1部分しか測定できないことになる。

ここで構造の大きさを具体的に計算してみよう。結晶の奥行きを L とする。すると(6.3-5)式より $U_0(\delta L/2)$ の構造の大きさを調べればよいことがわかる。 $U_0(x)$ は大まかにいって 2π の構造の大きさを持つから、 $\delta = 4\pi/L$ が回折スペクトルの構造の大きさであると考えることができる。たとえば屈折率 $n=2$ 、入射角 $\theta=15^\circ$ とすると(3.3-12)式を使って $\Delta\theta = \lambda/L$ となり、さらに波長 $\lambda=0.5\text{ }\mu\text{m}$ 、結晶の厚み $L=5\text{ mm}$ とすると $\Delta\theta = 10^{-4}\text{ rad}$ となる。

角度分解能を悪化させる原因は、ステージの回転ステップと測定時の回折広がりである。サンプリング定理 (Appendix 4参照) より構造の大きさの2倍の精度が要求される。本実験では回転ステップは $3.2 \times 10^{-5}\text{ rad}$ であり、精度もこの程度である。結晶中では大体この屈折率分の1になる。回折広がりに関しては、測定時の読みだしビームの幅を W とすると λ/W 程度の広がりがある。 $\lambda=0.5\text{ }\mu\text{m}$ 、 $W=5\text{ mm}$ とすると $\lambda/W = 10^{-4}\text{ rad}$ である。つまりこの場合には回折広がりが主に測定範囲を制限している。この値は、さきほどの例における回折スペクトルの構造の大きさと同程度であり、したがって正しく測定できる範囲も5 mm程度の厚みまで、ということになる。回折広がりには、ビームウエスト付近ではもっと小さいので、実際にはこれよりもよいはずである。

横方向分解能

次に横方向の分解能，すなわちFig. 6.3-2における d について考えてみよう．まずはじめに，入射角のスキャンによってビームの結晶内での光路が変わってしまうことによる分解能の制約について調べる．ビームのスキャン角（結晶内）を θ_w ，結晶の厚みを L とする．入射波も回折波も， x 軸に対して θ_0 の角度（結晶内）であるとする．すると結晶を端から端まで横切るビームがスキャンによって最大 $d=L\theta_w/\cos\theta_0$ だけ位置が移動してしまう．たとえば $L=10$ mm, $\theta_0=10^\circ$, $\theta_w=0.6^\circ$ とすると $d=0.1$ mmとなる．通常の用途では，これは十分小さいとみてよいであろう．縦方向分解能を，もっと稼ぎたいときには，スキャンする角度をもっと大きくしたいときもあるかもしれない．その場合には，分解能はこれより悪くなることになる．つまり，縦方向分解能と横方向分解能は互いにトレードオフの関係がある．通常の用途では両者が同程度になるようにすることが多いと思われるので，入射角変化による位置的なずれはあまり問題とはならないであろう．

横方向分解能を制約するもう1つの要素は，光が結晶内を進むうちに回折によって角度の広がりを持ってしまうことである．さてFig. 6.3-3にその様子を示した．結晶中の屈折率格子に d で代表される規模で構造があるとすると，すると回折して伝播していく光

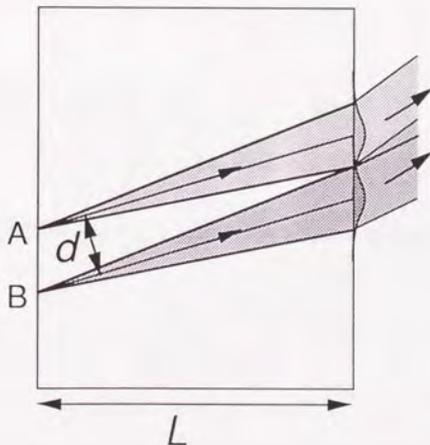


Fig. 6.3-3

波は、その構造の大きさに応じて回折広がりを持つことになる。屈折率 n の媒質中での回折広がりを考えると、この角度は λ/nd である。ここで n は屈折率、 λ は読みだし波長である。一番長い距離を伝播するのは結晶の入射面近くで回折した光波であるからこれを考えてみる。すると伝播する距離は $L/\cos\theta$ であるから結晶の射出面に到達したときには $L\lambda/nd\cos\theta$ に広がっている。ここで θ は読み出し光の角度である。

さてこの広がりが構造の大きさ d よりも大きくなってしまおうと、測定しても隣の列の情報と混ざってしまつて分離できなくなる。そこで $L\lambda/nd\cos\theta = d$ とおいて d を求めると

$$d = \sqrt{L\lambda/ncos\theta} \quad \dots\dots\dots(6.3-9)$$

となる。具体的な数値を入れてみよう。 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $L = 0.5 \text{ cm}$, $n = 2.4$, $\theta = 20^\circ$ とすると $d = 0.03 \text{ mm}$ となる。

§6.4 結晶に記録できる情報量

ここでは結晶を記録媒体とみなし、結晶全体での情報量という観点から見てみよう。スキャン角度範囲を θ_w とする。すると縦方向の分解能は

$$\Delta r = \Lambda/\theta_w \quad \dots\dots\dots(6.3-10)$$

である。横方向分解能は、 y 方向に関しては

$$d_y = L\theta_w/\cos\theta \quad \dots\dots\dots(6.3-11)$$

である。すなわちある平面内で考えたときには、読み出せる情報量は厚み L 、長さ L_y の領域で、

$$\frac{L}{\Delta r} \frac{L_y}{d_y} = \frac{L_y \cos\theta}{\Lambda} \quad \dots\dots\dots(6.3-12)$$

となる。格子のピッチが細かいほど情報量が多くなることがわかる。注目すべきことは

結晶の奥行きに依存していないことである。これは縦方向の読み出し分解能と、横方向の読み出し分解能のトレードオフのためである。

次に高さ、すなわちz軸方向も考えることにして、結晶全体での情報量を考えてみよう。z軸方向の横分解能は、回折広がりであり、

$$d_z = \sqrt{L\lambda/n\cos\theta} \quad \dots\dots\dots(6.3-13)$$

となるから、奥行きL、長さL_y、高さL_zの結晶から読み出すことのできる情報量は

$$N = \sqrt{\frac{n}{\lambda} \frac{L_y L_z}{\sqrt{L}}} (\cos\theta)^{3/2} \quad \dots\dots\dots(6.3-14)$$

となる。回折による角度広がりのために、結晶が厚くなればなるほど逆に読み出せる情報量は減ってしまう。当然のことながらこれは二波結合波理論が成り立つことを前提としており、厚みが極端に薄くなると適用できなくなることを注意しておく。

第6章 参考文献

- [6.1] X.S. Yao, V. Dominic, and J. Feinberg, "Theory of beam coupling and pulse shaping of mode-locked laser pulses in a photorefractive crystal," J. Opt. Soc. Am. **B7**, 2347 (1990)

第七章

CWAr⁺レーザーによる
読みだしの原理実験

第7章 CW Ar⁺レーザーによる原理実験

さて5章で体積型ホログラム中の屈折率格子のモジュレーションの空間分布の測定方法を考えた。この章では5章の方法を実際に実験的に確かめてみる。読みだし方法だけの確認であるから、サンプルとしてはどんな体積型ホログラムでもよいのであるが、リアルタイムに書き込みができる、格子の素性が比較的良好に知られている、十分な厚みがある、8章のパルスの測定に移行しやすい、などの点からフォトリラクティブ結晶を使うことにする。このサンプルにCWレーザーを用いて格子を書き込み、これを読みだせるかどうかを実験的に確かめてみる。

§7.1 原理

第5章では、入射波の振幅が一定値ならば、回折波の振幅より格子の包絡関数を求めることができることを示した。そして入射波の振幅が一定値となるための条件の1つは、

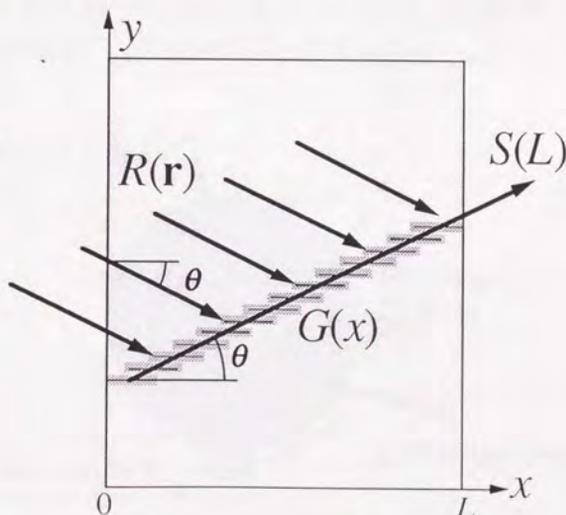


Fig. 7.1-1

考えている領域に読み出し波が到達するまでの間に格子がなく、全く回折されることなくこの領域に到達する場合であることを説明した。この条件は細いシグナルビームと幅の広いポンプビームを用いれば実現できる。格子は2つのビームが重なったときにのみ形成されるので、シグナルビームにそった部分にだけ格子が書き込まれる (Fig. 7.1-1 参照)。ポンプビームと同じ方向から読み出し波を入射すればこの条件を実現できることになる。

§7.2 実験装置

われわれの用いるAr⁺レーザーは波長を変えることはできないため、入射角を変化させて波数のスキャンを行なう。入射角を変化させるには結晶をのせたステージを回転することによって行った。ステージはコンピューターで1 μ m刻みで制御することができるマイクロメーターによって回転する。1 μ m動かしたときのステージの回転角は 3.2×10^{-5} radである。測定の際、マイクロメーターは+側から-側に動かすことにした。なぜならステージはばねによってマイクロメーターを押さえつけるような機構になっており、+側に動かすほうが大きな力を必要とする。したがって-側に動かすほうがマイクロメーターの負担が小さく、測定時間の短縮、精度の向上に結びつくと思われるからである。

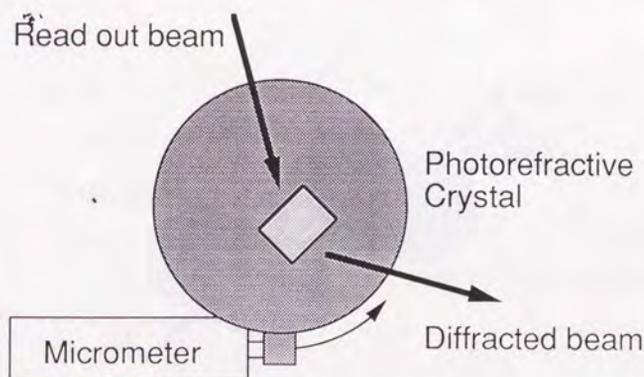


Fig. 7.2-1

回折波の複素振幅を測定する方法は、AOM(Acoustooptic modulator)によって周波数がある一定量だけずらした参照波を回折波と重ね合わせて、その干渉縞をフォトマルチプライヤーを使ってロックイン検波することによって振幅と位相を測る方法である。

AOMは数十MHzでしか効率良く使えないのであるが、ロックインアンプはそのような高い周波数では使えないので2つのAOMの周波数の差を取ることにしてわずかな周波数だけずらす。下の図に示すように2つのAOMを直列につなぐ。このときそれぞれのAOMの+1次と-1次をとるために、それぞれの回折が逆向きになるように、すなわち一方が右なら他方は左というようにする。2つのAOMの間はあまり近すぎると、2つのAOMを0次光が通り抜けてきてしまい、1次光と干渉し、測定に引っ掛かってバックグラウンドノイズとなる。われわれの実験では30 cm以上の距離が必要であることがわかった。

注意しなくてはいけないことは+1次をとって-1次をとると、-1次をとって+1次をとるのでは、周波数ずれが+になるか-になるかというように変わってしまうことである。この違いは測定結果が S_{out} であるか、またはその複素共役 S_{out}^* であるかという違いになるが、結局のところフーリエ変換後に左右が逆になるわけである。

実験データはロックインアンプの出力をGP-IBインターフェースを通してパソコンに取り込み、マイクロメーター目盛、データx、データyという形式でファイルに落とされる。

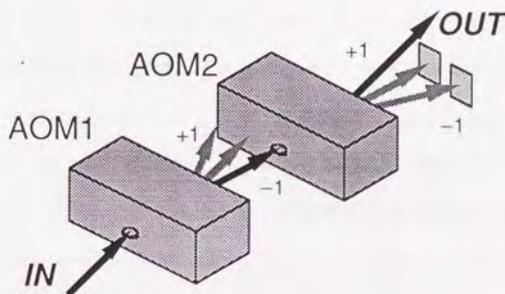


Fig. 7.2-2

§ 7.3 実験方法

実験の手順は次のとおりである。まず結晶に2光波を照射して屈折率格子を書き込む。十分に書き込みが行われたら書き込みをやめ、弱い読み出し波を照射する。読み出し波には書き込み光の1つを利用するが、結晶内の格子を消去しないようにアッテネーターで強度を小さくする。そして書き込まれた屈折率格子によって回折されたビームの振幅と位相を測定する。パラメーター δ をスキャンするために結晶をわずかに回転させながらこの測定を行う。フォトリフラクティブ結晶としてはチタン酸バリウムを用いた。これは屈折率変化が大きく回折効率がよいということもあるが、格子の形成の様子が良くしられており、フォトリフラクティブ効果のパラメーターがすでに得られているために、実験結果の理論計算との比較がしやすいためである。

実験配置図をFig. 7.3-1に示す。波長514.5 nmのAr⁺レーザーをスペーシャルフィルタを通して広げた後、ビームスプリッターで2つに分けてシグナルビームとポンプビームとする。一様な強度分布を得るためにシグナルビームは中心の部分だけを用いる。シグナルビームとポンプビームは結晶内で再び交差され、2光波混合による格子を形成する。なおビームファニングを減らすために偏光は常光線にしてある。結晶のc軸の向きは2つのビームの2等分線に垂直になるようにおいた。結晶の大きさは6.45×5.30×6.35 mmでc軸は6.45 mmの辺に平行である。この結晶の $\lambda = 514.5$ nmでの吸収係数は $\alpha = 0.3$ cm⁻¹である。

十分に定常状態に達するだけの時間、書き込みを行なった後に、読み出しに移る。結晶内に書き込まれた屈折率格子が消去されないように、アッテネーターによってポンプビームの強度を1/100の60 μ W/cm²に落とし、これを読み出し波として用いる。シグナルビームはシャッターによって止めてしまう。回折波は書き込み時のシグナルビームと同じ方向に、同じようにビームとして発生する。回折波の振幅と位相をヘテロダイン検波法で測定する。AOMはホヤ製で514.5 nm用である。80.0000 MHzと79.9875 MHzの2つのAOMを使って12.5 kHzだけ周波数をずらして参照波とする。これを回折波と重ね、干

渉縞をピンホールを通して光電子増倍管で検出し、ロックインアンプで12.5 kHzの周波数成分を測定する。

この測定を結晶を回転させながらそれぞれの入射角で行なう。スキャンする範囲は約1°で、0.004°きざみ程度で数百点、ステージのマイクロメーター換算で2 μm程度の範囲に渡って測定する。

