

東京大学大学院 工学系研究科 航空宇宙工学専攻

平成 28 年度博士論文

幾何学情報の事前計算テンソル化に基づく 精密太陽輻射圧外乱モデル構築に関する研究

中須賀・船瀬研究室 指導教官：中須賀真一教授

五十里 哲 (学籍番号 37-147039)

2016/12/01

論文要旨

軌道上を航行する宇宙機には、様々な外乱加速度・トルクが加わる。これら軌道上外乱を見積もることは、宇宙機の軌道設計・軌道決定・姿勢安定性解析などにおいて重要であり、古くから多くの研究がなされてきた。しかし、近年の宇宙開発では、測位衛星の cm 級軌道決定、超低高度衛星の需要拡大、超高精度フォーメーションフライトの実現といったようなアドバンスで高精度な宇宙機プロジェクトが提案・実現されようとしており、これらの高精度な軌道姿勢推定が要求されるプロジェクトを実現するためには、従来よりも高精度な外乱モデルが必要となってきた。特に、太陽輻射圧や熱輻射圧といった非重力外乱は、宇宙機の形状・熱光学特性・姿勢に依存したものとなっており、その複雑性から高精度かつ一般性の高いモデルの研究例は少ない。また、軌道上の宇宙機の形状・光学特性は事前に作る計算機上のモデルと一致しないことがほとんどであり、実用上これらの不確定性の高いパラメータを軌道上で推定する必要があるが、そのベースとなるべき高精度かつ物理パラメータ推定が可能なモデルは、ほとんど研究されていない。このような背景より、本研究では、高精度かつ物理パラメータ推定が可能であり、さらに計算時間などの観点からも実用的な非重力外乱モデルの構築を目指す。本論文では、特に、最大の非重力外乱である太陽輻射圧に注目し、精度・計算時間・物理パラメータ推定を両立するモデル化手法を提案し、シミュレーションと軌道上実データを用いた外乱解析により、その有効性を実証した。

上記で示した三つの要求(精度・計算時間・物理パラメータ推定)は、お互いに相反する関係となっている。例えば、精度を高めるために宇宙機の形状モデルを複雑にし、自己隠蔽の効果を考慮すると、計算時間が大きくなることは明らかである。先行研究では計算時間削減のため、あらかじめ計算しておいた太陽輻射圧による力・トルク自身をある関数で近似表現しているが、その場合、物理パラメータは式に陰に含まれる形となり、推定が不可能となる。このような相反する関係を持つため、三つの要求全てを満たすモデルを構築することが難しかった。そこで、著者は太陽輻射圧計算に必要な三つの要素(太陽情報・宇宙機形状情報・物質光学特性情報)を分解し、計算式を再構築する手法を新たに開発した。この要素分解と再構築により、各情報が持つ特性に適した近似・圧縮を行うことが可能となり、重要な物理パラメータを陽に含みながら、高精度・高速計算が可能な式を導出することができた。この要素分解・再構築手法を導くため、まず、Computer Graphics 分野の陰影表現方法、反射関数の表現方法を太陽輻射圧計算に応用し、従来の太陽輻射圧計算式に明確な座標系定義を与えた。これにより、要素の分解と再構築が実現可能な基礎式を求めることができた。次に、Precomputed Radiance Transfer (PRT) と呼ばれるリアルタイムレンダリング手法を応用し、複雑な光伝搬の事前計算とその近似を導入した。さらに、その近似を近似係数と基底関数の内積表現を用いて表すことで、線形代数計算が可能な形式として扱った。最後に、ソーラーセイルのために作られた陰影を無視した太陽輻射モデル

である **Generalized Sail Model (GSM)**を参考に、テンソル演算による要素の分解と再構築を行うことで、本論文で提案する精度・計算時間・物理パラメータ推定の三つの要求を満たす太陽輻射圧計算手法を導いた。このように、CG とソーラーセイルという異なる分野の研究を組み合わせながら、新たな計算手法を構築し、一般性の高い精密太陽輻射圧計算手法を導出したことが本研究の大きな成果である。

本論文では、上記提案手法の数学的導出、提案手法実用化のための要素研究、シミュレーションによる従来手法との精度・計算時間比較、軌道上実データを用いたモデルの検証の 4 項目について述べている。実用化のための要素研究として、テンソル生成のために必要となる可視関数を表現するための近似関数の研究、精密宇宙機モデルから事前計算テンソルを求めるための高速並列演算アルゴリズムの開発、光学特性推定のための正規方程式の導出という 3 つの研究要素について述べている。可視関数を表現するための近似関数の研究として、単位球面上に定義される代表的な基底関数を導入し、近似精度、必要データ量、計算速度の観点で本計算手法に適した基底関数に必要な性質に関して議論し、それに合った球面基底関数を採用している。高速並列演算アルゴリズムの開発では、精密宇宙機モデルに対する事前演算の計算コストとその高速化について議論している。ポリゴン数が数十万に達する精密宇宙機モデルを用いた場合、単純な計算アルゴリズムでは事前計算時間が数週間に達し、事前計算といっても実用的でない。よって、グラフィックボードを用いた高速並列演算アルゴリズムを開発した。このアルゴリズムにより、実用的な大型衛星の精密モデルであっても、数時間で事前計算テンソルを求めることができ、実用的な運用が可能となった。また、提案手法の大きな利点である光学特性推定に関して、線形最小二乗法の正規方程式を導き、推定が可能なることも示した。このように、理論的な部分だけでなく、実用化のための具体的な問題解決を行ったことも、本論文の成果の一つと言える。

シミュレーションによる提案手法の有効性検証では、従来研究との精度・計算時間・必要情報量の比較を行った。これにより、従来研究と比べて本研究が精度・計算時間の観点で優れている点を示すことができた。また、軌道上実データを用いたモデルの検証として、深宇宙探査機 **PROCYON** に加わる太陽輻射圧トルク解析という軌道上データを用いた検証を行った。この事例において、軌道上データと一致するように計算モデルを補正するため、物質の光学特性推定を行い、提案太陽輻射圧モデルの有効性を示した。

本論文により、高精度かつ高速計算が可能で、軌道上でのパラメータ推定にも適した実用的な太陽輻射圧解析モデルを提案し、その実用性をいくつかの観点で評価することができた。さらに、提案手法は太陽輻射圧のために構築されたものだが、要素の分解と再構築という概念と計算手法は空力外乱や熱輻射外乱にも応用可能であり、今後さらなる発展性を見込むことができる。以上に述べたことから、今後計画されている、例えば数 **cm** オーダーの軌道推定精度を必要とする準天頂衛星のような高精度な宇宙機ミッションの実現のために必要な、軌道上非重力外乱の精密で実用的な計算が可能になったと言え、宇宙開発利用の発展に貢献できると考えている。

目次

A 補遺：記号の定義.....	1
第1章 序論.....	4
1.1 節 研究背景.....	4
1.1.1 項 高精度非重力外乱モデルの重要性.....	4
1.2 節 太陽輻射圧モデルの先行研究.....	8
1.2.1 項 エンピリカル太陽輻射圧モデル.....	8
1.2.2 項 物理ベース太陽輻射圧モデル.....	11
1.2.3 項 Computer Graphics 技術の先行研究例.....	15
1.3 節 高精度外乱モデル構築における実用上の問題点.....	19
1.4 節 本研究の目的.....	21
1.5 節 本論文の構成.....	21
第2章 太陽輻射圧の計算手法と基礎方程式の導出.....	23
2.1 節 光の持つ運動量.....	23
2.2 節 光の吸収・反射.....	26
2.2.1 項 BRDF の定義.....	27
2.2.2 項 従来反射モデルの BRDF 表現.....	28
2.3 節 BRDF で表現した太陽輻射圧の導出.....	30
第3章 提案する精密太陽輻射圧外乱モデルの導出.....	32
3.1 節 提案手法の概要.....	32
3.2 節 陰影を表現するための機体固定座標系バイナリ可視関数の導入.....	33
3.3 節 物質光学特性を表現するための、微小面ローカル座標系での BRDF.....	36
3.4 節 近似基底関数の導入と関数の内積表現.....	38
3.4.1 項 バイナリ可視関数の事前計算と近似.....	39
3.4.2 項 BRDF 積分の近似.....	40
3.5 節 要素分解のためのテンソル演算.....	42
3.5.1 項 テンソル表現とテンソル演算.....	43
3.5.2 項 入射光部分の計算.....	44
3.5.3 項 反射部分の計算.....	46
3.5.4 項 提案する太陽輻射圧計算手法の導出結果.....	48
3.6 節 太陽輻射圧トルクモデルの導出.....	49
3.7 節 計算量の理論的考察.....	51
3.8 節 提案手法のまとめと、先行研究との比較.....	52

第 4 章	提案モデルの亜系統の導出.....	54
4.1 節	可視関数近似の変更による単純化.....	54
4.2 節	単純反射モデルを仮定した場合の式導出.....	58
4.3 節	GSM の上位集合モデルであることの証明.....	62
4.4 節	本章のまとめ.....	63
第 5 章	実用化に向けた要素研究.....	64
5.1 節	可視関数近似のための基底関数.....	64
5.1.1 項	球面調和関数.....	65
5.1.2 項	球面 Haar ウェーブレット.....	67
5.1.3 項	可視関数近似に関するの数値的評価.....	69
5.2 節	形状テンソルを求めるための高速並列アルゴリズム開発.....	71
5.2.1 項	アルゴリズムの概要.....	72
5.2.2 項	計算コストの比較.....	76
5.3 節	光学特性推定.....	78
5.3.1 項	太陽輻射圧を直接得られた場合の正規方程式の導出.....	79
5.3.2 項	宇宙機角運動量が観測できた場合の正規方程式の導出.....	81
5.4 節	本章のまとめ.....	83
第 6 章	数値計算例と性能評価.....	84
6.1 節	太陽輻射圧計算精度と計算コスト.....	84
6.1.1 項	評価方法.....	84
6.1.2 項	L-angle モデルに加わる太陽輻射圧の計算結果.....	87
6.1.3 項	PROCYON モデルに加わる太陽輻射圧の計算結果.....	93
6.2 節	考察.....	97
第 7 章	PROCYON フライトデータを用いた太陽輻射圧解析.....	99
7.1 節	超小型深宇宙探査機 PROCYON とは.....	99
7.2 節	PROCYON 軌道上取得データの概要.....	101
7.3 節	PROCYON フライトデータ解析の概要.....	104
7.4 節	太陽情報の導出.....	105
7.5 節	利用するモデルの説明.....	107
7.5.1 項	平板モデル.....	107
7.5.2 項	提案手法のための精密 CAD モデル.....	108
7.6 節	解析結果.....	114
7.6.1 項	光学特性推定を行わない, アプリオリなモデル比較.....	114
7.6.2 項	光学特性推定によるモデル補正.....	117
7.6.3 項	平板モデルでの光学特性推定によるモデル補正.....	120
7.7 節	モデルとフライトデータが一致しないことに関する考察.....	122

7.7.1 項	フライトデータの詳細解析.....	122
7.7.2 項	モデル誤差要因の考察：重心位置.....	124
7.7.3 項	モデル誤差要因の考察：宇宙機形状.....	126
7.7.4 項	モデル誤差要因の考察：熱輻射圧.....	128
7.8 節	本章のまとめ.....	134
第 8 章	提案手法の応用発展例と結論.....	136
8.1 節	提案手法の応用・発展例.....	136
8.2 節	結論.....	140
謝辞	142
参考文献	143

図 1-1. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：測位衛星の cm 級精密軌道決定	6
図 1-2. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：深宇宙探査機の姿勢・軌道解析	6
図 1-3. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：超低高度衛星の姿勢・軌道解析	7
図 1-4. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：高精度フォーメーションフライト	7
図 1-5. 拡散反射 [55]	16
図 1-6. PRT の概念図 [66]	18
図 1-7. 太陽輻射圧計算で発生する可能性のあるモデル誤差	19
図 2-1. 反射の法則	26
図 2-2. 拡散反射	26
図 2-3. 放射輝度の定義	27
図 2-4. 双方向反射率分布モデルでの入射放射輝度の積分と出射放射輝度の概念図	28
図 2-5. 定式化で用いる座標系・記号の定義	30
図 3-1. 2次元バイナリ可視関数の例	34
図 3-2. 影を作られることが無い平面の3次元バイナリ可視関数 [72]	34
図 3-3. 影を作られる平面の3次元バイナリ可視関数の例 [72]	35
図 3-4. 微小面ローカル座標系と宇宙機機体固定座標系の関係	36
図 3-5. 法線ベクトルと機体固定 Y 軸が一致している場合の微小面ローカル座標系	37
図 3-6. Tkb' テンソルの概念図	45
図 4-1. 2次元実数可視関数の例	55
図 4-2. 影を作られ無い平面の3次元実数可視関数 [72]	55
図 4-3. 影が作られる平面での3次元実数可視関数の例 [72]	56
図 5-1. 球座標の定義	65
図 5-2. 球面調和関数の例	66
図 5-3. 測地球 [75]	67
図 5-4. Spherical Haar Wavelet における分解と再構築の関係	68
図 5-5. 陰の落ちていない面の可視関数(左)と入射光伝達関数(右) [72]	69
図 5-6. 陰の落ちている面の可視関数(左)と入射光伝達関数(右) [72]	69
図 5-7. テンソル生成ツールの概要	72
図 5-8. Single CPU 演算の場合のバイナリ可視関数計算	73
図 5-9. GPGPU での並列演算の場合のバイナリ可視関数計算	74
図 5-10. バイナリ可視関数の計算例	75
図 5-11. 事前可視関数計算の計算時間の比較(GeForce 1070 GPU: 1920 CUDA cores)	76

