

木理の数値化と強度確率モデルに  
よる材質の考察

岡崎 泰男



木理の数値化と強度確率モデルに  
よる材質の考察

Studies on Properties of Wood by the  
Numeric Interpretation of Grain and  
Probabilistic Strength Model.

岡崎 泰男

目次

第1章 緒言 .....	1
第2章 既往の研究 .....	3
2.1 木理の数値化と木材の物性の評価 .....	3
2.2 木材の強度予測 .....	4
第3章 木理の数値化と木材の物性の評価 .....	7
3.1 研究の目的と概要 .....	7
3.2 木理の数値化の考え方と手法 .....	8
3.2.1 座標系の設定 .....	9
3.2.2 座標変換行列 .....	11
3.2.3 パラメータの推定法 .....	14
3.2.3.1 年輪の円近似と、の推定 .....	14
3.2.3.2 、の推定方法 .....	15
3.2.3.3 樹幹のパラメータの推定 .....	16
3.3 木理パラメータを用いた異方性の評価法 .....	19
3.3.1 TLR座標系の設定 .....	19
3.3.2 座標変換行列の定義 .....	19
3.3.3 TLR 座標系上のベクトルの長さ .....	21
3.4 木理の測定 .....	22
3.5 ヤング係数に対する木理の影響の評価 .....	24
3.5.1 試験体 .....	24
3.5.2 実験 .....	24
3.5.3 結果 .....	24
3.5.4 考察 .....	24
3.5.5 結論 .....	29
3.6 乾燥変形に対する木理の影響の評価 .....	30
3.6.1 試験体及び実験方法 .....	30
3.6.2 実験結果 .....	30
3.6.3 考察 .....	40
3.6.3.1 厚さ収縮の評価 .....	40
3.6.3.2 幅反りの評価 .....	43
3.6.3.3 弓反り、縦反りの評価 .....	47
3.6.4 結論 .....	50
3.7 応力波伝播速度に対する木理の影響の評価 .....	52

3.7.1	試験体と実験の概要	52
3.7.2	応力波伝播速度の評価方法	53
3.7.2.1	評価パラメータ	53
3.7.2.2	応力波伝播形態の評価	53
3.7.2.3	木理方向応力波伝播速度の推定	53
3.7.3	結果	56
3.7.4	考察	56
3.7.5	結論	95
3.8	結論	96
第4章	確率モデルによる単板積層材の強度予測	97
4.1	研究の目的と概要	97
4.2	確率モデルの概要	98
4.2.1	鎖モデル	98
4.2.2	並列モデル	102
4.2.3	縄モデル	104
4.2.4	モンテカルロシミュレーションと乱数の発生方法	105
4.2.4.1	モンテカルロシミュレーション	105
4.2.4.2	一様乱数の発生方法	105
4.2.4.3	正規乱数の発生法	105
4.2.4.4	ワイブル乱数(2 $\lambda$ パラメータ)	106
4.3	3プライ単板積層材引張り破壊への確率モデルの適用	107
4.3.1	破壊のモデル化	107
4.3.2	競合リスクモデル	107
4.3.3	モデル化と強度分布関数の定義	107
4.3.4	分布関数の推定実験の概要	108
4.3.5	TYPE I 引張り試験	111
4.3.5.1	実験結果	111
4.3.5.2	確率モデルによるの推定	113
4.3.6	TYPE II の引張り試験結果	117
4.3.7	実験結果と計算結果の比較	118
4.3.8	考察	121
4.3.9	結論	121
4.4	5プライ、9プライ単板積層材引張り破壊への確率モデルの適用	122
4.4.1	鎖モデルによるモデル化	122
4.4.2	縄モデルによるモデル化	125

4.4.3	5プライ、9プライ単板積層材の引張り試験	127
4.4.4	実験結果と計算結果の比較	130
4.4.4.1	鎖モデルの結果	130
4.4.4.2	縄モデルの結果	130
4.4.4.3	考察	130
4.5	結論	136
第5章	シミュレーションによる木材の破壊強度の予測	137
5.1	研究の目的と概要	137
5.2	繊維モデルによる木材のモデル化	138
5.3	繊維傾斜のみを考慮した破壊のモデル化	140
5.3.1	カラマツラミナの曲げ破壊試験	140
5.3.2	引張り破壊モデル	143
5.3.2.1	モデル化	143
5.3.2.2	強度推定結果	145
5.3.2.3	考察	150
5.3.3	曲げ破壊モデル	151
5.3.3.1	モデル化	151
5.3.3.2	強度推定結果	153
5.3.3.3	考察	154
5.4	結論	158
第6章	結言	159
謝辞		161
参考文献		162
Appendix		166

## 第1章 緒言

木材、特に実大材の強度は様々な要因の影響を受けて広くばらついているために、破壊試験を行わずにその強度を予測することは極めて困難であり、それが木材の利用拡大を妨げる原因の一つとなっている。木材を構造材料として利用する際にその強度を正確に予測することが可能になれば、強い材は大きな荷重が作用する場所に使用し、弱い材はあまり力が作用しないところに使用するというように用途に合わせた材の選択が可能になり、現在よりも効率の良い木材の使用が可能になる。また、森林破壊が世界的な問題となり、むやみやたらと森林を伐採できなくなった現在にあっては、良質の木材を手に入れることが困難になりつつあり、その点からも効率の良い木材利用を推進することは、21世紀へ向けての重要な課題であると言えるだろう。

実大の木材の強度のバラ付きの要因としては以下の6つが考えられる。

- 1) 異方性。
- 2) 樹種の違い。
- 3) その木材を取り出した木を構成する細胞の組織構造の違い。繊維長、細胞壁の厚さ(比重)、マイクロフィブリル傾角、さらにセルロースの結晶構造等が考えられる。
- 4) その木材を取り出した木が持つ、生育環境等の影響によって生じた材質の違い。樹幹の曲がり、細りの量、あて等の異常組織の有無、交走木理の存在、枝打ち等の品質管理に依存した節の大きさの大小、数の多少、枝節部の残留応力の影響、平均年輪幅、早晚材率の違い等が考えられる。
- 5) その木材を取り出した木が持つ樹幹内の物性の変動。辺材、心材による組織構造の違い、未成熟材の存在、樹冠材、枝下材による材質の違い等が考えられる。
- 6) 製材木取りによって生じる材質の違い。材軸と繊維方向のずれの角度の大小、目切れの有無、節の現れる位置(節径比)の変動等が考えられる。

これらの中でどれが最も支配的な要因となるのかは対象となる木材の大きさや用途によって違ってくる。「破壊強度、ヤング係数の変動」を支配するのは、実大材で同一樹種ということに限定すれば節、目切れの存在、製材時の材軸のずれであろうと考えられる。しかしながら、「破壊強度、ヤング係数の大きさ」を支配するのは、組織構造

やセルロースの結晶構造等の微視構造や比重、平均年輪幅のような材質ということになるであろう。

本論文では主に、6)の製材木取りの違いによって生じる材質の違いに依存する、強度、ヤング係数をはじめとする木材の材質についての考察をおこなう。

まず3章では、異方性の影響を考慮に入れた製材の物性の評価の方法を提供することを目的とし、木材表面に現れた木理から、製材のパラメータ(切削の角度、鋸を入れる位置)を推定する方法を考案した。さらに、その方法を用いて製材木取りの結果生じる材軸と木理走向方向のずれを数値化し、その値を使用して製材木取りの違いによって生じる材質の違いに関する考察を行った。3.2節から3.4節で木理の数値化の方法について説明し、つづいて、その方法を用いて、3.5節でヤング係数に対する木理の影響に関する考察を行い、3.6節で乾燥による狂いの量に関する考察を、3.7節で応力波伝播速度に関する考察を行った。

木材は節や目切れ、あてなどの欠損を含む場合があり、脆性的な破壊を起こすことがある。その場合には、欠損が存在するか否か、存在する場合には幾つの欠損が存在しそのうちでもっとも弱いものが何かということに全体の強度が支配される。また、木材はなかなか最大応力に到達しないで変形量が増えていく延性材料的な側面を持っている。このような性質を持つ材料の評価には確率モデルによる方法がもっとも適切であると考えられる。

そこで4章では、バットジョイントを持つ単板積層材を想定し、4.3節では、3プライの試験体に対して直列確率モデルである競合リスクモデルを適用してその強度を予測することにより、少数の破壊要因をもつ材料の破壊強度の確率モデルによる予測を試みた。また、4.4節では、さらにプライ数を増やした5プライ、9プライの試験体に対して繩モデルを適用し、延性材料的な破壊を起こす材料の破壊強度の確率モデルによる評価を試みた。

ついで5章では、製材木取りに依存する木材の強度の評価を行なうために、3章で考案した木理の数値化法を応用し、木材の材軸と木理走向方向のずれを考慮に入れた破壊モデルである繊維モデルを考案し、さらにこれに対して4章で検討した確率破壊モデルを用いて木材の木取りを考慮に入れた強度予測シミュレーションを行なった。5.2節では、繊維モデルの概要について説明し、5.3節では実際に存在する木材の木取りから仮想の木材を作成し、シミュレーションによりその引張り、曲げ破壊強度の予測を行ない、実際の強度との比較を行なった。

## 第2章 既往の研究

### 2.1 木理の数値化と木材の物性の評価

木材表面の木理を数値化しようとする試みはほとんど存在しない。その中で、Bookerは年輪測定用のプレートを用いて木口面木取りの数値化を試みており<sup>1)</sup>、MasseryとReebはその方法を用いて板材の未成熟材率を計算するプログラムを開発した<sup>2)</sup>。また、Olsonは、板目材率という形で木口面の木取りを数値化しようとしている<sup>3)</sup>。逆に丸太から製材品の表面に現れる木理を予測しようとする試みはかなりある。しかし、その目的は製材の歩留まりの向上や商業的な価値の付与に重点をおいたものであり<sup>4,5)</sup>、物性評価につながる研究はあまりない。

木材の異方性物性の研究は古くから行なわれている。収縮・膨潤、乾燥の分野では、Keylwerth<sup>6)</sup>は木口面における半径方向に対する角度 $\theta$ と収縮率 $\beta_0$ との関係は次の理論式で、

$$\beta_0 = 100 - \sqrt{(100 - \beta_r)^2 \cos^2 \theta + (100 - \beta_t)^2 \sin^2 \theta} \\ \cong \beta_r \cos^2 \theta + \beta_t \sin^2 \theta$$

同様に膨潤率は、

$$\alpha_0 \cong \alpha_r \cos^2 \theta + \alpha_t \sin^2 \theta$$

で与えられるという報告を行なっている<sup>7,8)</sup>。また井坂は、木材の木取りと割れ、狂いの関係の数式化をおこなっている<sup>9)</sup>。

弾性異方性については、繊維走向、年輪走向が弾性率に及ぼす影響を表わす式としてJenkinは以下のような式を提案している<sup>10)</sup>。

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1}{E_x} \cos^4 \theta + \frac{1}{E_y} \sin^4 \theta + \left( \frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\nu_{xy}}{E_x} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

この式は、LR, LT, RT面内における弾性率の異方性をよく表しうる事が確かめられている<sup>11)</sup>。また、澤田は針葉樹材、広葉樹材についてヤング係数、せん断剛性率、ポアソン比のLTR方向比率を求め報告している<sup>12)</sup>。

強度の異方性については、材軸に対する繊維走向の角度が変わる時の木材の強さを与える以下に示したHankinsonの式がよく適合することが知られている。

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1 \sin^n \theta + \sigma_2 \cos^n \theta}$$

その係数 $n$ は、引張り強度で1.5~2.0、圧縮強度で約2.5、曲げ強度で約2.0、せん断強度で約2.0、衝撃曲げ強度で1.5~2.0という報告がある

13, 14, 15)。また、成熟材の曲げでは試験体の年輪方向と荷重方向との関係は曲げ強度に対して著しい影響はないが、年輪に接線方向に荷重を加えた場合にはばら付きが少ない良い結果が得られる<sup>16)</sup>が、繊維走向の影響は顕著である<sup>17)</sup>という報告がある。

また、畑山は節の周りの繊維傾斜を表わす実験式を求め、これを利用して木材の引張り、圧縮、曲げ強度をシミュレーションによって推定し、強度に対する節による繊維走向の乱れの影響の検討を行っている<sup>18)</sup>。

応力波、超音波伝播時間差の異方性については、繊維傾斜角が増すに従い応力波の速度が減少することが示されている<sup>19, 20, 21)</sup>。また、名波は丸太材を用いてその半径方向の応力波伝播速度を測定し、その伝播速度の異方性について検討を行なっている<sup>22)</sup>。繊維傾斜角 $90^\circ$ における速度は $0^\circ$ の場合の約37%しかないことや、等級の低い製材品の傾斜角が $15^\circ$ の場合、速度の変化が大きいことも明らかにされている。例えば、Gerhardsは繊維傾斜角 $3^\circ \sim 9^\circ$ の幾つかの208材の速度は繊維方向の速度とほぼ同じであること、208材から $4.4^\circ$ の角度で切られた204材は異方性理論で推定される速度を有していたことを示した<sup>23)</sup>。

また異なった方法による応力波の時間差測定は異なった結果を生ずることも示した。1990年に鈴木らは<sup>24)</sup>木材の超音波伝播速度に及ぼす繊維傾斜角の影響について研究し、 $45^\circ$ 付近までは急激な変化を示すが、それ以降 $90^\circ$ までは比較的ゆるやかに減少すること、スギやラワンで $45^\circ$ の時の音速は $0^\circ$ の時の約1/2に現象することを示し、音速の繊維傾斜角依存性を明らかにした。

## 2.2 木材の強度予測

木材の強度の予測の方法は、強度以外の物性値を測定してその値から強度を推定する方法<sup>25)</sup>と、破壊現象に対して何らかのモデル化を行って計算によりこれを推定するという2つの方法に分けることができるであろう。前者については、

- 1) 比重、ヤング係数等の木材の物理的性質との相関から統計的に予測する方法<sup>26, 27, 28)</sup>。
- 2) 振動現象を利用した方法<sup>29, 30, 31, 32, 33, 34, 35)</sup>。
- 3) 応力波を利用した方法<sup>22, 36)</sup>。
- 4) 超音波を利用した方法<sup>37)</sup>。
- 5) アコースティックエミッションを利用した方法<sup>38)</sup>。

## 6) 節径比等による目視等級区分<sup>39)</sup>。

などを挙げる事ができる。現時点で最も利用されているのは静的曲げ試験、もしくは打撃法によりヤング係数を測定し、ヤング係数と強度の間になりつつ相関を利用したグレーディングである<sup>40, 41)</sup>。

後者はさらに、破壊力学を用いるものと確率論を用いるものに分けることができるであろう。破壊力学を用いて材料のモデル化を行いその強度を推定する方法は、コンピュータの発達に伴い有限要素法という形で広がり、現在各分野で用いられている。最近では、仕口や切り欠きなどの隅角部や亀裂先端の応力集中の解析に用いられるだけでなく、有限小領域理論による木材の破壊のモデル化<sup>42)</sup>や節とそれに伴う繊維走向の乱れをメッシュでモデル化した解析<sup>43)</sup>なども行われており、その適用範囲はさらに広がりつつある。

一方、確率論を用いるモデルは比較的歴史は浅いが、1926年にはPeirceが繊維の破壊に対して鎖モデルを提唱し<sup>44)</sup>、また1939年にはスウェーデンのWeibullが鋼球の疲労寿命が鎖モデルに従うことを示し<sup>45)</sup>、現在信頼性工学(RBD)の分野で広く用いられているワイブル分布を提案している。また、現在では確率モデルにおける計算で不可欠のものとなっているモンテカルロシミュレーションは第2次世界大戦中に実用化されたものである<sup>46)</sup>。その後、1950年代に入って電気・電子工学、機械・構造工学の分野では確率を用いて製品の信頼性を定量的に扱おうという考えが広まり、1960年代にこれが信頼性工学として確立された<sup>47)</sup>。しかしながら、当初は破壊現象(故障現象)の統計的データを基にして母集団を推定して信頼度を計算するのにとどまっていたが、そのためにはかなり大きな標本集団が必要となるが現実にはそのようなデータを得ることは不可能であるという問題がでてきた。これを補うために、一つにはワイブル分布や対数正規分布などの極値分布を導入して母集団を推定する方法がとられるようになったが、破壊(故障)がいかなるメカニズムによって生じるかを調べてその結果に対して確率モデルを導入して信頼性を求めようという考えが広まってきた。さきあげた鎖モデルなどもそのひとつに入り、1971年には破壊に対する「競合リスク理論」モデル<sup>48)</sup>が提案され、そのほかにも確率過程モデルが提案されている<sup>49)</sup>。さらに、コンピュータが発達したことによってモンテカルロシミュレーションを用いて従来は解くことができなかった複雑なモデルの解を求めることが可能になると、確率論を用いたモデルは実際に広く用いられるようになった。松尾は、競合リスク理論に基づいて複数の破壊原因を持つ脆性材料が従う分布と

して多重モードワイブル分布を提案し、その母数推定法の考案等、いろいろな方面へ応用している<sup>50, 51, 52)</sup>。そのほかにも、特に繊維強化材料については、応力解析と確率論を組み合わせたモデル化による破壊機構の解析結果が報告されており<sup>53, 54)</sup>、また、確率論を用いて疲労及びクリープ亀裂伝播を説明する報告<sup>55)</sup>、確率論と破壊力学を組み合わせたモデル化等も行われており、確率破壊力学という分野も存在する。

ところが、木質材料の分野ではごく最近になるまで確率モデルは用いられず、現在でも、パーティクルボードの確率疲労特性<sup>56)</sup>や構造用LVLの疲労特性等の疲労寿命の推定<sup>57)</sup>や、ヤング係数と強度との相関を基にしたモンテカルロシミュレーションによる集成材・LVLの強度評価<sup>26, 58)</sup>、比重とネイルプレートのせん断耐力の相関を基にした許容せん断耐力評価<sup>59)</sup>などの信頼性設計などの限られた分野への適用例が報告されているに過ぎないのが現状である。

### 第3章 木理の数値化と木材の物性の評価

第3章では、まず、木理の数値化の方法を述べ、ついで数値化した木理を用いて木材の各種物性の評価を行い、木材の物性に及ぼす木理の影響についての検討を行なった。

#### 3.1 研究の目的と概要

木材は異方性を有するために、その物性が木取りによって変化することはよく知られている。無欠点小試験片のレベルでは、特定の木取りを持つ試験片を製造して実験を行うことによって、異方性に関する研究が行われてきており、その影響が明らかにされてきた。しかし、実大材の物性を評価する際に異方性の影響が考慮されることはほとんど無い。それは、

- 1) 実大材では、その木取りが一本一本の材料によって異なっている。現状では、これを分類して評価する以外には数値的に扱う方法が無い。
- 2) 年輪は曲線であり、また樹幹には細りがあるために、材上の位置によって直交異方性の3軸が変化する。無欠点小試験片ではその影響は無視できるが、断面の大きな材では無視することができない。

等の理由を挙げることができよう。要するに、現状では無欠点小試験片で得られた結果を実大材に結びつけることができないところに問題がある。

そこで、本論文では木材表面に現れた木理(年輪も含む)に着目し、これを数値として取り扱う方法を考案し、その結果得られた値を用いて、木材のヤング係数、乾燥変形、応力波伝播速度について、異方性が材全体としての物性に及ぼす影響の評価を行なった。

### 3.2 木理の数値化の考え方と手法

木材は、丸太に Fig.3.1(a) のように鋸を入れ、さらに、(b) のように鋸を入れることによって丸太から取り出される。この時の鋸を入れる位置と切削の角度  $\theta, \phi$  によって木材表面に現れる木理が決まってくる。本論文では、

- 1) 樹幹と材にそれぞれ直交座標系を設定し、切削による製材を2つの座標系間の座標変換として取り扱い、
- 2) 二つの座標系間の座標変換行列を定義し、
- 3) 材表面の木理を情報源として座標変換のパラメータと樹幹のパラメータを推定する。

という手順で木理の数値化を行なう。この節では、その考え方と具体的方法について述べる。

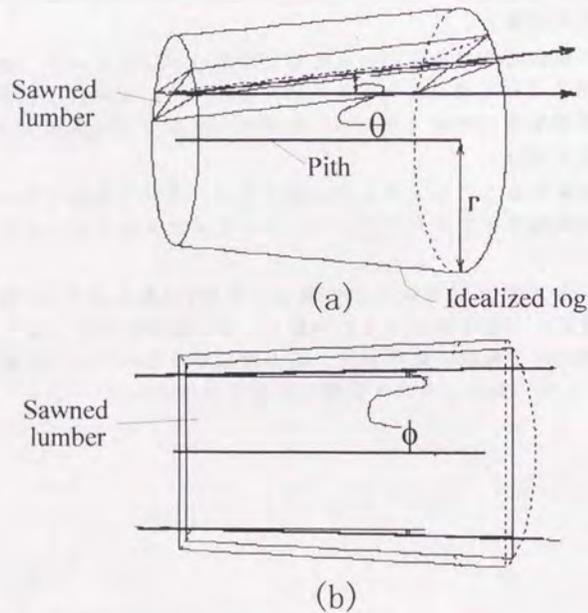


Fig.3.1. Schematic diagram of sawmill process.

Notes:  $\theta$ : Longitudinal sawing angle with respect to pith.  $\phi$ : Edging angle with respect to pith.

#### 3.2.1 座標系の設定

まず、対象となる材に対する左手系の直交座標系 (UVW系) を設定する。そして、材の両木口面の片方 (どちらでも良い) を基準平面とし、その中心を座標系の原点とする。そして、二つの木口面の中心を結ぶ直線を V 軸とし、木口面上にあって、原点を通過して板目面と平行な直線を U 軸とする。そして、U 軸、V 軸と直交する直線を W 軸とする。UVW 系を図で示すと Fig.3.2 のようになる。

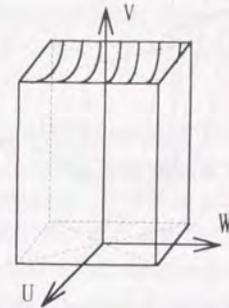


Fig.3.2. Schematic diagram of UVW coordinate system.

ついで、樹幹に対する座標系 (XYZ系) を設定する。樹幹 (丸太) が直円錐台であると仮定し、その樹軸を Y 軸とする。そして、樹軸を垂線とする任意の樹幹断面を ZX 平面とする。X 軸と Z 軸は、その平面上にあって原点を通る互いに直交する直線となる。XYZ 系を図で示すと Fig.3.3 のようになる。

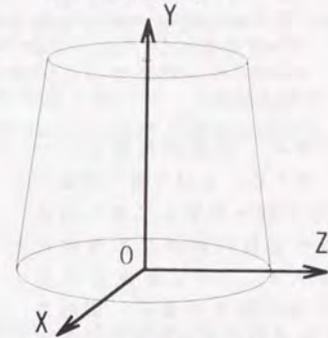


Fig.3.3. Schematic diagram of XYZ coordinate system.

続いて、切削のパラメータを用いて、UVW 系と XYZ 系の関係

を定める。まず、UVW 系の原点が ZX 平面上にあるとし、その XYZ 系座標を  $(x_0, 0, z_0)$  とする。この点が最初に鋸を入れた位置に相当する。

次に切削の角度  $\theta$  について考える。UV 平面は樹軸に対して角度  $\theta$  だけ傾いた切削面に相当する。そこで、XYZ 系の原点から UV 平面に下ろした垂線の ZX 平面への正射影を Z 軸とし、ZX 平面上で原点を通りこれと直交する直線を X 軸とする。そして、垂線を UVW 系の原点を通るように平行移動させた直線を W 軸とすれば、UV 平面は樹軸に対して  $\theta$  だけ傾いた切削面に相当することになる。その関係を図に示すと Fig.3.4 のようになる。この時、W 軸は XYZ 軸を  $(x_0, 0, z_0)$  だけ平行移動させた座標軸 (X'Y'Z'軸) を、さらに X' 軸回りに  $\theta$  だけ回転させて得られる直交座標系 X''Y''Z'' 軸の Z'' 軸に相当することになる。

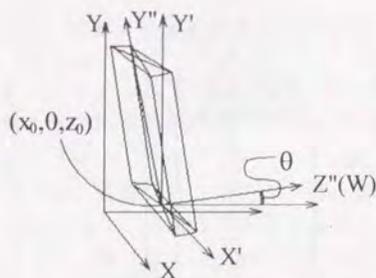


Fig. 3.4. Schematic diagram of relationship between XYZ coordinate system and X''Y''Z'' coordinate system.

Notes:  $\theta$ : Longitudinal sawing angle with respect to pith,  $(x_0, 0, z_0)$ : Center coordinate of lumber on XYZ coordinate system.

つぎに、切削の角度  $\phi$  について考える。 $\phi$  は Y 軸（樹軸）を UV 平面へ投影して得られる直線と切削方向がなす角度に相当する。UV 平面上にあり、UVW 系の原点を通り、切削方向へ伸ばした直線が V 軸に相当し、Y 軸を UV 平面に投影して得られた直線が Fig. 3.4 の Y'' 軸に相当するので、UV 平面上で Y'' 軸と V 軸が角度  $\phi$  を成すように V 軸を定めてやれば良い。この時当然、X'' 軸と軸も UV 平面上で角度  $\phi$  をなすことになる。以上の関係を図に示すと Fig. 3.5 のようになり、U 軸、V 軸、W 軸は X''Y''Z'' 軸を Z''(W) 軸回りに  $\phi$  だけ回転した後で得られる座標軸と一致する。

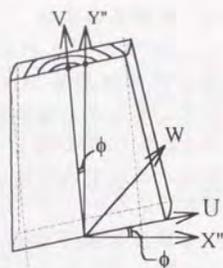


Fig. 3.5. Schematic diagram of relationship between X''Y''Z'' coordinate system and UVW coordinate system.

Notes:  $\phi$ : Edging angle with respect to pith.

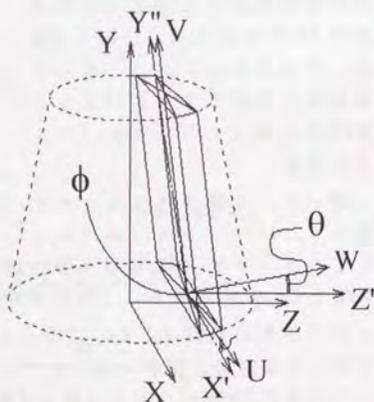


Fig. 3.6. Schematic diagram of relationship between XYZ coordinate system and UVW coordinate system.

Notes:  $\theta$ : Longitudinal sawing angle with respect to pith,  $\phi$ : Edging angle with respect to pith,  $(x_0, 0, z_0)$ : Center coordinate of lumber on XYZ coordinate system.

