

博士論文

流れ場の最適制御に関する研究

A study on applying optimal control theory to an unsteady
flow problem

中村 昌道

目次

目次	i
第 1 章 序論	1
1.1 緒言	1
1.2 流れ場の最適制御	3
1.3 モデル予測制御による流れ場の最適制御の実現	7
1.4 流れ場の状態推定	10
1.5 最適制御手法を用いた流体のフィードバック制御システム	11
第 2 章 問題設定および流体の支配方程式と数値計算手法	13
2.1 問題設定	13
2.2 流れ場の支配方程式	15
2.3 境界条件	17
2.4 流体の数値計算手法	18
第 3 章 最適制御の理論と制御結果および考察	22
3.1 流れ場に対する最適制御	22
3.2 全状態量が得られると仮定した場合の最適制御	26
3.3 ジェットの数と横力の抑制効果の関係	33
3.4 最適制御の終端時間の変化による変化	36
3.5 最適制御の繰り返しによるモデル予測制御の制御結果	44
第 4 章 流れ場の状態推定	48
4.1 状態推定手法	48
4.2 計測融合シミュレーションによる状態推定	50
4.3 ジェットが存在する場合の状態推定	53
第 5 章 流体のフィードバック制御システムの解析	63
5.1 物理的に実行可能なモデル予測制御	63

5.2	状態推定結果を用いた最適制御とその誤差解析	64
5.3	状態推定結果を用いたモデル予測制御の性能解析	68
第 6 章	結言	78
付録 A	Appendix A	80
A.1	流れ場の最適制御を物理的に実行するための計算機に対する要求	80
付録 B	Appendix B	83
B.1	20 個のジェットによる最適入力	83
B.2	30 個のジェットによる最適入力	83
謝辞		87
参考文献		88

第 1 章

序論

1.1 緒言

流体を扱う工学的な分野において，流れ場を望み通りに制御しようとする試みは古くから行われてきた．特に航空工学の分野において，航空機を安定して飛行させるために流れ場を適切に制御することは必要不可欠であった．そのために様々な機体の形状，また翼の形状についての研究や実験が行われ，流れ場を変化させることで空力特性を改善する試みが行われてきた．現代ではこれらの研究成果により旅客機は安定した飛行が可能となり，超音速飛行なども可能となってきた．このように形状を変更することで流れ場を変化させ，空力係数の値を改善することは基本的な流体制御の手法である．しかし昨今では，航空工学の分野におけるミッションの多様性から，形状の変更では達成できない空力係数の要求が発生する場合がある．そこで，航空機のさらなる飛行安定性の向上や飛行領域の拡大を目指し，形状を変更せずに流体を小さな制御力で効率よく制御できるような制御デバイスが積極的に研究されている．これらの制御の技術は様々なものが研究，実用化されており，航空機の翼の剥離抑制や抗力の低減などを目的としていくつかの技術が適用されている．このような流体制御技術は大きく2つに分けることができ，1つ目は障害物の設置や形状の変更などによる流体制御，2つ目は可動式のフラップなどを用いて流体に直接エネルギーを投入するものである．

1つ目の手法で代表的なものでは，翼表面に設置する Vortex Generator などが挙げられる¹⁾．Vortex Generator は翼表面に設置する突起のようなもので，この突起により流れ場に渦を発生させ，この渦による境界層へのエネルギー投入により剥離を抑制する．このようにして剥離が抑制されることにより，大きな迎角で飛行する際に失速を抑制し，大迎角での安定した飛行をことができるようになる．同様に機体形状の変更も，流れ場の境界条件を変更し，空力係数を制御するという点においてこれらの流体制御手法と同じ分類ができる．これら従来手法は流れ場を大きく変更でき，エネルギーを使用することなく常に流れを制御し続けるという点で有効な制御器ではある．しかし，設計点での条件では効果を発揮するが流れ場が時間変化した場合や非設計点では想定した制御効果が得られない場合が多い．加えてこのようなデバイス

の設置や形状の変更自体が難しい場合もある。これら従来手法の問題点を解決するため、可動式のフラップや吹き出し／吸い込みを行うシンセティックジェット、プラズマアクチュエータなど、流体に対して能動的にエネルギーを投入するアクチュエータの研究が積極的に行われている²⁻⁵⁾。これらのデバイスは制御が必要な際には起動し流れ場を制御するが、必要のない場合には起動させないことで周囲の流れ場に影響を及ぼさず、抵抗となることもない。さらに流れ場が設計点から変化したとしても、随時適切な入力を投入することで制御効果を維持することができる。

このように能動的な流体制御は時間変化する流れ場に対応して随時適切な制御が可能であり、制御を必要としない場合には一切影響を与えないという点で優れた制御である。近年の研究では、1つの翼型にこのような能動的な流体制御デバイスを取り付けることで様々な翼型と同様な流れ場を再現することで空力特性の性能向上を目指すものもある。しかしこのような能動的な流体制御デバイスは、障害物の設置などの従来手法に比べて大きな制御効果を得ることが難しい。大きな制御効果を得るためには、小さなエネルギーを流れ場に投入し流れ場を大きく変化させることが要求される。そのため流れ場の詳細な解析や深い洞察が必要であり、これらの解析から流れ場の特性を十分に把握することで、流れ場をどのように制御することが効果的なのかを理解した上で能動的な流体制御を行うことが重要である。一方で、能動的な流体制御手法は従来の手法とは異なり流れ場にエネルギーを投入し流れ場を変化させるという特性上、投入したエネルギーにより新たな流れ場の不安定性などを引き起こしてしまうことも考えられるため、制御デバイスそのものがどのように流れ場に影響を与えるのかという点についても詳細に検討する必要がある。そこで近年では数値計算により様々な能動的な制御デバイスの解析が行われてきた⁶⁻⁹⁾。これらの計算により、シンセティックジェットやプラズマアクチュエータはその挙動が詳細に解析され、流れ場にデバイスが及ぼす影響が明らかになってきている¹⁰⁻¹⁴⁾。この知識を活かすことでシンセティックジェットやプラズマアクチュエータによる剥離制御などが期待されている。

このような研究成果を受けて、航空機や宇宙輸送機に能動的な流体制御を適用しようという試みが行われている。しかし上述したように現在までに行われている研究では、プラズマアクチュエータなどのデバイスの入力による流れ場と空力特性の変化に注目したものが多い。これらの研究では流れ場の特徴的な構造を考慮し、その構造を変化させるようにあらかじめ決められた入力に従ってデバイスを作動させ、流体を制御するという手法が一般的である。しかしこのような制御方法は定常な流れ場では有効であるが、時間変化する非定常な流れ場に対して随時最適な入力を投入することが難しく、能動的な流体制御の利点の1つである時間と共に変化する流れ場に対応して随時適切な制御を行うことも、このような入力の与え方では実現できない。時間変化する流れ場に対して設定された目的を満たすように適時入力を変更し、最適な制御を行うことは非常に困難であり、流れ場やアクチュエータの詳細な解析のみでは不十分である。一方で制御分野においては、時々刻々と変化する現象に対して適切な制御量を計算し、対象となるシステムを制御するという事は古くから行われている。特に制御対象となるシステ

ムが線形の場合に関しては多くの理論が構築され、現在ではこれらの理論を使用することで効率的な制御を行うことが可能である。これに加えて、昨今の制御分野では制御対象が非線形の場合についても多くの研究が行われ、様々な制御手法が提案されている。これらの非線形なシステムに対する制御手法の一つとして最適制御が研究されている¹⁵⁾。最適制御では、設定された目的を適時満たすような入力を計算し、時間変化する対象に対して最適な入力を与える制御手法である。この制御手法では制御対象が複雑な挙動を示す場合でも最適な入力を計算することができる。そこで本研究では時間変化する流れ場の情報を利用した最適制御により入力を決定することに注目した。

1.2 流れ場の最適制御

現在ロボティクスなどの制御分野において広く利用されているのはフィードバック制御の代表的な手法である PID 制御である。PID 制御では制御したい状態量が自分の設定した目標値に対して近づくように、状態量に比例、積分、微分要素を作用させて入力を作成する制御則である。この制御則は単純ではあるが、性能が高く、また局所線形化された問題に対しての安定性の解析が容易であるため多くの分野で使用されている。しかし PID 制御においてフィードバックする状態量やそのゲインなどは経験的に決定されている場合が多く、制約条件の多い問題に対して最適な入力を得ることは非常に難しい。このような問題に対して、PID 制御よりも効果の高い制御を行うためには入力を経験によらず数学的に求めることのできる手法が望まれている。そこで研究が進められたのが最適制御である。最適制御は制御分野において一般的な制御手法の一つで、制御対象となるシステムの状態量を用いて目的関数が最小、または最大となる入力を求める手法である。最適制御では、制御対象となるシステムが線形として扱える場合にはシステムに対する Riccati 方程式を解くことにより最適入力を求める。Riccati 方程式は解析的に解くことができ、最適なフィードバックゲインを解析的に求めることができる。このようにして得られたフィードバックゲインは時に人間の経験と洞察では成し得ない、良い制御結果をもたらすことがある。

このように最適制御は制御対象となるシステムが線形な問題として扱うことができれば Riccati 方程式を解くだけで最適な入力を得ることができる。しかし制御対象となるシステムが非線形である場合には Riccati 方程式ではなく、Hamilton-Jacobi 方程式を解く必要があるが、この方程式は解析的に解くことができない。そこで非線形なシステムに対しては、Hmiltonian を用いた随伴方程式を解くことにより最適な入力を求める。この時非線形な方程式に対する最適入力の導出には概略図 1.1 に示すような繰り返し計算が必要となる。

図 1.1 に示すように、まず制御対象となるシステムの方程式を解くことで、ある時間 T_f までの状態量の時間変化を求める。後述するがこの方程式は制御対象となるシステムの支配方程式をモデル化したもので、このモデル化の際の誤差の大きさが制御効果に直結するので重要となる。この T_f までの状態量を元に、随伴方程式を時間逆向きに T_f から T_i に向けて解

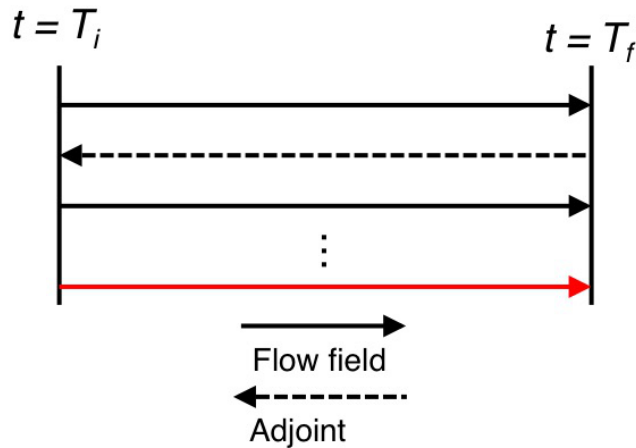


図 1.1 最適制御における計算手順

く、この計算の結果として T_i から T_f の Hamiltonian の時間変化を得ることができる。この Hamiltonian を用いて目的関数の入力 ϕ に対する勾配 $\frac{dH}{d\phi}$ を導出することで T_i から T_f の間での入力を変化させる方向を知ることができる。すなわちこの目的関数の勾配が 0 になるまでこれらの計算を繰り返すことで数値的に最適な入力を導出することができる。

このように、非線形なシステムに対する最適入力の導出は勾配法やそれに類似する手法により行われる。この計算手順をもう少し抽象的に表現すると、最適な入力を得るためにはシステムの未来の値が必要である、ということが出来る。ある時点 T_i からある時点 T_f までのシステムのモデルとなる方程式を解くことで、 T_i での状態量が T_f までの間にどのように変化していくかを知る。そして T_f までの時点で目的関数が最小となるためにシステムが T_f で状態量を取るべき値を初期値として、 T_i にむけてその状態量を達成するために投入すべき入力を計算していく。結果として、目的関数を T_i から T_f の間で最小にする、 T_i から T_f までの最適入力を得ることができる。非線形なシステムの最適制御では線形な場合とは異なり、このようにある時点 T_f までの限られた最適入力を得ることになる。以上の手順を踏めば、対象となる問題が線形の場合でも非線形の場合でも最適入力を求めることができる。しかし、線形なシステムの場合と非線形なシステムの場合で得られる最適入力には、その時間において大きな違いがある。線形なシステムの最適制御で得られる入力は全時間における関数として得られるため、この入力を用いて継続的に最適制御が行えるが、一方で非線形なシステムに対する最適制御では得られる入力が T_i から T_f までの限られた時間の中での入力である。そのため、もし線形の場合のように最適入力を継続的に行うのであれば十分に大きな終端時間 T_f を設定し、最適入力を計算するというのが非線形なシステムに対して最適制御を行なうための一つの手段である。

ここまでで述べたような最適制御は流れ場を制御するためには非常に効果的である。先に述べたように時間変化する流れ場に対して随時最適な制御を行なうことは非常に困難である。この困難さの原因の一つとしては流れ場の強い非線形性が考えられる。前述したように流れ場を能動的に制御するためのデバイスは様々な種類のものが研究されており、これらのデバイスは流れ場の非線形性を利用し、流れ場に小さなエネルギーを投入し大きな変化を発生させることで制御力を得ることを目的としている。この効果により高い制御効率を得られるという利点があるが、同時に流れ場の状態量をフィードバックして制御することを困難にしている。なぜなら、制御デバイスの入力と元の流れ場の相互作用により流れ場が大きく変化し、どの状態量をどのようにフィードバックすることが適切であるのか判断することが非常に困難となってしまう。つまり、制御の開始時にフィードバックしていた状態量が制御デバイスの入力により変化することで、適切なフィードバック制御が行えなくなることが予想される。この課題に対して最適制御は大きな利点を持つ。それが先ほど述べた未来の情報を利用して制御を行なうという点である。非線形な最適制御では、一度終端時間である T_f までの流れ場を計算し、この流れ場が目的関数を最小にするためにはどのような変化をすれば良いかという情報を入力に与える。これは最適入力を求めるための繰り返し計算のなかで常に行われていることであるため、流れ場が入力によって変化したとしても、その変化により目的関数が最小となるような入力を求めることができる。これはつまり、流れ場を制御するため各時刻において常に適切な状態量をフィードバックして制御していることに等しい。そのため非常に高い制御効率を得ることができる。このような非線形な方程式に対する最適制御を流れ場に適用することで、効果の高い流体制御を行った研究が幾つか存在する¹⁶⁻¹⁸⁾。例えば Bewley らの論文¹⁹⁾ではチャンネル流において発生する乱流抵抗を層流抵抗と同等にまで低減することのできる結果を示している。

この研究では図 1.2 に示したようなチャンネルに対する流れ場を考え、この時の壁面に対する抵抗を最小化することを試みている。上述したような最適制御手法を用いるため、この研究では流れ場が数値計算によって求められ、その情報をもとに最適入力を計算している。この時レイノルズ数は 100 と 180 について計算が行われており、そのどちらのレイノルズ数においても流れ場は乱流となっている。この時流れ場を制御するためのデバイスとして、チャンネルの壁面上に吹き出し、吸い込みができるジェットが分布していると仮定している。この時ジェットは非常に大きさが小さく、壁面上に設定された計算のための格子点一つ一つにジェットが存在すると仮定し、壁面上の速度分布を自由に与えられるという境界条件として定義されている。ただしこのジェットは zero-net-mass として定義されており、速度の時間積分が 0 となるように制約条件が課せられる。

この時の最適制御の結果の一つとして、図 1.3 に示したような結果が得られている。この図は縦軸に平板の抵抗を、横軸に時間をとったものである。図中の T^+ は図 1.1 で示すところの T_f であり、最適制御の終端時間を示す。この図を見ると、抵抗は制御を行わない乱流の状態と比べると全ての場合において低下していることがわかる。特に、 $T^+ > 25$ のケースを見てみると抵抗が層流状態の抵抗まで低下しており、この時の抵抗は最大で 50% 減少していること

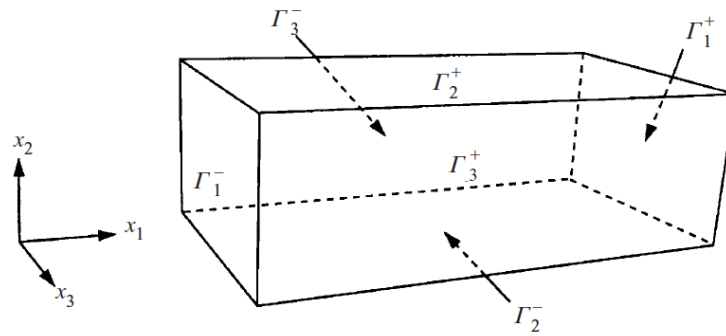


図 1.2 Bewley らの研究¹⁹⁾における Channel flow の概略図

になる。つまり、最適制御の終端時間を長くとることにより壁面に設置したジェットにより乱流を層流にすることができることを示している。この時の流れ場についてこの研究では、壁面近傍の流れの構造を制御することにより層流化が達成されており、この知識は他の制御手法では得ることができず、最適制御を行うことで得られたと述べている。加えて、この時達成された制御結果は先行する他の制御手法による結果よりもはるかに良い結果であると論じている。

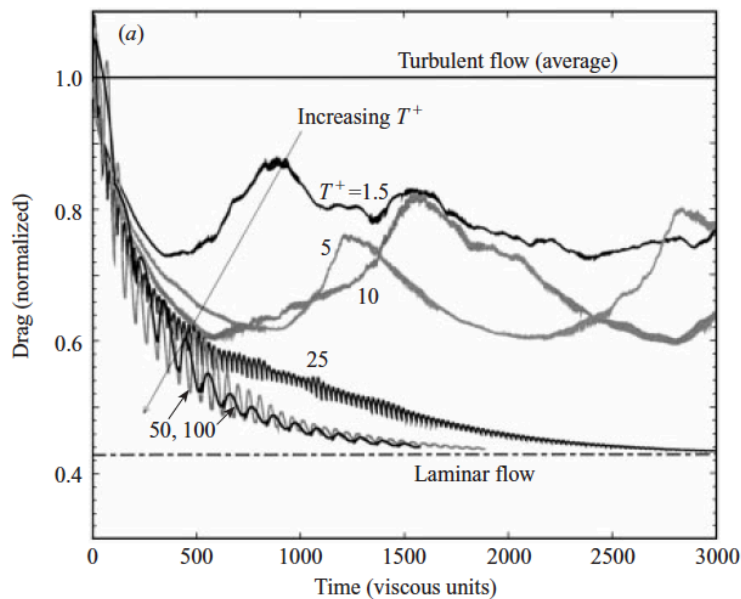


図 1.3 Bewley らの研究¹⁹⁾における最適制御による抵抗の変化

このような研究から大きな終端時間 T_f を設定して行った最適制御の性能は非常に高く、流体を制御する上でその他の手法では達成できない結果が得られる。しかしながら、このような最適制御をある流れ場に対して物理的に実行しようとするとき、2つの問題により実現が困難である。1つ目は最適入力を求める際の計算は繰り返し流れ場を解く必要があり、リアルタイムで制御を行おうとすると、流れ場の計算時間が大きすぎるため計算が流れに追いつかないこと

である。3つ目はモデル化誤差による最適入力が現実に即した値にならないことである。モデル化の誤差が大きくなればなるほど、 T_f までの計算による状態量と実際の現象の状態量の誤差が大きくなり、結果として計算から得られた最適入力は最適ではなくなる。この誤差は T_f を大きくすればするほどに大きくなってしまう。

1.3 モデル予測制御による流れ場の最適制御の実現

流れ場の最適制御の物理的実行が困難である問題に対して、この問題を解決するために提案された手法の一つに準最適制御と呼ばれるものがある。この手法は T_f を非常に小さな値にとることで、性能は低下するが誤差の影響が小さい制御を行うものである。この手法は最適入力を計算するための繰り返し計算を行うことはせず、その時点における目的関数が小さくなる方向の入力を投入するものである。そのため、制御入力を投入する各時点において非常に短い最適制御を常に行っているようなものである。この手法によって流れ場を制御する試みに関して幾つかの研究が行われている^{20,21)}。例えば Min らの研究²⁰⁾では円柱周りの流れ場に対して準最適制御を行うことでカルマン渦を抑制することに成功している。この研究も先ほどの Bewley らの研究と同様に流れ場は数値計算で求められ、その流れ場に対する準最適入力を求める。この結果として、円柱表面のある部分からは吹き出しを、ある部分では吸い込みを行い続けることによってカルマン渦の抑制を達成している。

このように T_f を非常に小さくすることで良い制御を行うことができる例もあるが、一般的な問題を考えると Bewley らの研究でも述べられているように、 T_f を小さくすればするほど、目的関数を十分に小さくするだけの時間が得られず、最適入力を計算しても期待するほどの効果が得られなくなってしまう。このような問題は流体の制御だけに固有のものではなく、制御工学の分野においても大きな問題となっており、最適制御を物理的に実行する際には解決しなければならない。そこでこのような問題を解決するために、制御工学の分野においてモデル予測制御が研究されている²²⁾。まずモデル予測制御の制御手順の概略図を図 1.4 に示す。

モデル予測制御では最適制御の終端時間を随時更新していき、最適化を繰り返すことで制御を行う。準最適制御では T_f の非常に小さい制御を繰り返し行っていたのに対して、モデル予測制御ではある程度の大きさのある T_f の間での最適制御を行い、これを繰り返す。具体的には、制御開始時刻を T_0 とすると、まず初めに T_1 までの最適入力を計算する。この結果を踏まえて $T_1 - T_a$ の状態量を初期値として T_2 まで先ほどの繰り返し計算を繰り返し、最適入力を導出することになる。この時 T_1 までの最適制御を実行しない理由は、モデル化による誤差を低減するためである。 T_f の値をある程度の大きさにしたとしても、モデル化による誤差は発生してしまう。そこで $T_1 - T_a$ までの制御を行うことによって、誤差の影響が大きくなる前に制御を一度停止する。その後、この時点での状態を初期値として T_2 まで最適制御を行うことで T_a の区間は最適化が繰り返し行われることになる。そのため、この部分の入力は誤差を考慮してより目的関数を減少させるものとなる。この時 T_1 や T_2 を適切な値に設定することで、

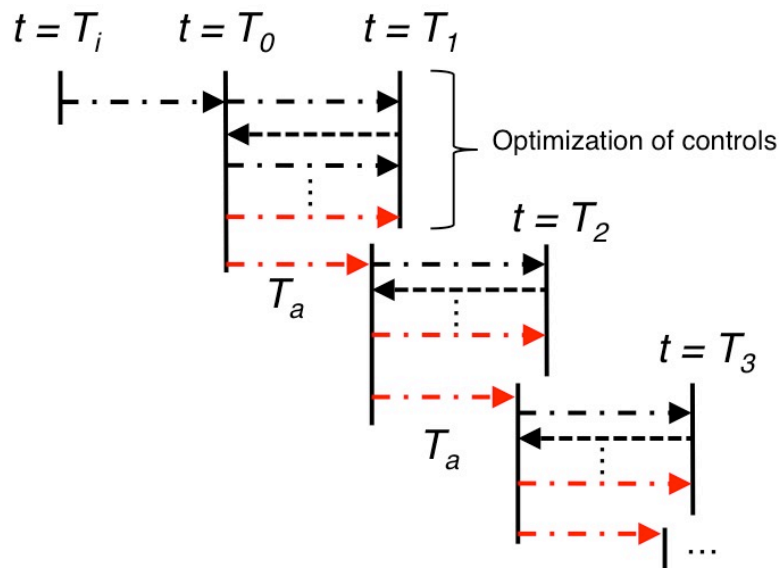


図 1.4 モデル予測制御における計算手順

$T_1 = \infty$ の場合に近い最適入力を得ることができ、またモデル化誤差が増大する前に最適入力を計算できれば、制御性能も維持することができる。この手法から想像される通りに、この手法は準最適制御よりも最適制御に近い制御を行うことができるため、性能が高くなると考えられる。このようなモデル予測制御はプラントなどの制御で実際に実用化され、一定の成果をあげている。

ここで本研究の課題である流れ場の最適制御に再び注目してみると、流体の支配方程式はナビエーストックス方程式であり、非線形なシステムである。従って最適な入力を得るためには繰り返し計算をする必要があり、継続的な最適制御を行うためにはモデル予測制御のような仕組みが必要である。しかし上述したような先行研究ではこのような仕組みを用いた研究はほとんど行われていない。先行研究では、ある終端時間 T_1 までの計算を行い最適入力を得た上で、この入力と流れ場の変化を解析し、どの流れ場の構造を制御することが目的関数の最小化に有効なのかという知識を得ることを目的としている。流体の最適制御の分野においては、このような流れ場の制御に関する知識を得ることが目的とされる研究が多く、モデル予測制御の仕組みなどを用いた継続的な制御に関する研究はあまり積極的に行われていない。加えてこれらの研究では、知識を得ることを目的としているため制御デバイスに位置や大きさなどの制限をあえて加えずに、どの位置の入力が効果的なのかといった知識を得ることも目的としている。例えば笠木らの研究では平板の抵抗を最小とするために最適制御を使用しているが、この研究では平板上のどの位置からでも自由にジェットを吹けるように境界条件を設定している。この条件は実際に実験などで再現することはできないが、どの位置のジェットが最も効果的であるのかなどといった知識を得るために設定されたものである。この結果として、平板の抵抗値を

最小化するためには平板近傍の縦渦をジェットによって打ち消すことが効果的であるということがわかった。この時の抵抗値は一樣流が乱流であるにもかかわらず、層流時の抵抗値と同程度まで減少した。つまりこの研究の成果として、実際の流れ場を制御する際にこのような最適制御を行うことはできないが、平板上に幾つかのジェットを設置し、平板近傍に発生する縦渦を打ち消すようにジェットを作動させることで抵抗を減少させることができるという知識が得られた。

このように流れ場の能動的制御の効果を高めるための知識を得るため、流体の最適制御に関する研究は幾つか行われているが、これらの研究では流れ場に最適制御が適用できるかどうかということと、得られた最適入力の流れ場に与える影響を解析することでどのような制御が効果的であるのか、またその制御が効果的である理由はなぜかということ解析する研究がほとんどである。そのため現実の問題に対して最適制御を行うことを考えた際には実現不可能な問題設定が多い。例えば笠木らの研究²¹⁾では数値計算の格子点に相当する大きさのジェットが平板上に隙間なく敷き詰められており、Minらの研究²⁰⁾では円柱の表面から格子点ごとに流速を自由に与えている。先ほども述べたがこれほどの位置のジェットが最も効果的であるのかなどといった知識を得るために設定されたものであるため、流体の効率的な制御を行うための知識の獲得に対しては重要であるが、実機に最適制御を適用しようとする際には変更しなければならない問題設定である。これに加えて、上述したように非線形なシステムに対して継続的な最適制御を行うためにはモデル予測制御のような仕組みが必要となるが、これに関する研究はほとんど行われていない。これらは最適制御を物理的に実行しようとする際に、繰り返し計算に大きな時間がかかってしまうために、現在の技術では実行することが不可能であるという考えに基づいている。モデル予測制御を採用したとしても、流れ場の計算には大きな時間を要するため現在の計算機では実現が困難である。しかし昨今の計算機能力の発展は凄まじく、過去の例を考えれば、将来的にも計算機能力の大きな向上が期待できる。これを踏まえれば、将来的に最適制御を実機に適用し様々な流体を制御することや、上述した時間変化する流れ場を最適制御するためには、現実的に実現可能な問題設定で最適制御の研究を行い、その性能を確認すべきである。そして、物理的に実行可能な問題として流れ場の最適制御を行い、将来的に計算機の性能が発達した場合に実行できるように知見を得ておくべきである。そこで本研究では実現可能な入力の条件を設定し、最適制御を行うことでその性能や流れ場に対する効果を解析する。

この時仮に計算機の能力が十分に発達したとしても、将来的に最適制御を物理的に実行することを考えると、もうひとつの解決しなければならない問題が存在する。それは実際の流れ場と数値計算により得られる流れ場との誤差である。流体制御では制御対象となるシステムの方程式はナビエ-ストークス方程式であり、この方程式は流れ場を精度よく表している。しかしこの方程式を用いて最適入力を作成する際に、実機での流れ場 T_0 の状態量から未来のある時間 T_1 まで数値計算を行う必要があり、実験での流れ場を再現しようとするればこの数値計算には少なくない誤差が存在する。この原因は T_0 の時点での流れ場の微小な擾乱や、 T_1 に向けて

その微小な擾乱の発達する過程を完璧に計算できないことである。現在の技術では通常、実機での流れ場の状態量として知ることができるのは機体表面の圧力や一様流の速度程度である。近年では PIV などの計測技術が進んでおり、ゆくゆくは実機にリアルタイムで適用できる可能性はあるが、それでも知り得ることができるのは流れ場の速度情報のみであり、 T_0 の時点での流れ場全体の状態量を知ることはできない。そのため実機では T_0 の時点での流れ場の微小な擾乱などは計測することができない。仮に T_0 の時点で流れ場が完全に予測できたとすると、数値計算による誤差が生じなければ T_1 の時点での流れ場を完全に予測することができる。流れ場の数値計算では通常、格子点を設定して計算を行うが、微小な擾乱を完全に計算するためには非常に大きな数の格子点を設定するか、数値計算手法に工夫が必要となる。現在の技術では実機での流れ場をこのように完全に計算することは困難であるが、将来的に計算機の能力の向上や計算技術が発達すれば、 T_1 の時点での状態量の予測は不可能ではない。

以上のことを踏まえると、最適制御を物理的に実行する上で重要なことは T_0 の時点での実機周りの流れ場の状態量をいかにして把握するかということである。そこで本研究では流れ場の状態推定技術に注目した。

1.4 流れ場の状態推定

流れ場の状態推定は近年幾つかの手法が研究されており、これらの研究はデータ同化やリアルタイムシミュレーションの実現という点に焦点が置かれている²³⁾。これらの研究ではなんらかの方法で流れ場の観測を行い、この観測結果を数値計算にフィードバックする。これによって数値計算の結果を強制的に観測対象と同一となるようにすることで、数値計算と実現象との誤差を打ち消し、状態推定を行う。データ同化に主眼を置いた研究は、気象や海洋など流れ場の規模が大きいため観測もしくは計算のみでは実現象の再現が難しい問題に対して効果があるとされている。例えば大気の流れを把握するような研究では、数値計算によって計算された流れ場に対して地球上の各点の情報をフィードバックすることによって、実際の気流の流れ場をある程度再現することができる²⁴⁾。一方で、輸送機械や構造物周りの流れや電子機器の熱流動などのリアルタイムでのシミュレーションを目指した状態推定も行われている²⁵⁾。早瀬らの研究²⁶⁾ではハイブリッド風洞と呼ばれる、計測と計算を同時に行うことでリアルタイムに流れ場の全状態量を求めることのできる風洞の設計を目指している。特にこの研究では、図に示したように角柱表面に圧力センサを設置して風洞試験を行う。風洞の通風中はこのセンサからの圧力情報を常に受け取り、数値計算に対してフィードバックする。この時の数値計算は、通常であればこの風洞内の流れ場を再現することができないような少ない格子点数で行なわれる。しかし圧力センサからの情報をもとに後述する方法で流れ場を修正することによって、少ない格子点でも風洞内の流れ場が再現できるようにしている。結果として、格子点の少ない計算を実際の流れ場の代表時間よりも小さな計算時間で行うことで、リアルタイムに風洞内の流れ場をシミュレーションできるハイブリッド風洞の設計を行っている。

これらの状態推定の研究は現在のところ、数値計算の値をいかにして実験の値、ひいては実機周りの流れ場の物理量に近づけるかという試みとして行われている。しかし本研究ではこれらの状態推定手法を、制御分野で言う所の観測器として用いることで、実機の問題に対して最適制御を行うことができると思う。最適制御の項目でも述べたが最適制御を行う際の大きな問題として、ある時点 T_0 での状態量を把握することができないというものがある。この点を克服するためにこれらの状態推定手法を使用することで、最適制御の導入が可能となる。これはつまり制御システムとして状態推定手法を観測器、最適制御を制御器として設定した流体制御システムを構築することに他ならない。しかし過去に行われた状態推定の研究は、状態推定をこのような観測器としての活用することを見据えたものではないので、本研究であらたに観測器として使用する際の問題についての議論が必要である。先行研究では、それぞれの状態推定手法に対して収束後の精度について議論しているが、観測器としてこれらの手法を採用する場合は収束までの時間も重要となる。この問題は最適制御の終端時間 T_1 の設定とも関わっており、最適制御の誤差について同時に議論することが必要となる。これらの課題を整理して本研究の目的を明確にするために、ここで本研究が目指す流体の制御システムの概要と問題点をまとめる

1.5 最適制御手法を用いた流体のフィードバック制御システム

以上のことを踏まえて、本研究では流体制御のための最適制御を用いたフィードバック制御システムを構築することを目指す。フィードバック制御は制御対象となるシステムの状態量を利用して入力を作成する制御手法の総称であり、最適化を繰り返し行いモデル予測制御を行うような制御システムも、状態量を適宜利用して最適制御を行うフィードバック制御であるといえる。このようなフィードバック制御システムにおいて、フィードバックする状態量は任意であるが、この状態量が全て計測可能ではない場合も多く存在する。制御対象となるシステムの状態量が直接計測できない場合では、制御対象において設計者が操作できる量は入力であり、知ることができる情報は出力のみである。流れ場の最適制御では、何もしなければこのような状態になってしまうため、上述したようにオブザーバが必要となる。オブザーバは、システムの方程式に入力と出力を含めた計算をすることで状態量を推定するものである。

流体に対してのフィードバック制御の研究はあまり多くは行われおらず、依然として流体のフィードバック制御を試みる際には制御器、観測器の双方に課題が考えられる。まず制御器に関しては、フィードバックすべき適切な状態量を決定することが困難であることが挙げられる。観測器に関しては流体の状態推定手法を観測器としての観点から議論する研究が行われていない。そこで本研究ではこれらの課題を解決するために制御器として最適制御を、状態推定手法として早瀬らの手法を用いてこれらの課題を解決する。流体のフィードバック制御のための制御器は、流れ場中の物体の空力特性改善するため流れ場の状態量から最適な入力を数値的に求められる手法が必要となるため、最適制御を採用する。最適制御を用いることで、フィー

ドバックすべき状態量の決定などの課題は解決することができるが、制御デバイスや問題設定などは実現可能な範囲内のものを考えなければならない。次に観測器に関しては制御対象となる流れ場全体の状態量が必要となるので、状態推定により状態量を推定する必要がある。現在までに行われている状態推定の研究では、観測された状態量と数値計算を組み合わせることで流れ場の再現に成功しているが、状態量の収束までの時間や入力が存在する条件での状態推定などは行われていないため、これらの議論が必要となる。以上のことから本研究では、これらの制御器と観測器に関する課題を議論し、流体に対する最適制御を用いたフィードバック制御システムの成立性を検討することを目的とする。また本研究では観測器には早瀬らの開発した計測融合シミュレーション²⁶⁾を、制御器には最適制御を使用した。

問題設定に関して、2章で詳しく述べるが、このような制御システムの有用性を確認するために簡単な流れ場に対して適用してその性能を示すため、円柱のカルマン渦の抑制による横力の低減を目指した。この時の制御デバイスとしては吹き出し吸い込みが可能なジェットを円柱表面に設置することを考えた。この時、ジェットの数や設置場所、観測すべき物理量などは最適制御の結果として得られる最適入力を解析することで議論し、同様にこれらの最適化についても言及する。これに加えて、これらの結果を利用することでさらに効率の良いフィードバック制御システムを設計するための知識を得ることも目的とする。