図 6-1. L-angle モデル [72]	85
図 6-2. PROCYON モデル [72]	85
図 6-3. 手法の比較のまとめ	86
図 6-4. L-angle モデルに加わる機体固定座標 X 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]	88
図 6-5. L-angle モデルに加わる機体固定座標 Y 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]	88
図 6-6. L-angle モデルに加わる機体固定座標 Z 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72].....	89
図 6-7. L-angle モデルにおける近似誤差の平均値.....	90
図 6-8. L-angle モデルにおける近似誤差の標準偏差	90
図 6-9. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 X 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72] ..	93
図 6-10. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 Y 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]	94
図 6-11. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 Z 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72].	94
図 6-12. PROCYON モデルにおける近似誤差の平均値.....	95
図 6-13. PROCYON モデルにおける近似誤差の標準偏差	95
図 6-14. 球面 Haar ウェーブレットによる近似の違い.....	98
図 7-1. PROCYON の外観(top view) [84].....	100
図 7-2. PROCYON の外観(bottom view) [84]	100
図 7-3. 第 1 区間(2015/5/4 データ取得)での機体固定座標角運動量履歴.....	102
図 7-4. 第 1 区間(2015/5/4 データ取得)での機体固定座標太陽極角履歴.....	102
図 7-5. 太陽角極角の定義	102
図 7-6. 太陽輻射圧測定運用の各区間での太陽角平均値.....	103
図 7-7. 太陽輻射圧測定運用での太陽角平均値二次元プロット	103
図 7-8. 太陽を中心とした慣性座標系での PROCYON 位置ベクトル	105
図 7-9. PROCYON 太陽相対距離(黒破線：近似値，赤実線：軌道解析値)	105
図 7-10. PROCYON 太陽相対距離(黒破線：近似値，黄実線：軌道解析値)	106
図 7-11. 平板モデル	107
図 7-12. 実際に設計時に用いられた PROCYON の CAD モデル	108
図 7-13. PROCYON フライトモデルに搭載された MLI (MY 面) [88]	109
図 7-14. PROCYON フライトモデルに搭載された MLI (MX 面).....	109
図 7-15. CAD モデルに MLI を加え，一部を簡略化した 3D CG モデル.....	110
図 7-16. 分割した PROCYON 三次元モデル	111
図 7-17. 推定無しの数値モデルで伝搬した角運動量と観測角運動量の誤差の平均値	114
図 7-18. 推定無しの数値モデルで伝搬した角運動量と観測角運動量の誤差標準偏差	115
図 7-19. 推定無しモデルの角運動量と観測角運動量の平均誤差と太陽極角の関係	116

図 7-20. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差平均値.....	118
図 7-21. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差.....	118
図 7-22. Ag Teflon と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差	119
図 7-23. 平板モデルの光学特性を全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差 ...	120
図 7-24. 区間 68(太陽極角 $X, Y = (16, 28)$ 度)でのレイトレース結果	122
図 7-25. 区間 68 での太陽輻射圧トルクの比較.....	123
図 7-26. 区間 68 での重心変更の影響評価(光学特性無補正).....	124
図 7-27. 太陽電池の展開角度誤差	126
図 7-28. 区間 68 での太陽電池パドル展開誤差の影響評価(光学特性無補正)	127
図 7-29. 熱輻射圧の概念図	128
図 7-30. 区間 68 での各太陽電池パドルの供給電力	129
図 7-31. 区間 68 での太陽電池パドルの観測温度	130
図 7-32. PROCYON 太陽電池のエネルギー収支.....	130
図 7-33. 区間 68 での太陽電池 PX のエネルギー収支	131
図 7-34. 区間 68 での太陽電池 PY のエネルギー収支	131
図 7-35. PROCYON 太陽電池の幾何学的位置	132
図 7-36. PROCYON 太陽電池に発生する熱輻射圧トルク	133
図 7-37. 太陽電池に発生する熱輻射トルクを足しあわせて得られるトルク	133

表 1-1. 静止軌道高度での軌道外乱の種類と大きさ	4
表 1-2. 測位衛星におけるエンピリカル太陽輻射圧モデルの先行研究例	8
表 1-3. 物理ベース太陽輻射圧モデルの先行研究例	11
表 3-1. 計算コストの比較	51
表 3-2. 従来モデルと提案モデルの比較	53
表 5-1. 陰の落ちていない面の近似結果	70
表 5-2. 陰の落ちている面の近似結果	70
表 5-3. 一つの太陽方向に対する太陽輻射圧計算時間 (単位: 秒).....	76
表 6-1. L-angle モデルにおける Ziebart と本研究の計算結果比較.....	87
表 6-2. L-angle モデル太陽輻射圧計算の計算時間 (単位: 秒)	91
表 6-3. L-angle モデルの計算に必要なファイルサイズ (単位: KByte)	91
表 6-4. PROCYON モデル太陽輻射圧計算の計算時間 (単位: 秒)	96
表 6-5. PROCYON モデルの計算に必要なファイルサイズ (単位: KByte)	96
表 7-1. 太陽電池パドルと PZ 面を合わせたパラメータ	107
表 7-2. PROCYON 精密モデルを構成する物質とその光学特性	112
表 7-3. 事前計算時間	113
表 7-4. 実計算フェーズ計算時間	113
表 7-5. モデルファイルサイズ	113
表 7-6. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定したときの光学特性推定結果	118
表 7-7. Ag Teflon と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定したときの光学特性推定結果	119
表 7-8. 平板モデルで全区間推定したときの光学特性推定結果.....	120
表 7-9. 区間 68 でのトルク誤差平均値.....	123

A 補遺：記号の定義

*ただし，1.2節は，先行研究の記号定義を優先し，必ずしもこの定義に従わないとする．

a	: 球面調和関数近似の係数
b	: 機体固定座標系
b	: 球面調和関数近似の係数
c	: 光速
$d_{s\odot}$: 宇宙機太陽距離
e	: エネルギー
f	: BRDF
g	: 座標変換時の係数
h	: プランク定数
i	: 太陽方向ベクトル
j	: BRDF 積分近似関数のインデックス
k	: 可視近似関数のインデックス
l	: 位置ベクトル
m	: 物質のインデックス
m_0	: 静止質量
n	: 法線ベクトル
o	: 観測データのインデックス
p	: ポリゴンのインデックス
q	: 運動量
r	: 反射方向ベクトル
s	: 微小面ローカル座標系を表すインデックス
t	: 時間
u	: 反射形状テンソルの個別要素
v	: 可視関数近似の係数
w	: トルク可視形状テンソルの個別要素
x	: 正規方程式の入力ベクトル
y	: 正規方程式の出力ベクトル
z	: トルク反射形状テンソルの個別要素

A	: 面積
\mathcal{A}	: 正規方程式のシステム行列
B	: 任意の実数関数
C	: 制約行列
D	: 拡散反射成分
E	: 放射照度
F	: 力
G	: 座標変換行列
I	: 単位行列, テンソル
J	: BRDF 積分近似関数のインデックス最大値
K	: 可視近似関数のインデックス最大値
L	: 角運動量
L_e	: 放射輝度
M	: 宇宙機を構成する物質数
N	: 太陽方向のサンプル数
N_v	: 光子数
O	: 観測データ数
P	: ポリゴン数
P_{\odot}	: 1AU での太陽輻射圧力
\mathcal{P}	: ルジャンドル倍関数
Q	: 放射エネルギー
R	: BRDF 積分結果ベクトル
S	: 鏡面反射成分
T	: トルク
U	: 反射形状テンソル
Ud	: 反射形状テンソル拡散成分
Us	: 反射形状テンソル鏡面成分
V	: バイナリ可視関数
\tilde{V}	: 実数可視関数
W	: トルク可視形状テンソル
X	: 球面 Haar ウェーブレット最大レベル
Y	: 球面調和関数
Z	: トルク反射形状テンソル
Zd	: トルク反射形状テンソル拡散成分
Zs	: トルク反射形状テンソル鏡面成分

α	: 太陽光吸収率
β	: 球面 Haar ウェーブレットの局所分割インデックス
γ	: 拡散反射係数
δ	: ディラックのデルタ関数
ϵ	: Haar ウェーブレット展開の詳細
ε	: 赤外線放射率
ζ	: 球面調和関数の次数
η	: BRDF 積分の近似係数
θ	: 角度
ϑ	: BRDF 積分近似関数
ι	: Haar ウェーブレットのレベル
κ	: 球面調和関数の帯数
λ	: 波長
μ	: Haar ウェーブレット展開の平均
ν	: 周波数
ξ	: 球面座標成分ベクトル
π	: 円周率
ϖ	: トルクのインデックス
ρ	: 鏡面反射係数
σ	: ステファン・ボルツマン定数
τ	: 可視形状テンソルの個別要素
φ	: 可視近似関数
ϕ	: 球座標方位角
ω	: 立体角
Γ	: BRDF 積分近似関数の座標変換行列
Θ	: 太陽情報テンソルの積分値
T	: 可視形状テンソル
Φ	: 放射則
Ψ	: 太陽情報テンソルの積分値
Ω	: 半球

第1章 序論

1.1節 研究背景

1.1.1項 高精度非重力外乱モデルの重要性

軌道上を航行する宇宙機には、表 1-1 に示すような様々な外乱加速度、トルクが加わる。これら軌道上外乱は、天体の重力に起因する重力外乱と、太陽輻射圧、空力外乱など重力以外の力によって発生する非重力外乱に大別される。重力外乱の大きさは、主に宇宙機と天体の相対位置関係で決まり、全ての宇宙機で共通の計算モデルを用いることができる。そのため、これまでに多くの衛星・宇宙機で軌道上データが観測されており、高精度なモデル化が実現されている。

一方で、太陽輻射圧や空力外乱、熱輻射圧といった非重力外乱の大きさ・方向は、宇宙機と天体の相対位置関係だけでなく、宇宙機の形状・熱光学特性・姿勢に強く依存する。そのため、様々な形状を持つ全ての宇宙機に対して共通で利用可能な、一般性の高い精密計算モデルはいまだ実現されていない。

表 1-1. 静止軌道高度での軌道外乱の種類と大きさ

	外乱	解説	静止軌道での大きさ m/s ²
重力外乱	地球重力場	地球重力場の空間的変動の効果	10 ⁻¹ ~10 ⁻¹²
	Solid Earth Tide	地球自体が微小変形し、重力場が変動する効果	10 ⁻⁹
	Ocean Tide	月による潮の満ち引きによる重力場の変動効果	10 ⁻⁹
	第三天体	太陽、月、木星等が宇宙機に与える重力	10 ⁻⁶
	一般相対論効果	地球重力場の影響でニュートン力学が成り立たなくなるにより生じる摂動	10 ⁻¹¹
非重力外乱	空力外乱	希薄流体による空気抵抗	低高度で支配的
	太陽輻射圧	太陽光による輻射圧	10 ⁻⁷
	熱輻射圧	宇宙機自身の熱輻射による圧力	10 ⁻⁹ ~10 ⁻¹⁰
	アルベド輻射圧	地球からのアルベドによる圧力	10 ⁻¹⁰
	電波輻射圧	宇宙機自身の電波放射による圧力	10 ⁻¹⁰

これら軌道上外乱加速度・トルクを見積もることは、宇宙機の軌道設計・軌道決定・姿勢安定性解析などにおいて重要であり、古くから多くの研究がなされてきた [1], [2], [3]. 近年、図 1-1~図 1-4 に示すような、よりアドバンストで高精度な宇宙機プロジェクトが

提案・実現されようとしており、従来の外乱モデルよりも高精度な外乱モデルが求められるようになってきている。例えば、測位衛星システムは、米国の GPS (Global Positioning System) やロシアの GLONASS だけでなく、欧州の Galileo, 中国の BeiDou, 日本の QZSS (Quasi-Zenith Satellite System) というように世界各国で開発が活発化しており [4], これらの測位衛星システムを利用した cm 級高精度測位が実現され始めている [5], [6]. 測位衛星の cm 級軌道決定のためには, $1 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ 精度の外乱モデル構築が必要となり, 太陽輻射圧, 熱輻射圧, アルベド輻射圧といった外乱の精密計算が求められており, 活発な研究が行われている [7], [8]. このような高精度軌道決定は, 将来計画されている宇宙 VLBI ミッション [9], 地球重力場観測衛星 [10], [11] などでも必要になる。

地球周回衛星では, 高度 200km 程度の超低高度を航行する超低高度衛星ミッションの検討が活発に行われている。欧州の GOCE は超低高度を航行しながら, 地球重力場の観測を行った [12]. また, 日本では SLATS という超低高度リモートセンシング衛星の検討が行われている [13]. これらの超低高度衛星では, 空力外乱の精密計算により, 軌道寿命や姿勢解析を行う必要がある [14]. また, 運用の終了した宇宙機及びデブリに目を向けると, 低軌道での空力外乱トルクによる姿勢安定性の解析 [15], 空力外乱力の大きさによる軌道寿命の見積もりといった研究も盛んにおこなわれている [16]. 静止軌道上のデブリでは, 太陽輻射圧や熱輻射圧によって姿勢・軌道が大きく変化するため, 今後の軌道伝搬予測のための非重力外乱モデルが必要となる [17], [18].