以上をまとめると、UVW 軸は XYZ 軸を木口面の中心座標  $(x_0, 0, z_0)$  分だけ平行移動させた後 (X'Y'Z' 軸)、X' 軸回りに  $\theta$  だけ回転させ、さらに、回転後の Z' 軸 (W 軸) 回りに  $\phi$  だけ回転させたものになる (Fig. 3.6)。

### 3.2.2 座標変換行列

3.2.1 節で定めた二つの座標系の関係から、UVW 系から XYZ 系への座標変換行列を求める。なお、本論文では平行移動を含む座標変換を一つの行列で表現できるように、座標表現として同次座標表現を用いており、そのため座標変換行列は 4 行 4 列行列で表わされる<sup>60)</sup>。

UVW 系から XYZ 系への座標変換というのは、UVW 系の座標軸を XYZ 系の座標軸に一致させる変換と同じである。すなわち座標変換行列  $T_{UVW \rightarrow XYZ}$  は、UVW 系の原点  $(x_0, 0, z_0)$  を XYZ 系の原点へ移動させる平行移動と、UVW 各軸の単位ベクトルを、 $e_x = (1, 0, 0)$ ,  $e_y = (0, 1, 0)$ ,  $e_z = (0, 0, 1)$  に一致させる回転変換の合成変換行列である。したがって、このふたつをそれぞれ求めてやれば良い。

平行移動は、前節で用いた座標系の名称を使えば、X'Y'Z' 系から XYZ 系への変換となり、その座標変換行列  $T_{X'Y'Z' \rightarrow XYZ}$  は同次座標表現では、

$$T_{X'Y'Z' \rightarrow XYZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_0 & 0 & z_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

となる。

次に、回転変換 (UVW 系から X'Y'Z' 系への座標変換) の行列を求める。X''Y''Z'' 系の 3 軸の単位ベクトルの X'Y'Z' 座標系表現を  $e_{x''y''z''}^x$ ,  $e_{x''y''z''}^y$ ,  $e_{x''y''z''}^z$  とする。X'Y'Z' 系から X''Y''Z'' 系への座標変換は X' 軸回りの角度  $\theta$  の回転変換であるから、 $e_{x''y''z''}^x$ ,  $e_{x''y''z''}^y$ ,  $e_{x''y''z''}^z$  は、

$$\begin{bmatrix} e_{x''y''z''}^x \\ e_{x''y''z''}^y \\ e_{x''y''z''}^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

という値をとる。また、UVW 系から X''Y''Z'' 系への座標変換は W 軸回りの角度  $-\phi$  の回転変換であるから、X''Y''Z'' 系の 3 軸の単位ベクトルの UVW 座標系表現を  $e_{x''y''z''}^u$ ,  $e_{x''y''z''}^v$ ,  $e_{x''y''z''}^w$  とすると、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{UVW}}^- \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(-\phi) & \sin(-\phi) & 0 \\ -\sin(-\phi) & \cos(-\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

という値をとる。この二組のベクトルは同じものであるから同一座標系では同じ値にならねばならない。したがって、UVW系からX'Y'Z'系への座標変換行列を  $\mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'}$  とすると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{X'Y'Z'}}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{UVW}}^- \end{bmatrix} \mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'} \quad (3.4)$$

という関係が成り立つ。したがって、 $\mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'}$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'} &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{UVW}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{UVW}}^- \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{X'Y'Z'}}^- \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{UVW}}^{-t} & \mathbf{e}_{y_{UVW}}^{-t} & \mathbf{e}_{z_{UVW}}^{-t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{y_{X'Y'Z'}}^- \\ \mathbf{e}_{z_{X'Y'Z'}}^- \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

から求められる。式(3.2), (3.3)を代入すると、 $\mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'}$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'} &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\theta\sin\phi & \sin\theta\sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\cos\phi \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

で与えられる。これを同次座標表現で表わすと、

$$\mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\theta\sin\phi & \sin\theta\sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\cos\phi & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

となる。

よって、UVW系からXYZ系への座標変換行列  $\mathbf{T}_{UVW \rightarrow XYZ}$  は、式(3.6), (3.7)より

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{UVW \rightarrow XYZ} &= \mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'} \mathbf{T}_{X'Y'Z' \rightarrow XYZ} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\theta\sin\phi & \sin\theta\sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\cos\phi & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_0 & 0 & z_0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\theta\sin\phi & \sin\theta\sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\cos\phi & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ x_0 & 0 & z_0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

と、求まる。

また、XYZ系からUVW系への座標変換は、XYZ系からX'Y'Z'系への平行移動と、X'Y'Z'系からUVW系への回転の合成変換であり、その座標変換行列はそれぞれ  $\mathbf{T}_{X'Y'Z' \rightarrow XYZ}$ ,  $\mathbf{T}_{UVW \rightarrow X'Y'Z'}$  の逆行列であるから、式(3.6), (3.7)より、

$$\mathbf{T}_{X'Y'Z' \rightarrow XYZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & 0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{T}_{X'Y'Z' \rightarrow UVW} = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta\sin\phi & \sin\theta\cos\phi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

となる。したがって、XYZ系からUVW系への座標変換行列  $\mathbf{T}_{XYZ \rightarrow UVW}$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{XYZ \rightarrow UVW} &= \mathbf{T}_{XYZ \rightarrow X'Y'Z'} \mathbf{T}_{X'Y'Z' \rightarrow UVW} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & 0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta\sin\phi & \sin\theta\cos\phi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta\sin\phi & \sin\theta\cos\phi & \cos\theta & 0 \\ -x_0\cos\phi & x_0\sin\phi & -z_0\cos\theta & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.11)$$

で与えられる。

### 3.2.3 パラメータの推定法

3.2.2節までで、製材された木材とその木材を取り出した樹幹との関係を座標変換として取り扱うための理論を説明した。しかし、実際に座標変換行列を求めるためには、 $\theta, \phi, x_0, z_0$ という4つのパラメータを木材から推定する必要がある。この節では、その方法について述べる。

#### 3.2.3.1 年輪の円近似と $x_0, z_0$ の推定

XYZ座標系の  $y=0$  断面上に原点からの距離  $r$  と X 軸となす角度  $\alpha$  をパラメータとする極座標系を設定する。すると、 $x_0, z_0$  は、

$$\begin{aligned} x_0 &= r_0 \cos \alpha_0 \\ z_0 &= r_0 \sin \alpha_0 \quad (3.12) \\ (r_0 &= \sqrt{x_0^2 + z_0^2}) \end{aligned}$$

で表わすことができる。

3.2.1節で樹幹は円錐台であると仮定したので、この断面上における年輪は原点を中心とする円形になる。ということは、 $r_0$  は平面  $y=0$  上で点  $(x_0, z_0)$  を通る年輪の曲率半径に相当し、 $\alpha_0$  は中心の方向を表わす角度に相当する (Fig.3.7)。すなわち、木口面に現れた年輪を円近似して、その曲率半径と曲率中心の角度を推定してやれば  $(x_0, z_0)$  を推定することができる。

年輪の円近似は、文献<sup>9)</sup>の方法を参考にして行なった。ここでは、その方法について述べる。まず、あらかじめ半径 1mm 間隔の同心円が描かれた、中心線に沿って溝の切った透明なプレートを作成しておく。このプレートを用いて木口面の円近似を行う。その手順を以下に示す。

- 1) 測定を行なう材の木口面の中心位置を求めて印をつける。
- 2) 溝の切ったプレートが木口面の中心位置に来るように、木口面に押しあて、中心位置に押しピンをさして止める。

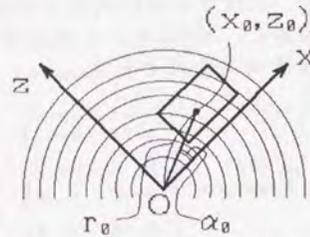


Fig.3.7. Schematic diagram of relationship between trunk and lumber on  $Y=0$  plane.  
Notes:  $(x_0, z_0)$ : Center coordinate of lumber,  $r_0$ : Radius of curvature of annual ring at  $(x_0, z_0)$ ,  $\alpha_0$ : Angle between X axis and line to  $(x_0, z_0)$ .

- 3) プレートを溝に沿って平行移動、もしくは押しピンを中心にして回転させて、プレートに描かれた同心円と年輪とが重なるように、
- 4) 重なった時の中心位置の曲率半径 ( $r_0$ ) を読み取る。
- 5) 分度器を用いて、木口面の水平線とプレートの中心線がなす角度 ( $\alpha_0$ ) を読み取る。

以上の測定の概要図が Fig.3.8 である。式 (3.12) を用いれば、測定して得られた  $r_0, \alpha_0$  から  $x_0, z_0$  を推定することができる。

#### 3.2.3.2 $\theta, \phi$ の推定方法

3.2.1節で定義した UVW 系と XYZ 系の関係に基づいて考えると、V 軸というのは  $(x_0, z_0)$  の平行移動と角度  $\theta, \phi$  の回転変換によって Y 軸を移動させたものであると同時に、二つの木口面の中心を結んだ直線でもある。すなわち、両木口面の中心位置の XZ 座標が求まれば、そのずれから  $\theta, \phi$  を求めることが可能になる。

基準木口面の XYZ 系座標を  $(x_0, 0, z_0)$  とし、反対側の木口面の中心の座標を  $(x'_0, y'_0, z'_0)$  とする。材の長さが  $l$  であるとする。この 2 点間を結ぶベクトル  $(x'_0 - x_0, y'_0 - y_0, z'_0 - z_0)$  の UVW 座標系表現は  $(0, l, 0)$  となる。すなわち座標変換行列  $T_{XYZ \rightarrow UVW}$  を用いると、

$$[0, l, 0, 0] = [x'_0 - x_0, y'_0 - y_0, z'_0 - z_0, 0] T_{XYZ \rightarrow UVW} \quad (3.13)$$

という関係が成り立つ。これに式 (3.11) を代入すると、

$$(x'_0 - x_0) \cos \phi + y'_0 \cos \theta \sin \phi + (z'_0 - z_0) \sin \theta \sin \phi = 0 \quad (3.14)$$

$$-(x'_0 - x_0) \sin \phi + y'_0 \cos \theta \cos \phi + (z'_0 - z_0) \sin \theta \cos \phi = l \quad (3.15)$$

$$-y'_0 \sin \theta + (z'_0 - z_0) \cos \theta = 0 \quad (3.16)$$

という連立方程式が得られる。これを解けば、 $\theta, \phi$  を求めることができる。

式 (3.14) で第 1 項  $(z'_0 - z_0) \sin \theta \sin \phi$  はその他の項に対して無視できると考えられるので、(3.14) 式は、

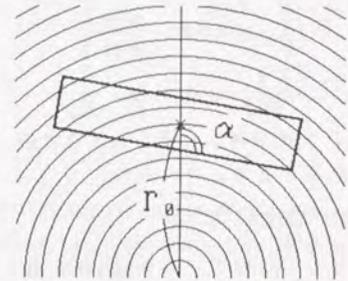


Fig.3.8. Schematic diagram of measurement of annual ring parameters with overlay plate.

Notes:  $r_0$ : Radius of curvature of annual ring at center of lumber,  $\alpha_0$ : Angle between center line of plate and horizontal line of cross section.

$$(x'_0 - x_0)\cos\phi + y'_0\cos\theta\sin\phi = 0 \quad (3.14')$$

と置き換えることができる。また、式(3.15)で第1項 $(x'_0 - x_0)\sin\phi$ 、第3項 $(z'_0 - z_0)\sin\theta\cos\phi$ は $y'_0$ と比較すると非常に小さいので無視できると考えられ、(3.15)式は、

$$y'_0\cos\theta\cos\phi = l \quad (3.15')$$

と置き換えることができる。したがって、式(3.14')、(3.15')から、

$$(x'_0 - x_0)\cos\phi = -\frac{\sin\phi}{\cos\phi}l \quad (3.17)$$

$$\frac{1}{\sin\phi} - \sin\phi = -\frac{l}{(x'_0 - x_0)}$$

という式が導かれる。 $\phi$ は0に近い値をとるので、 $\sin\phi$ は $1/\sin\phi$ に対して無視できると考えられ、

$$\sin\phi = -\frac{x'_0 - x_0}{l} \quad (3.18)$$

となり、この式から $\phi$ を推定することができる。

$\theta$ については式(3.15')、(3.16)から

$$\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} = \frac{z'_0 - z_0}{l}\cos\phi \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{\sin\theta} - \sin\theta = \frac{l}{(z'_0 - z_0)\cos\phi}$$

という式を導くことができる。 $\theta$ は0に近い値を取るるので $\sin\theta$ は $1/\sin\theta$ に対して無視できると考えられ、

$$\sin\theta = \frac{z'_0 - z_0}{l}\cos\phi \quad (3.20)$$

となる。この式から $\theta$ を推定することができる。

### 3.2.3.3 樹幹のパラメータの推定

前節までで座標変換を行なうためのパラメータを推定することができ木理を数値化することが可能となったが、材の物性の評価を行なうためには、所属していた樹幹の性質を表わすパラメータも必要である。特に、3.2.1節で「樹幹は直円錐台である」と定義したので、その細りを推定する必要がある。そこで、樹幹に関するパラメータの推定も木理の数値化に含めることとし、その推定方法を以下に述べる。

樹幹の細り角度を $\gamma$ 、原点から基準木口面上の任意の点までの距離を $r$ とすると、その点が属する生長円錐の反対側の木口面に現れた年輪の半径 $r'$ は、木口面の $y$ 座標を $y'$ とすると、

$$r' = r + y \tan\gamma \quad (3.21)$$

で与えられる(Fig.3.9)。したがって、二つの木口面に現れた同一の生長円錐の年輪の曲率半径の差から樹幹の細り $\gamma$ を推定することができる。ところが、木の生長量は地上高さによって異なるため、生長円錐の細りは樹幹内で同一ではない。そこで生長円錐ごとの細り角を推定する必要がある。

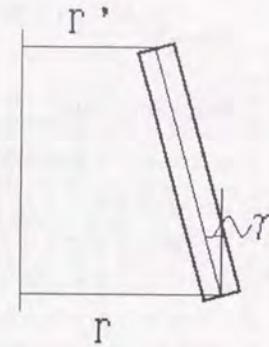


Fig.3.9. Schematic diagram of estimation of  $\gamma$ .  
Notes:  $\gamma$ : Thin angle of trunk,  $r, r'$ : Radius of annual ring.

そのために、両木口面の平均年輪幅 $(\Delta r, \Delta r')$ と、木裏側に最初に現れる年輪の年輪番号の二つの木口面間でのずれ $(\Delta n)$ を測定する。平均年輪幅

は、木裏面から数えて最初に現れた年輪の曲率半径を $r_1$ 、最後に現れた年輪の番号を $m$ 、その曲率半径を $r_m$ を測定して、

$$\Delta r = \frac{r_m - r_1}{m - 1} \quad (3.22)$$

から求める。この時、基準木口面上で木口面原点の生長円錐(半径 $r_0$ )から数えて $n$ 番目の生長円錐の半径 $r_n$ は、

$$r_n = r_0 + \Delta r \times n \quad (3.23)$$

で与えられ、反対側の木口面上に現れる同一生長円錐の半径 $r'_n$ は

$$r'_n = r'_0 + \Delta r' \times (n + \Delta n) \quad (3.24)$$

で与えられる。したがって、式(3.21)から基準木口面で樹軸から $n$ 番目の生長円錐の $r_n$ は、

$$\begin{aligned} \tan\gamma_n &= \frac{(r'_0 - r_0) + \Delta r' \times (n + \Delta n) - \Delta r \times n}{y} \\ &= \frac{(r'_0 - r_0) + (\Delta r' - \Delta r) \times n + \Delta n \times \Delta r'}{y} \\ &= \frac{(r'_0 + \Delta n \times \Delta r' - r_0)}{y} + \frac{(\Delta r' - \Delta r) \times n}{y} \end{aligned} \quad (3.25)$$

で与えられる。(3.25)式で第一項は基準面の中心を通る生長円錐の細り $\tan\gamma_0$ に相当し、第二項は平均年輪幅の $y$ の変化に伴う変化の割合に相当する。そこで、第二項を

$$\Delta r_{\text{gradient}} = \frac{(\Delta r' - \Delta r)}{y} \quad (3.26)$$

とおくと、

$$\tan \gamma_n = \tan r_0 + n \Delta r_{\text{gradient}} \quad (3.27)$$

$$\left( n = \frac{r_n - r_0}{\Delta r} \right)$$

となる。したがって、 $\Delta r$ 、 $\tan \gamma_0$ 、 $\Delta r_{\text{gradient}}$ の3つの値が求まれば任意の生長円錐の細りを推定することが可能になる。そこで、これら3つを樹幹のパラメータとして扱う。

### 3.3 木理パラメータを用いた異方性の評価法

#### 3.3.1 TLR座標系の設定

木材は繊維(L)方向、放射(R)方向、接線(T)方向によって物性が異なる、いわゆる直交異方性を有する。木理の数値化の目的は、製材によって得られた材の物性を、異方性の影響を考慮に入れて評価する方法を提供することにある。一般に言われるところのT方向、L方向、R方向はそれぞれ、3.2節で定義したXYZ座標系のX軸、Y軸、Z軸に相当する。ところが、断面の小さな材の場合や、材全体の包括的な物性評価を行なう場合にはその考え方で差し支えないのだが、断面の大きな材や、材中の局所的な物性の異方性評価を行おうとすると問題が出てくる。というのは、樹幹というのは円錐台であり、R方向、T方向というのはその中心に向かう方向と、それに対する接線方向であるので、木口断面上の位置によって変わってくるからであり、また、樹幹には細りがあるので樹軸方向と繊維方向とは必ずしも一致するとは限らないからである。

そこで、材上の任意の点におけるT,L,R方向を3つの座標軸とする座標系をその点に関するTLR座標系とし、UVW系(XYZ系)のベクトルのTLR成分を求める、もしくは逆にTLR軸のUVW成分を求め、その値を用いて異方性評価を行うことにした。点P(∈XYZ系)に関するTLR座標系はFig.3.10に示したように定義される。T軸、R軸はそれぞれ、点Pを含む生長円錐のZX断面上で点Pを始点として接線方向に引いた直線、と放射方向に引いた直線に相当し、L軸は、点Pを始点とする生長円錐の母線に相当する。樹幹の細りがあることを考えると、L軸はRT平面に対して垂直ではなく、この座標系は斜交座標系である。

#### 3.3.2 座標変換行列の定義

TLR系3軸の単位ベクトルのXYZ座標系表現をそれぞれ $e_{Txyz}$ 、 $e_{Lxyz}$ 、 $e_{Rxyz}$ とする。T軸、R軸はそれぞれ、Y=y平面上で原点とその点Pを結んだ直線がX軸となす角度を $\alpha$ とした時にXYZ軸をY

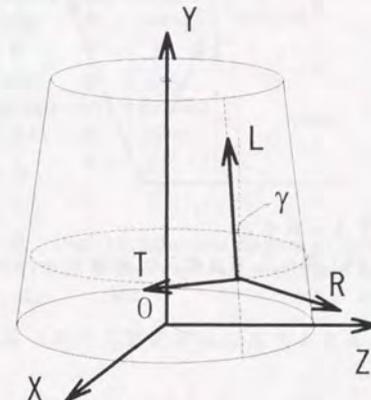


Fig.3.10. Schematic diagram of TLR coordinate system.

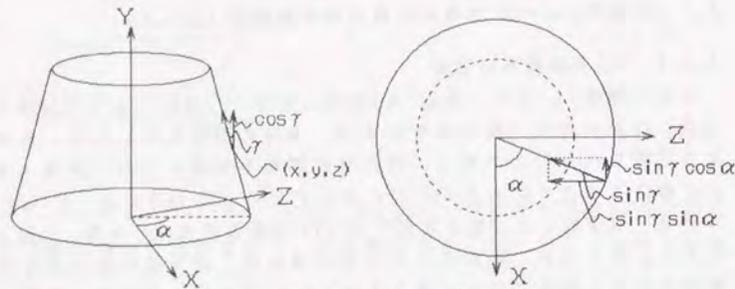


Fig. 3.11 Definition of  $e_L$ .

軸まわりに右回りに角度  $\pi/2 - \alpha$  だけ回転させた時の X 軸、Z 軸と平行である。したがって、 $e_{TVZ}$ 、 $e_{RVZ}$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} e_{TVZ} &= [\sin \alpha \ 0 \ -\cos \alpha] \\ e_{RVZ} &= [\cos \alpha \ 0 \ \sin \alpha] \end{aligned} \quad (3.28)$$

で与えられる。L 軸はさらに R 軸の回りに細り角度  $\gamma$  だけ回転させた Y 軸と平行であるから、 $e_{LVZ}$  は Fig. 3.11 に示したように、

$$e_{LVZ} = [\cos \alpha \sin \gamma \ \cos \gamma \ \sin \alpha \sin \gamma] \quad (3.29)$$

で与えられる。したがって、点 P の XYZ 系座標値を  $(x, y, z)$  とすると、TLR 系から XYZ 系への座標変換行列  $T_{TLR \rightarrow XYZ}$  は、

$$\begin{aligned} T_{TLR \rightarrow XYZ} &= \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sin \gamma & \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma & 0 \\ \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x & y & z & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & -\cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sin \gamma & \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma & 0 \\ \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ x & y & z & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.30)$$

で与えられる。

XYZ 系から TLR 系への座標変換行列  $T_{XYZ \rightarrow TLR}$  は、その逆変換行列であるから、

$$\begin{aligned} T_{XYZ \rightarrow TLR} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x & -y & -z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1/\cos \gamma & -\tan \gamma & 0 \\ -\cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1/\cos \gamma & -\tan \gamma & 0 \\ -\cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ -x \sin \alpha + z \cos \alpha & -y/\cos \gamma & -x \cos \alpha + y \tan \gamma & 1 - z \sin \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

で与えられる。

UVW 系上の任意の点を始点とするベクトルの TLR 系への変換は、3.2 節で定義した  $T_{UVW \rightarrow XYZ}$  を用いて始点及びベクトルを XYZ 系に変換してから  $T_{XYZ \rightarrow TLR}$  を用いて TLR 系に変換すれば良い。逆に、TLR 系のベクトルの UVW 成分を求めるには、 $T_{TLR \rightarrow XYZ}$  を用いていったん XYZ 系に変換した後  $T_{XYZ \rightarrow UVW}$  を用いて UVW 系に変換すれば良い。

### 3.3.3 TLR 座標系上のベクトルの長さ

前節で求めた座標変換行列を用いれば UVW 系上、もしくは XYZ 系上の任意のベクトルの TLR 成分を求めることができ、例えば材軸 (V 軸) の TLR 成分を求めて他の物性との関係を見て、その評価を行うことが可能になる。しかし、直交座標系上のベクトルの 3 成分は、各軸となす角度の余弦にそのベクトルの長さをかけたものに相当するのだが、TLR 座標系は斜交座標系であるので、TLR 系上のベクトルの 3 成分の意味、およびベクトルの長さは直交座標系の場合と全く異なってくる。TLR 座標系を用いた評価を行う際にはそのベクトルの長さが解っている必要があるので、これを求める。

TLR 系上の任意のベクトル  $\mathbf{a} = (l, t, r)$  を考える。TLR 座標系の定義から、T 軸と R 軸は直交するので、RT 平面上のベクトル  $\mathbf{a}' = (t, 0, r)$  の長さは  $|\mathbf{a}'| = \sqrt{t^2 + r^2}$  で与えられる。したがって、ベクトル  $\mathbf{a}$  の長さは Fig. 3.12 に示したような平行四辺形の対角線の長さに置き換えて考えることができ、

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{\left\{ \sqrt{t^2 + r^2} - l \tan \gamma \right\}^2 + l^2} \quad (3.32)$$

で与えられる。

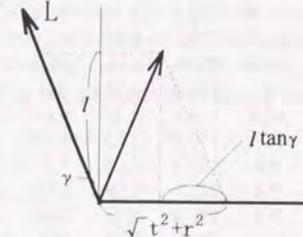


Fig. 3.12. Schematic diagram of vector length on TLR coordinate system.

### 3.4 木理の測定

実際に木理を測定した結果を Table 3.1 に示した。試験体はカラマツのラミナで、寸法は幅 11.5cm、厚さ 1.5cm、長さ約 80cm で交走木理が認められる。各パラメータの意味は、最初の 4 つのパラメータは、木口面の木取りを表わす。 $r_0$  が大きく、 $x_0$  の絶対値が 0 に近づくほど、完全な板目材に近づき、 $z_0$  が小さくなるほど柾目材に近づき、 $z_0=0$  で柾目材になる。その中間が追い柾材になる。 $\theta$ 、 $\phi$  は板目面、柾目面に現れる木理を支配する。最後の 3 つのパラメータは材を取り出した樹幹の細り角を表わすパラメータであり式 (3.27) を用いて任意の位置の細り角を求めることができる。 $\theta$  と細り角の値が近いほど板目面には木理が現れず、柾目面の木理は通直になる。逆にその差が大きくなればなるほど、斜め木理が現れることになる。

Table 3.1. Estimated grain parameters.

No.	$r_0$ (cm)	$\alpha_0$ (deg)	$x_0$ (cm)	$z_0$ (cm)	$\theta$ (deg)	$\phi$ (deg)	$\Delta r$ (cm)	$\gamma_0$ (deg)	$\Delta r_{\text{gradient}}$
1	13.4	116.9	-6.08	11.9	0.647	-1.324	0.257	0.089	0.00045
2	7.1	57.9	3.76	6.02	1.043	-0.244	0.3	1.043	0.000806
3	18.2	103.1	-4.09	17.7	-0.184	1.249	0.276	0.005	0.000237
4	6.8	31.0	5.83	3.5	-0.501	0.348	0.344	-0.451	-0.000023
5	7.3	12.0	7.14	1.52	-0.551	-0.484	0.362	-0.401	0.000324
6	17.8	76.2	4.31	17.3	-0.653	-0.320	0.282	-1.031	-0.00024
7	17.8	79.1	3.4	17.5	1.409	-0.549	0.309	0.814	-0.000467
8	14.6	122.0	-7.74	12.4	-0.299	-0.413	0.305	0.028	-0.000605
9	11.3	72.2	3.49	10.7	0.422	0.033	0.308	0.405	0.000123
10	14.3	71.0	4.66	13.5	-2.962	0.405	0.409	-2.840	0.000362
11	9	111.2	-3.23	8.4	-0.473	-0.304	0.253	-1.266	0.000403
12	11.1	119.7	-5.55	9.61	-1.243	0.056	0.271	-0.421	-0.000065
13	11.4	170.7	-11.3	1.78	0.465	-3.421	0.547	-3.217	-0.000306
14	8.8	124.9	-5.05	7.21	1.828	1.083	0.369	2.262	-0.000105
15	7.4	60.7	3.59	6.47	-0.101	-0.175	0.23	-0.688	-0.000048
16	9.5	127.8	-5.85	7.49	-0.647	-0.201	0.272	-0.751	0.0000674
17	10.1	76.2	2.44	9.8	-0.636	-0.239	0.425	-0.471	0
18	8.7	128.9	-5.48	6.76	2.630	2.361	0.257	3.200	0.000421
19	6.4	39.0	4.97	4.03	1.673	-1.461	0.453	1.736	-0.000862
20	8.3	81.9	1.16	8.22	1.427	-0.911	0.33	1.381	-0.000137
21	8.1	112.9	-3.16	7.46	-0.187	0.402	0.224	-0.333	0.00021
22	13	110.0	-4.45	12.2	-1.524	-0.871	0.214	-2.045	0.0000652
23	12.1	57.0	6.59	10.1	1.301	0.035	0.44	0.244	-0.000352
24	9.9	124.9	-5.68	8.11	0.762	-0.980	0.267	0.449	-0.000291
25	6.4	53.0	3.85	5.11	1.845	-0.779	0.382	1.295	-0.000403
26	13.2	108.9	-4.3	12.5	-0.547	0.745	0.239	-0.367	0.000332

27	9.9	75.1	2.56	9.56	0.167	1.473	0.355	-0.239	-0.000443
28	8.5	116.9	-3.86	7.57	-1.020	0.049	0.289	-1.306	0.000358
29	13	107.1	-3.8	12.4	-0.779	-0.409	0.3	-1.100	-0.000457
30	11.1	63.0	5.04	9.89	-0.508	-0.579	0.289	-0.739	0.000144
31	14.8	112.9	-5.78	13.6	-3.157	-0.011	0.318	-3.257	0.000468
32	15	96.3	-1.57	14.9	-2.515	-0.102	0.263	-3.154	0.00101
33	4.2	142.1	-3.31	2.59	0.063	1.180	0.179	-0.221	0.000381
34	10.6	157.0	-9.76	4.14	-0.467	2.727	0.341	2.142	0.00042
35	9.4	59.0	4.84	8.06	-0.344	-0.093	0.257	-0.859	-0.000289
36	10.3	116.9	-4.68	9.18	1.014	-0.710	0.377	0.507	0.000966
37	9	81.9	1.25	8.91	0.636	-1.541	0.244	0.607	0.000903
38	3.7	48.0	2.48	2.75	-0.082	-0.837	0.214	0.054	0.000169
39	17.1	35.0	14	9.81	0.414	1.020	0.364	-0.796	-0.000282
40	13.3	50.0	8.55	10.2	-1.026	0.185	0.314	-0.665	0.000385
41	12.2	57.0	6.64	10.2	-1.358	-0.225	0.394	-1.255	-0.000387
42	10	115.2	-4.23	9.06	1.490	-1.713	0.445	0.716	-0.00159
43	10.2	55.0	5.85	8.36	-0.791	0.555	0.283	-1.249	0.000526
44	12.5	126.1	-7.35	10.1	0.602	-0.456	0.394	0.642	-0.000011
45	5.4	161.0	-5.11	1.76	-0.357	1.346	0.177	0.320	0.000299
46	10.8	127.8	-6.65	8.51	-0.957	-0.745	0.295	-1.140	-0.000181
47	11.8	107.7	-3.65	11.2	0.590	0.007	0.3	1.386	0.00156
48	7.7	131.8	-5.15	5.72	0.198	-0.109	0.246	-0.454	0.000358
49	7.8	55.0	4.47	6.39	1.083	-0.917	0.421	1.243	-0.000379
50	11.9	63.0	5.4	10.6	0.390	-0.808	0.25	0.256	0.000256
51	4.7	38.0	3.7	2.89	0.791	-1.163	0.237	1.020	0.000147
52	14	60.2	7	12.1	-0.198	-0.329	0.429	-0.272	0.000452

Notes:  $r_0$ : Radius of curvature of annual ring at center of lumber,  $\alpha_0$ : Angle between center line of plate and horizontal line of cross section,  $(x_0, z_0)$ : Center coordinate of lumber,  $\theta$ : Longitudinal sawing angle with respect to pith,  $\phi$ : Edging angle with respect to pith,  $\Delta r$ : Ring width,  $\gamma_0$ : Thin angle of trunk which pass  $(x_0, z_0)$ ,  $\Delta r_{\text{gradient}}$ : Gradient of ring width between first end grain and second end grain.

### 3.5 ヤング係数に対する木理の影響の評価

この節では、前節で定義した方法で求めた木理のパラメータを用いて、木材の曲げヤング係数に対する木理の影響の評価を行なった。

#### 3.5.1 試験体

3.4節で木理を測定したカラマツのラミナを用いた。

#### 3.5.2 実験

寸法、重量、木理の測定を行なった後、スパン700mmで、フラットワイズ方向で中央集中載荷試験を行い曲げヤング係数を測定した。加力は両面について行い、その平均値をとってヤング係数の値とした。

#### 3.5.3 結果

木理パラメータの推定結果はTable 3.1に、比重と静的曲げヤング係数の関係をFig.3.13に示した。Fig.3.13を見るとわかるように、比重とヤング係数の間にはほぼ直線関係が成り立っている。そこで比重の影響を除いたヤング係数の評価を行なうために、ヤング係数を比重で割った値を比ヤング係数とし、この値と木理の関係を検討することにした。

#### 3.5.4 考察

ヤング係数の異方性から考えて、材軸の方向と木理方向のずれが大きい材ほど、すなわちL軸とV軸とがなす角度（以降、この角度のことを $\beta_v$ と表記する）が大きい材ほど曲げヤング係数は小さくなると予想される。また、曲げヤング係数の場合には、その木取りの違いによる低減に寄与するのはL軸とV軸のずれの内、加力面に対して垂直方向の成分、すなわち加力面とL軸とがなす角度（以降、この角度のことを $\beta'_v$ とする）だけであるとも考えられる。そこで、材のスパン中央部の断面を一辺が平均年輪幅の正方形のブロックに分割し、全てのブロックについてその位置における $\beta_v$ 及び $\beta'_v$ を求めて、それぞれについて検討を行なうことにした。

その結果を、Fig.3.14から16に示す。Fig.3.14は各ブロックの $\tan\beta_v$ 、 $\tan\beta'_v$ の平均値と比ヤング係数の関係を示したもので、Fig.3.15は $\tan\beta'_v$ の最大値と比ヤング係数の関係を、Fig.3.16は $\tan\beta'_v$ の最大値及び、 $\tan\beta_v$ が最大になるブロックの $\tan\beta_v$ と比ヤング係数の関係を示したものである。また、比重、ヤング係数、比ヤング係数の値と上記4つの角度パラメータをTable 3.2に示した。ブロックの平均値と最大値について検討を行なったのは、ヤング係数が平均的な材軸とL方向の傾きに依存するの

か、それとも最も傾きが大きい部分の傾斜角に依存するのかを明らかにするためである。

Fig.3.14,15より、 $\tan\beta_v$ については平均値、最大値とも比ヤング係数との間にあまり相関性はないことがわかる。しかし、 $\tan\beta'_v$ の間には、平均値、最大値ともに例外的な点を除けばやや右下がりの関係が見られ、その相関性は最大値の方がやや高いが、それ程明確な差はない。またFig.3.16からわかるように、同じ位置の $\tan\beta_v$ と比ヤング係数の間には相関性は見られないにもかかわらず、 $\tan\beta'_v$ の間には右下がりの傾向が見られる。

以上の結果から曲げヤング係数は木理傾斜の加力面に対して垂直方向の成分が大きくなるほど低減し、水平方向成分の影響は受けないと考えられる。曲げモーメントを作用させた時に木口断面に対して垂直に応力が作用しているならば、水平方向成分もヤング率低減に寄与するはずであるが、そうならないということは断面に作用する主応力の向きが断面に垂直ではなく繊維方向と平行方向に作用していることを意味していると考えられる。

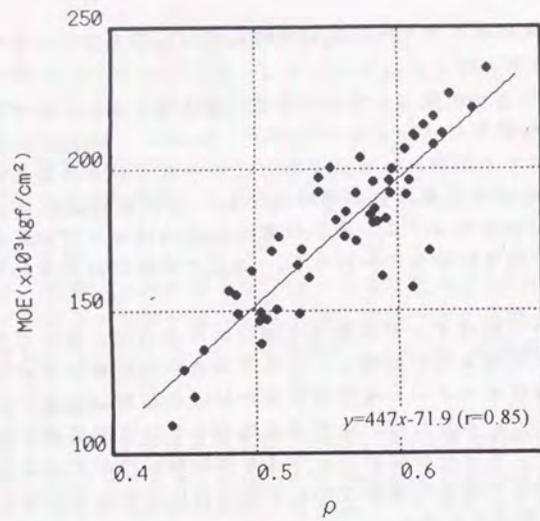


Fig.3.13. Relationship between  $\rho$  and MOE.  
Notes:  $\rho$ : Specific gravity. MOE: Modulus of Elasticity in bending.