§7.4 実験結果

Fig. 7.4-1(a)にこの測定の実データの一例を示す。ポンプビームとシグナルビームのそれぞれの入射角は30°である。またポンプビームの強度に対するシグナル波の強度比は $m = 0.73$ である。回折の強度はブラッグ角でピークになり、その両側に多数のサブピークが続く。

このデータをフーリエ変換すると屈折率格子の包絡関数が得られる。求めた $G(x)$ のグラフをFig. 7.4-1(b)に示す。求めたグラフは結晶全体にわたってなめらかで、わずかに上に凸の曲線になった。ピークは結晶入射面より1 mmのあたりにある。位相はほとんど一定である。この結果、この結晶が完全にポーリングされ、大きな欠陥もないということがわかる。格子の大きさが一定でないのは、フォトリラクティブ2光波混合の増幅作用のためである。このことは2光波混合の理論で確かめられるので、これを実験結果と比較した。定常状態では形成される屈折率格子の大きさ $G(x)$ は干渉縞のモジュレーションに比例し、

$$G(x) = 2n^3 r_{eff} E_{sc}(x) = \frac{\Gamma \lambda_0}{\pi d} M(x) \quad \dots\dots\dots(7.4-1)$$

と書くことができる。ここで n は屈折率、 r_{eff} は有効電気光学係数、 E_{sc} は空間電荷による電界である。結晶内の各点での干渉縞のモジュレーション $M(x)$ は2光波混合のビーム結合の理論によって計算でき

$$M(x) = \frac{2\sqrt{m \exp(\Gamma x / c_s)}}{1 + m \exp(\Gamma x / c_s)} \quad \dots\dots\dots(7.4-2)$$

と表わされる。理論曲線はFig. 7.4-1に点線で表わされている。ここでパラメーターである二光波混合結合係数は $\Gamma = 4.69 \text{ cm}^{-1}$ を使った。この値は参考文献[7.1]に記述された方法を使って得られた値である。この理論曲線は絶対値も含めて実験結果と非常によく一致した。

なお、得られた屈折率格子エンベロープ $G(x)$ の原点は一般にずれてしまう。その理由は結晶を回転するとそれに伴って光路が変わるために光路長が変化してしまうからである。これは回転角に比例した位相のずれとなる。フーリエ変換の性質より、もしそのような位相のずれがあったときには原点がずれる。すなわち δ への比例係数を a とすると、原点は $\Delta x = a$ だけずれる。このずれの量は、もし $G(x)$ がほとんど一樣ならば、回折波の振幅にdcのバックグラウンドを加えてフーリエ変換することにより求めることができる。フーリエ変換するとそのバックグラウンドはデルタ関数になるのでそれが原点を示すことになる。この例では $\Delta x = 5.72 \text{ mm}$ である。Fig. 7.4-1はこの値を使ってすでに原点を補正してある。この Δx の値は配置が同じならば一定であるため、同じ配置の他の測定にこの値を用いることができる。

§ 7.5 振幅・位相の変化をつけた実験

さてこの方法によって格子のエンベロープ関数が位相も含めて本当に測定できるのかを確かめるための実験を行なってみた。そのために記録の際に振幅および位相マスクをポンプビーム中に置き、一樣でない屈折率格子を意図的に記録してこれを読みだした。

振幅のマスクパターンは0.1 mm幅の黒い紙の細片であり、ポンプビームの1部分を記録の間ふさぐ。この影になる部分には屈折率格子が形成されない。エッジによる回折を避けるため、マスクパターンはなるべく結晶の近くに置いた。読み出しのときはこのマスクは取り除く。他の条件はFig. 7.4-1に示した例と同じである。結果をFig. 7.5-1に

示す。Fig. 7.5-1(a), (c)の写真は記録の際の結晶を上から撮影したもので、白い破線はシグナルビームの境界を示している。またポンプビームの中の黒い帯はマスクによる影を示している。写真Fig. 7.5-1(a)では $x = 2$ mmあたりで格子の振幅は最小になるはずであることがわかる。一方、結果のグラフFig. 7.5-1(b)はマスクがない場合の結果と似ているが、格子の振幅に1カ所、大きな落ち込みがある。極小の位置は $x = 2.0$ mmであるが、この位置は、結晶を上から撮影した写真のマスクの影の部分に一致した。またマスクパターンの位置を変えて同じ実験をしてみた。Fig. 7.5-1(c)の写真では影は $x = 4$ mmあたりになっており、一方求められた屈折率格子Fig. 7.5-1(d)の方では $x = 3.7$ mmに極小がある。すなわちこの落ち込みの位置がマスク位置に応じて移動した。どちらの実験でも屈折率格子の位相は特に変化はない。

次に位相マスクを用いた実験である。位相マスクは0.2 mm幅のカバークラスである。これはたくさん作ったもののなかで位相シフト量が一樣で、かつ位相差がなるべく 2π の整数倍でなく、はっきり位相がずれていることがわかるようなものを、干渉計を使って選別したものを使っている。このマスクの干渉計による写真をFig. 7.5-2に示す。このマスクによる位相シフト量は約4.5 radであることがわかる。マスクの影になる部分では屈折率格子の位相が他の部分に比べて相対的にずれる。なおこのマスクは厚みがあるためにエッジでの反射によって光の透過しないところできてしまい、エッジが影になるが、この幅は非常に細く、短い距離でも激しいフレネル回折を引き起こす。そのため振幅マスクのように結晶になるべく近くに置くだけではフレネル回折を十分に小さくすることができない。そのためこのマスクをレンズを使って結晶内に結像することにした。シグナルビームの通り道に添って結像させるためにマスクパターンを光軸に対して傾けて置いた(Appendix 5参照)。結果をFig. 7.5-3(b)に示す。測定条件は前と同じであるが、この実験ではc軸の向きは逆になっている。Fig. 7.5-3(b)において $x = 1.9$ mmと $x = 3.5$ mmでの格子の振幅の落ち込みは位相マスクの影によるものである。格子の位相は $x < 1.8$ mmで0 rad, 1.8 mm $< x < 3.4$ mmで4.5 rad, $x > 3.4$ mmで6.1 rad($= 2\pi$)である。すなわち格子の位相はマスクの影になる部分で、マスクに対応して位相がずれていることがわか

わかる。

§7.6 結論

結論として、この方法によって振幅、位相ともに読めることが確認できた。なお分解能については測定結果からいえばおおよそ0.5 mm以下である。

また、この方法はフォトリラクティブ結晶の評価に有用である。結晶のマクロな欠陥やフォトリラクティブ中心の結晶内での分布を測定することができるだけでなく、格子の相対的な位相も測定することができるため、通常は表面のエッチング[7.2]によってのみ観察が可能な180°のドメイン反転を観測することができる。

フォトリラクティブ結晶内の格子の形成については広く研究が行われているが、体積型ホログラムであるために直接的な格子の観察は困難で、Microphotometric法による結晶表面に添っての屈折率分布の観測[7.3]以外ほとんど報告がない。格子の分布の結晶奥行き方向についての観測は、ここに述べたOkamuraらによる報告[7.4]がはじめてのものである。

なお本測定方式は厚みのある体積型ホログラムに一般的に応用が可能である。

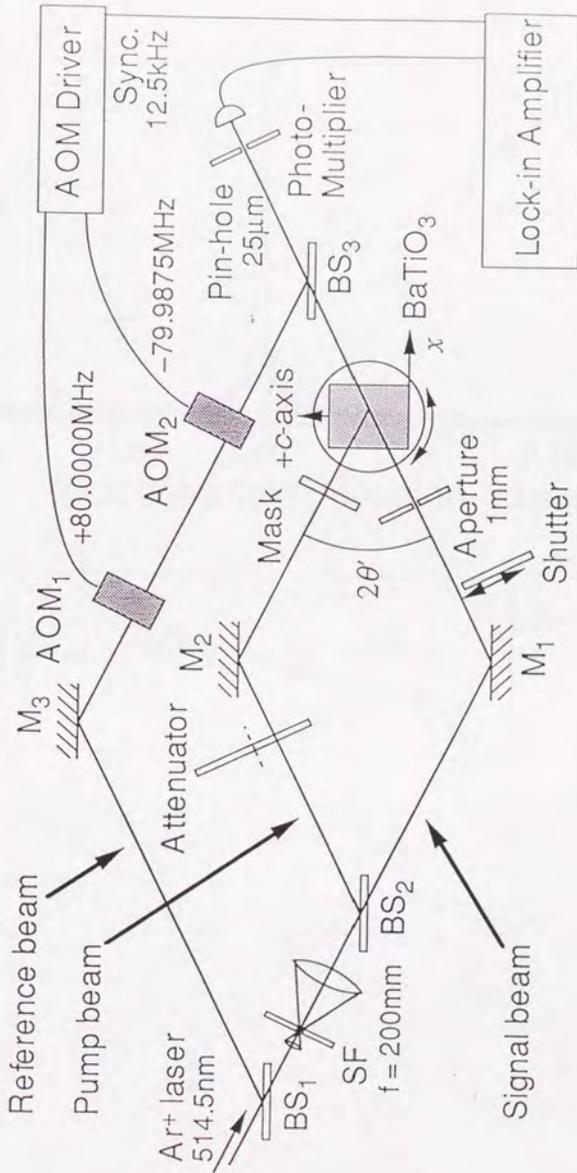


Fig. 7.3-1

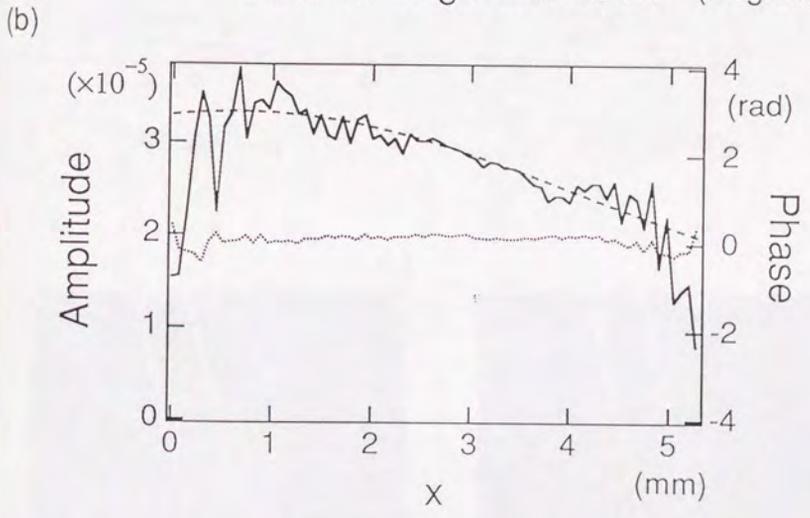
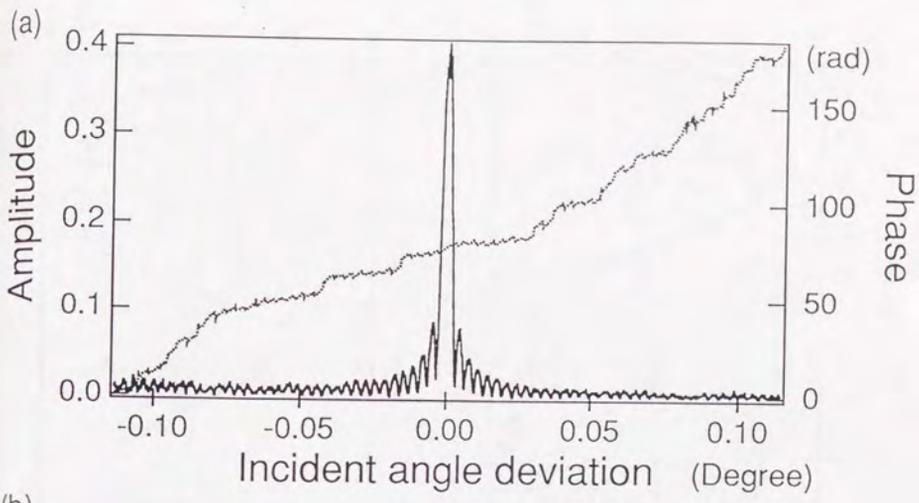


Fig. 7.4-1

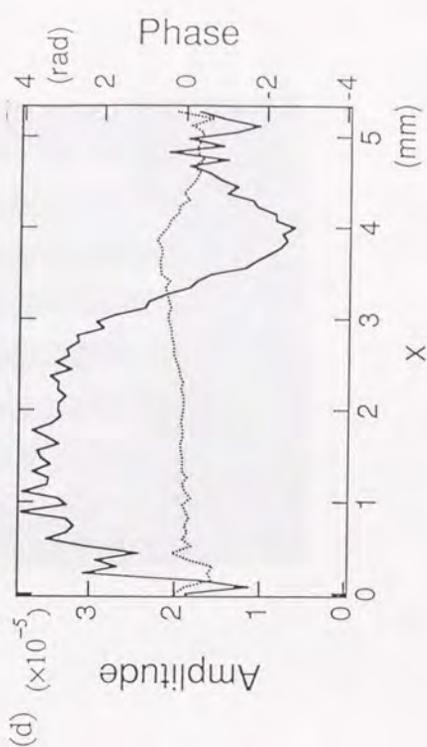
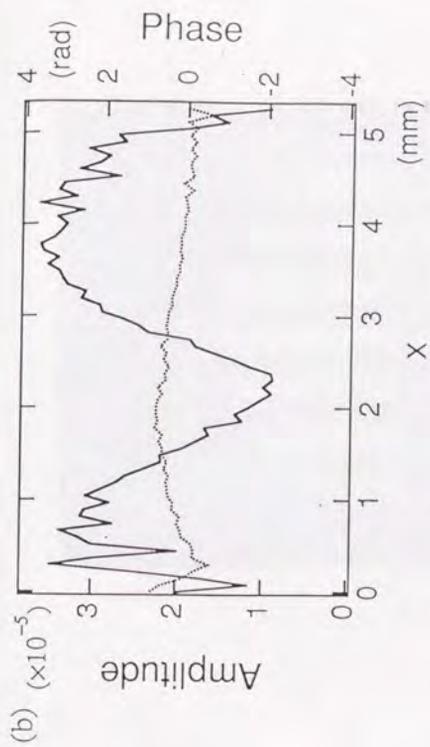
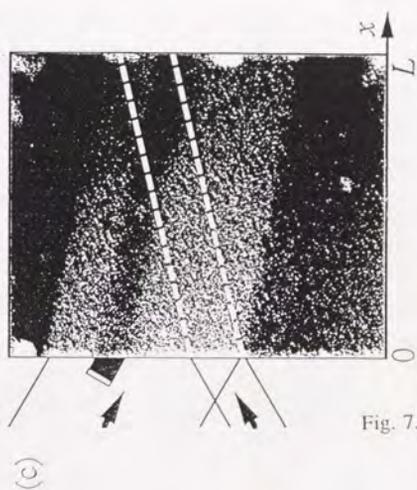
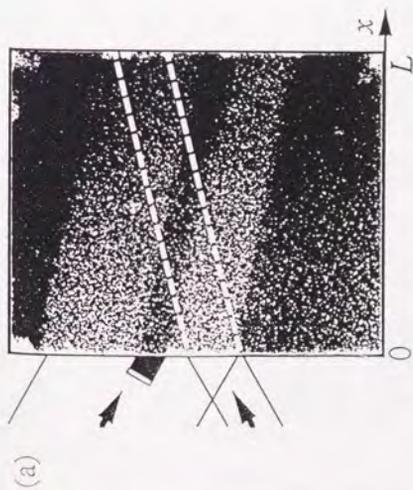