深宇宙探査機では, 高精度軌道決定のみならず, 姿勢安定性やアンローディング燃料見積もりのための太陽輻射圧トルクの精密計算が必要となり, はやぶさ 2 [19] や OSIRIS-REX [20], Rosetta [21] といった深宇宙探査ミッションのための太陽輻射圧・熱輻射圧の研究が行われている。また, 太陽輻射圧を積極的に利用した, ソーラーセイルの研究も盛んにおこなわれている [22], [23], [24].

将来検討されている高度な理学ミッションとして, 軌道上での重力波検出 [25], [26] やアインシュタインの等価原理の検証に向けたドラッグフリー試験体を用いたミッションも多く提案されている。それらのミッション検討においても, 太陽輻射圧が主要の外乱となり, その外乱を除去するためにドラッグフリー制御が必要となる。そして, ドラッグフリー制御の雑音解析や, ドラッグフリー状態をどの程度保つことができるかといった解析のため, 高精度な非重力外乱解析が必要となる。弱い等価原理を検証するためのミッション MICROSCOPE では, 軌道上での光学特性の劣化を考慮した太陽輻射圧モデルや熱輻射圧モデルの検討が行われている [27], [28].

これらの高精度プロジェクトを実現するためには, 従来の外乱モデルよりも高精度な外乱モデル, 特に, 現在高精度な一般モデルが存在しない非重力外乱モデルの高精度化・一般化を行う必要がある。本研究では主に, 非重力外乱の中でも最も支配的な外乱である太陽輻射圧のモデル化について議論するが, 最終的には他の宇宙機表面に関連して発生する非重力外乱計算にも応用可能な一般性の高い計算手法を提案することを目指す。



太陽輻射
熱輻射
アルベド輻射

図 1-1. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：測位衛星の cm 級精密軌道決定
(みちびき, イメージ図引用元： [29])



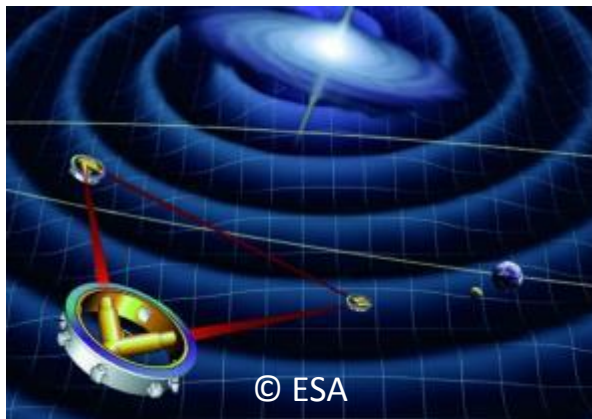
太陽輻射
熱輻射

図 1-2. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：深宇宙探査機の姿勢・軌道解析
(はやぶさ 2, イメージ図引用元： [30])



空力外乱

図 1-3. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：超低高度衛星の姿勢・軌道解析
(GOCE, イメージ図引用元： [31])



太陽輻射
熱輻射
空力外乱
アルベド輻射

図 1-4. 高精度外乱モデルが必要なプロジェクト例：高精度フォーメーションフライト
のための姿勢・軌道解析(LISA, イメージ図引用元： [32])

1.2節 太陽輻射圧モデルの先行研究

前節で高精度非重力外乱モデルの重要性を述べた。本節では、これまで研究されてきた太陽輻射圧外乱モデルについてまとめ、それらにどのような問題点が存在するのかを述べる。本節における一つの注意として、本節で用いる記号は、論文冒頭にまとめた記号定義に従っていないことを述べておく。これは、本節が先行研究の紹介であり、先行研究の記号定義に乗っ取って式を説明しているためである。

GPS を初めとした測位衛星に加わる太陽輻射圧加速度の研究は主に、物理ベースモデルとエンピリカル(経験)モデルという 2 つの手法に大別することができる。物理ベースモデルは宇宙機の構造や姿勢、表面特性から解析的に太陽輻射圧を求める方法であり、エンピリカルモデルは経験的に、もしくは統計データを元に、太陽輻射圧を周期関数と定数値を組み合わせた関数で表現できると仮定し、その関数内の係数を軌道と同時に推定するというものである。エンピリカルモデルは、力学的な洞察を削ったモデルであるため、**Reduced Dynamics** モデルとも呼ばれる。本研究では物理ベースモデルを扱うが、まずはエンピリカルモデルの例をいくつか紹介し、その欠点を述べ、なぜ本研究で物理ベースモデルを選択したのかを述べる。その後、物理ベースモデルの先行研究例を測位衛星に限らず、広く紹介する。

1.2.1項 エンピリカル太陽輻射圧モデル

表 1-2 に測位衛星のためのエンピリカル太陽輻射圧モデルの先行研究例をまとめる。エンピリカルモデルでは、ある三次元の正規直交座標系を考え、その座標系の各成分にオフセット項、 \sin 項、 \cos 項もしくは \sin 、 \cos の高次項を与え、太陽輻射圧を表現するものである。

表 1-2. 測位衛星におけるエンピリカル太陽輻射圧モデルの先行研究例

年	モデル名	概要
1989	RSW [33]	共鳴解析から導いた、太陽方向と関係ない軌道座標系 RSW でオフセット、 \sin 、 \cos 成分で表現
1994	DBY [34]	太陽方向を考慮した機体固定座標系 DBY でオフセット、 \sin 、 \cos 成分で表現
1999	CODE [35]	DBY 座標系でのオフセット成分と別の機体固定座標系 XYZ での \sin 高周波成分で表現
2004	GSPM [36]	機体固定座標系 XYZ で \sin 、 \cos の高次成分で表現
2012	MDBY [37]	DBY モデルの推定係数の初期値を太陽角によって変更する
2015	EDBY [8]	MDBY モデルに機体固定座標 Z 成分を加え、D 成分の \sin 、 \cos 高周波成分を追加

例えば、DBY モデル [33]は、地球固定座標系での宇宙機位置ベクトルを \mathbf{r} 、宇宙機から太陽への方向ベクトルを $\mathbf{e}_{SC\odot}$ としたとき、(1-1)式で表すような機体固定 DBY 座標系($\mathbf{e}_D, \mathbf{e}_B, \mathbf{e}_Y$)を用いて、それぞれの軸に(1-2)式のような加速度が加わると仮定したものとして最終的には(1-3)式のように表現される。ただし、 u は軌道面内で太陽方向を基準とした位相角であり、 SF はシャドウファクターと呼ばれる地球や月による陰の効果を表した値である。実用的には、(1-2)式内の $D_0 \sim Y_s$ という 9 つのパラメータが、大量の軌道データを元に推定され、モデルが構築される。

$$\mathbf{e}_Z = -\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

$$\mathbf{e}_Y = \frac{\mathbf{e}_Z \times \mathbf{e}_{SC\odot}}{|\mathbf{e}_Z \times \mathbf{e}_{SC\odot}|} \quad (1-1)$$

$$\mathbf{e}_B = \frac{\mathbf{e}_Y \times \mathbf{e}_{SC\odot}}{|\mathbf{e}_Y \times \mathbf{e}_{SC\odot}|}$$

$$\mathbf{e}_D = \mathbf{e}_B \times \mathbf{e}_Y$$

$$D = D_0 + D_c \cos u + D_s \sin u$$

$$B = B_0 + B_c \cos u + B_s \sin u \quad (1-2)$$

$$Y = Y_0 + Y_c \cos u + Y_s \sin u$$

$$\mathbf{a}_{DBY} = SF \left| \frac{1\text{AU}}{r_{SC\odot}} \right|^2 (D\mathbf{e}_D + B\mathbf{e}_B + Y\mathbf{e}_Y) \quad (1-3)$$

このように、ある座標系に沿った周期関数と固定オフセットを定義し、その係数を大量のデータから推定するというのがエンピリカルモデルの基本的なアプローチである。モデルによって、周期関数の周期を上げる、新しい軸を追加するといった工夫が取られ、モデル改善につながっている。測位衛星や地球周回衛星において、エンピリカルモデルは、後述の物理モデルと比較して、非常に良い軌道決定精度が得られていることが報告されている [35], [38]。エンピリカルモデルが高性能な理由としては、測位衛星などでは大量の軌道運動に関する観測データを得ることができ、エンピリカルモデルに含まれる係数を十分高精度に推定できること、エンピリカルモデルは太陽輻射圧のモデル化誤差や、太陽輻射圧以外の小さな外乱(熱輻射圧など)も含めて推定可能であることが考えられる。

しかし、エンピリカルモデルはいくつかの問題点を持つ。まず、大量の軌道上データを必要とするため、そのようなデータを得ることができないミッション、特に深宇宙探査ミッションでは利用が難しい。さらに、打ち上げ前の設計段階での評価には使えないため、将来計画されている高精度な理学ミッションのミッション解析に用いることもできない。また、高精度な軌道推定を高い収束性を保ちつつ行うためには、エンピリカルモデル内の係数の初期推定値を高い精度で与える必要があり、その初期値推定に長期観測データが必要となる [8]。さらに、前述のとおり、エンピリカルモデルは、太陽輻射以外の力もまとめ

て推定してしまう可能性がある。これは、軌道決定精度を向上させるためには好都合なことであるが、得られたデータから非重力外乱モデルに関する新たな知見が得られる可能性が低く、モデル研究の発展につながらないといった学問的な問題点にもつながる。

このような背景から、実用的な測位衛星の精密軌道決定にはエンピリカルモデルが利用されているものの、精度の高い物理ベースモデルの構築が強く望まれていると言える。また、大量の観測データを得ることができない深宇宙探査機や、打ち上げ前の事前解析が重要な重力波観測、等価原理検証ミッションといったトップサイエンスミッションにおいては、物理ベースモデルを用いる以外の手はない。よって、本研究ではエンピリカルモデルではなく、高精度な物理ベース太陽輻射圧モデルの構築を目指す。次項では、物理ベース太陽輻射圧モデル構築に関する先行研究例を紹介する。

1.2.2項 物理ベース太陽輻射圧モデル

これまでに、多くの宇宙機に対して物理ベース太陽輻射圧モデルの研究が行われてきた。その先行研究例を表 1-3 にまとめる。最も単純なモデルは、宇宙機を、代表面積と同じ断面積を持つ球形と仮定し、その球に加わる太陽輻射圧を求めるものである。これは、**Cannon Ball** モデルと呼ばれ、太陽輻射圧力の大きさは F_{CB} は次のような式で表される。

$$F_{CB} = P\nu A \quad (1-4)$$

ただし、 P は太陽定数、 ν は全反射率、 A は宇宙機の代表面積である。力の方向は、機体座標系で見た太陽方向と反対の方向となる。このモデルは、宇宙機形状を単純化しすぎているので、高精度とは言えないが、太陽輻射圧の大体の大きさを見積もることには適している。

表 1-3. 物理ベース太陽輻射圧モデルの先行研究例

年	モデル名	概要
-	Cannon Ball	宇宙機を球形と仮定
1985	ROCK [39]	アンテナなどを含めた詳細な GPS 衛星モデルから太陽輻射圧を計算する。 陰の効果は単純な面積の引き算で表現している
1992	T10, T20 [40]	ROCK モデルの結果をフーリエ級数で近似して実計算に利用
1992	Box-Wing [41]	宇宙機のバス部を Box, 太陽電池を Wing として表現し、陰などは無視して太陽輻射圧を求める
1996	T30 [42]	T10, 20 と同じ手法で GPS Block IIR のモデルを作成
2001	ピクセルアレイ法 [43]	レイトレース手法を応用し、陰や二次鏡面反射まで含めて太陽輻射圧を計算。得られた力をフーリエ級数で近似して実計算に利用
2001	ANGARA [44]	Monte-Carlo Test Particle(MCTP)手法を応用し、陰を含めて、太陽輻射、空力外乱などを計算。得られた力、トルクを正規化係数として保存し、単純な式と正規化係数を使って実計算を行う。
2005	GSM [45]	ソーラーセイルのような膜面に加わる太陽輻射圧を近似なしで高速に計算可能なモデル
2007	Scheeres のモデル [46], [47]	太陽輻射圧モデルをフーリエ級数の重ね合わせとして表現
2012	修正 Box-Wing [48]	Box-Wing モデルの各面の光学特性を観測値から推定する
2016	GPU レイトレース [49], [50]	レイトレース法を GPU 計算で加速

GPS 衛星の物理ベース太陽輻射圧モデルとしては、Fliegel によって古くから研究されてきた ROCK モデル [39] とその応用である T10~30 モデル [40], [42] が有名である。ROCK モデルは、GPS 衛星の構造モデルを、平板や円筒といったプリミティブな形状の組み合わせで表現し、それぞれの形状と太陽の位置関係から、宇宙機全体に加わる太陽輻射圧を求めたものである。これは、当時としては画期的で高い精度の太陽輻射圧計算が可能であったが、宇宙機構造自信が作る陰を厳密計算しているわけではなく、誤差が発生するという問題を持つ。また、プリミティブな形状の組み合わせで表現しているため、より複雑な形状を表現することは難しい事が文献 [43] で指摘されている。T10~30 モデルでは ROCK モデルで計算された最終出力である太陽輻射圧力をフーリエ級数で近似表現し、計算の高速化を図っている。