以上のことを踏まえて本論文では6章にわけて流れ場の最適制御システムに関して論じる。2章では問題設定および流体の支配方程式とそれを解くための数値計算手法について述べる。3章では流れ場の最適制御手法と流れ場の全状態量が明らかであるとの仮定をした場合の最適制御の結果について述べる。4章では状態推定による誤差を入力のある場合とない場合に分けて議論する。5章では最適制御と状態推定を組み合わせ、物理的に実行可能な条件において流れ場の最適制御を行う。最後に6章でこれらの成果についてまとめる。

第 2 章

問題設定および流体の支配方程式と 数値計算手法

2.1 問題設定

2.1.1 3次元軸対称物体周りの非定常流れ

序論で述べたように，本研究では流れ場に対して物理的に実行可能な最適制御システムを構築するために最適制御と状態推定を組み合わせたシステムに関する議論を行う．この時の制御対象となる流れ場には特に制限はなく，どのような問題にも適用できるようなシステムの構築を目指す．しかし，今回の研究では制御システムの適用先の一つとして3次元軸対称物体周りの流れ場を制御することを見据えて，そのための最初のステップとして2次元円柱周りの流れ場の制御を行う．この3次元軸対称物体周りの流れ場の制御は，将来的には宇宙輸送機周りの流れ場を制御するために重要となる．

近年では航空技術の発達により航空機の利用が増大し，様々なミッション要求が存在している．その中でも低軌道や宇宙空間に人や物資を輸送するような宇宙輸送機の設計，開発が積極的に行われている．このような輸送機は通常の航空機とは異なる軌道を飛行するため，それぞれのミッションに合わせた安定性や空力特性が必要となる．その中でも重要となるのが，大迎角飛行時の安定性である．

近年まで大迎角飛行というテーマは軍事的な観点からよく研究されてきた^{27,28)}．戦闘機にとって運動性能や敏捷性能が高いことは非常に重要であり，民間機以上に高度な性能が必要となる．例えば NASA が研究していた大迎角飛行実験機の X-31 などがある一例である²⁹⁾．そのほかにも多くの理論的研究，モデル化がなされてきた^{30,31)}．

大迎角飛行においては特有の不安定性が知られており，この不安定性は航空機先端の軸対称部分などに発生する流れ場の非対称性に起因する．完璧な軸対称物体であれば後方の流れ場も対称になるが，実際の形状は微小な傷や歪みがあり非対称な形状となっている．すると物体後

方の流れ場に非対称な渦が発生する³²⁾。この非対称な渦により圧力分布が非対称となり、結果として大迎角飛行中の物体には進行方向に対して垂直な方向、横向き力を受ける。この横力の大きさはときに垂直力と同程度の大きさとなり、種々の不安定性の原因となることが知られている³³⁾。

このような不安定性は民間機においてはあまり研究されてはこなかったが、宇宙輸送機は従来の航空機では行わない大迎角での上昇や滑空が要求されることがあるため、このような不安定性を解決することが宇宙輸送機の実現には必要不可欠である。この問題に対し、近年では能動的な流体制御によって不安定性を解消しようとする試みが行われている。3次元軸対称物体に対してプラズマアクチュエータを設置し、非対称な流れ場に対してアクチュエータを作動させることで渦を発生させ、非対称性を解消しようという研究が行われている³⁴⁾。しかしこのような研究では、プラズマアクチュエータ自体も非対称性を生じさせる原因となり、非対称性を打ち消すためにアクチュエータを作動させているにも関わらず、アクチュエータ自体が非対称性を生み出す原因となる場合もあり、能動的な流体制御で不安定性を完全に解消することは難しい。

このような問題は最適制御による制御が効果的な問題である。制御対象が複雑な流れ場であっても数値的に最適な入力を計算できる最適制御であれば、時間変化する流れ場に対して各時刻で適切な制御を行うことができる。しかし今回の研究で扱う最適制御システムはまだほとんど研究されておらず、3次元軸対称物体周りの流れ場に対して適用することで効果があるかどうかは不明である。そこでまず、このような流れ場と類似性のある2次元の円柱周りの流れ場を制御することでその効果を確かめることが重要である。2次元の円柱周りの流れ場と3次元軸対称物体周りの流れ場は本質的には異なるものであるが、後流に存在する渦を能動的な流体制御デバイスによって制御するという点に関しては同様である。以上のことから、本研究では物理的に実行可能な流体制御システムの問題として、2次元の円柱周りに発生するカルマン渦を抑制することを目的とする。

2.1.2 2次元円柱周りの最適制御

以上のことを踏まえ本研究では2次元の円柱に対して働く横力を抑制する。上述したように3次元の流れ場における軸対象物体周りに発生する非対称渦と2次元の円柱に発生する非対称渦は本質的には異なるものであるが、今回は簡単のために2次元の円柱に発生するカルマン渦によって誘起される横力のみを考える。

主流マッハ数は0.4であり、レイノルズ数は200である。円柱の直径 D を代表長とし、これを1.0とする。計算領域は代表長の5倍とした。このときに境界の影響が計算領域内に伝達しないようにスポンジ境界を使用した³⁵⁾。これについては後に詳しく記述する。計算格子は5点ずつ間引いたものを図2.1に示した。全体で 681×141 点である。

本研究では制御器として吹き出し吸い込みが自由にできるジェットを円柱表面上に設置

する。配置に関しては、円柱表面上に 10, 20, 30 個のジェットを等間隔に設置して制御を行った。

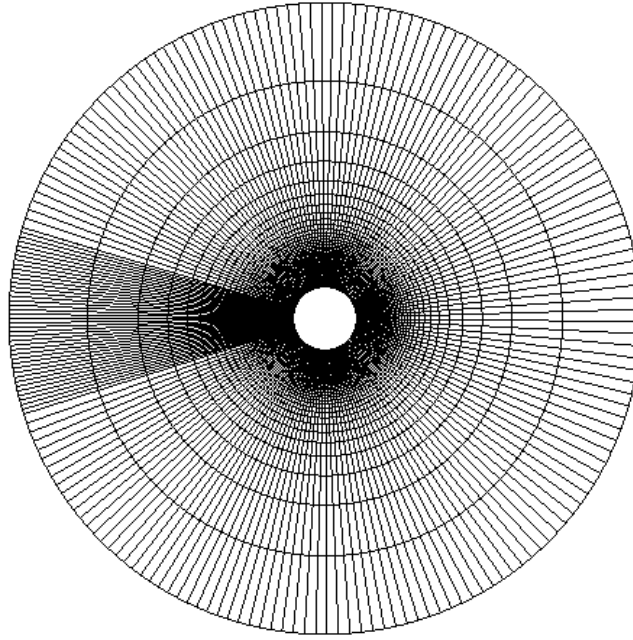


図 2.1 計算格子

2.2 流れ場の支配方程式

本研究では、Direct Numerical Simulation(DNS) を行うため以下に示す 2 次元圧縮性 Navier-Stokse 方程式を用いた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E_{eul}}{\partial x} + \frac{\partial F_{eul}}{\partial y} - \frac{1}{Re_L} \left(\frac{\partial E_{vis}}{\partial x} + \frac{\partial F_{vis}}{\partial y} \right) = 0$$

ここで Q は物理量ベクトル, E_{eul} , E_{vis} 等はベクトル関数であり, 以下の通りである。

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, E_{eul} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}, F_{eul} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{bmatrix}, E_{vis} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + \dot{q}_x \end{bmatrix}$$

$$F_{vis} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{xx} + \dot{q}_y \end{bmatrix}$$

第1式は質量保存の式を，第2式，第3式，および第4式は x , y , z , 方向成分の運動量保存の式を，第5式はエネルギー保存の式をそれぞれ表している．ここで， ρ は密度， u , v はそれぞれ x , y 方向の速度成分， e は単位体積あたりの全エネルギー， p は圧力を表す．ただし， τ_{xx} , τ_{xy} 等は流体の粘性によるせん断応力で，

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= \frac{2}{3}\mu_l\left(2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ \tau_{yy} &= \frac{2}{3}\mu_l\left(2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right) \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu_l\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\end{aligned}$$

各方向の熱流束は Fourier の法則より

$$\begin{aligned}\dot{q}_x &= -\frac{\mu_l}{(\gamma-1)Pr_l}\frac{\partial T}{\partial x} \\ \dot{q}_y &= -\frac{\mu_l}{(\gamma-1)Pr_l}\frac{\partial T}{\partial y}\end{aligned}$$

である．ここで，層流プラントル数 Pr_l ，レイノルズ数 Re_L は次のように定義されるパラメータである．

$$Re_L = \frac{c_\infty L_{ref}}{\nu_\infty} \quad (2.1)$$

$$Pr_l = \frac{C_p \mu_l}{\kappa_l} \quad (2.2)$$

圧力 p は理想気体の状態方程式

$$p = (\gamma - 1)\left(e - \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2)\right) \quad (2.3)$$

を用いて，密度，全エネルギー，速度成分から求めることができる．ここで， $\gamma = C_p/C_v$ は比熱比である．

次に各物理量の無次元化について説明する．計算の際には上記の物理量はすべて標準大気

密度 ρ_∞ および音速 c_∞ を用いて無次元化してある.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\rho^*}{\rho_\infty} \\ u &= \frac{u^*}{c_\infty} \\ v &= \frac{v^*}{c_\infty} \\ p &= \frac{p^*}{\rho_\infty c_\infty^2} = \frac{p^*}{\gamma p_\infty} \\ e &= \frac{e^*}{\rho_\infty c_\infty^2} = \frac{p}{1-\gamma} + \frac{1}{2}p(u^2 + v^2) \\ c &= \frac{c^*}{c_\infty} = \left(\frac{\gamma p}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \\ T &= \frac{T}{T_\infty} = \frac{p^*/\rho R}{p_\infty/\rho_\infty R} \\ &= \frac{p^*}{\gamma p_\infty} \frac{\rho_\infty}{\rho^*} \gamma = c^2 \\ x &= \frac{x^*}{L_{ref}} \\ y &= \frac{y^*}{L_{ref}} \\ t &= \frac{t^* c_\infty}{L_{ref}}\end{aligned}$$

ただし, 上付き添字 * のついた変数は有次元の物理量を表す. また, 本研究では円柱にかかる横力を次のように無次元化し, 以後この値で横力を議論する.

$$C_Y = \frac{Lift}{1/2\rho^*c_\infty^2(1/2L_{ref})^2\pi} \quad (2.4)$$

2.3 境界条件

計算領域の外側は流出, 流入境界である. 円柱の表面は壁面境界条件を設定している. 吹き出し吸い込みジェットについては, 今回の計算では壁面上の格子点に速度を与えることで模擬した. 通常の計算では外側の流出境界は境界の影響が計算領域に到達しないように, 十分遠方に境界を設定する. しかし今回の計算は DNS ということもあり, 最小の格子幅の大きさが境界層の中に 5 点程度と非常に小さい値を要求される. そのため十分遠方に流出境界を設定すると格子点の数が非常に大きな数になってしまい, 計算時間が膨大なものになってしまう. そこで今回の計算ではスポンジ境界を使用している³⁵⁾. スポンジ境界では計算領域のなかでスポンジの占める割合を決め, その領域の中では目標とする値が決められている. スポンジ境界の中の値は目標値との差が 0 になるように強制的に変化させられる. 今回の場合は, 円柱の外側

に直径分程度ずれたあたりからスポンジ領域が始まり，その領域中は一様流となるように値を変化させられる．こうすることで境界からの影響の伝達を計算量域内に及ばないようにしている．

2.4 流体の数値計算手法

本節では本研究で用いた数値計算法について説明する．最適制御を行うためには流れ場の数値計算には高い精度が要求される．もし仮に数値計算によって誤差の大きい流れ場しか得られていなければ，その誤差の大きい流れ場に対する最適入力を得られてしまうため，実際の流れ場においてその入力が最適なのかどうかを判断することができない．例えば，実際の流れ場において発生する渦が数値計算の誤差によって計算上の流れ場に発生しなかった場合，その渦を制御することはできないため最適制御の結果は大きく変わってしまう．そこで本研究では最適制御を行うための流れ場を高い精度で計算するため DNS による数値解析を行った．本研究では基礎方程式である 2 次元圧縮性 Navier-Stokse 方程式を有限差分法によって離散化し，数値的に解く．対流項および粘性項に対しては 5 点 6 次精度の Compact 差分³⁶⁾で評価した．Compact 差分法は高周波の振動を生じるために通常フィルターとセットで用いられる．この時空間 6 次精度の Compact 差分法の利点を生かすために，フィルターにも 6 次精度三重対角フィルターを用いた．加えて時間積分には 4 次精度の Runge-kutta 法を用いた．

上述した手法は非常に高精度な流体計算を可能にする一方で，本研究で扱うような 2 次元の円柱周りの流れ場の解析に対しては過剰な精度であるようにも思える．流れ場の最適制御において重要であることは，後述する最適制御計算の結果として，制御すべき流れ場の構造が計算上に表れているかということである．例えば，もしもカルマン渦を解くことができない精度の計算手法を採用した場合，計算上にはカルマン渦が発生せず，制御も行われなくなる．つまり，制御すべき流れ場の構造が完全に再現できると判明しているのであれば，それに応じた精度の計算を実施すれば良い．今回は一般的な議論を行うことを目指すとともに，制御すべき流れ場の構造が全て判明しているわけではないので，高精度な計算手法を採用することで計算精度が不足しないように以上の手法を採用した．実機に最適制御を適用する場合には，対応する問題ごとに適切な手法を採用することで，計算時間の短縮などの効果を得ることができる．

2.4.1 Compact 差分法

ある物理量 f の空間微分 f' は Compact 差分法によって以下のように表される．

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} \quad (2.5)$$

ここで, h は格子間隔である. 式 2.5 において, α, β, a, b, c の関係は両辺のテイラー展開の高次の項を一致させることで決定される.

$$f'_{i\pm 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pm h)^n}{n!} f_i^{n+1}, f'_{i\pm 2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pm 2h)^n}{n!} f_i^{n+1} \quad (2.6)$$

および

$$f_{i\pm 1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pm h)^n}{n!} f_i^{n+1}, f_{i\pm 2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pm 2h)^n}{n!} f_i^{n+1} \quad (2.7)$$

を式 2.5 に代入すると以下の関係が得られる.

$$1 + 2\alpha + 2\beta = a + b + c(\text{secondorder}) \quad (2.8)$$

$$2\frac{3!}{2!}(a + 2^2\beta) = a + 2^2b + 3^2c(\text{fourthorder}) \quad (2.9)$$

$$2\frac{5!}{4!}(a + 2^4\beta) = a + 2^4b + 3^4c(\text{sixthorder}) \quad (2.10)$$

$$2\frac{7!}{6!}(a + 2^6\beta) = a + 2^6b + 3^6c(\text{eighthorder}) \quad (2.11)$$

$$2\frac{9!}{8!}(a + 2^8\beta) = a + 2^8b + 3^8c(\text{tenthorder}) \quad (2.12)$$

式 2.8, 2.9 より 4 次精度の式を得る場合を考えると, 3 つのパラメータを含む関係が得られるが, ここで左辺の 5 重対角行列を解くことを避けるために $\beta = 0$ とし, さらに右辺のステンシルを減らすために $c = 0$ とすると, 次のような α のみをパラメータとする関係が得られる.

$$\beta = 0, a = \frac{2}{3}(\alpha + 2), b = \frac{1}{3}(4\alpha - 1), c = 0 \quad (2.13)$$

式 2.13 において $\alpha \rightarrow 0$ とすると一般に良く知られている 4 次精度中心差分となり, $\alpha = 1/4$ とすれば古典的な Pade スキームとなる. ここで, 式 2.13 の場合の打ち切り誤差の第一項を考えると, $\frac{4}{5!}(3\alpha - 1)h^4 f^{(5)}$ であるので, $\alpha = 1/3$ とすることで 4 次の誤差項が消える. Compact 差分法は中心差分の一種であるため偶数次の誤差項しか現れないため, 4 次の項の次に現れる誤差項は 6 次であるので 6 次精度が得られる. その時の係数は次のようになっている.

$$\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 0, a = \frac{14}{9}, b = \frac{1}{9}, c = 0 \quad (2.14)$$

本研究で使用している 6 次精度の Compact 差分法はこの係数を用いている. 他の精度についても同様に求めることができる. 式 2.5 からは最大 10 次精度まで得ることができる.

なお式 2.5 の解き方は次の通りである. 式 2.5 の右辺を $RHS(i)$ と置くと次の式が得られる.

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = RHS(i) \quad (2.15)$$

に示す4次精度の陽的な差分法を用いた.

$$\begin{aligned} f'_1 &= \frac{1}{12}(-25f_1 + 48f_2 - 36f_3 + 16f_4 - 3f_5) \\ f'_2 &= \frac{1}{12}(-3f_1 - 10f_2 + 18f_3 - 6f_4 + f_5) \end{aligned}$$

2.4.3 3重対角フィルター

フィルターは高周波の振動を除去し数値粘性の様な働きをするものであり, 次式のように表される.

$$\alpha_f \hat{q}_{i-1} + \hat{q}_i + \alpha_f \hat{q}_{i+1} = \sum_{n=0}^N \frac{a_n}{2} (q_{i+n} + q_{i-n}) \quad (2.18)$$

ここで q_i はフィルターをかける前のある物理量で, \hat{q}_i はフィルターがかけられた値である. 式 2.18 によって, $2N+1$ 点のステンシルを用いる $2N$ 次精度のフィルターの式が得られる.

式 2.18 に含まれる α_f は, フィルターの強さを決めるパラメータで, $-0.5 < \alpha_f \leq 0.5$ の範囲で任意に取ることができる. この範囲内で α_f の値が大きいほど, 散逸の少ない (ノイズ除去効果の小さい) フィルターとなる. また, $\alpha_f = 0$ とすると, 陽的フィルターとなり, 3重対角行列を解く必要がなくなる. ここではこの α_f をフィルター係数と呼ぶことにする. なお, 本研究で用いたフィルターは6次精度のものであり, フィルター係数は $\alpha_f = 0.49$ を用いた.

2.4.4 3重対角フィルターの境界付近の取り扱い

式 2.18 は $2N$ 次精度の時, $2N+1$ 個のステンシルを右辺に含むために, 境界近くの領域ではそのまま用いることはできない. そこで, 境界の 2, 3, ... 点目では次の式を用いる³⁷⁾³⁸⁾. ただし, 境界の 1 点目は通常, 境界条件で与えられるためにフィルターは必要ない.

$$\alpha_f \hat{q}_{i-1} + \hat{q}_i + \alpha_f \hat{q}_{i+1} = \sum_{n=1}^{10} a_{n,i} q_n \quad (2.19)$$

$$i \in \{2, \dots, 5\} \quad (2.20)$$

$$\alpha_f \hat{q}_{i-1} + \hat{q}_i + \alpha_f \hat{q}_{i+1} = \sum_{n=0}^{10} a_{imax-n,i} q_{imax-n} \quad (2.21)$$

$$i \in \{imax - 4, \dots, -max - 1\} \quad (2.22)$$

なお, 本研究で用いている境界フィルターは, 境界の 2 点目を 4 次精度, 境界の 3 点目を 6 次精度としている.

第3章

最適制御の理論と制御結果および 考察

3.1 流れ場に対する最適制御

本研究では流れ場の効果的な制御のために制御分野で近年注目されている最適制御手法を採用する。まず最初に一般的な最適制御手法に関して説明する。制御対象である連続時間システムが状態方程式

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (3.1)$$

で表されているとする。ここで $x(t)$ は状態ベクトル、 $u(t)$ は制御入力ベクトルである。基本的な問題設定として、初期時刻 t_0 、終端時刻 t_f および初期状態 $x(t_0) = x_0$ が与えられ、状態方程式のみが等式拘束条件として課されている場合を考える。最小化すべき評価関数は

$$J = \varphi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) dt \quad (3.2)$$

で与えられているとする。ここで考える最適制御問題は、関数 $x(t)$ と $u(t)$ の汎関数である評価関数 J を、等式拘束条件である状態方程式のもとで最小化する変分問題である。そこで等式拘束条件 $f(x(t), u(t), t) - \dot{x}(t) = 0$ に対応するラグランジュ乗数のベクトルを $\lambda(t)$ として、拘束条件のもとでの停留条件を求めるための汎関数 \bar{J} を構成すると

$$\bar{J} = \varphi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} \{L(x(t), u(t), t) + \lambda^T(f - \dot{x})\} dt \quad (3.3)$$

となる。最適制御問題において状態方程式に対応するラグランジュ乗数 λ は随伴変数と呼ばれる。ここでスカラー値関数 H を

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (3.4)$$

で定義すると

$$\bar{J} = \varphi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} (H(x, u, \lambda, t) - \lambda^T \dot{x}) dt \quad (3.5)$$

のように、 \dot{x} の項とそれ以外とに分けて書き換えることができる。この H を最適制御のハミルトン関数という。 δx を含む項の部分積分に注意して変分計算を実行すると、 \bar{J} の第1変分は以下ようになる。

$$\delta \bar{J} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x(t_f)) \delta x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x + \frac{\partial H}{\partial u} \delta u - \lambda^T \delta \dot{x} \right) dt \quad (3.6)$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x(t_f)) \delta x(t_f) - [\lambda^T \delta x]_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \delta x + \frac{\partial H}{\partial u} \delta u + \dot{\lambda}^T \delta x \right) dt \quad (3.7)$$

$$= \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x(t_f)) - \lambda^T(t_f) \right) \delta x(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left(\frac{\partial H}{\partial x} + \dot{\lambda}^T \right) + \frac{\partial H}{\partial u} \delta u \right\} dt \quad (3.8)$$

ここで、問題設定において $x(t_0) = x_0$ が固定されているため $\delta x(t_0) = 0$ であり、その結果 $\lambda(t_0)^T \delta x(t_0)$ が消えていることに注意されたい。この時、 $\delta x(t_0) = 0$ を満たす任意の $\delta x(t)$ と任意の $\delta u(t)$ に対して $\delta \bar{J} = 0$ であるためには、それらの係数が 0 にならなければならないことから、停留条件が得られる。状態方程式とともにまとめると、以下ようになる。

$$\dot{x} = f(x, u, t), x(t_0) = x_0 \quad (3.9)$$

$$\dot{\lambda} = - \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^T (x, u, \lambda, t), \lambda(t_f) = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^T (x(t_f)) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u}(x, u, \lambda, t) = 0 \quad (3.11)$$

これらの式をオイラー・ラグランジュ方程式という。また式 (3.21) を随伴方程式という。

つぎにこれらの方程式から最適入力を導くための手順を簡単に説明する。まず式 (3.11) は各時刻において入力 u と同じ次元の方程式になっているので、それを $u(t)$ について解くことができれば、 $x(t), \lambda(t)$ から $u(t)$ が決まることになる。従って、状態方程式 (3.9) と随伴方程式 (3.21) から入力 $u(t)$ を消去して、それらを $x(t)$ と $\lambda(t)$ のみの連立微分方程式をみなすことができる。連立微分方程式 (3.9), (3.21) には未知関数 $x(t)$ と $\lambda(t)$ の次元と同じだけの境界条件が与えられているが、 $x(t)$ は初期状態 $x(t_0)$ が与えられているのに対し、 $\lambda(t)$ は終端値 $\lambda(t_f)$ に対する条件が与えられている。つまりこの問題は2点境界値問題となっており多くの場合、非線形な微分方程式の解析解は得られない。そのため初期条件を未知パラメータとして終端条件が成り立つための条件を書き下すことはできない。したがって制御対象となるシステムが非線形の場合には数値的な解法が必要となる。

以上が一般的な問題に対しての最適入力の計算方法である。これらの式 (3.9), (3.21), (3.11) を解くことによって最適入力を得る。本研究ではこれを流体に応用する。今回扱う流体の支配方程式は、上述したように2次元の粘性を考慮した圧縮性 Navier-Stokes 方程式である。序論で説明した先行研究においても基本的にこれらの式 (3.9), (3.21), (3.11) を解くことによって最適入力を得ているが、制御対象となる流体の方程式を粘性を考慮した圧縮性 Navier-Stokes 方程式とした研究は行われていない。これは対象となる問題が粘性を考慮した圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解くことを要求していないということもあるが、同時にこの支配方程式に対

する随伴方程式を簡単化するためでもある。しかし本研究では、将来的には輸送機周りの流体の制御などを目的としているため、粘性と圧縮性のどちらも無視することができない。そこでまず2次元の粘性を考慮した圧縮性 Navier-Stokes 方程式に対する随伴方程式を導出する。

流体の最適制御の場合、随伴方程式の導出の方法は一般的な最適制御の場合と異なる。まず、最適制御を行う理由ともなる目的関数を定義する。今回の研究では円柱に発生する横力を抑制することが目的となる。この横力は円柱後方の流れ場の非対称性から発生するため、この非対称性を解消することで横力が抑制できると考える。そこで今回は円柱表面の上面と下面の圧力差を最小にするように目的関数を定義する。今回の問題は円柱周りの流れ場であるので極座標系を考える。したがって、

$$J = \int_{T_0}^{T_1} \left(\int_0^{2\pi} (p_{upper} - p_{lower})^2 d\theta + \int_0^{2\pi} (v_{jet})^2 d\theta \right) dt \quad (3.12)$$

と定義する。この時、この方程式の入力に対する微小変化を考えると、評価関数の微小変化 J' は

$$J' = \int_{T_0}^{T_1} \left(\int_0^{2\pi} 2(p_{upper} - p_{lower}) p' d\theta + \int_0^{2\pi} 2(v_{jet}) v'_{jet} d\theta \right) dt \quad (3.13)$$

となる。

この式から p' の項を消去して、 v'_{jet} のみの式とするため、随伴方程式を用いる。まず極座標形式の Navier-Stokes 方程式を

$$N(\mathbf{q}) = 0 \quad (3.14)$$

と表す。この時 \mathbf{q} は状態方程式ベクトルであり、 $\mathbf{q} = [\rho, u_r, u_\theta, p]$ と表せる。ここで、一般の最適制御で用いた随伴変数 λ の代わりに $\mathbf{q}^* = [\rho^*, u_r^*, u_\theta^*, p^*]$ という随伴変数ベクトルを導入する。さらにこれに加えて、内積を以下のように定義する。

$$\langle c, d \rangle \equiv \int_{T_0}^{T_1} \int c \cdot d dx dt \equiv \int_{T_0}^{T_1} \int \sum_{n=1}^4 c_n(x, t) d_n(x, t) dx dt \quad (3.15)$$

これらを踏まえて、Navier-Stokes 方程式に対して次のような部分積分を行う。

$$\langle N(\mathbf{q}), \mathbf{q}^* \rangle = -\langle \mathbf{q}, N^* \mathbf{q}^* \rangle + B \quad (3.16)$$

この式の中で B は、空間の部分積分によって生じる境界条件である。また、この時はまだ随伴変数に関する条件は何も課されていない。ここで $N(\mathbf{q}) = 0$ であることを踏まえると、

$$0 = -\langle \mathbf{q}, N^* \mathbf{q}^* \rangle + B \quad (3.17)$$

となる。今回の研究では、入力であるジェットは境界条件として円柱表面上の速度として与えられているため、入力 $v_{jet}(t)$ はこれらの式には陽的にまだ表れておらず、境界条件 B の中に含まれている形になる。そこで2次元円柱周りの流れ場の境界条件を考慮し、 B の中身を書き

出す。この時、随伴変数 q^* に対して、 $u_r^*(t) = u_\theta^*(t) = p^*(t) = 0$ という条件を加える。すると、境界条件 B は

$$B = \int \left[\rho^* \rho' \right]_{T_0}^{T_1} d\mathbf{x} + \int \left[\rho' u_\theta \rho^* \right]_{r_0}^{r_1} dt + \int \left[\rho u_\theta' \rho^* \right]_{r_0}^{r_1} dt \\ + \int \left[\rho' u_r \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt + \int \left[\rho u_r' \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt \quad (3.18)$$

と書き表わすことができる。ここで式 (3.17) と式 (3.18) に対して $\rho^*(T_0) = 0$ という条件をつけると、式 (3.18) の右辺第1項が0となり、円柱表面上でのジェット velocities が円柱に対して垂直であるという境界条件を踏まえると、

$$\langle \mathbf{q}, N^* \mathbf{q}^* \rangle = \int \left[\rho' u_r \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt + \int \left[\rho u_r' \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt \quad (3.19)$$

となる。この式の右辺第1項を移行して、

$$\langle \mathbf{q}, N^*(\mathbf{q}^*) \rangle - \int \left[\rho' u_r \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt = \int \left[\rho u_r' \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt \quad (3.20)$$

とする。この式と式 (3.13) を考慮し、

$$\langle \mathbf{q}, N^*(\mathbf{q}^*) \rangle - \int \left[\rho' u_r \rho^* \right]_{\theta_0}^{\theta_1} dt = \int 2(p_{upper} - p_{lower}) p' d\theta \quad (3.21)$$

とすれば、円柱表面上における $u_r = v_{jet}$ ということ considering して、式 (3.13) は以下のように変形できる。

$$J' = \int_{T_0}^{T_1} \left(\int \left[\rho v_{jet}' \rho^* \right] dl + \int 2(v_{jet}) v_{jet}' d\theta \right) dt \quad (3.22)$$

すると、評価関数の入力に対する勾配は、

$$J' = \int_{T_0}^{T_1} \left(\int \left[\frac{DJ}{Dv_{jet}} \right] v_{jet}' \right) dl dt \quad (3.23)$$

より、

$$\frac{DJ}{Dv_{jet}} = \rho \rho^* + 2 \cdot v_{jet} \quad (3.24)$$

と表すことができる。また、この時の ρ^* は式 3.21 と式 3.15 を考慮して

$$N^*(\mathbf{q}^*) = \left[-\rho^* v_{jet}, 0, 0, -2(p_{upper} - p_{lower}) C(x, y) \right] \quad (3.25)$$

を解くことによって得ることができる。この式 (3.25)こそ流れ場の最適制御における随伴方程式である。この時 $C(x, y)$ は

$$C(r, \theta) = 1(r = 0) \\ = 0(r \neq 0)$$

とする。さて、以上の計算より $\frac{DJ}{Dv_{jet}}$ を得ることができたので、この値を用いて最適入力を計算により求める。この計算は序論でも述べたように以下のような手順で行われる。まず最初に順方向の流れ場の方程式を数値的に解く。これは第2章で取り上げた数値計算手法を用いることによって行われる。数値計算により流れ場状態量を得た後で、時間逆向きに式 3.25 を解く。随伴方程式の数値解法に関しては様々な手法を選択することができるが、基本的には流れ場の方程式を時間逆向きに解くことに等しいので、順方向の計算と同じ手法により計算することができる。本研究でも、随伴方程式の計算には順方向と同じ数値解法を使用する。この随伴方程式の計算により随伴変数の時間変化を求めることができる。この随伴変数の値から式 (3.24) を用いて各時刻における $\frac{DJ}{Dv_{jet}}$ を求める。この値を用いて入力を $v_{jet}^{n+1} = v_{jet}^n - \beta \frac{DJ}{Dv_{jet}}$ により更新する。この手順を $\frac{DJ}{Dv_{jet}}$ が十分に小さくなるまで繰り返すことで、 $\frac{DJ}{Dv_{jet}}$ が 0、つまり評価関数 J をそれ以上変化させることができない入力 v_{jet} を求めることができる。この入力こそ最適入力である。

3.2 全状態量が得られると仮定した場合の最適制御

この章では上述した制御手法により得られる最適な制御結果について議論するため、優れた状態推定により全状態量が瞬時に得られると仮定し、誤差の影響無しに最適制御がどの程度の性能を発揮することができるか解析する。まず、ジェットは円柱表面上に 10 個を離散的に設置し吹き出し・吸い込みを自由に行えるものとする。この時の円柱に発生する横力の時間変化は以下ようになる。図 3.1 の黒色の破線はカルマン渦が発生する円柱にかかる横力の時間

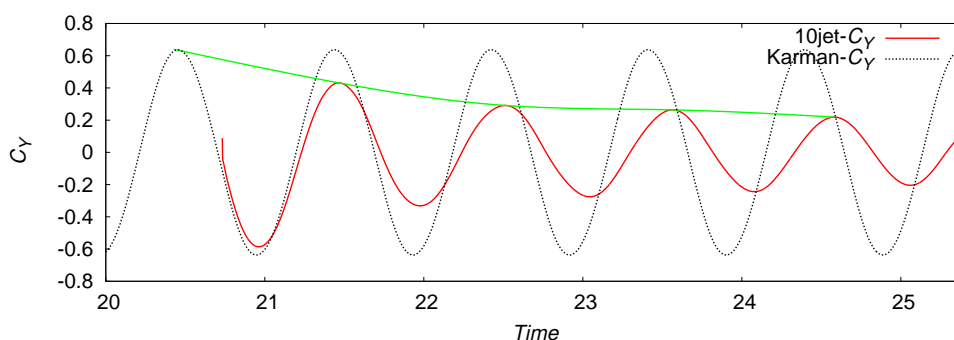


図 3.1 10 個のジェットによる最適制御

変化であり、最大値は 0.65 程度であり周期的に変化している。一方で図に赤色で示した、10 個のジェットによる最適制御では横力が最大で 0.2 程度まで減少していることがわかる。この横力の減少はジェットが最適入力に従い作動することにより流れ場が変化し、円柱周りの流れ場の非対称性が低減されたことに起因している。このことを確認するために、図 3.2 にカルマン渦の発生した流れ場を、図 3.3 に最適制御により横力が減少した場合の流れ場を示す。

これらの図は流れ場の渦度を示しており、赤色の部分が時計回りの渦度を、青色の部分が反

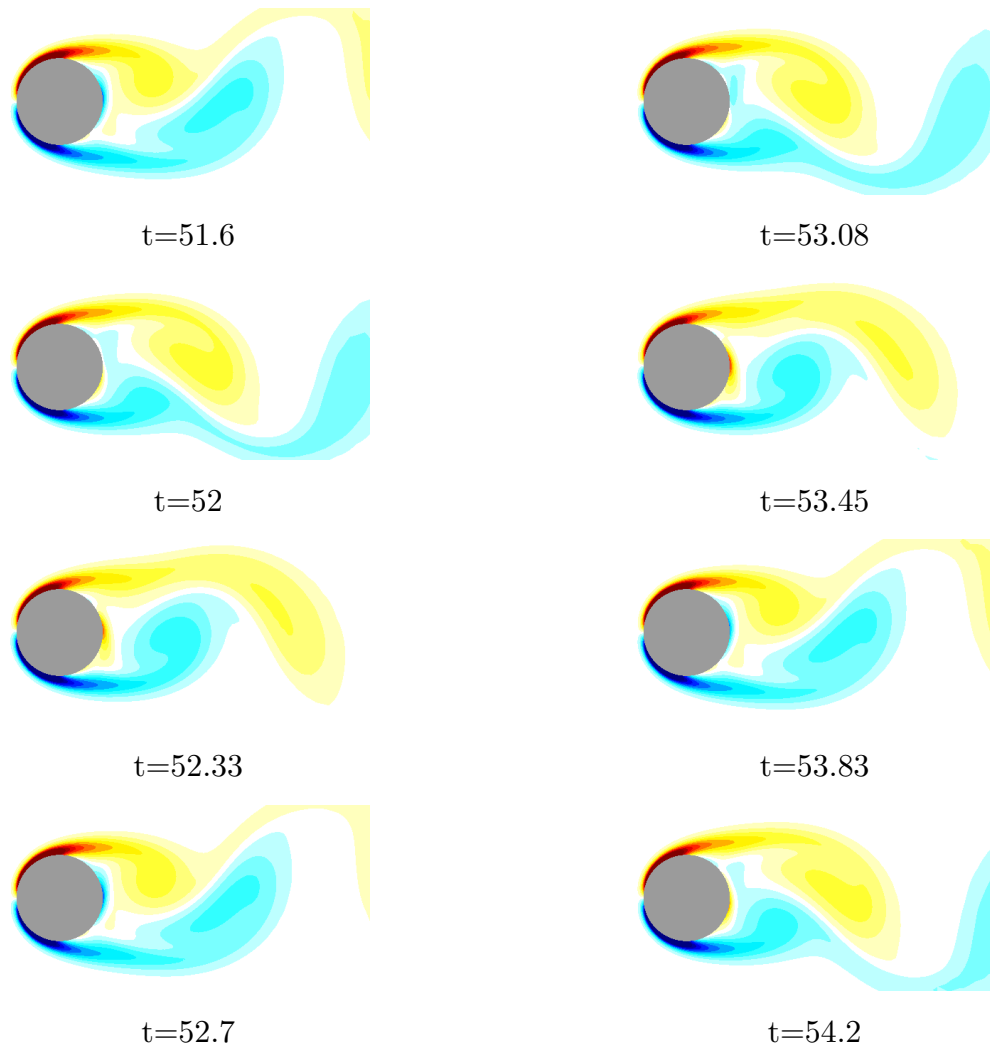


図 3.2 カルマン渦の発生した流れ場

時計回りの渦度を示している．図 3.2 のように制御がない状態では，円柱の後流に交互に渦が発生し，カルマン渦列が形成されていることがわかる．この流れ場の非対称性により，円柱表面の圧力分布が上下で非対称となり流れ場に対して垂直な方向に力が発生する．