Fig. 7.5-1

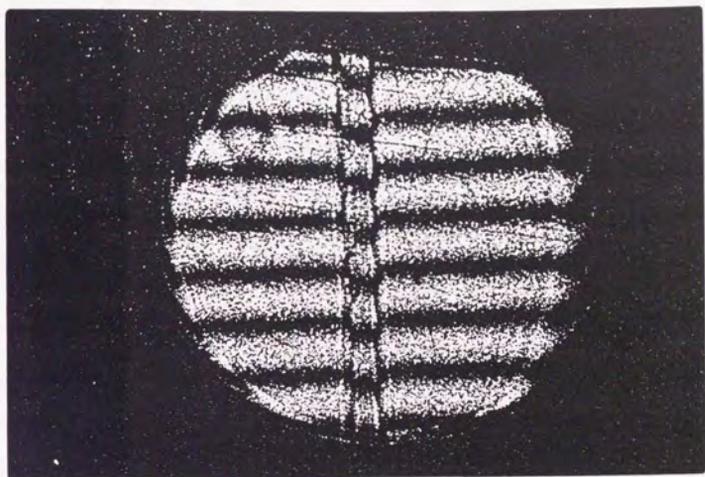


Fig. 7.5-2

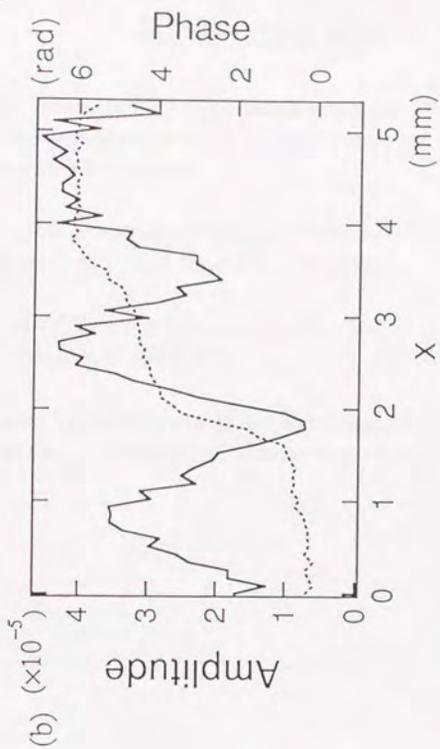
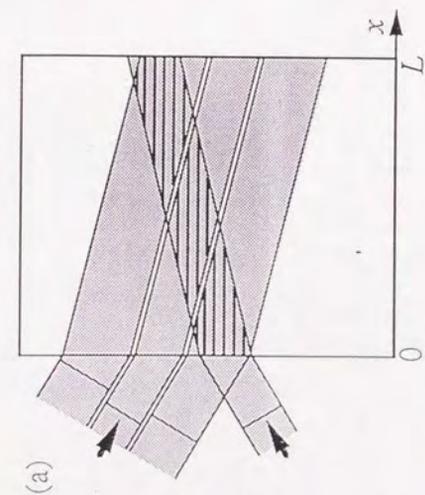


Fig. 7.5-3

第7章 参考文献

- [7.1] H. Okamura, T. Shimura, M. Itoh, K. Kuroda and I. Ogura, "Measurement of photorefractive coupling constant of BaTiO₃ using varying interaction length method," *Optics Commun.*, **99**, 230 (1993)
- [7.2] R.A. Rupp, "Microphotometric investigations of thick refractive index gratings in photorefractive crystals," *Appl. Phys.* **B41**, 153 (1986)
- [7.3] M.E. Lines, A.M. Glass in *Principles and Applications of Ferroelectrics and Related Materials*, Clarendon, Oxford (1977)
- [7.4] H. Okamura, H. Yajima, K. Iizuka, M. Itoh and K. Kuroda, "Measurement of the envelope function of the index grating in photorefractive crystals," *Opt. Lett.* **18**, 1305 (1993).

第八章

Nd:YAGレーザーによる実験

第8章 Nd:YAGレーザーによる実験

この章ではいよいよパルス光源を用いた測定を行なう。まずはじめに実験に用いた光源について説明し、パルス幅の測定をおこなう。次に本論文の目的である、フォトリフレクティブ結晶にパルス波形を記録して読み出す実験について述べる。

§ 8.1 パルス幅の測定

実験に用いたピコ秒パルスレーザー装置はスペクトラフィジックス社製でモードロックNd:YAGレーザー（モデル3800S）に、ファイバグレーティング・パルスコンプレッサー（モデル3695）とフリケンシーダブラー（モデル3225）を接続したものである。ブロック図をFig. 8.1-1に示す。

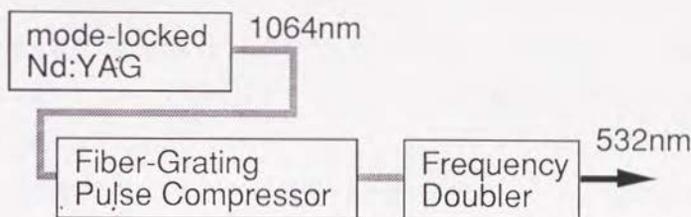


Fig. 8.1-1

このシステムの仕様はパルス幅 3.5 ps 以下、繰り返し周波数 82 MHz、平均出力 1 W である。この仕様によるとパルス幅 < 3.5 ps ということになっているが、これは調整で大きく変わってしまう。そこで実際に測定してみることにした。

パルス幅をはかる方法としては非線形結晶を用いた第二高調波による強度の自己相関をとる方法が一般的であるが、ここでは干渉によるコヒーレンス長の測定をすることにする。これは本論文に述べた測定方法での測定結果と比較をするためには、コヒーレンス長の測定をするほうが合理的であるからである。さらに回折波を測定するためのヘテ

ロダイン干渉装置がそのまま流用できるという利点もある。コヒーレンス長はチャープのないパルス光の場合にはパルス幅と一致する。しかしもしチャープがあると、パルスの違う部分の干渉は悪くなり、可干渉距離が短くなってしまつて両者は必ずしも一致しない。実際のところパルスによって結晶内に書き込まれる屈折率格子の幅はパルスの干渉によって起きるため、強度の相関よりもむしろ、干渉によるパルスの測定結果を比較対象にするほうが合理的であるといえるのである。

§8.1.1 測定方法

干渉によるコヒーレンス長の測定の原理は、もとのビームを2つに分け、わずかに光学的遅延装置により時間差をつけてから干渉計でふたたび重ね合せ、その干渉縞のビジビリティーを測定する。この測定を時間差をかえて行なう。時間差0の時はビジビリティーは最大になり、時間差が大きくなるにつれて減少する。この幅がパルスのコヒーレンス長である。干渉縞のビジビリティーの測定はCCDカメラで行う方法もあるが、ヘテロダイン装置を流用して簡単に行うことができる。2つのビームに分けたあと、片方のビームの周波数をわずかにずらす。そしてもう一つのビームと重ね合せれば、干渉縞はその周波数で流れることになる。これをピンホールを通してフォトマルで検出し、ロックインアンプで測定すれば、その出力の振幅が干渉縞のモジュレーションに比例しているわけである。

モードロックパルスに対してもこの測定が適用できるのかを考えてみよう。この場合には短いパルスが連続してやってきて、そのパルス間隔はパルス幅に比べてずっと長い。しかしその周波数はヘテロダインの周波数よりはずっと高い。干渉波形はパルスの列が、ヘテロダイン周波数で変調を受けたものになる(Fig 8.1-2)。ディタクターにおける光強度を計算してみよう。2光波の複素振幅はそれぞれ

$$f_1(t) = f(t) \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots(8.1-1)$$

$$f_2(t) = f(t+s) \exp\{i(\omega + \Delta\omega)(t+s)\} \quad \dots\dots\dots(8.1-2)$$

と表わすことができる。ディテクターでの光強度は

$$|f_1(t) + f_2(t)|^2 = |f_1(t)|^2 + |f_2(t)|^2 + 2\text{Re}[f_1(t)f_2^*(t)] \quad \dots\dots\dots(8.1-3)$$

である。ここで $\Delta\omega$ の周波数成分だけに注目するので第1, 2項は考えなくてよい。第3項は

$$f_1(t)f_2^*(t) = f(t)f^*(t+s) \exp(-i\Delta\omega t + i\omega s) \quad \dots\dots\dots(8.1-4)$$

となる。 $f(t)$ は実際には82MHzで繰り返している。この周期は変調周波数12.5kHzに比べ、1000分の1以下であり、このパルスの周期の間には $\exp(-i\Delta\omega t)$ の項は一定とみなせる。よってパルスの1周期を平均化して置き換えることが許される。これより $f_1(t)f_2^*(t)$ は

$$S(s) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)f^*(t+s)dt \quad \dots\dots\dots(8.1-5)$$

に比例することがわかる。

以上より、ヘテロダイン干渉計を用いてパルスのコヒーレンス長をはかることができることが確かめられた。

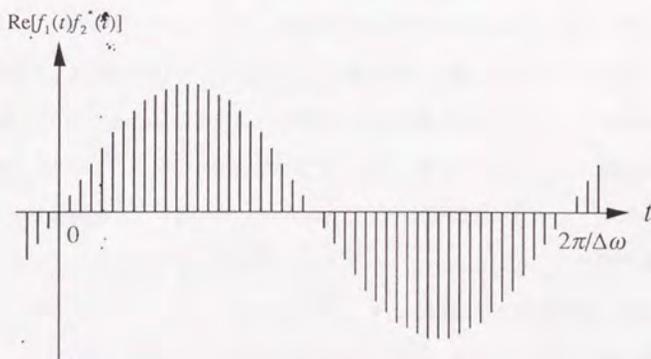


Fig. 8.1-2

実際に測定に用いた光学系をFig. 8.1-3に示す。基本的にはそれぞれのアームに、周波数差をつけたものである。ミラーM2を動かして光路差を調節しながら、ロックインアンプの出力を測定する。 $\lambda/2$ 板、スペーシャルフィルター、LiNbO₃結晶は、いずれも実験の手順の都合で入ってしまっているだけで、まったく意味はない。また測定時は、Nd:YAGのファンダメンタル出力は定格の1/10しか出ていなかった。

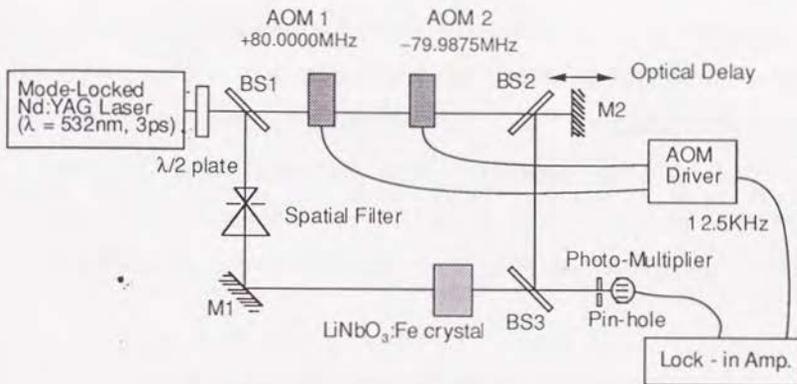


Fig. 8.1-3

§ 8.1.2 測定結果と考察

得られたデータをFig. 8.1-4に示す。丸が測定結果を示している。横軸が2つのビームの時間差で、縦軸が信号の大きさである。縦軸は最大値で規格化している。中央のピークが光路差0の時を表わしており、このときに干涉縞のビジビリティは最大になる。そして両側にいくにしたがって光路差が大きくなり、信号は小さくなる。測定結果では、中央のピークの両側に、予期されていないサブピークが観測された。このピークは両側に小さくなりながらずっと続いていき、第3ピークまでみる限り、その間隔はほとんど一定のようである。このことより考えられる1つの可能性は光学部品での反射である。そうだとするとピークの間隔が18 ps程度で光学距離にして5.4 mm程度と短いことより、

平行な板の裏面反射の可能性が大きい。あるいはレーザー装置の調整が悪くて、パルスの圧縮がうまくいっていないということも考えられる。

パルス波形をガウス型であると仮定して、実験結果をガウス関数 $g(\tau) = \exp(-(\tau/a)^2)$ でフィッティングしてみよう。フィッティングした結果はFig. 8.1-4で実線で表わしている。幅を表わすパラメーター a は4.5 psとなった。相関関数の議論のところでも述べたようにガウス関数の自己相関関数は、やはりガウス関数である。そしてその幅は $\sqrt{2}$ 倍だけ広がる。つまり前節の $f(t)$ の幅は $a/\sqrt{2}$ である。 $f(t)$ は振幅であるが、パルス幅は普通、強度で考えることが多い。強度では $|f(t)|^2$ であるがガウス関数では2乗すると幅が $1/\sqrt{2}$ になるので、結局、強度で考えたときの幅は $a/2$ となる。また、ガウス関数の幅のパラメーター a に対して、半値全幅は $1.67a$ である。結局パルスの強度の半値全幅は $1.67 \times a/2 = 7.3$ psと求められた。この値は仕様に比べて若干悪いが、ファンダメンタル出力が1/10であることを考慮すれば、パルス幅が広がっていたとしても不思議ではない。

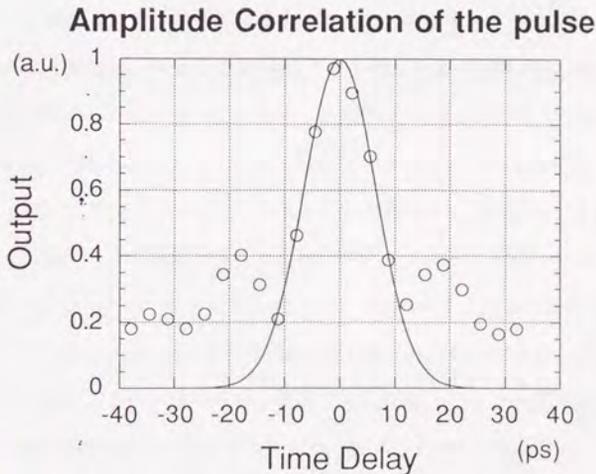


Fig. 8.1-4

§8.2 パルス波形の測定

さていよいよ実際にフォトリフラクティブ結晶にモードロックNd:YAGレーザーでパルス波形を記録し、それを読みだす実験をしよう。まずこの節では、結晶の中の屈折率格子の分布を3次元的に測定するとき新たに考慮しなければならない点についてまとめる。

