論 文 の 内 容 の 要 旨

論文題目 高次精度粒子法の研究

A study of higher order particle methods

氏 名 玉井 佑

(本文)

連続体力学の数値解析においては，空間の離散化のために格子や要素を用いた手法である，有限差分法，有限体積法，及び有限要素法が主に用いられており，その高度な技術や解法は既に確立されている．しかし，特に三次元空間内では，複雑形状に対する格子や要素の生成に多大な時間を要する問題がある．また，連続体の大変形や，分裂・合体，トポロジー変化等を伴うような問題を解析することが困難であるという問題がある．

それらの問題を解決すべく，格子や要素による空間分割を必要としない粒子法やMeshfree法が開発された．主に流体解析に用いられる粒子法としては，Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)法，Moving Particle Semi-implicit (MPS)法が挙げられる．それらはLagrange的記述に基づくものであり，自由表面や連続体の大変形などを伴う複雑な流れの現象を容易に解析可能である．しかし，それら手法で用いられている空間離散化スキームは，重み関数のサポート内におよそ一定の数の粒子を配置するという一般的に用いられている粒子配置の場合には，Consistencyを満たしていない定式化である．したがって，少なくともLax-Richtmyerの同等定理によっては，得られる数値解のConvergenceが保証されないという問題がある．また，SPH法やMPS法では，特にNeumann境界条件の拘束方法に関してもConsistentな定式化や厳密な議論が行われていなかった．これらの問題は， SPHERICにより，”Grand Challenge” に指定されており，今日の粒子法が解決すべき課題として非常に重要なものであると考えられる．

粒子法の空間離散化スキームのConsistencyや境界条件の処理に関する一つの解決法として，Tamai and Koshizukaは重み付き最小二乗法を空間離散化スキームに用いた，Least Squares Moving Particle Semi-implicit (LSMPS)法を提案した．LSMPS法では，最小二乗法における近似次数を高次のものとすることで，任意の次数のConsistencyを満たす空間離散化が可能である．しかし，高次の近似を行う際には未定係数の数が増大するため，その未定係数の数よりも十分に多くの数の近傍粒子を用いる必要があった．そのため，離散化されたPoisson方程式などの係数行列のバンド幅が大きくなり，高次精度の解が得られる利点がある反面で，計算コストが大きく増大するという問題があった．さらに，LSMPS法の文献では，流体の自由表面上で速度ベクトルの微分に関するNeumann型境界条件が用いられていたものの，Vector変数の複数成分にまたがって課せられるような境界条件の具体的な拘束方法は述べられていなかった．

本研究では，これまでに指摘したSPH法，MPS法におけるConsistencyやNeumann境界条件の拘束方法，LSMPS法における計算コストの増加やVector変数のNeumann境界条件の拘束方法などに関する諸問題点を踏まえ，それらの問題を解決する，高い計算効率で高次精度の解が得られる汎用的なMeshfree空間離散化スキームを開発した．具体的には，重み付き最小二乗法を用いることにより，領域全体に渡って高次のConsistencyを保ちながら，Scalar変数の空間離散化，及びNeumann境界条件の拘束を行うスキームを開発した．また，空間離散化に必要な近傍粒子数を削減し，計算効率，及び数値的な安定性を向上させるための，Multiple-order Differential Constraint (MDC)スキームを開発した．Poisson方程式を検証例として解くことにより，Convergenceや計算効率の比較・検討を行い，計算精度や計算効率が従来手法に比べて向上することを示した．また，空間二階微分の離散化を，最も低次精度(一次のConsistency)であるが，最も少ない近傍粒子数で計算を行うことが可能なスキームを開発し，Poisson方程式を数値的に解くことにより他のスキームとの比較を行い，優位性を示した．さらに，Scalar変数の離散化方法の自然な拡張として，Vector変数の空間離散化，及び複数成分にまたがって微分値が与えられるようなNeumann型境界条件の拘束方法を開発した．Vector変数のPoisson方程式を解くことによりConvergenceの検証を行い，高次のConvegenceを満たす数値解が得られることを示した．最後に，Meshfree法や粒子法のさらなる高次精度化・高解像度化，及び高精度計算時の効率の向上を目的とし，Meshfree法に適用可能なコンパクトスキーム(空間に対して陰的な離散化スキーム)の開発を行った．既存の手法と比べて収束性の次数が高く，極めてよい精度かつ高解像度の解が得られることを示した．

本研究で開発された様々な空間離散化スキームは，粒子法やMeshfree法が高次精度の解法となるめの礎を築くものであり，これまでの既存の手法では困難であった高精度・高次精度の解が得られることが期待される．