一方で最適制御が行われた流れ場を見てみると，カルマン渦列の非対称性が低減されていることがわかる．後流の渦はジェットにより円柱から遠ざかり，また渦度自体も小さくなり，上下で対称な渦に近づいている．これは，横力を最小化するという目的関数に従って 10 個のジェットによる最適化を行うと，上下の非対称性を低減させることが最適であるという結果を示している．この時，直感的には横力を減少させるためには様々な方法が考えられる．例えば，カルマン渦列とは関係なくジェットを作動させカルマン渦列ではない渦列を生成することや，円柱の上下面で同じ周期でジェットを作動させ円柱の上下面で圧力を対称にすることなどが考えられる．しかし今回の結果はこれらの単純な方法よりも最適な入力が存在することを示している．そこで最適制御が行われている時のジェットの入力について議論する．

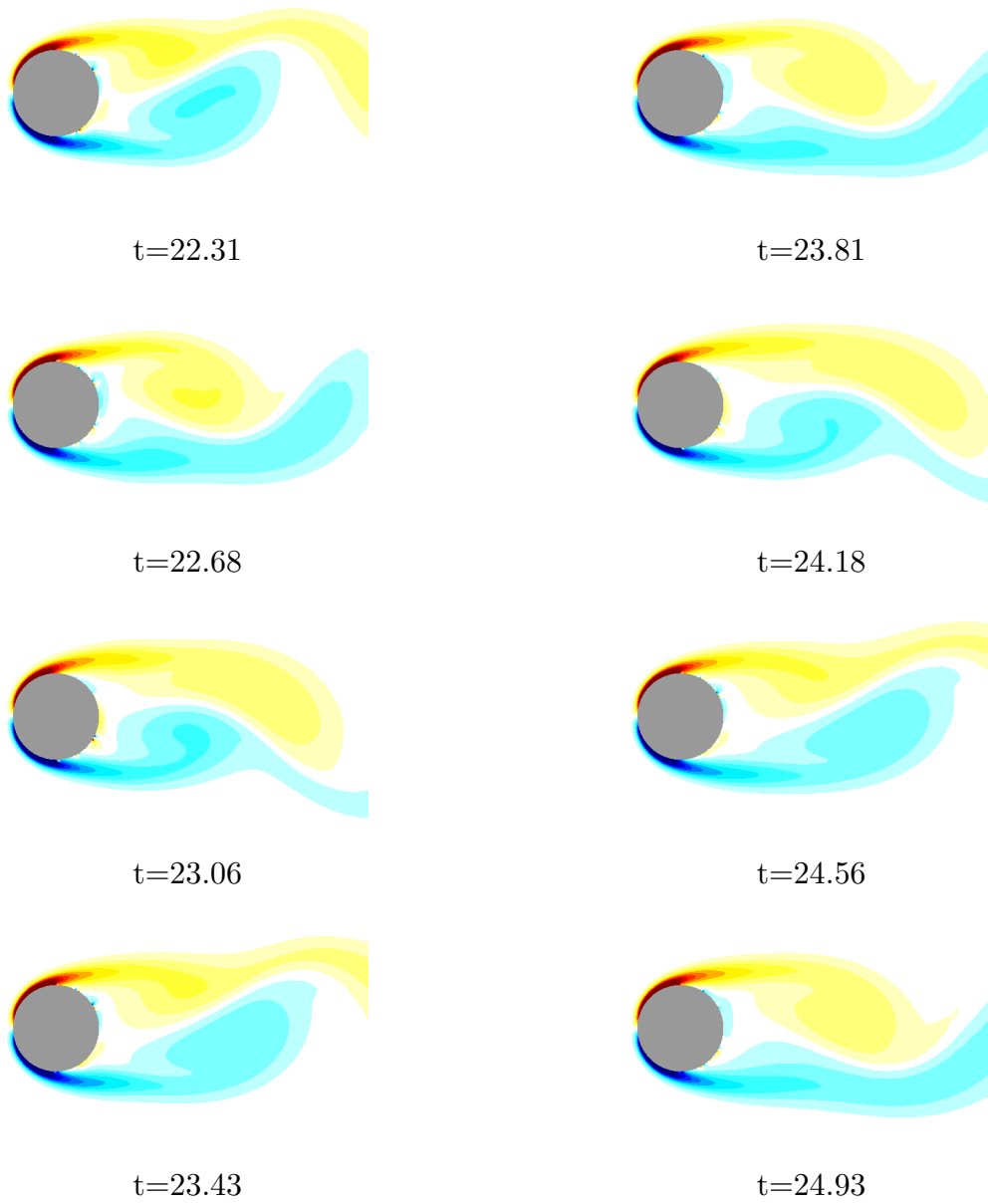


図 3.3 10 個のジェットにより最適制御された流れ場

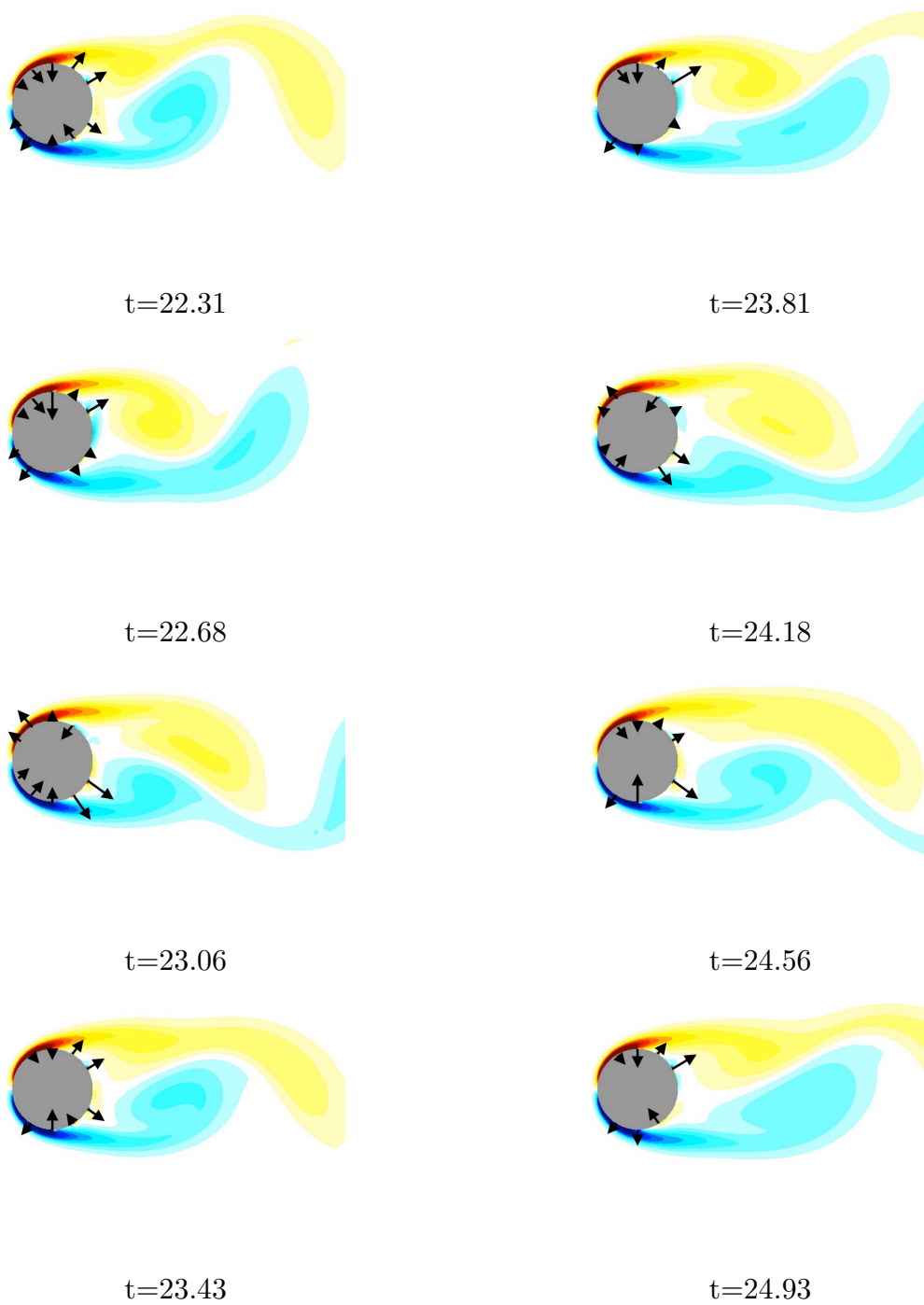


図 3.4 ジェットの速度ベクトルを描画した流れ場

図 3.4 に最適制御が行われている流れ場に対してジェット velocity ベクトルを描画したものを示す。この図を見るとそれぞれのジェットの速度はそれぞれ異なる時間変化をしていくことがわかる。しかしこれらのジェットはそれぞれが制御すべき流れ場の構造に対して作用しており、この効果により流れ場の非対称性が低減している。この時のジェットは剥離点の前後において制御する対象が大きく変化している。そこでこの最適入力を詳しく理解するために、剥離点よりも前方に設置されたジェットの入力と、剥離点よりも後方に設置されたジェットの入力の時間変化を示しながら議論する。なお、ジェットは円柱上側の前方の淀み点上側に設置したものを jet-1 とし、そこから時計回りに jet-2, jet-3 と進んでいき、最後のジェットが円柱前方の淀み点下側に設置したもので、jet-10 である。

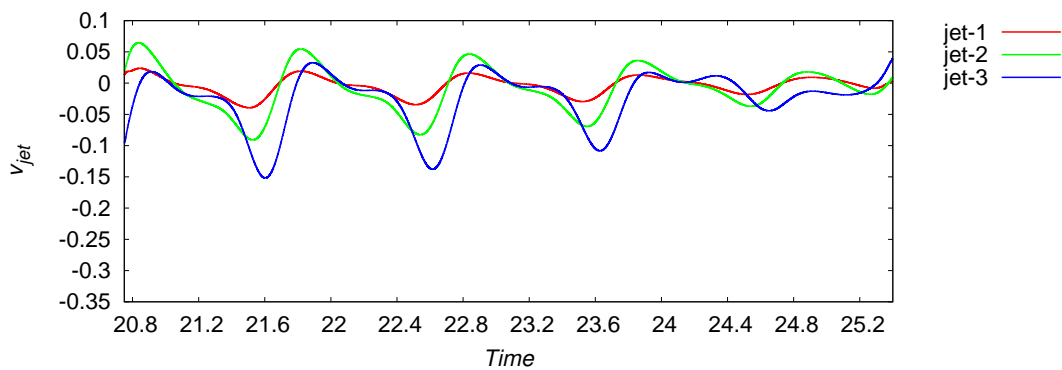


図 3.5 1-3 ジェットにおける最適入力

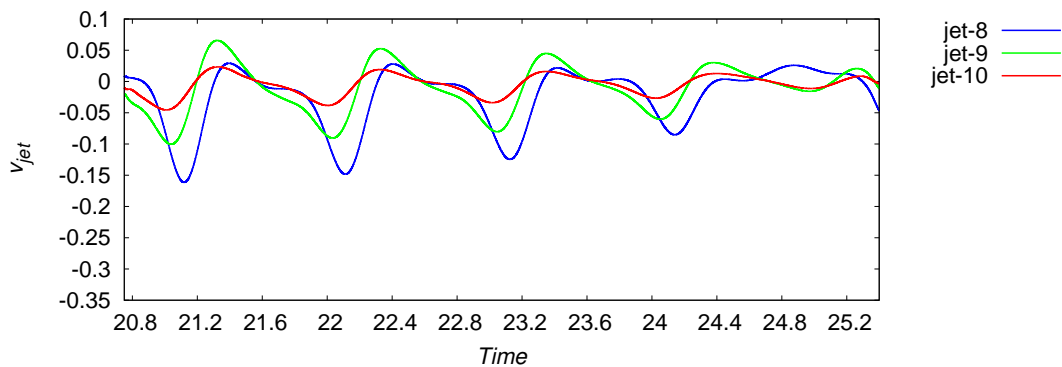


図 3.6 8-10 ジェットにおける最適入力

図 3.5, 図 3.6 は 10 個のジェットのうち前方に設置された 1, 2, 3 及び 8, 9, 10 の最適入力の時間変化を示す。この図の横軸はカルマン渦の周期を表しており、1 進むごとに渦列が周期的に変化する。この時の最適化の初期入力は 0 である。前述したようにジェットは吹き出し吸い込みが可能であり、入力が正の場合は吹き出しを、入力が負の場合は吸い込みを行っている。

まず図 3.5 をみると、円柱前方に設置されたジェット 1, 2 は入力の大きさが 3 に比べて小さ

い。この結果から円柱前方の入力はカルマン渦の非対称性を抑制するにはあまり効果がないと考えられる。これらと比較して、jet-3 の入力の実値は比較的大きい。このジェットは境界層の剥離位置付近にあり、境界層の制御のためには最も効果的な位置に存在する。

一方でこれら3つのジェットは共通したピークを持っている。このピークと図 3.1 のカルマン渦による横力のピーク的位置をみると、ほぼ一致していることがわかる。つまりこれらの3つのジェットは境界層が剥離して、渦となるタイミングに合わせて吸い込みを行っていることになる。そしてこの吸い込みは前方のジェットから順次行われるために、それぞれのジェットのピーク的位置がずれている。以上のことから、円柱の横力を抑制するために円柱前方に設置されたジェットは、境界層の剥離を抑制することで円柱後方の非対称性を抑制するために、境界層の剥離のタイミングに合わせて吸い込みを行っているということがわかる。これに加えて境界層の剥離に最も有効なジェットである jet-3 は最も大きな入力を持つということもわかる。ここで図 3.4 に示した流れ場を見てみると、jet-3 が作動している時は境界層から渦が発生するタイミングであり、図 3.2 においては大きな渦が境界層から発生しているが、この渦の発生がジェットの吸い込みによって低減されている。次に図 3.6 をみると、絶対値は図 3.5 とほぼ一致しているにも関わらず、ピーク的位置が異なっている。カルマン渦は上下で交互に渦が発生するため、剥離が発生するタイミングが円柱上下面で異なる。そのため、円柱上側のジェットと同様に剥離に対して作用するのであれば、図のように円柱上側のジェットと比較するとジェットのピークがずれることになる。この時、これらのジェットは吸い込みだけでなく吹き出しも行っている。これは上下面で剥離のタイミングを同期させるためのものだと考えられる。つまり、円柱上側の剥離点が前方にある場合には円柱下側にて吸い込みを行い剥離を抑制すると同時に、円柱上側で吹き出しを行い剥離点を後方に移動させているのである。したがってこの制御は剥離を抑制することが目的ではなく、流れの非対称性を抑制するために、剥離点の位置を同期させようとしていると言える。

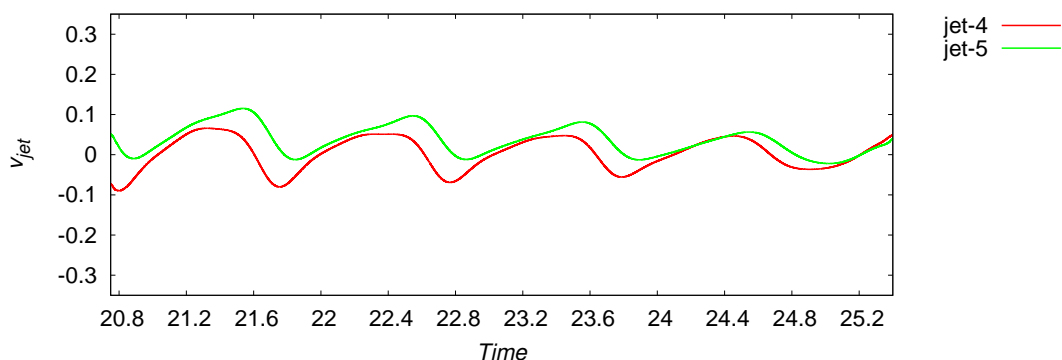


図 3.7 4-5 ジェットにおける最適入力

図 3.7, 図 3.8 は円柱後方のジェット 4, 5 及び 6, 7 の入力の時間変化を示している。これらのジェットは円柱前方のジェットとは異なり入力が大きいの。従って、円柱の横力を抑制するた

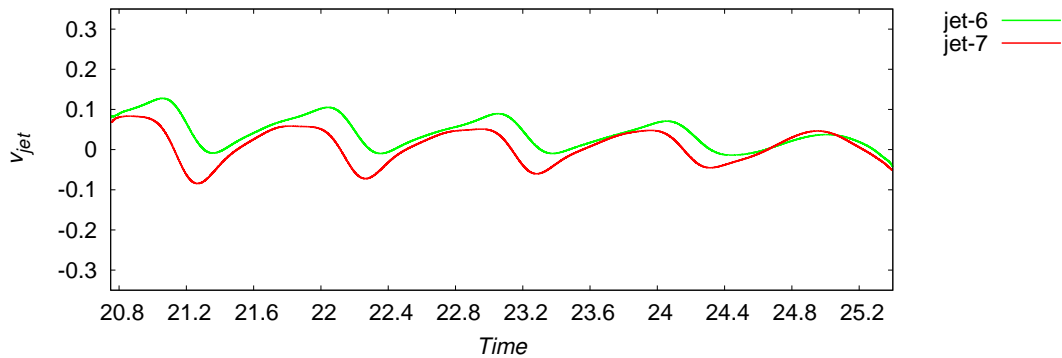


図 3.8 6-7 ジェットにおける最適入力

めには円柱の前方よりも後方のジェットの入力の影響が大きいことがわかる。

まず図 3.7 をみると、4,5 のジェットはそれぞれ周期的に時間変化しており、その周期が若干ずれている。このような傾向は円柱前方のジェットと同様であるが、ピークの位置は異なっている。図 3.4 に円柱後方のジェットの速度が大きい時点での流れ場も示されている。この流れ場をみると、4,5 のジェットに渦が近いときには吹き出しを行い、渦が遠いときには吸い込みを行っている。この時、渦が円柱に沿って移動していくにつれジェットの入力に変化するので、4 と 5 のジェットの入力の変化がずれている。

同様に 7,8 のジェットもそれぞれ周期的に時間変化しており、その周期が若干ずれている。さらに 5,6 と 4,7 のジェットを比較すると、それぞれの入力が反転していることがわかる。これを踏まえて流れ場を確認すると、上面の渦と下面の渦は周期がずれているため、上面のジェットが吹き出しを行い渦を遠ざけているときには下面のジェットが吸い込みを行い渦を近づけている。最適解としてこれらの入力が得られたことを考えると、カルマン渦の発生する円柱の横力を最小化するためには、非対称な渦を吹き出しと吸い込みによって対称な双子渦になるように入力を行うことが最も効果的であることがわかる。

以上の議論から、最適制御による制御結果は物理的に理にかなったものであり、円柱周りの流れ場に効率的に作用することで目的関数を最小化していることが明らかとなった。なお制御分野における最適制御の研究においては、上記したような最適入力の物理的な考察から、より簡単なフィードバック制御を行うことで目的を達成する場合がある。つまり、上述したように今回の流れ場ではジェットの位置によって上下の非対称性を打ち消すように稼働すれば良い。例えば後方に配置されたジェットは渦の位置に応じてジェットを作動させれば、最適入力を計算することなく高性能な制御が可能となる。本研究では実機への適用を見据えて制御システムを構築するため、このような方法は制御システムの実現に非常に有効である。しかし本研究にて構築を目指す制御システムは、流体现象一般に使用出来るシステムであるため、このように単一の事象のみ最適に制御するシステムに関しては、本研究では詳細には議論しない。今回は、流れ場の最適制御の実現にはこのような手法も有効であるということに触れておくことに

留める。

3.3 ジェットの数と横力の抑制効果の関係

これまでの議論ではジェットが10個の場合の最適解について解析を行い、その結果として横力の絶対値は0.6程度から0.2程度まで減少した。これは最適制御の結果であるので、先に設定した条件ではこれ以上の横力の減少は望めないはずである。そこで横力をさらに減少させることのできる解を得るため、ジェットの数を増やすことを考える。この章ではジェットの数を20個、30個と増やして最適制御を行った結果を解析する。まず最初にジェットの数を増やすことによって横力がどのように変化するかを示す。図3.9に横軸にジェットの数をとり、縦軸に示した横力がどのように変化するかを図示する。

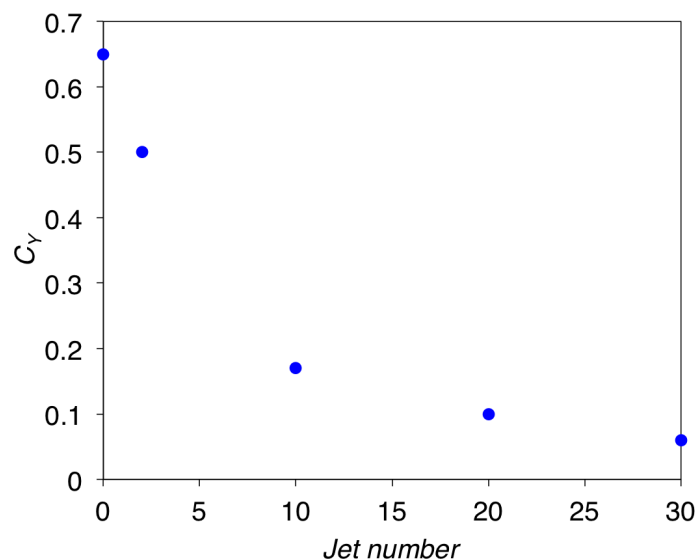


図 3.9 ジェットの数の変化に対する横力の減少

この図の横力の値は、それぞれの数のジェットが設置された円柱において最適制御された結果として得られる最小値を示してある。この図をみるとジェットの数が0から10個に増えた場合に大きく横力が減少し、その減少量はジェットの数が増えるごとに小さくなっている。しかしジェットが30個の場合には横力は0.06程度まで減少しており、これはカルマン渦列によって発生する横力の10%程度である。これらの横力がどのような時間変化を経て最小値となるのかを図3.10に示す。

この図はそれぞれのケースにおいて横力の波形の頂点を結んだ線を示している。この3本の実線を比較すると、最小値だけではなく最小値に到達するまでの時間変化もジェットの数によって変化することがわかる。この時ジェットの数を増やした場合において、単純に流れ場に投入されるエネルギーの量が大きくなるために横力が小さくなっているのであれば、制御の効

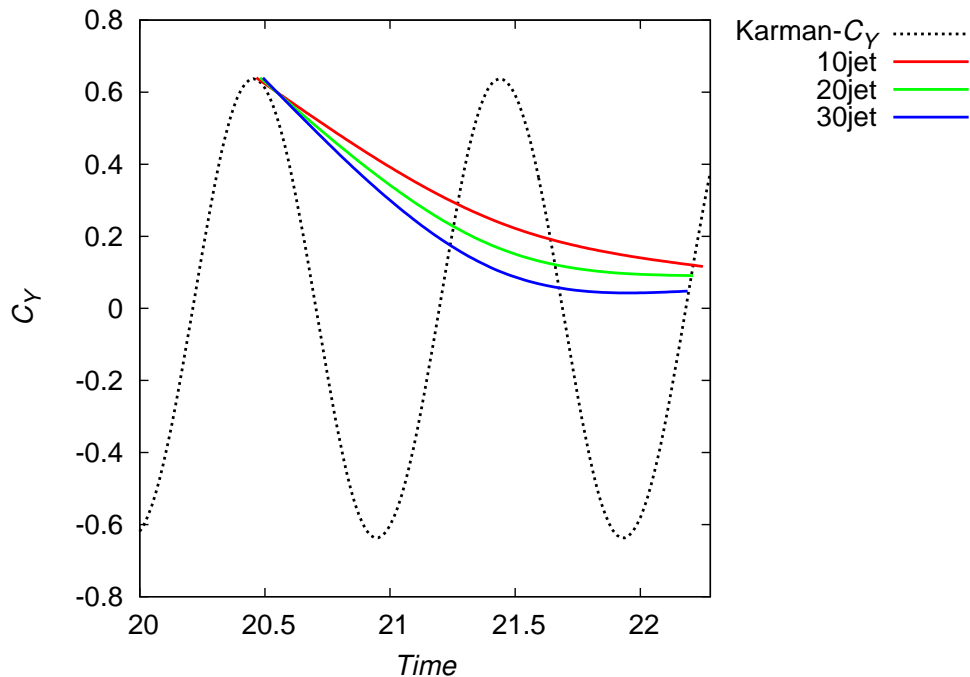


図 3.10 ジェットの数の変化に対する横力の時間変化

率は悪くなっている可能性がある。そこで各ジェットにおける入力を調べ、ジェットが増えることによるエネルギーの増加量よりも流れ場の変化量の方が大きく、制御効率は良くなっていることを示す。まず図 3.10 においてジェットの数が 20 個の場合に注目すると、横力は最小で 0.1 程度まで減少しており、この値はジェットの数が 10 個の場合の 1/2 の値である。このときの最適入力についてジェットの数が 10 個の場合と比較しながら議論する。なおジェットの番号はジェットの数が 10 個の時と同様に、円柱前方の淀み点上側が jet-1, そこから時計回りに jet-2, jet-3 と進んでいき、最後のジェットが円柱前方の淀み点下側に設置したもので、jet-20 である。

図 3.11 に円柱前方、上面のジェット 1-6 の入力を示す。まず円柱上面の入力のピークをみると、ピークの位置はジェットの数が 10 個の場合と一致していることがわかる。このことから、ジェットの数が変化しても流れ場の非対称性を抑制する方法は変化しないということがわかる。一方で入力の絶対値には変化が見られる。ジェットの数が 10 個の場合には図 3.5 からピークの最小値が -0.25 程度であるのに対して、ジェットの数が 20 個の場合には最小値が -0.15 程度である。図 3.5 の jet-3 は円柱の 90° の位置にあるジェットで、図 3.11 では jet-5 と jet-6 がこのジェットに近い位置に設置されている。この付近の吸い込みが横力の抑制には効果的であり、10 個のジェットの場合には jet-3 のみで吸い込みをおこなう必要があるため大きな入力が必要となるが、20 個のジェットの場合には jet-5 と jet-6 がこの役割を果たせるため、それぞれの入力が小さくても横力を減少させることができる。次に図 B.1 に示した円柱下面の入力を見てみると、円柱上面の入力とほぼ同様の絶対値を持ち、ピークの位置が異なるこ

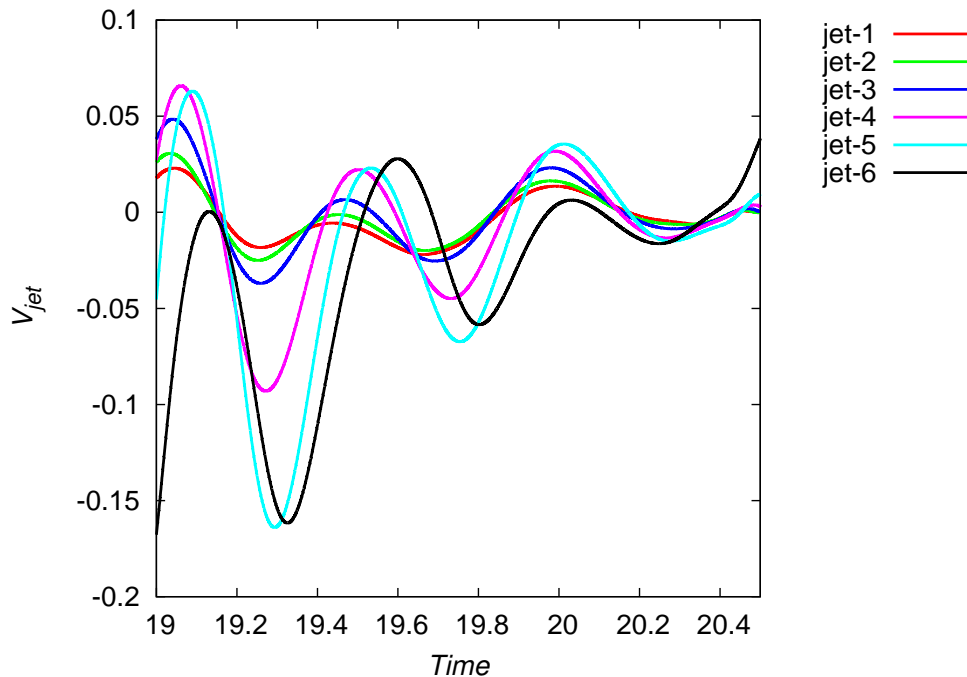


図 3.11 1-6 ジェットにおける最適入力

とがわかる。これは 10 個のジェットの場合と同様で、円柱後方の流れ場の非対称性を抑制するために上下面で剥離点の位置を同期させるように制御しているのである。

一方で図 3.12 に円柱後方のジェットの入力を示した。これらの入力もピークの位置はジェットの数 10 個の場合とほぼ同様であり、また円柱後方の下面のジェットも 10 個の場合と同様の傾向を示した。このことから、ジェットの数が変わっても制御すべき流れ場の構造は変化せず、円柱後方のジェットは非対称な渦列を対称にするように吹き出しと吸い込みを行っていることがわかる。しかし円柱前方のジェットがそうであったように、これらのジェットもジェットの数 10 個の場合よりも一つ一つのジェットの入力の絶対値が小さい。これらのジェットの入力の総和を考えると、ジェットが 10 個の場合の入力とジェットが 20 個の場合の入力はほとんど変化していない。ジェットの数自体は 2 倍となっているが、それぞれの入力が小さくなるために総和はあまり変化しない。これはつまり、流れ場に投入するエネルギーはほとんど変化していないにもかかわらず、横力をより抑制できることを示している。従って、ジェットの数が多くなれば効率の良い制御ができるようになる。

これらを踏まえてジェットの数 30 個を増やした場合の最適入力について議論する。ジェットの数 30 個を増やすと円柱の位置が変化するにつれて最適入力に変化していく様子がより詳細に明らかになり、それぞれのジェットの役割がさらに明確になる。ジェットの番号は他の場合と同様に、円柱前方の淀み点上側が jet-1、そこから時計回りに jet-2, jet-3 と進んでいき、最後のジェットが円柱前方の淀み点下側に設置したもので、jet-30 である。

まず淀み点付近の円柱上面のジェットの入力を図 3.13 に円柱下面の入力を図 B.3 に示す。

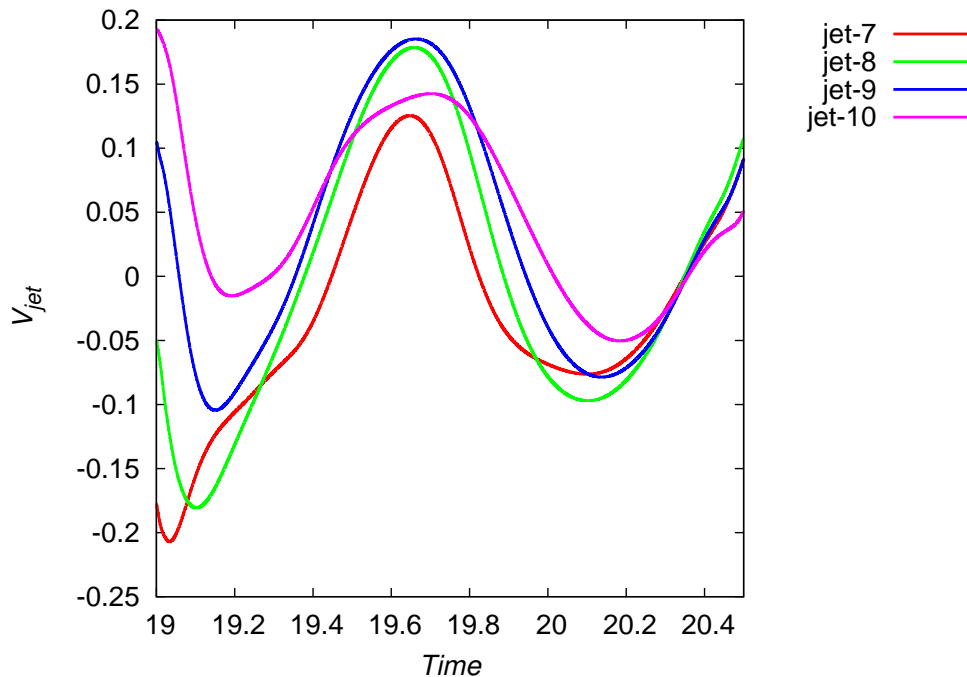


図 3.12 7-10 ジェットにおける最適入力

これらの入力もピークの位置はジェットの数が少ない場合と同様である。ただし入力の絶対値はジェットが 20 個の場合からあまり変化していない。

次に円柱の剥離点近傍のジェットの入力を示す。これらのジェットも 20 個の時の入力と大きな差はなく、ピークの位置や絶対値はほぼ変わらない。

最後に最も入力の大きい円柱後方のジェットを図 3.15 と図 B.5 に示す。これらのジェットもピークの位置は今までのものと変化していない。ジェットの絶対値は 20 個の場合よりも減少しているが、その減少する割合は小さくなっている。

3.4 最適制御の終端時間の変化による変化

ここまでジェットの数の変化による横力の減少効果の違いについて議論してきたが、この時の議論は終端時間の妥当性に関しては触れていなかった。最適制御を行う場合、序論でも述べたように終端時間は長ければ長い方が利用できる流れ場の情報が多くなるため制御の性能が高くなることが予想される。しかし同時に、実際のシステムに適用するためには有限の時間内で終端時間を設定しなければならないことについても論じた。これに加えて、短い終端時間で最適な制御が可能であればその分誤差の影響が小さくなるため、実際の流れ場に適用した際の性能が高くなる。したがって、これは横力の最終的な最小値とのトレードオフの関係にあり、横力が最小値となる時間の中で最小の値を終端時間とするのが最も望ましいと考えられる。そこで、終端時間の変化による違いを検証するために 10 個と 30 個のジェットのケースに関して終

