

本論文は 6 章からなる。

第一章はイントロダクションである。研究の背景として冷却原子系、特に光格子中の系とスピノール・ボース系（スピン自由度を持つボース系）について述べられたあと、本研究の目的と結果が簡潔に述べられ、さらに論文の構成と論文中で用いる記号、用語についての説明がなされている。

第二章は（光格子のない）スピン 1 のボソンの基底状態についてのレビューである。まず、微細構造スピンの起源と 1 次ゼーマン項と 2 次ゼーマン項が導出されている。続いて系の回転対称性と接触型相互作用が妥当であるという仮定の下で、スピン 1 ボース系のハミルトニアンが導出されている。続いて、強く相互作用するボース系の平均場近似による相図と各相の性質について説明が与えられている。

第三章は光格子中のボソンの基本的な性質についてのレビューである。光格子中のボソンの基本的性質が述べられている。はじめに光格子の実験的生成法を紹介したあと、スピン 0 のボソンに対するボース・ハバード模型のハミルトニアンが導かれている。その模型に対してグッツヴィラー変分法を用いた結果得られた基底状態相図について、特に超流動相とモット絶縁体相の間の連続転移について説明されている。続いてスピン 1 ボース・ハバード模型のハミルトニアンを導出し、磁場がゼロの条件下でグッツヴィラー変分法を用いた結果の基底状態相図を、スピンの依存する相互作用が強磁性的な場合と反強磁性的な場合の両方の場合について紹介し、その特徴が議論されている。

第四章では本研究で用いる模型と手法が述べられている。磁場中のスピン 1 ボース・ハバード模型とグッツヴィラー変分法を導入したあと、グッツヴィラー変分法と同等であるが、より取り扱いやすい手法としてディカップリング近似が導入されている。両近似手法の同等性が示されたあと、ディカップリング近似を数値計算に実装する際の詳細について述べられている。

第五章では本研究で得られた結果が述べられている。強磁性相互作用をするスピン 1 ボース・ハバード模型の磁場の下での基底状態相図が、化学ポテンシャルとホッピングエネルギーを軸とした状態図として示されている。そこではモット絶縁体相に加えて二つの超流動相が存在することが示されている。二つの超流動相の間の相転移は、 ^{87}Rb に相当するパラメータ領域では常に連続転移である一方、 ^7Li に相当するパラメータ領域では化学ポテンシャルの値によっては不連続転移にもなりうることを示されている。さらに有限温度に変分法を拡張した結果も示されており、 ^7Li に相当するパラメータ領域で、基底状態で示された不連続転移が十分低温であれば有限温度でも存在し、ある温度以上では連続転移になる多重臨界点があることが示されている。

第六章では本研究の成果が総括されたあと、今後の展望について述べられている。

本研究の対象である、スピン1 ボース・ハバード模型のうち強磁性的な相互作用するものについては、外部磁場がゼロの場合にはスピン自由度を持たない（すなわちスピン0の）ボース・ハバード模型と類似した基底状態相図がこれまで得られていた。このことは反強磁性的な相互作用を持つスピン1のボース・ハバード模型では、スピン0の系では見られない特徴が見出されていたことと対照的である。しかし本研究で論文提出者は強磁性的相互作用を持つスピン1のボース・ハバード模型は、外部磁場の下では二つの超流動相があることと、その間の相転移が一次転移になりうることを初めて示した。このことは、強磁性相互作用を持つスピン1のボース系が光格子中にあり、かつ磁場がかかっている場合には、スピン0の系とは異なる相構造を有することを意味している。このことと、光格子がない場合の強磁性相互作用を持つスピン1のボース系が二つの超流動相の間の相転移が常に連続転移であることを考え合わせると、強磁性相互作用と外部磁場と光格子のすべてが存在するときに発現する新たな物理的な特徴を本研究で見出されたということができる。

また ${}^7\text{Li}$ に相当する物質パラメータ領域で 3nK 程度まで温度が下げられればヒステリシスの観測を通して不連続転移が検証可能であると論文提出者は主張している。現状で実現可能な最低温度は二桁程度高いが今後の実験の発展次第で検証にかかる可能性がある。よって現実の系とも関連する成果を得たものとして本研究の意義を認めることができる。

なお本論文第四章、五章は上田正仁氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって分析及び検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって博士（理学）の学位を授与できるものと認める。