GPS 衛星をはじめ、多くの宇宙機で利用されているモデルの一つに Box-Wing モデル [41] と呼ばれるものがある。これは、多くの宇宙機がボックス形状のバス部分と、平板形状の太陽電池パドルを組み合わせた簡易形状で表現できることに着目し、ボックス 6 面と太陽電池パドルの表面 1 面に加わる太陽輻射圧を求めるというものである。簡単な形状であり、また宇宙機自身が作り出す自己隠蔽の効果を計算していないため精度は低いが、計算時間は短く、また宇宙機表面の光学特性を推定することなどもできる [48] ため、広く使われるモデルである。Box-Wing モデルの各面は、完全な平板で、光との相互作用は吸収、鏡面反射、ランベルト拡散反射の三成分のみであると仮定される。平面 p の面積を A_p 、全反射率を ν_p 、反射成分の内の鏡面率を μ_p 、機体固定座標系での法線ベクトルを \mathbf{n}_p とし、機体固定座標系での太陽光入射ベクトルを \mathbf{i} としたとき、その平面に加わる機体固定座標系での太陽輻射圧 \mathbf{F}_p は、次式で表される。

$$\mathbf{F}_p = -PA_p \max(\cos \theta_p, 0) \left[\left\{ (1 + \mu_p \nu_p) \cos \theta_p + \frac{2}{3} \nu_p (1 - \mu_p) \right\} \mathbf{n}_p - (1 - \mu \nu) \sin \theta_p \mathbf{t}_p \right] \quad (1-5)$$

$$\mathbf{t}_p = -\frac{\mathbf{n}_p \times (\mathbf{n}_p \times \mathbf{i})}{\|\mathbf{n}_p \times (\mathbf{n}_p \times \mathbf{i})\|} \quad (1-6)$$

$$\begin{aligned} \cos \theta_p &= -\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \\ \sin \theta_p &= \|\mathbf{n}_p \times (\mathbf{n}_p \times -\mathbf{i})\| \end{aligned} \quad (1-7)$$

ただし、 θ_p は各面に対する太陽光の入射角を表し、 \mathbf{t}_p は平面面内方向に発生する力の方向を表している。 $\max(\cos \theta, 0)$ は、面の裏側から光が入射することはない、その場合太陽輻射圧が 0 になることを表している。複雑な宇宙機形状を取り扱う場合でも、宇宙機形状を P 個の微小平面の集合で表すことで、各微小面にはこの平板に加わる太陽輻射圧の方程式が適用でき、宇宙機全体に加わる太陽輻射圧はその総和として次式のように表すことができる。

$$\mathbf{F} = \sum_{p=1}^P \mathbf{F}_p \quad (1-8)$$

2001年, Ziebart は忠実度の高い衛星形状モデルを利用した物理ベース太陽輻射圧モデルとして, CG (Computer Graphics)技術であるレイトレース法を応用した計算手法を提案した [43]. この計算手法ではまず, 衛星の幾何モデルをプリミティブな平面・曲面の集合として表現する. 次に, 太陽からの並行光を模したピクセルアレイを生成し, その各ピクセルから光線を出し, 衛星幾何モデルにどのように光線が当たり, 反射するか光線の動きを追跡する. その過程で, 各光線が衛星表面に衝突したときに発生する太陽輻射圧を計算しておき, 全ての光線による太陽輻射圧を足しあわせて, 衛星全体に加わる力を求めている. 各光線は鏡面反射で2次まで, 拡散反射は1次の反射まで計算される. ただし, 1次反射とは光線が最初の物体にあたったときの反射のことを指す. このピクセルアレイ法は, 高精度に太陽輻射圧を計算することができるが, 計算に膨大な時間を要する. よって, Ziebart はピクセルアレイ法で計算した太陽輻射圧をあるフーリエ級数で近似し, その近似関数を軌道計算に用いている. 忠実度の高い宇宙機モデルを使った太陽輻射圧および空力外乱の計算は, ANGARA という非重力外乱計算ツールを用いて, Doornbos によっても実行されている [44]. Doornbos の手法では, 計算コストの高い MCTP 法によって得られた太陽輻射圧や空力外乱, 熱輻射圧の計算結果を Force Coefficient Matrices \mathbf{C}_F という係数群で表現し, 実際の太陽輻射加速度 $\mathbf{a}_{ANGERA\ SRP}$ を求める時には, 次式で示すような単純な計算式を用いている.

$$\mathbf{a}_{ANGERA\ SRP} = \frac{1}{2} f_R P \frac{A_{ref}}{m} \mathbf{C}_F \quad (1-9)$$

ここで, A_{ref} は宇宙機の代表面積, m は宇宙機質量である. f_R は輻射圧スケールファクタと呼ばれ, 宇宙機と太陽の距離や宇宙機が蝕に入ったかどうかで値が変わるものである.

その他にも, 宇宙応用科学微小重力センターZARM(ドイツ) [27], [28]や宇宙航空研究開発機構 JAXA(日本) [19]では, 宇宙機の幾何構造を有限要素法のように微小面に分割し, 太陽輻射圧や熱輻射圧を求める計算を行っている. ZARM では, 有限要素法に依る計算コストが膨大であるため, 事前に計算された宇宙機に加わる力・トルクをルックアップテーブルに保存し, 実際の軌道・姿勢解析の際は特定の太陽方向に該当するテーブルから値を読み出すということを行っている [27]. このような忠実度の高い宇宙機幾何モデルの太陽輻射圧計算は, 一般的に膨大な計算量を必要としており, その計算コストを削減するため, GPU(Graphical Processing Unit)を使った高速計算手法がここ数年で活発に提案されている [49], [50]. 例えば, Kenneally の手法では, CPU 計算で 5.7 秒かかっていた計算が, GPU 計算によって 0.002 秒まで加速できたと報告されている.

次世代の深宇宙探査システムとして注目されるソーラーセイル分野では, 物理ベースモデルの研究が盛んにおこなわれている. ソーラーセイルモデルの中でも, 2005 年に

Rois-Reyes と Scheeres によって提案された Generalized Sail Model (GSM)は非常に一般性が高く、3つの利点を持つ [45]。1つ目は、どんなセイル形状であっても解析的に SRP を計算可能であるという点である。2つ目は、微小面の積分計算もしくは総和計算から入射角を取り除いている点である。GSM ではテンソルを導入することで、(1-7)、(1-8)式に示すような微小面の総和計算から、入射角 \mathbf{i} を取り除いたことで、ソーラーセイルの構造と太陽方向という異なる要素を完全に分離することができた。これによって、微小面の総和計算を太陽方向が与えられる前から事前に計算することができ、計算速度の向上につながった。3つ目は物理的に意味のあるパラメータを推定することができるという点である。文献 [51]では、ソーラーセイルの形状と光学特性から生成されるテンソルを、軌道上データを用いて推定することができる。しかし、GSM では (1-5)式の $\max(\cos \theta_p, 0)$ で表されるような面の裏側という概念を無視しており、さらにセイル自身による陰は生成されないと考えている。そのため、GSM は膜面形状のものにしか使うことができず、そのまま一般の三次元形状の宇宙機に適用することはできないという欠点を持つ。

Scheeres はこの GSM を発展させ、小惑星の YORP 効果の解析を行うために、新たな太陽輻射圧モデルを考案している [46]。このモデルでは、回転する小惑星の微小面に加わる太陽輻射圧を、回転位相角でフーリエ級数展開し、そのフーリエ級数近似係数を小惑星の真近点離角の関数として求めている。最終的には、微小面での近似係数を全て足しあわせて小惑星に加わる太陽輻射圧加速度及びトルクを求めている。この手法は McMahon によって宇宙機にも適用されており、軌道運動と密接に関係した太陽輻射圧モデルが導出されている [47]。

以上のように、これまでに多くの物理ベース太陽輻射圧モデルが提案されてきている。特に、忠実度の高い宇宙機幾何学モデルを用いた手法が現在の主流となっている。これらの手法のベースとして、CG 分野のレイトレース法などがある。これは、光によって発生する力である太陽輻射圧計算と、光が物体をどのように照らし、画面に映るかを求めるレンダリングとの間に共通の物理・数学が存在するためである。よって、太陽輻射圧計算をより高精度に、効率的に行うためには、CG 技術が参考になると考えられる。よって、次項では関連する CG 技術の先行研究を簡単にまとめる。

1.2.3項 Computer Graphics 技術の先行研究例

本項では、3D CG(3-Dimensional Computer Graphics)技術に関して、有名な著書である文献 [52], [53]を参考に、太陽輻射圧計算と関連する部分を中心にまとめる。3D CG は、コンピュータ上で三次元の空間と物体、光源などを定義し、その空間内で任意の場所に置いたカメラに映る画像を求めるものである。3D CG は次のような4つの工程に大別することができる。このうち、モデリングとレンダリングが、太陽輻射圧計算と密接なかかわりを持つため、その二つの研究例を紹介する。

I. モデリング

人や物など画面に映し出す対象をモデル化する

II. シーンレイアウト

モデルや光源、カメラを仮想空間上に配置する

III. レンダリング

レイアウトしたシーンをカメラで撮影した時に、カメラに映る画像を生成する

IV. レタッチ

レンダリングで得られた画像を手直しする

まず、モデリングに関してまとめる。通常物体のモデルはポリゴンの集合で形作られ、形状が出来上がるとポリゴン毎に色や反射特性など材質が設定される。太陽輻射圧計算においては、宇宙機の形状を作り表面特性パラメータを決める部分にあたり、このようにモデリングは「幾何モデリング」と「材質モデリング」に分けることができる。その両方で共通となる問題が、「複雑な現実世界を、限られた計算資源の中で、如何に正確にモデル化するか」というものである。幾何モデルを現実のものに正確に近づけることはマクロでみれば簡単であるが、物体表面にあるシワや羽毛などマイクロな形状をどこまで幾何モデル化するのかという問題がある。通常、このような物体表面の特徴はテクスチャとして一種の材質モデルとして与えられる。宇宙機のモデル化においても同様の問題は生じることが考えられる。例えば MLI(Multi-Layer Insulation)の表面のシワはどのようにモデル化すべきかといった問題が存在する。

材質モデリングでは、平らと定義されているポリゴン表面であったとしても、マイクロな視点で見たときの表面のざらつきなどによって、光の反射の様子が変わることを考える。多くの場合光が単純に鏡面反射すると考えることはできず、複雑な反射を表現することが必要となる。例えば、太陽輻射計算でよく使われる単純な拡散反射モデル：Lambert 拡散反射は、「拡散反射は半球状に一様に分布する」と仮定しているが一般的にこの仮定は成り立たず、図 1-5 のように不均一な反射となる。3D CG 分野の中でも、特に物理現象に沿ったレンダリングを行うことを目指す物理ベースレンダリング [54]では、一般的な反射モデルとして、ある点 x の反射特性は入射方向 \mathbf{l} に依存して変化するという前提で、双方向反射率分布関数 BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function) $f_r(x, \mathbf{l}, \mathbf{v})$ を用いる。さらに、複

雑な表面下散乱現象をモデル化するため、入射点 x' と反射点 x が異なるような双方向散乱面反射率分布関数 BSSRDF (Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution Function) $S(x, \mathbf{i}, x', \mathbf{v})$ を用いることもある。

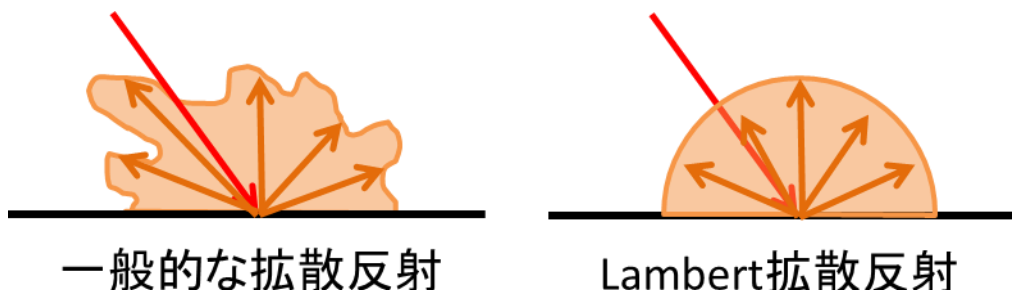


図 1-5. 拡散反射 [55]

太陽輻射圧計算においても、BRDF を用いる研究がいくつか提案されている。Wetterer 等は HAMR(High Area Mass Ratio)物体の表面反射特性が、BRDF のような複雑な反射特性であった場合の姿勢・軌道変化をシミュレーションしており、大きなモデル誤差を発生させる可能性があることを示している [56]。著者らも、実際に打ち上げられた宇宙機で使われている物質の BRDF 測定を行い、ある物体では、従来の吸収・鏡面反射・ランベルト拡散反射では表現できない反射が実際に生じており、優位なモデル化誤差となり得ることを示した [57]。BRDF を用いた太陽輻射圧モデルの構築は、今後の高精度化のために必要となると考えられるため、本研究でも BRDF を用いてモデル化を行う。