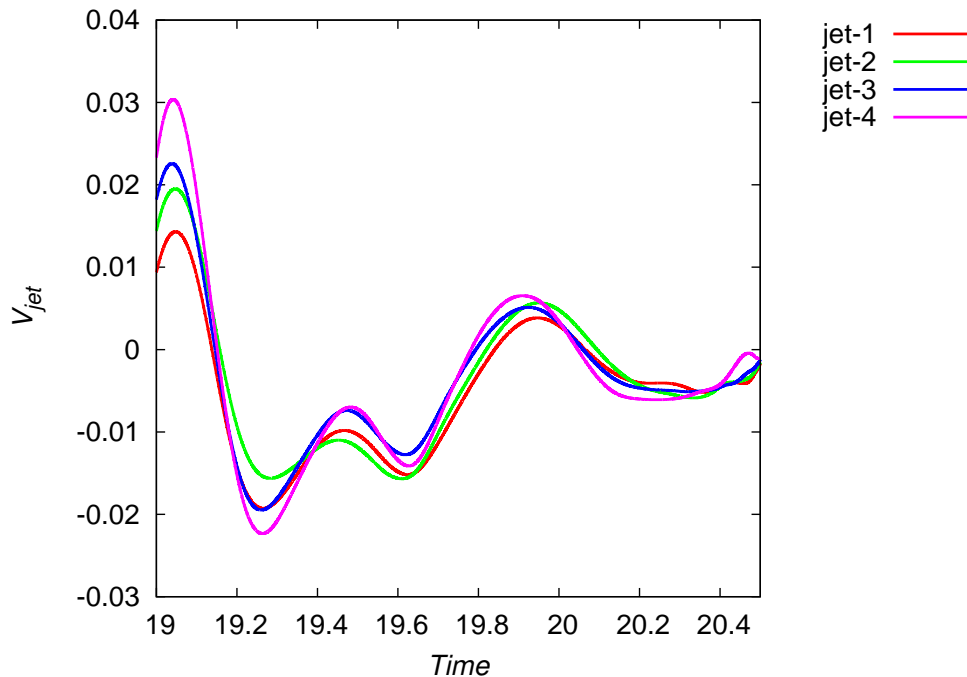


図 3.13 1-4 ジェットにおける最適入力

端時間を変化させたものを計算し、横力の最小値に関して議論する。

まずジェットの数が 10 個の場合の最適制御については、すでに図 3.1 に一例を示してある。これに対して、終端時間を $1/3$ に短くしたのものについて最適制御を行った。この結果として得られた横力の時間変化を図 3.16 に示す。この最適制御においても横力の絶対値は 0.2 程度まで減少しており、減少させられる横力の大きさは図 3.1 の場合とあまり変化がない。次に最適入力について確認する。

まず最初に円柱前方のジェットの入力をみると、終端時間の短い図 3.5, 図 3.6 の場合と同様にいくつかのピークを持ち、全体として吸い込みを行っており、また最も大きな入力をもつのは剥離点付近の 3 と 8 のジェットである。しかし、終端時間の短い計算の場合はピークのある時間について、図 3.17 と図 3.18 における 3 つのジェットの最初のピークをみると、円柱下側側のジェットである 8-10 のピークの方が円柱上側のジェットのピークに対して早い。だがこの値は終端時間が長い場合の結果と比較するとずれが小さい。この時の流れ場では、円柱後方の上面側に大きな渦が存在する。つまり円柱下面ではこれから剥離が発生し、円柱後方に渦が生成されることが予想される。この剥離を抑制するために、円柱下面のジェット 8-10 は 19.5 よりも早い時点で吸い込みを行っている。一方で上面ではこれに遅れて渦の剥離が発生するので、円柱下面のジェットに遅れて吸い込みを行う必要があるので、19.5 よりも遅い時点で吸い込みを行っている。これと同様に 2 つ目のピークである、図 3.17 と図 3.18 中の時刻 20.5 近傍のピークの違いにおいても同じことが考えられる。

終端時間の短い制御においても、終端時間の長い制御と同様に、上下で剥離点の位置を同期

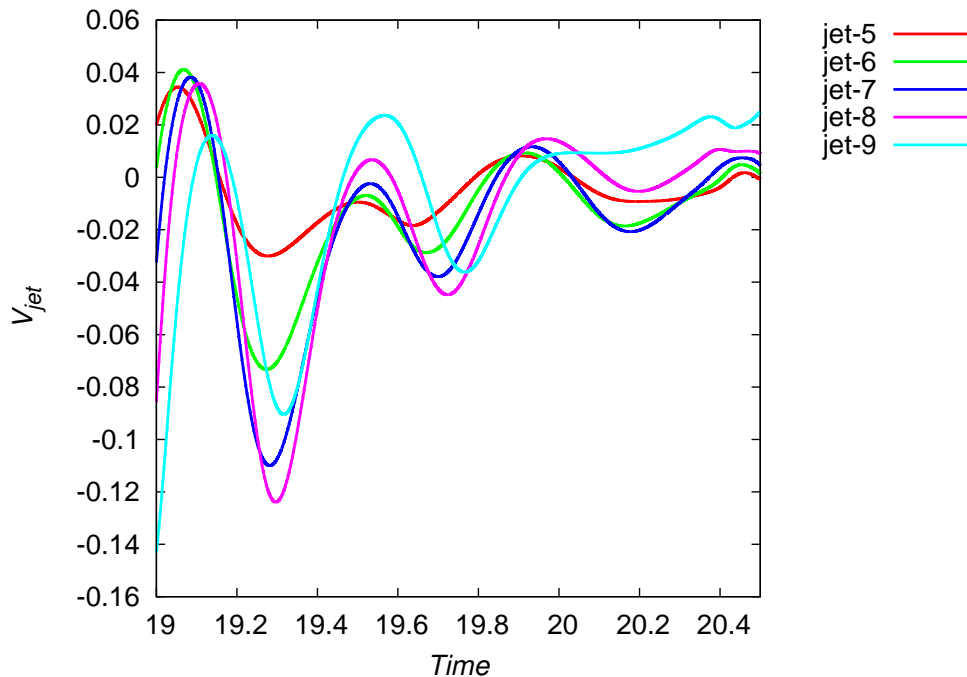


図 3.14 5-9 ジェットにおける最適入力

するため，上下面のどちらかで剥離を抑制する際には片側では剥離を促している．つまり終端時間に関わらず，この問題においては横力を最小化するためには流れ場の非対称性を低減させることが最適である．次に終端時間の短い制御において入力の影響が大きかった円柱後方のジェットがどのように変化するかを確認する．図 3.19 と図 3.20 に円柱後方のジェット 4-5 と 6-7 の最適入力を示す．

まず図 3.19 から円柱上面のジェットのピークの位置を確認すると，19 付近，20 付近，21 付近とおおよそカルマン渦の 1 周期ごとにピークが存在する．一方で図 3.20 から円柱下面のジェットのピーク位置を確認すると，図 3.19 に対しておおよそ半周期ずれた位置にピークが存在することがわかる．これは終端時間の短い場合の最適入力と同様で，ジェット近傍に存在する渦を近づけたり遠ざけたりして非対称な渦を対称な渦に変化させようとするためである．

次にこのジェットの絶対値の大きさを確認すると，終端時間の短い場合の最適化に対して大きな差が存在することがわかる．図 3.19 と図 3.7，図 3.20 と図 3.8 の絶対値を比較すると，その大きさは 2 倍程度の差があることがわかる．終端時間の短い最適制御では最適入力の絶対値の大きさは 0.3 を超えている部分があるのに対して，終端時間が長い最適制御ではその大きさは 0.15 以下となっている．この理由を考察するために，もう一度最適制御による横力の減少量を図 3.16 と図 3.1 から確認すると，終端時間の変化に対して横力の最小値はあまり変化していないことがわかる．つまり終端時間が短い場合には，短時間で横力を減少させるために大きな入力が必要となるが，終端時間が長い場合には制御にかけられる時間が長いために比較的小さな入力を投入し続けることで同等の制御効果を得ることができる．このとき，終端時間の

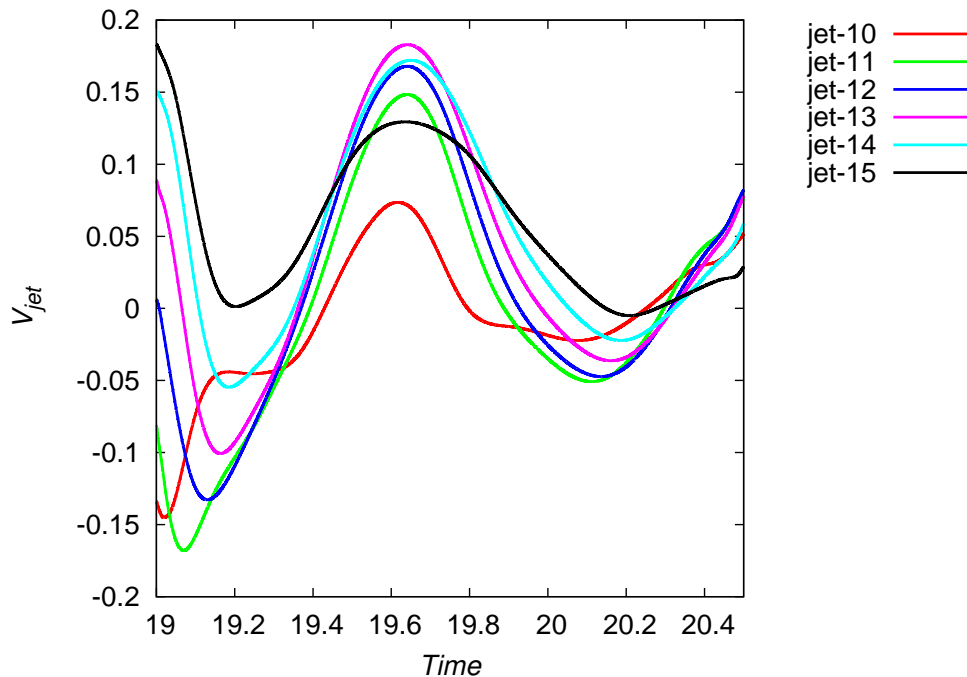


図 3.15 10-15 ジェットにおける最適入力

長い制御においてより大きな入力を与えることで、より大きく横力を減少させることができるのではないかとすることも考えられる。しかしこの入力は最適化の結果得られたものであるため、この計算条件にて横力がこれ以上小さくできないために、入力の値はこの数値に収束したと考えられる。すなわち、10個のジェットではこれ以上横力を小さくすることができないために、この横力の大きさを小さくする方向に最適化が進んだといえる。したがってこの2つのケースを比較する限りでは、最適制御の終端時間は小さな入力でも制御する解を得ることができるが、減少させられる横力の最終的な値に大きな違いはない。

これらの結果を踏まえて、最も横力の減少量が大きい30個のジェットの最適制御結果を示す。図3.21に終端時間を3倍にした計算結果を示す。10個のジェットの時と同様に最小値は終端時間が短い場合とほとんど変化していない。ジェットを30個設置した場合に減少させられる最終的な横力の最小値は終端時間によってほぼ変化しないため、この値が最小値となる。

次にジェットの入力を示す。図3.22によどみ点付近のジェットの入力を、図3.23に剥離点までのジェットを、図3.24に円柱後方のジェットの入力を示す。これらの入力もジェットの数が少ない場合と同様に、終端時間が短い場合と同様のピークを持ち、さらに入力の絶対値も終端時間が短い場合よりも小さくなっている。

ここまでの議論により終端時間を変化させることで、横力の最小値に大きな変化はないが、入力には変化があることがわかった。ここで重要となるのは、最適制御により得られた入力による運動量と円柱の横力との比を計算した際、1よりも小さな値となっていることである。もしも1よりも大きな値となってしまうと、横力を打ち消す方向に横力と同じ力を加えている場

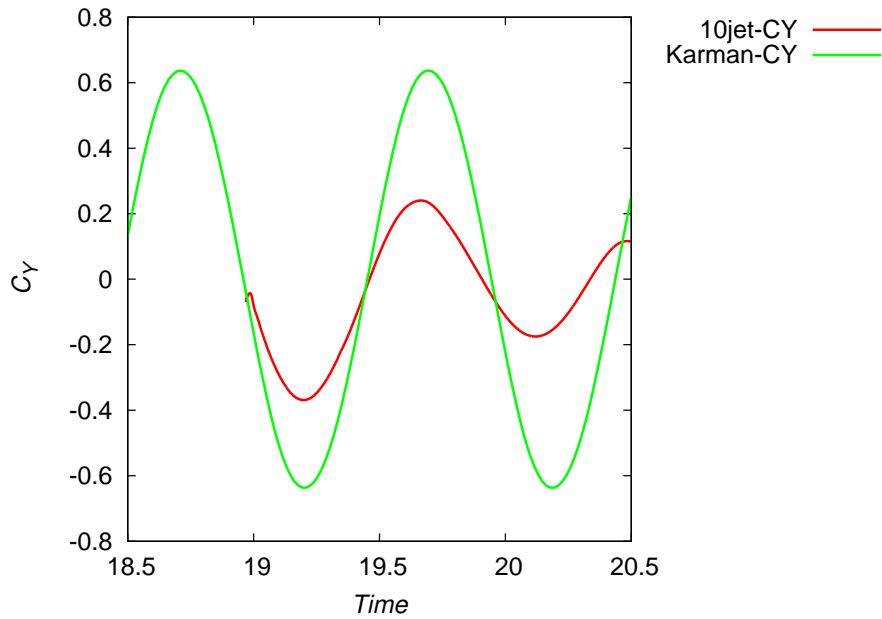


図 3.16 10 個のジェットによる終端時間の短い最適制御

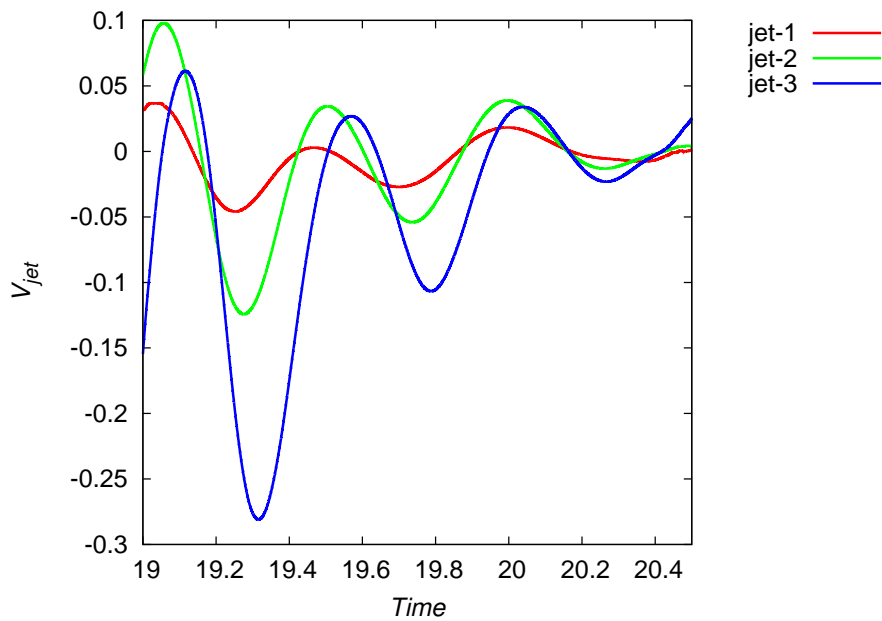


図 3.17 1-3 ジェットにおける最適入力

合と変わらず，制御により横力を抑制しているとは言えない．そこで，30 個のジェットの入力による運動量と円柱に発生する横力の比の時間変化を図 3.25 に示す．この図を見ると，制御開始時刻付近でジェットの運動量は最大となり，円柱に発生する横力に対する割合は 16% 程度となる．その後，時間経過とともに比率は減少していき，最終的には 0 に近くなる．これはジェットの入力の時間変化にて議論した場合と同様に，一度カルマン渦を抑制すればその

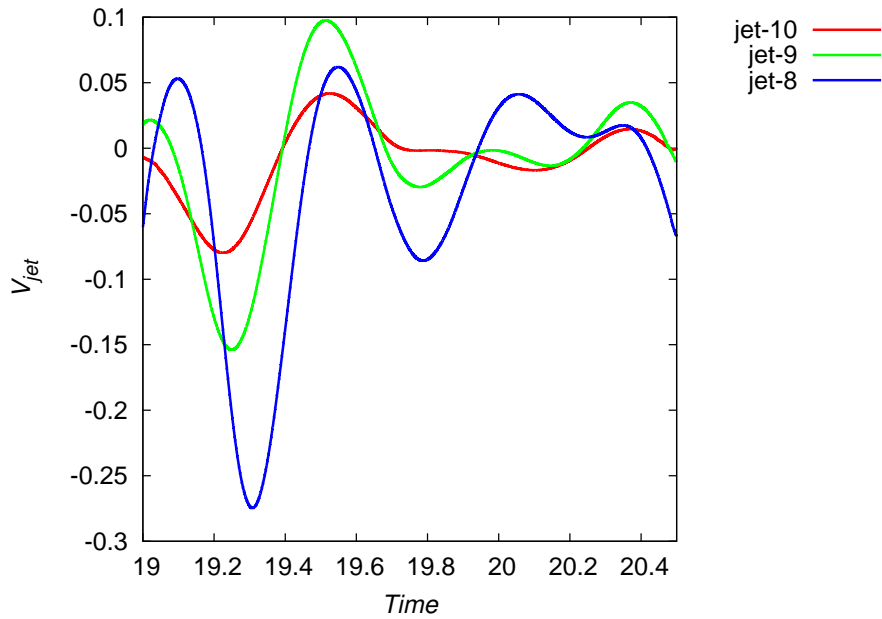


図 3.18 8-10 ジェットにおける最適入力

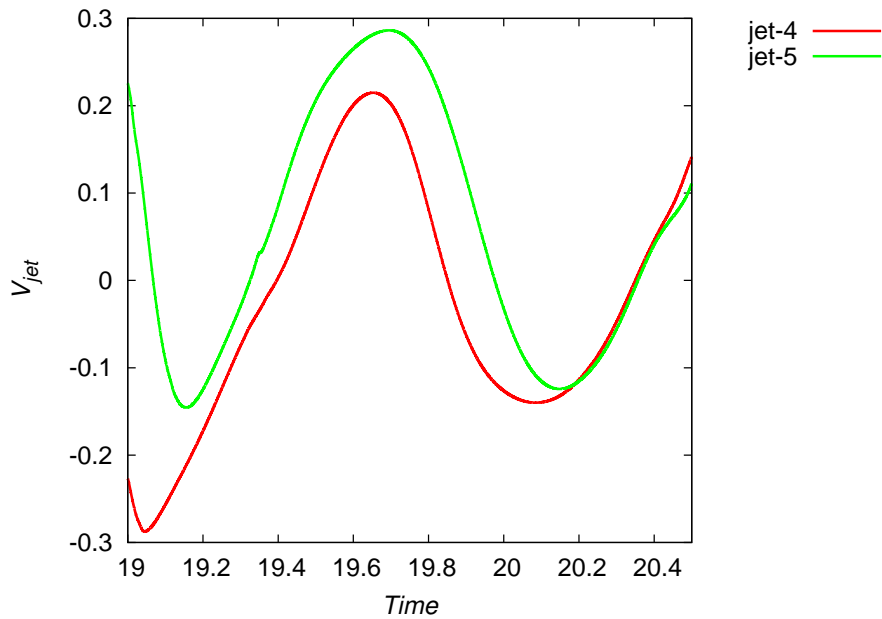


図 3.19 4-5 ジェットにおける最適入力

後は非対称性が発生しないように最小限のジェットを入力し続ければ、カルマン渦は発達せずに横力を小さな値で維持できることが理由である。この時運動量の比は最終的にはほぼ 0 となるが、終端時間においても収束していないように見える。これは最適制御の目的関数が、与えられた計算時間内で横力とともに入力を最小化する形であることが原因である。すでに終端時間の長さによる横力の変化で議論したように、終端時間の長さを変化させると横力の最小値

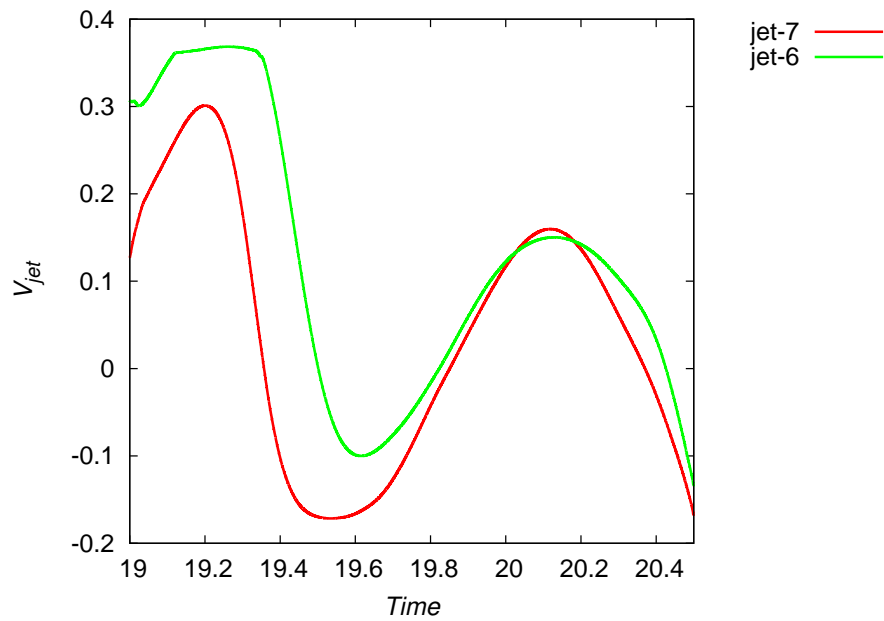


図 3.20 6-7 ジェットにおける最適入力

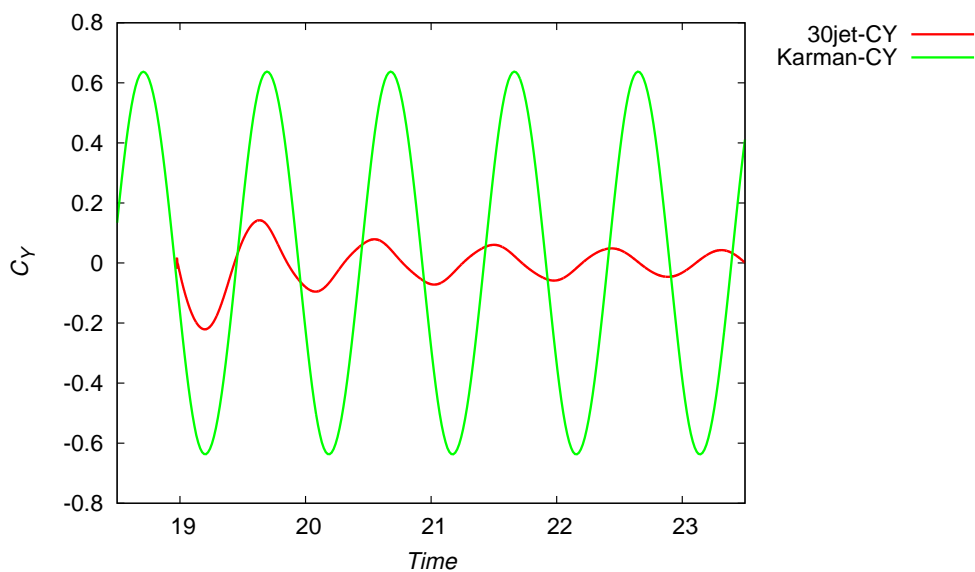


図 3.21 30 個のジェットの最適制御による横力の変化

は同等であるのに対し入力の値が異なる。終端時間が短ければ短い時間の中で横力を最小にするため大きな入力を必要とするが、終端時間が長ければ入力を小さな値に抑えながら横力を最小化する。加えて目的関数には終端時間での入力及び横力の値を定義していないので、終端時間において入力はほぼ0となる。そのため横力が収束したとしても、入力は終端時間に向けて緩やかに変化するような形状となり、これは終端時間を長く設定したとしても同様である。したがって、本研究の条件において横力が収束する一方で入力は終端時間に向けて緩やかに減少

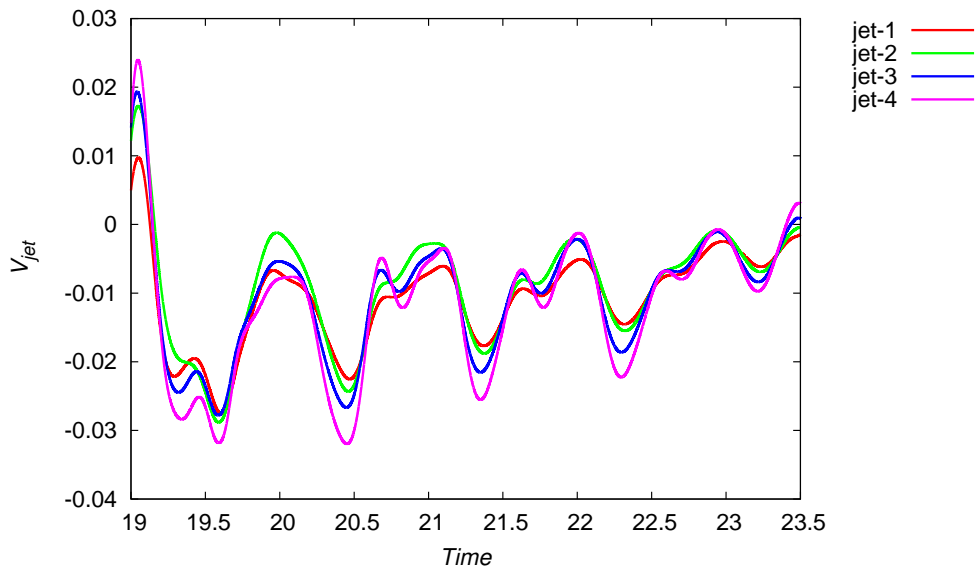


図 3.22 1-4 ジェットにおける最適入力

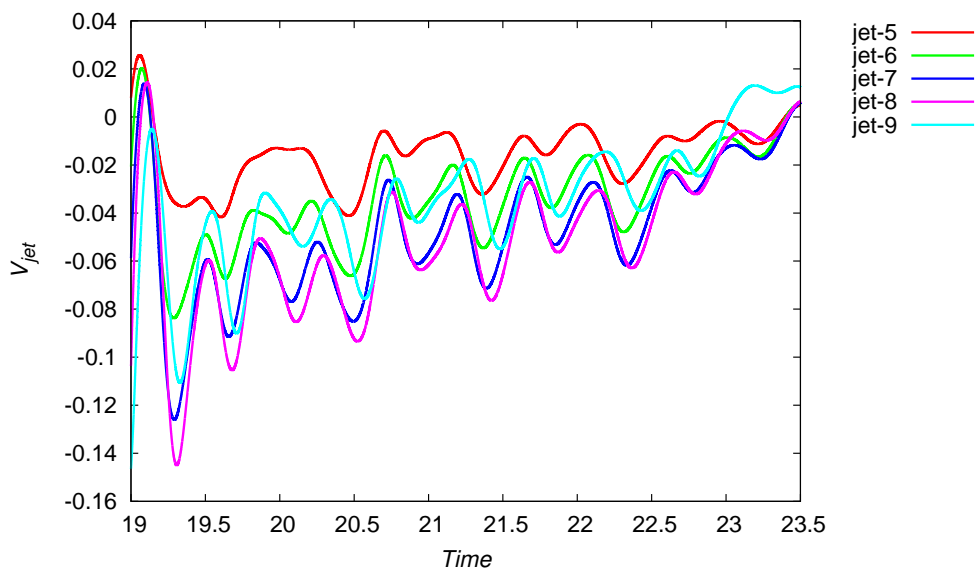


図 3.23 5-9 ジェットにおける最適入力

するが、この解の形が最適である。この様に終端時間により解の形は変化するが、この最適入力により円柱に発生する横力よりも小さな力で流れ場を制御し、横力を抑制することが可能となる。

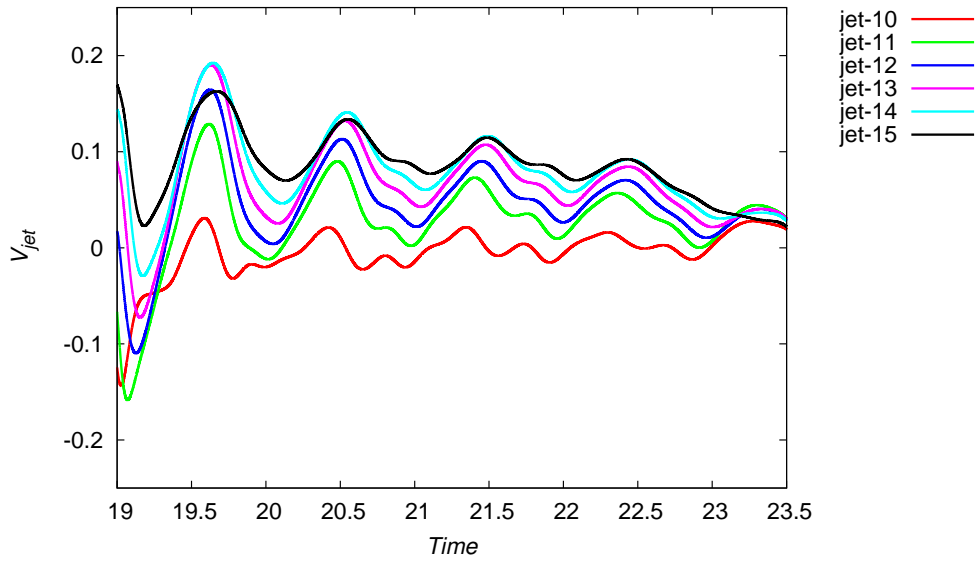


図 3.24 10-15 ジェットにおける最適入力

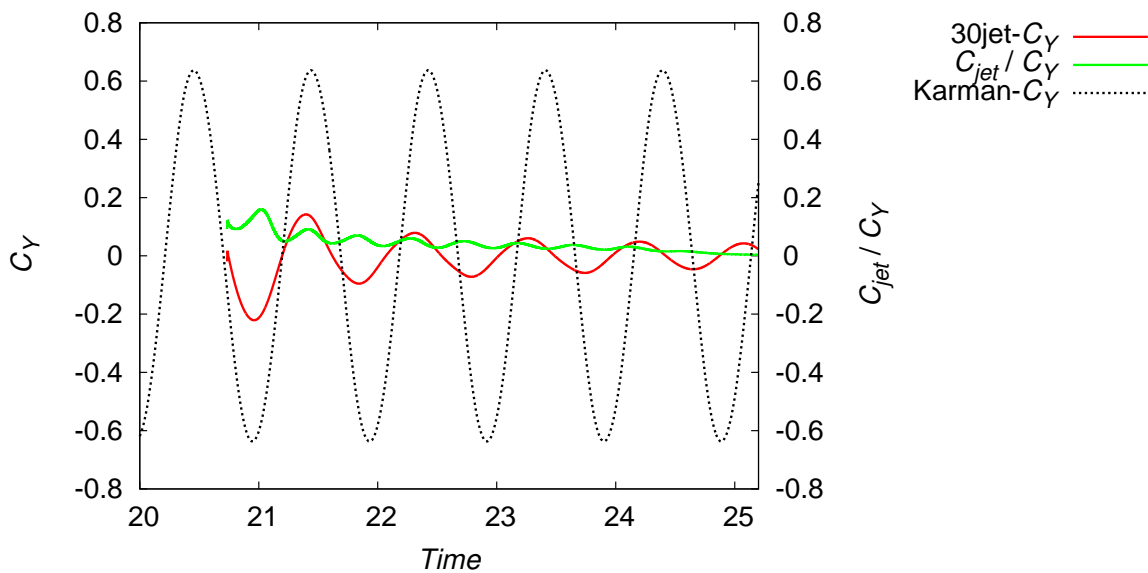


図 3.25 30 個のジェットによる運動量の横力に対する比率の時間変化

3.5 最適制御の繰り返しによるモデル予測制御の制御結果

今までの節ではある時点までの最適解について議論してきたが、序論にて議論したように、実際のシステムでは継続的な最適制御を物理的に実行するためには最適制御の繰り返しによるモデル予測制御が必要である。最適制御の終端時間を長く設定した際に数値計算により求められた最適入力は、制御対象の流れ場と計算上での流れ場の誤差が時間とともに拡大していき、

制御対象となる流れ場に対して最適ではなくなってしまうため適切な制御が行えなくなる。これを防ぐためには最適入力 of 計算を適時更新していく必要がある。しかし前述した最適制御と同様に、誤差を含む環境のみでモデル予測制御をおこなったとしても適切な結果が得られているかどうかはわからないため、まず最初に流れ場の全状態量が判明していると仮定してモデル予測制御を行い、最適解を求める。

ジェットの数が30個の場合のモデル予測制御の結果を図3.26に示す。この図において、黒色の破線で示したのがカルマン渦が発生した場合における横力の大きさであり、赤色の線でモデル予測制御により制御された横力を示す。また、青色の破線で制御を切り替える時刻を示している。この図をみると繰り返しを行っても減少させることのできる横力は変わらず、最小値は0.05程度であることがわかる。これは最適制御の終端時間を長くした場合と同様で、ジェットの数によって減少させられる横力には限度があるため、長い計算時間や初期条件を変化させても限度以上には横力を抑制することはできない。このことを踏まえると、制御の終端時間が1周期程度であっても横力は設置されたジェットで抑制できる最小の横力に抑制することができる。この事実はモデル予測制御を行う上では重要で、横力の最小値をいかに早く達成できるかということは計算による誤差が増大する前に所定の制御効果を得るために重要である。

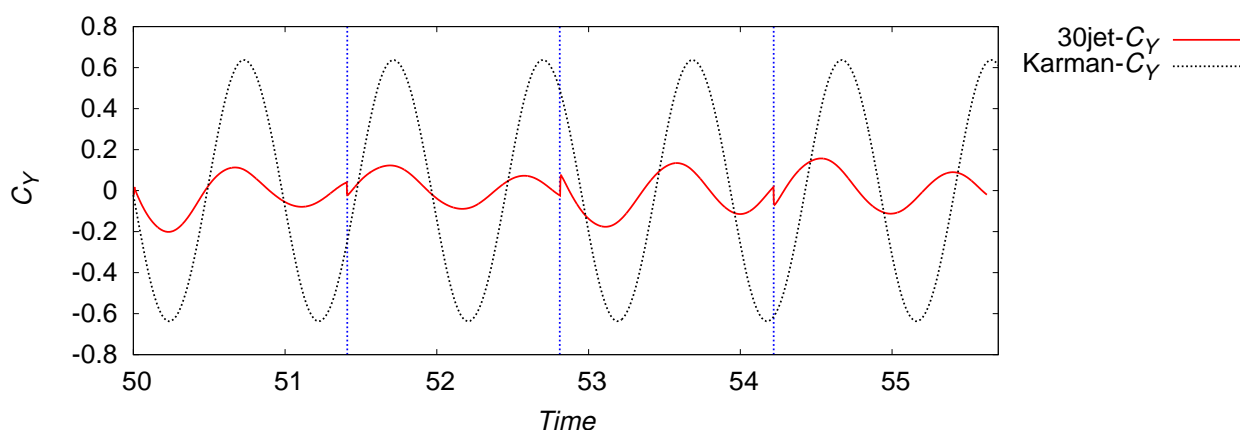


図 3.26 30個のジェットによるモデル予測制御

この横力の図において、終端時間の長い場合の制御と比較すると最小値はほぼ同等であるが、最適制御を繰り返した直後の横力のピークで値が少し大きくなっていることがわかる。図3.26における、横軸の値が53.2付近のピークと54.5付近のピークは最小値よりも大きくなっている。このことから制御の切り替えを行うと、その切り替えた直後は制御性能が低下するというを示している。一度最適制御を中止し、次の最適制御を行う場合においては再びカルマン渦が発生した流れ場を制御しなければならない。図3.27に最適制御を途中で中止した場合に横力がどのような時間変化をするのかを示す。この図において、青色の破線の左側は最適制御を行っており、破線の時点で制御を中止し入力を0へと変化させた。この図を見ると、制