§8.2.1 実験装置

実験配置図をFig. 8.2-1に示す。オブジェクトビームとサンプリングビームの間の光路差を調整するためにオプティカルディレイを入れてある。2つのビームは強度が均一になるようにビームエクパンダーで広げた。オブジェクトパルスはマイケルソン干渉計によって、2つのパルスが連続するようなものにした。2つのパルスの間隔はマイクロメーターによって変化させることができる。結晶内でビーム結合がなるべく起きないように常光線で入射している。結晶のc軸は2つのビームの2等分線に垂直である。

読み出しは、結晶全体を3次元的に測定するために結晶を上下方向、水平方向にもスキャンすることを除けば、ほとんどAr⁺レーザーを使った時の実験と同じである。このスキャンをするために結晶をのせたステージにXZステージを取付けた。水平方向のスキャンには結晶の回転に用いたものと同じ電動マイクロメーターを用いた。コンピューターから1 μ m刻みで位置をコントロールすることができる。垂直方向には手動のマイクロメーターで動かす。注意すべきことは回転ステージの上にXステージをのせるか、Xステージの上に回転ステージをのせるかということである。前者ではXステージを動かしても結晶の回転中心の、ビームとの相対位置は変わらないのに対し、後者では変わってしまうという違いがある。後の処理が簡単になるため、ここでは前者の配置にした。

読みだすの間はNd:YAGレーザーをシャッターによって切り、He-Neレーザーだけを結晶に照射する。入射角はブラッグ角である。He-Neレーザーは結晶に異常光線を使う。これは回折効率がなるべく大きくなるようにするためである。回折波の振幅と位相はへ

テロダイン干渉法によって測定する。結晶をわずかに回転することでブラッグ角のまわりのスキャンを行なう。この測定を結晶を上下に、左右に動かしながら繰り返す。

§8.2.2 測定データの位相の補正

第6章で述べたように、結晶のスキャンに伴う光路長変化のためにデータに処理を施す必要がある。これには回転に伴うものと、 y 軸方向のスキャンに伴うものがある。

いま回折波からフーリエ変換によって屈折率格子のモジュレーションが求められているとする。このそれぞれのラインを i 、その中のそれぞれの点を j によって表わすことにする。

まず回転にともなう光路長変化のために生じる、回転に比例した位相変化について考える。この影響はフーリエ変換後の原点のシフトとして現われ、このシフトの量は回転に対する位相の変化の割合によって決まる。回転にともなう光路長変化は、第6章で考察したように、回転による直接的な変化と、平行移動による変化に分けて考えることができる。回転に対する位相の変化の割合は、結晶の回転中心がどこであるかによって違うが、ここでは回転中心は変化しないような配置にしたので一定となる。したがってフーリエ変換後の原点のシフト量も、結晶面内の測定位置のスキャンをしても一定となる。したがって、回転にともなう光路長変化に対しては何の補正をしないことにする。なぜなら結果をプロットしたときに自然にわかるからである。

回転の中心が正確にブラッグ角になっていないときには、フーリエ変換後の格子の各点に、結晶奥行き方向に向かって位相の傾きがつく。そこで補正のために a_j という位相を格子の各点に付け加える。ブラッグ角からのずれ量は、結晶面内の測定位置を変えて測定すると、波面の不一致などのために一般に変化してしまう。そこでこのことを補正するために補正因子 a_j を $(a+bi)j$ に拡張する。ただし曲率が1次で近似できるとする。

結晶にウェッジがついていたりすると、結晶面内の測定位置を変えて測定するとき参照波と回折波の光路差が変わってくる。これはその場所ごとに一定の位相差となり、フーリエ変換をしても、そのまま残る。これを補正するためには、結晶面内の位置に依

存して、フーリエ変換後の位相を補正してやればよい。通常、結晶面は十分平滑であり、ウエッジはリニアな位相差しかもたらさないとしてよいから、結晶面内の位置*i*に対して1次の補正で十分である。よって補正項として*ci*という位相をつける。結晶を鉛直方向（*z*軸方向）にもスキャンするときには、*z*軸方向にも同じように一次の補正をする。すなわち、*z*軸方向の結晶面内の測定位置を表わす指標を*k*とすると、*dk*という補正をする。

以上より位相の補正としては

$$\Delta\phi = aj + bij + ci + dk \quad \dots\dots\dots(8.2-1)$$

という形を考えればよいことがわかる。

§8.2.3 表示方法

さて、このように2次元的に測定した屈折率格子を次のように2通りに表示することが考えられる。1つは結晶内の屈折率格子の分布の形で、もう1つはパルスに直して2次元の振幅の時間変化としてである。ここでは結晶内を斜方向にスキャンしたデータからそれらを直して表示する方法をまとめた。

結晶内の格子のモジュレーションの分布としての表示

各ラインの間隔を Δy 、ラインの中での間隔を Δx とし、それぞれのラインを読み出し波に近いほうから*i* = 1, 2, 3, ... とし、さらにそれぞれのラインの中の点を読み出し波に近いほうから*j* = 1, 2, 3, ... とする。このように添え字を付けることにすると結晶内の点の並び方は、結晶内では図のように斜めに並んでいることを除けば、 $G = (G_y)$ の行列の要素を並べたときの配置と一致するのでわかりやすい。すると*i*番目の測定ラインの結晶入射面から*j*番目の点の座標は次のように与えられる。

$$(x_{ij}, y_{ij}) = (j\Delta x, i\Delta y + j\Delta x \tan\psi_2) \quad \dots\dots\dots(8.2-2)$$

ここで ψ_2 は回折波の角度である。

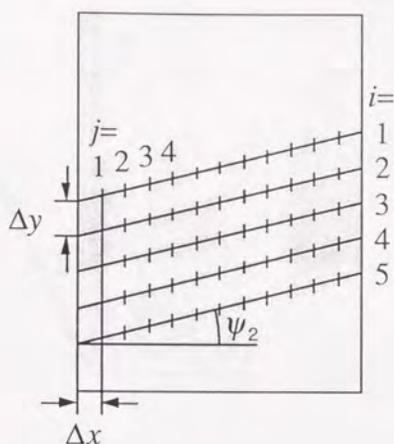


Fig. 8.2-1

パルスの時間変化としての表示

このためにはまず格子のモジュレーションから光強度に変換する必要がある。しかし実は格子のモジュレーションだけからでは、もとのパルスの強度がわからない。というのはモジュレーションは書き込み初期では強度に比例するが、定常状態では強度でなく干渉縞のモジュレーションに比例するからである。ここではその問題は論じないで、座表の変換についてのみ考える。

書き込みの章で述べたようにパルスの空間座標と時間座標は結晶内に次のようにして対応する。ここで ψ_1 はオブジェクトパルスの波数ベクトルの結晶内での方向をx軸から測った角度である。オブジェクトパルスの空間成分の座標軸X軸は ψ_1 によって決まる。一方、時間に対応する軸T軸は格子の波数ベクトルと同じ方向であるからオブジェクトパルスとサンプリングパルスの方向で決まることになる。

これより (x, y) の座標系から (X, T) の座標系への変換は次のようになる。

$$(X, T) = (y \cos \psi_1 - x \sin \psi_1, y \sin \psi_1 - x \cos \psi_1) \quad \dots\dots(8.2-3)$$

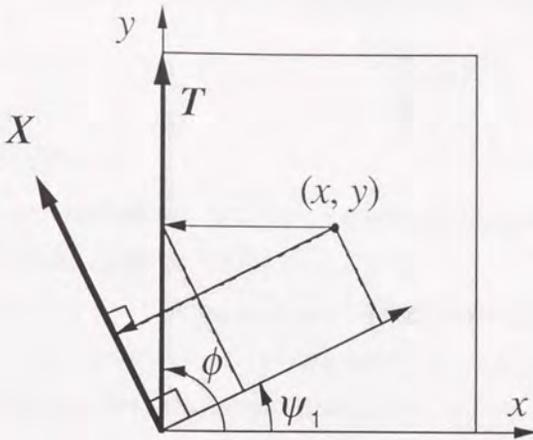


Fig. 8.2-2

実際には結晶外を考えるとX軸のスケールは入射面での屈折のために $\cos \psi_1$ 倍になる。またT軸の長さを時間に換算するには $T = vt/2\sin(\psi_1/2 - \theta_1/2) = vt\beta/K$ であることより $2\sin(\psi_1/2 - \theta_1/2)/v = K/v\beta$ 倍すればよい。ここで $\psi_1/2 - \theta_1/2$ は結晶内でのオブジェクトパルスとサンプリングパルスのなす半角である。

以上より結晶内の屈折率格子のモジュレーションの分布を、パルスの時間変化として座標変換する式として

$$(X', T') = (\cos \psi_1 (y \cos \psi_1 - x \sin \psi_1), 2\sin(\psi_1/2 - \theta_1/2) (y \sin \phi - x \cos \phi) / v) \quad \dots\dots(8.2-4)$$

が得られる。行列要素(G_{ij})で表わせば

$$= (\cos \psi_1 (i \Delta y \cos \psi_1 + j \Delta x \sin(\psi_2 - \psi_1) / \cos \psi_2), 2\sin(\psi_1/2 - \theta_1/2) (i \Delta y \sin \phi - j \Delta x \cos(\phi - \psi_2) / \cos \psi_2) / v) \quad \dots\dots(8.2-5)$$

となる。これより $\psi_2 \cong \psi_1$ のときはX座標は列にそのまま対応することがわかる。ここで特に $\psi_1 = -\theta_1$ の時すなわち $\phi = \pi/2$ の時を考えてみると

$$(X', T') = (\cos\psi_1(i\Delta y \cos\psi_1 + j\Delta x \sin(\psi_2 - \psi_1)) / \cos\psi_2, 2\sin\psi_1(i\Delta y - j\Delta x \tan\psi_2) / v) \dots\dots\dots(8.2-6)$$

となる。

§8.2.4 測定範囲

結晶内に記録される情報の範囲は、結晶のサイズが有限であるために制約を受けることになる。ここでは測定可能範囲の境界を考えてみよう。

まずはじめにサンプリングパルスの境界によってできる測定範囲の制約について考える。Fig. 8.2-3の中でオブジェクトパルスの中のある場所 P_1 は、サンプリングパルスの波面によって結晶内の Q_1 に記録される。同様に P_2 は同じサンプリングパルスの波面によって Q_2 に記録される。 p_1 と p_2 は時間にして Δt 、断面内での距離で ΔX だけ離れているとする。 Q_1, Q_2 をつなぐ線が、サンプリングパルスの境界であるとする、 P_1, P_2 を結ぶ線がオブジェクトパルスの測定範囲の境界になるわけである。図より $\Delta X \tan\theta = c\Delta t$ という関係がある。これが、サンプリングパルスが有限の空間的幅を持っていることによる測定範囲の境界を表わす式である。

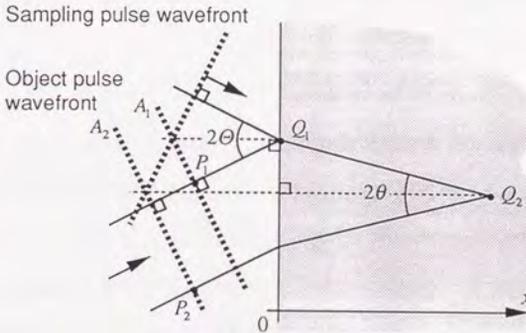


Fig.8.2-3

次にもう1つの制限である、結晶の端について考える。 Q_2 は結晶の表面から測って距離 x のところにある。 x は結晶端 $x=0$ と $x=L$ が境界になっていて、それぞれが測定範囲の両端になる。 $x=0$ と $x=L$ のどちらかを考えてもよいが、ここでは $x=L$ の境界を使って説明する。 $x=0$ の面を使ってもまったく同じ長さである。 Q_1, Q_2 の2点を考えてみよう。対応するのはそれぞれ P_1 と P_2 である。 P_1, P_2 のビーム断面内での空間的距離 ΔX を Q_1, Q_2 間の距離 Δy で表わそう。 ΔX は Δy のオブジェクトビームの波面への射影であるから $\Delta X = \Delta y \cos \theta$ である。次に P_1, P_2 の時間的距離は Q_1, Q_2 をサンプリングパルスの波面に射影し、さらにこれをオブジェクトパルスの波数ベクトルへ射影した長さである。すなわち $c\Delta t = \Delta y \sin 2\theta / \cos \theta = 2\Delta y \sin \theta$ である。以上の2つの式より Δy を消去すると、 ΔX と Δt の関係式として $c\Delta t = 2\Delta X \tan \theta$ が得られる。

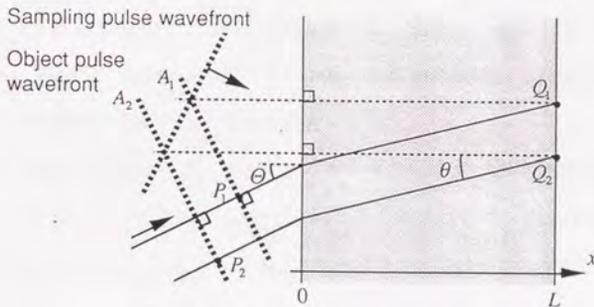


Fig. 8.2-4

以上よりサンプリングビームの境界による測定範囲の境界を表わす式として $c\Delta t = 2\Delta X \tan \theta$ 、結晶の大きさが有限であることによる測定範囲の境界を表わす式として $c\Delta t = 2\Delta X \tan \theta$ が得られた。これらをオブジェクトパルスの時空間の中で図示するとFig. 8.2-5のようになる。結晶に入射する光線が傾きを持っている場合、測定範囲はオブジェクトパルスの時空間内で斜にひしゃげて平行四辺形になる。

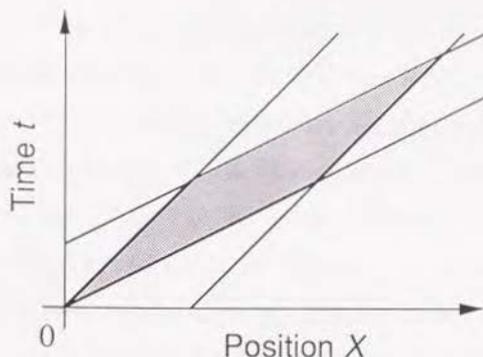


Fig. 8.2-5

§8.2.5 BaTiO₃を使った測定

はじめにテストとしてBaTiO₃を用いた実験を述べる。BaTiO₃の場合は格子が熱的に消去されるレートが速いので、結晶内のスキャンをする目的には適していないが、書き込み感度が高く、消去もしやすいため手始めに使ってみた。