次に、レンダリングに関してまとめる。レンダリングは、シーンにレイアウトされた光源とモデルを撮影したとき、カメラにどのように光が映るかを計算する工程である。太陽輻射圧モデルにおいては、まさに輻射圧計算の部分にあたる。陰影を考慮してモデルに明暗をつけたり、光沢があるように見せたり、相互反射を計算して間接照明効果を出したりと様々なテクニックが存在する。ここでは、特に大域照明について述べる。大域照明はモデル中の光の伝達を全て、物理法則に基づいてシミュレーションするレンダリング手法である。大域照明は光の反射を模擬しモデル上の各点の光の強度を正確に予測する。まさに太陽輻射圧計算で行いたいことである。大域照明をはじめとするレンダリングでは、Kajiya が提案した次のレンダリング方程式 [58]を解くことが目的となる。

$$L_o(x, \mathbf{r}) = L_e(x, \mathbf{r}) + \int_{\Omega} f_r(x, \mathbf{i}, \mathbf{r}) L_i(x, \mathbf{i}) (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \quad (1-10)$$

ここで、 x は点の位置、 \mathbf{n} は x での法線ベクトル、 \mathbf{i} は入射光方向、 \mathbf{r} は出射光方向、 L_o は出射放射輝度、 L_i は入射放射輝度、 L_e は位置 x が自分で出している光の放射輝度である。 Ω は半球を表している。 x への入射放射輝度 L_i には、 x でない別の点 y の出射放射輝度 L_o が含まれ、その逆も同様であり、この依存関係があらゆる点で成り立つ。つまりレンダリング方程式

は、あらゆる点がお互いに行う光の授受の平衡状態を表している。このレンダリング方程式を解析的に解くことは難しく、通常はモンテカルロレイトレーシング法と有限要素ラジオシティ法という2つの数値解法が用いられる。

大域照明、レンダリング方程式を解く上で難しいのは、陰影計算と光伝達積分であり、さらにそれをリアルタイムで行うことが難しい。陰影計算自体は簡単だが、それを光源方向が変わるたびにやり直す必要があることが計算コストを増大させる。光伝達積分に関しては、鏡面反射のような単純な動きをする場合は簡単だが、拡散反射のようにありとあらゆる方向へ光が伝達することを考慮し、その全てで積分を行う必要がある。理論的にはモンテカルロレイトレーシングを無限回行えばレンダリング方程式の解を得ることができるが、一般に、無限回の計算を行うことはできない。しかし、近年、リアルタイムレンダリングについての研究が多く行われ、リアルタイム化はすでに実現している。

数多く提案されているリアルタイムレンダリング手法の内、ここでは本研究で参考にした PRT (Precomputed Radiance Transfer) [59]を紹介する。PRT は 2003 年に Sloan 等によって提案されたリアルタイムレンダリング手法で、事前計算としてレイトレーシングなどで大域照明シミュレーションを行い、その結果を球面調和関数に圧縮保存しておくというものである。リアルタイムレンダリング時にはその球面調和関数係数を用いて簡単なベクトル・行列計算のみから画面を生成する。PRT の功績の一つは、陰がどのようにできるかという情報や反射特性情報を個別に上手く球面調和関数として圧縮近似することにより、事前に保存するデータ量を大幅に減らし、さらに図 1-6 のように光源情報と陰影のでき方といった幾何情報を光積分から分離することができるようにしたというものである。このため光源情報がリアルタイムに変わる場合の計算も可能となった。事前の大域照明シミュレーションによって、陰影計算や、相互反射による光積分を計算し球面調和関数に閉じ込めるため、ほぼ完全な大域照明を再現できる。

オリジナルの PRT では、陰や反射の情報を球面調和関数として圧縮保存したが、その他の基底関数を用いる手法も多く提案されている。例えば、球面調和関数では高周波成分を持つ陰を表現するために多くの次数が必要となるため、高周波成分の近似に強い Wavelet を用いた手法 [60]などが提案されている。他にも、Spherical Radial Basis Function [61], Spherical Piecewise Constant Basis Function [62]など多くの基底関数の利用が提案され、比較されている。また、BRDF を表現するための球面基底関数として、半球面調和関数 [63], [64]や、ヘルムホルツの相補性を満たす半球面調和関数 [65]なども提案されている。

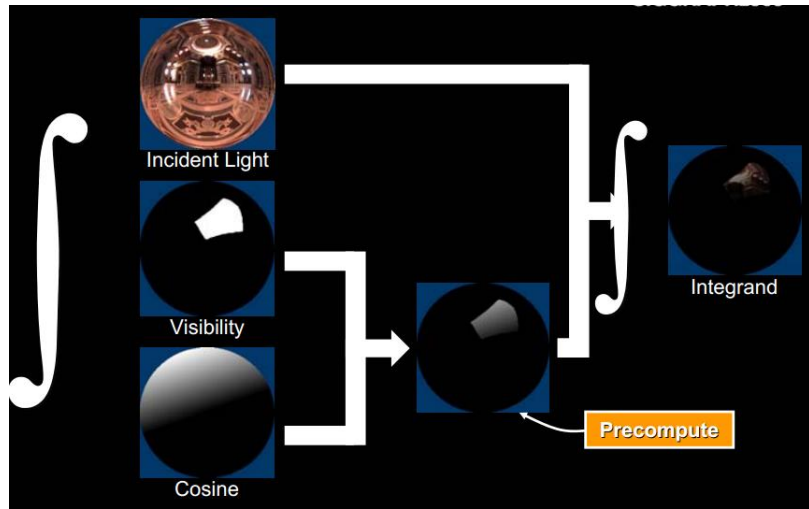


図 1-6. PRT の概念図 [66]

3DCG 分野の発展スピードは速く，最新研究を網羅することは難しいが，太陽輻射圧計算に関連するような先行研究について本項でまとめた．特に本研究では，PRT の概念を応用して，新たな太陽輻射圧モデルの構築を試みている．

1.3節 高精度外乱モデル構築における実用上の問題点

ここまでで、多くの太陽輻射圧モデルと、関連するCG技術の先行研究を紹介してきた。物理ベース太陽輻射圧モデルの先行研究は数多く存在するが、測位衛星の軌道決定においては、エンピリカルモデルを用いたほうが高精度な軌道決定精度が得られるため、実際には物理ベースモデルは使われていないという現状がある。本節では、物理ベースモデルが持つ実用上の問題をまとめ、どのような高精度物理ベース太陽輻射圧モデルが求められているかを議論する。

1つ目の問題点は、計算コストである。非重力外乱は前述のように宇宙機形状に依存し、精度の高い外乱計算を行うためには、宇宙機の形状モデルを細かくし、その忠実度を高める必要がある。一般に、非重力外乱計算のコストは宇宙機形状モデルが細くなればなるほど大きくなり、高精度な計算を行おうとすると、実用的な計算時間で実行できなくなってしまうことがある。

2つ目の問題点は、モデル補正が可能性であるか否かである。精密外乱計算に用いられる宇宙機の形状情報や各物質の熱光学特性情報は、あくまで数値モデルとして与えられたものであり、軌道上に存在する実際の宇宙機の形状・熱光学特性と一致しているとは限らない。一般的には、何かしらの不確定なパラメータが存在し、それにより軌道上の実際のモデルと計算機上のモデルと一致せず、計算誤差が発生してしまうことがほとんどである。よって、実用上は不確定性の高いパラメータの推定を行い、モデルを補正する必要がある。例えば、太陽輻射圧計算の場合、図1-7に示すような構造モデルの誤差や光学特性の変動が不確定なパラメータとして考えられる。

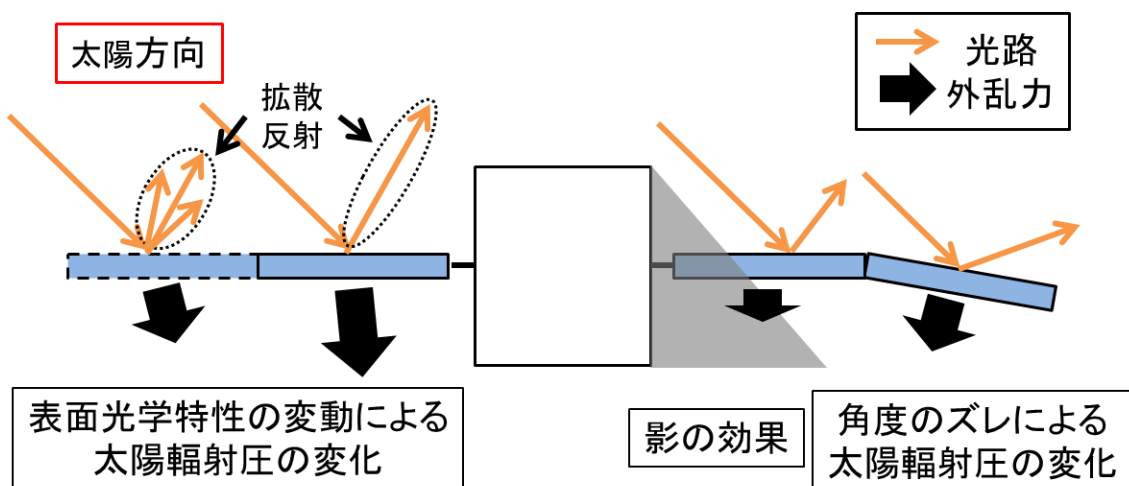


図 1-7. 太陽輻射圧計算で発生する可能性のあるモデル誤差

1つ目の計算コストの問題を解決するため、先行研究では次のような方策がとられてきた。

- A) 忠実度の高い宇宙機幾何モデルを用いた高精度外乱を事前に行い、その結果得られた力やトルクを、フーリエ級数など特定の近似関数で近似する
- B) 忠実度の高い宇宙機幾何モデルを用いた高精度外乱を事前に行い、その結果得られた力やトルクを、ルックアップテーブルに保存する
- C) GPU などこの計算に適した計算システムを用いて高速計算を可能にする

方策 B)にあるルックアップテーブルは、空間領域の **Piecewise** 基底によって近似していると考えることができるので、A), B)はどちらも、力やトルクを何かしらの基底関数で近似して利用しようというものであると言える。前述のとおり、特にフーリエ級数で近似表現するケースがよく見られる。この手法を用い、さらに軌道上データで近似係数を補正することで、2つ目の問題点であるモデル補正可能性も解決するということが試みられている。しかし、フーリエ級数近似を行った外乱力の計算式は、エンピリカルモデルの式と似たものとなっており、物理ベースモデルの利点が生かされているとは言い難い。エンピリカルモデルと違い、近似係数の初期値は厳密に計算することができるが、何次の係数まで推定するか、初期値からどの程度離れた値まで推定してよいのかといった制約条件を付けることが難しい。このように力やトルクを直接近似した場合、最終式は光学特性や法線ベクトルといった、物理的な意味を持つパラメータを陽に含まない形となってしまう、それら物理パラメータの推定を行うことができないという問題点を持つ。物理的な意味を持つパラメータが推定可能となれば、制約条件をつけることが簡単にできるため、明らかに説明のつかない推定値を見極めることができ、軌道上を飛ぶ宇宙機の何らかの異常に気付いたり、熱輻射圧などの別の外乱の影響を考察したりすることも可能となる。

方策 C) の GPU による加速計算は、問題 1 に対しては有効な手段だと言えるが、問題 2 のモデル補正には適していないと言える。非線形モデル推定手法を利用することで、GPU での外乱計算を含めて光学特性などを推定することは不可能ではないが、推定に必要な時間は増大すると考えられ、現実的ではない。

上記 2 つの問題を解決したモデルとしては、ソーラーセイルのために考えられた **GSM** が挙げられる。**GSM** は、宇宙機の形状・光学特性のみから事前に演算できるテンソルを定義し、そのテンソルを用いることで高速な外乱計算を実現している。また、テンソルの成分を推定することで、形状、光学特性に関連した物理パラメータを推定することもできる。しかし、前述のとおり、面の裏側という概念を無視し、セイル自身が作る陰は生成されないと考えているため一般の宇宙機に使うことはできない。

1.4節 本研究の目的

以上のことから、一般的な宇宙機に対して「計算速度と高精度計算を両立する」、「物理パラメータ推定によるモデル補正を可能とする」という2つの問題を解決する高精度太陽輻射圧モデルは今のところ存在しないと考えている。よって、本研究では、高精度かつ物理パラメータ推定が可能であり、かつ計算時間などの観点からも実用的な高精度非重力外乱モデルの構築を目指す。このようなモデルを実現するためには、太陽輻射圧を力やトルクを求める過程で結合されてしまった、三つの構成要素：宇宙機形状情報、物質光学特性情報、太陽情報を要素分解し、適切な形態に再構築する必要がある。具体的な手法の説明は第3章に譲るが、このような要素分解を実現するため、本研究では先に述べたソーラーセイルのための一般モデル **GSM** とリアルタイムレンダリング手法 **PRT** の概念を組み合わせ、これまでのモデルとは異なる新しい高精度モデル化手法を構築した。

さらに、提案手法を実用化するため、テンソル生成のための陰影を表現するための近似基底関数の研究、精密宇宙機モデルから事前計算テンソルを求めるための高速並列演算アルゴリズムの開発といった研究・開発要素についても議論する。そして、提案手法が従来手法より優れていることをシミュレーションで示し、最終的には、提案手法を用いて軌道上の実際の宇宙機に加わる外乱を解析した結果を示すことを目指す。

1.5節 本論文の構成

ここまでで、本研究に至るまでの経緯と先行研究が持つ問題点、そして本研究の目的を述べてきた。以降では、本研究で提案する精密太陽輻射圧モデルについて詳細に述べていく。まず第2章では、本研究で主に扱う太陽輻射圧の発生原理と共に、基本式を導出する。この基本式を基に、以降の精密太陽輻射圧モデルの議論を行っていく。