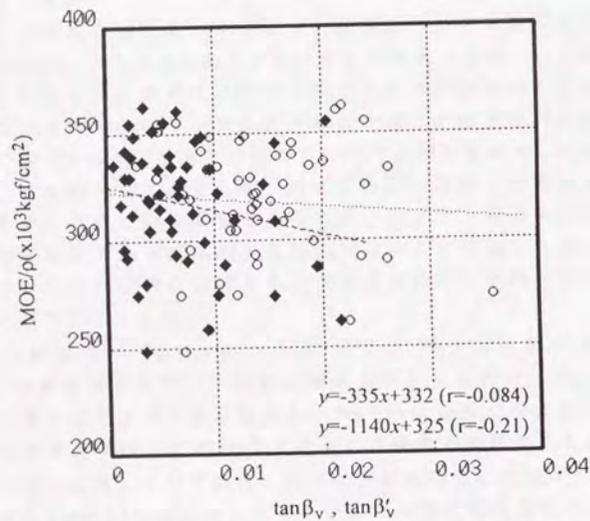


Fig.3.14. Relationship between averages of  $\tan\beta_v$ ,  $\tan\beta'_v$  and  $\text{MOE}/\rho$ .  
Notes:  $\beta_v$ : Angle of L-axis with respect to V-axis,  $\beta'_v$ : Angle of L-axis with respect to UV-plane.  
Legend:  $\circ$ :  $\tan\beta_v$ ,  $\blacklozenge$ :  $\tan\beta'_v$

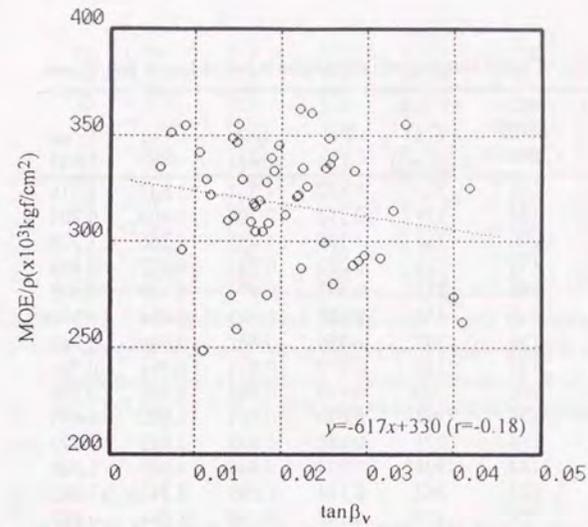


Fig.3.15. Relationship between maximum  $\tan\beta_v$  and  $\text{MOE}/\rho$ .  
Notes:  $\beta_v$ : Angle of L-axis with respect to V-axis.

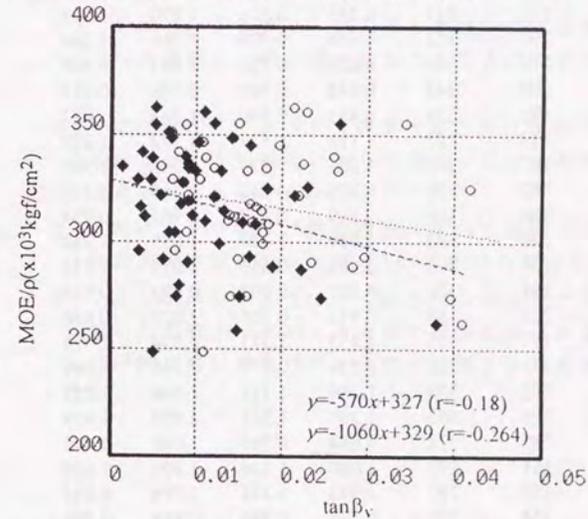


Fig.3.16. Relationship between maximum  $\tan\beta'_v$ ,  $\tan\beta_v$  at the same point and  $\text{MOE}/\rho$ .

Notes:  $\beta_v$ : Angle of L-axis with respect to V-axis,  $\beta'_v$ : Angle of L-axis with respect to UV-plane.  
Legend:  $\circ$ :  $\tan\beta_v$ ,  $\blacklozenge$ :  $\tan\beta'_v$

Table 3.2. Result of static bending test and angles between L-axis and V-axis.

No.	$\rho$	MOE ( $\times 10^3$ kgf/cm <sup>2</sup> )	MOE/ $\rho$ ( $\times 10^3$ kgf/cm <sup>2</sup> )	$ \beta_V $ (deg)	$ \beta'_V $ (deg)	$\beta_{Vmax}$ (deg)	$\beta'_{Vmax}$ (deg)
1	0.625	208	333	1.472	1.501	1.632	1.518
2	0.590	162	274	0.317	0.396	0.808	0.808
3	0.553	200	362	1.260	1.255	1.266	1.220
4	0.546	192	351	0.282	0.281	0.402	0.402
5	0.531	166	312	0.985	0.974	1.169	0.802
6	0.489	149	304	0.688	0.693	0.974	0.511
7	0.586	181	309	0.756	0.802	0.940	0.940
8	0.584	181	310	0.570	0.531	0.791	0.791
9	0.596	200	335	0.159	0.162	0.336	0.336
10	0.464	136	293	0.670	0.791	1.695	1.695
11	0.504	138	274	0.688	0.693	1.043	0.917
12	0.592	182	308	0.934	0.940	1.060	1.060
13	0.456	120	262	1.214	1.283	2.342	2.342
14	0.512	171	333	0.197	0.540	1.094	0.917
15	0.611	212	347	0.722	0.710	0.848	0.613
16	0.574	204	355	0.276	0.282	0.505	0.505
17	0.442	110	248	0.408	0.409	0.630	0.630
18	0.607	191	315	0.345	0.773	1.890	1.008
19	0.609	196	322	0.584	0.796	1.260	1.260
20	0.625	218	349	0.659	0.739	1.461	0.409
21	0.605	207	342	0.548	0.505	0.596	0.457
22	0.572	191	334	0.451	0.590	1.283	1.037
23	0.451	129	287	1.123	1.123	1.272	1.272
24	0.546	197	360	1.266	1.226	1.346	1.300
25	0.557	182	326	0.808	0.945	1.318	1.318
26	0.584	186	318	0.899	0.877	0.962	0.934
27	0.504	146	290	1.489	1.489	1.655	1.340
28	0.572	174	304	0.688	0.659	1.014	1.014
29	0.595	191	321	0.301	0.405	0.670	0.524
30	0.653	221	339	0.945	0.905	1.077	0.636
31	0.482	157	325	1.455	1.375	2.394	2.394
32	0.533	171	321	0.579	0.779	1.249	0.699
33	0.631	212	336	1.289	1.157	1.466	1.283
34	0.637	226	355	1.340	1.381	1.959	1.959
35	0.564	185	328	0.688	0.705	1.048	0.494
36	0.539	161	299	1.060	1.106	1.426	1.020
37	0.516	150	292	1.392	1.358	1.798	0.854
38	0.498	164	329	0.796	0.768	0.888	0.596
39	0.613	211	345	0.974	0.985	1.123	1.123
40	0.618	215	348	0.579	0.553	0.814	0.814
41	0.518	176	339	1.020	0.991	1.484	1.484
42	0.623	171	274	2.090	2.050	2.291	2.268

43	0.663	235	355	0.262	0.382	0.854	0.854
44	0.582	184	316	0.819	0.796	0.974	0.974
45	0.583	195	334	1.083	1.077	1.438	0.693
46	0.594	196	329	0.076	0.272	0.642	0.412
47	0.509	147	288	0.693	0.796	1.615	1.615
48	0.611	158	258	0.548	0.540	0.848	0.848
49	0.487	155	319	0.213	0.447	1.003	0.525
50	0.564	176	312	0.693	0.676	0.831	0.831
51	0.532	149	280	0.387	0.596	1.489	0.466
52	0.505	149	295	0.465	0.443	0.481	0.436

Notes:  $|\beta_V|$ : Average of angles of L-axis with respect to V-axis at each block,  $|\beta'_V|$ : Average of angles of L-axis with respect to UV-plane at each block,  $\beta_{Vmax}$ : Maximum value in angles of L-axis with respect to V-axis at each block,  $\beta'_{Vmax}$ : Angle of L-axis with respect to V-axis at the block which  $\beta_V$  become max.

### 3.5.5 結論

材面に現れた木理をもとにして木理の数値化を行い、その結果を用いて曲げヤング係数に対する木理の影響の評価を行ない、次のような結論が得られた。

- 1) 曲げヤング係数は、加力面と木理方向のなす角度が大きくなるほど低減し、加力面に対して平行方向のずれの影響は受けない。
- 2) 材に曲げモーメントを作用させた時に断面に作用する主応力の向きは、木口断面に対して垂直ではなく木理方向と平行方向であると考えられる。
- 3) 曲げヤング係数は断面内の角度の平均値よりも、最大値に対する相関性が高かったが、それ程明確な差はなかった。
- 4) 以上に示したように、木理のみからヤング係数を予測するにはいたらなかったが、その間の関係の変化を見ることによって曲げ試験時に材に作用する応力に関する知見を得ることができた。

### 3.6 乾燥変形に対する木理の影響の評価

この節では、木理のパラメータを用いて、自然乾燥時の狂いの評価を試みた。

#### 3.6.1 試験体及び実験方法

試験体として、幅18cm×厚さ3cm×長さ90cmのスギの生板材を10体使用した。そのうち5体は赤心で、残りの5体が黒心であった。

まず、初期重量と木取りを測定した後、Fig.3.17に示したように木口面をラッピングした状態で70日間放置し、その間の重量、厚さ、幅反り、弓反り、縦反りの経時変化を測定した。測定の概要をFig.3.18, 19, 20, 21に示す。厚さは、Fig.3.18に示した6箇所をノギスで測定し、幅反りはFig.3.19に示した①、②、③の3箇所を木表、木裏両面から測定してその平均値をその場所の幅反りとした。縦反りはFig.3.20に示した①、②、③の3箇所を木表、木裏両面から測定して、その平均値を各測定位置の弓反りの量とした。縦反りはFig.3.21に示した2ヶ所を測定し、その平均値をとって曲がりの量とした。

測定終了後、Fig.3.22に示したように、端部から小試験片を切り取って、全乾法によって全乾重量の推定を行なった。

#### 3.6.2 実験結果

木理パラメータの推定結果をTable 3.3に、全乾重量の推定結果をTable 3.4に示した。この全乾重量を用いて求めた含水率の経時変化をFig.3.23, 24に示した。含水率変化に伴う、厚さ、幅反り、縦反り、曲がりの変化をそれぞれ、Fig.3.25からFig.3.32に示した。

Fig.3.23, 24を比較すると、黒心の試験体の方が赤心のものよりも初期含水率が高く最低でも70%以上あり、また、同じ種類のものの中でもかなりことなっていることがわかる。また、70日間経過後の含水率はほぼ平衡状態に達しているものの12%から14%ぐらいの間に分散している。そこで、同じ条件で変形量の評価できるように含水率50%から14%までの変形量の評価値とし、木理の影響についての考察を行なうことにした。

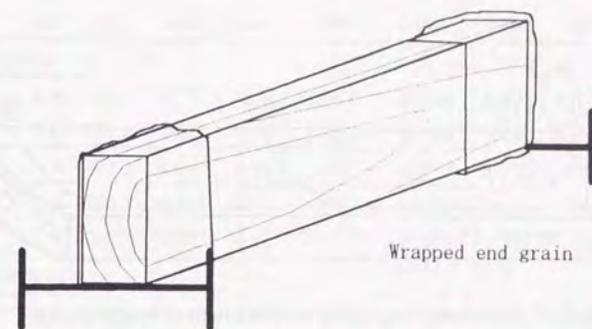


Fig.3.17. Schematic diagram of experiment of seasoning.

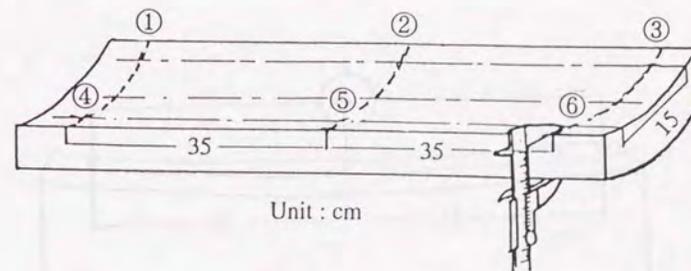


Fig.3.18. Schematic diagram of measurement of thickness.

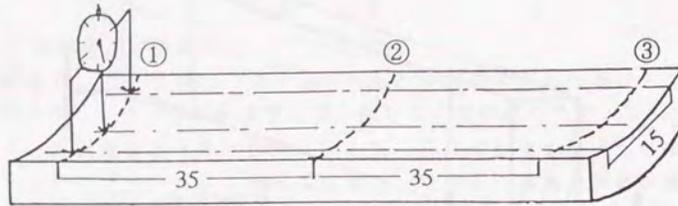


Fig. 3.19. Schematic diagram of measurement of height of cup.

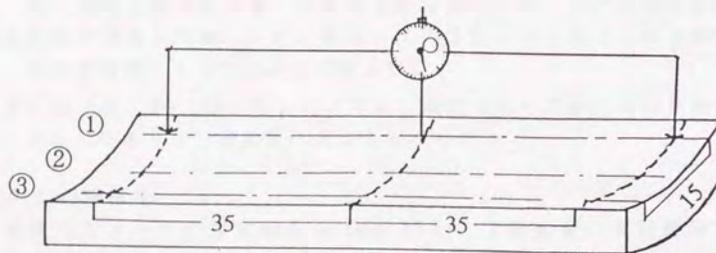


Fig. 3.20. Schematic diagram of measurement of height of bow.

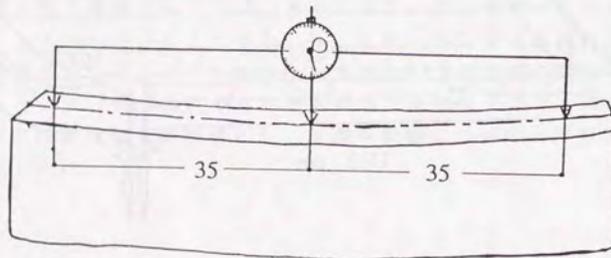


Fig. 3.21. Schematic diagram of measurement of height of crook.

Table 3.3. Estimated grain parameters.

No.	$r_0$ (cm)	$\alpha_0$ (deg)	$x_0$ (cm)	$z_0$ (cm)	$\theta$ (deg)	$\phi$ (deg)	$\Delta r$ (cm)	$\gamma_0$ (deg)	$\Delta r_{\text{gradient}}$
Red heart									
1	6.9	91.1	-0.12	6.9	1.008	-0.454	0.223	1.186	-0.000123
2	2.6	84.8	0.227	2.59	0.003	-0.699	0.34	0.151	7.84e-05
3	4.8	81.9	0.668	4.75	0.103	-0.837	0.252	-0.251	6.71e-05
4	5.8	96.3	-0.606	5.77	0.273	-0.248	0.25	0.395	0.000185
5	3.8	110.0	-1.3	3.57	-0.382	-0.561	0.339	-0.642	0.00158
Black heart									
1	9.9	92.8	-0.518	9.89	-1.392	-0.159	0.331	-1.833	0.000678
2	5.4	94.0	-0.377	5.39	-0.340	0.194	0.412	-0.705	0.000374
3	4.2	84.8	0.366	4.18	-0.242	-0.554	0.333	-0.762	0.00167
4	8.9	96.3	-0.93	8.85	-0.031	-0.590	0.313	0.540	-0.000478
5	7.5	84.8	0.654	7.47	-1.243	-0.728	0.274	-1.323	0.00057

Notes:  $r_0$ : Radius of curvature of annual ring at center of lumber,  $\alpha_0$ : Angle between center line of plate and horizontal line of cross section,  $(x_0, z_0)$ : Center coordinate of lumber,  $\theta$ : Longitudinal sawing angle with respect to pith,  $\phi$ : Edging angle with respect to pith,  $\Delta r$ : Ring width,  $\gamma_0$ : Thin angle of trunk which pass  $(x_0, z_0)$ ,  $\Delta r_{\text{gradient}}$ : Gradient of ring width between first end grain and second end grain.

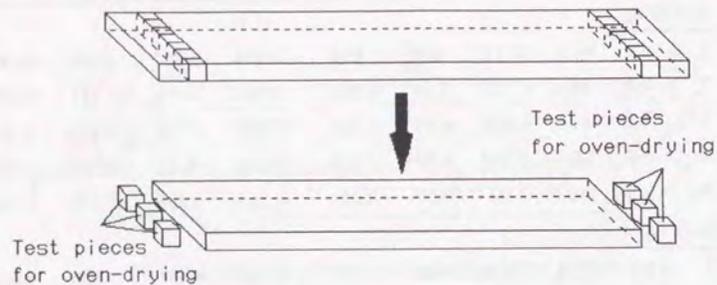


Fig.3.22. Schematic diagrams of estimation of oven-dry-weight.

Table 3.4. Result of estimation of weight in oven-dry.

No.	Red heart					Black heart				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Weight (g)	1697	1739	1737	1586	1643	2072	1900	1955	1826	1991

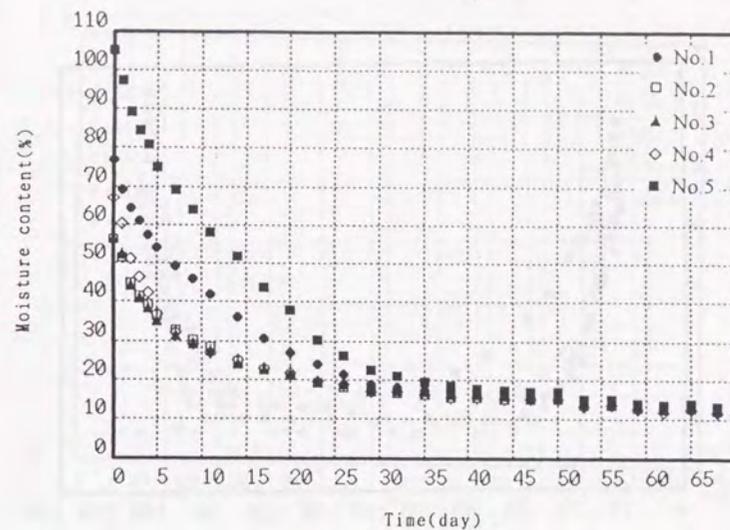


Fig.3.23. Changes of moisture content (Red-heart).

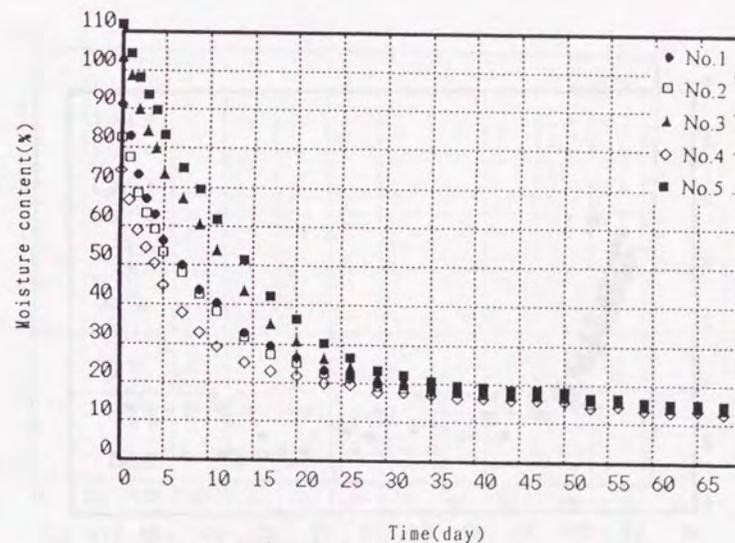


Fig.3.24. Changes of moisture content (Black-heart).

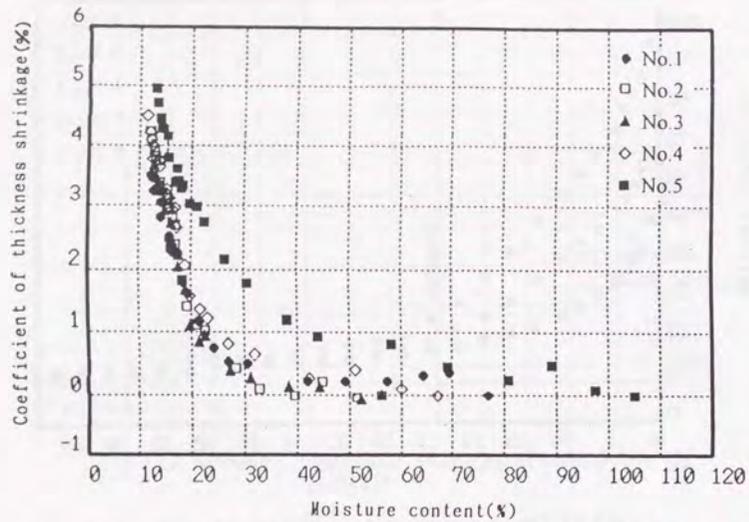


Fig. 3.25. Changes of coefficient of thickness shrinkage (Red-heart).

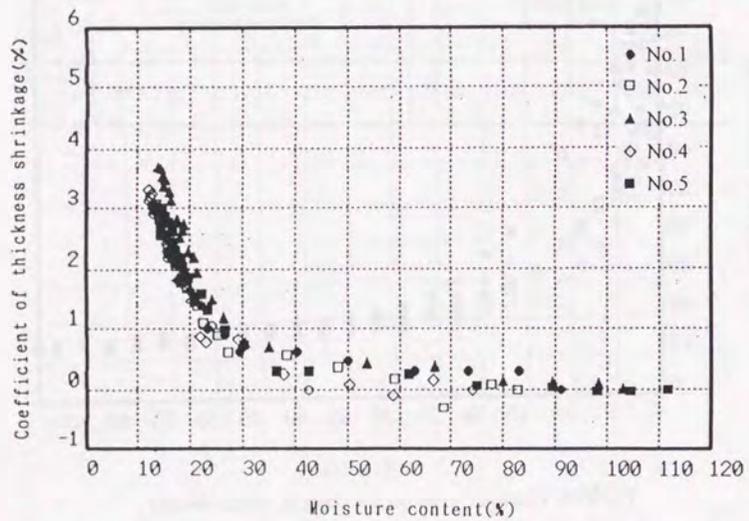


Fig. 3.26. Changes of coefficient of thickness shrinkage (Black-heart).

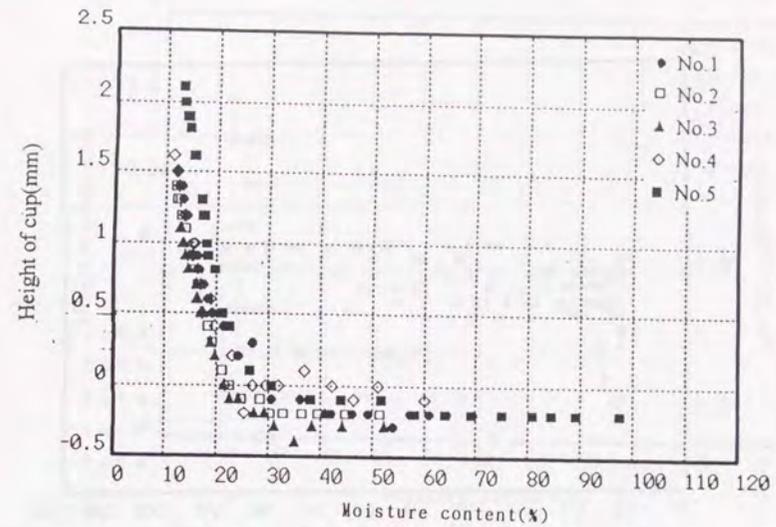


Fig. 3.27. Changes of height of cup (Red-heart).

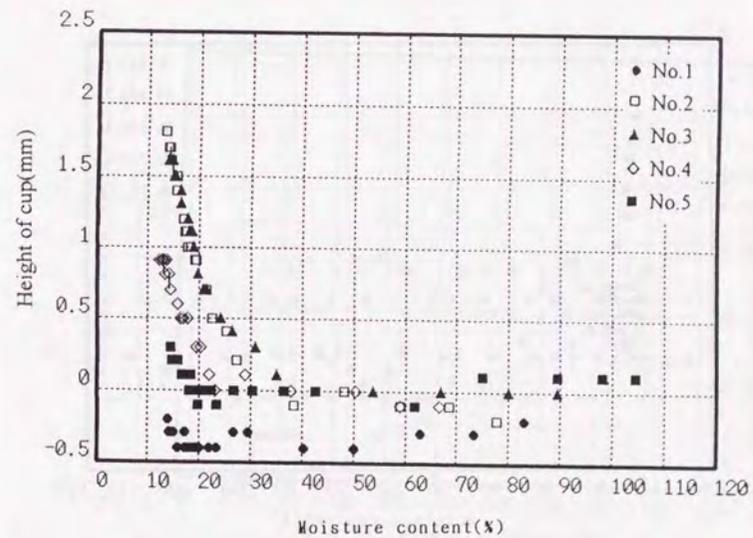


Fig. 3.28. Changes of height of cup (Black-heart).

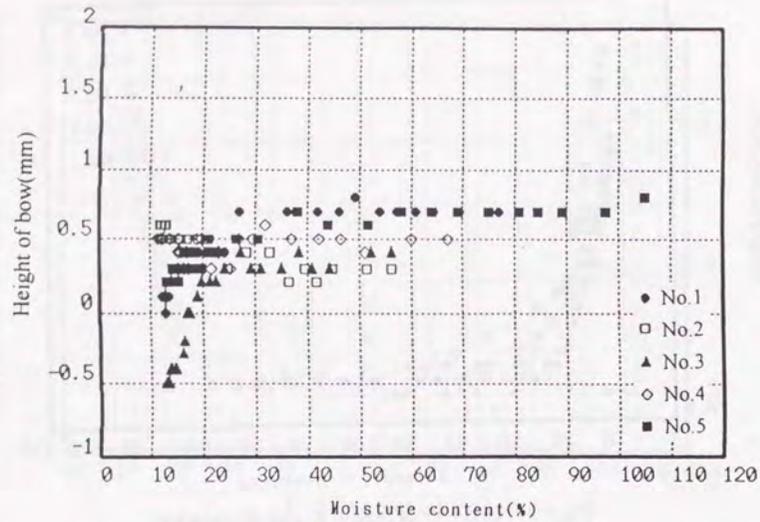


Fig. 3.29. Changes of height of bow (Red-heart).

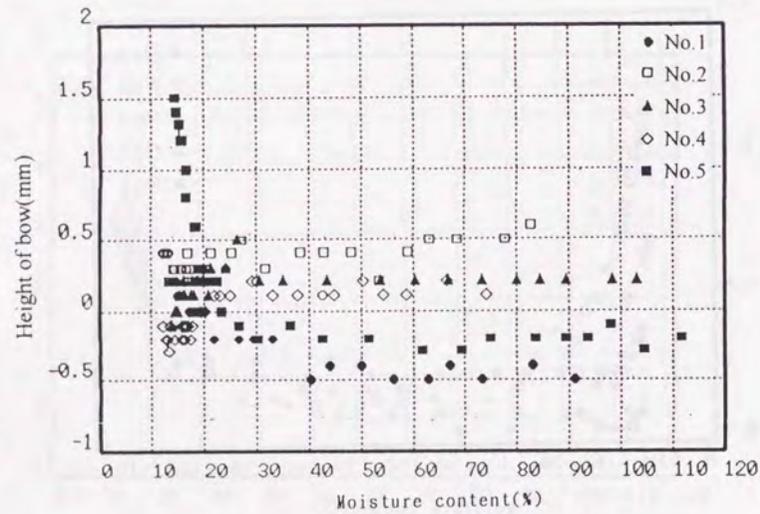


Fig. 3.30. Changes of height of bow (Black-heart).

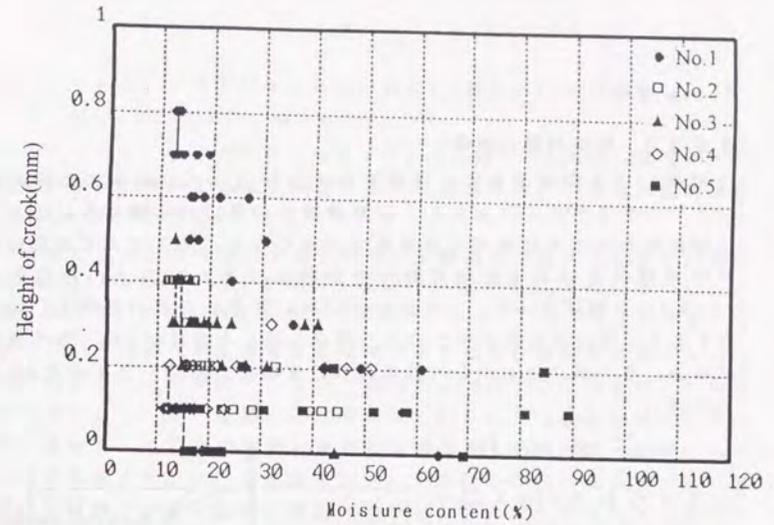


Fig. 3.31. Changes of height of crook (Red-heart).