BaTiO₃は消去時定数が短いので、3次元的なスキャンはせず、結晶の水平面内での測定にとどめた。それでも、測定時間が約3分30秒かかるのに対して、BaTiO₃の暗所減衰時定数は約5分であるため、ある1つの場所での測定中に格子はかなり減衰してしまう。そのため1つの場所について測定するたびに、結晶を原点に戻してから、サンプリングビームだけを照射することによって照射を行ない、再び書き込みを行なってから測定を行なった。

実験配置図はFig. 8.2-6に示した。Nd:YAGレーザービームの結晶への入射角は38°(半角)である。書き込みは強度は280 mW/cm²、書き込み時間は2分である。読み出しは、波長633 nm、出力2 mWのHe-Neレーザーで行ない、結晶の移動量は0.5 mmおきで7点行なった。ロックインアンプの時定数は30 msにした。

測定結果をFig. 8.2-7に示す。これは結晶内部の格子の分布として表示したものである。結晶の面に垂直方向に格子が形成されていることがわかる。

§8.2.6 LiNbO₃を使ったダブルパルスの測定

LiNbO₃は十分に消去時定数が長い。書き込みに時間がかかることが欠点ではあるが、読み出しにHe-Neレーザーの633 nmの光を使うと、ほとんど格子が消去されることがないのでゆっくりと測定することができる。そのため結晶のなかを3次元的にスキャンすることができる。そこでオブジェクトパルスの形に変化を持たせて、時間的にも空間的にも分布を持つようなものを考えることにした。時間的にはマイケルソン干渉計型の光学系を用いてダブルパルスとする(Fig. 8.2-8)。すると結晶内には2つの格子が、ある間隔をおいて並ぶことになる。空間的な変化をつけるためにその光学系の片方、あるいは両方のアームにマスクを置く。この実験では、片方のアームの下半分をおおうようなマスクを用いた。すると、結晶の上半分にはダブルパルス、下半分にはシングルパルスとなるような、空間分布を持つパルスができることになる。

書き込みの2つのビーム間の角度は59°である。この角度では1 psの時間ずれは結晶のc軸方向の0.17 mmのずれになる。書き込みは強度は100 mW/cm²、書き込み時間は10分である。

測定の際のスキャンは、結晶の水平方向の移動は0.2 mmおきに行ない、100点測定した。z軸方向には0.5 mm離れた2点だけを測定した。なおHe-Neレーザーの入射波と回折波の強度を測定し、回折効率をはかってみた。両方ともピンホールを通して測定し、ビームに垂直な面内で動かして、強度の最大値をはかった。その結果、He-Neレーザーの回折効率は最大となる点で37%であった。

測定結果をFig. 8.2-9とFig. 8.2-10に示す。これらはパルスの断面の水平方向のある線上の各点での時間相関関数を示しており、Fig. 8.2-9が強度、Fig. 8.2-10が位相を示している。2つの図とも、横軸がこの線に沿っての位置、縦軸が相関の時間ずらし量である。もしサンプリングパルスがデルタ関数ならば、パルスの形状がこの時間軸にそって表わされるわけである。そのような視点からこれらの図をみるならば、サンプリングパルスが時間分解能の上限となっているものの、オブジェクトパルスの形状が観測されたといっ

てもよい。なおFig. 8.2-9は図中の濃い部分が強度の大きいところを示している。

測定できる範囲は結晶の大きさによって制約を受ける。この境界はFig. 8.2-9の点線によって示されている。この線が傾いているのは記録の際の配置のためである。観測されたパルスの相関関数が、この境界によって両端が切られてしまっているが、もとの2つ連続したパルスの構造がはっきりと見える。結晶の下半分で同じ測定をすると、2つのピークが1つだけになる。

次にFig. 8.2-9よりもとのパルスのパルス幅を求めてみよう。この図の波形の半値全幅は図より 7.6 ± 1.6 psである。ガウス関数のパルス波形を仮定してもとのパルス幅を求めると 3.8 ± 0.8 psとなる。これは実際のパルス幅とよい一致を示している。また2つのパルスの間隔は図より 12.2 ± 0.2 psとなる。これも実際の値 13 ± 3 psと良い一致を示している。

Fig. 8.2-3に示された相関関数の位相は、ほとんど一定であるはずである。これはこの実験においてはオブジェクトパルスを構成しているそれぞれのパルスとサンプリングパルスが同一であるために、これらの部分は自己相関となって、格子の位相の変化はなくなるからである。しかし測定結果はかなりふらついている。これは書き込み波面と読み出し波面の不一致によるものである。これは、光学系の汚れや、調整の不完全さによる。