第3章では、研究目的である「高精度かつ物理パラメータ推定が可能であり、計算時間などの観点からも実用的な精密太陽輻射圧モデル構築」を実現するための計算手法の導出を行っており、本研究の核心部分となっている。提案手法では、太陽輻射圧に関連する3要素(太陽情報、宇宙機形状情報、物質光学特性情報)の要素分解を実現するために、4つの概念「機体固定座標系での可視関数」、「微小面ローカル座標系での **BRDF**」、「可視関数と **BRDF** の近似と関数の内積表現」、「要素分解のためのテンソル演算」を導入している。これらの概念を各節で詳細に説明し、太陽輻射圧によって発生する力、トルク両方について一般性の高い式を導出している。また、従来モデルとの比較も議論している。

その後、第4章では、いくつかの仮定を置き、提案モデルを単純化した重系統に相当する式の導出を行っている。実数可視関数を導入しテンソルの成分数を減らした場合、単純反射モデルを仮定した場合の式を導出することで、提案モデルを単純化することができることを証明している。さらに、提案手法が従来手法である **GSM** の上位集合モデルに当たることも証明している。

第5章では、第3章及び第4章で導出した抽象度の高いモデルを実用化するために行わ

なければならない，いくつかの要素研究に関して議論している．テンソル生成のための陰や複雑反射を表現するための近似関数の研究，精密宇宙機モデルから事前計算テンソルを求めるための高速並列演算アルゴリズムの開発，光学特性推定のための正規方程式の導出という個別の研究要素について詳細に述べる．

第 6 章では，シミュレーションにより提案モデルの計算精度と計算コストを評価し，第 7 章では，提案手法を用いて軌道上の実際の宇宙機に加わる外乱を解析した結果を示す．モデルの検証として，深宇宙探査機 PROCYON に加わる太陽輻射圧トルク解析という実軌道上データを用いた検証を行った．この実例において，軌道上データと一致するように計算モデルを補正するため，物質の光学特性推定を行い，提案太陽輻射圧モデルの有効性を述べる．最後に第 8 章で，提案手法の応用・発展例について述べ，最後に本論文の結論をまとめる．

第2章 太陽輻射圧の計算手法と基礎方程式の導出

本章では、太陽輻射圧の基礎原理をまとめる。特に、従来の単純な反射モデルを仮定した太陽輻射圧ではなく、BRDFを考慮した太陽輻射圧の計算手法を述べ、3章で述べる提案手法を導くための、1つの微小平面に加わる太陽輻射圧の基礎方程式を導出する。本章は必ずしも本研究における新しい成果ではなく、本研究の基礎となる部分を丁寧にまとめたものである。著者による先行研究 [55] をベースに、本論文の記号定義にあった形で式の導出を進めていく。

2.1節 光の持つ運動量

太陽輻射圧は太陽から放出された光子と宇宙機との間での運動量交換によって発生する圧力である。周波数 ν Hzの光子が持つエネルギー e_ν Jは、プランクの法則によって(2-1)式のように与えられる。ただし、 h Jsはプランク定数である [67]。

$$e_\nu = h\nu \quad (2-1)$$

アインシュタインの特殊相対性理論から導かれる「質量とエネルギーの等価性」より、物体のエネルギー e は次式のように求めることができる。

$$e^2 = m_0^2 c^4 + q^2 c^2 \quad (2-2)$$

ここで、 c は光速、 q は運動量、 m_0 は静止質量である。光子の静止質量は0であるため、次式を得る。

$$e = qc \quad (2-3)$$

(2-1)式と(2-3)式より、周波数 ν [Hz]の光子の運動量 q_ν は、

$$q_\nu = \frac{e_\nu}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (2-4)$$

と求めるができる。

このような運動量を持った光子が物体に衝突し、もし物体に吸収されたなら、 q_ν だけの運動量が物体に移動する。その方向は光子の進行方向である。もし物体に反射(再放射)されたなら、光子に入射方向に q_ν だけの運動量が物体に移り、さらに反射方向に q_ν だけの運動量が物体に移る。この物体が完全鏡面の平面であり、光子が平面に対して垂直に入射したのならば、 $2q_\nu$ の運動量が物体に移るということになる。光の吸収、反射については次節で詳しく述べる。

以上が光子1つ当たりの光圧の議論であるが、現実の光源からはある周波数分布に従って多数の光子が放出され、物体に衝突し、その結果として圧力が得られることになる。ここから、そのような多数の光子によって与えられる光圧を議論する。ある周波数 ν の光子が N_ν 個存在しているとき、周波数当たりの放射エネルギー Q_ν J/Hzは(2-5)式のように求めることができる。

$$Q_\nu = e_\nu N_\nu = N_\nu h\nu \quad (2-5)$$

ここで、ある分光特性を持つ光源を考える。この光源からは特定の分光特性に従って、周波数 ν の光子が単位時間当たり N_ν 個だけ放出されるとする。するとこの光源から放出されるエネルギーの時間変化(=Flux)を、周波数当たりの放射エネルギーの時間微分として表現することができ、(2-6) 式のように求めることができる。

$$\Phi_\nu = \frac{dQ_\nu}{dt} \quad (2-6)$$

これを周波数当たりの放射束(Radiant Flux) Φ_ν W/Hzと呼ぶ。

光源から放射された放射束が物体表面に衝突することで、光圧が発生する。単位面積当たりに衝突する放射束を、放射照度と呼び、(2-7) 式のように放射束面積 A で微分することで得られる。

$$E_\nu = \frac{d\Phi_\nu}{dA} \quad (2-7)$$

ここでは、周波数当たりの放射束を用いているため、(2-7) 式は周波数当たりの放射照度 E_ν W/(m²Hz)ということになる。ここまで、周波数領域で光源が持つエネルギーを議論してきたが、(2-8)式で示す光速 c を通じた、光子の周波数 ν Hzと波長 λ mの関係を用いて波長に変換することで、波長領域で議論しても同じことが成り立つ。

$$c = \nu\lambda \quad (2-8)$$

周波数当たりの放射照度 E_ν W/(m²Hz)や波長当たりの放射照度 E_λ W/(m²m)が得られたら、次にその光を受ける物体を考える。物体表面の周波数毎の光学特性から、周波数毎にどれだけのエネルギーが物体表面に移動するかを求める。そこで得られた周波数毎の圧力を周波数領域で積分し、さらに面積をかけることで力を得ることができる。このように本来、周波数(もしくは波長)毎に光源の放射面密度や物体表面の光学特性を考えなければならないが、これはとても複雑になる。本研究では、光源を太陽に限定することで、太陽の分光特性から与えられるすでに周波数領域で積分された、放射照度や物体表面光学特性を用いることとする。

太陽から1 AU離れた宇宙空間での、太陽の波長毎の放射照度(分光放射照度) $E_{\odot\lambda}$ は、宇宙機による太陽観測結果から得られる [68]。もしくは、黒体が放射する分光放射輝度を計算するプランクの公式を太陽に適用し、分校放射照度を求めることも可能である。得られた周波数当たりの放射面密度を(2-9) 式のように全周波数に渡って積分すると、太陽の放射照度 E_\odot W/m²を得ることができる。

$$E_\odot = \int_0^\infty E_{\odot\nu} d\nu = \int_0^\infty E_{\odot\lambda} d\lambda \quad (2-9)$$

E_\odot は太陽定数とも呼ばれ、一般的には $E_\odot = 1366$ W/m²とされているが、実際には太陽活動によって変動し、その変動幅は1360~1375 W/m²程度となる [69] [70]。本研究では、 $E_\odot = 1366$ W/m²という値を用いる。このように、現実の光圧の計算には多数の光子の持つエネルギーをまとめた放射照度 E を太陽定数として用いることとなる。これは、ある光源を

仮定した場合その光源から放出される光子を1つ1つ観測することは不可能であるという理由からでもある。さらに、太陽の放射照度を光速で割ることで、式(2-10)のように太陽から1AU離れた地点での太陽輻射圧力 P_{\odot} N/m²を得ることができる。

$$P_{\odot} = \frac{E_{\odot}}{c} \quad (2-10)$$

本論文では、 $P_{\text{SUN}} = 4.56 \times 10^{-6}$ N/m²という値を用いる。前述のとおり、太陽定数は1360~1375 W/m²まで変動するため、 $P_{\text{SUN}} = 4.54 \times 10^{-6} \sim 4.59 \times 10^{-6}$ N/m²のように変動する。この変動は、面積質量比0.02 m²/kgの宇宙機の場合、 1×10^{-9} m/s²程度の加速度変動に相当する。

ここまでは太陽から1AU離れた場所での太陽圧力の議論をしたが、それ以外の場所を航行する宇宙機に対しては、太陽との距離による太陽輻射圧の補正が必要となる。光の強度は、距離の逆二乗に比例するので、次式のように表すことができる。

$$P_{\odot}(d_{S\odot}) = \left(\frac{1\text{AU}}{d_{S\odot}}\right)^2 P_{\odot} \quad (2-11)$$

ここで、 $d_{S\odot}$ は太陽と宇宙機の距離である。

光学特性に関しても、波長毎の吸収率 α_{λ} などを測定し、式(2-12)のように太陽の分光放射照度との積をとった後に波長領域で積分し、太陽定数で割ることで求めることができる。

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} E_{\text{SUN}\lambda} \alpha_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\text{SUN}\lambda} d\lambda} \quad (2-12)$$

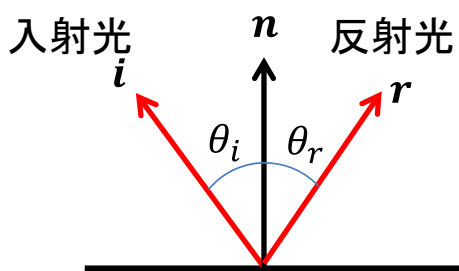
このようにして得られた吸収率 α は厳密には太陽光吸収率と呼ばれる。

ここまでの議論から、太陽輻射圧計算に必要な太陽光源の持つエネルギーを求めることができた。残りは、その光を受ける物体側の光の反射や散乱について議論する

2.2節 光の吸収・反射

原子に衝突したある周波数の光子が吸収されるか、反射(再放射)されるかは、物質ごとにある割合で発生し、その割合が吸収率 α と定義される。光が反射する際、「光が媒質間の境界面で反射されるとき、入射光と反射光および法線は同一平面内にあり入射角と反射角は等しい」という反射の法則が成り立つことはよく知られている。つまり、図 2-1 において、次式が成り立ち、このような反射を鏡面反射と呼ぶ。

$$\theta_i = \theta_r \quad (2-13)$$



完全な鏡面反射

図 2-1. 反射の法則

図 2-2 のように物体表面に光の波長より十分大きな凸凹が存在する場合、その反射方向は物体表面のどこに光が当たるかによって変化する。つまり、当たる場所によってその面の法線方向がことなるということであり、これを拡散反射と呼ぶ。この拡散反射によって同じ場所に衝突した光であってもその反射方向に分布があるように見える。従来の太陽輻射圧計算において、この拡散反射の分布はどのような入射角でも半球状で均一と仮定されていた。これはランベルト拡散反射と呼ばれる拡散反射モデルである。しかし、一般的にはこのランベルト拡散反射モデルは成り立たず、入射角に依存したいびつな拡散モデルとなる。3DCG の先行研究として述べたように、より一般的な反射分布を表す関数として、双方向反射率分布関数 BRDF が用いられる。

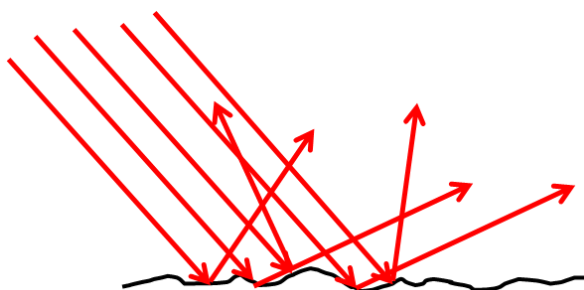


図 2-2. 拡散反射

2.2.1項 BRDF の定義

まず，放射輝度(Radiance)という量を定義する．放射輝度 L_e W/(m²sr)は，図 2-3 に示すようにある光源面からある方向へ放出される光の強さを表す量である．式で表すと(2-14)式のようになり，光源面からある方向 ω へ放出された単位立体角 $d\omega$ sr当たり・単位面積 dA m²当たりの放射束 Φ Wとして定義される [71]．

$$L(\omega) = \frac{d^2\Phi}{\cos\theta dA d\omega} \quad (2-14)$$

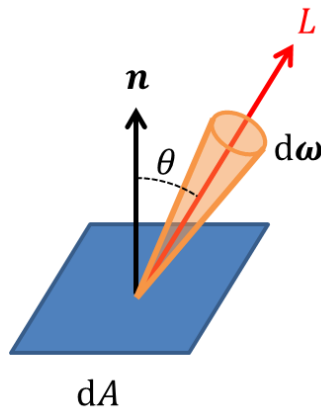


図 2-3. 放射輝度の定義

BRDF は，反射率を一般化したものなので，物体表面に対してある方向から入射した光が，ある方向に反射するとき，その入射光量と反射光量の比といえる．しかし反射光量には角度依存性があると考えため，光量を表す量として放射照度でなく放射輝度を用いる．つまり BRDF f は，式(2-15)のようにある面に対してある角度から入射した光の放射照度 $E_i(\mathbf{i})$ 当たりのその面から放射される反射光の放射輝度 $L_{er}(\mathbf{r})$ と定義することができる．

$$f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) = \frac{dL_{er}(\mathbf{r})}{dE_i(\mathbf{i})} \quad (2-15)$$