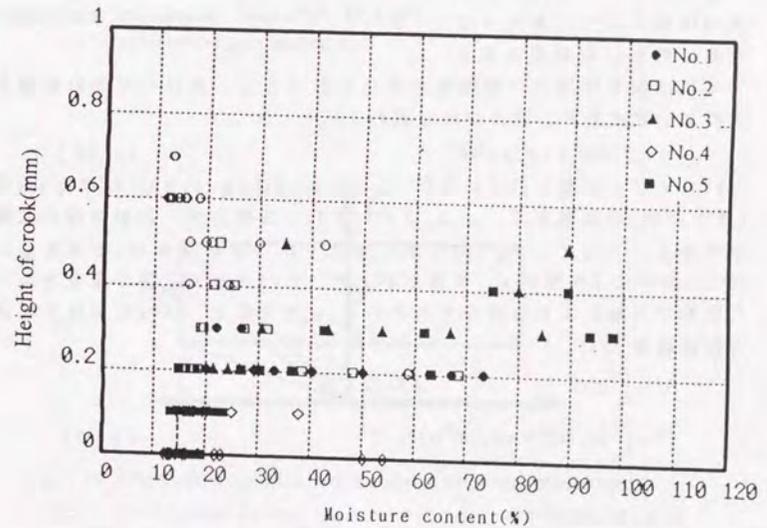


Fig. 3.32. Change of height of crook (Black-heart).

### 3.6.3 考察

#### 3.6.3.1 厚さ収縮の評価

収縮には異方性があり、接線方向と放射方向の収縮率の比率は約2:1である<sup>6)</sup>。そのために、収縮量はその部位の年輪傾角に依存し年輪傾角が大きくなるほど収縮量が大きくなる。そこでまず測定位置の年輪傾角を求めて平均収縮率を評価してみた。材上の任意の点(u,v,w)の年輪傾角 $\eta$ は、この点をXYZ系に変換した点の座標を(x,y,z)とすると、 $Y=y$ の平面上でこの点と原点を結んだ直線がZ軸となす角度になる。その値はこの点を円柱座標系に変換した時のパラメータ $\alpha$ を用いれば、

$$\eta = \left| \frac{\pi}{2} - \alpha \right| \quad (3.33)$$

と与えられる (Fig. 3.33)。ここでは厚さを測定した位置の厚さ方向の midpoint の年輪傾角を求めてこれを評価値として用いることにした。

年輪傾角は、材の厚さ方向の位置によって変化するため、厳密に収縮量を推定するには測定区間内の収縮量の変化を数式化し、積分して全収縮量を求める必要がある。異方収縮を表わす式として、

$$a_z = a_T \cos^2 \alpha + a_R \sin^2 \alpha \quad (3.34)$$

という式がよく知られている<sup>6)</sup>。ここで $a_z$ は点(x,y,z)におけるz方向(厚さ方向)の収縮率で、 $a_T, a_R$ はそれぞれ、接線方向、放射方向の収縮率である。ここで、Fig. 3.34に示したように、材の厚さがtで木表面の $X=x$ におけるZ座標が $z_f$ 、木裏面が $z_b$ で、その点とXYZ系の原点を結んだ直線がX軸となす角度をそれぞれ $\alpha_f, \alpha_b$ とすると、 $X=x$ における厚さ方向収縮量 $\Delta z$ は、

$$\begin{aligned} \Delta z &= \int_{z_b}^{z_f} a_z dz \\ &= \int_{z_b}^{z_f} (a_T \cos^2 \alpha + a_R \sin^2 \alpha) dz \\ &= (a_T - a_R)x(\alpha_f - \alpha_b) + a_R t \end{aligned} \quad (3.35)$$

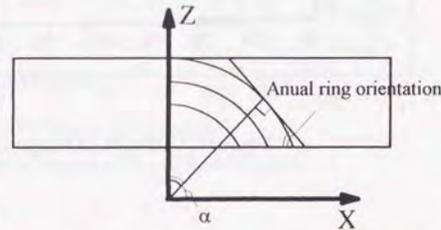


Fig. 3.33. Schematic diagram of relationship  $\alpha$  and annual ring orientation.

と与えられる。この式の両辺を材の厚さtで割れば、全収縮率は、

$$\Delta z / t = (a_T - a_R)x(\alpha_f - \alpha_b) / t + a_R \quad (3.36)$$

と与えられる。この式からわかるようにT方向、R方向の収縮率がすべての試験体で同一であると仮定すると、測定部分の平均厚さ収縮率は $x(\alpha_f - \alpha_b) / t$ に比例することになる。

各測定点の厚さ方向の midpoint の部分の年輪傾角と厚さ全収縮率の関係を Fig. 3.35 に、 $x(\alpha_f - \alpha_b)$  と厚さ全収縮率の関係を Fig. 3.36 に示した。これを見ると、年輪傾角が大きくなるほど、また、 $x(\alpha_f - \alpha_b)$  が大きくなるほど、全収縮率が大きくなる傾向は見られるが相関性は高くないことがわかる。その理由としては、個体差に依存する収縮率のバラ付きが存在することと、収縮という現象が木取りに対する依存性が非常に高い現象で、また全収縮量は大きいものでも1.5mm程度と規模の小さい現象であるために、収縮量を測定した位置の年輪傾角の推定値と実際の年輪傾角の差が敏感に推定結果と実測の差として現れてしまうことが考えられる。

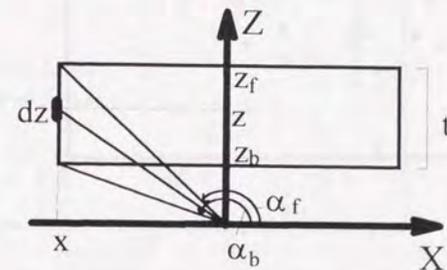


Fig. 3.34 Schematic diagram of estimation of thickness shrinkage.

Notes: t: Thickness of lumber,  $\alpha$ : Angles in polar coordinates at (x,z), x: X-coordinate of radial section, z: Z-coordinate of tangential section, suffix f: Face side of lumber, suffix b: Back side of lumber.

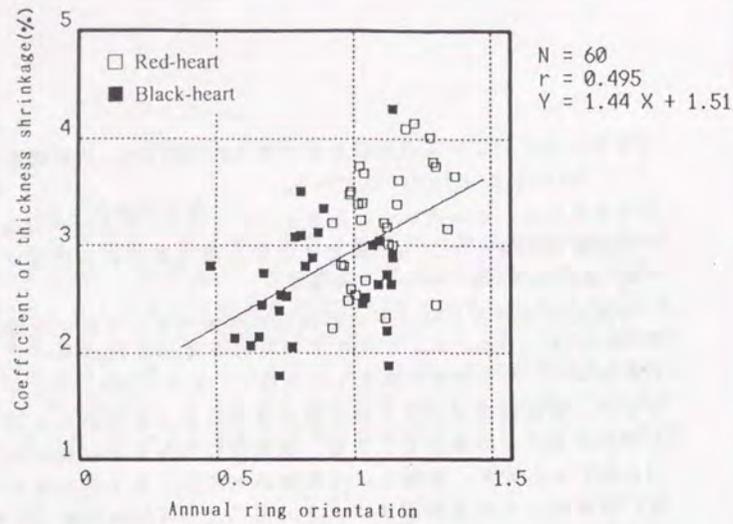


Fig.3.35. Relationship between annual ring orientation and coefficient of thickness shrinkage.

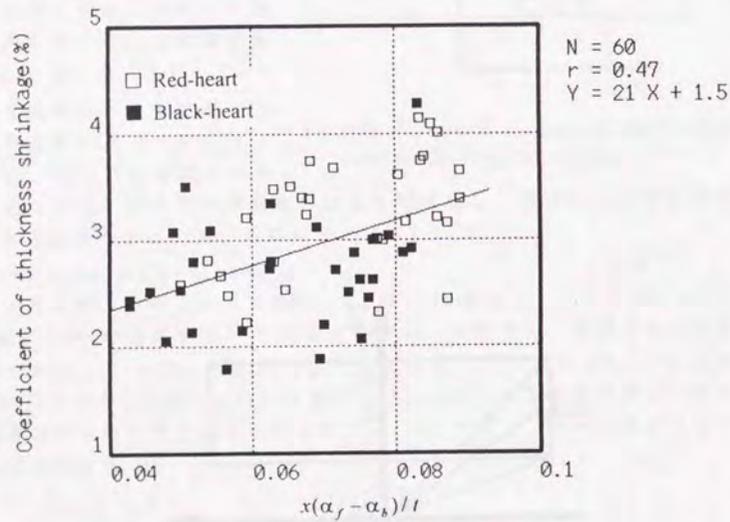


Fig.3.36. Relationship between grain parameter for shrinkage and coefficient of thickness shrinkage.

Notes:  $x$ : X-coordinate of measuring point,  $\alpha_f$ : Angle from right side to left side on face side of lumber,  $\alpha_b$ : Angle from right side to left side on back side of lumber,  $t$ : Thickness of lumber.

### 3.6.3.2 幅反りの評価

幅反りは、収縮率の個体間差がない場合には、木表面と木裏面の収縮率の差が大きいほど大きくなる。収縮率は異方性があり、接線方向と放射方向の収縮率の比率は約2:1であるから、板目材の場合には樹幹の中心に近い部分から木取られた材ほど幅反りは大きくなる。XYZ座標系では樹幹からの距離というのはその点のZ座標値に相当する。そこで、測定面の木口面中心のZ座標で幅反り量を評価してみたのがFig.3.37である。これを見ると、確かに樹幹中心から離れた材ほど幅反りが起こりにくいことがわかる。

しかしながら、今回使用した材の木取りは完全な板目材ではなく、木口面の中心のX座標は0ではない。そのために幅反りは左右非対象に起こり、結果としてねじれているのに近い状態になったものもあった。したがって厳密に幅反りの量を予測するには測定断面の上下の収縮率を計算し、その差を求める必要がある。そこで、前節と同じ考え方で測定断面の上下面の収縮量を式の形で表わしてみた。

Fig.3.38に示したような、材の幅が**b**で両端の境界座標が $x_r, x_l$ で、

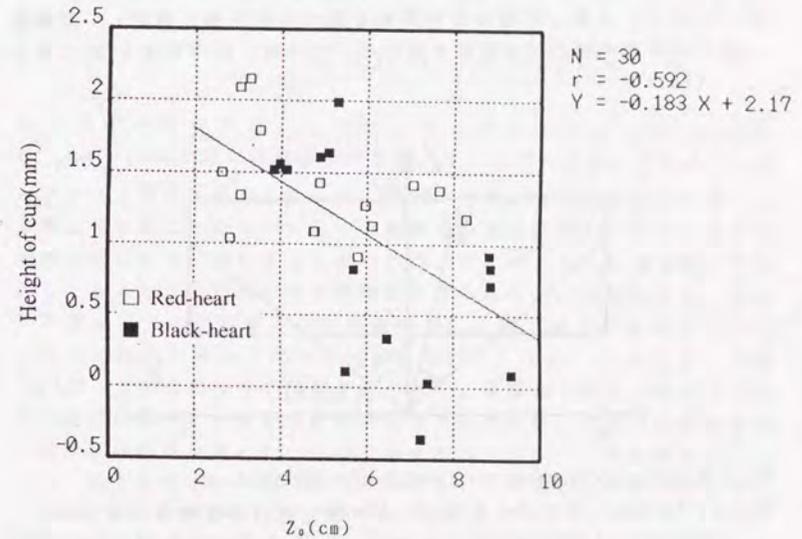


Fig.3.37. Relationship between  $z_0$  and height of cup.

Notes:  $z_0$ : Z-coordinate of center of cross section in XYZ coordinate system.

Z=zにおける境界線上の点がX軸となす角度が $\alpha_r(z), \alpha_f(z)$ で与えられるとすると、Z=zにおける幅方向収縮量 $\Delta x(z)$ は、式(3.34)より、

$$\begin{aligned} \Delta x(z) &= \int_{x_l}^{x_r} a_r(z) dx \\ &= \int_{x_l}^{x_r} (a_r \sin^2 \alpha(z) + a_r \cos^2 \alpha(z)) dx \\ &= (a_r - a_r) z (\alpha_f(z) - \alpha_r(z)) + a_r b \end{aligned} \quad (3.37)$$

で与えられる。したがって、木表、木裏面の収縮量 ( $\Delta x_f, \Delta x_b$ ) の差は、

$$\begin{aligned} \Delta x_b - \Delta x_f &= (a_r - a_r) \{ z_b (\alpha_f(z_b) - \alpha_r(z_b)) - z_f (\alpha_f(z_f) - \alpha_r(z_f)) \} \\ &\equiv (a_r - a_r) \{ z_b \Delta \alpha_b - z_f \Delta \alpha_f \} \end{aligned} \quad (3.38)$$

で与えられる。この式からわかるようにT方向、R方向の収縮率がすべての試験体で同一であると仮定すると、測定部分の幅反りの量は $z_b \Delta \alpha_b - z_f \Delta \alpha_f$ に依存することになる。この値を横軸に、幅反り量を縦軸に取ったグラフをFig.3.39に示した。

この図を見ると、中心のZ座標値で評価した場合よりも明確に幅反りの傾向を示していることがわかるが、そもそも木裏、木表面の差と幅反り量とは直線関係には無いので、その相関を求めることができない。そこで、木表、木裏面の中間面を反りの中立軸と仮定し、収縮量と反りの曲率半径(R)の関係を定める。この時、曲率角度を $2\theta$ とする

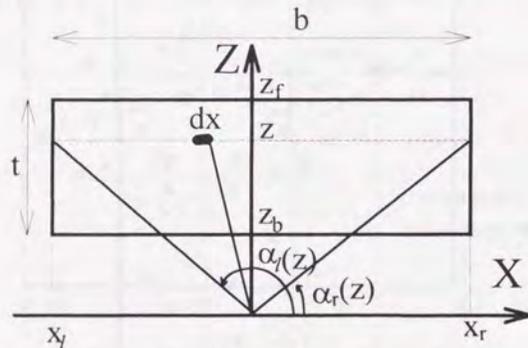


Fig.3.38. Schematic diagram of estimation of width shrinkage.

Notes: t: Thickness of lumber, b: Width of lumber,  $\alpha(z)$ : Angles in polar coordinates at  $(x, z)$ , x: X-coordinate of radial section, z: Z-coordinate of tangential section, suffix f: Face side of lumber, suffix b: Back side of lumber, suffix l: Left side of lumber, suffix r: Right side of lumber.

と、Rと $\Delta x_f, \Delta x_b$ の間には厚さtと幅bを用いるとそれぞれ、

$$\begin{aligned} \left(R - \frac{1}{2}\right)\theta &= \frac{b - \Delta x_f}{2} \\ \left(R + \frac{1}{2}\right)\theta &= \frac{b - \Delta x_b}{2} \\ 2R\theta &= b - \frac{\Delta x_b + \Delta x_f}{2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

という関係が成り立つ。この方程式を解くと、 $\theta$ は

$$\theta = \frac{\Delta x_f - \Delta x_b}{2t} \quad (3.40)$$

で与えられる。幅反りの量を $\delta$ とすると、 $\delta$ は $\theta, \Delta x_f, \Delta x_b$ を用いて近似的に、

$$\delta = \frac{\theta(b - (\Delta x_b + \Delta x_f))}{4} \quad (3.41)$$

で表わされる。式(3.41)に式(3.40)を代入すると、

$$\delta = \frac{(\Delta x_f - \Delta x_b)(2b - (\Delta x_b + \Delta x_f))}{8t} \quad (3.42)$$

となる。この式の両辺を $\Delta x_f - \Delta x_b$ で割って、さらに式(3.37)を代入すると、

$$\frac{\delta}{z_f \Delta \alpha_f - z_b \Delta \alpha_b} = \frac{(a_r - a_r) (z_f \Delta \alpha_f + z_b \Delta \alpha_b) + 2a_r b + 2b}{8t} \quad (3.43)$$

という式が得られる。したがってこの式から、 $z_f \Delta \alpha_f + z_b \Delta \alpha_b$ と $\delta / (z_f \Delta \alpha_f - z_b \Delta \alpha_b)$ の間には直線相関性があることがわかる。このふたつのパラメータ間の関係を見たのがFig.3.40である。この図を見るとほとんど幅反りを起こさなかった二つの試験体の測定結果が明らかに他の試験体の測定結果と異なることがわかる。そこで、その6点を除いて回帰してみると比較的高い直線相関性が得られた。この結果から、幅反りの量は二つの板目面間の収縮量の差に依存することが確認された。二つの試験体が異なる傾向を示した理由としては、そのうち一つはFig.3.28を見ると幅反りの発現時期が遅く、実験終了時点ではまだ十分な変形が起っていないためと考えられるが、なぜこの試験体だけ変形開始時期が遅れたのかは不明である。もう一つの試験体については、測定部位による幅反りの差が大きく、結果としてねじれを生じており、その影響が現れたためと考えられる。

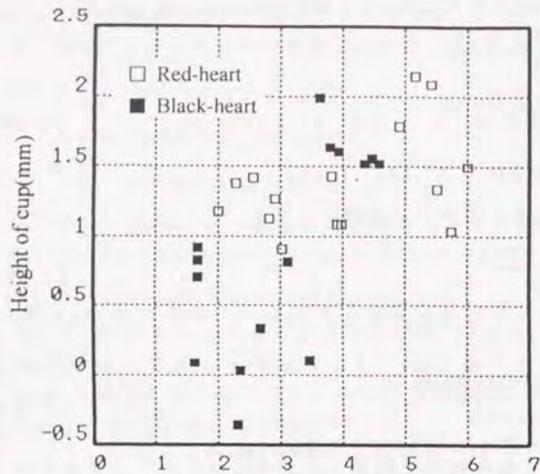


Fig.3.39. Relationship between  $z_f \Delta \alpha_f - z_b \Delta \alpha_b$  and height of cup.

Notes: z: Z-coordinate,  $\Delta \alpha$ : Angle from left side to right side on z plane, suffix f: Face side of lumber, suffix b: Back side of lumber.

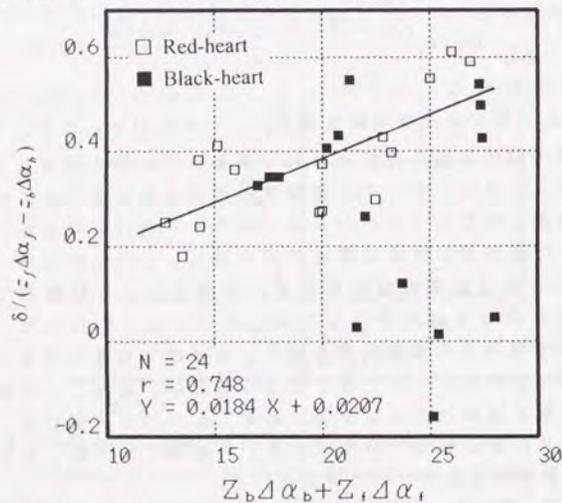


Fig.3.40. Relationship between  $z_f \Delta \alpha_f + z_b \Delta \alpha_b$  and  $\delta / (z_f \Delta \alpha_f + z_b \Delta \alpha_b)$

Notes:  $\delta$ : Height of cup, z: Z-coordinate,  $\Delta \alpha$ : Angle from left side to right side on z plane, Suffix f: Face side of lumber, b: Back side of lumber.

### 3.6.3.3 弓反り、縦反りの評価

弓反り、縦反りは上記の二つの現象と比べると非常に大きな現象であり実用的にも大きな問題があるのだが、その原因はあまりよく解っていない。ただし、製材によって生じる板目面に対する木理の傾斜、いわゆる斜め木理が存在する材は弓反りが起こりやすいという報告がある。そこでまず、弓反りに対する斜め木理の影響を評価してみた。

斜め木理というのは、材の板目面と木理走向方向がなす角度であり、それはL軸とW軸がなす角度（以降、 $\beta_w$ と表記する）に相当する。その大きさはL軸をUVW系に変換した時のW成分から求めることができる。Fig.3.41に、弓反り測定位置の断面の $\tan \beta_w$ の平均値を横軸に、弓反りの矢高の絶対値を縦軸にとった図を示す。 $\tan \beta_w$ と弓反りの量についてはほとんど相関関係はないが、斜め木理の角度が大きくなると弓反りが大きくなっていく傾向があることがわかる。

Table 3.5に各試験体の各測定点の弓反りの値を示した。最も弓反りが大きい試験体は黒心の5番であったが、その大きさは測定位置によってかなり変動している。その他の試験体でも比較的大きな弓反りが生じた試験体は測定位置によってその大きさが変動していることがわかる。要するに、大きな弓反りはねじれの結果として生じていた。ねじれは、材軸と繊維走向方向の角度が大きくなると生じると考えられる。そこで、材軸と繊維走向方向のなす角度、すなわちV軸とL軸のなす角度 $\beta_v$ を求めて、その正接と弓反りの量との関係を見てみた。その結果をFig.3.42に示す。 $\tan \beta_w$ との関係と比較するとこちらの方が相関性があることがわかる。この結果より、少なくとも本実験では弓反りはねじれの結果として生じ、その量は材軸とL軸方向のずれの大きさに比例するということができよう。

つぎに、材が所属していた樹幹の細りと弓反りの量の関係を検討してみた。その結果をFig.3.43に示した。これを見るとある程度の相関性が見られることがわかる。すなわち、細り角が大きいものほど弓反りの量が大きい傾向が見られる。この結果から弓反りという現象はその木がもともと持っていた材質の影響に支配されている可能性が大きいことが示唆されている。したがって、完満度の低い丸太を使う場合には、斜め木理が生じないように製材しても、結局弓反りが発生してしまう可能性があることになる。

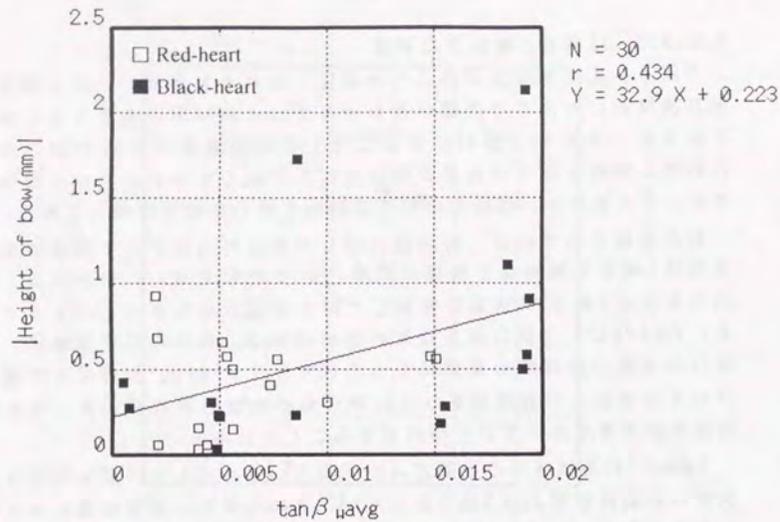


Fig.3.41. Relationship between  $\tan\beta_{w_{avg}}$  and height of bow.

Notes :  $\beta_{w_{avg}}$  : Average of angles between L-axis and W-axis on measuring cross section.

Table 3.5. Results of measurement of heights of bow.

Measuring position	Height of bow(mm)		
	(1)	(2)	(3)
<b>Red-heart</b>			
1	0.57	0.57	0.56
2	0.49	0.05	0.15
3	0.68	0.66	0.92
4	0.03	0.06	0.16
5	0.40	0.31	0.55
<b>Black-heart</b>			
1	0.50	0.58	0.91
2	0.23	0.23	0.03
3	0.31	0.18	0.22
4	0.27	0.28	0.42
5	1.10	1.72	2.13

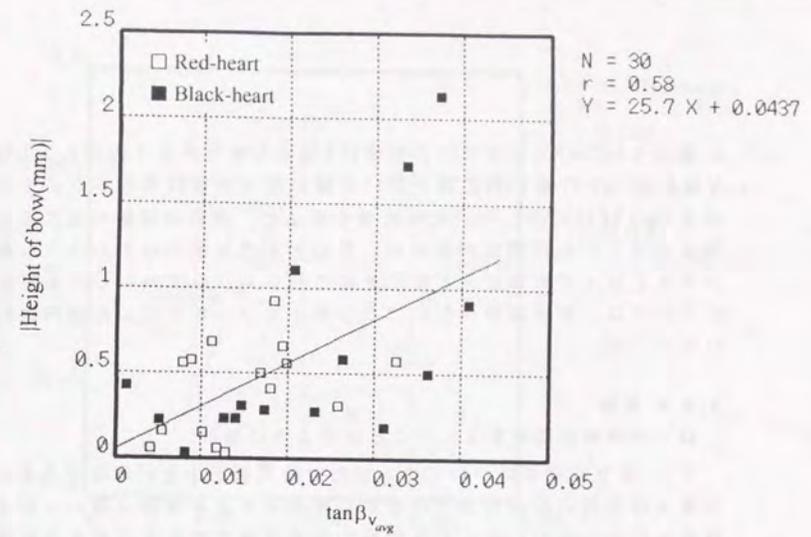


Fig.3.42. Relationship between  $\tan\beta_{v_{avg}}$  and height of bow.

Notes :  $\beta_{v_{avg}}$  : Average of angles between L-axis and V-axis on measuring cross section.

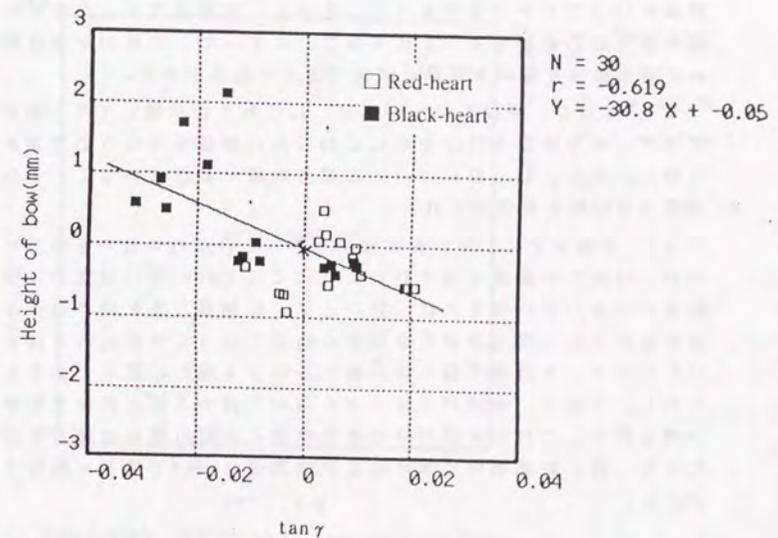


Fig.3.43. Relationship between  $\tan\gamma$  and height of bow.

Notes :  $\gamma$  : Thin angle of trunk.

縦反りについても弓反りと同様にL軸とU軸とがなす角度 $\beta_U$ 、L軸とV軸とがなす角度 $\beta_V$ の正接と狂いの量の関係の検討を行った。その結果をFig.3.44,45に示した。その結果を見ると、赤心の試験体はどちらの角度に対しても相関性が高いが、黒心のもののは赤心のものよりも角度が大きくなってもほとんど変形が起こらない。いずれにしても縦反りについては、測定数が少ないこともあってはっきりとした傾向はわからなかった。

### 3.6.4 結論

以上の考察の結果をまとめると次のようになる。

1) 厚さ収縮率については、変形の絶対量が小さい現象であるため、本論文の木理の数値化法では有効に評価できたとはいえない。完全な評価を行なうためには、ある程度の限界はあるであろうがさらに精度の高い木理パラメータの推定法を開発する必要性が認められた。

2) 幅反りについては、数値化した木理のパラメータ $\alpha_0$ を用いてその量を評価することが可能であることが示された。さらに、木表面木裏面の収縮量の差を表わすパラメータを用いることでより精度の良い評価を行うことが可能であった。さらに、木理パラメータを用いて収縮の異方性の影響をモデル化することによって、非対称な板目材や追い柱材の幅反り現象を正確に評価できる可能性がある。

3) 弓反り、縦反りについては、ねじれと切り離して考えることができず、その評価を行うためにはねじれの評価を行なう必要があることが示された。ねじれについては精度の高い測定法がなく、その方法を考える必要性が認められた。

4) 本論文では、狂いを評価する際にそれぞれの狂いを独立に扱ったが、弓反りの評価で示されたようにそれぞれの狂いは互いに密接な関係がある。言い換えれば、狂いとは、収縮異方性を持つ材全体の水分変化による3次元の変形を特定の断面で切って2次元的に捉えたものにすぎず、その値を個々に評価するのは本質的に誤りであると考えられる。今後は、木理パラメータを用いて材の3次元的な変形挙動の予測を行い、これと実際の材の変形挙動との間の関係を検討することにより、特に乾燥過程における変形の機構について検討を行なう必要がある。

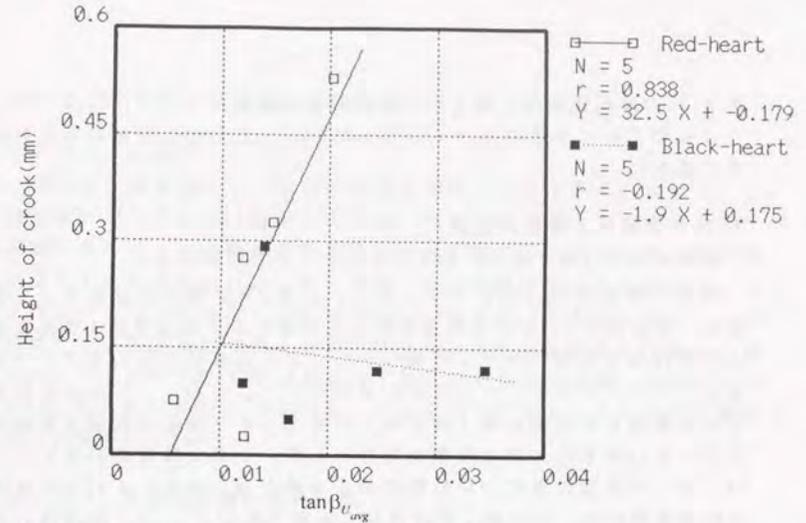


Fig.3.44. Relationship between  $\tan \beta_{U \text{ avg}}$  and height of crook.

Notes :  $\beta_{U \text{ avg}}$  : Average of angles between L-axis and U-axis on measuring cross section.

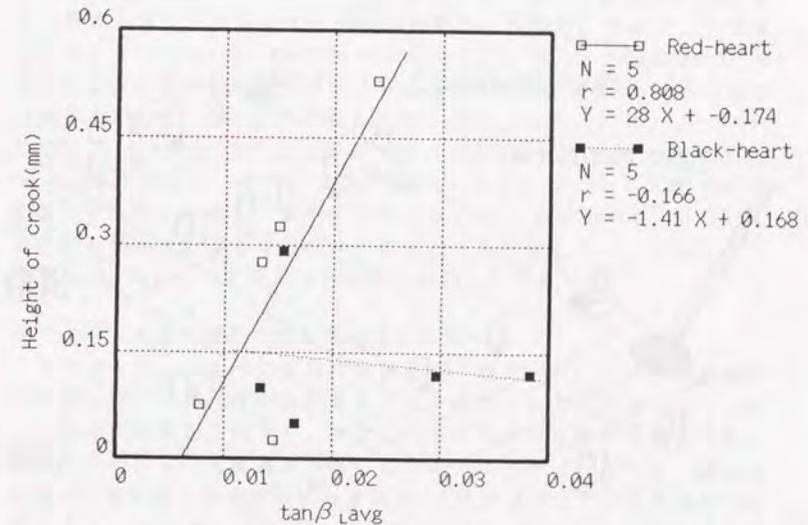


Fig.3.45. Relationship between  $\tan \beta_{V \text{ avg}}$  and height of crook.