御を中止した途端に横力は大きくなっていき、およそ1周期半の時間経過でカルマン渦における横力の77%程度まで横力が大きくなる。繰り返し最適制御をする場合にはこの大きくなった横力を再び抑制する必要がある。そのためこの流れ場において破線から先の制御を行おうとすれば、その後続く大きなピークである53.1付近の横力を抑制するために入力を与えなければならない。結果として51.7付近のピークは30個のジェットによる最適制御の最小値である0.06程度まで小さくすることができない。このような結果として、モデル予測制御はその最適制御の繰り返しを行った時点で性能が低下してしまう。

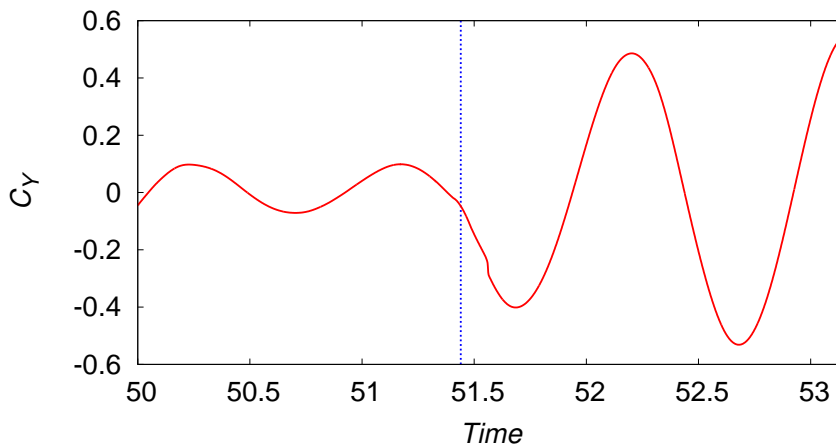


図 3.27 最適制御を中止した場合の横力の時間変化

次にこの時の最適入力がどのように変化しているかを解析するため、最適入力を見てみる。図にジェットが30個の場合のモデル予測制御における最適入力の時間変化を示す。図に円柱の剥離点近傍の jet-7 の最適入力を、図に円柱後方の jet-13 の最適入力の時間変化を示す。これらのジェットは制御すべき流れの構造がはっきりしており、入力の絶対値もそのほかのジェットと比較して大きい。横力の図の場合と同様に、青色の破線の位置で最適制御の繰り返しを行っている。まず最初にジェットのピーク的位置を確認すると、今までの最適入力と同様に、それぞれ境界層の剥離が発生するタイミングと円柱後方の渦に作用するタイミングである。このことから、それぞれのジェットが制御すべき流れ場の構造はモデル予測制御においても同じであると言える。さらにこの結果をみると、1回目の最適入力よりも2回目以降の最適入力のほうが入力の絶対値が小さくなっている。つまり一度発生したカルマン渦列を抑制するためには大きな入力を必要とするが、一度抑制された渦列を抑制し続けるための入力は小さくても良い。これは終端時間の長い最適制御において、時間が経過するとともに必要な入力が小さくなっていくことと同様の理由である。しかし終端時間の長い最適制御では最終的な入力が0に近かったのに対し、モデル予測制御では一定の大きさよりも小さくならない。これはそれぞれの入力の図における2回目と4回目の入力がほぼ同じ時間変化をしていることから明らかである。これは繰り返し制御を行うため、常にある程度の大きさの制御入力が必要であること

を示している。

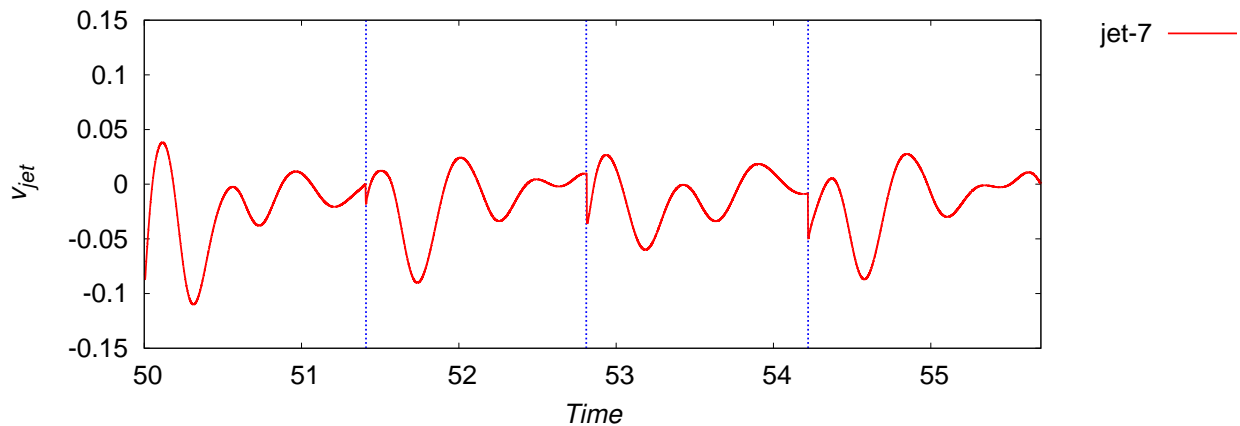


図 3.28 jet-7 のモデル予測制御における最適入力

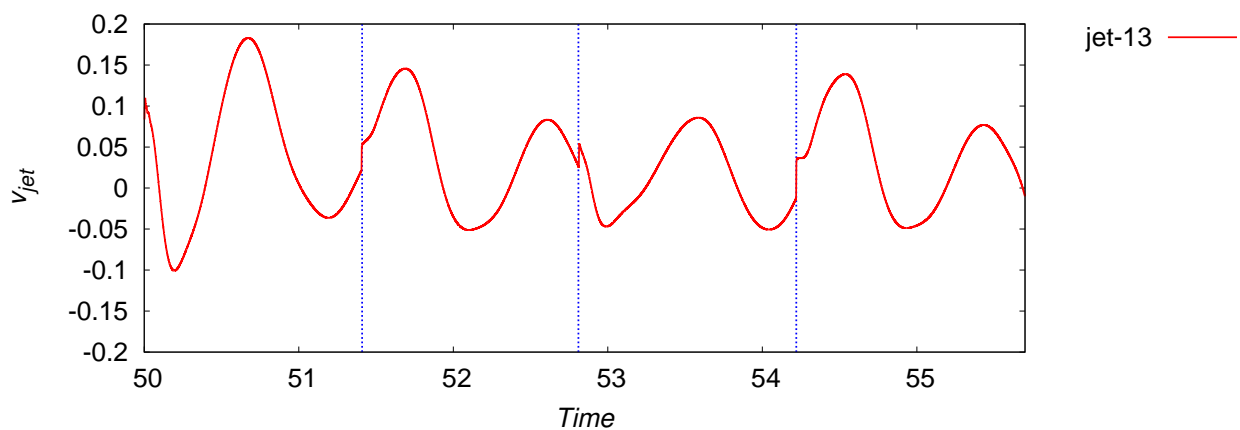


図 3.29 jet-13 のモデル予測制御における最適入力

このような結果から、全状態量がわかっている状態での制御では、終端時間を長くとしたほうがモデル予測制御を行うよりも制御性能が良い。これは先行研究などで言及されていることと同様である。しかし、これはあくまで状態量がモデル化誤差なく判明している場合においてのみ成立する条件であり、本研究で構築する物理的に実行可能な制御システムにおいてはモデル化誤差による影響で終端時間を長く設定した場合の性能は低下する。その場合においてこのモデル予測制御の特性が活かされることになる。この結果については後の章において議論を行う。

第 4 章

流れ場の状態推定

4.1 状態推定手法

本研究では状態推定手法について早瀬らの研究²⁶⁾で使用されている，計測融合シミュレーションを使用する．この手法では，Navier-Stokes 方程式を数値的に解きながら，リアルタイムで観測した観測値を Navier-Stokes 方程式にフィードバックするものである．この手法では，以下のような式を解く．

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = K \quad (4.1)$$

この式の左辺は通常の Navier-Stokes 方程式であり，その場合の数値シミュレーションではこの式の右辺は 0 である．この時 K を観測値の関数とすることで観測値を Navier-Stokes 方程式にフィードバックすることが可能となる．例えば K を

$$K = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = -\alpha \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{L} \Delta p \quad (4.2)$$

とする．この Δp は観測値 p_{ob} と計算によって得られた値 p_{cal} の差である $p_{ob} - p_{cal}$ である．このように K を設定することで，観測値と観測値の差 $p_{ob} - p_{cal}$ を体積力として数値計算上の流れ場に外力を与えることができる．圧力に差が発生すれば，それはエネルギー保存の式を通して速度の差に影響を及ぼす．そこで，圧力差に比例する体積力を速度の方程式に代入し，速度を加速または減速させることで観測対象と同様な流れ場に近づけていく．

例えば，数値計算により求められた速度が観測対象の流れ場に比べて低い場合，その場所の圧力は観測対象のものよりも高くなる．すると Δp は負の値を持つことになる．この値を上式に代入すると， K の値が正の値となり速度を加速させる体積力を生み出す．この K により数値計算によって求められた流れ場の速度分布は加速され，観測対象となる流れ場の速度分布に近づく．つまりこの体積力は数値計算上の流れ場と観測値の差が大きければ大きいほど，その差を打ち消す方向に強制的に流れ場に力を加える．この時，係数 α はこの体積力の大きさを変

化させるゲインであり、このゲインの大きさを変化させることで収束までの特性を変化させることができる。

この仮定では体積力 K を円柱表面圧力の観測値と推定値の差に依存する関数と考えているが、体積力を導出するために流れ場のどの観測値を用いて、数値計算上のどの部分に体積力を与えるかという自由度が残されている。これには様々な仮定が考えられる。例えば、流れ場の速度分布がなんらかの実験手法により観測可能だと考え、流れ場全体の速度分布の差を K とすることも可能である。このような観測値を定義することで、より多くの観測値を得ることができれば状態推定の精度は大きく向上することが予想される。しかし本研究では制御システムの実用化を目指した研究を行なうため、観測値は実際の実験で観測可能な値に設定する必要がある。そこで本研究では、観測が最も容易に行えるであろう円柱の表面の圧力及び近傍の速度分布と、後述するライダーなどを使用することにより観測が可能となる円柱後方の一部の領域における速度分布を観測値とした場合の状態推定を行なう。

まず、円柱表面上の圧力を観測可能であると仮定する。円柱表面の圧力を観測するのであれば、圧力観測孔を円柱に設置すればよいだけであるので十分実現可能である。そこで、円柱の表面圧力は観測可能であるとし、円柱から離れた領域においてもこの観測値を使用したフィードバックを行う。体積力を加える場所に関しては早瀬らの研究を参考に、観測点上において円柱から離れた領域を設定した。この体積力を与える領域にも自由度はあるため、本研究ではこの領域を変化させた計算を行い、最も誤差の小さくなる領域に対してゲインなどを変更した計算を行い、その結果について議論する。

一方で円柱後方領域の速度分布をフィードバックする場合には、速度分布をどのように観測するかを仮定する必要がある。なぜなら、その仮定によってどの領域の状態量をどの程度の誤差を含んだ状態で観測することができるかが大きく変化するからである。現在の流体観測分野において、空間の速度分布の正確な観測に対してはPIVによる観測を行なうことが一般的である。PIVは風洞などの試験部を粒子で満たし、その粒子にレーザー光を照射しその動きを観測することにより空間の速度分布を観測するものである。この観測により、物体周辺の空間の速度分布を良い精度で観測することができる。これと同様の原理で、大気中にレーザー光を照射し、大気中のエアロゾルからの散乱光を観測することで速度を観測するものをドップラーライダーと呼ぶ。ドップラーライダーは、航空機に試験的に搭載することで機体前方の気流の乱れを観測した実績がある。また、風力発電所近辺での速度観測により、風車による発電量予測や応力を予測することに使用されている。さらに、風車のナセルに搭載可能な大きさのものも開発されており、風車の前方の風速を測定することで突風などから風車を保護する目的に使用されている。この他にも、空間中のある点の速度を観測する方法としては、熱線流速計などが一般的である。熱線流速計はドップラーライダーなどとは異なり、ある点での速度を観測するものである。仮に一つの熱線流速計で速度分布を測定する場合には、複数回の観測が必要となる。また、その瞬間の特定の大きさを持つ領域の速度分布を観測することはできない。しかし、観測自体はドップラーライダーよりも容易に行うことが可能である。

このように円柱表面上の圧力や円柱後方の速度に関しては、一定の制限はあるものの現在の技術でも観測可能である。今後、計算機能力の向上と共にこのような観測技術も向上していくことが予想される。例えば、風車のナセルに搭載可能なドップラーライダーに関して言えば、将来的にはさらに小型化が進み、本研究の背景で取り上げたような大迎角で飛行するような飛翔体に搭載可能なものも開発される可能性は大いにある。したがって、表面上の圧力を観測可能とすることと同様に、将来的に円柱後方の速度を測定可能とする制御システムは構築可能であると考えられる。そこで本章では、これらの測定技術がどこまで進歩すれば最適制御システムの観測器として使用可能であるかというゴールを示すことを目的とし、円柱表面の圧力分布と近傍速度及び円柱後方の速度をフィードバックすることで状態推定を行い、精度に関して議論する。

4.2 計測融合シミュレーションによる状態推定

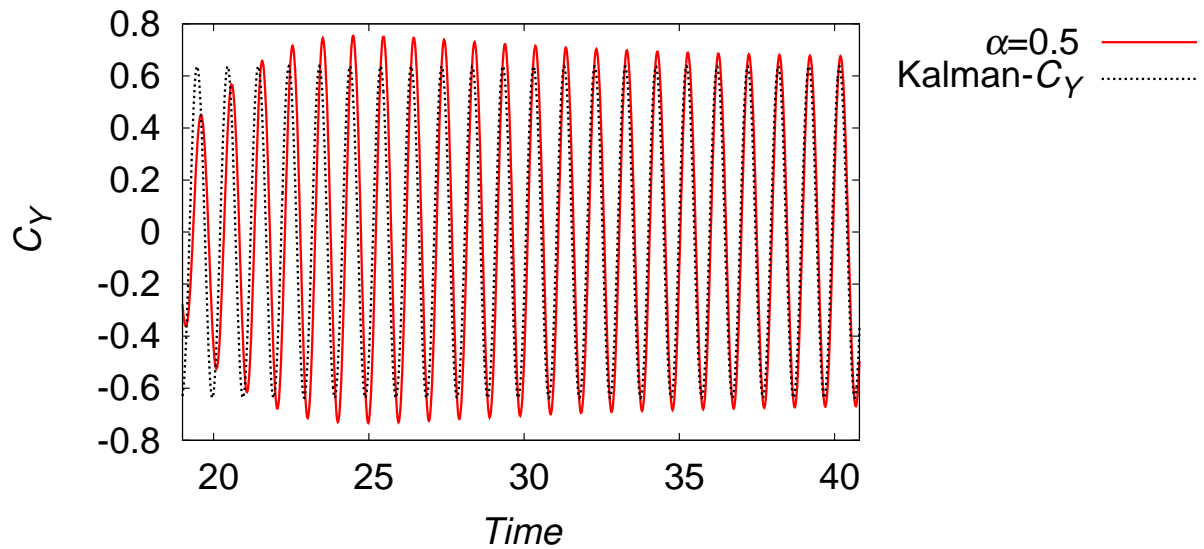
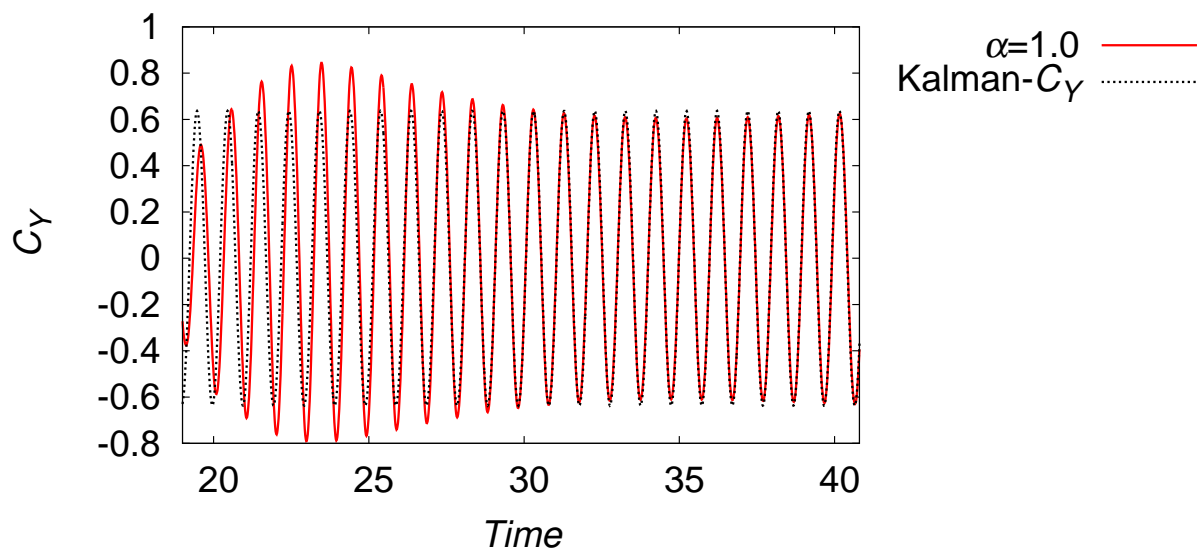
まず最初に円柱表面の圧力をフィードバックした状態推定による推定値について議論する。本研究で用いた状態推定手法には自由に設定できるパラメータ α があり、これは状態推定におけるフィードバックゲインのようなものである。このゲインを変化させることで、推定対象となる流れ場と数値計算により得られた流れ場の状態量の差を数値計算へどれだけフィードバックさせるかを決定することができる。このパラメータによって状態推定の特性が変化するため、最適制御と状態推定を同時に行う前に、カルマン渦の状態推定をパラメータを変化させて行うことで特性を把握する。このような研究は先行研究にて行われているが、序論で述べたように収束までの時間についての議論までは行われていない。モデル予測制御を行う際の誤差に関する議論は、この収束までの時間が重要であるので、この章ではこの観点からも議論を行う。

まず図 4.1 に $\alpha = 0.5$ の場合の状態推定により得られた横力の時間変化を示した。この図をみると、 $\alpha = 0.5$ の時には状態推定値は推定対象の横力に対してオーバーシュートなしで漸近する。しかし最終的な収束値をみると、定常偏差が存在することがわかる。ここで推定対象の横力と状態推定値の差の時間変化を図示すると、図のようになる。この図からも状態推定された値は定常偏差を持つことがわかる。

次に $\alpha = 1.0$ の結果を図 4.2 に示す。この結果をみると、状態推定値はオーバーシュートしたのちに推定対象の横力にほぼ一致している。 $\alpha = 0.5$ の場合と比較すると状態推定値の収束は早く、定常偏差も見られない。これは状態推定値と推定対象となる横力の差を示した図からも明らかである。

一方で $\alpha = 2.0$ の結果を図 4.3 に示す。 $\alpha = 2.0$ の場合は $\alpha = 1.0$ の場合と同様にオーバーシュートしたのちに推定対象の横力に近づく。しかしこの推定値は収束することはなく、振動を続ける。

このような特性は制御の分野における 2 次系に対する比例制御に対する特性とよく似ている。2 次系に対する比例制御では、そのフィードバックゲイン K の値によって定常偏差や

図 4.1 $\alpha = 0.5$ の場合の状態推定値図 4.2 $\alpha = 1.0$ の場合の状態推定値

オーバーシュート，振動などの特性が変化する．この時制御対象が線形であれば，これらの特性は解析的に示すことができるが，流体の場合には対象となる式が非線形であるので解析的に示すことはできない．しかし特性は同様の傾向を持っていると考えられ，前述した結果からこの推定に関しては $\alpha = 1.0$ の性能が最も高いと言える．

ここまでの議論でゲイン α に関する状態推定値の収束に関する変化を明らかにした．この結果は状態推定の初期値としてある点の流れ場の状態量を使用した，この初期値の変化により結果が変化する可能性があるため，これを検証する．この時の初期値は，推定対象となる

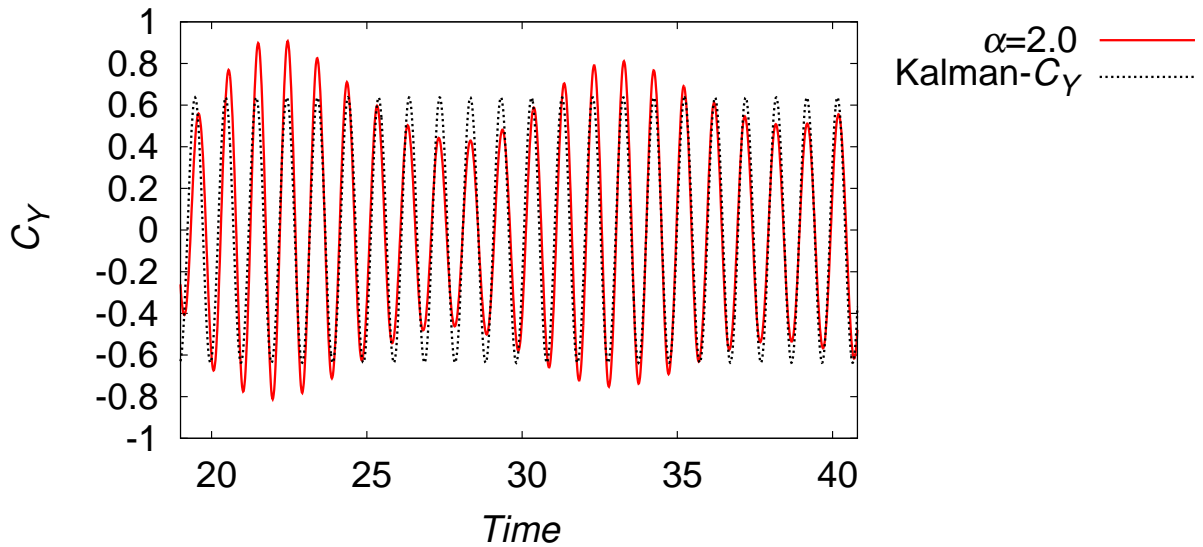


図 4.3 $\alpha = 2.0$ の場合の状態推定値

流れ場との誤差が大きくなるように設定した。ゲインについては、上述した最も性能の良い $\alpha = 1.0$ として、初期値を変化させた状態推定の結果を図 4.4 示す。

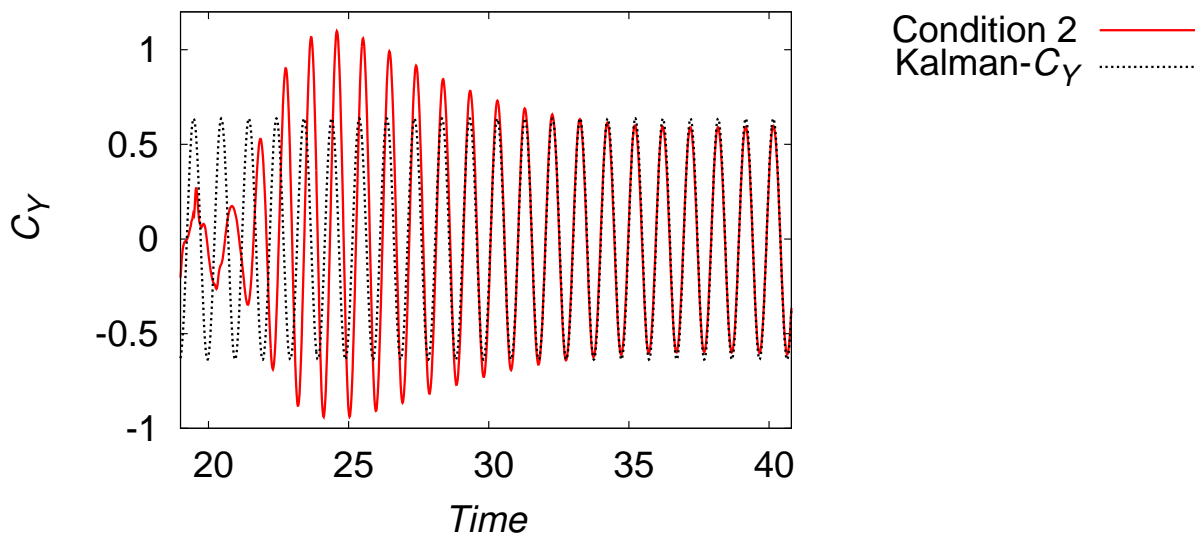


図 4.4 初期値を変化させた場合における $\alpha = 1.0$ の状態推定値

図 4.4 をみると、図中に赤線で示した状態推定値が示すように、図 4.2 の赤線と比較すると、緑色の線で示した推定対象となる流れ場との差が大きくなっていることがわかる。しかし2つの図を比較すると、状態推定値の収束までの特性に関しては同様の傾向を持つことがわかる。図 4.4 の推定値をみると、まず最初に推定対象の値に近づいていき、オーバーシュートする。

そしてオーバーシュートした後に推定対象となる値に近づいていく。一方で計算結果の異なる点として、この時のオーバーシュートの大きさは初期値と推定対象の値の差が大きい方が大きくなるのがわかる。また計算の終盤の差を見てみると、初期値の差が大き方が収束までの時間も大きいということがわかる。このように初期値によって推定までの時間変化は変化するが、その基本的な特性は変化しないということがわかる。

4.3 ジェットが存在する場合の状態推定

本研究で構築する制御システムでは1回目の最適制御で状態推定値を使用して制御入力を決めた後、2回目以降はアクチュエータにより制御された流れ場を推定する必要がある。本研究ではアクチュエータとしてジェットを採用しているのでジェットにより制御された流れ場の状態を推定することが必要となる。モデル予測制御ではまず制御対象となる流れ場の推定を行い、この推定値を元に最適入力を計算、この入力にしたがって流れ場に設置されたジェットと同時に推定のための計算内でのジェットを動作させ流れ場を変化させながら同時に状態推定を行う。そのため制御開始時刻の状態推定値は、ジェットが存在しない場合での状態推定値を使用すべきである。そこでジェットのない流れ場の状態推定の結果から、この手法では $\alpha = 1.0$ で最もよい推定結果を得ることができるので、 $\alpha = 1.0$ として推定を行う。

まず初めに、ジェットがない状態で推定した流れ場の終端条件を、初期条件とした場合の円柱の横力および推定値を図4.5に示す。この流れ場の初期値はカルマン渦の発生している円柱であり、円柱には10個のジェットを設置し入力としてそれぞれのジェットに $v_{jet} = 0.1 \sin \omega t$ の境界条件を与えている。この結果をみると推定値は初期の状態からほぼ推定対象となる横力に追従しており、収束値も推定対象とほぼ一致している。

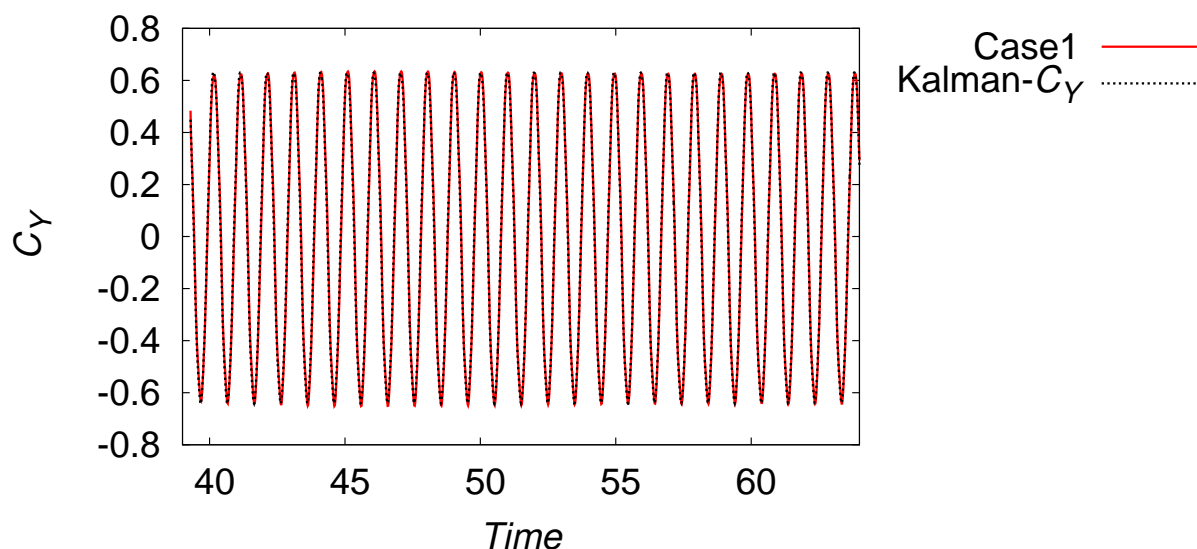


図4.5 ジェットが存在する場合における $\alpha = 1.0$ の状態推定値

次に、状態推定の計算の初期条件をあえて推定対象の計算の初期条件と異なる条件に設定した計算により状態推定を行う。この計算により、初期の推定値に誤差が含まれる場合の推定値への影響を解析する。この状態推定では、推定対象の流れ場の初期値はジェットがない場合の計算での結果である図 4.2 中での 33 での値を使用した。したがって、状態推定の初期値における円柱の横力は推定対象の流れ場の円柱の横力に対して 0.1 の誤差を持つ。この時の推定結果を図 4.6 に示しており、初期値に含まれる誤差はこの図から確認できる。そしてこの誤差が存在するため、図 4.5 の結果とは異なり推定値は推定対象の値に近づくためオーバーシュートする。オーバーシュート前の横力は推定対象の流れ場に対して周期と絶対値がともにずれているが、オーバーシュート後は絶対値が一致している。しかしジェットがない場合とは違い、 $\alpha = 1.0$ にもかかわらず位相誤差が存在する。これはジェットが存在することによって、状態推定のために流れ場に加えられる体積力にジェットが干渉することで推定の性能が変化してしまうためだと考えられる。

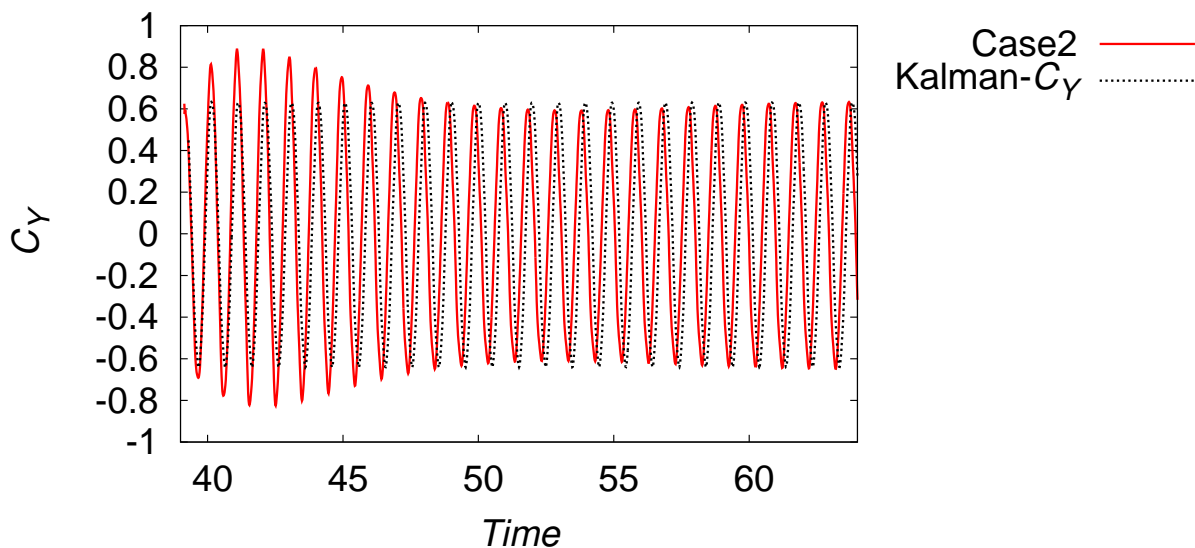


図 4.6 ジェットが存在する場合における初期状態を変化させた場合の推定値

以上のことから、円柱表面上での圧力を使用した状態推定では、ジェットがない場合での推定と比較するとジェットがある場合での状態推定の精度は悪化すると言える。これは、ジェットと体積力の干渉による流れ場のずれが原因であると思われる。このように、ジェットに入力が存在する場合での性能の低下は、制御システムに状態推定器として適用する場合に大きな障害となりうる。特に、今回の結果では初期条件の横力が 0.1 程度しか変化していないのにも関わらず、収束までの時間が大きく変化している。さらに最終的な推定値はカルマン渦の周期に対して 0.15 周期程度の位相誤差を持っている。0.15 周期の位相誤差というのは、3 章で議論した最適入力により制御された流れ場において、円柱後方の大きな渦が流れ去った後に、小さな渦が生成されその渦をジェットにより制御し始める程度の時間に相当する。もしもこの程度

の位相誤差を持つ推定器を制御器と組み合わせた制御システムを構築した場合、条件によっては制御すべき渦が徐々にずれてしまい、例えば近づけるべき渦を遠ざけ、遠ざけるべき渦を近づけてしまうことで、結果として横力を抑制することができない可能性がある。

この時、位相誤差を減少させるためには2つの方法が考えられる。1つは観測点を変化させることによる高精度化で、もう1つが推定手法自体を変化させることである。まず観測点を変化させることについて、ここまでの議論では円柱表面上の圧力のみを観測しているが、例えば円柱近傍の速度を観測することができればより周期を正確に推定できる可能性がある。円柱近傍の速度を観測することは円柱表面の圧力を観測することに比べて実機への実装が困難であるが、推算が可能である。例えば、現在の技術では円柱表面のせん断応力を観測することが可能である。このせん断応力は速度の半径方向の微分値であるので、この値から円柱近傍の速度を推算することができる。この方法であれば、おそらく境界層内部の値であればある程度の精度で推算が可能であろう。そこで今回は、円柱近傍の速度を使用した状態推定として、境界層内部の速度分布を観測できた場合の状態推定を行った。具体的には、式(4.2)の Δp を ΔV として、境界層内部に体積力を加える。この結果についてはその他のケースと比較して議論するため、後述する。

