

論文審査の結果の要旨

氏名 福田龍太郎

本論文は7章から成り、第1章では緒言と研究の背景が述べられている。

第2章では、量子色力学(QCD)における物理量を第一原理計算で求める手法としての格子QCDについて、その基本的な定式化が記述されている。まず、4次元の超立方格子上に、クォークとグルーオンの場の変数をどのように離散化して定義するかが説明された後、改良型格子QCD作用の基礎が詳述されている。この改良型作用は、本論文における実際の数値シミュレーションで採用されるものである。

第3章では、有限温度・有限バリオン密度におけるQCDの熱力学量を格子QCD計算から求めるための基本的定式化が与えられている。温度(T)とバリオン化学ポテンシャル(μ_B)を基本変数にもつグランドカノニカル分配関数 $Z_{GC}(\mu_B, T)$ においては、クォーク場をもたらす複素行列式の存在のために、通常のモンテカルロ数値積分が大きな μ_B で破綻する。本章では、この負符号問題の起源がQCDの場合に詳述されている。

第4章では、これまで負符号問題を回避するために考案された計算手法(多重パラメータ再重み付け法、テイラー展開法、複素化学ポテンシャル法、状態密度法)の基礎とそれぞれの問題点が整理されている。次に、本論文で用いられるバリオン数を固定したカノニカル分配関数 $Z_B(T)$ による定式化が詳述されている。特に、 $Z_B(T)$ と複素化学ポテンシャルでのグランドカノニカル分配関数 $Z_{GC}(i\mu_I, T)$ がフーリエ変換で結びついていること、 $Z_{GC}(i\mu_I, T)$ が負符号問題を持たないこと、 $Z_{GC}(i\mu_I, T)$ が Roberge-Weiss 対称性と呼ばれる離散対称性を持つことが述べられている。

第5章と第6章は、本論文の核心部分となっている。

第5章では、カノニカル分配関数 $Z_B(T)$ を計算するための新しい手法が提案されている。 $Z_B(T)$ を $Z_{GC}(i\mu_I, T)$ から数値的に求める上での困難は、フーリエ変換に伴う数値誤差がバリオン数が大きくなるにつれて急激に増大することにある。本論文の第一の提案は、この数値誤差を抑えるために、400桁の多倍長計算を行うことである。また、フーリエ変換

の被積分関数については、任意の複素化学ポテンシャルでの値が必要になる。本論文の第二の提案は、クォーク行列式に対して巻き数展開を実行し、巻き数展開の係数のみをモンテカルロ計算で求めることである。本論文では、この2つの提案を組み合わせカノニカル分配関数 $Z_B(T)$ を計算し、そこからグランドカノニカル分配関数 $Z_{GC}(\mu_B, T)$ を再構成するという道筋をとる。

第6章では、前章で導入された手法が実用に耐えるかどうかを、 $8^3 \times 4$ の格子上で定義された2フレーバーQCD ($m_\pi/m_\rho=0.8$) で数値的に確かめている。物理量としては、圧力、バリオン密度、及びバリオン数感受率を採用し、本論文の手法を用いてフーリエ変換を実行した結果、実化学ポテンシャルでのクォーク行列式に巻き数展開を直接適用した結果、多重パラメータ再重み付け法を用いた結果の3つを比較している。その結果、従来の方法では $\mu_B/T > 3$ の領域で負符号問題が顕在化し誤差が急激に増大するのに対して、本論文の方法では $\mu_B/T \sim 7$ まで安定に物理量が計算できる場合があることが示されている。

第7章では、本論文で得られた結果のまとめと、今後の展望が記述されている。

本論文では、重イオン衝突や中性子星内部の物理に関係する有限化学ポテンシャル(μ_B)のQCDについて、バリオン数を固定したカノニカル分配関数の格子QCD計算を行うことで負符号問題を部分的に回避し、これまで困難であった $\mu_B/T > 3$ の領域に格子QCD計算を拡張できる可能性が示されている。これは、有限温度・有限密度QCDの第一原理計算について新たな知見をもたらす成果として意義がある。

なお、本論文の主要部である第5章と第6章の内容は、中村純氏および岡将太郎氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって理論的解析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

以上の観点から、申請者に博士（理学）の学位を授与できると認める。