Notes :  $\beta_{V \text{ avg}}$  : Average of angles between L-axis and V-axis on measuring cross section.

### 3.7 応力波伝播速度に対する木理の影響の評価

この節では、木理のパラメータを用いて、応力波の伝播時間差の評価を試みた。

#### 3.7.1 試験体と実験の概要

試験体は3.3節で使用したカラマツラミナを使用した。

実験の概略をFig.3.46に示す。まず、図のaの位置に加速度計1を設置し、次に図の1の位置に加速度計2を設置する。加速度計1の延長線上の木口面を木製のバチで打撃し、二つの加速度計の出力をアンプを通してデジタルストレージ型オシロスコープに入力し、二つの加速度計から得られた波形の第1波目同士の立ち上がり位置の間隔を直接読み取りその値を応力波の伝播時間差とした。なお、時間差の値としては、同一の測定位置について数回測定を繰り返した後、それらの値の平均値を用いた。この後、加速度計1を図上のb,c,...と、加速度計2を図上の2,3,...と移動させて、その全ての組み合わせについて時間差測定を行なった。すなわち、試験体一体当たり30通りの組み合わせについて時間差測定を行なった。

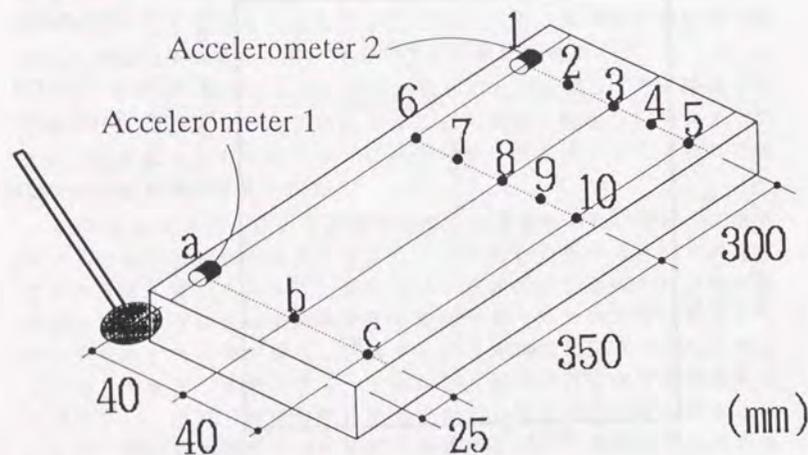


Fig.3.46. Schematic diagram of measuring the time difference.

Notes: a, b, c: Position where accelerometer1 was attached, 1-9: Position where accelerometer2 was attached.

#### 3.7.2 応力波伝播速度の評価方法

##### 3.7.2.1 評価パラメータ

応力波伝播速度にもその他の木材の物性と同じく異方性があり、伝播速度が最も速いのは繊維走向方向である。したがって、測定2点間を結んだベクトルと繊維走向方向とのなす角度が大きくなるほど速度が低下すると考えられる。繊維走向方向と木理走向方向とは必ずしも一致しないのであるが、この節では、これを同一であるとみなし、加速度計1の取り付け位置を原点とするTLR座標系を設定し、その伝播方向ベクトルがT軸,L軸,R軸それぞれとなす角度(以降、それぞれを $\beta_T, \beta_L, \beta_R$ と表記する)を求めて、この3つをパラメータとして伝播速度の評価を行なった。

##### 3.7.2.2 応力波伝播形態の評価

応力波伝播について考える際に問題になることの一つとして、加速度計は表面に取り付けられるのに対して、打撃を行うのは木口面であるために、加速度計で観測された波は、二つの加速度計を結ぶ直線を伝わったとみなすべきなのか、それとも、材の内部の最も波が伝わり易い部分を通ったとみなすべきなのかわからない、ということも挙げることができる。その解析を行なうために、まず、加速度計1と加速度計2それぞれから取り付け平面に対して垂線を下ろし、2平面を結ぶ線分を5分割し、それぞれの点を結んだベクトル(25本)それぞれについて、3.7.2.1節と同様にT軸,L軸,R軸それぞれとなす角度 $\beta_T, \beta_L, \beta_R$ を求めた。その中で $\beta_L$ が最少になるベクトルとT軸,L軸,R軸となす角度(以降、それぞれを $\beta_{Tmin}, \beta_{Lmin}, \beta_{Rmin}$ と表記する)を用いて応力波伝播速度の評価を行ない、表面の2点を結んだベクトルとなす角度 $\beta_T, \beta_L, \beta_R$ によって評価した結果と比較して検討を行った。

##### 3.7.2.3 木理方向応力波伝播速度の推定

応力波を用いて木材の材質の評価を行う場合には、二つの加速度計の設置位置に伝播速度が依存することが問題となる。木理パラメータと伝播速度の関係を使って、測定の結果得られた伝播時間差を換算して木理走向方向の伝播速度を求めることができれば、さらに、材上の任意の2点を結んだ部分の伝播速度のL方向の速度に対する低減率と木理パラメータの間に成り立つ関係を式の形で求めることができれば、その用途は大いに拡大する。例えば、超音波法による傷害探査、水分分布の評価やアコースティックエミッションによる破壊位置検定も現在より高い精度で可能になるであろう。そこで、実験により得られた伝

播速度と木理パラメータの関係を用いてL方向の応力波伝播速度を推定し、その結果得られた値についての検討を行なうことにした。

推定の方法としては、まず単純な方法として、各座標軸と伝播方向ベクトルのなす角度を説明変数、伝播速度を従属変数とする単回帰分析をおこない、得られた回帰式からT軸、L軸、R軸となす角度が0の時の値を求めてこれをL方向の応力波伝播速度とみなした。

ついで、木材の異方性を考慮に入れたL方向応力波速度の推定を行なった。TLR系空間上の原点から任意の点の間の伝播時間差は、その点の座標 $(l, l, r)$ と各軸方向の速度ベクトル $(v_T, v_L, v_R)$ の6つのパラメータで表わされる。TLR系空間は $v_T, v_L, v_R$ が異なる、速度異方性を持つ空間であり、原点から点までの距離 $\Delta D$ が同じでも、その点の座標によって伝播時間差が異なる。

今、各軸方向の速度が全て $v_L$ である、すなわち速度等方性を持つ仮想の座標空間 $T'L'R'$ 空間を想定する。この空間上では、原点からの距離 $\Delta D_{iso}$ が同じ点と原点の間の伝播時間差はその座標 $(l', l', r')$ の値によらず、すべて同じになる。

この二つの座標空間における任意の2点間の伝播時間差を $\Delta T, \Delta T'$ とすると、それぞれ、

$$\Delta T = \sqrt{l^2 + l^2 + r^2} \times |v| \quad (3.44)$$

$v$ : 2点間を結ぶ方向の速度

$$\Delta T' = \sqrt{l'^2 + l'^2 + r'^2} \times v_L = \Delta D_{iso} \times v_L \quad (3.45)$$

で与えられることになる。ここで、 $\Delta T = \Delta T'$ となるように、TLR空間上の点 $(l, l, r)$ を $T'L'R'$ 空間上の点 $(l', l', r')$ に変換してやれば任意方向の伝播速度 $|v|$ は、

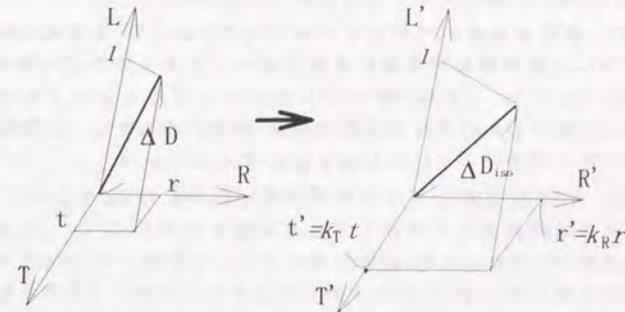
$$|v| = \frac{\sqrt{l'^2 + l'^2 + r'^2} \times v_L}{\sqrt{l^2 + l^2 + r^2}} = \frac{\Delta D_{iso}}{\Delta D} \times v_L \quad (3.46)$$

で与えられることになる。すなわち、伝播速度の異方性を2点間の距離の違いに置き換えて考えることによって、任意の向きの伝播速度を $v_L$ から推定することが可能になり、逆に、伝播速度の実測値からL方向の伝播速度 $v_L$ を推定することが可能になる。

その変換の概念図をFig.3.47に示す。T軸、R軸方向をそれぞれの伝播速度のL軸方向の伝播速度に対する低減率をかけて拡大した軸を $T'$ 軸、 $R'$ 軸とする。TLR上の点は $T'L'R'$ 系では、図に示した位置にくることになる。この時の中心から点までの距離 $\Delta D_{iso}$ が、伝播時間 $\Delta T$ の間に波

がL方向に進むことができる距離となる。これを $\Delta T$ で割った値が、その材のL軸方向の速度に相当することになる。

本論文では、この仮想等方性座標系に変換する方法も用いてL方向伝播速度の推定を行なった。



A coordinate system which has velocity anisotropy.

A coordinate system which has velocity isotropy.

$$V_L : V_R : V_T = 1 : \frac{1}{k_R} : \frac{1}{k_T} = 1 : 1/\sqrt{10} : 1/\sqrt{20} \quad V_L = V'_L = V'_T$$

Fig.3.47. Schematic diagram of relationship between anisotropic coordinate system (TLR) and virtual isotropic coordinate system (T'L'R').

Notes  $\Delta D$ : Distance between attached accelerometers,  $\Delta D_{iso}$ : Distance between attached accelerometers in the isotropic coordinate system.,  $V_L / V_R / V_T$ : Velocity of stress wave in L-direction/R-direction/T-direction,  $V'_L / V'_R / V'_T$ : Velocity of stress wave in L-direction/R-direction/T-direction in a coordinate system which has velocity isotropy,  $k_R / k_T$ : Coefficient for coordinate transformation of R-direction/T-direction.

### 3.7.3 結果

Fig.3.48から51にそれぞれ全試験体の伝播時間差の全測定値を3.7.2節で定義したパラメータ $|\cos\beta_T|$ 、 $|\cos\beta_R|$ 、 $|\beta_L|$ 、 $\Delta D$ (=測定2点間の距離)/ $\Delta D_{90}$ で回帰した結果を示す。いずれの図も、上の図は表面2点間を結んだベクトルから得られたパラメータを用いたもので、下の図は $|\beta_L|$ が最少になるベクトルから得られたパラメータを用いて回帰したものである。Fig.3.52から81に各試験体についての個別の結果を示す。図の配置は、1段目が $|\cos\beta_T|$ による回帰と $|\cos\beta_R|$ による回帰、2段目が $|\beta_L|$ による回帰と $\beta_L$ と伝播時間差の関係、3段目が $\Delta D/\Delta D_{90}$ による回帰と $\Delta D$ を伝播時間差で回帰した結果である。各パラメータによる回帰結果の一覧をTable 3.6に、その平均値と変動係数をTable 3.7に示した。

### 3.7.4 考察

以上の結果より以下のようなことが考えられる。

- 1) 試験体全体の回帰結果の図(Fig.3.48から51)を見るとわかるように、伝播径路を加速度計を設置した表面上の2点を結ぶ直線とみなしても、最もL軸となす角度が小さくなるベクトルを伝わったとみなしても、ほとんど同じ結果が得られた。これは試験体の厚さが薄いことにも起因すると考えられる。
- 2)  $|\cos\beta_T|$ 、 $|\cos\beta_R|$ による回帰結果(Fig.3.48, 49)を見ると、 $|\cos\beta_T|$ に対する相関性の方が高く、また、傾きが小さい、すなわち強度低減率が大きいという結果が得られた。これは、材の木取りの偏りがあるので一概に言い切ることにはできないが、T方向の伝播速度の方がR方向よりも遅いためにT方向の方が速度低減率が大きいことを表わしているためと考えられる。
- 3)  $|\beta_L|$ に対する回帰結果(Fig.3.50)を見ると、2点間ベクトルと、繊維走向ベクトルのなす角度が大きくなるほど伝播速度が低下する、という、当然の結果が得られた。しかし、その直線相関性は高く、伝播速度の簡易推定式として使用可能であると考えられる。
- 4) 仮想等方性座標への変換を行った結果得られたL方向換算距離 $\Delta D_{90}$ を用いた回帰結果では、まず、各試験体の回帰結果の図を見ると非常に相関係数は高いのだが、回帰直線が原点を通っていない。その理由は、TLR系からT'L'R'系への変換率の設定値にあると考えられ、原点を通るようにその比率を変えて最適比率を求める必要がある。また、 $\Delta D_{90}$ は2点間の距離の影響が大きく、この回帰の仕方では結果の意味するところが判然としない。そこで

Fig.3.51のように2点間距離をL方向換算距離 $\Delta D_{90}$ で割ることにによって相対的な速度低減率を求めて、この値を用いて伝播速度の回帰を行なってみた。この結果をみると、相関性は高いものの、 $|\beta_L|$ に対する回帰結果(Fig.3.50)と比べると相関性に差はなく、T方向、R方向の異方性の影響を評価できていたとは言えない。

5) 試験体個々のデータを見てみると、 $|\cos\beta_T|$ 、 $|\cos\beta_R|$ に対する回帰直線の傾きは試験体によって大きく異なっておりその傾きの変動係数は $|\cos\beta_T|$ で40%、 $|\cos\beta_R|$ で60%と非常に大きくなっている。これは、試験体の木取りによって2点間のT成分のずれだけが大きいもの、逆にR成分のずれだけが大きいものが出てくるためにこういう結果になった。したがって、各成分に対する依存性の高さで分類して相関分析を行えば、各方向の伝播速度の値が求まるであろう。

6) 同様に個々の試験体の $|\beta_L|$ に対する回帰結果を見ると、相関性はかなり高くなっており、傾きのバラ付きも前2者と比べるとはるかに小さい。 $\Delta D/\Delta D_{90}$ に対する回帰の結果は $|\beta_L|$ に対する回帰結果とほとんど同じである。個々の試験体レベルで見ても、仮想座標系への変換による伝播速度推定は異方性を十分に表わし得ていないことがわかる。

7)  $\beta_L$ に対して伝播速度をプロットした図を見ると、しばしば $\beta_L$ が0でない部分で伝播速度がピークを迎える結果がみられる。このピークの位置が、いわゆる旋回木理の角度を表わしていると考えられ、 $|\beta_L|$ に対する伝播速度の相関を下げる原因となっている。

8) 推定の結果得られた伝播速度について検討するために、推定値と比重、ヤング係数の関係を検討してみた。その結果をFig.3.82, 83に示した。比重とはそれ程関係無いものの曲げヤング係数とは比較的高い相関性があることがわかる。この結果より、木理を考慮に入れて補正を加えれば、応力波伝播速度はヤング係数に変わる指標値として使用できる可能性があることが示唆された。

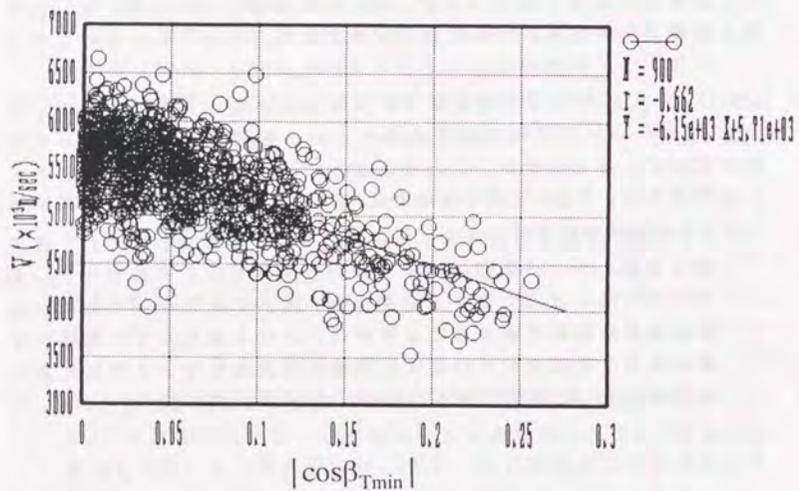
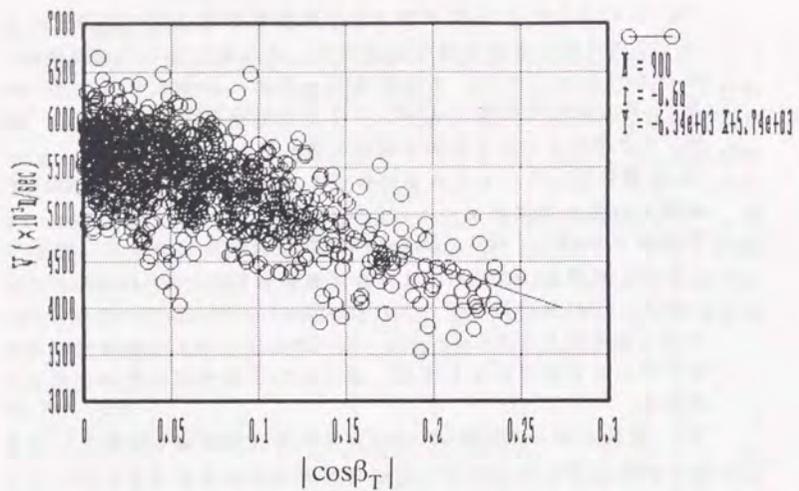


Fig.3.48. Relationship between V and  $|\cos\beta_T|$

Notes: V: Velocity of stress wave,  $\beta_T$ : Angle between T-axis and propagation direction of stress wave, Suffix min.: At  $\beta_L$  become minimum,  $\beta_L$ : Angle between L-axis and propagation direction of stress wave.

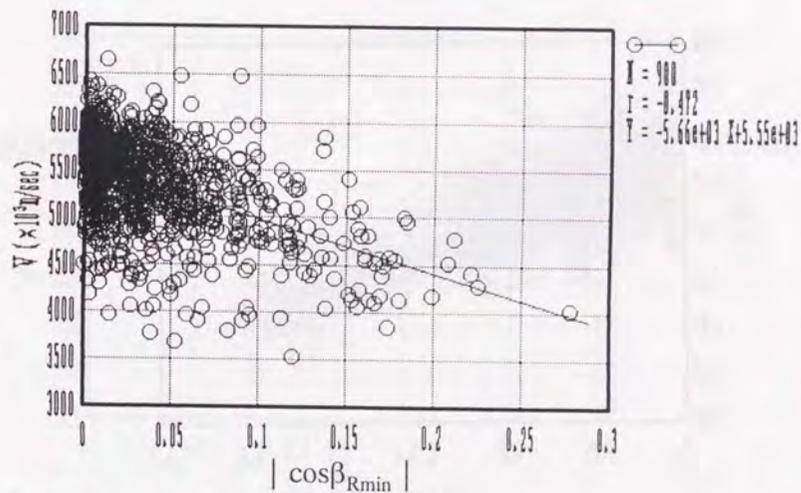
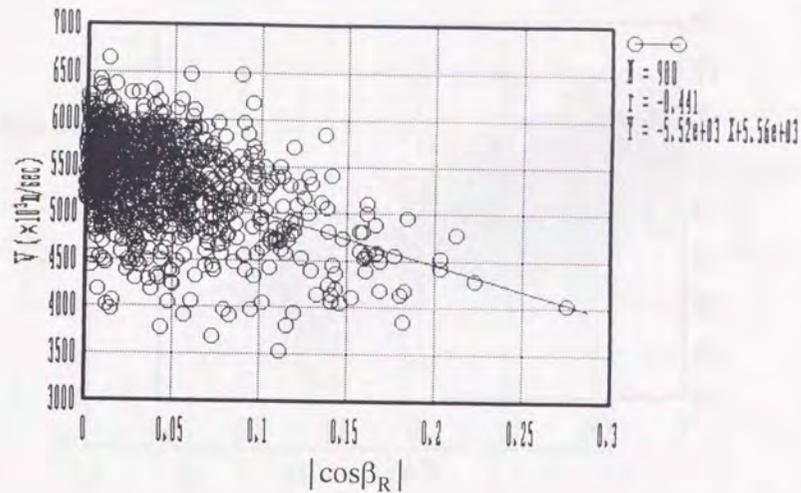


Fig.3.49. Relationship between V and  $|\cos\beta_R|$

Notes: V: Velocity of stress wave,  $\beta_R$ : Angle between T-axis and propagation direction of stress wave, Suffix min.: At  $\beta_L$  become minimum,  $\beta_L$ : Angle between L-axis and propagation direction of stress wave.

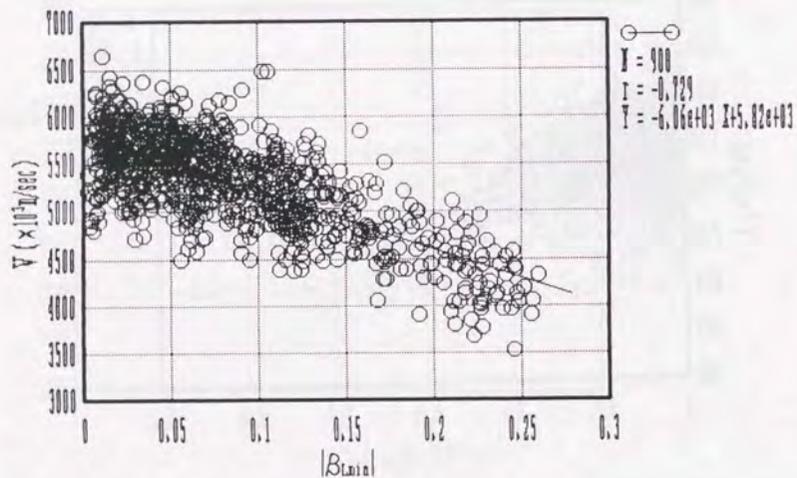
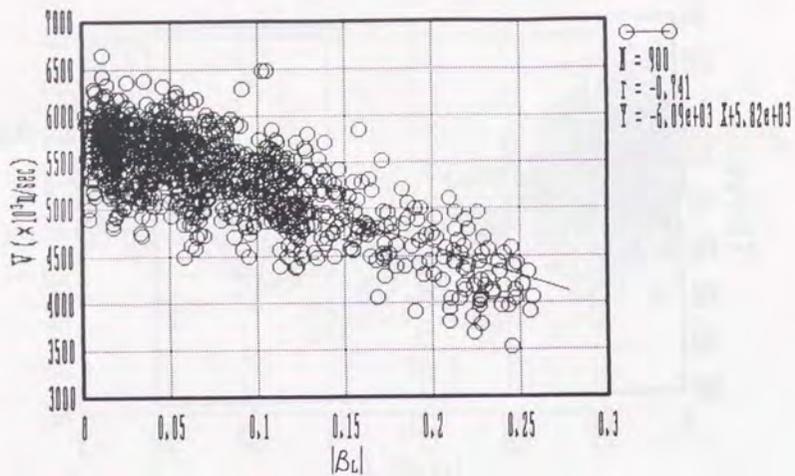


Fig.3.50. Relationship between  $V$  and  $|\beta_L|$

Notes:  $V$ : Velocity of stress wave,  $\beta_L$ : Angle between T-axis and propagation direction of stress wave, Suffix min.: At  $\beta_L$  become minimum.

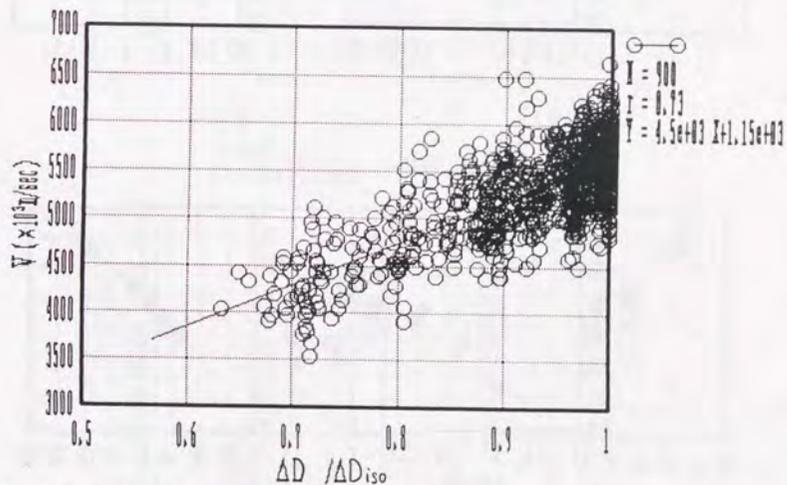
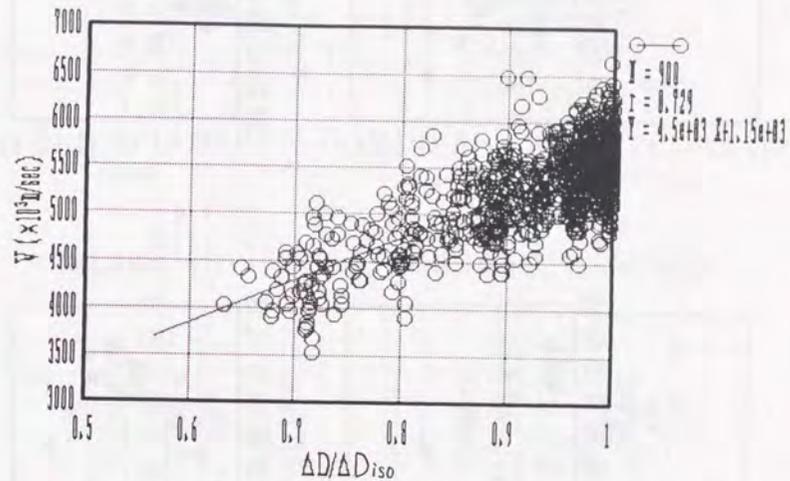


Fig.3.51. Relationships between  $V$  and  $\Delta D / \Delta D_{iso}$

Notes:  $V$ : Velocity of stress wave,  $\Delta D$ : Distance between attached accelerometers,  $\Delta D_{iso}$ : Distance between attached accelerometers in the virtual isotropic coordinate system, Suffix min.: At  $\beta_L$  become minimum,  $\beta_L$ : Angle between L-axis and propagation direction of stress wave.

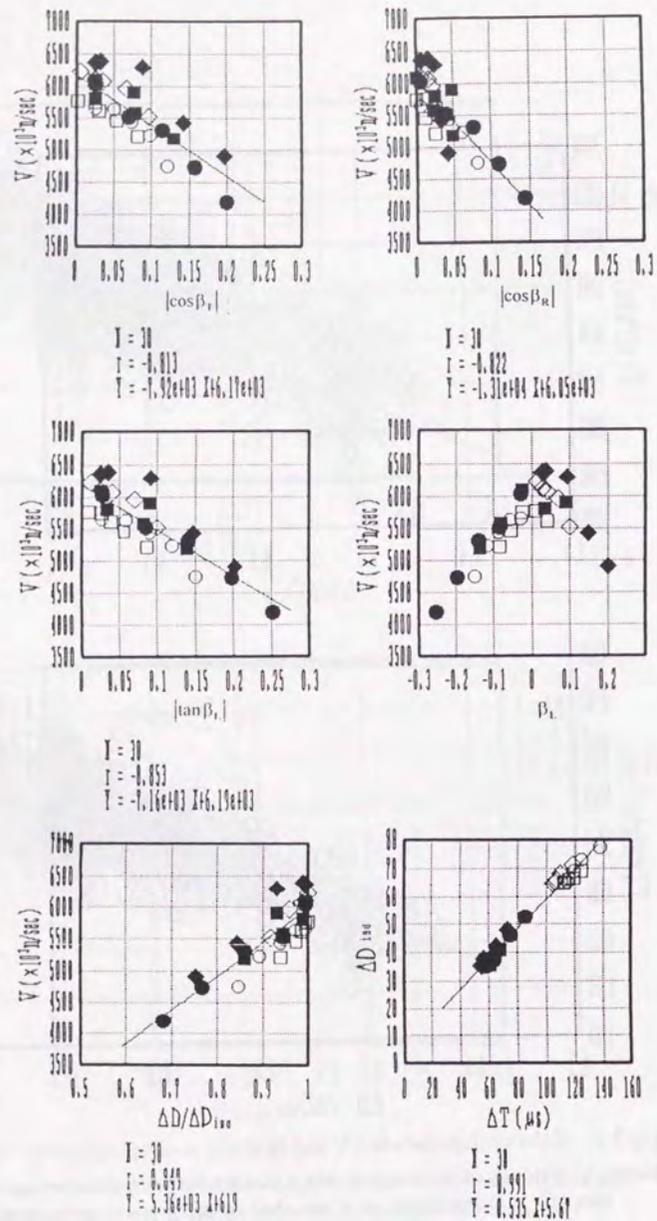


Fig.3.52. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.1 test specimen.

