

論文の内容の要旨

Nonlinear wave dynamics associated with tidal dissipation in the ocean interior

(海洋内部領域での潮汐散逸に関わる非線形波動力学の研究)

大貫 陽平

1 はじめに

急峻な海底地形上を流れる潮流の内部で生じる慣性重力波は内部潮汐と呼ばれ、海洋の中深層における主要なエネルギーキャリアとして数千 km を伝播し、広範囲にわたって海水混合 (潮汐混合) を引き起こす。近年の観測で、内部波間の非線形共鳴現象の一種である parametric subharmonic instability (PSI) に伴い、潮汐周波数に応じた特定の緯度帯に乱流散逸のピークが生じることが指摘されている。しかしながら、海洋内部の非線形共鳴現象についての理解は未だ不十分であり、共鳴に伴う内部潮汐エネルギーの損失量を推定する手法は確立されていない。潮汐混合が駆動する海洋深層流の数値的再現に向け、内部潮汐エネルギーの散逸プロセスとその時空間分布の解明は不可欠な課題である。

本研究では、内部潮汐の散逸を引き起こす波動間の非線形共鳴現象について数理物理学的な側面から考察を行い、現象に関する体系的理解と、定量化に向けた議論に役立ついくつかの有用な計算結果を得た。本学位論文ではそれらの内容を 3 段階に分けて詳述する。

2 PSI のメカニズム解明

PSI とは三波共鳴相互作用の一種であり、ある周波数成分 (内部潮汐) から、空間スケールの小さな二種類の半周波数成分 (近慣性擾乱) へとエネルギーを送り込む現象である。PSI の性質は従来、波数-周波数空間内の力学として理解されてきたが、本研究では、PSI を物理空間内の現象として捉え直し、新たな解釈を与える。

ポイントとなるのは、微小スケールの擾乱が、どのようにしてスケールの隔てられた内部潮汐成分と相互作用するのか、という問題である。この疑問に答えを与えるのが「うなり」の概念である。ここで言ううなりとは、逆方向に伝播する波長の近い二種類の正弦波を重ね合わせることで生じる包絡線を意味する。同一方向に進行する二つの正弦波を重ねた場合には、包絡線が波数に応じた固有の群速度で伝播することが有名である。一方、逆方向に伝播する波を重ねた場合、波数の組み合わせを調整することで、任意の速度で位相伝播する包絡線をつくりだすこと

ができる。実際、内部潮汐成分と二種の擾乱成分がもつ波数と周波数について、

$$k_1 + k_2 - k_T = 0; \quad \omega_1 + \omega_2 - \omega_T = 0 \quad (1)$$

の関係が成立するとき、内部潮汐と恒常的に位相同期したうなりが出現する。この関係式 (1)こそ、よく知られた三波共鳴の発生条件である。すなわち、従来解釈が曖昧であった、PSI を特徴付ける波数と周波数の関係式は、擾乱波の重ね合わせで生じたうなりが内部潮汐成分と位相同期する条件であることが明らかとなった。

擾乱波の重ね合わせによって構成された流速場の構造を三次元的に観察すると、水平流速ベクトルのホドグラフが局所的には一方向に細かく振動しつつ、その包絡線が二重螺旋を描いて回転している様子が見られる。このような擾乱流が、水平収束/シアを伴う背景流中に存在すると、背景流のもつ運動量を移流することで擾乱流の加速や減速が生じる。特に、内部潮汐の流速場と擾乱波の包絡線の位相が同期している場合には、局所的に潮汐周期と包絡線の回転周期が 2:1 の関係となり、パラメトリック励振の機構に従い運動量の移流が擾乱成分にとって正味で加速効果として働く。以上のメカニズムにより、内部潮汐成分に対して (1) を満たす波数成分の組が、海洋内部で選択的に励起されると考えられる。本研究で導入した波形構造に着目した PSI の定性的理解は、波動間の相互作用強度の空間分布を議論する際に重要となる。

3 より現実的な問題へ：非線形共鳴の定量化

上記の考察では最も単純な単色波どうしの相互作用を扱った。しかし、実際の海洋中には無数の波数成分の波が存在して連続的なスペクトルをもつことが知られている。そこでここからは連続スペクトル中で生じる非線形共鳴の定量化に向けてさらに理論的な考察を行う。PSI には、「擾乱の成長時間」と「内部潮汐の減衰時間」という 2 つの時間スケールが存在するが、これまで両者の区別は曖昧なまま混同して使われていた。本研究では、統計流体力学的手法を用いて、各時間スケールを表す具体的な計算式を導き、内部潮汐の散逸分布に直結する重要な知見を得た。それぞれの研究結果を以降に説明する。

