

論文審査の結果の要旨

氏名 渡辺伯陽

本論文は六章からなる。第一章は場の量子論における欠陥、第二章はクラス S 理論、第三章は二次元 q 変形ヤン・ミルズにおける超共形指数のレビューである。第四章と第五章が本論文の主な主張であるクラス S 理論における欠陥演算子の性質についての解析が与えられている。第六章はまとめと議論を扱っている。

欠陥 (defect) とは場の量子論に現れる低次元部分空間の構造であり、場の境界条件、あるいは場との結合を通して表現される。この論文では主に Wilson line 演算子と t Hooft 演算子が議論されている。これらの演算子はゲージ群のルート系に関連するチャージを持つことができ、1, 2 章で詳しく解説されている。

一方、クラス S 理論とは、6次元の $(2, 0)$ 理論と呼ばれる共形対称性を持つ理論をコンパクト化することにより得られる場の理論を指す。双対性の構造を持ち、特に2次元コンパクト化した場合に4次元理論と2次元理論の間に対応関係があることが分かっている。この論文では6次元理論を $S^3 \times S^1 \times C$ (C はリーマン面) にコンパクト化した場合を主に考察している。この場合4次元理論は $S^3 \times S^1$ 上の超対称ゲージ理論、2次元理論は C 上の q 変形された位相的ゲージ理論であり、4次元側の超対称インデックスが2次元理論の相関関数と一致することなどの対応関係があることが知られている。

この論文では6次元時空上に存在する紐がこれらの4次元、2次元理論にそれぞれ loop 演算子や vertex 演算子として現れることを用いて、空間内に欠陥演算子が存在する時の相関関数について、両方の理論の詳細な対応関係を調べている。4次元理論側ではこれらの演算子は Wilson line 演算子、あるいは surface 演算子という形で現れる。一方で2次元理論側ではそれらが Network 演算子、点演算子などとして現れることが予想されている。Defect という構造物が理論の空間中にある場合に双対性がどのように表現されるのかより詳細に理解することが研究の目的である。

4次元理論側の line operator に対して2次元側では Verlinde network operator が対応すると考えられる。これらのオペレーターの関係は文献 [25] でゲージ群が $SU(2)$ の場合に考察され、line operator のチャージが network の配位と対応することが示された。渡辺氏はゲージ群が一般の場合にこの対応を拡張した。新たに得られた知見として network 側は実際にはユニークで無く Reidemeister move と呼ばれる変形の元では対応する line 演算子のチャージは変わらないことが示された。これは組紐の位相的不変量の構成と同等ものである。渡辺氏が得た Reidemeister move は数学の量子群の研究で既に知られていたものを再現した。また、6次元中の紐の次元の分配の仕方を変更すると2次元側では点、4次元側では surface 演算子として現れるが、本学位論文ではこれらの配位も含んだ新たな Reidemeister move も考察された。

また、2番目の主張として、ネットワークで与えられた2次元側の配意に対してあたかもそれを格子モデルとして取り扱い、その分配関数として superconformal index を与える方法を提案した。この手法を用いるとこれまで計算されてなかったラグランジアン的な記述がないモデルに対して index を計算する方法を提案した。この主張は数学的に証明されてはいないが、いくつかのモデルに対して具体的な分配関数の計算を行い、大局的対称性が例外群拡大する現象を示した。これは先行研究により示されていた予想と一致している。これらの検証により著者の主張が正しいのではないかと思わせる十分な根拠を与えた。

以上のように渡辺氏はラグランジアン的な記述を持たないモデルも含むクラス S 理論という広い範疇において場の理論の欠陥が満足する双対性に起因する性質について学術的に価値がある結果を与えていることが確認できた。また博士として期待される十分な学識を持つことも確認できたので審査員全員一致で合格と判定した。

なお、本論文第4章は部分的に立川裕二氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって解析を行ったものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士 (理学) の学位を授与できると認める。