次に推定手法自体を変化させることで精度を高めることを目指す。状態推定の方程式に注目すると、右辺は観測値と推定値の差に比例する値となっており、これは制御分野における比例制御の形となっていることがわかる。制御分野において、比例制御は広く使用されている手法ではあるが、今回の問題と同様に安定した制御を行うために位相誤差が問題となることがある。そういった場合には、比例制御の方程式に対して微分要素を導入することで、PD制御を行うことが一般的である。今回の問題においても、推定式に微分要素を加えることで円柱近傍の状態量観測のみで最適制御が可能となる可能性がある。そこで状態推定手法に対して微分制御の考え方を取り入れる。

状態推定の方程式、式(4.2)の右辺は観測値と推定値の差の整数倍という形になっており、制御分野における比例制御と同様の形となっている。そこで位相誤差を低減するために、ここに微分要素を追加することを考える。具体的には以下のような式となる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = P + D \quad (4.3)$$

この式中の P と D を

$$P = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = -\alpha \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{L} \Delta V \Delta p_t \quad (4.4)$$

$$D = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = -\alpha \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{L} \Delta V (\Delta p_{t-1} - \Delta p_t) \quad (4.5)$$

という形で定義する。この式の中では右辺に時間微分に相当する項が足し合わされることによ

り，誤差の時間変化に応じて推定値の修正量を変化させることができる．つまり時間変化が急であればより大きな外力を加えるようになり，位相誤差を減少させる効果がある．

以上のように，円柱近傍の状態量を使用した場合でも観測点や推定手法を工夫することで位相誤差を小さくできる可能性がある．一方で，位相誤差を減少させることのみを考慮すれば，円柱後方の状態量を観測することが望ましい．例えば，円柱近傍の状態量と比べて円柱後方の速度はカルマン渦の周期をよく表していると考えられ，状態推定の位相誤差を低減させる可能性が高い．この場合，図 4.7 に示すような円柱後方のある領域内部の速度分布が観測可能であると仮定し，この速度分布を使用した状態推定を行うことが可能となる．この時の体積力 K は以下のように与えられる．

$$K = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = -\alpha \frac{\Delta x \Delta y \Delta z}{L} \Delta V \quad (4.6)$$

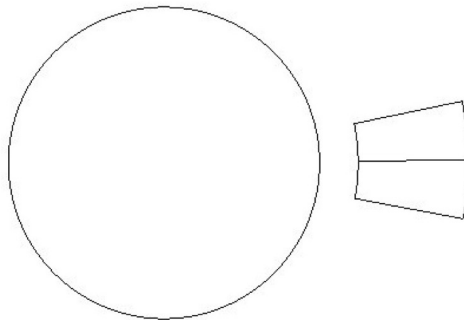


図 4.7 速度を使用した状態推定における体積力を加える領域

しかし実機に実装することを考慮すると，図 4.7 に示すような一定の大きさの領域で速度分布を観測するという仮定は，必ずしも簡単には達成することができない．そこで，上述したようにドップラーライダーなどを用いて速度を観測可能とする場合，観測できる速度の領域はどのようなものを仮定するのかということが重要になる．今回の研究では最適制御システムの有用性を示すため，2次元の単純化した流れ場を対象としているが，将来的にこのシステムを3次元問題に適用する際にこの仮定によって性能が大きく変化することが予想される．例えばライダーは速度分布を観測する際に，レーザー光のエアゾルによる散乱を観測するため，ある2次元面内の速度を観測することになる．これは例えば3次元の軸対称物体にライダーが搭載されていると考えると，本研究のような断面での速度分布は一度の観測で観測することはできない．そこで，2次元面内での観測を複数回繰り返すことで3次元方向の分布を作成することで，任意の断面での速度分布を観測することとなる．しかしこのような観測を行う場合，ある瞬間の完全な速度分布を知ることは困難であろう．ライダー以外の観測方法として取り上げたホットワイヤなどによる速度観測を仮定すれば，ある点の速度が観測可能であるという問題設

定で最適制御を行う必要がある。そこで、円柱後方領域においてある点の速度が観測可能である場合の状態推定は現実的な問題設定であり、議論しておく必要がある。これらのことを踏まえて、以下の図 4.8 に示したように円柱後方領域において赤色で示した 2 点の速度を観測可能であるとした場合に、その速度をフィードバックして状態推定を行うことを考える。図 4.8 において、黒い実線で囲んだ領域に体積力を加える。これは速度分布を使用した状態推定と同様であるが、この場合はこの領域の中心となる点を決定し、その点において観測により速度が与えられるとする。この観測点の速度を体積力を与える領域内の代表速度 V_{ob} とし、領域内に加える体積力をそれぞれの格子点の速度 V_{cal} を用いて $V_{ob} - V_{cal}$ と表す。

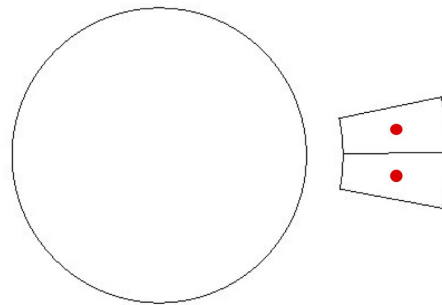


図 4.8 2 点の速度を使用する場合の体積力を加える領域と観測点

以上の 4 つの場合、表面の圧力を観測した場合、推定の方程式に微分要素を追加した場合、円柱近傍の速度を観測した場合、円柱後方の 2 点の速度を観測した場合における状態推定の結果として、収束後の横力のピーク位置のずれである位相誤差を表したものを図 4.9 に示す。こ

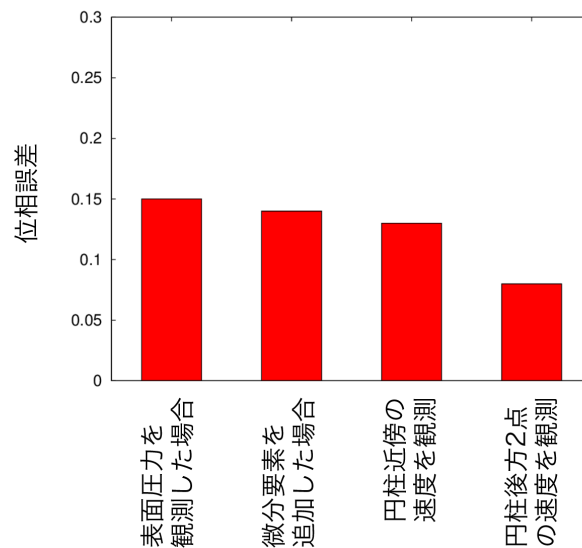


図 4.9 観測点および推定手法を変化させた状態推定における位相誤差の変化

これらの図を比較すると、観測点や手法を工夫するとともに位相誤差が低減していくことがわかる。円柱近傍の速度を観測した場合の状態推定は表面の圧力を観測した場合に比べて0.03程度小さくなっている。そして円柱後方の速度を観測した場合が最も位相誤差が小さく、およそ0.08程度となった。これは先の仮定の通りに、円柱後方の状態量はカルマン渦の周期をよく表していることが理由である。円柱近傍の速度を利用した方が微分要素を追加するよりも位相誤差が小さくなる理由も、円柱下流側の観測点が円柱表面から後方のカルマン渦に近づいたために精度が向上していると考えられる。したがって、位相誤差を低減するためにはやはり円柱後方の状態量を観測することが重要である。この章では状態推定の精度についてのみ議論するので、この時点では位相誤差が存在するということのみを論じた。しかし上述したように、この誤差は最適制御と組み合わせた制御システムを構築した場合に問題となることが想定され、最悪の場合は制御不能となることも考えられるため、この誤差が制御システムについて与える影響に関しては次章にて詳細に議論する。

次にここまでの議論の中で最も性能の良かった、円柱後方の速度を利用した状態推定について、さらに理解を深めるために横力の推定値の時間変化について議論する。まず最初に、図4.7のように領域内部での速度分布が観測可能である場合の状態推定による、横力の推定結果を図4.10に示す。なおゲインとしては $\alpha = 100$ とした。この結果を見ると、圧力を利用した状態推定と比較すると収束後の特性に大きな変化はないが、その収束に要する時間に大きな差があることがわかる。そこで、圧力を利用した場合と収束時間を比較するため、推定対象の横力と推定値の横力の差分をとった図を以下の図4.11に示す。この図を見れば、収束までにかかる時間の差は歴然である。圧力を利用した場合の状態推定は収束までに10周期近い時間を要するのに対し、速度を利用する場合は1周期程度で収束している。

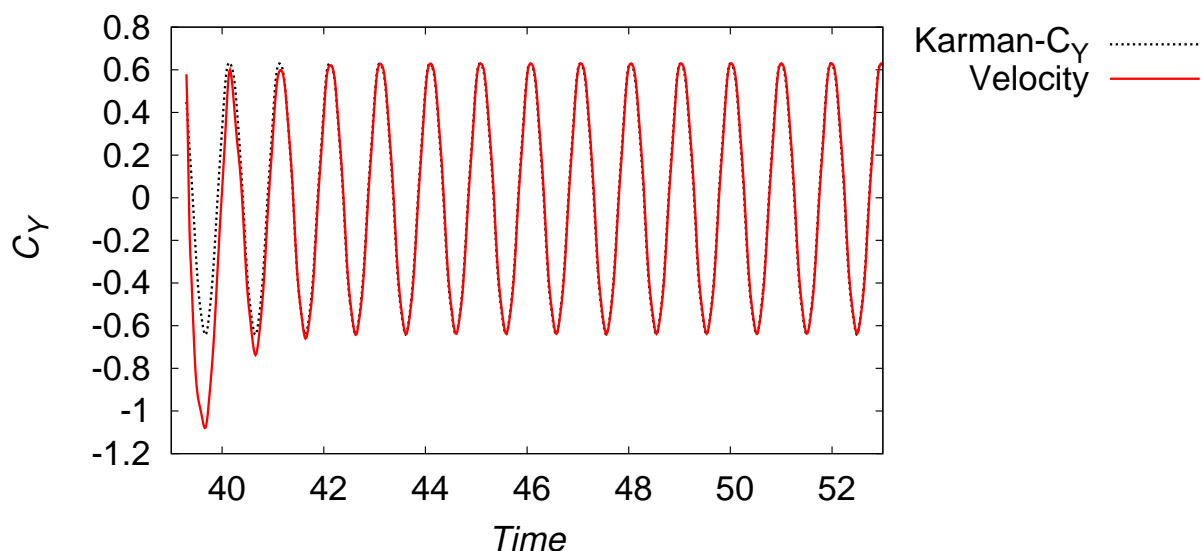


図 4.10 ジェットが存在する場合に速度を使用した状態推定を行った場合の横力の変化

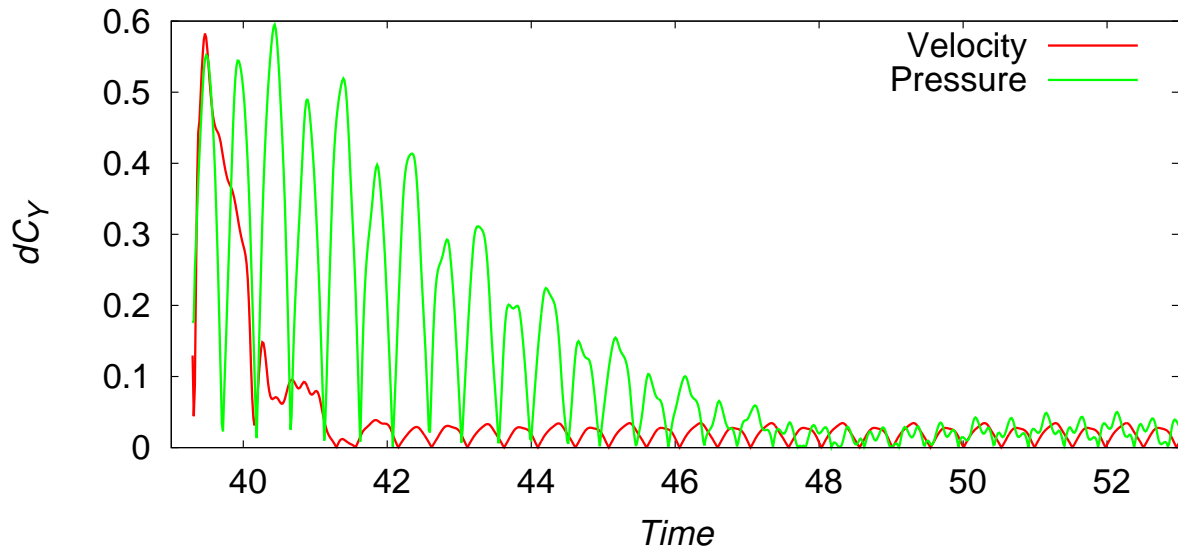


図 4.11 速度を使用した状態推定における推定対象との横力の差の時間変化

この差を生み出している原因の1つはフィードバックゲイン α の大きさである。円柱表面上の圧力を使用した状態推定に比べ、速度を利用する場合はその100倍のゲインを使用しても解が発散することはない。そのため収束までの時間が短い。このようにゲインを大きくすることができるのは、速度を使用したフィードバックの安定性によるものである。すなわち速度をフィードバックする場合は、円柱表面上の圧力をフィードバックするよりも安定性が高い。これは、観測する対象となる流れ場と推定値の流れ場の誤差が大きい場所が円柱後方に存在し、その場所の誤差を小さくするように推定の方程式中の体積力が作用していることが理由であると考えられる。円柱表面の圧力をフィードバックした状態推定では、観測する対象の流れ場と推定値の流れ場の誤差が小さいため、ゲインを大きくしすぎると誤差を減少する以上に、体積力が過剰な補正をしてしまい、流れ場の支配方程式を満たせなくなっていることが想定される。一方で円柱後方を観測した場合には、誤差の大きな場所に体積力を与えられるために、ゲインを大きくした場合でも、すぐさま誤差が減少することにより安定した推定が可能となっている。これに加え、円柱後方にかかる体積力は入力であるジェットと干渉することはない。これは言い換えると、円柱後方の速度の方が表面の圧力よりも流れ場の状態をよく表しており、状態推定には適した状態量であると言える。このように観測する状態量を適切に選択することで、状態推定の効果を高めることが可能である。

この特性は観測点を減少させても変化することがないはずであるので、図 4.8 に示したように円柱後方の2点を観測した場合でも同様の結果となることが想定される。そこで、この時の状態推定の結果である、観測対象と推定値の横力の差分を以下の図 4.12 に示す。

この結果を見ると、円柱後方の2点の速度を使用した状態推定では、円柱表面の圧力を用いたケースに比べて収束までの時間は同程度であるが、定常偏差が残ってしまうことがわかる。

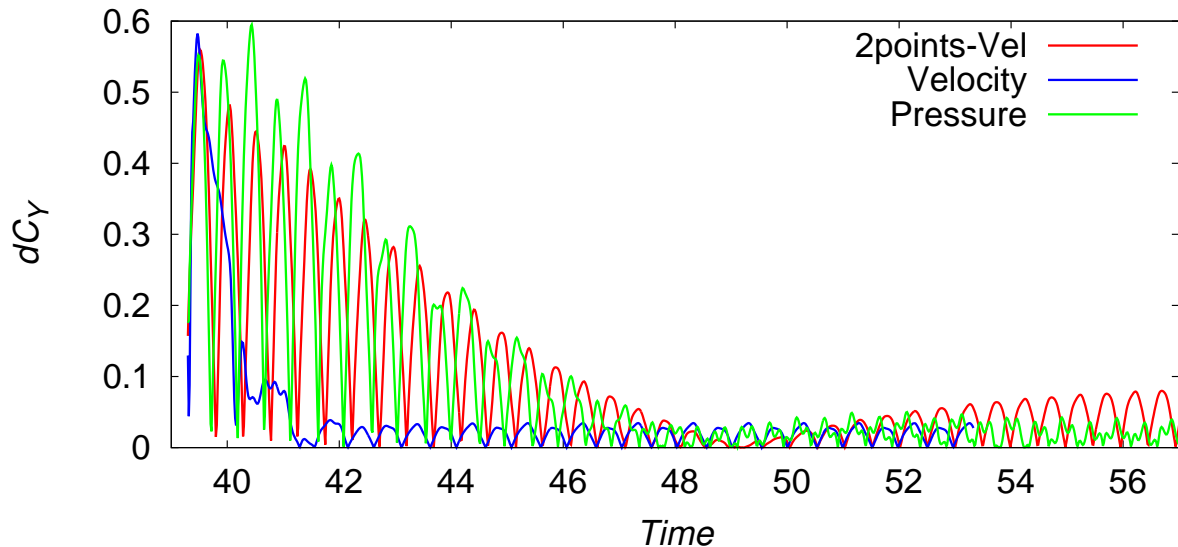


図 4.12 2 点の速度を使用した状態推定における推定対象との横力の差の時間変化

領域内の速度を全て観測できるとした場合に比べると、収束までにかかる時間は大きくなり、10 周期程度になる。このように、使用できる速度の観測値が制限されることで状態推定の性能は低下してしまう。観測する点が減少する場合には、体積力を加える領域内部にて 1 つの観測点を使用したフィードバックを行うため、観測点から離れた場所では体積力による補正値が誤差を持つこととなる。そのため、領域内部で速度分布を観測できる場合に比べると最終的な誤差が大きくなる。しかし上述したように、位相に関する誤差は円柱近傍の値を利用する場合に比べて小さくなる。

次に、観測点の数に対する状態推定結果の相関を調べるために、観測点を 4 点にした場合の結果を議論する。図 4.14 に図 4.13 で示すように上記の場合と同じ領域内で観測点を 4 点に増やした場合の結果を、図 4.16 には図 4.15 に示すように体積力を加える領域自体を大きくした場合の結果を示す。まず図 4.13 を見ると、2 点の速度を使用した場合とほぼ同等の収束時間となっている。しかし、収束後の横力の差分は 2 点の速度を使用した場合と比較して小さい値となっている。これは 2 点の速度をフィードバックするよりも 4 点の速度をフィードバックしたほうがより流れ場を再現することができ、最終的な流れ場の差分を小さくすることができるためである。一方で図 4.16 を見ると、体積力を加える領域自体が大きくなれば、その分収束までの時間が短くなることわかる。この時の収束時間は、図 4.7 に示した流域内の速度分布を使用した状態推定と同等の値となっている。このように、観測点の数を適切に増やすことで状態推定の性能は大きく変化する。

以上の結果をまとめると、円柱後方の速度を観測した状態推定は円柱表面上の圧力を観測した場合の推定と比較して、位相誤差が小さくなる上に収束するまでの時間を短縮することができる。しかし観測点の数が少ない場合には、ある領域内部で速度の観測点を増やすよりも体積

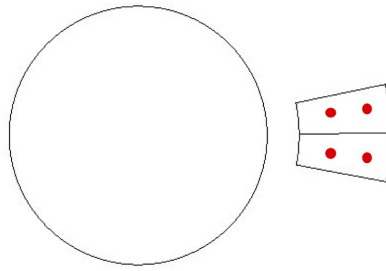


図 4.13 4点の速度を使用する場合の観測点

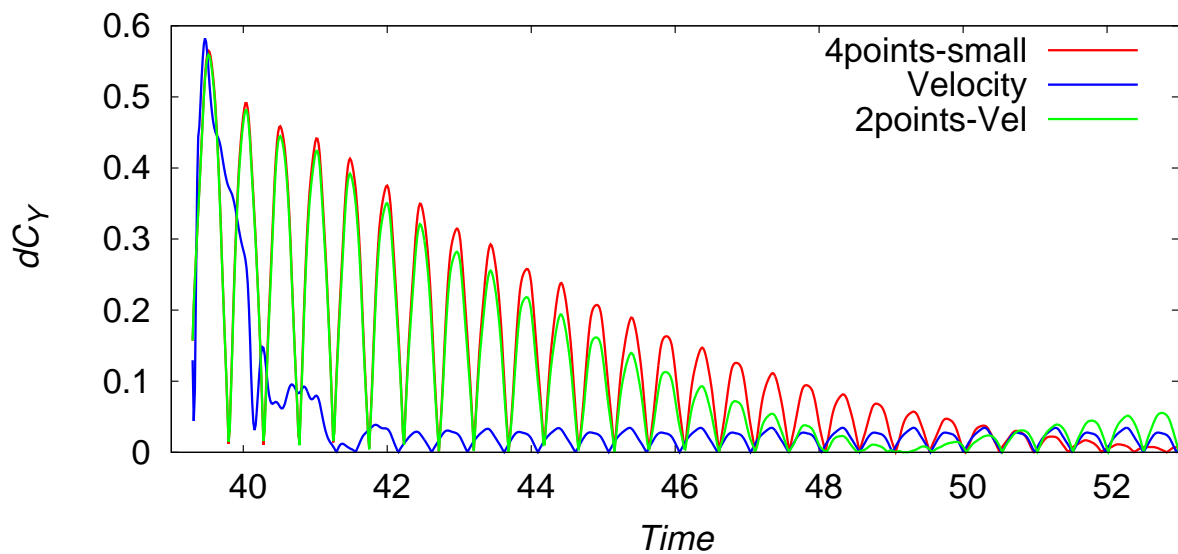


図 4.14 領域内部の速度観測点を4点にした場合の横力推定値の時間変化

力を加える領域自体を大きくする方が効果的である。ここで注意すべきは、ここまでの議論は状態推定についてのみの議論であり、どの推定手法を最適制御と組み合わせれば良いかは直接的に結論づけることができないということである。実機に制御システムを実装することを考慮した場合、上述したように観測はできるだけ簡単に行えることが望ましい。領域内部のすべての速度分布を観測することができれば、精度の良い状態推定が可能ではあるが、空間の速度分布を観測することは簡単には実行できないため、4点のみ、2点のみのように観測点が少なければ少ないほど良い。しかし、制御システムがどの程度の誤差を許容できるのかは実際に計算を行って議論する必要がある。結果として領域内部のすべての速度分布を観測することが必要となることも考えられるが、少ない観測点でも十分に制御できる可能性があり、同様に円柱表面の圧力分布が観測できれば十分である可能性もある。そのため、状態推定の収束時間が最適制御にどのように影響するのかは次章で議論することとし、この章ではそれぞれの状態推定の

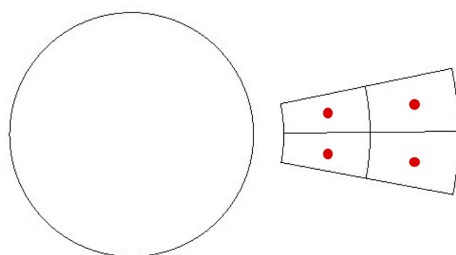


図 4.15 4点の速度を使用する場合の体積力を加える領域と観測点

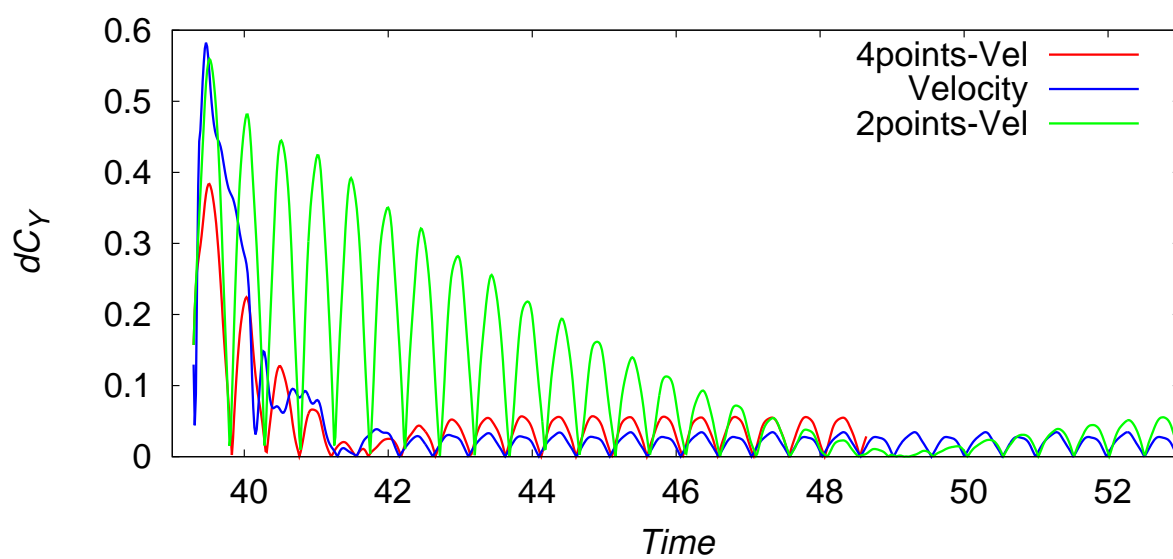


図 4.16 領域を拡大した場合に 4点の速度を使用した横力推定値の時間変化

収束時間および位相誤差の違いについてのみ議論した。

第5章

流体のフィードバック制御システムの解析

5.1 物理的に実行可能なモデル予測制御

この節ではこの章で述べた最適制御と状態推定を組み合わせたモデル予測制御の理論について述べる。まず、最適制御と状態推定を組み合わせた制御システム概念図を図5.1に示す。まず最初に図5.1の左上、区間 T_i から T_0 に示したように、流れ場に対して状態推定を行うこ

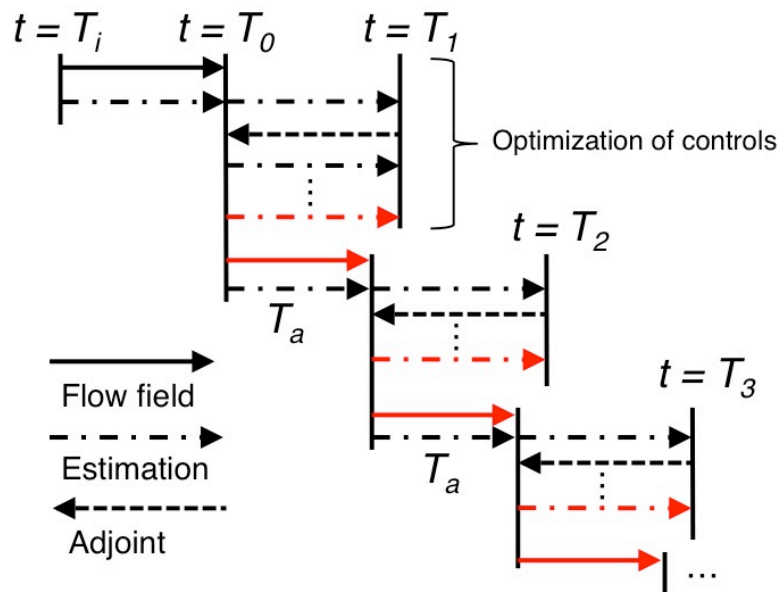


図 5.1 最適制御システムによる制御手順

とで流れ場全点の推定値を求める。序論でも述べたように状態推定の精度は制御の性能に大きな影響を与えるため、この区間で高精度に推定を行うことが非常に重要である。次に時刻 T_0 の時点で制御を開始するため、この時点での状態推定値を元に時刻 T_1 までの流れ場を数値計

算により求める。この T_1 は最小にしたい目的関数がどの程度まで低下するのかを考慮して決定する必要がある。あまりに T_1 の値が小さいと目的関数を十分に減少させることができず、またこの値が大きすぎると推定誤差により最適制御の性能が低下してしまう。したがって、 T_1 は目的関数の減少が収束する最も短い時間間隔に設定することが望ましい。本研究では、3章で議論した時間の短い最適制御がこの時間間隔に該当するため、本章ではこの値を採用する。

次に、数値計算により得られた流れ場の状態量を利用して T_1 から T_0 に向けて随伴方程式を解くことで Hamiltonian の勾配を求め、入力を更新する。これを繰り返すことで勾配法により T_0 から T_1 までの最適入力を得る。この入力を T_0 時点での制御対象となる流れ場に設置されたアクチュエータに投入し流れ場を制御する。これに加えて、最適入力と制御対象となる流れ場の観測値をもとに最適制御された流れ場の推定を行う。この推定によって、初期値の誤差によって生じる性能の低下の影響を受けた制御対象となる流れ場の状態量を推定する。以上の手続きを繰り返すことで実際の流れ場に対してのモデル予測制御を行う。この時モデル予測制御の重要な点の一つとして T_0 からの最適制御は T_1 までには行わずに、 $T_0 + T_a$ までの区間のみ制御し、次の最適制御の初期値を $T_0 + T_a$ とすることに注意しなくてはならない。この T_a の区間を適切に設定することにより、推定値の誤差の影響を小さくすることができる。例えば T_a の区間を短くとることにより、最適入力は T_1 までの未来の値を使用して得られるが、その入力の誤差が拡大する前に次の最適制御区間に移るので、最適入力の誤差を小さくした上で制御の性能を高めることができる。しかしあまりに T_a を小さく取りすぎると、制御入力の計算時間が増大してしまうため実現困難となってしまう。この T_a に関しては問題ごとに適切な値が考えられ、また求められる制御性能によっても適切な値が変化すると考えられる。そこでこの値に対しても幾つかのケースを計算し、何らかの指針を与えることが必要である。

5.2 状態推定結果を用いた最適制御とその誤差解析

ここで状態推定値を用いた最適制御の手順をもう一度確認する。まず最初に制御対象となる円柱周りの流れ場において、何らかのセンサにより円柱表面の圧力が観測可能であると仮定する。この流れ場に対して状態推定を行うと、結果として流れ場全体の状態推定値が得られる。この状態推定結果を初期値として数値計算により流れ場を計算し、この値を元に最適入力を求める。求められた最適入力を元の流れ場のアクチュエータに投入し、流れ場を制御する。今回の研究では、最適制御を開始する時点では十分に状態推定が行われており、その時点から制御を開始することを想定している。もちろん現実の問題では様々なケースが想定され、制御開始前に十分な推定を行う時間がない場合も考えられるが、状態推定と最適制御を組み合わせたシステムの誤差を議論するために問題を単純化する必要があり、このような仮定を行った。

この結果として得られる、状態推定値を利用することで最適制御を行った結果を図 5.2 に示す。図中に緑色の線で示したものが、状態推定値を用いて計算した最適入力により、計算上で低下する横力である。もしも推定値に誤差がなければ、実際の流れ場においても横力がこの値

まで減少する。一方で図中に赤色の線で示したものが、計算により得られた最適入力を制御対象となる流れ場のジェットに投入した結果として得られる横力である。この結果を見ると、推定値における計算上の横力の減少と実際の流れ場の横力の減少量には差があることがわかる。この減少量の差は状態推定値と実際の流れ場との間にある誤差に起因する。この誤差が大きくなると最適制御の性能が低下してしまうため、状態推定には制御を破綻させないだけの精度が要求される。

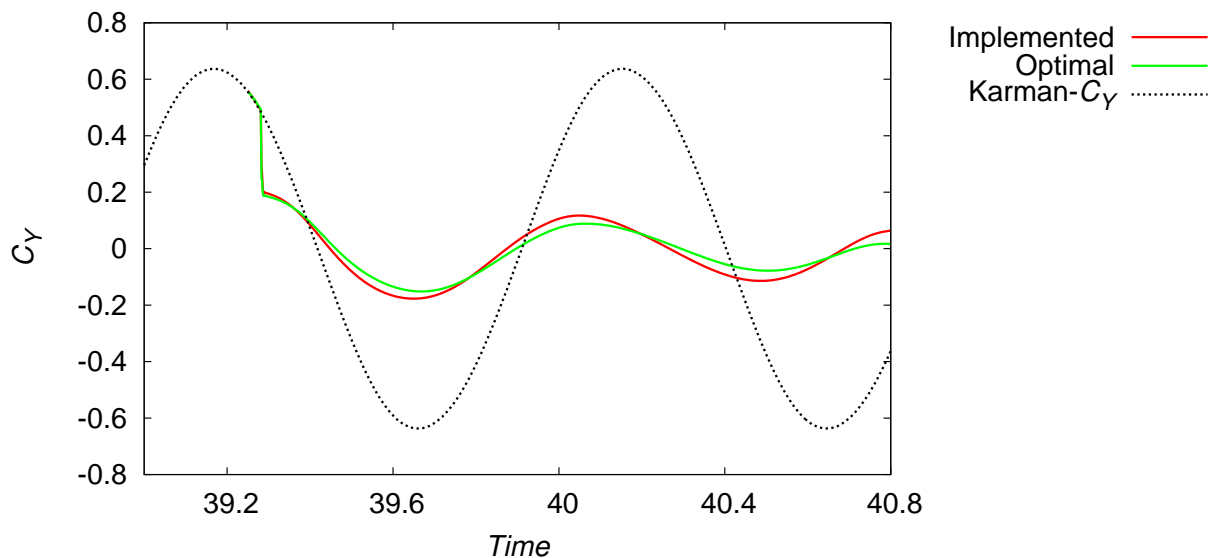


図 5.2 状態推定値を用いた最適制御による横力の変化

次にこの最適入力を投入した流れ場を状態推定によって推定する。つまり、図 5.2 に緑色の線で示した横力を発生する流れ場を 4 章の手法により推定する。上述したように、最適制御を継続的に行うためには最適入力に従うジェットにより制御された流れ場を推定し、次の最適入力を計算するための初期条件となる推定値を求める必要がある。図 5.3 に最適入力により制御された流れ場と、その状態推定値を示す。この図において状態推定値の誤差は、初期条件の誤差よりも大きくなっている。制御開始前の誤差は 10^{-2} 程度であるのに対し、最適制御が行われると誤差が 10^{-1} 程度まで大きくなる。推定値の時間変化に注目すると、最適制御を開始する前と比較して位相誤差も大きくなっている。これらの誤差は最終的にも 0 にはならず、推定を行っている期間内で十分に減少させることができていない。状態推定の章でも述べたように推定にはある程度の周期を必要とし、ジェットが存在する場合の推定は収束までの時間が大きくなってしまふことが原因である。

次に円柱後方の速度が観測可能であったと仮定した場合の結果について議論する。4 章でも議論したように速度を観測することで状態推定の精度を高めることが可能であるが、実機における速度の観測は圧力の観測に比べて制限が多いため、どの点の速度を観測可能とするかが問題となる。すでに議論したように観測点が少なければ少ないほど実機への適用が容易であるた

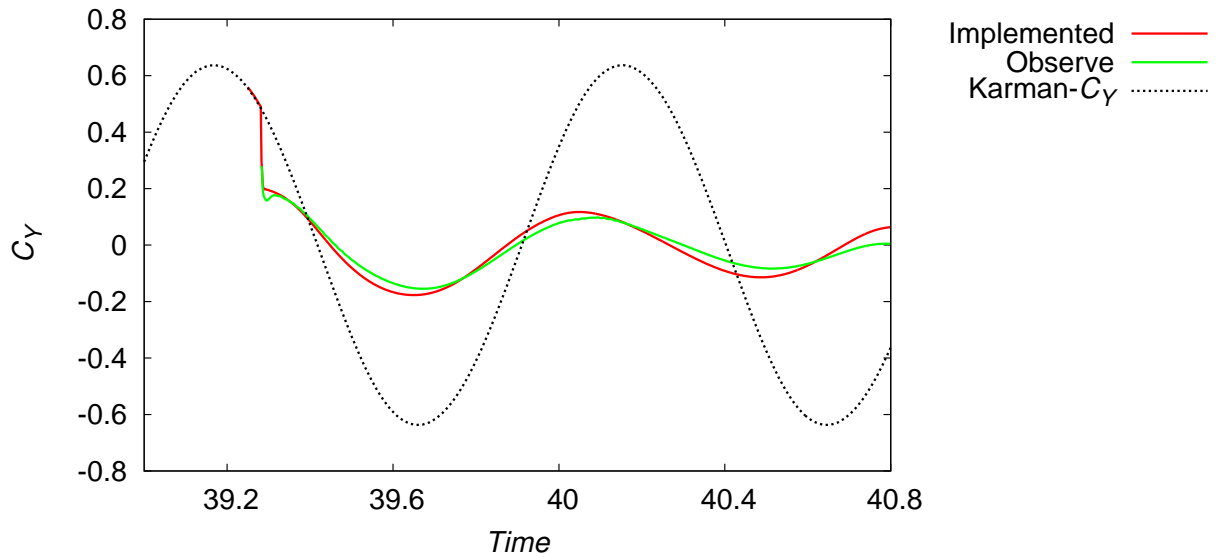


図 5.3 制御対象となる流れ場の横力と円柱表面の圧力を観測した場合の状態推定値

め、まずは円柱後方の2点の速度が観測可能であると仮定する。この時、最適制御の開始時点の状態推定値は図 5.2 の場合と同じ値を使用する。上述したように、今回の研究では制御開始前に十分に状態推定を行う時間が存在すると仮定しているため、同じ初期条件にて計算を実施した。つまり速度を利用した状態推定を行う場合も、1度目の制御は同じ入力を使用する。そのため、最初の制御結果は図 5.2 と同様のものであり、この流れ場を状態推定により推定する。この時の推定結果を図 5.4 に示す。