4 非線形共鳴に伴う不安定成長率の統一表現

一般に、連続的なパワースペクトルをもつ強制に対しては、共鳴の性質は時間スケールに依存して変化する。非線形波動の分野では、共鳴がもたらす短期的な系の変動 “Dynamic ”、長期的な変動を “Kinetic ” と呼んで区別している。慣性重力波間の相互作用においては、両者はそれぞれ摂動の一次と二次の時間スケールに対応する。

先行研究では、単色の内部潮汐波列に対する擾乱の成長率については Dynamic な視点から議論されてきたのに対し、連続的なスペクトルについては Kinetic equation と呼ばれる方程式に基づいて解析が行われてきた。しかし、Kinetic equation は単色波の極限で発散するため、微小なゆらぎを伴うような潮汐波列に対する PSI の問題は十分に議論されて来なかった。それに対して本研究では、統計流体力学の観点から考察を行い、Kinetic equation の導出過程で暗に用いられてきたマルコフ化近似が発散の原因であることを指摘した。その上で、履歴を含む形式の方程式を新たに導入することで発散を回避し、微小な位相変調を伴う波列の安定性解析を行った。

上述の方程式に対し、擾乱エネルギーについて指数関数解を仮定して、無限時間に遡って時間積分を行うと、積分型の非線形固有値方程式が得られる。この方程式に対し、波動間の相互作用強度と変調効果が十分小さいことを仮定して漸近解析を行うと、最終的に成長率 λ が

$$\lambda = \frac{-\mu + \sqrt{\mu^2 + 4CE_T}}{2} \quad (2)$$

という表式で表される。ここで、 μ は背景波の周波数スペクトルの半値幅、 E_T は背景波のエネルギー密度である。(2) 式によれば擾乱の成長率 λ は、 μ が十分小さい時には Dynamic theory の結果に一致、 μ が相対的に大きくなると Kinetic theory の結果に一致しており、(2) 式が Dynamic と Kinetic 双方の理論を統一する表現となっていることがわかる。この結果の妥当性を検証するため、数値実験を行って成長率の比較を行った結果、理論値と実験値はよく一致し、先行研究の理論は擾乱の成長率を過大評価していることが示された。

5 定常スペクトル中での内部潮汐の減衰率の解析

上記の考察で導入した統計流体力学の理論式は、系の統計的定常性を仮定すると、Kinetic theory に帰着でき、それを用いて内部潮汐成分のエネルギーバランスを

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} = -\nabla_x \mathbf{F} - \nu E_T + S = 0 \quad (3)$$

という形式で書くことができる。ここで、 \mathbf{F} は水平方向のエネルギーフラックス、 S は他成分から得るエネルギー生成率を表している。他成分との相互作用に伴うエネルギー損失を表す右辺第二項の係数は、背景場のエネルギースペクトル等の関数であり、潮汐エネルギー E_T に対する線形の減衰率として作用する。本研究では内部波の鉛直波形を考慮した減衰率の表式を新規に導出し、そこに標準的な海洋データを代入して内部潮汐の減衰率を全球的に解析した。その結果、観測で指摘されてきた特定の緯度帯での急速な減衰を説明できることがわかった。

さらに減衰率の顕著な北太平洋 28.5°N に注目し、減衰率の鉛直分布を東西に平均した上で各深度からの寄与を解析すると、いずれのモードにおいても深度 1000m 以浅からの寄与が 80%以上であり、特に鉛直第 1 モード波は上部への集中の度合いが顕著であるという結果が得られた。これらの特徴は、海洋の密度成層が規定する内部波の鉛直波形構造に起因し、従来の研究では見過ごされてきた重要な物理的知見である。

6 まとめと展望：新たなパラメタリゼーション

本研究では内部潮汐の散逸に関わる波動間の非線形共鳴現象について考察を行い、定性的・定量的に体系的な知見を得た。特に定量化にあたって得られた研究結果は、これまでのモデリング研究で用いられてきた計算上の仮定を覆すものであり、将来研究のマイルストーンとなるべき情報を含んでいる。本研究を推し進めて内部潮汐の減衰率の全球分布を得ることができれば、それを既存の潮汐モデルに組み込むことで、潮汐混合の強度分布を従来よりも精度良く見積もることができる。その結果を利用することで将来的に、深層循環モデルに組み込むべき新たな潮汐混合パラメタリゼーションを構築することが可能となるであろう。