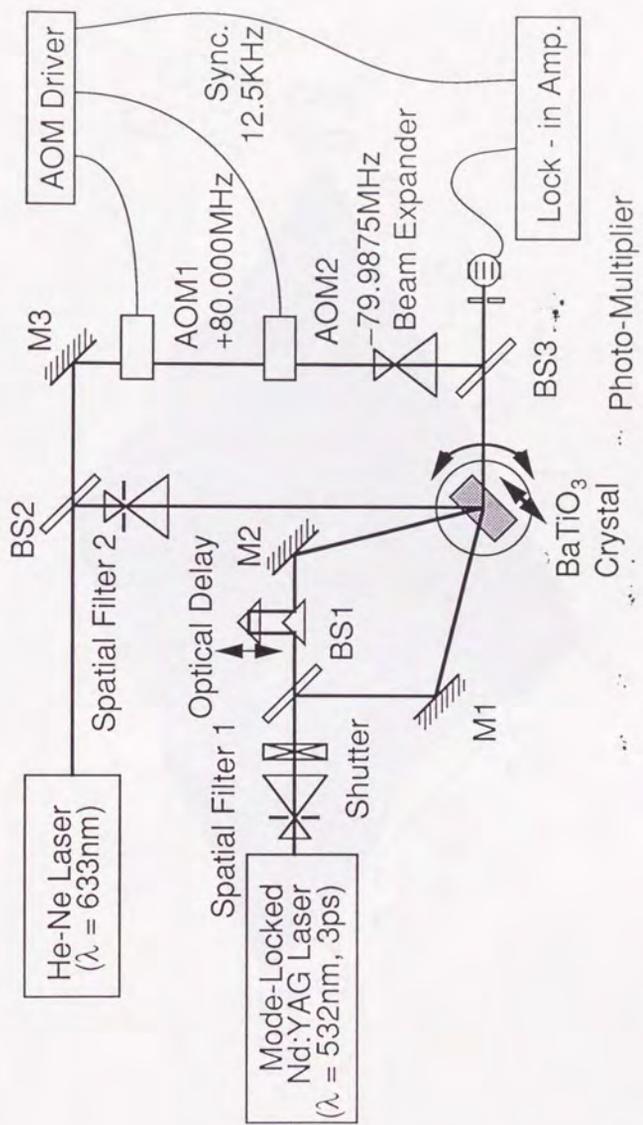


Fig. 8.2-6

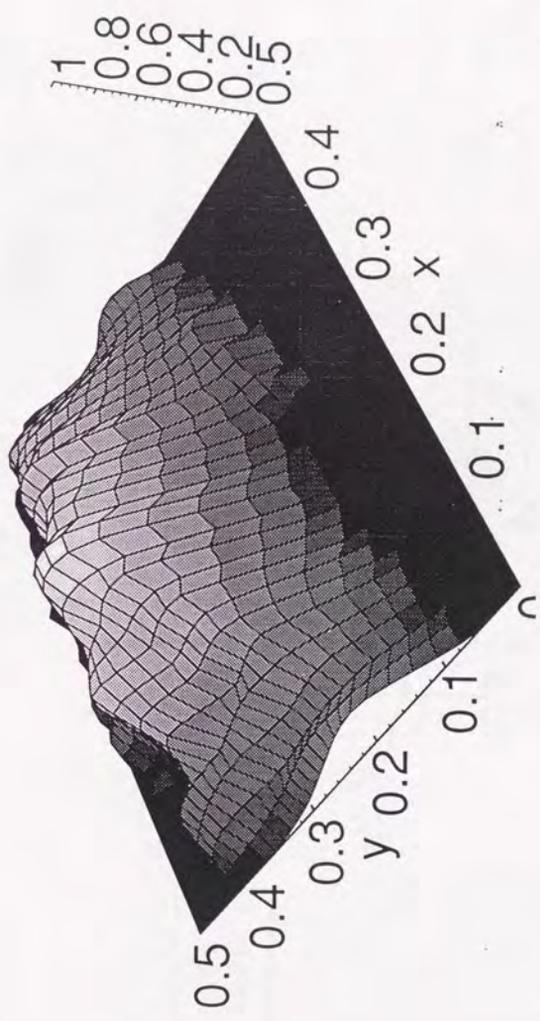


Fig. 8.2-7

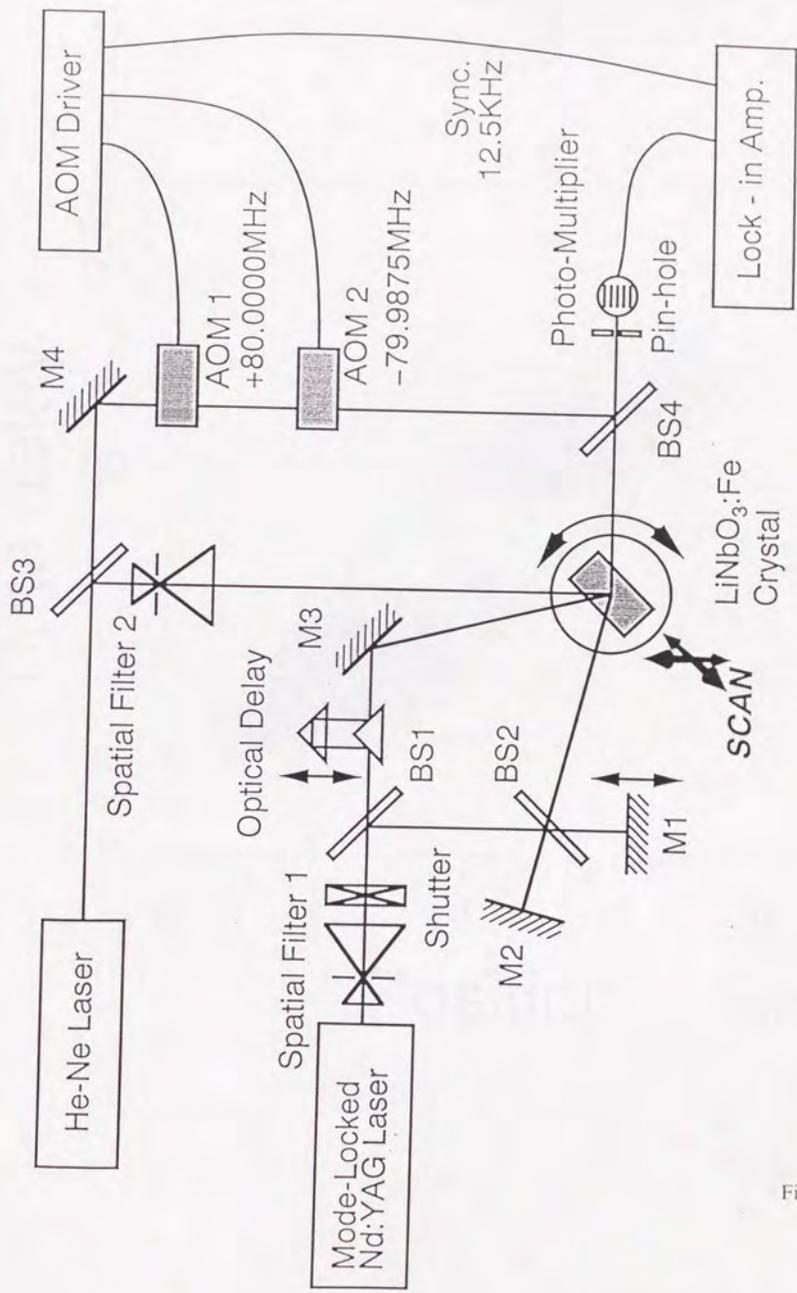


Fig. 8.2-8

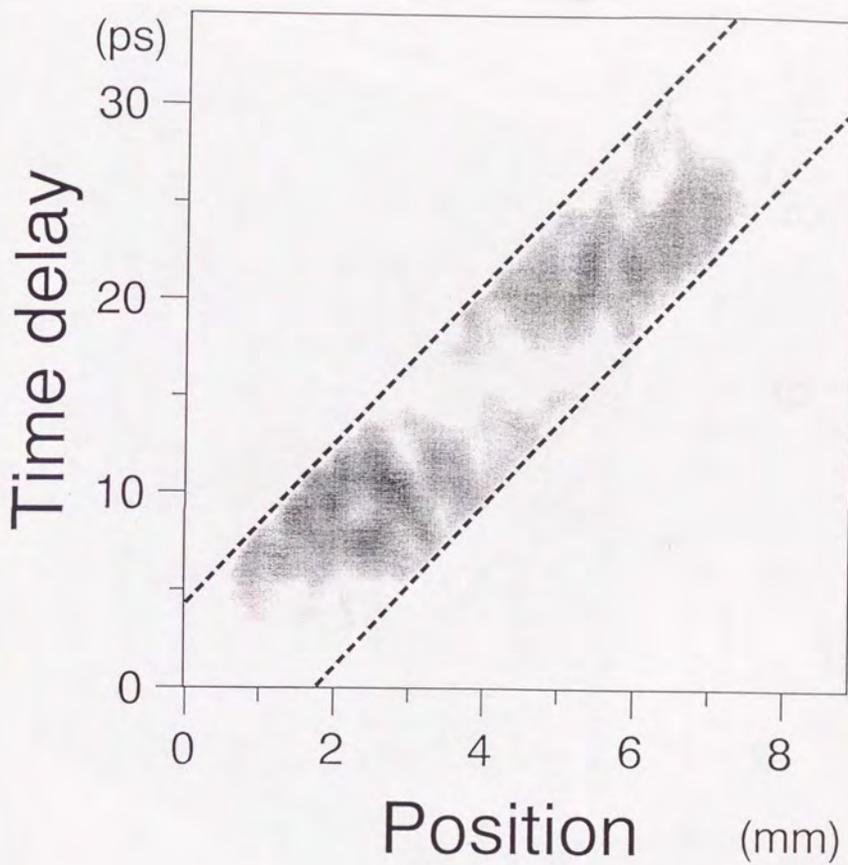


Fig. 8.2-9

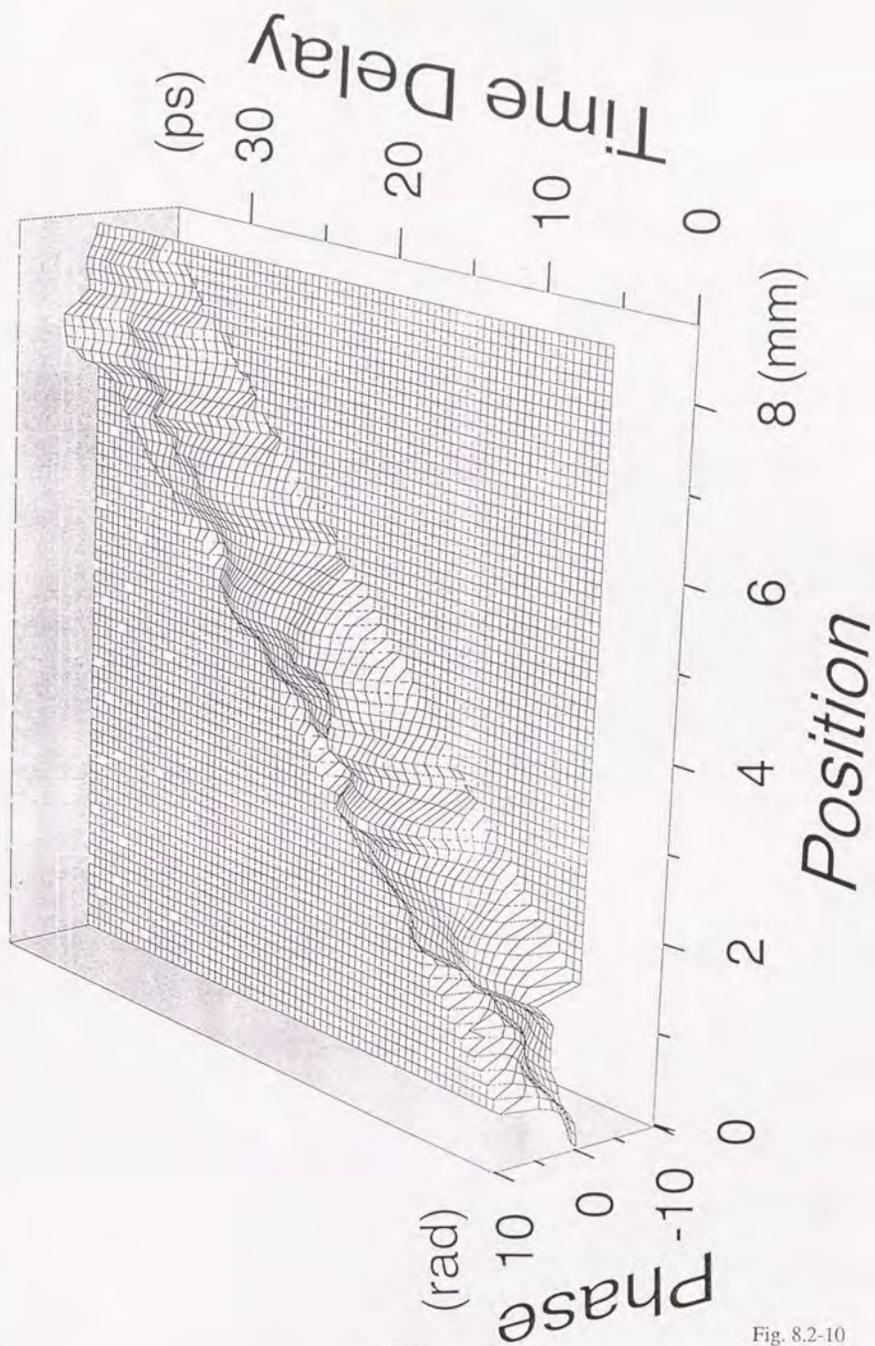


Fig. 8.2-10

第九章

まとめ

まとめと将来の展望

本研究では、フォトリフラクティブ結晶中にピコ秒光パルスを記録し、それを読み出してもとのパルス光の時間変化を空間的2次元で測定する新しい方法を考案した。フォトリフラクティブ効果の時定数よりパルスが短ければ、記録される格子は2つのパルスの相互相関になる。片方のパルス、サンプリングパルスが、空間的には一様であるとする、オブジェクトパルスの波数ベクトルに直交する面が、空間情報、格子の波数ベクトルの方向が相関のずれ時間の軸となる。2つのパルスが同一である場合には、自己相関となる。ただしこの時、2つのビームの角度が 180° ではない場合には、空間的な情報のぼけが生じる。

このようにして結晶内に書き込まれた情報を取り出すためにはいくつかの方法が考えられるが、本論文では読み出し光を入射して、その回折光をはかる方法を考察した。結晶の深さ方向の情報を分離するためにスキャンを行なう必要がある。本論文では解析が容易で高い精度が期待できる波数ベクトルのスキャンを行なうことにした。そのような状態では回折はブラッグ領域の二波結合波理論に従う。これを逆に解くことにより、屈折率格子分布が得られる。この方法を実際に BaTiO_3 結晶を用いて実験的に確認した。屈折率格子の振幅、位相ともに読み出せた。2次元以上の場合では、位置のスキャンも行えばよい。なおこの方法は、従来困難だった体積型ホログラム内の屈折率格子の測定を行なう一般的な方法となっている。この方法の分解能も検討した。その結果、10 mm程度の奥行きで、分解能は0.1 mm程度であると見積もることができる。

次に、実際にパルス光を用いて実験を行なった。実験では BaTiO_3 と LiNbO_3 結晶を用いた。2つのパルスが連続してくるようなオブジェクトパルスを用い、これの形がきちんと読み出せることを確認した。2つのパルスの間隔も、パルス幅もほぼ、実際の値と一致している。

本測定方法に適した応用としては、パルス光の2次元分布が測定できるため、たとえ

ばフェムト秒大出力レーザーの増幅段の波面分布の測定などが考えられる。このようなレーザーの増幅段では大きい断面積にわたって波面が一様であることが非常に重要であるが、直接観察するのは困難であるからである。

将来の展望としては次のようなものが考えられる。

まず、書き込み技術の応用では、ランダムアクセス書き込みによる任意の屈折率格子の形成がある。パルス光を用いて屈折率格子を書き込むとパルスの時間的、空間的に重なったときだけに屈折率格子が形成される。これを利用すると結晶内の任意の場所に任意の屈折率格子を書き込むことができる。任意の場所を選ぶためには2つの書き込みパルスの時間的なずれを例えばミラーを動かすなどして変えてやり、かつ空間光変調器などを用いて空間的な場所を選ぶ。

このようにして任意の屈折率格子を書くことができれば、体積型コンピューターホログラムの作成、パルスの整形のための体積型屈折率格子の作成などの応用が考えられる。

読みだし技術の応用では、フォトリフラクティブ効果の屈折率格子の観察が上げられる。セルフパンプ型位相共役鏡や二重位相共役鏡などのフォトリフラクティブ効果の多種多様な応用は結晶内の複雑な屈折率格子の形成によって引き起こされる。これらの屈折率格子を直接観察する方法は今までなかった。強誘電性の結晶など時定数の長い結晶の場合には本論文の方法によって結晶内部の屈折率格子の観察ができる。比較的小さい現象ではその形成過程の観察も可能であろう。

謝辭

本研究は平成2年4月から平成5年度まで、東京大学生産技術研究所小倉・黒田研究室（平成3年4月から黒田研究室）において、大学院工学系研究科物理工学専攻の博士論文として行なわれたものです。

この間、指導教官の黒田和男助教授（平成5年1月より教授）にはテーマ設定から、論文の添削に至るまで、懇切丁寧なご指導をいただきました。ここに深く感謝いたします。

小倉磐夫教授（現千葉大教授）には研究をする心構えや、研究者の裏話など、含蓄の深いお話をいろいろ聞かせていただきました。ここに深く感謝いたします。

東海大学（元物性研究所教授）の中田一郎教授には結晶に関してご指導いただきました。また折に触れ、ワインのことやドイツの話など、役にたつ楽しい話をしてくださいました。あのワインはとてもおいしかったです。ここに深く感謝いたします。

筑波大学講師の伊藤雅英博士には、ヘテロダイン干渉法のアイデアを授けてくださいました。また黒田教授、志村博士が1年間海外出張で不在だった間、いろいろと指導していただきました。ここに深く感謝いたします。

助手の志村努博士には発表の仕方などで細かい指導をいただきました。深く感謝いたします。

技官の千原正男氏には、装置の工作加工などに助力していただきました。まことにありがとうございました。

大学院学生の尾松孝茂博士（現千葉大学）、堀内賢二氏（現東京ガス）には実験その場で議論に加わっていただきました。感謝いたします。

上智大学卒業研究生の飯塚健氏（現NHK）、矢島浩義氏（現松下技研）には実験を手伝っていただきました。感謝いたします。

生産技術研究所1部工作室の高橋宏伸氏には数々の実験機材の工作をしていただきました。無理な注文にも快く応じてくださってどうもありがとうございました。

生産技術研究所1部事務室の富澤敏一氏をはじめとする方々には、テニスや事務上の細かいことで何かと面倒をみていただきました。どうもありがとうございました。

Appendixes

Appendix 1 電気光学効果

固体の量子論によればOptical dielectric impermeability tensorは結晶内の電荷の分布に依存する。電界を加えると結合電荷の再分配と、ひよっとしたらイオン格子のわずかな変位が起きる。これらはOptical impermeability tensorの変化として現われる。これが電気光学効果である。電気光学係数は伝統的に次のように定義される。

$$\eta_{ij}(\mathbf{E}) - \eta_{ij}(0) \equiv \Delta\eta_{ij} = r_{ijk}E_k + s_{ijkl}E_kE_l \quad \dots\dots(A1-1)$$

ここで \mathbf{E} は印加電界のベクトルで r_{ijk} と f_{ijk} はそれぞれ一次の電気光学係数あるいはポッケルス係数、二次の電気光学係数あるいはカー係数と呼ばれている。三次以上の項はたいの場合小さいので無視する。電界がある場合の屈折率楕円体は次の式で表される。

$$\eta_{ij}(\mathbf{E})x_jx_i = 1 \quad \dots\dots(A1-2)$$

定義より媒体がロスがなく、光学活性がない場合には、 η_{ij} は対称テンソルであるため i, j は交換可能である。したがってテンソルの成分を縮約記号で表すと便利である。

$$1 = (11), 2 = (22), 3 = (33), 4 = (23) = (32), 5 = (13) = (31), 6 = (12) = (21) \quad \dots\dots(A1-3)$$

このようにすると r_{ijk} の独立な要素を $3^3 = 27$ 個から18個に減らすことができる。

印加電界は原子内部の電界(10^8 V/cm)に比べて小さいので一次の効果がある結晶では二次の効果は一般に小さいので無視されることが多い。

中心対称性がある結晶(そのようなものは32点群のうち11種類あるが)では $r_{ijk} = 0$ となる。それ以外のものでは屈折率楕円体は次のようになる。

$$\left(\frac{1}{n_x^2} + r_{1k}E_k\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_y^2} + r_{2k}E_k\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_z^2} + r_{3k}E_k\right)z^2 + 2yzr_{4k}E_k + 2zxr_{5k}E_k + 2xyr_{6k}E_k = 1 \quad \dots\dots(A1-4)$$

LiNbO₃は常温で3mの対称性を持ち以下に示すような成分だけが残る.

$$\begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(A1-5)$$

もし電界がc-軸方向なら電界がある場合の屈折率楕円体は

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_3\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_3\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_3\right)z^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(A1-6)$$

となる. この式を見るとx, y, zが混ざった項がないことより, 新しい屈折率楕円体の主軸は変わらないことがわかる. 新しい軸の長さは

$$\begin{aligned} n_x &= n_o - \frac{1}{2}n_o^3r_{13}E, \\ n_y &= n_o - \frac{1}{2}n_o^3r_{13}E, \\ n_z &= n_e - \frac{1}{2}n_e^3r_{33}E. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(A1-7)$$

c-軸の方向に電界がかかっている場合には結晶は単軸性の異方性を持ったままであることである.

Appendix 2 相関関数

本文中ではガウス関数を考えると、相関関数が元の波形と同じで、その幅が1.4倍になることを確かめた。それ以外の波形を仮定すると、どのように違いが出てくるのかを調べてみる。

矩形波

まず最も簡単な例として幅1の矩形関数 ($-0.5 < x < 0.5$ で1、それ以外は0) を考える。これは現実のパルス波形とはかけ離れているが比較のために取り上げてみよう。この場合、相関波形は元の波形とは大きく異なって三角形の波形になり、その半値幅はやはり1である。

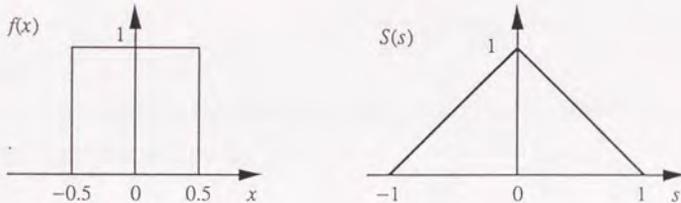


Fig. A2-1

三角波

三角波として $-1 < x < 0$ で $x+1$, $0 < x < 1$ で $1-x$ となる関数を考えよう。この場合にはより現実のパルスに近い。相関波形は $|s| \leq 1$ で $2/3 - s^2 + (1/2)|s|^3$, $1 < |s| \leq 2$ で $(4/3)(1 - |s|/2)^3$, $|s| > 2$ で 0 となる。元の関数と、相関関数を Fig. A2-2 に示す。相関関数は元の波形の角が取れて丸みを帯びたものになる。ピークは $2/3$ で半値幅は $4 - 4(4)^{-1/3} = 4 - 4\sqrt[3]{4} \cong 1.48$ になる。この値は元の波形の半値幅 1 の 1.48 倍である。

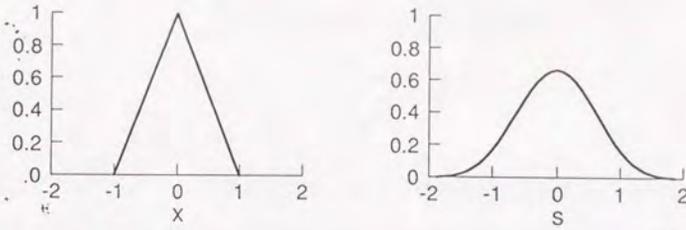


Fig. A2-2

双曲線関数

次に幅 p , ピーク1のパルスとして一般的によく使われる $f(t) = \text{sech}(t/p) = 2\exp(t/p) / (1 + \exp(2t/p))$ の形を考えよう。この形はガウス関数に比べて少しピークが尖った感じのする関数である。相関を計算すると

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t+s)dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2e^{t/p}}{1+e^{2t/p}} \frac{2e^{(t+s)/p}}{1+e^{2(t+s)/p}} dt \\ &= p \int_0^{\infty} \frac{4c\tau^2}{(1+\tau^2)(1+c^2\tau^2)} \frac{d\tau}{\tau} \quad \dots\dots\dots(A2-1) \end{aligned}$$

となる。ここで $\exp(t/p) = \tau$, $\exp(s/p) = c$ と変数変換した。ここで $c \neq 1$ なら積分のなかは次のように部分分数に展開できる。