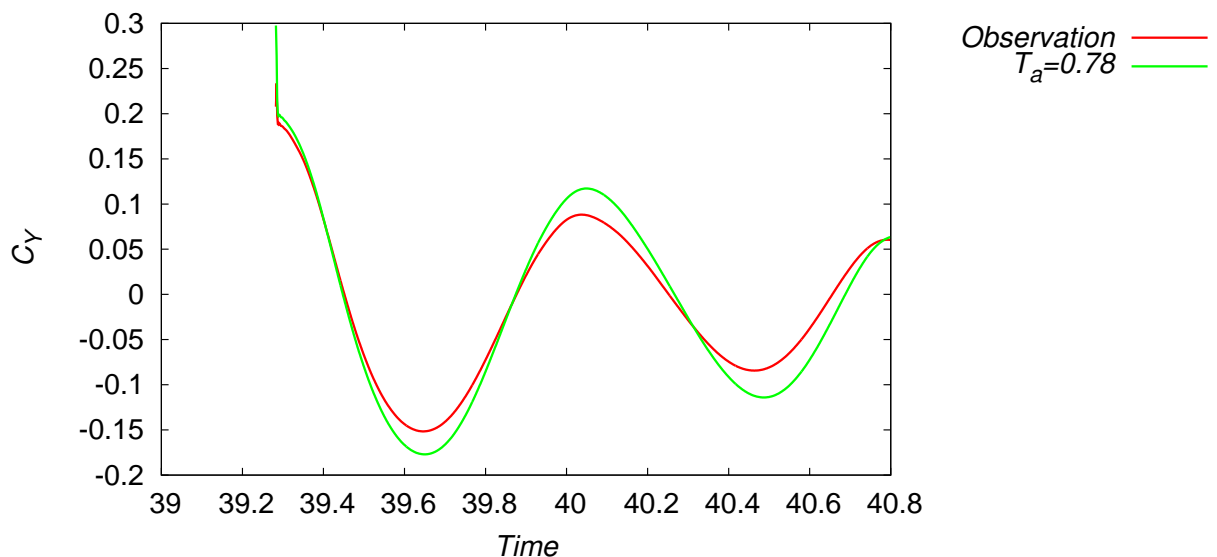


図 5.4 円柱後方の速度を観測した場合における状態推定値の時間変化

この図を見ると、時間とともに推定値が推定対象となる流れ場の横力に近づいていくことがわかる。最終的な値を比較すると、その誤差はほぼ0である。この値を表面上圧力を観測した場合での状態推定と比較するため、図5.5に横軸に時間を取り、縦軸に推定対象となる流れ場の値と推定値との誤差を示す。

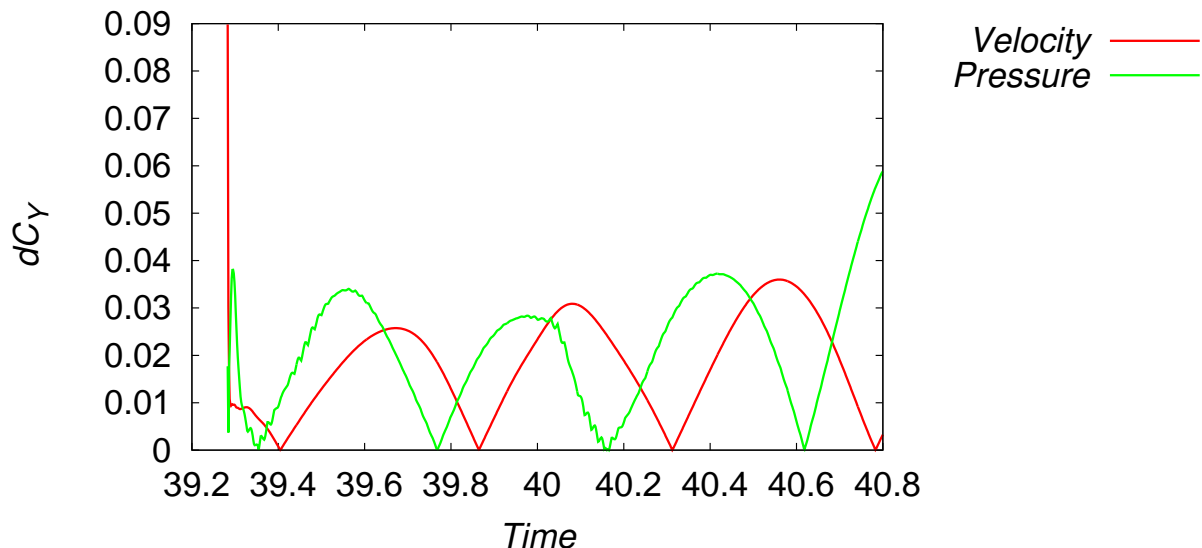


図 5.5 各観測値における推定値の誤差比較

図中の赤色の線が円柱後方の速度を観測した場合における状態推定の誤差を示し、緑色の線が円柱表面の圧力を観測した場合における状態推定の誤差を示す。この図を見ると、推定値の誤差には3つのピークがあり、2番目のピークは観測値によらずほぼ同等である。しかし、それ以外の値においては速度を観測した場合の方が誤差が小さい。さらに図5.3とこの図の結果から、円柱表面圧力を観測した場合に比べて速度を観測した場合は、ピークの時刻がずれているため位相誤差も小さくなっていることがわかる。すでに4章でも述べたように今回の推定対象となるカルマン渦において、物理現象を特徴づけている渦列の周期を推定することが重要となる。ジェットにより制御された条件においても、円柱後方の速度を観測することにより周期を適切に推定し、位相誤差を小さくすることが可能となる。

以上に示したように、最適制御システムにおいては円柱後方の2点の速度を観測した場合の推定の方が誤差を小さくすることができる。2点の速度を観測した場合と円柱表面圧力を観測した場合について、4章での比較では推定値が収束するまでの時間に大きな差が見られなかったが、ジェットが存在する場合においては図5.5に示すような差が生じる。つまり最適入力が入力された流れ場を推定する場合は、推定値の収束までの時間に差が生じているということである。3章および4章で議論したように、最適入力に従うジェットにより制御された流れ場ではカルマン渦による非対称性が抑制されていく過程で、その周期が変化していく。このような場合、円柱表面上の圧力のみを観測するだけではその周期を推定することが難し

い。一方で、円柱後方の速度はカルマン渦の変化を直接表す物理量であり、速度を観測することはカルマン渦の周期を観測することに他ならない。したがって、ジェットにより最適制御されその周期が変化していくような流れ場では、速度を観測することで精度を高めることができ、結果として最適制御による制御効果も向上する。この知見は、気象分野などの一般的な流れ場の状態推定に共通しており、適切な観測値を選択することは非常に重要である。

この節では状態推定と最適制御の組み合わせによる制御結果の変化について議論したが、実機にて制御を行う場合は横力の大きさを定常状態にする必要がある。そこで次節にて、本節で議論した最適制御と状態推定のループを繰り返し、モデル予測制御による物理的に実行可能な流れ場の最適制御結果について議論する。

5.3 状態推定結果を用いたモデル予測制御の性能解析

この節では本研究の最終的な目的である制御システムの議論を行うため、前の節で議論した最適制御を繰り返すことで、継続的に流れ場を最適制御した場合の結果を示す。ここで先ほど示した状態推定を含むモデル予測制御の概念図 5.1 をもう一度確認する。この図の中で自由度のある時間パラメータは制御の終端時間だけでなく、計算により求めた最適入力を投入し、次の最適入力を計算するまでの時間 T_a も該当する。このパラメータを小さくすることで、制御の繰り返しにより発生する誤差を小さくすることができるが、同時に計算量も増大してしまう。実機に適用する場合には、このパラメータは問題ごとに適切な値に設定する必要がある。今回の研究ではまず最初に、抑制された横力がどの程度の大きさに収束するのかを確認し、最適制御と状態推定を組み合わせた際の結果を議論する必要がある。そこでまず T_a を 3 章の結果と比較できる程度の大きさに設定した制御を行うことが要求される。そのため、 $T_a = 1.4$ として、モデル予測制御を行った場合の結果について示す。なおこのパラメータはカルマン渦の周期で正規化されているため、カルマン渦の周期の 1.4 倍の時間である。図 5.6 には $T_a = 1.4$ とした場合において円柱表面の圧力を観測可能と仮定した場合のモデル予測制御により制御を試みた流れ場の横力を示す。

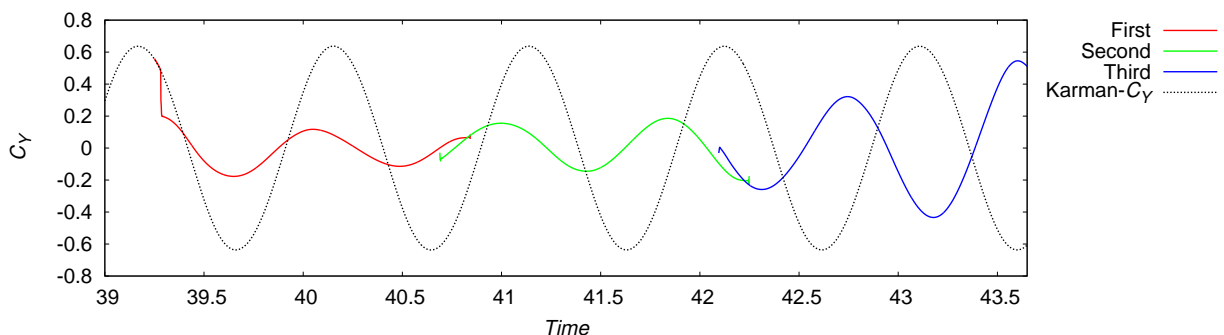


図 5.6 $T_a = 1.4$ の場合の最適制御による横力の変化

この図をみると、第1回目の最適制御では横力が大きく減少しているが、最適制御を繰り返すに連れて横力が増幅していってしまうことがわかる。特に3回目の制御では大きく横力が増幅しており、制御が失敗している。この制御結果は3章で示した、流れ場の全状態量が観測できる場合の結果と大きく異なっている。これはすなわち、実際の流れ場の状態量に対して状態推定値が誤差を持っていることが原因である。そこでこの制御システムの状態推定結果を図5.7に、その推定値を用いて計算された最適制御によってどの程度の横力抑制が行われるはずであったのかを示した、状態推定値上での横力の抑制結果を図5.8に示す。

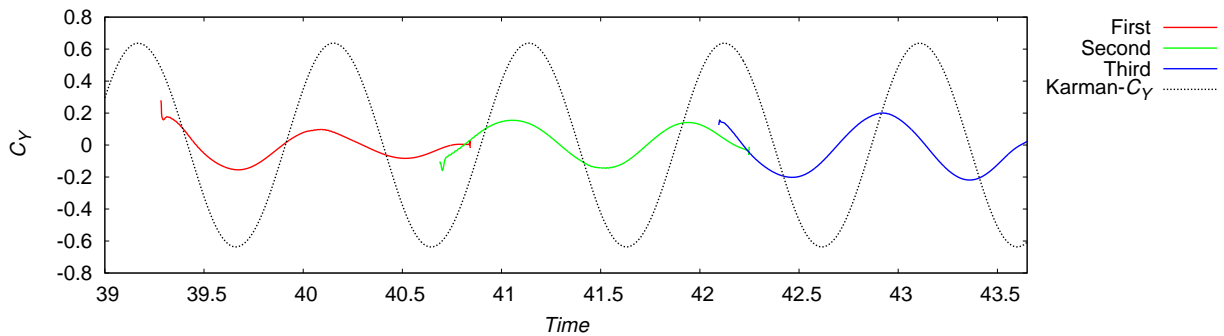


図 5.7 $T_a = 1.4$ の場合の横力の推定値の変化

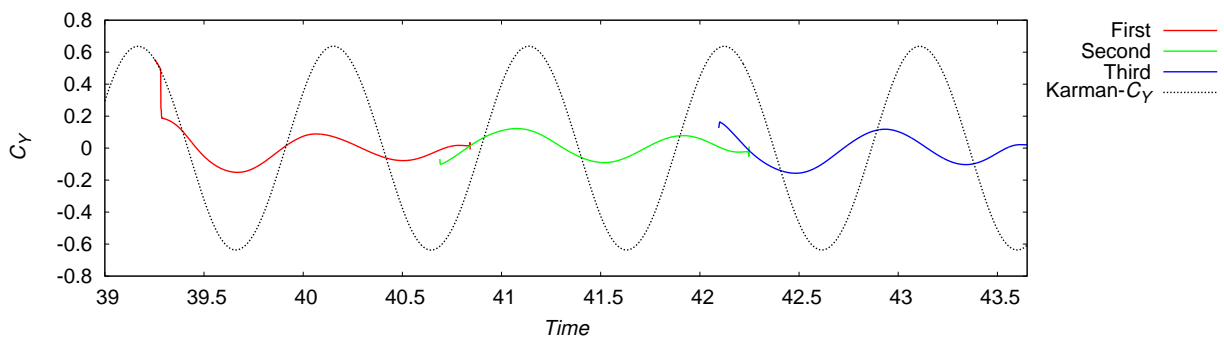


図 5.8 $T_a = 1.4$ の場合の状態推定値における最適制御

この図5.8をみると、状態推定値における横力は3回の制御とも大きく減少していることがわかる。一方で状態推定の結果と実際の流れ場を比較すると、その値は大きな誤差を持っている。この誤差により、本来であれば図5.8の値まで横力を減少させる予定だった最適入力は、誤差によって図のように横力を減少させることができない。つまり前節での計算結果により明らかになった、ジェットが存在する場合での円柱表面圧力を観測した状態推定において発生する誤差により、状態推定と最適制御を組み合わせると制御が不可能となることが明らかとなった。

このように円柱表面上の圧力を観測するような最適制御システムでは横力を抑制し続けるこ

とはできない。前節で述べたように、状態推定によって制御実行中に制御対象と推定値との誤差を減少させることができないため、横力を抑制できなくなってしまう。したがって、最適制御システムにより横力の抑制を実現するためにはより精度の高い状態推定が必要となる。状態推定の精度を高めるには、4章で議論したように観測値を変更するか、推定手法自体を変更する必要がある。

この時、4章で議論したように円柱から離れた位置での状態量観測は既存の観測技術の高度化が必要不可欠であり、現在の技術のみで物理的に実行可能な制御システムを構築するという観点から考えれば、円柱近傍の値を観測することが望ましい。そこでまず4章の場合と同様に、状態量を変化させることによる制御の可能性を検討するため、円柱表面の圧力に加えて円柱近傍の速度が観測できたと仮定する。円柱近傍の速度が完全に観測できたとして、円柱近傍の速度と圧力をフィードバックし最適制御を繰り返し行うと以下の図5.9のような結果となる。

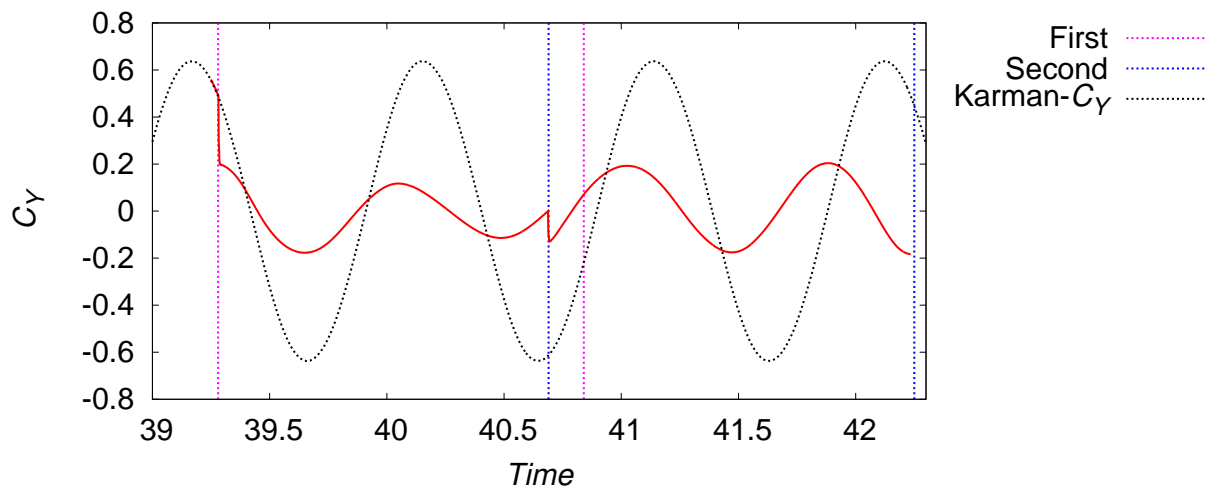


図 5.9 円柱近傍の速度を観測した場合の制御システムによる横力の抑制結果

この図では最適制御が2回繰り返されており、1回目の制御結果に比べて2回目の制御結果では横力が増加している。さらに、2回目の横力は時間とともに0.01オーダーではあるが増加していることがわかる。この結果は円柱表面の圧力を観測した場合と同様で、この後制御を繰り返すと横力が抑制不可能となる。横力が抑制不可能となるということは推定誤差が増大しているということであり、この時点で減少するはずの横力が増加していることから、すでに推定誤差は大きな値となっていることが想定される。そこで、このケースにおいて状態推定と実際の流れ場にて発生する横力の誤差を図5.10に示す。

この図には円柱表面の圧力を観測した場合の状態推定における誤差を赤色の実線で、そして円柱近傍の速度と圧力を観測した場合の推定誤差を緑色の実線にてそれぞれの時間変化を示している。円柱近傍速度と表面圧力を観測した場合の推定誤差を比較すると、圧力のみを観測した場合に比べて誤差の周期的なピーク位置は右側に移動し、円柱後方の速度を観測した場合の

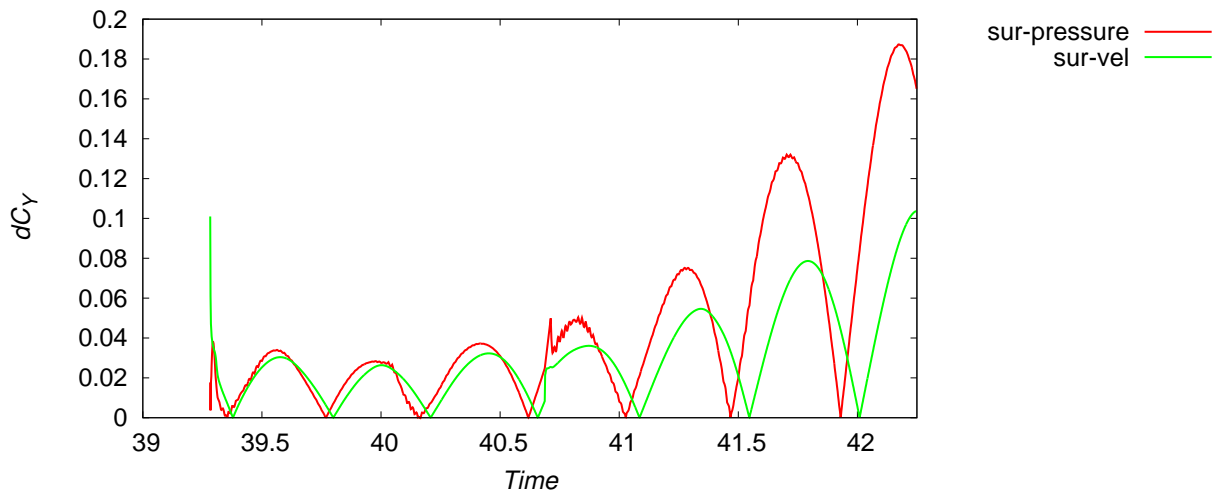


図 5.10 円柱近傍の速度を観測した場合の制御システムの推定誤差

結果に近づいている。この時、表面圧力を観測した場合の推定結果は約 0.2 まで誤差が増大しており、結果として制御が不可能となることを上述した。円柱近傍の速度を観測した場合についても、最終的には推定誤差が 0.1 程度まで増大してしまっており、横力の時間変化を示した図 5.9 の時点ですでに横力の抑制が不可能なほど推定誤差が増大している。

円柱に発生する横力は周期的に変化するため推定値も周期的に変化し、この 2 つの値が交差する時点で誤差が 0 となる。また周期的なピークの位置はそれぞれの横力の値が最も大きな誤差を持つ位置を表す。したがって周期的なピークの位置が異なるということは位相誤差の変化を表しており、4 章での結果として得られたように近傍速度を観測したケースの精度の方が高いことを考慮すると、右側にずれる方が精度が高くなることを示している。つまり、位相誤差は表面の圧力を観測した場合と比較して減少するものの、最適制御を行うためには不十分であるということがわかる。4 章の結果とこの結果から、円柱近傍の状態量は圧力、速度ともにカルマン渦の周期を適切に表しておらず、仮に観測できたとしても最適制御を行うために十分な精度が得られないということがわかった。

次に推定手法を変更することによる高精度化を期待し、4 章で議論した微分要素を付け加えた状態推定を使用した最適制御を行う。微分要素を付け加えた状態推定手法により推定された横力と推定対象となる横力の誤差を以下の図 5.11 に示す。この図には円柱近傍の速度と圧力を観測した場合の推定誤差、そして PD 要素による推定の誤差を示している。図中に示した PD 要素による状態推定は、近傍速度をフィードバックした場合と大きな差はなく最終的には誤差が 0.3 程度まで拡大してしまっている。この結果から想定されるように、この手法による状態推定を使用した最適制御では横力を抑制することができず、最終的にカルマン渦と同程度の大きさとなってしまふ。

このように、物理的に実行可能な最適制御システムを構築するためには状態推定が不可欠で

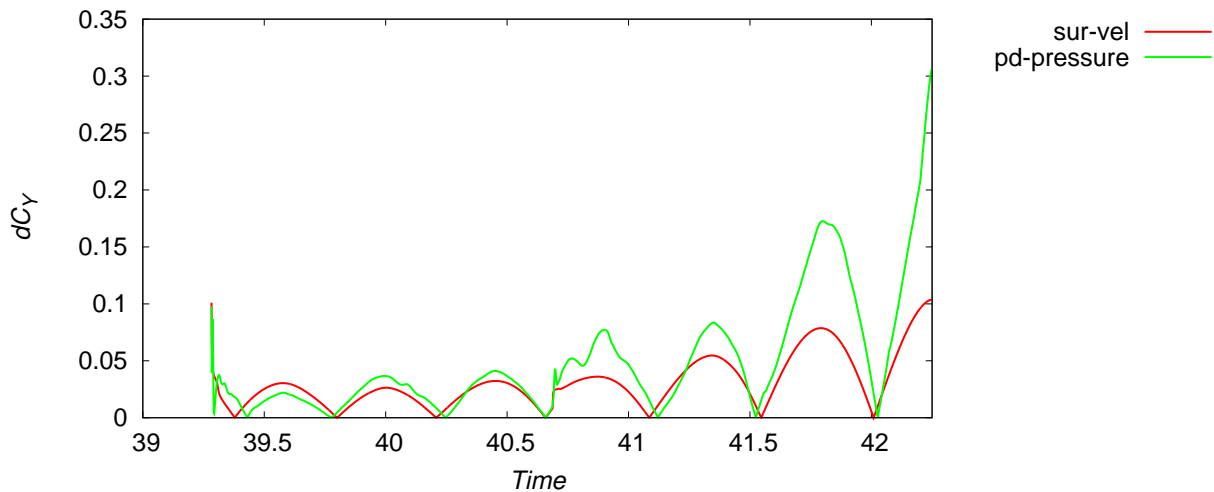


図 5.11 状態推定式に微分要素を追加した場合の制御システムの推定誤差

あり，現在の技術で最も容易に実現が可能であるのは円柱表面もしくは近傍の物理量を観測することであるが，本研究で取り上げた状態推定手法では円柱に発生する横力を抑制することはできなかった．以上のことをまとめると，円柱近傍の状態量を観測する最適制御システムでは位相誤差を小さくすることができず，横力を制御することができない．一方で4章および前節の結果を踏まえると，円柱後方の速度を観測した場合に，たとえ2点程度の速度情報でも位相誤差を小さくすることができていた．そこで前節同様，実機に適用することを踏まえて，円柱後方の2点の速度が観測可能であったと仮定した場合のモデル予測制御の結果を図5.12に示す．

このモデル予測制御では，全時間において横力を一定の大きさ以下に抑制できていることがわかる．横力の大きさは，最終的な振幅の大きさで0.16である．カルマン渦における横力の大きさは0.68程度であり，およそ20%まで横力を減少させることができた．このように円柱表面圧力などの近傍の状態量を観測した場合には抑制できなかった横力を，円柱後方の速度を観測することにより抑制することができる．前節でも述べたように，速度を利用した状態推定は推定のための時間が短いにもかかわらず，圧力を観測した場合に比べて精度が高くなる．そして4章でも議論したように，二つの場合の推定結果を比較すると位相誤差が変化していることがわかる．円柱表面の圧力を観測した場合は位相誤差が0.15程度であったのに対して，円柱後方の速度を観測した場合は0.08程度である．つまり，速度を観測することでカルマン渦により発生する周期をより高精度に推定することができるため，圧力を観測する場合よりも精度が高くなることでモデル予測制御が可能となる．この時の推定誤差は図5.5に示したように，カルマン渦による横力のオーダーと比較して非常に小さな値であるが，3章のように状態量が完全に観測できたと仮定した場合と比較すると横力の値が大きい．したがってモデル予測制御を行う場合にはいかに精度の高い状態推定を行うかが重要となる．今回の問題のように，

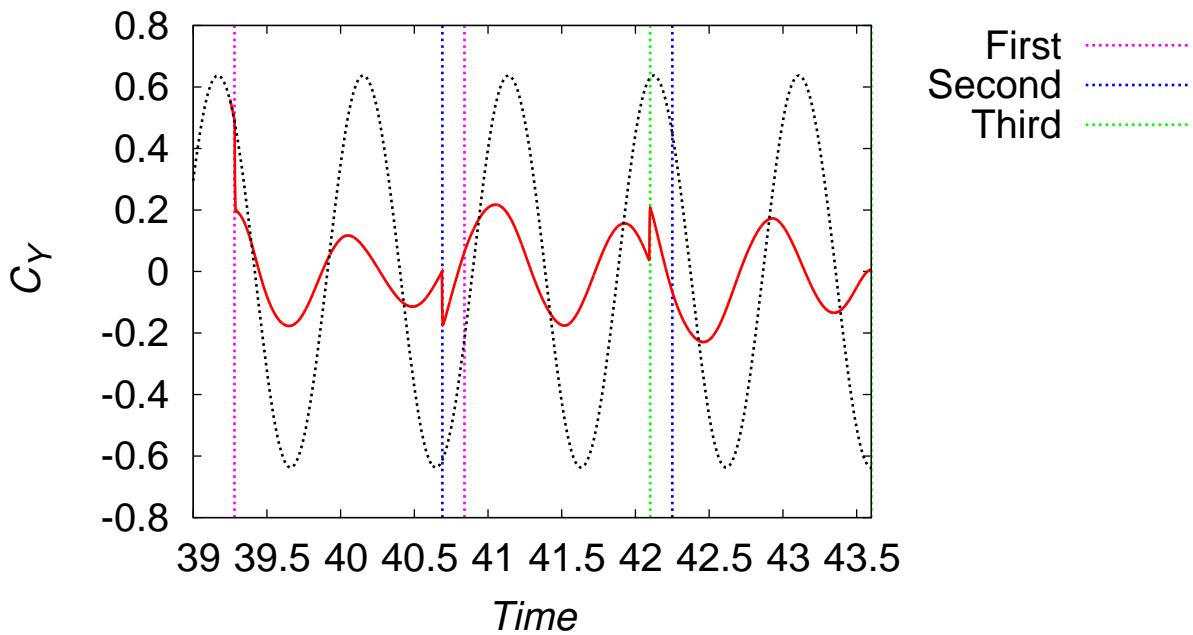
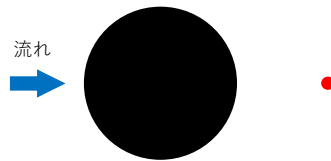


図 5.12 円柱後方の 2 点の速度を観測した場合における最適制御

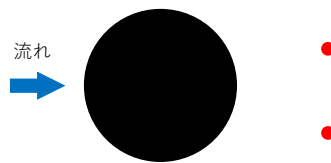
適切な観測値を設定することで状態推定の精度，ひいては制御が可能であるか不可能であるかが決定されるため，観測値の設定は非常に重要である。

以上のことから，本研究で構築した流れ場の最適制御システムによって横力を抑制するためには，円柱後方の速度を観測する必要があることが明らかとなった．これまでに議論を重ねてきたように，物体表面の物理量を観測することは容易であるが，物体後方の空間の物理量を観測することは難しい．しかし同時に，ドップラーライダーなどの観測技術が進歩することを踏まえれば，実現不可能な仮定ではない．したがって，将来的に円柱後方の速度を観測することができれば，円柱に発生する横力を抑制する最適制御が物理的に実行可能となる．今までの議論では観測を容易にするために，速度は 2 点のみ観測可能であると仮定してきた．一方でもしもドップラーライダーなどの技術が進歩すれば，観測点は 2 点に限らずより広い領域で速度を観測することができるだろう．その場合において，観測点の範囲を変化させると横力の減少量はどの程度変化するかを把握しておく必要がある．この関係について議論することができれば，制御目的を達成するにはどの程度の観測情報が必要となるのかという観測のゴールを示すことができる．加えて，モデル予測制御では制御システムのパラメータである T_a を変化させることにより制御性能を変化させることができる．すでに述べたように T_a を小さくすると，制御入力の計算量は増加するが，制御性能を向上させることができる．このパラメータに関しても，横力の抑制結果との関係について議論することにより，制御目的に合わせてどの程度の計算機能力が必要なのかという結果を示すことができる．この結果から将来，物理的に流れ場の最適制御を実行するにあたり必要となる計算機の能力に対する目標を示すことが可能で

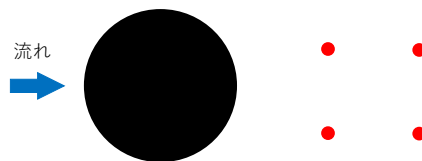
ある。そこで円柱後方の流れ場において、観測点を以下の図 5.13 のように変化させた場合について、 $T_a = 1.4$ の場合と $T_a = 0.78$ の2つのケースについて最適制御を行い議論する。



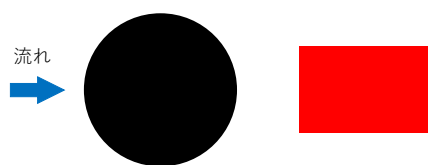
円柱後方の速度が1点観測できるケース



円柱後方の速度が2点観測できるケース



円柱後方の速度が4点観測できるケース



円柱後方の速度を領域内部で観測できるケース

図 5.13 円柱後方の空間上での速度観測点の変化

4章で議論した場合と同様、このように観測点を増加させればそれにしたがって状態推定の精度は向上していくはずである。そして結果として横力は理想的な抑制量に近づくと考えられる。また本章の冒頭で議論したように T_a を小さくすることにより、誤差が大きくなる前に次の制御入力を計算するため、より理想的な抑制が可能となる。これらのことを踏まえて、それ

それぞれのケースにおける最適制御の結果を以下の図 5.14 に示す。

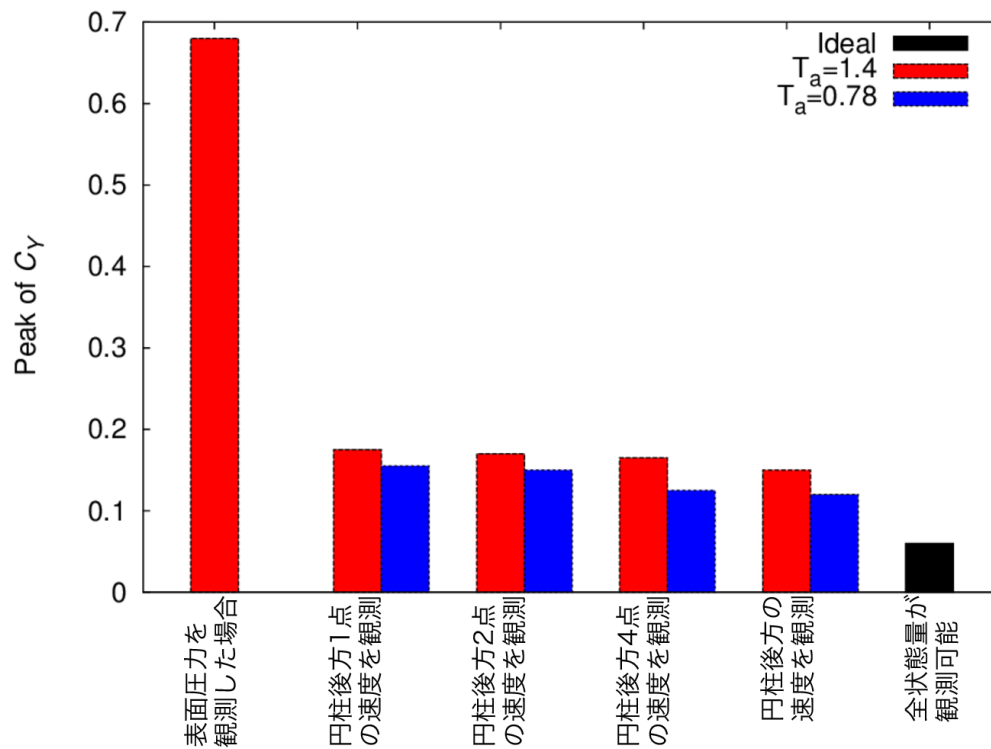


図 5.14 観測点および T_a を変化させた場合の横力の抑制値

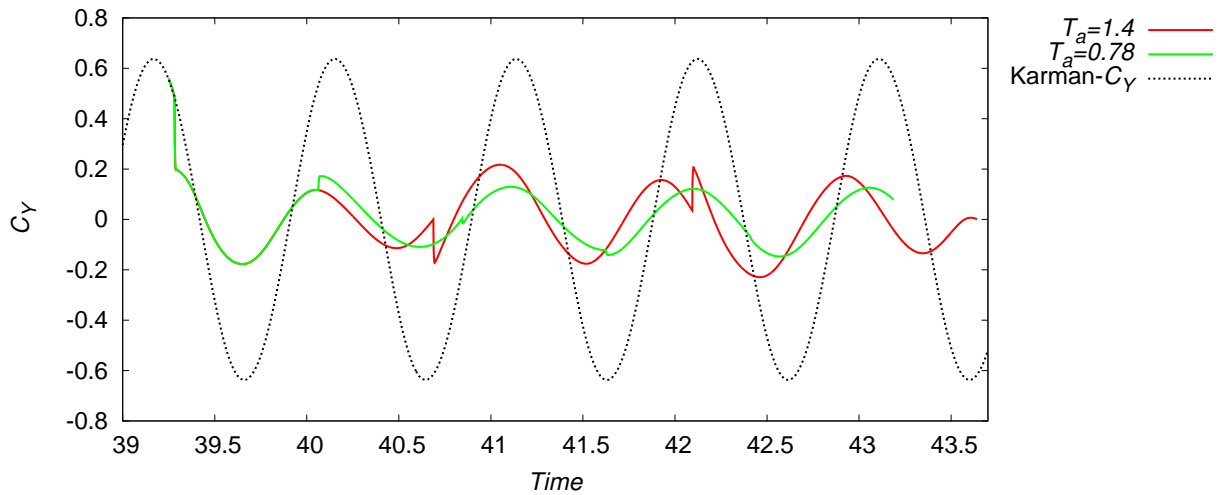
この図 5.14 は横軸にそれぞれのケースを、縦軸に抑制された横力の最終的なピークの絶対値をプロットしたものである。まず左側の表面圧力を観測したケースはカルマン渦の場合と同等の値となってしまふ。一方で右端に示した理想的なケースとは、状態量が全て既知であるとして状態推定を使用しない結果、つまり 3 章で議論したものである。次に円柱後方の速度を 1 点観測した結果を見てみると、観測点が 2 点の場合と同様に横力を抑制することはできている。加えて、円柱の横力の大きさもこの 2 つのケースにおいて同程度の値である。さらに観測点を 4 点に増やした結果を比較すると、横力の値は小さくなっているが観測点が少ないケースと比較するとほぼ同程度の大きさである。さらにこの結果に対して、速度のある領域内部で観測した場合を比較すると、ほぼ同等の値まで減少していることがわかる。これらのことをまとめると、観測点を増やすことで横力の抑制値が減少していくが、2 点観測した時点で十分に最小値に近づいている。つまり、円柱後方の速度は状態推定のために非常に重要な情報を含んでおり、1 点でも観測することができれば横力の抑制が可能となる。実機にこのシステムを搭載することを考えると、必要となる観測点の数は少なければ少ないほど良い。以上のことから、円柱に発生する横力の最適制御のためには、円柱後方の速度が最低でも 1 点観測されることが