ここで，さらに，放射束 Φ Wと放射照度 E W/m²の関係

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \quad (2-16)$$

と放射輝度の定義式(2-14)より，入射光の放射照度 $E_i(\mathbf{i})$ について次式が得られる．

$$L_{ei}(\mathbf{i}) = \frac{dE_i(\mathbf{i})}{\cos\theta d\mathbf{i}} \quad (2-17)$$

この式(2-17)を式(2-15)に代入すると，式(2-18)が得られる．ただし， \mathbf{n} は面の法線ベクトルである．

$$f(\mathbf{i}, \mathbf{v}) = \frac{dL_{er}(\mathbf{r})}{L_{ei}(\mathbf{i}) \cos\theta d\mathbf{i}} = \frac{dL_{er}(\mathbf{r})}{L_{ei}(\mathbf{i}) (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i}} \quad (2-18)$$

式(2-18)から，反射放射輝度 $L_{er}(\mathbf{r})$ を次の式(2-19)のように求めることができる．ただし，

Ω はその面の法線方向の半球全域を表す.

$$L_{er}(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) dE_i(\mathbf{i}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) L_{ei}(\mathbf{i}) (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \quad (2-19)$$

この式は、ある面からのある方向への出射放射輝度は、その面に入射するあらゆる方向からの入射放射輝度に BRDF をかけて積分したものであることを示している。 $\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}$ は入射角により \cos で投影面積が変わる効果を表すものである。式(2-19)の概念図を図 2-4 に示す。物体表面は受けた以上の光を反射することができないため、BRDF はエネルギー保存を満たす必要があり、(2-20) 式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \leq 1, \quad \forall \mathbf{i} \quad (2-20)$$

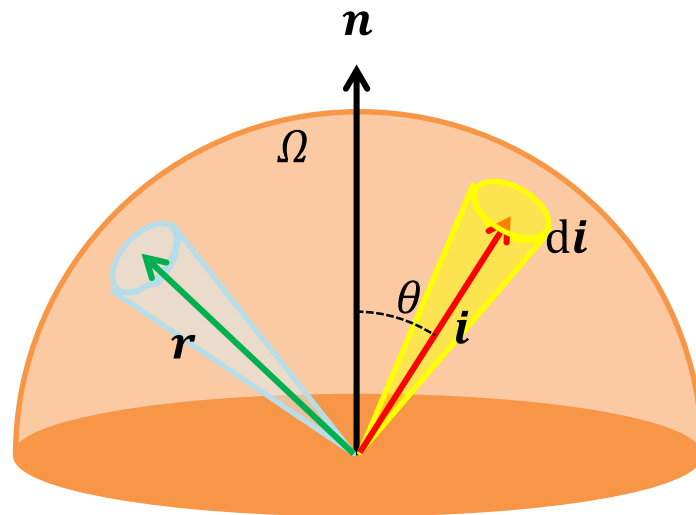


図 2-4. 双方向反射率分布モデルでの入射放射輝度の積分と出射放射輝度の概念図

2.2.2項 従来反射モデルの BRDF 表現

これまでの多くの太陽輻射圧研究では、光と物質表面間の相互作用は、吸収・鏡面反射・ランベルト拡散反射の三つの身で表現できると仮定してきた。本項では、その三成分の内、反射に関する二つの振る舞いを、どのように BRDF で表現するかを整理する。

鏡面反射では、反射の法則に従う方向にしか光は反射しない。入射方向ベクトルを \mathbf{i} 、面の法線ベクトルを \mathbf{n} とすると、反射方向 \mathbf{r}_{spe} は、

$$\mathbf{r}_{spe} = 2(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{i} \quad (2-21)$$

となる。よって、鏡面反射を表す BRDF f_{ps} は次式で表される。

$$f_{ps}(\mathbf{i}, \mathbf{v}) = \frac{\delta(\mathbf{v} - \mathbf{r}_{spe})}{(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n})} \quad (2-22)$$

ただし、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数で、次式で定義される。

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases} \quad (2-23)$$

ランベルト拡散反射は、入射角 ω_i に依らず半球状に均一に反射する。よって、ランベルト拡散反射を表す BRDF f_{LD} を用いると、式(2-19)は次のように簡略化される。

$$L_{ev}(\mathbf{v}) = f_{LD} \int_{\Omega} dE_i(\mathbf{i}) = f_{LD} \int_{\Omega} L_{ei}(\mathbf{i})(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i} \quad (2-24)$$

吸収や鏡面反射の無い完全なランベルト拡散面では、入射方向にも出射方向にも依らず、入ってきた光と同じだけの光の半球状にランダムに出力されることとなる。つまり、

$$L_{ev}(\mathbf{v}) = L_{ei}(\mathbf{i}) = L_{ei} \quad (2-25)$$

となり、その結果 f_{LD} は式(2-26)で表される。

$$f_{LD} = \frac{1}{\int_{\Omega} (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) d\mathbf{i}} = \frac{1}{\pi} \quad (2-26)$$

ある物体表面に当たった光は、ある割合だけ吸収され、残りは反射されると述べた。さらに、反射した光のうちある割合だけ鏡面反射となり、残りは表面の微小なデコボコによりランベルト拡散反射となると考える。この吸収、鏡面反射、拡散反射の割合を吸収率 α 、鏡面反射率 ρ 、拡散反射率 γ で表すと、式(2-27)を満たす。

$$\alpha + \rho + \gamma = 1 \quad (2-27)$$

このように鏡面反射・ランベルト拡散反射を混ぜ合わせた BRDF f_{PSLD} は、式(2-28)で表すことができる。

$$f_{PSLD} = \rho f_{PS} + \gamma f_{LD} \quad (2-28)$$

光と物体表面間での相互作用には他にも、屈折、干渉、回折、蛍光などがあるが本論文ではその影響は小さいと考え、無視する。

2.3節 BRDF で表現した太陽輻射圧の導出

ここまで、2.1 節で光の持つエネルギーを主に光源からの出力を中心に議論し、2.2 節で反射特性の表現と反射による物体表面の放射輝度を議論してきた。ある面の入射する光のエネルギーとある面が放射する光のエネルギーが分かれば、その面に加わる太陽輻射圧を計算することができる。太陽から $d_{s\odot}$ の距離にある面積 $A \text{ m}^2$ 、法線ベクトル \mathbf{n} 、BRDF $f(\mathbf{i}, \mathbf{r})$ の面を考え、太陽輻射圧による力を定式化する。この定式化に伴い、図 2-5 のように面法線方向と Z 軸が一致するような直交座標系を定義する。また、面から見た太陽方向ベクトルを \mathbf{i} とし、 \mathbf{i} と \mathbf{n} のなす角を θ_i とおく。

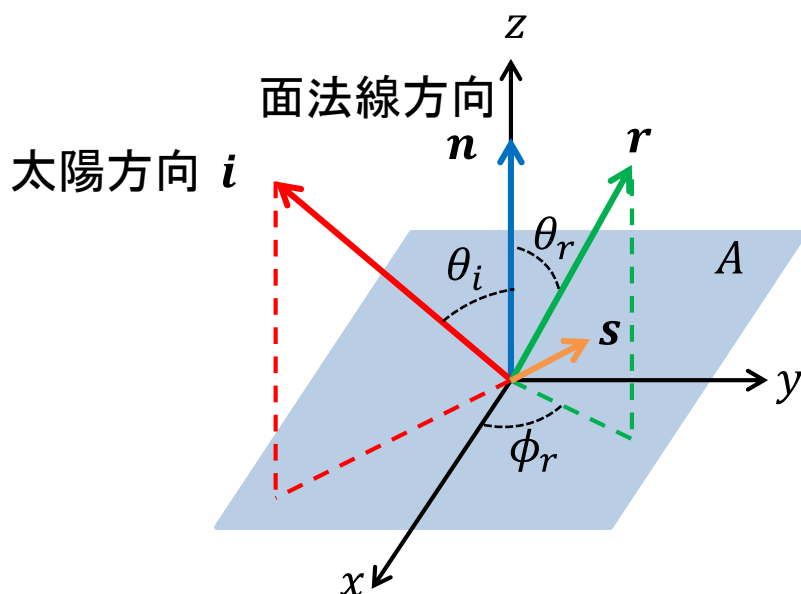


図 2-5. 定式化で用いる座標系・記号の定義

面に入射する太陽放射照度 $E_i(\mathbf{i})$ は、太陽を点光源とみなして距離の二乗で放射表面積が増大する効果と余弦則効果を含めて、

$$E_i(\mathbf{i}) = \left(\frac{1\text{AU}}{d_{s\odot}}\right)^2 E_{\odot} \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} \quad (2-29)$$

となる。入射によって加わる力の方向は光の進行方向なので、 $-\mathbf{i}$ となる。よって、入射によって加わる太陽輻射力ベクトル $\mathbf{F}_{\text{SRP}_i}$ は式(2-30)となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{SRP}_i} &= -\frac{E_i(\mathbf{i})}{c} A \mathbf{i} \\ &= -P_{\odot}(d_{s\odot}) A (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{i} \end{aligned} \quad (2-30)$$

次に反射を考える。BRDF $f(\mathbf{i}, \mathbf{r})$ と入射放射照度 $E_i(\mathbf{i})$ から得られるある方向 \mathbf{r} への出射放射輝度 $L_{er}(\mathbf{r})$ は前述の式(2-19)より、

$$L_{er}(r) = \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) dE_i(\mathbf{i}) \quad (2-31)$$

となる。今回は入射光として太陽光のみしか考えていないため、この積分は次のように簡単化される。

$$L_r(\mathbf{v}) = f(\mathbf{i}, \mathbf{v}) E_i(\mathbf{i}) \quad (2-32)$$

しかし、反射による光圧を求めるには、放射輝度を半球全域に渡って積分し、放射照度に直さなければならない。これは、あらゆる方向に出ていく光によって与えられる力を全て積分することに相当する。式(2-17)より、反射による放射照度ベクトルは(2-33)のように表すことができる。このベクトルの方向は、BRDFの積分によって求まる。

$$\mathbf{E}_r = \int_{\Omega} L_r(\mathbf{v}) \cos \theta_r d\mathbf{r} = E_i(\mathbf{i}) \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) \cos \theta_r d\mathbf{r} \quad (2-33)$$

反射によって放出された光と反対方向に力は加わるので、反射によって加わる太陽輻射力ベクトル $\mathbf{F}_{\text{SRP}_r}$ Nは式(2-34)となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{SRP}_r} &= -\frac{\mathbf{E}_r}{c} A = -\frac{E_i(\mathbf{i})}{c} A \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) \cos \theta_r d\mathbf{r} \\ &= -P_{\odot}(d_{S\odot}) A (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) \cos \theta_r d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (2-34)$$

入射による力と反射による力を足し合わせて、面に働く太陽輻射圧 \mathbf{F}_{SRP} Nは、

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{SRP}} &= \mathbf{F}_{\text{SRP}_i} + \mathbf{F}_{\text{SRP}_r} \\ &= -P_{\odot}(d_{S\odot}) A (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{i} + \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) \cos \theta_r d\mathbf{r} \right] \\ &= -P_{\odot}(d_{S\odot}) A (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}) \left[\mathbf{i} + \int_{\Omega} f(\mathbf{i}, \mathbf{r}) (\mathbf{i} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \right] \end{aligned} \quad (2-35)$$

となる。これが、本章で求めたかったBRDFを考慮した太陽輻射圧の基礎式である。これは、Wetterer等のBRDFを用いた太陽輻射圧モデル [56]と一致しており、本論文特有の成果というわけではないが、以降の議論の基礎となるため、重要なものである。しかし、この式には2つ問題がある。1つ目は、その面に光が当たるか当たらないかをどのように表現するかである。従来研究では、 $\max(\cos \theta_i, 0)$ などを用いて表現していたが、その定義は曖昧であり、十分な議論がなされてこなかった。2つ目はBRDFの座標定義である。ここでは単一の面を扱っているため、図2-5のように面の法線ベクトルが機体固定座標系のZ軸と一致していると仮定している。しかし、複数の面の太陽輻射圧を足しあわせるとき座標系が同じでなければならず、そのためには、上式のBRDFは機体固定座標系で表される必要がある。しかし、BRDFの本来の定義は面が向いている方向に依らないものである。そこで、本研究の提案手法では、第3章で述べるように機体固定座標系でのバイナリ可視関数と微小面ローカル座標系でのBRDFを導入し、この基礎式を提案手法適応できる形へと式変形していく。以降は、本研究特有の部分となるので、章を分けて議論する。

第3章 提案する精密太陽輻射圧外乱モデルの導出

本章では、研究目的である「高精度かつ物理パラメータ推定が可能であり、計算時間などの観点からも実用的な非重力外乱モデル構築」を実現するための計算手法の導出を行う。まずは太陽輻射圧によって発生する力、トルク両方について一般性の高い定式化を行っている。