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t+s)dt &= \frac{4cp}{1-c^2} \int_0^{\infty} \left[\frac{\tau}{\tau^2+1} - \frac{c^2\tau}{c^2\tau^2+1} \right] d\tau \\ &= \frac{2cp}{1-c^2} \left[\log \left| \frac{\tau^2+1}{\tau^2+1/c^2} \right| \right]_0^{\infty} \\ &= \frac{cp}{c^2-1} \log|c^2| \quad \dots\dots\dots(A2-2) \\ &= 4cs/(c^2-1) \\ &= \frac{2p(s/p)}{\sinh(s/p)} \end{aligned}$$

$c = 1$ の時は(A2-1)式は

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t+s)dt &= 4p \int_0^{\infty} \frac{\tau}{(1+\tau^2)^2} d\tau \\
 &= 2p \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \quad \dots\dots\dots(A2-3) \\
 &= 2p
 \end{aligned}$$

となる。ここで $(1+\tau^2)=x$ と変数変換した。 $c \neq 1$ の場合の式(A2-2)式の $c=0$ の極限は $2p$ であるから、 $c=1$ の場合を、 $c \neq 1$ の時に含めてしまうことができる。 結局相関関数は

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f^*(t+s)dt = \frac{2p(s/p)}{\sinh(s/p)} \quad \dots\dots\dots(A2-4)$$

となる。

$\operatorname{sech} x$ と $x / \sinh x$ の関数を下図に示す。

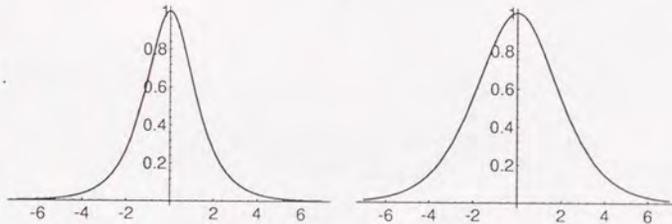


Fig. A2-3

図からわかるとおり、関数の形は違うが、もとの波形と似たような形になる。元の波形の半値全幅は $2.63p$ であり、相関波形の半値全幅は $4.35p$ である。したがって幅の広がりには 1.65 倍となる。形そのものを比較してみると、双曲線関数の尖った感じが緩和されて、すこし幅が広がっていることがわかる。

以上より、パルス波形の仮定によって、元の波形と相関波形の幅の変化は、1倍から 1.6 倍程度までばらつきがあることがわかった。ただし、現実的な波形に限ってみれば、ガウス関数の 1.4 倍と双曲線関数の 1.6 倍というあたりになるであろう。相関波形の幅からパルス幅を求めるときの誤差もこの程度であろう。

Appendix 3 直交関数系 $U_n(\delta)$

(6.3-5)式に(6.3-4)式を代入して積分を実行すると、

$$\begin{aligned}
 \frac{S_{out}(\delta)}{R(0)} &= \frac{i\beta}{4} \int_0^L G(r) e^{i\delta r} dr \\
 &= \frac{\beta}{8} \sum_{n=1}^{\infty} g_n \int_0^L e^{i(\delta+n\pi/L)r} - e^{i(\delta-n\pi/L)r} dr \\
 &= \frac{\beta}{8i} \sum_{n=1}^{\infty} g_n \left[\frac{e^{i(\delta+n\pi)} - 1}{\delta + n\pi/L} - \frac{e^{i(\delta-n\pi)} - 1}{\delta - n\pi/L} \right] \\
 &= \frac{i\pi\beta}{4L} \sum_{n=1}^{\infty} g_n \frac{(-1)^n n (e^{i\delta L} - (-1)^n)}{\delta^2 - (n\pi/L)^2} \\
 &= -\frac{\pi\beta L}{8} e^{i\delta L/2} \sum_{n=1}^{\infty} i^n g_n U_n(\delta L/2) \quad \dots\dots\dots(A3-1)
 \end{aligned}$$

となる。ただしここで

$$U_n(x) \equiv \frac{n(-i)^{n+1} \{ \exp(ix) - (-1)^n \exp(-ix) \}}{2(x^2 - (n\pi/2)^2)} \quad \dots\dots\dots(A3-2)$$

と定義した。 $U_1(x), U_2(x), U_3(x), U_4(x)$ を書き下すと

$$U_1(x) = \frac{-\cos x}{x^2 - (\pi/2)^2} \quad \dots\dots\dots(A3-3)$$

$$U_2(x) = \frac{-2 \sin x}{x^2 - \pi^2} \quad \dots\dots\dots(A3-4)$$

$$U_3(x) = \frac{3 \cos x}{x^2 - (3\pi/2)^2} \quad \dots\dots\dots(A3-5)$$

$$U_4(x) = \frac{4 \sin x}{x^2 - (2\pi)^2} \quad \dots\dots\dots(A3-6)$$

となる。 $U_1(x)$ から $U_6(x)$ のグラフを以下に示す。ただし横軸の単位は π である。

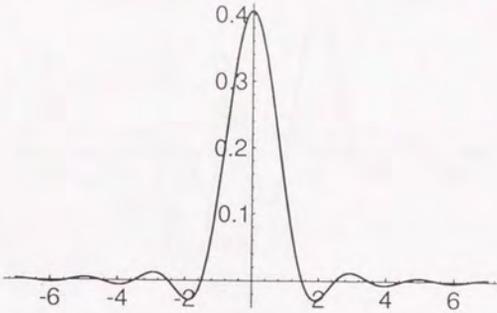
$U_1(\pi x)$ 

Fig. A.3-1

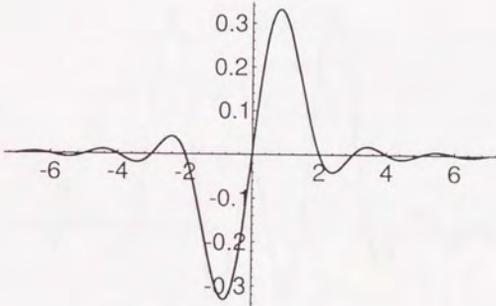
 $U_2(\pi x)$ 

Fig. A.3-2

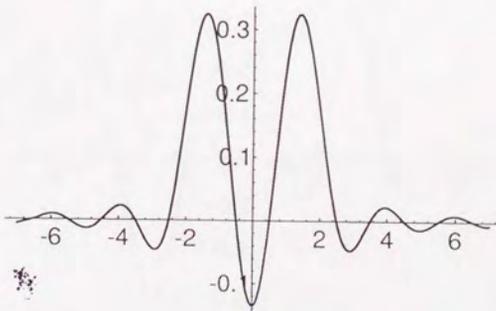
 $U_3(\pi x)$ 

Fig. A.3-3

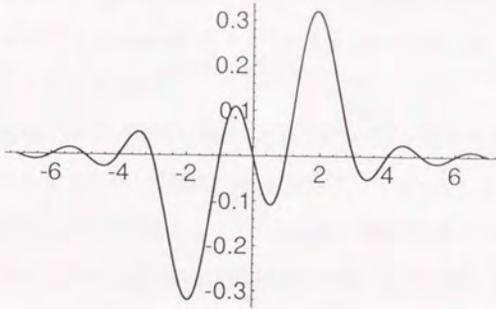
$U_4(\pi x)$ 

Fig. A.3-4

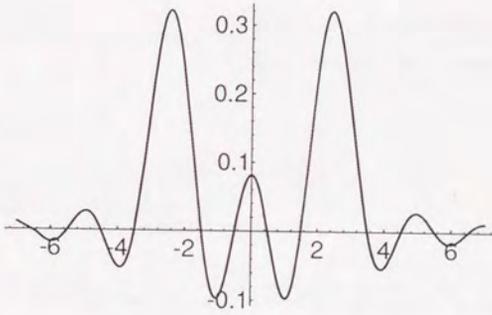
 $U_5(\pi x)$ 

Fig. A.3-5

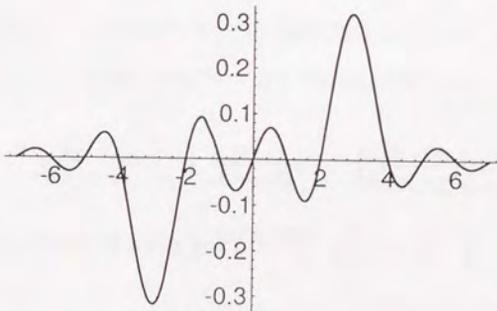
 $U_6(\pi x)$ 

Fig. A.3-6

これらからわかるとおり $U_n(x)$ は基本的には $n = 2m + 1$ であるような n に対しては $\cos x$, $n = 2m$ であるような n に対しては $\sin x$ であり, それぞれにおいて中心から第 m 番目の山を残し, 他を小さくしたものである.

したがって奇数次の n しか成分に持たないような屈折率格子の回折スペクトルはブラッグ波数を中心として対称であり, 偶数次の n しか成分に持たないような屈折率格子ではブラッグ波数では0で, そこを中心として左右は位相が 180° ずれることになる.

実際の回折波のスペクトルは $U_n(x)$ の線形な結合である. 位相に関していえば n が1つ増えるごとに $\pi/2$ ずつ位相差をつけて重ね合わせていく.

ここで $U_n(x)$ は直交関数系であることを示そう. $U_n(x)$ と $U_m(x)$ をかけて積分する.

$$\int_{-\infty}^{\infty} U_n(x)U_m(x)dx = -nm(-i)^{n+m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix} - (-i)^n e^{-ix}}{2(x^2 - (n\pi/2)^2)^2} \frac{e^{ix} - (-i)^m e^{-ix}}{2(x^2 - (m\pi/2)^2)^2} dx \quad \dots(A3-7)$$

まず $n \neq m$ の場合には

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x^2 - (n\pi/2)^2)^2} \frac{1}{(x^2 - (m\pi/2)^2)^2} \\ &= \frac{2}{nm\pi^3} \left[\frac{1}{n-m} \left(\frac{1}{x-n\pi/2} - \frac{1}{x+n\pi/2} + \frac{1}{x+m\pi/2} - \frac{1}{x-m\pi/2} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{n+m} \left(\frac{1}{x+n\pi/2} - \frac{1}{x-n\pi/2} + \frac{1}{x+m\pi/2} - \frac{1}{x-m\pi/2} \right) \right] \quad \dots(A3-8) \end{aligned}$$

と部分分数に展開できることを利用して, (A3-7)式の積分を分解する. n と m の偶奇の組み合わせによって, これらの積分は次のいずれかの積分に帰着する.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x \pm n\pi/2} dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x \pm n\pi/2} dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x \cos x}{x \pm n\pi/2} dx \quad \dots(A3-9)$$

1 番目, 2 番目の形は変数の置き換えをすると

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{x} dx \quad \dots(A3-10)$$

のいずれかの形になるが、被積分関数が奇関数であるから0になる。(A3-9)式の3番目の形については(A3-8)式において $x - n\pi/2$ の項と $x + n\pi/2$ の項がベアになって引き算になっていることを考慮すると

$$\begin{aligned} & \int_{-m}^m \frac{\sin x \cos x}{x + n\pi/2} - \frac{\sin x \cos x}{x - n\pi/2} dx \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \int_{-m}^m \frac{\sin 2x}{x + n\pi/2} dx - \int_{-m}^m \frac{\sin 2x}{x - n\pi/2} dx \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \int_{-m}^m \frac{\sin(2x - n\pi)}{x} dx - \int_{-m}^m \frac{\sin(2x + n\pi)}{x} dx \right\} \dots\dots\dots(A3-11) \\ &= 0 \end{aligned}$$

となる。ただし2番目の等式では、それぞれの項について変数の置き換えを行ない、さらに3番目の等式では $\sin(\theta + n\pi) = \sin(\theta - n\pi)$ を用いた。以上より $n \neq m$ の場合の直交性が確かめられた

次に $n = m$ の場合について考える。(A3-7)式において $n = m$ とおくと

$$\begin{aligned} \int_{-m}^m U_n^2(x) dx &= -n^2(-1)^n \int_{-m}^m \frac{(e^{ix} - (-1)^n e^{-ix})^2}{4(x^2 - (n\pi/2)^2)^2} dx \\ &= \frac{-n^2(-1)^n}{4} \int_{-m}^m \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} - 2(-1)^n}{(x^2 - (n\pi/2)^2)^2} dx \dots\dots\dots(A3-12) \end{aligned}$$

ここで分母を

$$\frac{1}{(x^2 - (n\pi/2)^2)^2} = \frac{1}{(n\pi)^3} \left\{ \frac{2}{x + n\pi/2} + \frac{n\pi}{(x + n\pi/2)^2} - \frac{2}{x - n\pi/2} + \frac{n\pi}{(x - n\pi/2)^2} \right\} \dots\dots\dots(A3-13)$$

と部分分数に展開する。第1項と第3項は、 $n \neq m$ の場合と同様に変数変換によってきえる。第2項を(A3-12)式に代入する。積分の部分は

$$\int_{-m}^m \frac{e^{2ix} + e^{-2ix} - 2(-1)^n}{(x - n\pi/2)^2} dx = -4(-1)^n \int_{-m}^m \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = -4(-1)^n \pi \dots\dots\dots(A3-14)$$

となる。(A3-13)式の第4項も同様である。よって(A3-12)式は

$$\int_{-\pi}^{\pi} U_n^2(x) dx = \frac{2}{\pi} \quad \dots\dots\dots(A3-15)$$

となる。以上より $U_n(x)$ の直交性が確かめられた。

以上をまとめると

$$\int_{-\pi}^{\pi} U_m(x) U_n(x) dx = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 2/\pi & (m = n) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(A3-16)$$

なお回折光のスペクトルに $U_n(x)$ をかけて積分すれば、フーリエ係数 g_n を求めることができる。したがって格子分布を求めることできる。

Appendix 4 標本化定理

連続信号 $x(t)$ がある条件を満たしていることがわかっている場合に $x(t)$ からサンプリング間隔 Δt で標本化して得た離散信号 $x(n\Delta t)$ から逆に元の連続信号 $x(t)$ を完全に再現することができる場合がある。その一例として標本化定理がある。これは連続信号 $x(t)$ が ω_0 以上の角周波数成分を持たないということがわかっている場合に適用される定理である。このとき、 $x(t)$ はそのフーリエ積分によって

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} X_A(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots(A4-1)$$

のように表される。ここで $\Delta t \leq \pi/\omega_0$ である。 $X_A(i\omega)$ は $x(t)$ のフーリエ変換で

$$X_A(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots(A4-2)$$

あるいはフーリエ級数で

$$X_A(i\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{ik\omega\Delta t} \quad \dots\dots\dots(A4-3)$$

と表すことができる。ここでフーリエ係数 C_k は

$$C_k = \frac{\Delta t}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} X_A(i\omega) e^{-ik\omega\Delta t} d\omega = \Delta t x(-k\Delta t) \quad \dots\dots\dots(A4-4)$$

となる。ここで(A4-1)式を用いた。従って(A4-3)式は

$$X_A(i\omega) = \Delta t \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) e^{-in\omega\Delta t} \quad \dots\dots\dots(A4-5)$$