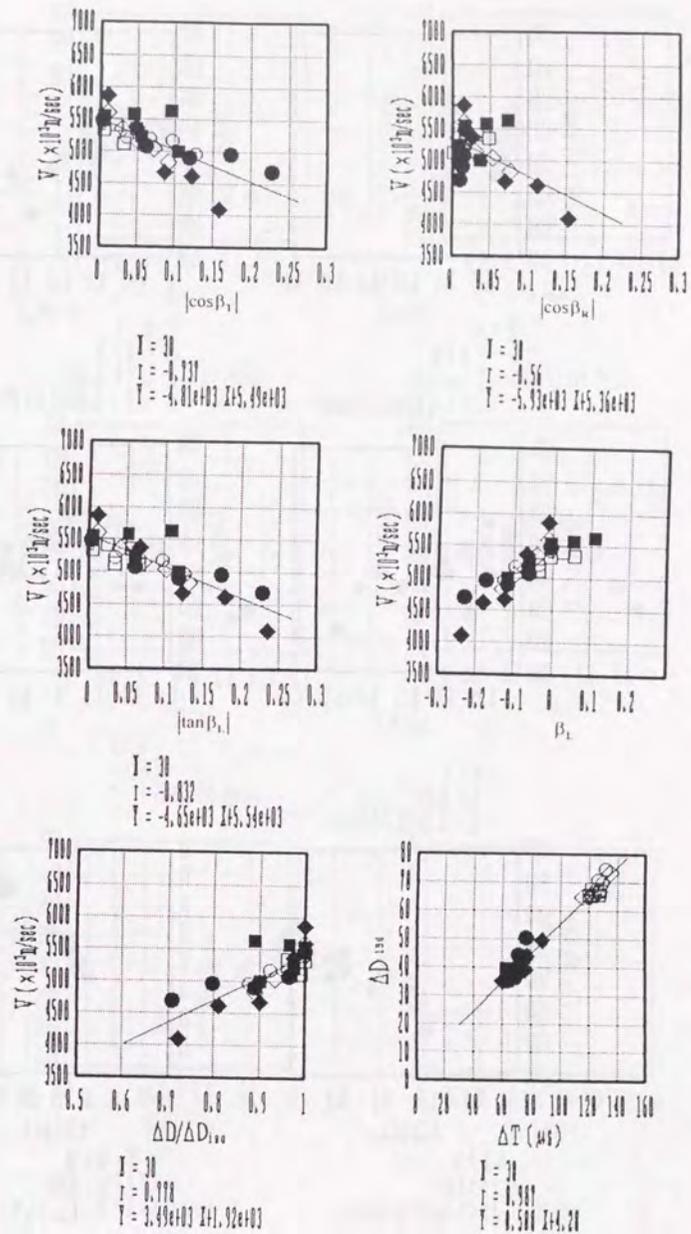


Fig.3.53. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.2 test specimen.

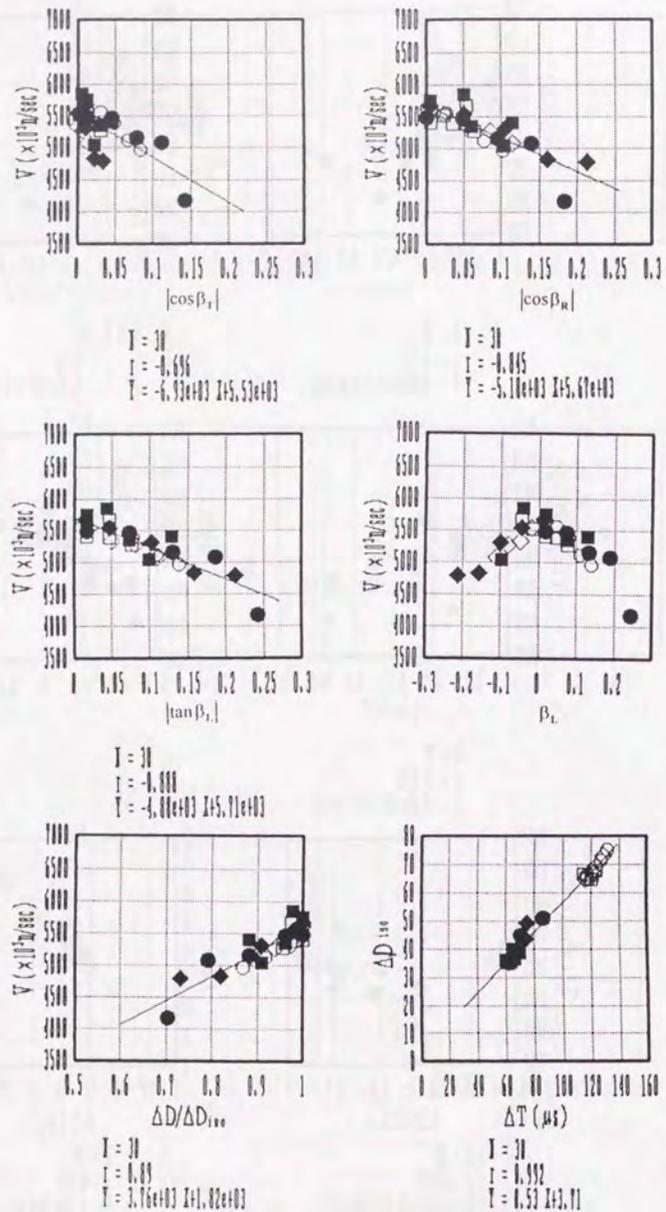


Fig. 3.54. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.5 test specimen.

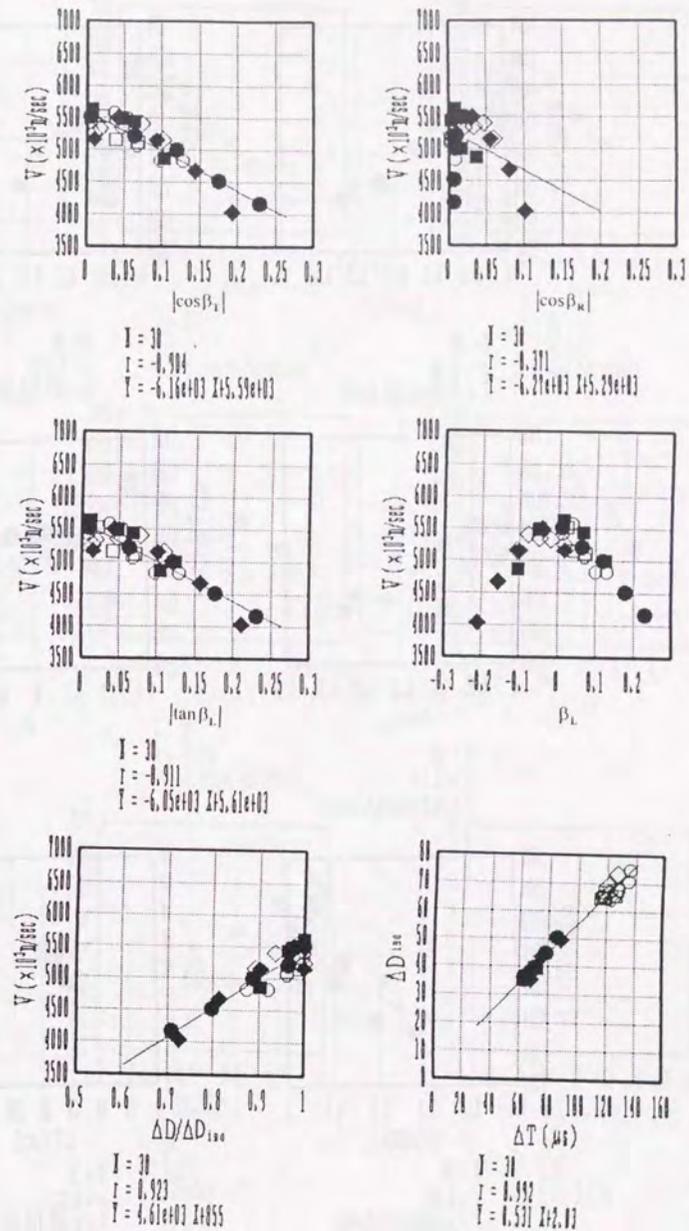


Fig. 3.55. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.6 test specimen.

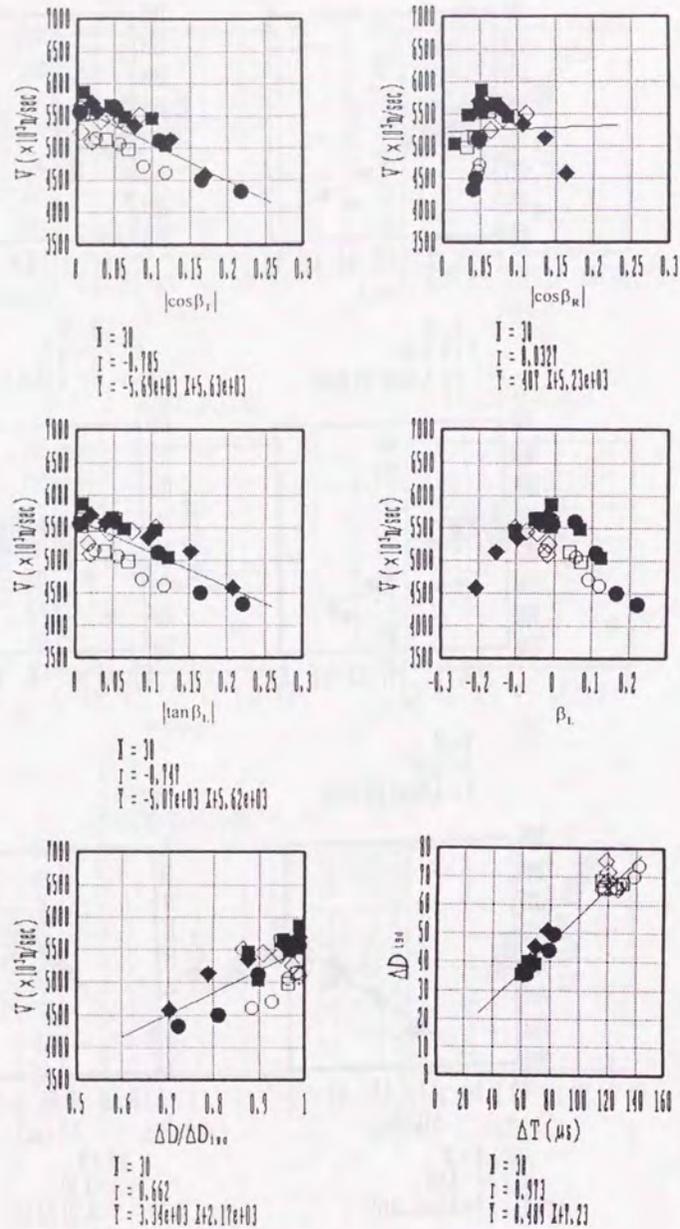


Fig.3.56. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.10 test specimen.

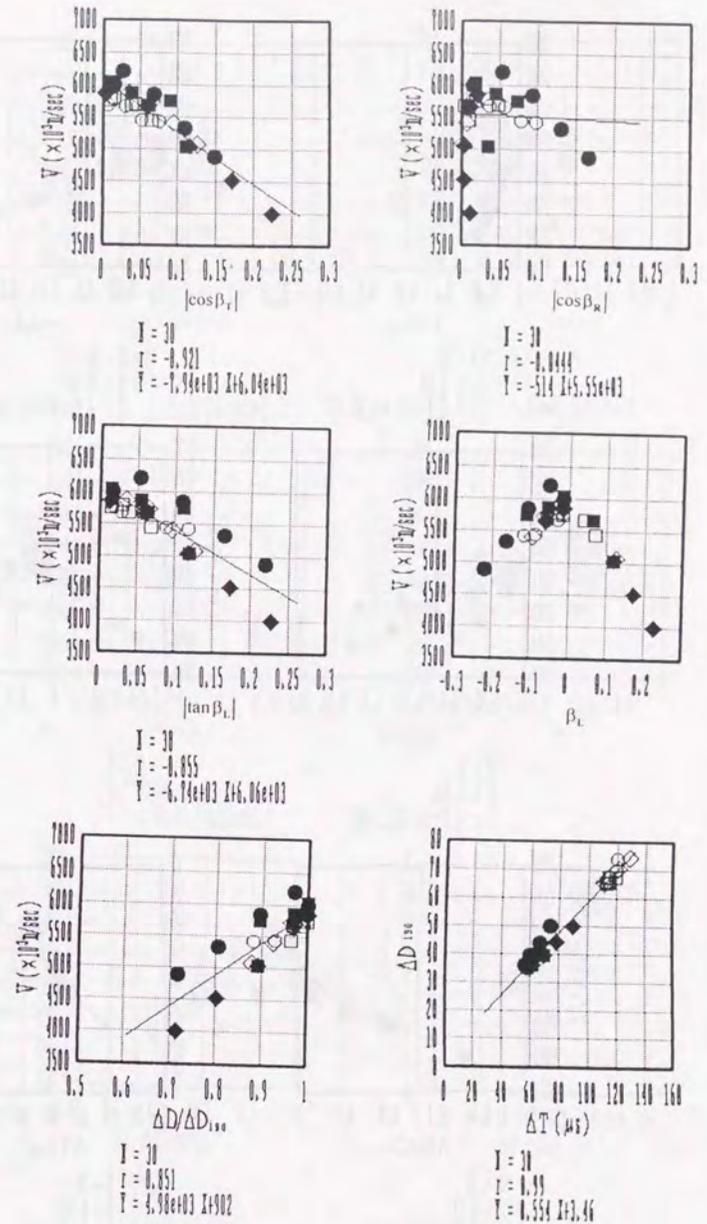


Fig.3.57. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.12 test specimen.

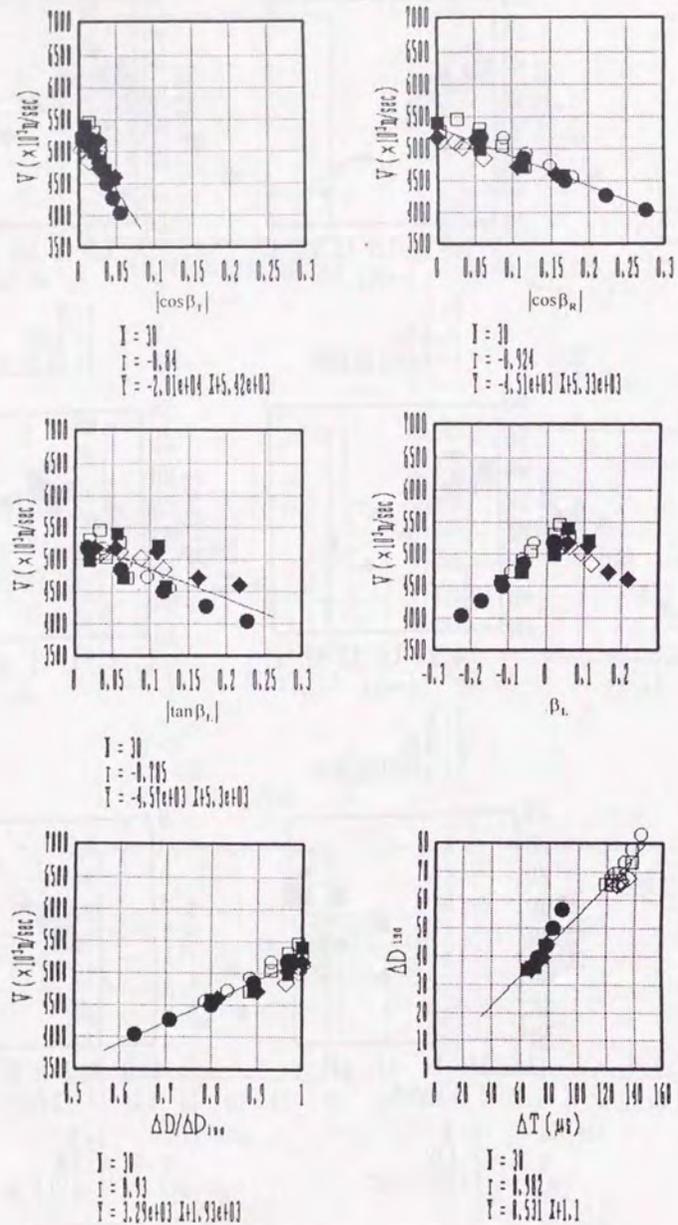


Fig.3.58. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.13 test specimen.

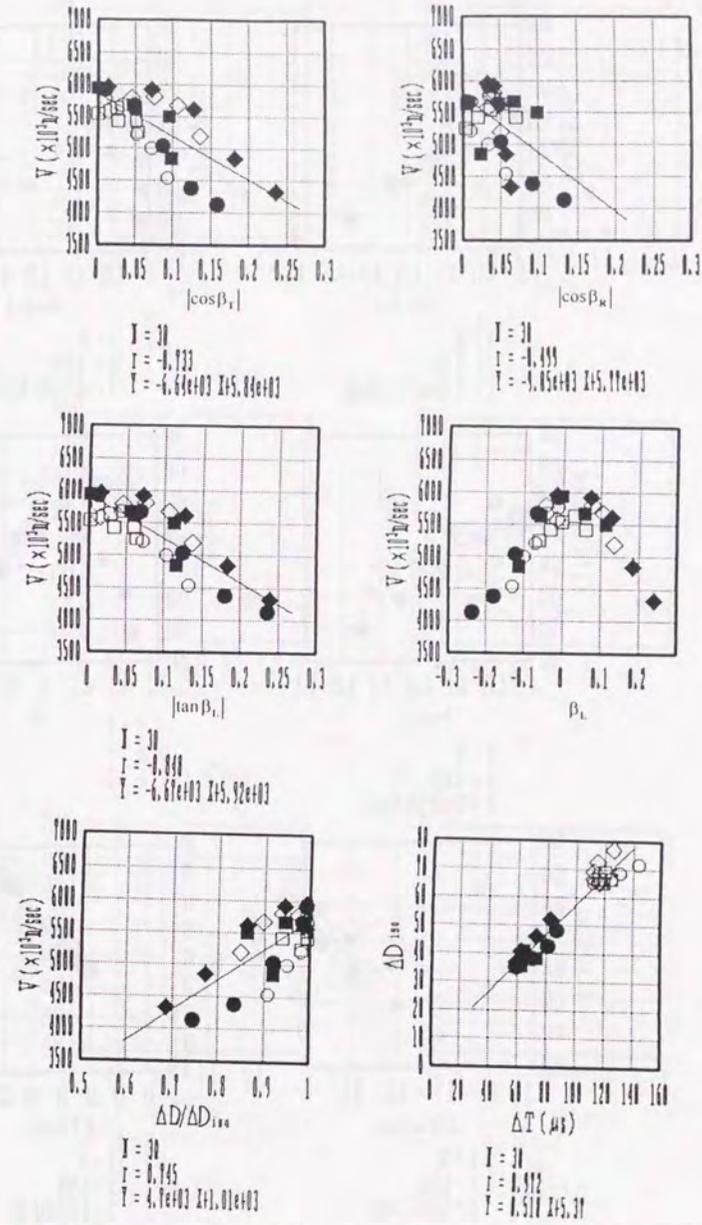


Fig.3.59. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.14 test specimen.

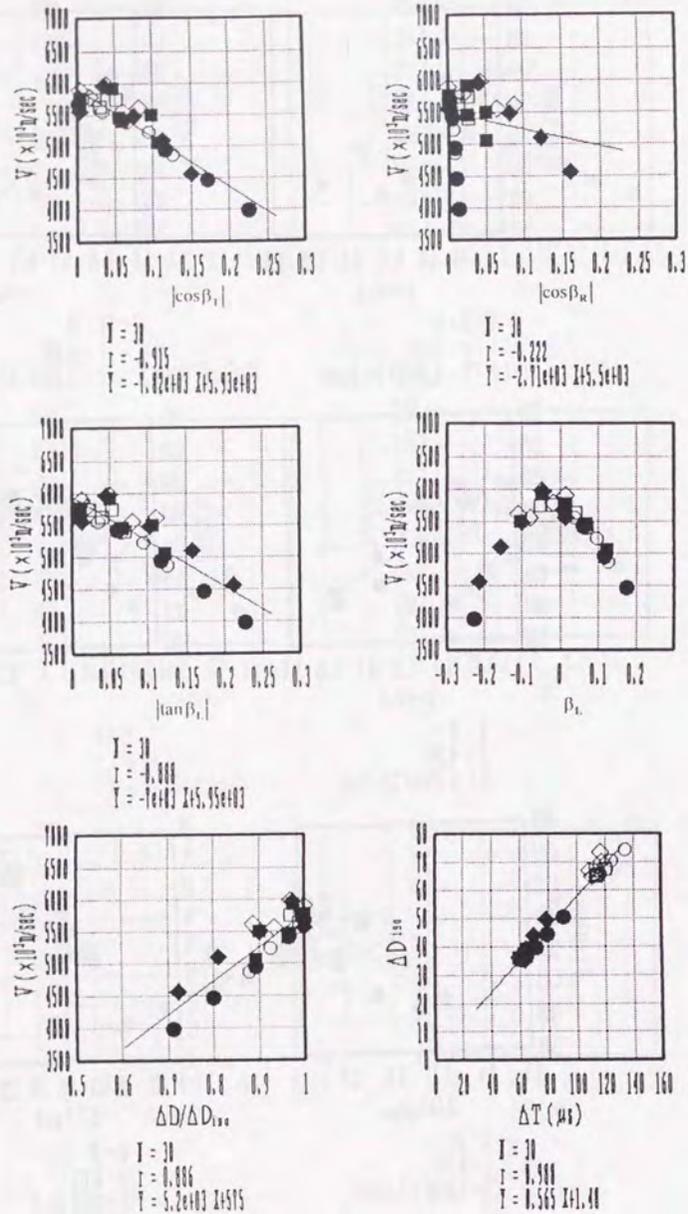


Fig 3.60. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.15 test specimen.

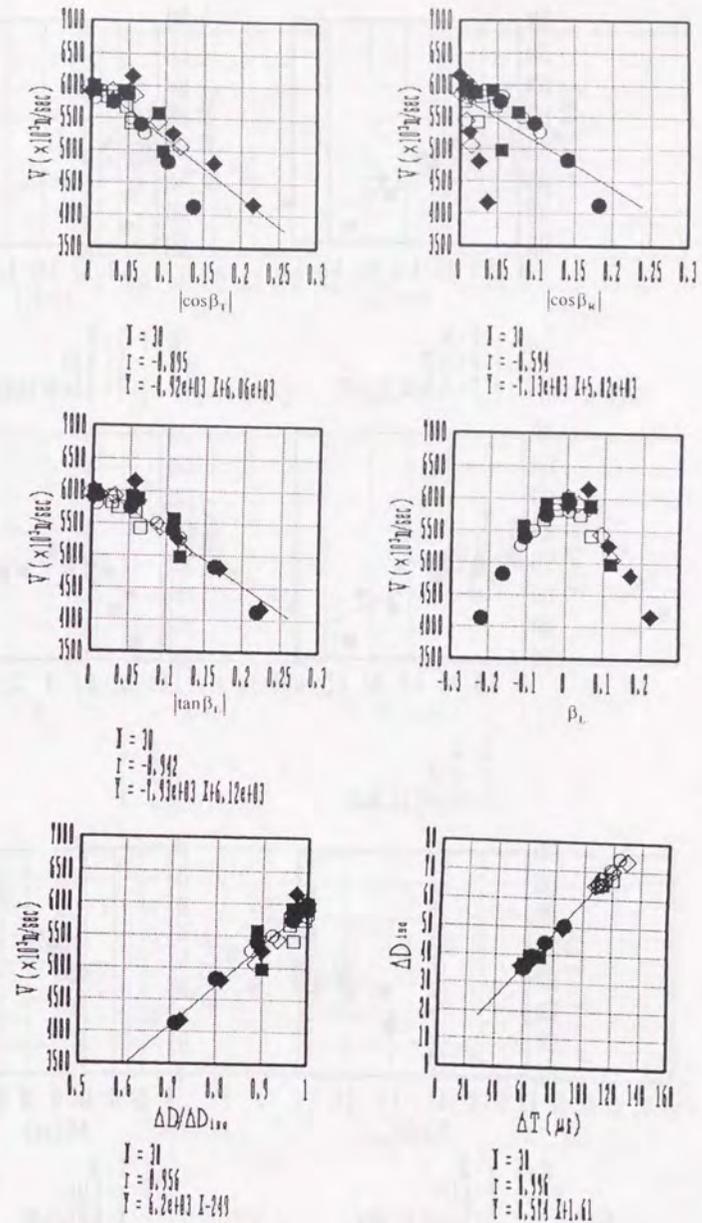


Fig.3.61. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.16 test specimen.

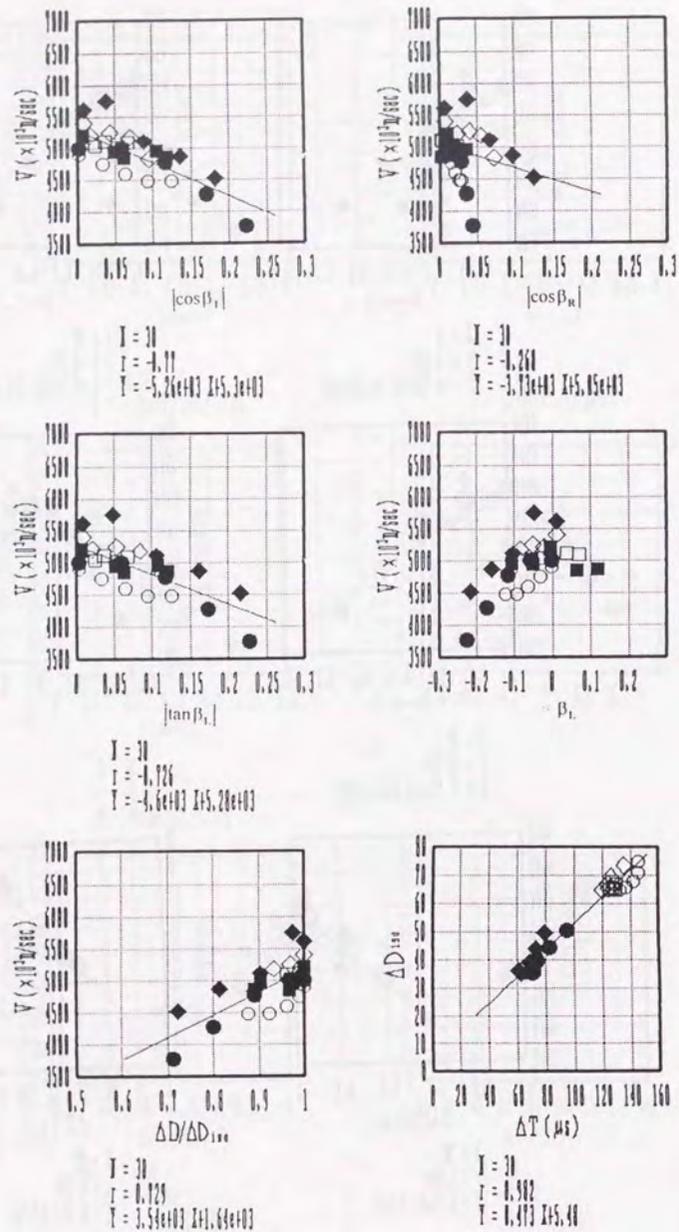


Fig.3.62. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.17 test specimen.

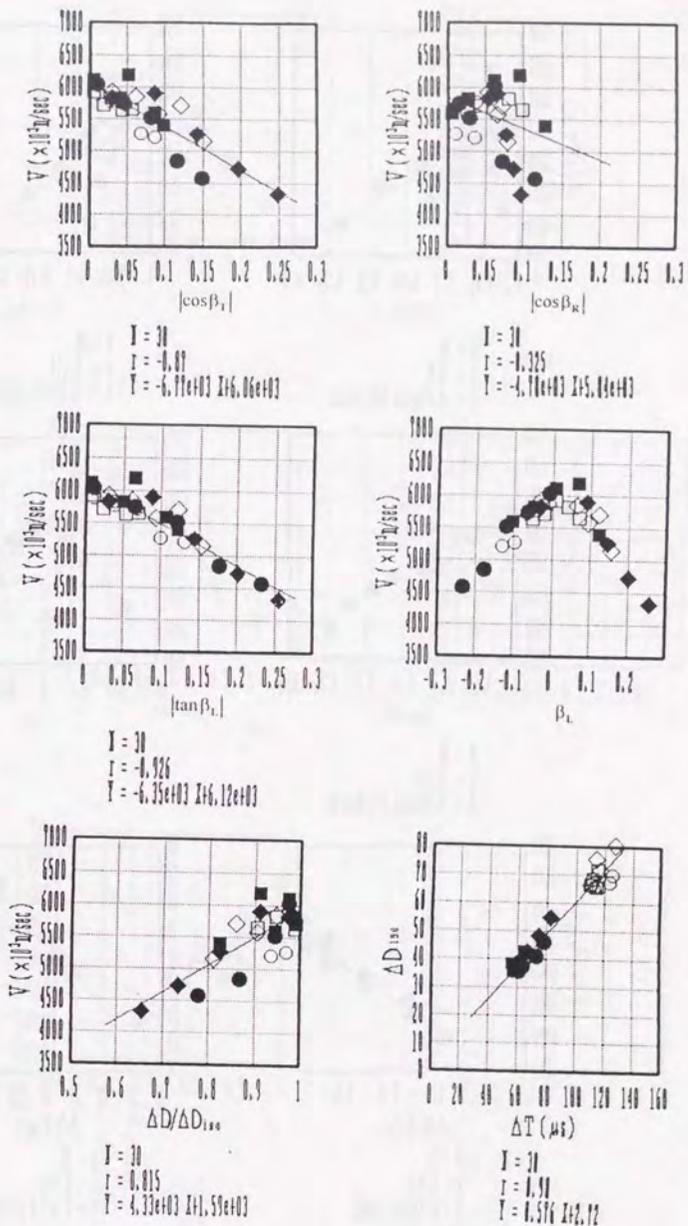


Fig.3.63. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.18 test specimen.

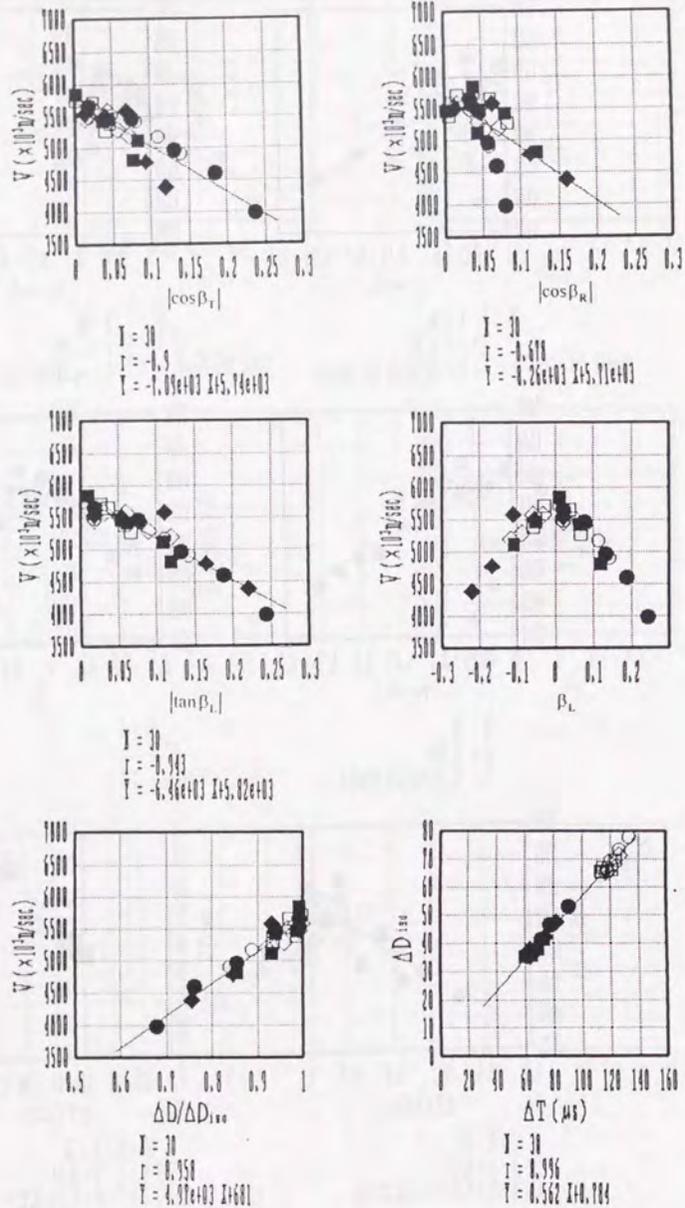


Fig. 3.64. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.19 test specimen.