望ましい。この条件さえ満たすことができれば、本研究で構築した物理的に実行可能な流体制御システムにより、円柱の横力は振幅を 0.17 程度まで減少させることが可能である。

この結果を用いて、将来的に実機にて流れ場を制御する場合には、序論でも述べたように計算機の能力が現在よりも発達していることが必要となる。これは、最適制御による制御入力の計算に多くの計算時間が必要となるからである。実機に適用する場合の具体的に必要となる計算時間に関しては、様々な要素を考慮する必要があるため、正確な議論を行うことが難しい。しかしある程度の理想化した条件であれば、定量的な評価を行うことは可能である。本研究はあくまで実機への適用を見据えた制御システムの構築が目的であるため、詳細な計算機能力への要求に関する議論を本論にて行うことは避ける。そこで計算機能力への要求の一例として、ある仮定のもと必要とされる計算機能力に関する定量的な議論を Appendix にて行う。

次に制御パラメータ T_a についての結果を比較する。図 5.14 からわかるように、全ての観測点のケースにおいて T_a が小さい場合の方が横力の大きさを小さくすることができている。以下の図 5.15 には、円柱後方の速度が 2 点観測できると仮定した場合の横力の時間変化をそれぞれの T_a について示した。この図からも、緑色の線で示した T_a が小さい場合の方が、赤色の線で示した T_a の大きい場合と比べて横力の最大値を小さくすることができる。これは先ほども述べたように、誤差が拡大する前に最適入力を計算し直すことで、誤差の拡大による制御性能の低下を防ぎ、横力を小さな値で保ち続けることができるからである。但しその減少量は観測点が増えるほど小さくなっていく。観測点が増えることにより推定誤差が小さくなっていくため、 T_a による効果が小さくなるのが原因である。本研究の条件においては T_a を小さくすることにより円柱後方の速度が 2 点観測できる場合に、横力の振幅を 0.15 程度にまで小さくすることができるが、観測点が多い場合には T_a の効果はあまり大きくない。しかし実機での制御において、 T_a の効果が大きくなるのは観測ノイズやその他の外乱により制御システムが誤差を持つ場合である。そのような場合は、誤差の拡大を防ぐために T_a を小さく設定することが重要となる。

最後に、流れ場全体の状態量が完全に観測できると仮定した理想的な最適制御の結果との差について議論する。ここまでの議論で、観測点を増やすことと T_a を小さくすることにより、状態推定の精度が向上し、理想的なケースに近づくことで横力の抑制値が小さくなることを示した。一方で理想的なケースにおいては 3 章で議論したように、そもそも制御の繰り返しをしていない。これは、推定誤差が 0 であるため制御入力の計算時間を大きくしたとしても、流れ場が計算した通りの挙動を示すためである。そのため真にこの値に近づくためには、推定誤差を小さくするとともに制御入力の計算時間及び T_a を逆に大きくする必要がある。だが本研究で示した状態推定は、現実の問題に対して非常に誤差の少ない状態にて計算されているにも関わらず、制御が不可能となるケースが存在する。例えば、表面の圧力を観測した場合のケースにおいては誤差が 0.01 オーダーであるにも関わらず最終的には横力が抑制できない。 T_a を大きく設定し、理想的な制御を行なうためにはこれ以上の精度が要求されるが、現実の問題においては誤差要因として非常に多くの要素が存在し、本研究での結果よりも性能が悪化すること

図 5.15 T_a を変化させた場合の横力の時間変化

が容易に想像できる。したがって実機において推定精度を十分に高めた上で T_a を大きくした理想的な最適制御を実行することは困難である。つまり、図 5.14 に示した速度をある領域にて観測した場合の制御結果は推定誤差が非常に小さく、実機において達成可能な最適解に近い値であると考えられる。同時に、円柱後方の速度が 1 点でも観測できれば本研究にて構築した制御システムを使用することで、この値と同程度の大きさであるカルマン渦の横力の 20% 程度まで横力を減少させることが可能である

第6章

結言

本研究では流れ場に対する最適制御を実施し、その効果を調べると共に実際の流れ場に最適制御を適用することを目指し物理的に実行可能な条件を考慮した上で、状態推定手法を組み合わせたモデル予測制御を行った。制御対象として、将来的にはロケットなどの3次元軸対称物体を制御することを想定し、単純化した流れ場である2次元の円柱に発生する横力の抑制について議論した。

まず最適制御の結果として円柱の横力を最大で10%程度まで低減することができた。この時ジェットの数を変化させることで減少させることのできる横力が変化することを定量的に確認した。さらに最適制御された流れ場を解析することで、流れ場のどの構造を制御することが横力を低減する上で重要なのかを明らかにした。これに加えて円柱周りの流れ場の最適制御では円柱表面上のジェットの位置によってそれぞれ役割があり、これらは剥離点近傍と円柱後方でそれぞれ制御すべき流れ場の構造が異なることを明らかにした。

次に最適制御の終端時間を変化させることで横力の減少に関する特性が変化することを示した。終端時間を長くすれば横力はある値に収束していくが、この時の収束する値は終端時間が短い場合でも同等の値であることを明らかにした。なお、この時の最適入力には終端時間が短い方がコストが大きくなる。

これらの結果を踏まえて、流れ場の状態量が全て明らかになっていると仮定した場合のモデル予測制御を行った。本研究で得られた結果としては、制御の終端時間を長くとした計算とモデル予測制御を比較するとモデル予測制御の性能が低くなる。これは制御に使用できる情報が少ないことが原因である。しかしモデル予測制御は実験環境において最適制御を行う場合には必要不可欠であり、この時にどれだけ性能が低下するのかを明らかにすることは重要である。

状態推定に関しては計測融合シミュレーションを用いて円柱周りのカルマン渦の推定を行った。流れ場にジェットがない場合の状態推定において状態推定値がどのような値に収束するかを明らかにした。さらに収束までにどれだけの周期がかかり、ゲインによってこの収束の過程が変化することを示した。これらに加えてジェットが存在する場合の状態推定を行い、ジェットがない場合に比べて収束後の値に加えて収束までの特性も変化することを明らかにした。こ

れらの変化は流れ場中のジェットと状態推定における体積力が干渉することが原因である。

この時、観測値として円柱表面上の圧力および円柱後方の速度を選択し、それぞれの結果について議論した。円柱表面上の圧力を観測した場合よりも円柱後方の速度を観測したほうが推定誤差の収束が早く、精度の高い推定が可能であった。速度の観測範囲を減少させると誤差は圧力を観測した場合の結果に近づいていくことがわかった。この結果に伴い、実機に対して物理的に実行可能な制御システムを構築する上で円柱後方の速度を観測することは現状では難しいが、ドップラーライダーなどの観測技術が発達することにより実現が可能であることについても議論した。

最後に物理的に実行可能な流体制御システムの構築に向けて、状態推定と最適制御を組み合わせたモデル予測制御を行った。圧力を観測する制御システムでは位相誤差のために横力の抑制が不可能であることを明らかにし、横力の値が時間変化とともに増大していくことを示した。一方で円柱後方の速度を観測することで、モデル予測制御により横力を抑制することが可能であることを示した。この2つの結果から、円柱の横力抑制に対して流体制御システムを適用する場合、位相誤差を減少させることが重要であることを示した。そこで、円柱近傍速度の観測やPD制御などを採用することで位相誤差を低減する試みも行ったが、横力を抑制することはできなかった。

この結果を踏まえて、実際の流れ場にこのシステムを適用する際、円柱後方の速度をどの程度観測すれば制御が可能となるのかを議論した。結果として速度が1点観測可能であれば、横力の大きさを20%程度まで減少可能であるとともに、観測点が増加すると横力がより減少することを示した。また状態推定を用いたモデル予測制御では制御の終端時間だけではなく、投入した制御入力を使用する時間長さ T_d にも自由度があり、この値を変化させることで推定誤差を低減させるとともに横力も減少することを示した。最終的に本研究で構築した制御システムにより、物理的に実行可能な仮定のもとで円柱の横力を減少させることに成功した。この仮定のうちの1つである、計算機的能力が非常に高いという仮定について、Appendixにて定量的に議論した結果、具体的には計算機的能力として現在の計算機のおよそ5000倍の能力が必要であることを示した。現在までの計算機能力の発達を考慮すると、過去10年間において計算機的能力は5000倍に向上しており、これからもこの発展が持続すると考えれば決して実現可能性の低い仮定ではないと考えられる。したがって、将来的には本研究で構築した流体の最適制御システムにより流れ場を制御することが可能であり、その際のマイルストーンとなる知見を得ることができた。

付録 A

Appendix A

A.1 流れ場の最適制御を物理的に実行するための計算機に対する要求

本論での議論にて，最適制御と状態推定を組み合わせた流れ場の最適制御システムを構築し，その制御性能に関して議論した．この結果として本研究で議論した2次元円柱に発生するカルマン渦による横力抑制に関しては一定の成果があることを確認した．さらにこの時，最適入力により制御された流れ場を解析することにより，得られた入力が最適である理由や，状態推定誤差を含む場合の最適制御の繰り返し時間の設定に関する知見について考察した．なお観測点に関しては円柱後方の速度を使用しており，この点については観測技術が高度化した場合に物理的に実行可能と仮定した．このような結果を踏まえて，この制御システムは時間変化する流れ場の制御に対して効果的であることを明らかにした．

今回構築した最適制御システムを物理的に実行可能とするためには，上述した観測技術に関する仮定の他にも，序論にて説明した通り計算機能力が進歩した場合と仮定しており，この点については定量的に議論していなかった．現在の計算機の性能では最適化の繰り返し計算や，流れ場の状態推定をリアルタイムで行うことが不可能であるため，このシステムをすぐさま実現象に対して適用することはできない．そのため将来的に計算機が発達した場合に，初めてこれらの知見を用いて流れ場の最適制御を物理的に実行可能となるが，それでは具体的に計算機の能力がどの程度まで発達すればよいのだろうか．この点に関して制御入力を投入する際の遅れを考慮した制御システムの横力抑制結果から考察する．

まず本論では，制御入力を流れ場のジェットに投入するために時間の遅れを考慮していない．つまり，制御開始と同時に制御入力が無限小の時間間隔で計算されることが求められている．しかしどんなに計算機能力が向上しても，無限小の時間間隔での流れ場の計算，特に最適制御の繰り返し計算を行うことは現実的ではない．現実では最適入力を計算している間にも，流れ場が時間変化してしまうと考えるのが妥当である．もしも投入が大きく遅れてしまえば，その入力はもはや最適入力ではなくなり，横力の抑制は不可能となるだろう．一方で有限な長

さの制御入力の投入遅れ時間を考慮し、最適入力を遅れ時間以内に計算した後にこの入力の流れ場に投入し最適制御を行うことができれば、遅れ時間以内に計算が可能な能力を持った計算機が存在すれば、本研究で構築した制御システムを物理的に実行可能である。そこで、本論と同様に最適入力を計算するが、あえてその入力の投入時間を遅らせることにより、遅れ時間が存在した場合でも制御が可能であるのかどうかを議論する。

本研究の計算条件において、カルマン渦の周期を数値計算におけるステップ数で表すと 6400step である。この時、制御入力の投入遅れが 100step、つまりカルマン渦の周期に対して $1/64$ だけ投入が遅れたとする。この条件における制御結果を図 A.1 に示す。なお、観測点として円柱後方の 2 点の速度が観測可能と仮定している。

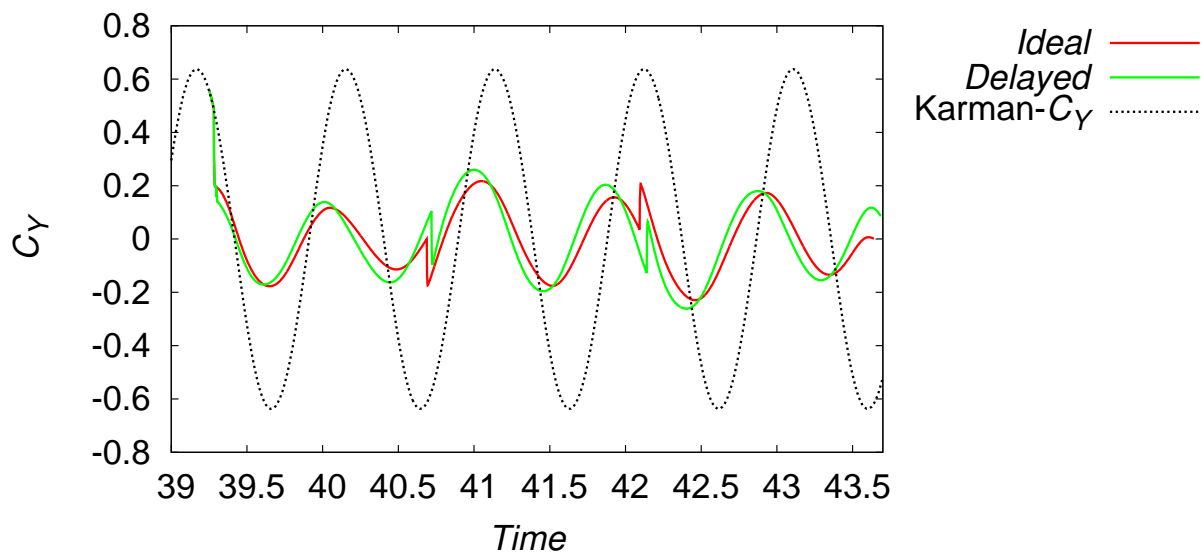


図 A.1 制御遅れが存在する場合の最適制御による横力の減少

この図を見ると、入力の投入遅れがない場合に比べて横力が多少増加しているが、ほぼ同じ大きさに抑制することができている。つまり、 $1/64$ 周期以内に制御入力を計算可能な計算機があれば、この制御システムを実機に適用することで横力を抑制できる。この結果を踏まえて、実時間では何秒で計算する必要があるのかを示すためには、代表長さを決定する必要がある。そこで、流れ場に存在する円柱の大きさを $0.1[\text{m}]$ と仮定する。本研究ではレイノルズ数が 200 であり、ストローハル数はおよそ 0.2 である。この条件で考えると、カルマン渦の 1 周期は約 $32[\text{sec}]$ であり、その $1/64$ 周期は約 $0.5[\text{sec}]$ となる。したがって、最適入力の計算を $0.5[\text{sec}]$ 以内に完了できれば、最適制御を実機に適用することができる。今回の研究においては最適入力の計算に約 24 時間、つまり $86400[\text{sec}]$ の時間が必要となる。この計算は並列化を行わずに単一の CPU にて計算を行っている。そこで、仮に 100 並列の計算を行うことで計算時間が $864[\text{sec}]$ まで減少したと仮定すると、 $864[\text{sec}]$ かかる計算を $0.5[\text{sec}]$ で計算することが求められる。したがって計算機の性能は現在の約 5000 倍程度になれば良い。もしも現在まで

と同等の速さで計算機が進化するのであれば、約 10 年程度で計算機の性能は 5000 倍となることが予想される。

このように、流れ場の最適制御の実機への適用は現在の技術では不可能であるが、計算機が発達した将来においては十分に適用可能であり、求められる計算機の性能も非現実的なものではない。したがって、本研究で議論した流れ場の最適制御の実機への適用は、計算機および観測技術が妥当な範囲で発達した将来に向けてのマイルストーンとして有用なものであるといえる。

付録 B

Appendix B

B.1 20 個のジェットによる最適入力

ここに、20 個のジェットによる最適入力のうち、本論に記載していないジェットのものを示す。

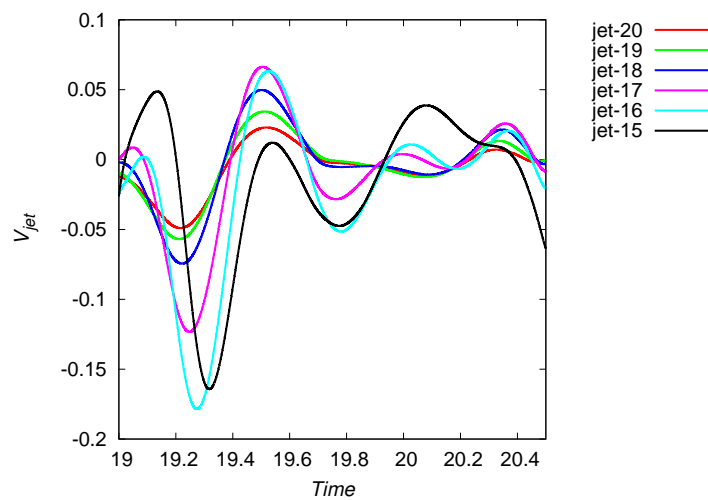


図 B.1 15-20 ジェットにおける最適入力

B.2 30 個のジェットによる最適入力

この節ではジェットを 30 個設置した場合の最適入力について、本論では触れていないジェットの速度の時間変化を示す。

次に終端時間が長い場合の最適入力を示す。これらのジェットは円柱下面のものである。

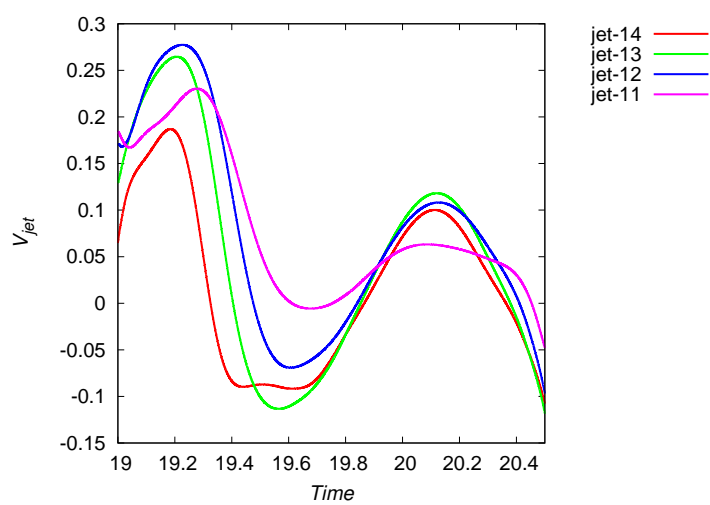


図 B.2 11-14 ジェットにおける最適入力

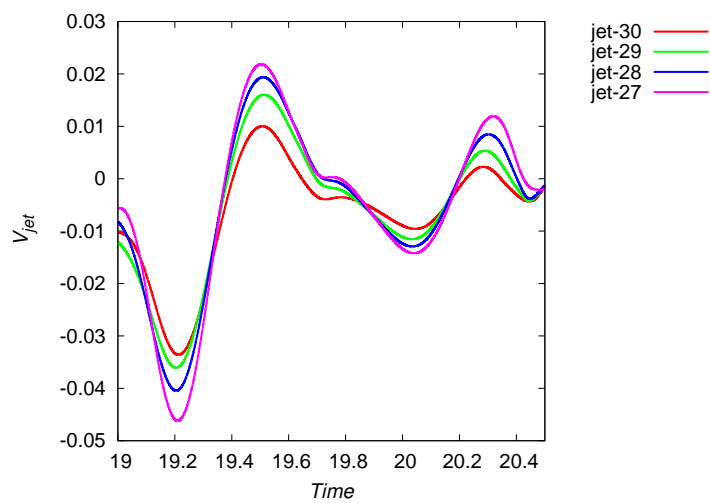


図 B.3 27-30 ジェットにおける最適入力

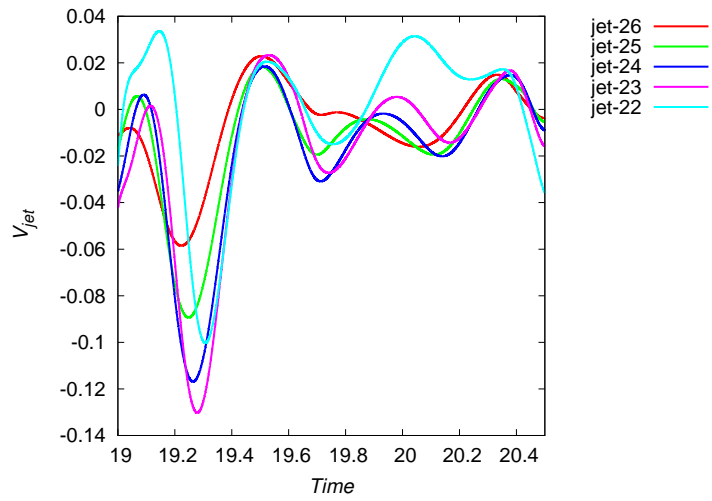


図 B.4 22-26 ジェットにおける最適入力

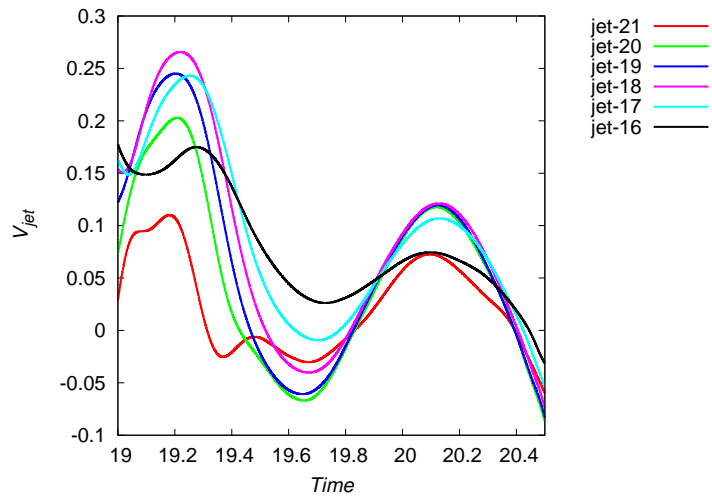


図 B.5 16-21 ジェットにおける最適入力

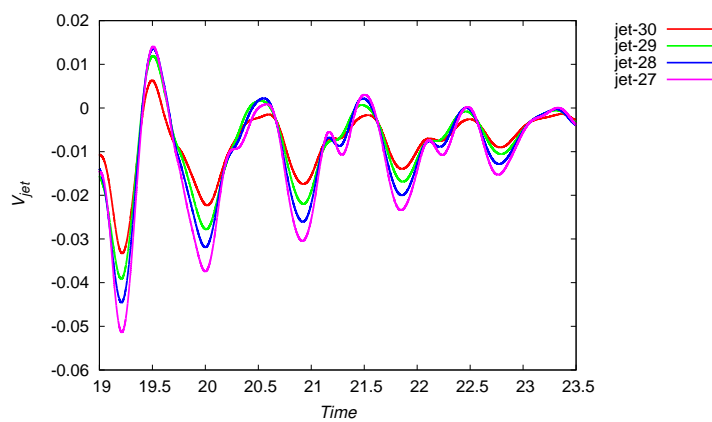


図 B.6 27-30 ジェットにおける最適入力

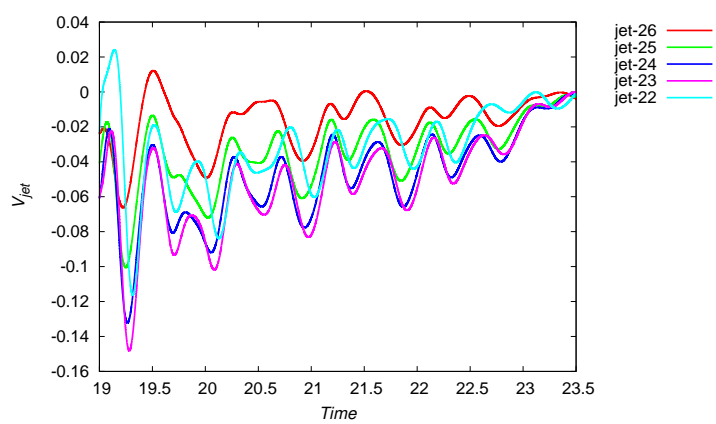


図 B.7 22-26 ジェットにおける最適入力

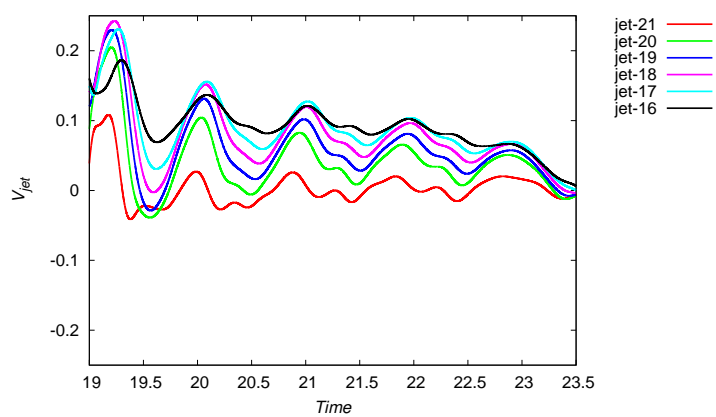


図 B.8 16-21 ジェットにおける最適入力

謝辞

指導教官である稲谷芳文教授には研究において適切で有益なアドバイスをいただいただけでなく、研究生活においても長い経験から培われた価値の高い助言をいただき、充実した研究生活を送ることができました。

JAXA 宇宙科学研究所の野々村助教には、研究テーマの選定から研究の進め方、論文添削まで研究全般においてご指導いただきました。お忙しい中でも時間を見つけ、いつもの的確なご指導をしていただきました。

研究室の同期や先輩、後輩には輪講での議論や普段の研究生活においてお世話になりました。皆様に心から感謝します。

参考文献

- 1) Florian von Stillfried, Stefan Wallin and Arne V. Johansson, "An improved passive vortex generator model for flow separation control", 5th Flow Control Conference, 28-1, June, 2010.
- 2) J. M. A. Longo and T. Radespiel, "Flap efficiency and heating of a winged re-entry vehicle", J. Spacecraft and Rockets, Vol. 33, No. 2, 1996.
- 3) Koichi Okada, Akira Oyama, Kozo Fujii and Koji Miyaji, "Computational Study of Effects of Non-dimensional Parameters on Synthetic Jets", Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol. 55, No.1, pp. 1-11, 2012.
- 4) 水木栄, "プラズマアクチュエータによる大迎角細長物体の空力特性制御", 東京大学修士論文, 2009.
- 5) 藤井孝蔵, 松野 隆, "DBD プラズマアクチュエーターバリア放電を利用した新しい流体制御技術", 日本機械学会流体力学部門ニューズレター流れ, 2007年12月号, 2007.
- 6) Seifert, A. and Darabi, A., "Delay of Airfoil Stall by Periodic Excitation", J. Aircraft, 33 (1996), pp.691-699.
- 7) Amitay, M., Smith, D.R., Parekh, V.K.D.E. and Glezer, A., "Aerodynamic Flow Control over an Unconventional Airfoil Using Synthetic Jet Actuators", AIAA J., 39 (2001), pp.361-370, 2001.
- 8) Amitay, M. and Glezer, A., "Role of Actuation Frequency in Controlled Flow Reattachment over a Stalled Airfoil", AIAA J., 40(2002), pp.209-216, 2002.
- 9) M. Mamunuru, S. Guo, D. Poon, D. Burman, T. Simon, Douglas Erine and Uwe Kortshagen, "Separation control using plasma actuator: Simulation of plasma actuator", 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, 22-25 June, 2009.
- 10) 大山 聖, 岡田 浩一, 浅田 健吾, 野々村 拓, 宮路 幸二, 藤井 孝蔵, "シンセティックジェットによる流れの能動制御", 日本航空宇宙学会誌, Vol.61, No.2, pp57-63, 2013.
- 11) Okada, K., Oyama, A., Fujii, K. and Miyaji, K., "Computational Study on Effect of Synthetic Jet Design Parameters", Int. J. Aerospace Eng., Vol. 2010, 2010.
- 12) 大谷 浄, "シンセティックジェットにより誘起される渦の挙動", 日本機械学会論文集 B

- 編, 75, (2009), pp.2472-2478, 2009.
- 13) 高橋 和也, 長谷川 裕晃, ”シンセティックジェットの励起周波数が立て渦の挙動に及ぼす影響”, 日本機械学会流体力学部門講演会講演論文集, 2010.
 - 14) Iai, T., Iwabuchi, K., Motosuke, M. and Honami, S., ”Vortex Behavior of Vertical and In-line Synthetic Jets in Cross Flow at Low Reynolds Number”, AIAA Paper, 2010-4412, 2010.
 - 15) E. Todorov, ”Optimal Control Theory”, MIT Press, 2006.
 - 16) T. Bewley, H. Choi, R. Temam, and P. Moin, ”Optimal feedback control of turbulent channel flow”, NASA Annual Research Briefs, 1993.
 - 17) A. Yamamoto, Y. Hasegawa and N. Kasagi, ”Optimal Control of Dissimilar Heat and Momentum Transfer in a Fully Developed Turbulent Channel Flow”, J. Fluid Mechanics, Vol. 733, pp. 189-220, 2013.
 - 18) Mingjun Wei and Jonathan B. Freund, ”A noise-controlled free shear flow”, J. Fluid Mech., (2006), vol. 546, pp.123-152.
 - 19) Thomas R. Bewley, Paraviz Moin and Roger Temam, ”DNS-based predictive control of turbulence: an optimal benchmark for feedback algorithms”, J. Fluid Mech., 2001, vol. 447, pp. 179-225.
 - 20) Chulhong Min and Haecheon Choi, ”Suboptimal feedback control of vortex shedding at low Reynolds numbers”, J. Fluid Mech., 1999, vol. 401, pp. 123-156.
 - 21) 佐竹 信一, 笠木 伸英, ”壁面剪断乱流の準最適制御に関する基礎研究”, 日本機械学会論文集 (B編), 63(1997), pp. 24-31 1997.
 - 22) Carlos E. Garcia, David M. Prett, Manfred Morari, ”Model predictive control: Theory and practice - A survey”, Automatica, Vol. 25, No. 3, pp. 335-348, 1989.
 - 23) K. Nisugi, T. Hayase, A. Shirai, ”Fundamental study of hybrid wind tunnel integrating numerical simulation and experiment in analysis of flow field”, JSME International Journal, Series B, Vol. 47, 593-604, 2004.
 - 24) R. Dalay, ”Atmospheric Data Analysis”, Cambridge University Press, 1996.
 - 25) H. Kato, A. Yoshizawa, G. Ueno, S. Obayashi, ”A data assimilation methodology for reconstructing turbulent flows around aircraft”, J. Computational Physics, Vol. 283, pp. 559-581, 2015.
 - 26) T. Hayase, K. Nisugi, and A. Shirai, ”Numerical realization for analysis of real flows by integrating computation and measurement”, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 47, 543/559, 2005.
 - 27) Joseph R., ”High-Angle-of-Attack Aerodynamics: Lessons Learned”, AIAA Paper, 23665-5225, 1986.
 - 28) Jouannet C. and Petter K., ”Modeling of High Angle of Attack Aerodynamic”, 25th

- AIAA Applied Aerodynamics Conference, 25-28 ,June, 2007.
- 29) Brent R.Cobleigh,"High-Angle-of-Attack Yawing Moment Asymmetry of the X-31 Aircraft from Flight Test".
 - 30) D.M.Rao,"Side-Force Alleviation on Slender, Pointed Forebodies at High Angles of Attack",J. Aircraft, 1979,vol16,no. 11,pp 763-768.
 - 31) B.F.Ma,X.Y Deng and Y. Chen,"Effects of Forced Asymmetric Transition on Vortex Asymmetry Around Slender Bodies",AIAA JOURNAL, vol.45,no. 11, November 2007, pp2671-2670.
 - 32) 久保田 弘敏,"胴体の大迎角空力の動向と展望",日本航空宇宙学会誌, vol. 33, pp. 42, June,1985 .
 - 33) Andrew B. Wardlaw Jr.,"Prediction of Yawing Force at High Angle of Attack",AIAA J.,14(1974), pp.1142-1144.
 - 34) H. Nishida, S. Mizuki, I. Miyazaki, S. Nonaka, T. Nonomura, Y. Inatani, "Preliminary Experimental Study on Aerodynamic Characteristics Control of Slender Body Using DBD Plasma Actuator", TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES, AEROSPACE TECHNOLOGY JAPAN, 10(ists28), Pe 97-Pe 103, 2012.
 - 35) Daniel J. Bodony,"Analysis of sponge zones for computational fluid mechanics",J. Computational Physics ,vol. 212,2006,pp. 681-702.
 - 36) Sanjiva K. lele,"Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution",J. Computational Physics, 103, 16-42 , 1992.
 - 37) Rizetta, D. and Visbal, R.M.,"Numerical Investigation of Synthetic Jet Flow-fields",AIAA J., 37(1999), pp. 919-927.
 - 38) D.V. Gaitonde and M.R. Visbal, "Further Development of a Navier-Stokes Solution Procedure Based on High-Order Formulas",AIAA Paper 99-0557,1999.