となる。これを(A4-1)式に代入すると

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta t}^{\pi/\Delta t} e^{i\omega(t-n\Delta t)} d\omega \right) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\Delta t) \frac{\sin((\pi/\Delta t)(t-n\Delta t))}{(\pi/\Delta t)(t-n\Delta t)} \quad \dots\dots\dots(A4-6) \end{aligned}$$

すなわち周波数 ω_0 で帯域制限された連続信号 $x(t)$ は $\omega_N = 2\omega_0$ より大きな周波数で標本化された信号 $x(n\Delta t)$ 、($\Delta t < 2\pi/\omega_N = \pi/\omega_0$)によって完全に表せられる。これを標本化定理といい、 ω_N をナイキスト周波数と呼ぶ。

また、(A4-5)式よりこの場合、連続信号のフーリエ変換 $X_A(i\omega)$ が離散信号のフーリエ変換 $X(e^{i\omega\Delta t})$ の Δt 倍になっていることがわかる。すなわち

$$X_A(i\omega) = \Delta t X(e^{i\omega\Delta t}) \quad \dots\dots\dots(A4-7)$$

Appendix 5 結晶内での結像位置

屈折により下のように物体の位置は外から見るとより近く見える。この位置が結晶の外から見てどこになるかを求める。

Fig. A5-1のように $x > 0$ が結晶であるように座標軸をとる。P点の座標を $(x_p, 0)$ 、Q点の座標を (x_q, z_q) とすると

$$x_q \tan \Theta = x_p \tan \theta \quad \dots\dots\dots(A5-1)$$

$$x_q \tan (\Theta + \Delta\Theta) = x_p \tan (\theta + \Delta\theta) \quad \dots\dots\dots(A5-2)$$

(A5-2)式より $\Delta\theta$ 、 $\Delta\Theta$ が小さいとして展開し、(A5-1)式を用いると

$$x_q = \frac{\cos^2 \Theta}{\cos^2 \theta} \frac{\Delta\theta}{\Delta\Theta} x_p \quad \dots\dots\dots(A5-3)$$

が得られる。ここでスネルの法則 $\sin \Theta = n \sin \theta$ より $d\theta/d\Theta = \cos \Theta / n \cos \theta$ であるので

$$x_q = \frac{\cos^3 \Theta}{n \cos^3 \theta} x_p \quad \dots\dots\dots(A5-4)$$

となる。ただしここで n は屈折率である。Q点の z 座標は

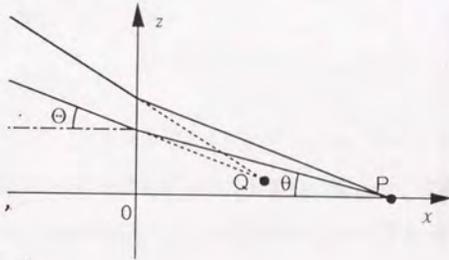


Fig. A5-1

$$z_Q = x_p \tan \theta - x_Q \tan \Theta = x_p (n^2 - 1) \tan^3 \theta \quad \dots\dots\dots (A5-5)$$

である。これよりQ点の座標として $(x_p \cos^3 \Theta / n \cos^3 \theta, x_p (n^2 - 1) \tan^3 \theta)$ が得られた。

さてここで実際の配置に応用し、結晶外部から見た結像面の位置を求めると、原点は変化しないためにFig. A5-2の太線の結像面は太い点線のような位置になる。この面のbeam1の垂直面からの角度を ϕ とする。結晶をどけて、この面上にスクリーンをおいて結像するようにすれば結晶をおいたときに内部で目的の面上に結像することになる。ここで

$$x_Q = l \cos^3 \Theta / n \cos^3 \theta \quad \dots\dots\dots (A5-6)$$

$$z_Q = l \tan \theta + l (n^2 - 1) \tan^3 \theta = l (1 + (n^2 - 1) \tan^2 \theta) \tan \theta \quad \dots\dots\dots (A5-7)$$

である。 ϕ は

$$\phi = \pi/2 - \Theta - \tan^{-1}(z_Q/x_Q) \quad \dots\dots\dots (A5-7)$$

で与えられる。

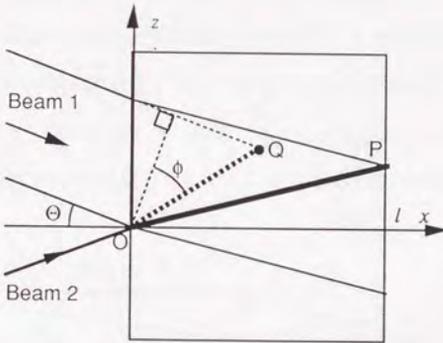


Fig. A5-2

$\Theta = 30^\circ$, $n = 2.4$ では $\theta = 12^\circ$ となるので $\phi = 36.1^\circ$ となる。ところでBeam2を完全に覆うのに必要なビーム幅は $2l \tan \theta \cos \Theta = 1.8 \text{ mm}$ であるので端と端での距離の差は $1.8 \text{ mm} \times \tan 36.1^\circ = 1.3 \text{ mm}$ ある。通常に結像してこの範囲をカバーできるかを調べてみる。焦点深度は

$$\Delta f = 2\epsilon f/D = 2\lambda f^2/D^2 \quad \dots\dots(A5-8)$$

で与えられる。ただしここで $e = \lambda f/D$ はエアリーディスクの直径である。また、 f は焦点距離、 D はビームの直径である。波長514.5 nmとし、焦点距離60 mmのレンズを使って、直径2 mmのビームを結像したとすると $\Delta f = 0.9$ mmとなるので範囲に入らないことがわかる。しかも実際にはビームに幅があることを考えると十分とはいえない。そこでFig. A5-3に示すように結像面を傾けて結像させることにする。このためにはマスクパターンを傾けてやればよい。

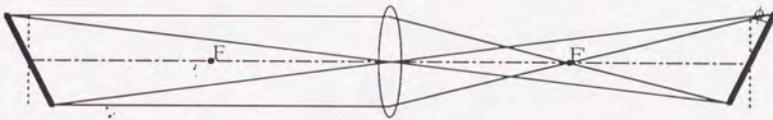


Fig. A5-3

しかしこの方法には結像倍率が場所によって異なってしまうという欠点がある。Fig. A5-4のようにレンズも傾けても像を傾けることができる。この場合倍率は一定になるが、軸外の光線を使うのでレンズの収差が大きくなるという欠点がある。Fig. A5-4に示したように焦点面上の点が焦点になるように作図することができる。この図からわかるとおり、みかけの焦点距離が $f/\cos\phi$ に長くなることに注意する必要がある。

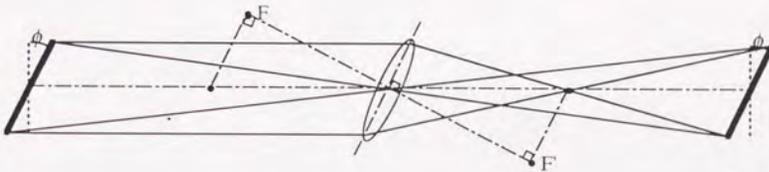


Fig. A5-4

業績リスト

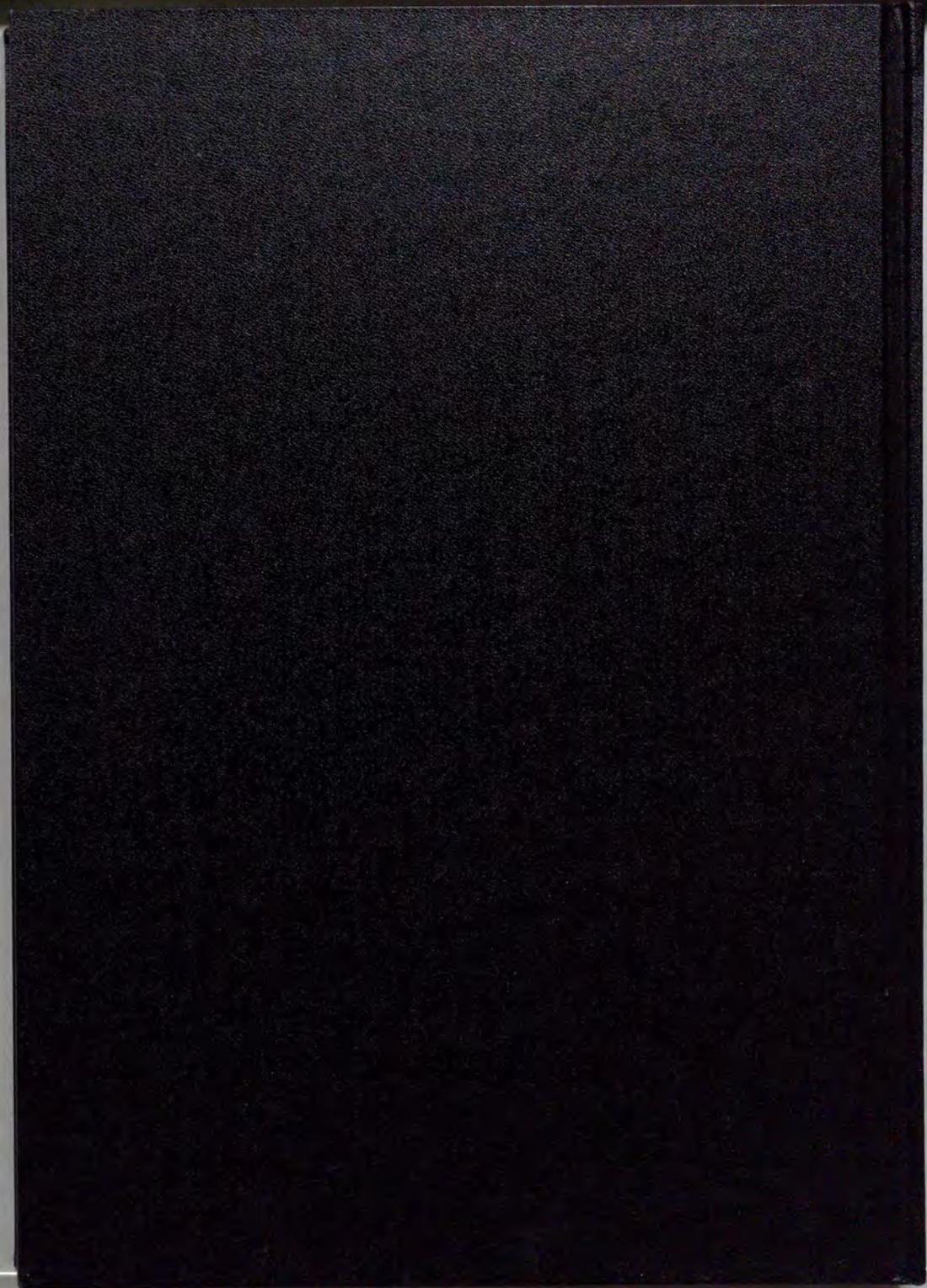
研究論文

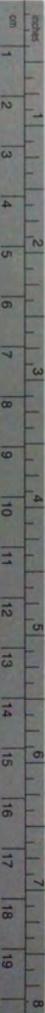
- [1] "Photorefractive effect in GaP," K. Kuroda, Y. Okazaki, H. Okamura, T. Shimura, M. Itoh, M. Chihara, and I. Ogura, *Opt. Lett.* **15**, 21, 1197 (1990)
- [2] 相互作用長変化法によるフォトリフラクティブ二光波混合結合係数の測定
岡村秀樹、志村努、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
生産研究 **43**, 322 (1991)
- [3] H. Okamura, T. Shimura, M. Itoh, K. Kuroda and I. Ogura, "Measurement of photorefractive coupling constant of BaTiO₃ using varying interaction length method," *Optics Commun.* **99**, 230-236 (1993)
- [4] H. Okamura, H. Yajima, K. Iizuka, M. Itoh, K. Kuroda, "Measurement of the envelope function of the index grating in photorefractive crystals", *Opt. Lett.* **18**, 1305 (1993)

口頭発表

- [1] 高濃度Fe-doped LiNbO₃のPhotorefractive効果
岡村秀樹、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
第36回応用物理学関係連合講演会 (1989) 1pPA13
- [2] BaTiO₃を用いた自己ポンプ型位相共役波発生のメカニズム
岡村秀樹、志村努、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
第50回応用物理学学会学術講演会 (1989) 28aZD
- [3] BaTiO₃の二光波混合結合定数の測定
岡村秀樹、志村努、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
第37回応用物理学関係連合講演会 (1990) 29aPD
- [4] BaTiO₃の二光波混合結合定数の測定(II)
岡村秀樹、志村努、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
第51回応用物理学学会学術講演会 (1990) 26pH15
- [5] フォトリフラクティブ結晶による時間波形の解析
岡村秀樹、志村努、伊藤雅英、黒田和男、小倉磐夫
第38回応用物理学関係連合講演会 (1991) 30aPA19

- [6] フォトリフレクティブ結晶中の屈折率格子の読みだし
岡村秀樹, 伊藤雅英, 黒田和男
第52回応用物理学会学術講演会 (1991) 10aZH1
- [7] BaTiO₃を用いたピコ秒パルスの二光波混合
岡村秀樹, 飯塚健, 伊藤雅英, 黒田和男
第39回応用物理学関係連合講演会 (1992) 30aB6
- [8] 岡村 他, "フォトリフレクティブ結晶中における屈折率光子分布の非接触測定
岡村秀樹, 飯塚健, 伊藤雅英, 黒田和男
第17回光学シンポジウム (光学技術・学術講演会) (1992) 講演番号10
- [9] BaTiO₃中へのピコ秒光パルスの記録と読みだし
岡村秀樹, 田村雅之, 伊藤雅英, 黒田和男
第53回応用物理学会学術講演会 (1992) 17aQ6
- [10] Society for Optical & Quantum Electronics, International conference on LASERS '92 at
Houston, Texas, U.S.A., 1992, TN.9 "Spatio-Temporal Recording of Picosecond Light
Pulse in Photorefractive BaTiO₃", H. Okamura, M. Itoh and K. Kuroda (1992)
- [11] SPIE (The International Society for Optical Engineering), OE LASE '93, 1993, Los
Angeles, California, USA, 1861-19, "Photorefractive crystals for recording 2-D change of
picosecond light pulse," H. Okamura, M. Itoh and K. Kuroda (1993)
- [12] Fe:LiNbO₃中へのピコ秒光パルスの記録と読みだし
岡村秀樹, 矢島浩義, 黒田和男
第40回応用物理学関係連合講演会 (1993) 30aSZB9
- [13] ピコ秒光パルスによるフォトリフレクティブ格子の形成
岡村秀樹, 黒田和男
第54回応用物理学会学術講演会 (1993) 29pE14





Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM Kodak

Blue	Cyan	Green	Yellow	Red	Magenta	White	3/Color	Black
Blue patch	Cyan patch	Green patch	Yellow patch	Red patch	Magenta patch	White patch	3/Color patch	Black patch

Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