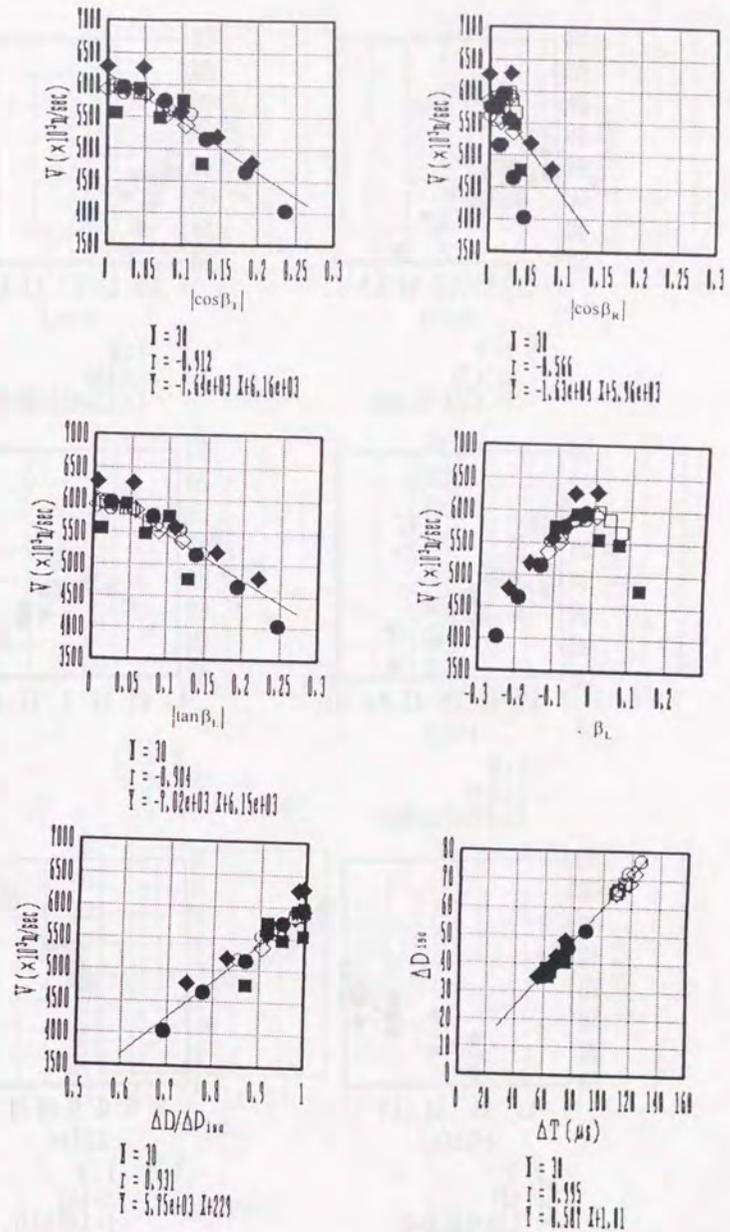


Fig. 3.65. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.20 test specimen.

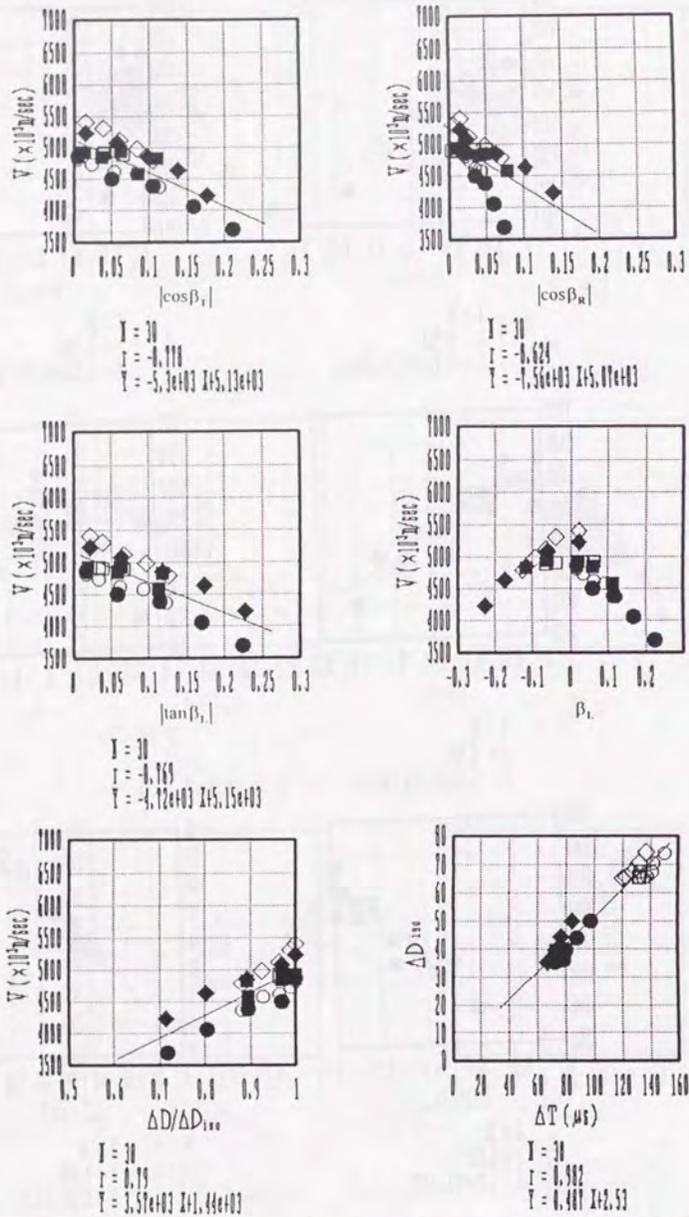


Fig.3.66. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.23 test specimen.

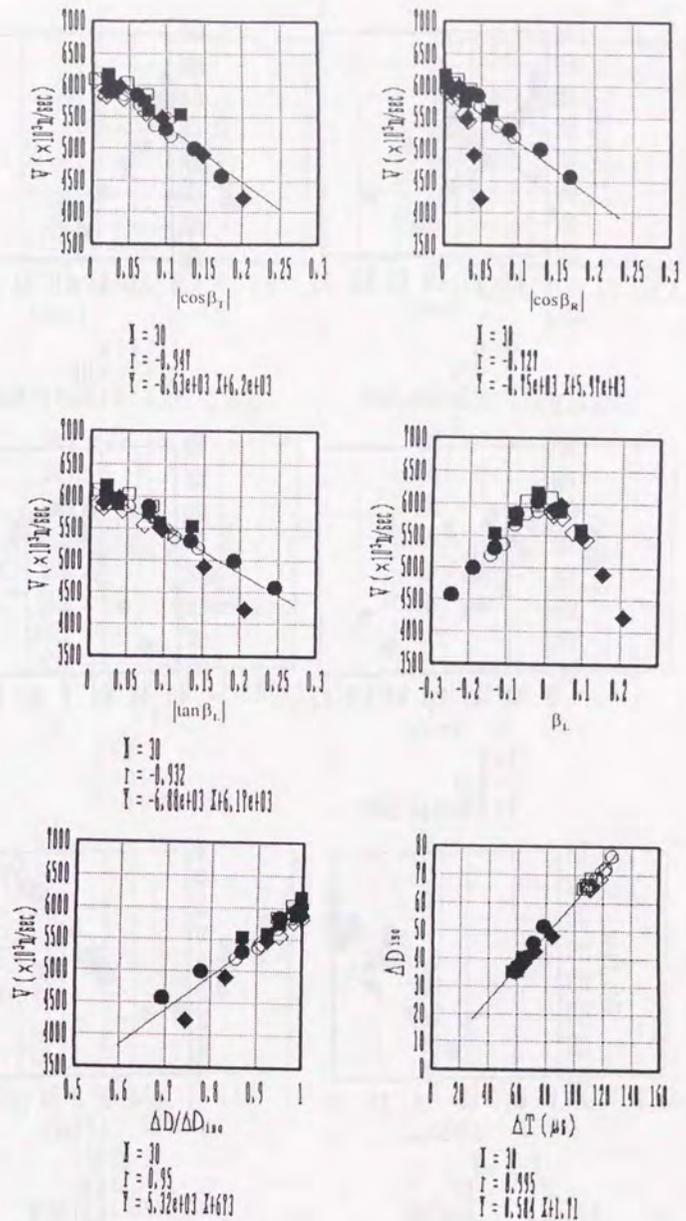


Fig.3.67. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.24 test specimen.

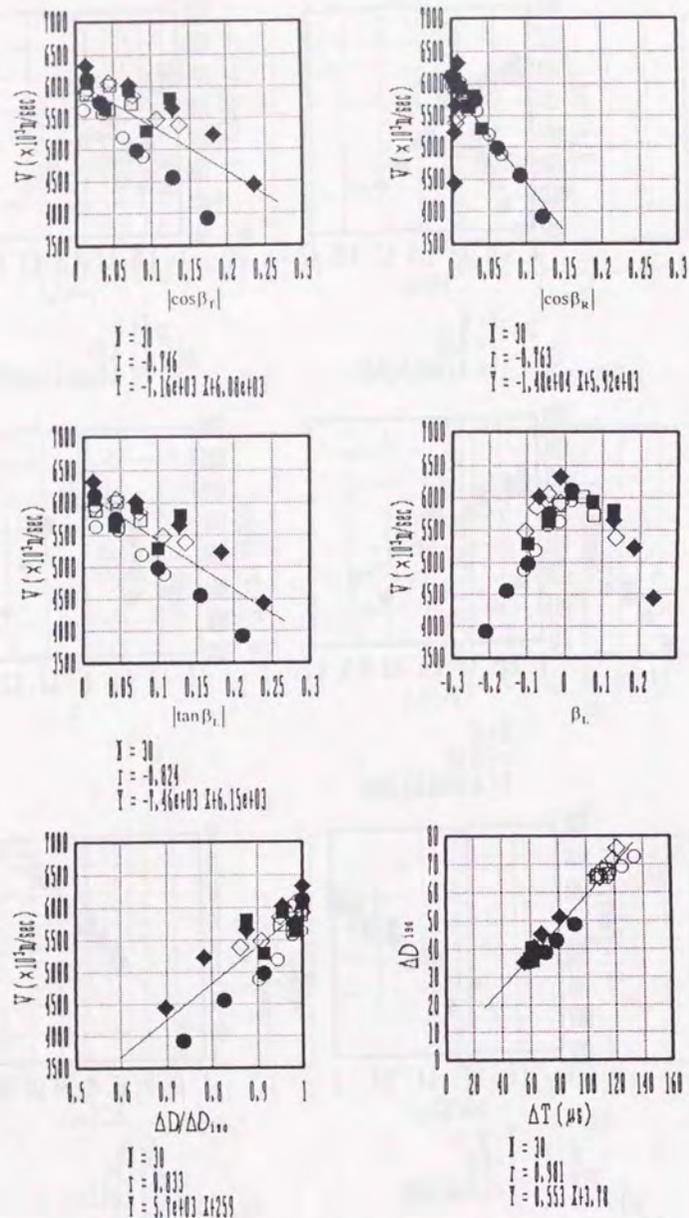


Fig. 3.68. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No. 26 test specimen.

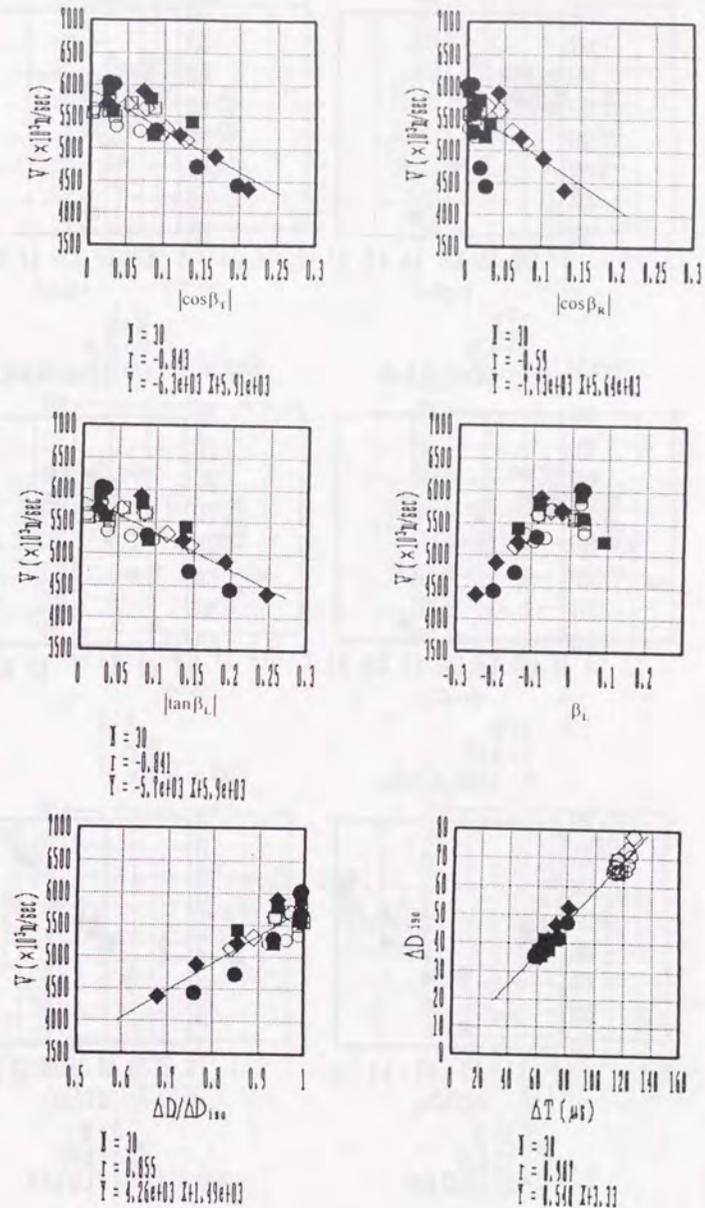


Fig. 3.69. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No. 27 test specimen.

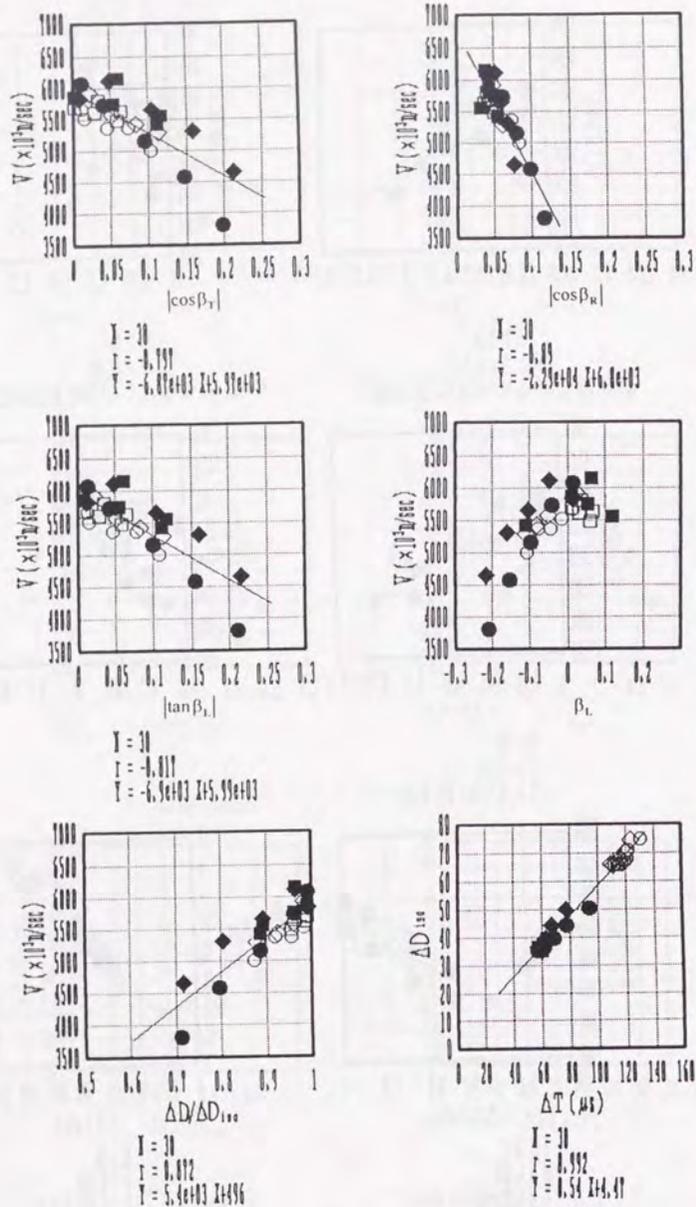


Fig. 3.70. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.32 test specimen.

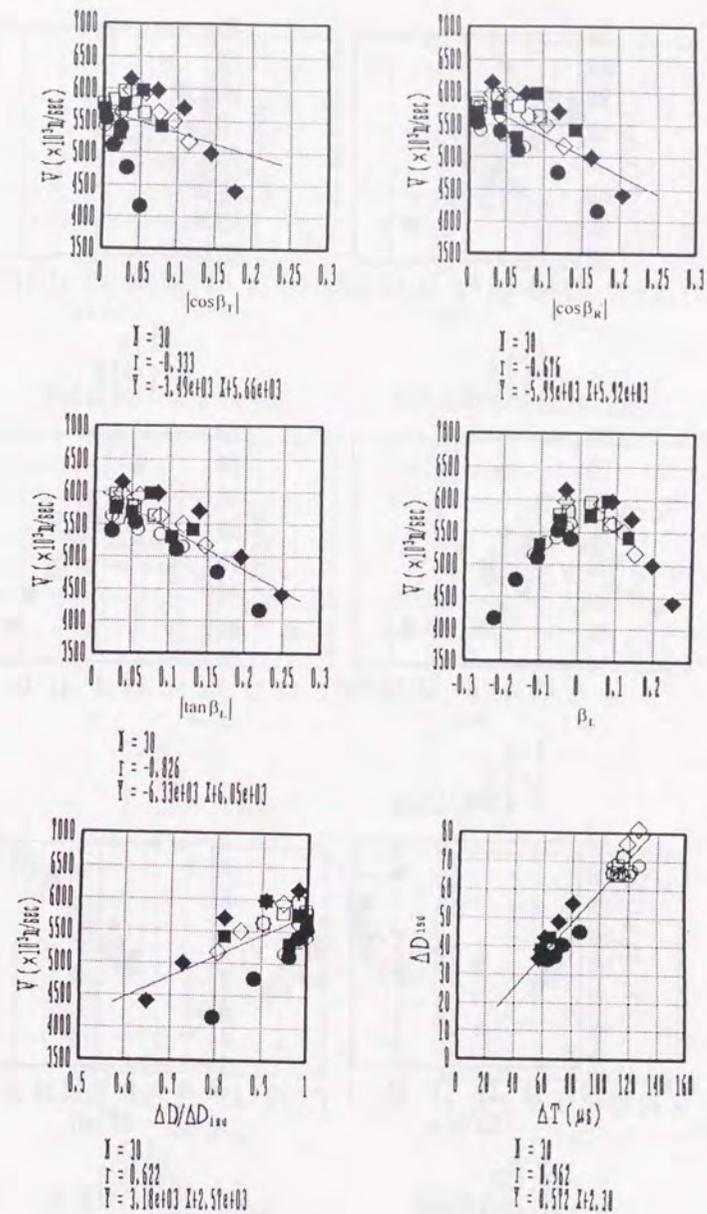


Fig. 3.71. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.34 test specimen.

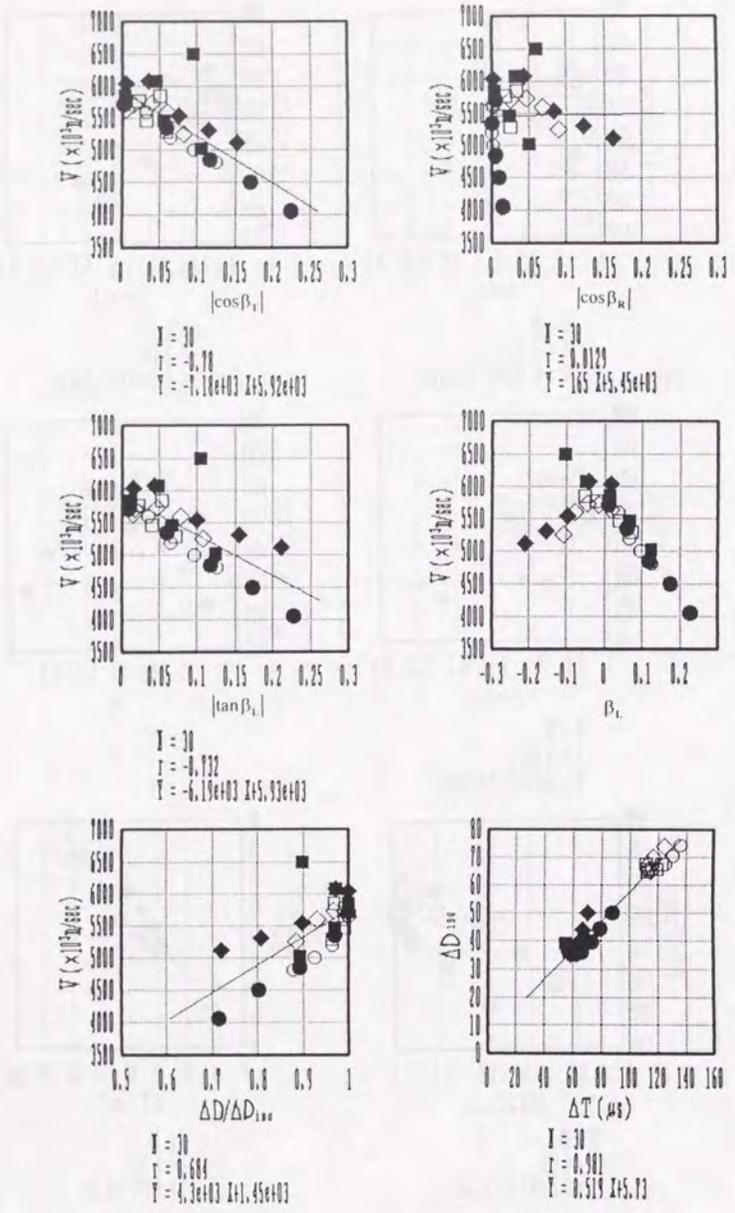


Fig.3.72. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.35 test specimen.

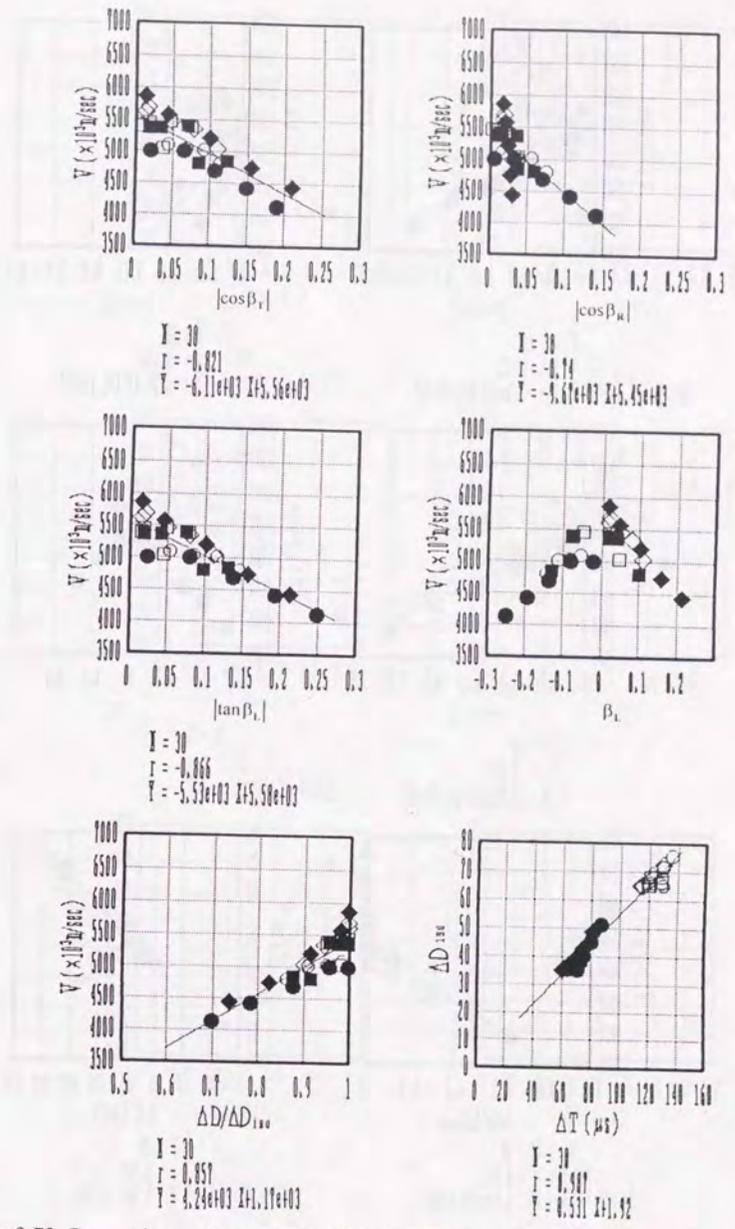


Fig.3.73. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.36 test specimen.

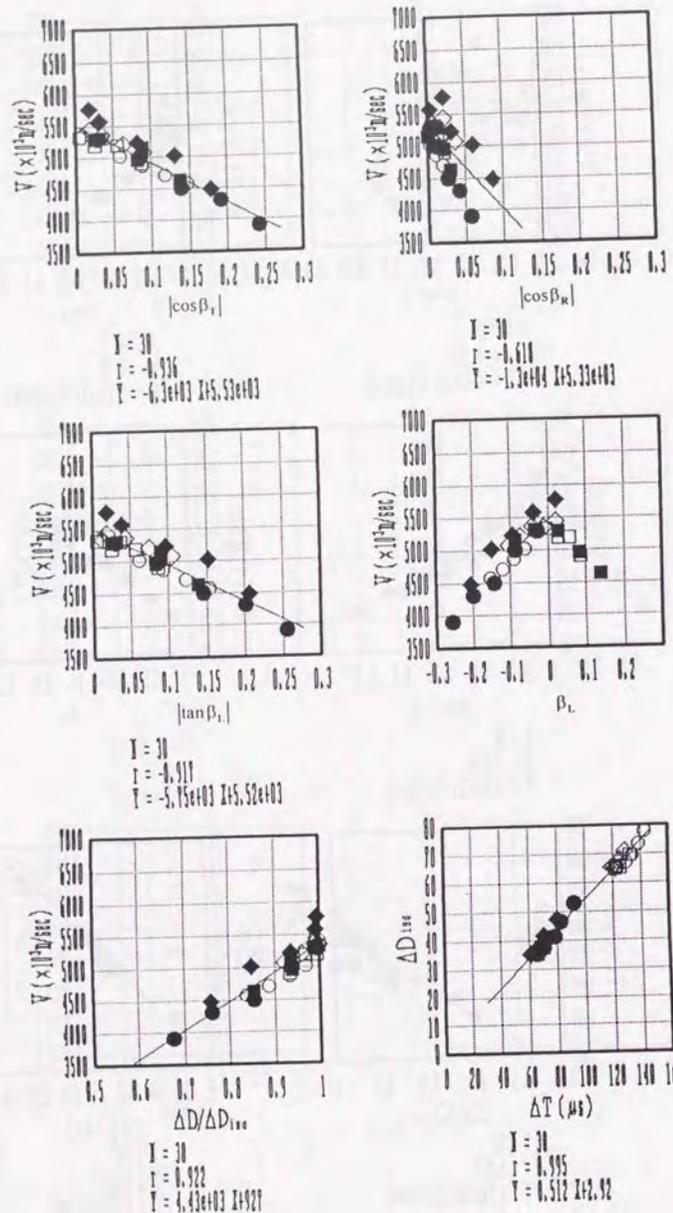


Fig. 3.74. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.37 test specimen.

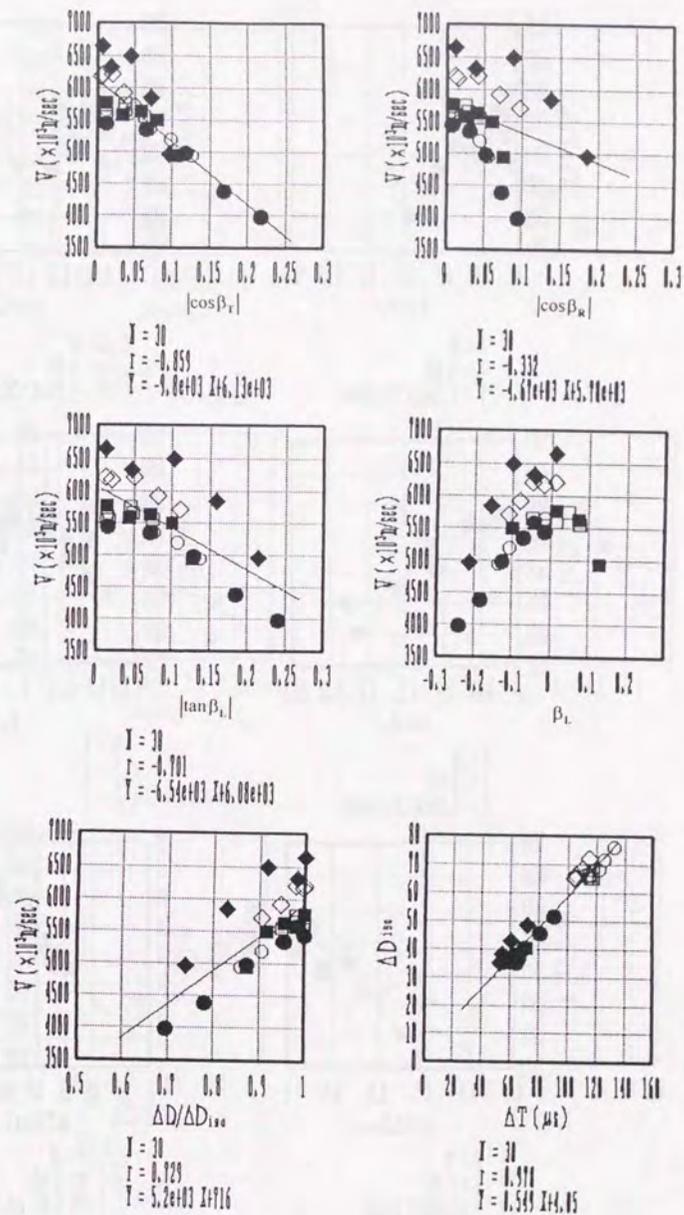


Fig. 3.75. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.38 test specimen.

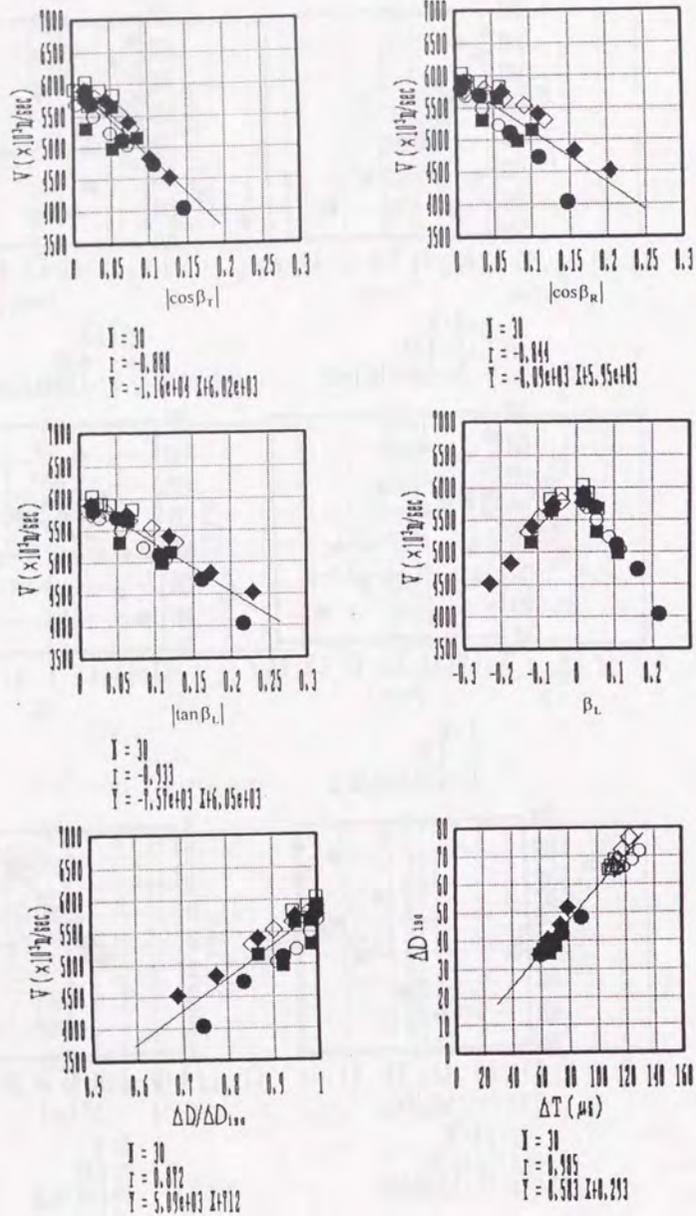


Fig. 3.76. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.39 test specimen.

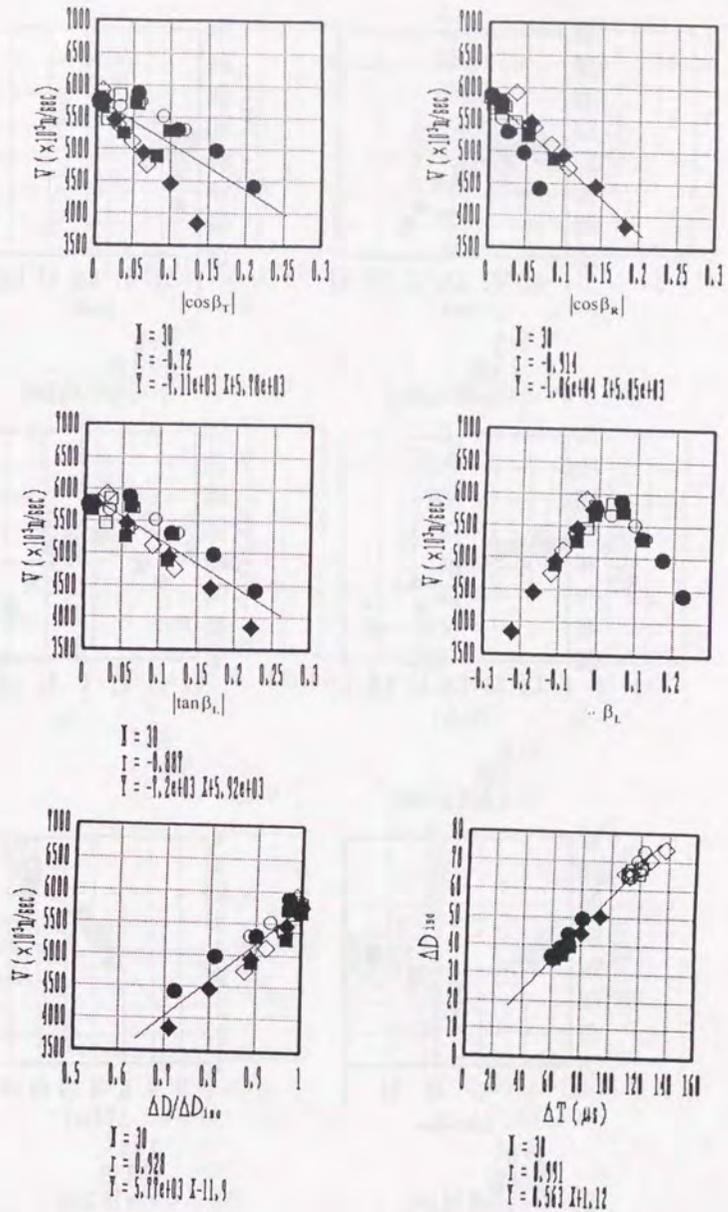
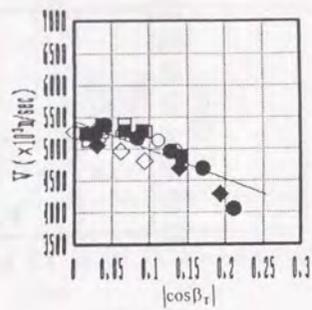
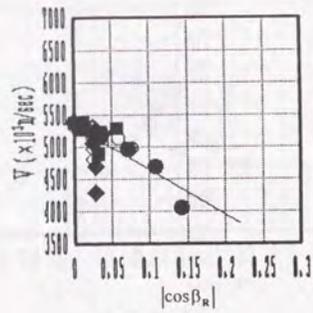


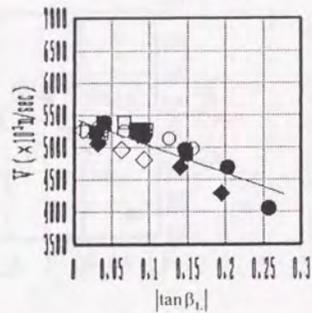
Fig. 3.77. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.40 test specimen.



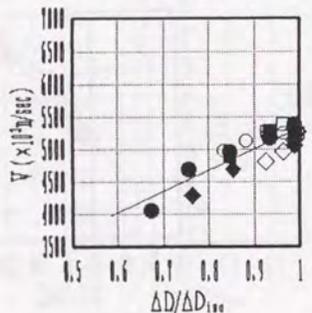
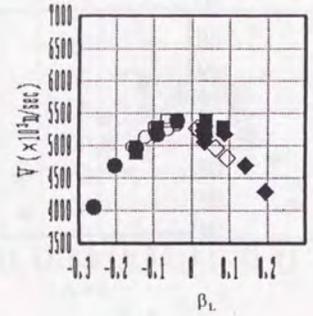
$N = 30$   
 $r = -0.816$   
 $Y = -4.6e+03 X + 5.44e+03$



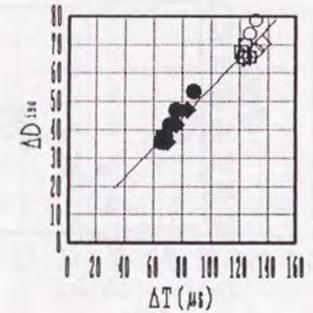
$N = 30$   
 $r = -0.676$   
 $Y = -4.0e+03 X + 5.32e+03$



$N = 30$   
 $r = -0.829$   
 $Y = -4.18e+03 X + 5.44e+03$

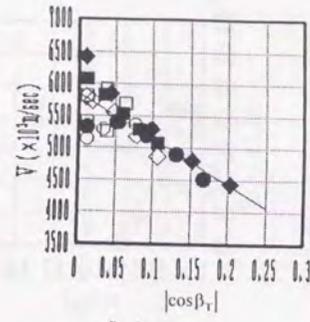


$N = 30$   
 $r = 0.873$   
 $Y = 3.25e+03 X + 2.00e+03$

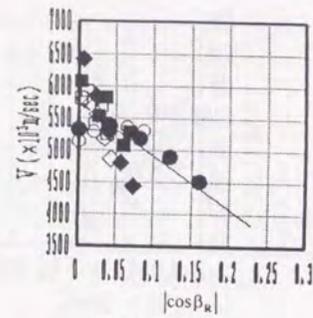


$N = 30$   
 $r = 0.983$   
 $Y = 0.525 X + 2.39$

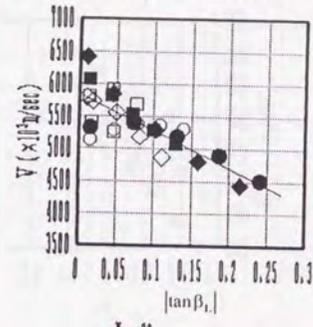
Fig.3.78. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.42 test specimen.



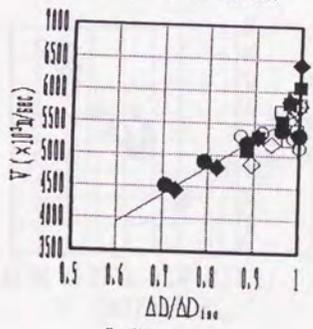
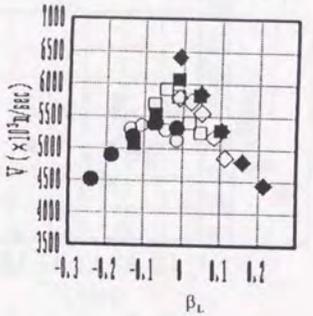
$N = 30$   
 $r = -0.81$   
 $Y = -1.06e+03 X + 5.04e+03$



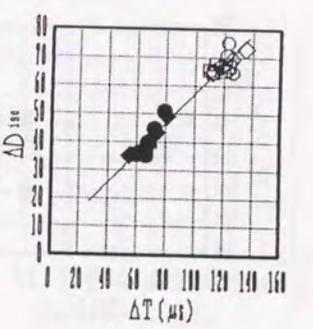
$N = 30$   
 $r = -0.682$   
 $Y = -1.29e+03 X + 5.73e+03$



$N = 30$   
 $r = -0.799$   
 $Y = -5.63e+03 X + 5.02e+03$



$N = 30$   
 $r = 0.802$   
 $Y = 4.39e+03 X + 1.3e+03$



$N = 30$   
 $r = 0.984$   
 $Y = 0.525 X + 6.6$

Fig.3.79. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.44 test specimen.

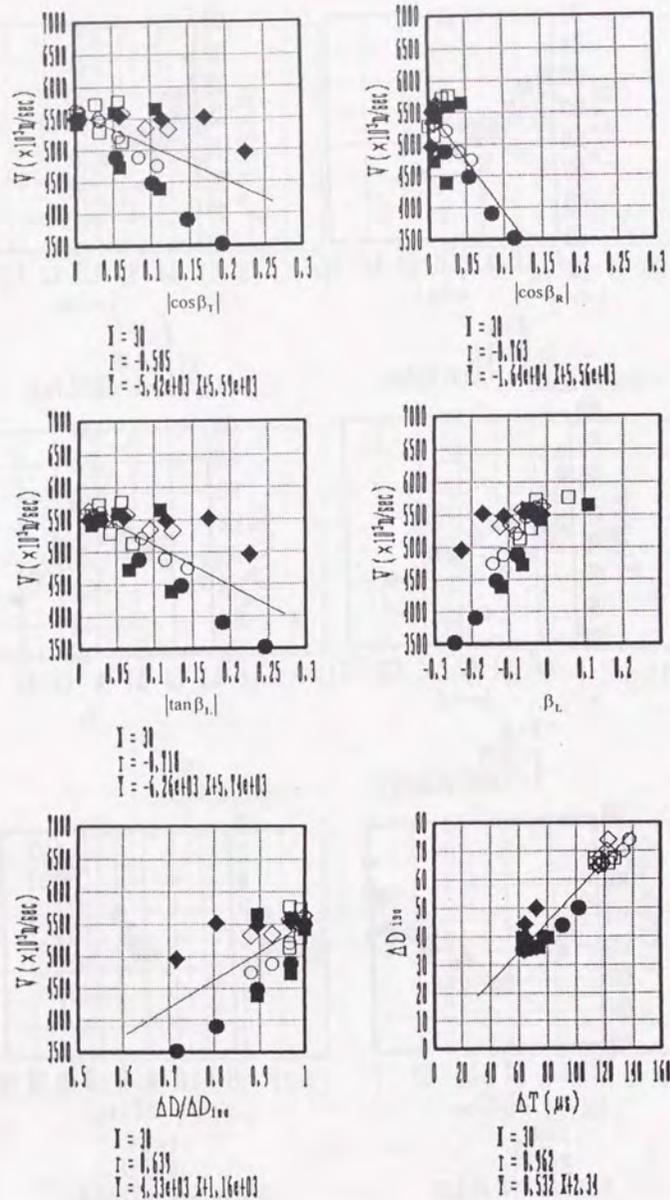


Fig. 3.80. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.47 test specimen.

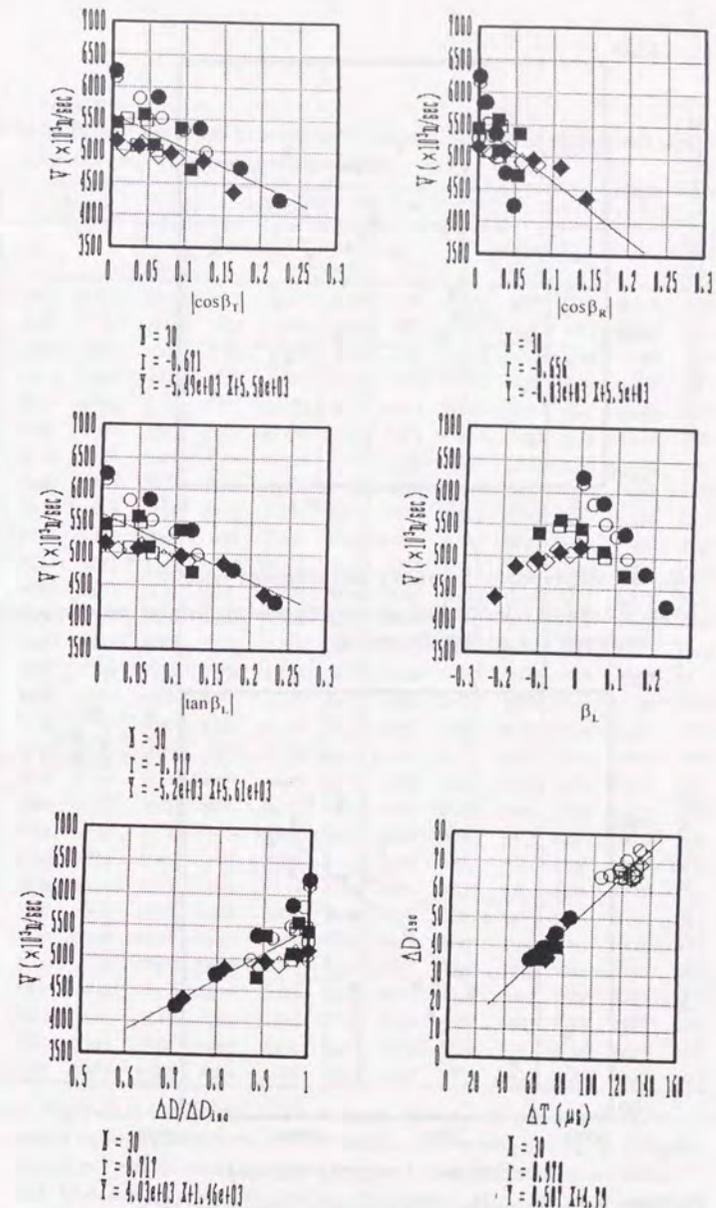


Fig. 3.81. Regression analysis results of stress wave velocity with grain parameter of No.52 test specimen.

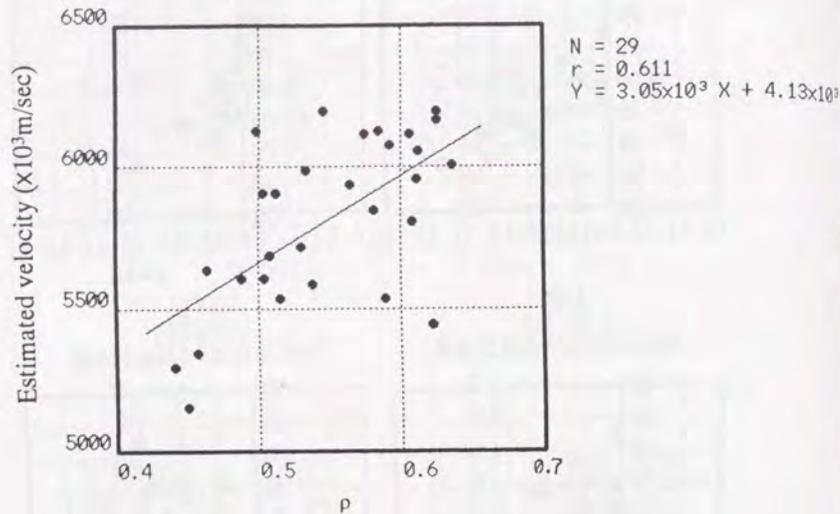


Fig.3.82. Relationships between  $\rho$  and estimated velocity.

Notes: Estimated velocity: Estimated by regression analysis between velocity of stress wave and  $|\beta_L|$ ;  $\rho$ : Specific gravity.

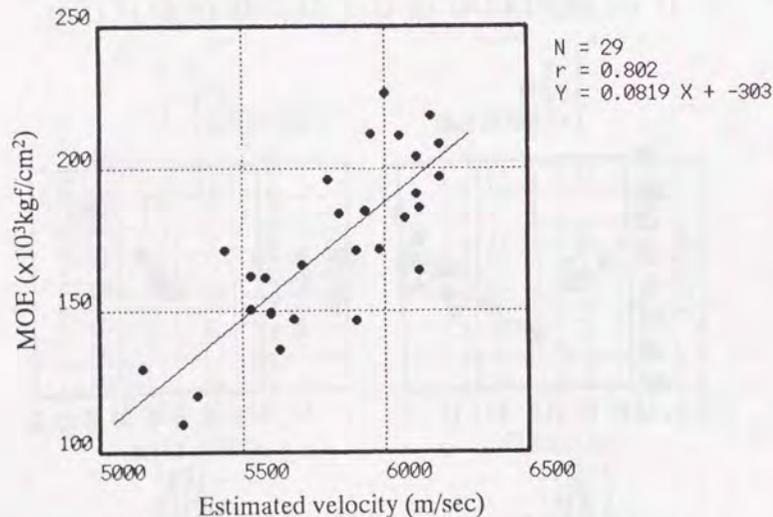


Fig.3.83. Relationships between estimated velocity and MOE.

Notes: Estimated velocity: Estimated by regression analysis between velocity of stress wave and  $|\beta_L|$ .

Table 3.6. Regression result of stress wave velocity with grain parameters and distance in virtual isotropic coordinate.

No.	$ \cos\beta_T $			$ \cos\beta_R $			$ \beta_L $			$\Delta D / \Delta D_{iso}$		
	a	r	v(x10 <sup>3</sup> m/sec)	a	r	v(x10 <sup>3</sup> m/sec)	a	r	v(x10 <sup>3</sup> m/sec)	a	r	v(x10 <sup>3</sup> m/sec)
1	-7923	-0.813	6174	-13100	-0.822	6050	-7159	-0.853	6193	5364	0.849	5983
2	-4814	-0.737	5494	-5934	-0.56	5362	-4647	-0.832	5540	3487	0.778	5405
5	-6926	-0.696	5532	-5184	-0.845	5670	-4880	-0.888	5710	3758	0.89	5574
6	-6157	-0.904	5595	-6270	-0.371	5291	-6054	-0.911	5609	4608	0.923	5463
10	-5695	-0.785	5626	407.1	0.0327	5225	-5071	-0.747	5619	3341	0.662	5511
12	-7938	-0.921	6042	-514.3	-0.0444	5550	-6741	-0.855	6063	4976	0.851	5878
13	-20010	-0.84	5424	-4511	-0.924	5329	-4568	-0.785	5301	3288	0.93	5217
14	-6640	-0.733	5836	-9047	-0.499	5766	-6670	-0.848	5923	4698	0.745	5708
15	-7823	-0.915	5928	-2708	-0.222	5502	-6999	-0.888	5951	5198	0.886	5772
16	-8918	-0.895	6062	-7129	-0.594	5818	-7927	-0.942	6121	6202	0.956	5953
17	-5260	-0.77	5303	-3732	-0.268	5049	-4600	-0.726	5283	3540	0.729	5178
18	-6771	-0.87	6059	-4779	-0.325	5836	-6347	-0.926	6118	4328	0.815	5920
19	-7091	-0.9	5740	-8265	-0.678	5711	-6464	-0.943	5816	4968	0.958	5649
20	-7645	-0.912	6164	-16300	-0.566	5961	-7021	-0.904	6153	5749	0.931	5978
23	-5298	-0.778	5128	-7556	-0.624	5075	-4723	-0.769	5149	3574	0.79	5011
24	-8628	-0.947	6200	-8746	-0.727	5971	-6884	-0.932	6172	5316	0.95	5989
26	-7156	-0.746	6083	-14800	-0.763	5921	-7455	-0.824	6151	5701	0.833	5960
27	-6295	-0.843	5908	-7733	-0.59	5642	-5699	-0.841	5895	4256	0.855	5743
32	-6872	-0.797	5966	-23000	-0.89	6798	-6899	-0.817	5986	5399	0.872	5895
34	-3488	-0.333	5655	-5995	-0.676	5920	-6327	-0.826	6051	3178	0.622	5746
35	-7184	-0.78	5922	165.2	0.0129	5454	-6186	-0.732	5925	4297	0.684	5751
36	-6110	-0.821	5563	-9674	-0.74	5447	-5530	-0.866	5580	4244	0.857	5419
37	-6298	-0.936	5533	-13000	-0.618	5326	-5753	-0.917	5524	4434	0.922	5361
38	-9797	-0.859	6127	-4665	-0.332	5782	-6536	-0.701	6079	5204	0.729	5920
39	-11600	-0.888	6017	-8087	-0.844	5952	-7569	-0.933	6048	5094	0.872	5806
40	-7109	-0.72	5776	-10600	-0.914	5848	-7197	-0.887	5918	5767	0.928	5755
42	-4597	-0.816	5439	-6858	-0.676	5321	-4181	-0.829	5442	3251	0.873	5327
44	-7061	-0.81	5845	-8288	-0.682	5730	-5634	-0.799	5833	4385	0.802	5685
47	-5419	-0.585	5586	-16400	-0.763	5560	-6258	-0.718	5737	4334	0.639	5490
52	-5492	-0.671	5577	-8826	-0.656	5504	-5197	-0.717	5612	4027	0.717	5485

Notes: a: Regression coefficient, v: Stress wave velocity along L direction estimated by each parameters, r: Correlation coefficient,  $\beta_T / \beta_R / \beta_L$ : Angle between T-axis/R-axis/L-axis and propagation direction of stress wave,  $\Delta D$ : Distance between attached accelerometers,  $\Delta D_{iso}$ : Distance between attached accelerometers in the virtual isotropic coordinate system.

Table 3.7. Regression results of stress wave velocity with grain parameters and distance in virtual isotropic coordinate.

	$ \cos\beta_T $	$ \cos\beta_R $	$ \beta_L $	$\Delta D / \Delta D_{iso}$
a	-7270	-8039	-6106	4532
COV(%)	(-40.0)	(-64.0)	(-16.7)	(19.0)
v(x10 <sup>3</sup> m/sec)	5777	5646	5817	5651
COV(%)	(4.95)	(6.24)	(5.05)	(4.76)
v <sub>all</sub> (x10 <sup>3</sup> m/sec)	5740	5560	6090	5550
r	-0.8007	-0.5723	-0.8385	0.8283
COV(%)	(-15.4)	(-47.0)	(-8.91)	(11.9)

Notes: a: Averages of regression coefficients, v: Averages of stress wave velocities along L direction, estimated by each parameters, v<sub>all</sub>: Stress wave velocity along L direction, estimated by each parameters for all datas, r: Correlation coefficient,  $\beta_T / \beta_R / \beta_L$ : Angle between T-axis/R-axis/L-axis and propagation direction of stress wave,  $\Delta D$ : Distance between attached accelerometers,  $\Delta D_{iso}$ : Distance between attached accelerometers in the virtual isotropic coordinate system.

### 3.7.5 結論

応力波伝播速度に対する木理の影響についての検討を行なった。その結果次のような結論が得られた。

1) 数値化された木理から求めたL軸方向からのずれの大きさを用いて評価を行うことにより、特定の面が現れるように木取った材ではない材においても、伝播速度はL軸方向からのずれが大きくなるほど伝播速度異方性の影響を受けてその速度が小さくなる傾向が明確に示され、その角度と伝播速度の関係式を導くことができた。

2) しかしながら、無理に斜め方向に加速度計を配置しない限り、この程度の大きさの材ではその伝播速度の違いは無視できる程度のものであると言える。しかし、さらに大きな材で加速度計間の距離を長した場合にはその影響は無視できず、測定結果に対して木理の影響を考慮に入れた補正が必要になってくると考えられる。

3) T成分と伝播速度の関係を見た時のピーク位置のずれから旋回木理がわかる可能性があり、乾燥過程で生じるねじれの評価等にもつながらる可能性がある。

4) R, T方向の異方性の影響を考慮に入れた解析はうまくいかなかった。これが可能になれば、木理と伝播速度の間に更に信頼性の高い関係式を導くことができ、例えばアコースティックエミッションの3次元位置評定が可能になり、また、超音波による欠陥の探査や木材中の水分の状態をより高い精度で測定することが可能になる。

5) 伝播速度とL軸からのずれの角度の間の回帰式から得られたL方向の伝播速度はヤング係数と高い相関関係にあり、木理の影響を考慮に入れることによって、応力波伝播速度をヤング率に代わる木材の材質評価の指標値として用いることができる可能性が示された。

### 3.8 結論

この章で得られた結果をまとめると以下のようになる。

1) ヤング係数と木理の関係については明確な相関関係を見出すことはできなかったが、曲げモーメント作用時に断面に作用する応力の方向についての知見が得られた。

2) 乾燥変形については、厚さ収縮率については明確な関係は見出せなかったが、幅反りについては単純なパラメータで評価することが可能であった。弓反り、縦反りについても明確な関係は見出せなかったものの、元の樹幹の状態(完満度)に依存している可能性が示された。今後、木理パラメータを用いて乾燥による狂いを、材の3次元的な変形挙動の2次元断面として捉えれば、さらに精度の高い狂いの予測が可能になると考えられる。

3) 応力波については、繊維方向とのなす角度が大きくなるに従って、速度が低下する傾向が明確に認められた。また、伝播速度が最大になる角度の0度からのずれが旋回木理の角度を示していると考えられ、また、回帰式から求めた繊維走向の伝播速度と比重との相関性が高くなった。これらの例に示されたように、木理の数値化と応力波伝播速度を組み合わせて用いることにより、伝播速度をヤング率に代わる木材の材質評価の指標値として用いることができる可能性が示された。

4) 木理の数値化法については、現在のところ両木口面に現れた年輪の違いだけしか利用していない。板目、柾目に現れた木理を利用すれば、材の曲がり等の影響を考慮に入れた数値化が可能になる。しかし、そのためには簡便で精度の高い木理の測定方法を開発する必要があると認められる。

5) 本論文の木理の数値化法により、材全体の平均的な物性の評価は可能であった。しかし、局所的な物性、特に節によって生じる繊維走向の乱れに起因する材質の評価はこの方法では不可能である。しかしながら、節の影響を考慮に入れない形で材質評価を行うことにより、その材質の説明がつかない部分は節、その他の傷害の影響であると限定することができる。そのような形で用いることにより有効に活用することができると考えられる。

## 第4章 確率モデルによる単板積層材の強度予測

### 4.1 研究の目的と概要

木材、特に実大材は節や目切れあてなどの欠損を含んでいて、そこで破壊することが多く、言い換えれば欠損が存在するか否か、存在する場合には幾つの欠損が存在しそのうちでもっとも弱いものは何かということに全体の強度が支配されることが多い。また、集成材、合板、LVL等の積層材は構成要素の物性が一つ一つ異なっており、また接着層やフィンカ-ジョイント、ハットジョイントなどの接合部分が存在しこうした部分が応力集中によって破壊する場合も多くみられる。このような材料の全体としての強度は、個々の構成要素の破壊機構がわからなくても、その強度の母集団を統計的に得ることができれば、確率論を用いて各々の強度の組み合わせとして評価することが可能であると考えられる。

この章では、以上の考えに基づき確率論を用いた代表的な破壊モデルである鎖モデルの一種である競合リスクと縄モデルを用いて複数の破壊要因を持つ材料の破壊をモデル化し、実験から統計的に得られた個々の破壊要因の強度からその組み合わせとしての材料の強度の推定を行うことが可能であるか否かを明らかにすることをその目的として検討を行った。