3.1節 提案手法の概要

本研究目指すのは、高精度かつ物理パラメータ推定が可能であり、かつ計算時間においても実用的な太陽輻射圧モデルを構築することである。このようなモデルを実現するためには、宇宙機形状情報、材質光学特性情報、太陽距離・方向情報といった太陽輻射圧計算に必要な各要素を分解し、再構築する必要がある。この要素分解は、単体の微小面に注目した場合は実現されているが、大量の微小面を持つ複雑形状物体全体に加わる太陽輻射圧を求める時には、微小面間の相互作用(陰や相互反射)と、微小面毎の力を足しあわせる過程により、分解できなくなってしまう。提案手法では、次の4つの概念を導入することにより、要素分解と再構築を実現することができることを示した。

- ① 陰影を表現する、機体固定座標系での可視関数の導入
- ② 物質光学特性を表現する、微小面ローカル座標系での BRDF の導入
- ③ 可視関数と BRDF の近似と関数の内積表現
- ④ 要素分解のためのテンソル演算の導入

特に、第2章までで議論してきた単体の面に働く太陽輻射圧と異なる点として、座標系に関して注意深く取り扱う必要があり、そのため①、②による座標系を考慮した陰影、反射の定義が重要となる。①、②で適切な座標系定義を行ったことにより、③、④以降での提案手法特有の近似およびテンソル演算が可能となっている。次節からこの項目について一つずつ詳細に述べていく。

3.2節 陰影を表現するための機体固定座標系バイナリ可視関数の導入

第2章では、1つの平板に加わる太陽輻射圧について述べた。これを複雑な形状をした宇宙機に適用することを考えるため、宇宙機が P 個の微小面で構成されていると仮定する。形状が複雑な場合、宇宙機表面上のある微小面が他の面によって影を作られ、太陽光が当たらないことが考えられる。これが、本論文で扱う陰影の効果である。さらに、ある面から反射した光が、他の微小面に当たる可能性もある。これを相互反射と呼び、この相互反射によって、太陽輻射圧計算はより複雑になる。高精度な太陽輻射圧計算を行うためには、このような陰影の効果、相互反射の効果を考慮する必要があるが、特に相互反射の効果を計算するには膨大な計算コストが必要となる。また、一般的な宇宙機モデルでは相互反射の影響は小さいと考えられている [55]。よって、本論文では、相互反射効果は無視し、陰影のみを考慮した高精度太陽輻射圧モデルの中で、物理パラメータ推定が可能であり、計算時間などの観点からも実用的なモデルを構築することをめざす。

本研究では、微小面 p の表裏と、その面が別の面に作られた陰によって隠されているか否かを数式で表現するために、バイナリ可視関数 V_p を導入する。可視関数の概念は、太陽輻射圧の先行研究でも用いられてきた [46]が、ただ単に面が太陽方向を向いているかどうかしか考えていない、座標系が曖昧であるといった問題があった。

本研究では、座標系を踏まえてこのバイナリ可視関数を明確に定義する。本研究で扱うバイナリ可視関数は、微小面 p 毎に機体固定座標系三次元空間上の単位球面 S^2 上の二値スカラー関数 $V_p(\mathbf{i}): S^2 \rightarrow [0,1]$ と定義する。つまり、次式のように与えられる。

$$V_p(\mathbf{i}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{i} \text{方向からの太陽光が面} p \text{に当たる} \\ 0 & \mathbf{i} \text{方向からの太陽光が面} p \text{に当たらない} \end{cases} \quad (3-1)$$

ここで重要なのは、この単位球面 S^2 は機体固定座標系で定義されていると考えており、入力引数である太陽方向ベクトル \mathbf{i} も機体固定座標系での太陽方向ベクトル \mathbf{i} と定義されているという点である。機体固定座標系で定義することに依り、後述するように宇宙機全体での総和計算を簡単化することが可能となる。

機体固定バイナリ可視関数を具体的に図示すると、図 3-1～図 3-3 のようになる。図 3-1 は2次元の例であり、L字型の物体の周辺に太陽が当たるようなグローバル座標系を考えたときの特定の位置でのバイナリ可視関数を示している。陰のできない面と陰のできる面との差がよくわかる。図 3-2、図 3-3 は三次元の例であり、それぞれ陰に隠れることのない微小面と、 $-X$ 、 $-Y$ 方向からの光が何かに遮られ、陰を作られる微小面でのバイナリ可視関数を示している。ただし、どちらの面も機体固定 Z 軸に法線ベクトルを持つと仮定している。このように、バイナリ可視関数は陰がない場合でも半円、もしくは半球となる。これは、面の表裏を明確に分けて定義しているためである。

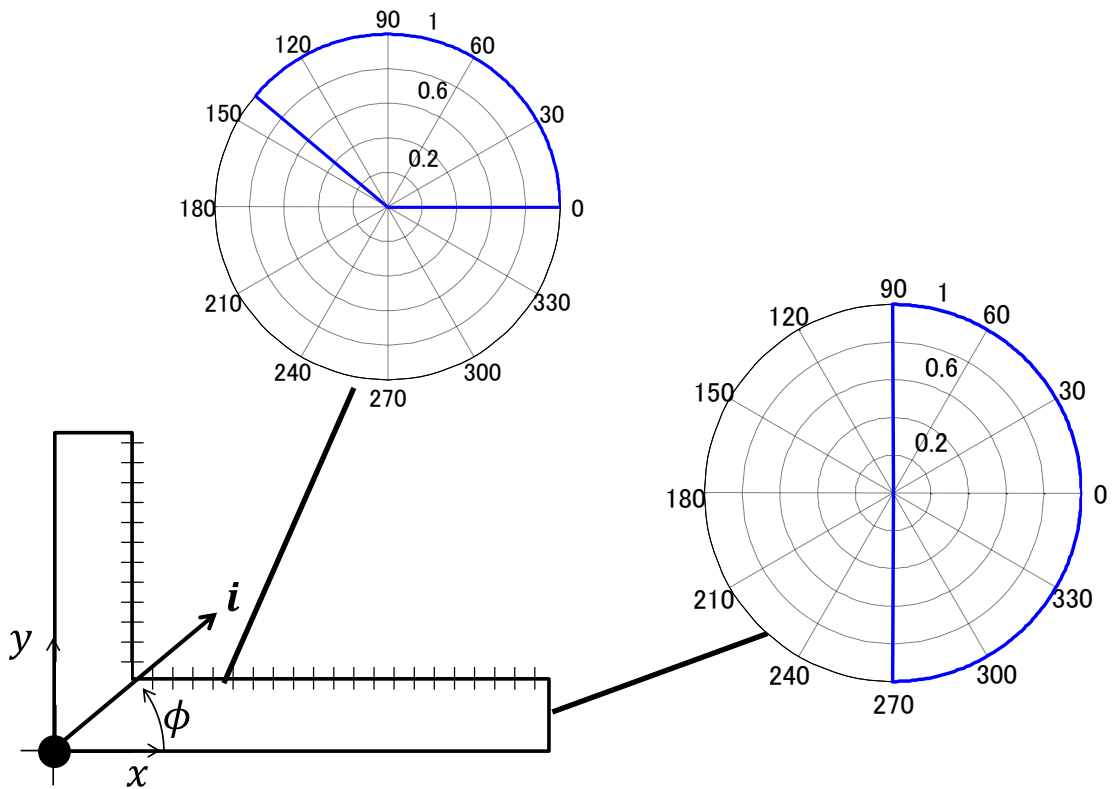


図 3-1. 2次元バイナリ可視関数の例

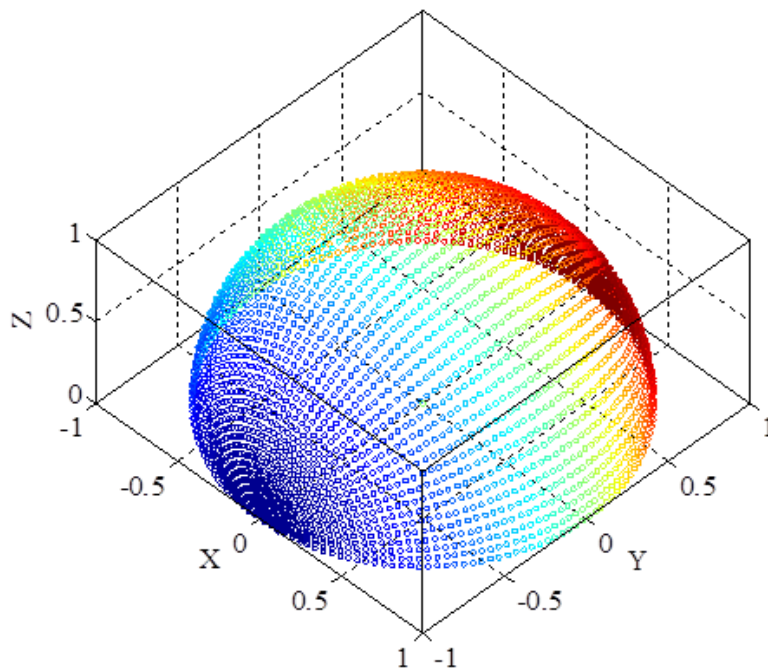


図 3-2. 影を作られることが無い平面の3次元バイナリ可視関数 [72]
 (*色は見やすさのためにつけており, 意味は持たない)

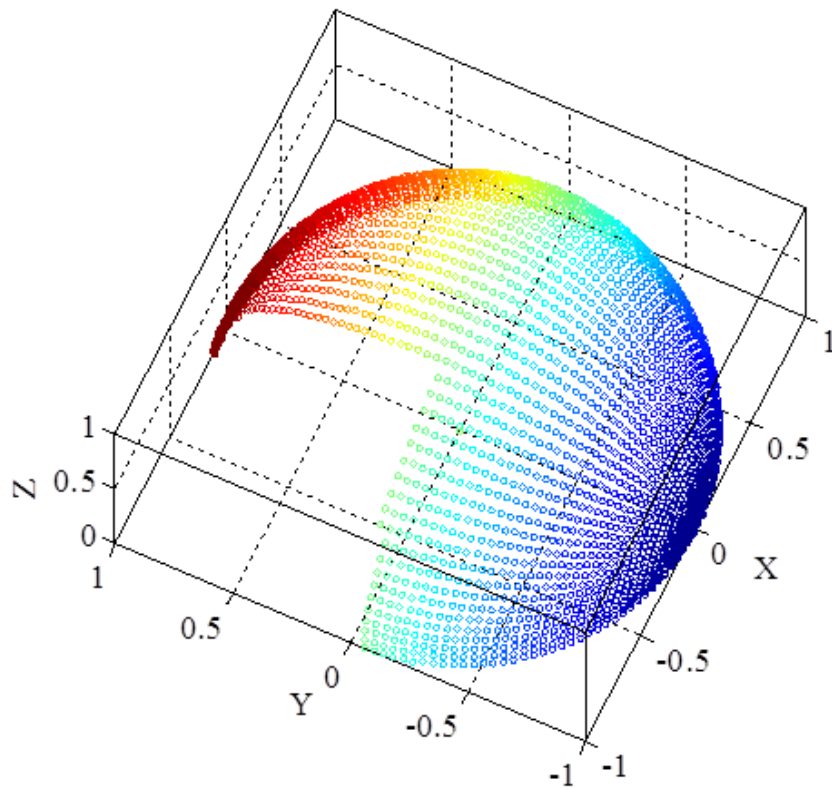


図 3-3. 影を作られる平面の 3 次元バイナリ可視関数の例 [72]
(*色は見やすさのためにつけており, 意味は持たない)

3.3節 物質光学特性を表現するための、微小面ローカル座標系での BRDF

次に反射光特性を表現する BRDF について考える. 第 2 章では, BRDF をその面の法線方向に作られる半球 Ω 上で積分することで, 反射によって発生する太陽輻射圧が得られることを示した. ここで, これまで明確にされていなかった BRDF の座標系について考える. 式(3-2)で定義されている BRDF $f_p(\mathbf{i}, \mathbf{r})$ は, 機体固定座標系の太陽方向ベクトルなどによって定義されたものであるため, 機体固定座標系での BRDF ということになる.

$$\int_{\Omega} f_p(\mathbf{i}, \mathbf{r})(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-2)$$

しかし, 一般に BRDF は物質ごとに与えられるものであり, その定義は微小面がどの方向を向いているかに依存しない微小面ローカル座標系で定義される. この微小面ローカル座標系で定義された BRDF を導入することで, 宇宙機形状情報と物質の反射特性情報を適切に分離することが可能となる.

本研究では, 微小面ローカル座標系を図 3-4 のように定義する. つまり, 微小面ローカル座標系の Z 軸は, その面の法線ベクトルと一致すると考える. 微小面ローカル座標系の X 軸は, その面の法線ベクトルと機体固定座標系 Y 軸両方に直交する方向ベクトルとして定義する. 面ローカル座標系の Y 軸は, 右手系をなすように決める. この定義より, 面ローカル座標系から機体固定座標系への座標変換行列 \mathbf{G}_{s2b} は, のように求めることができる. ただし, s は微小面ローカル座標系を表し, b は機体固定座標系を表している.

$$\mathbf{G}_{s2b} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} -n_{bz} & n_{by}n_{bx} & gn_{bx} \\ 0 & n_{by}^2 - 1 & gn_{by} \\ n_{bx} & n_{by}n_{bz} & gn_{bz} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

$$g = \sqrt{n_{bx}^2 + n_{bz}^2}$$

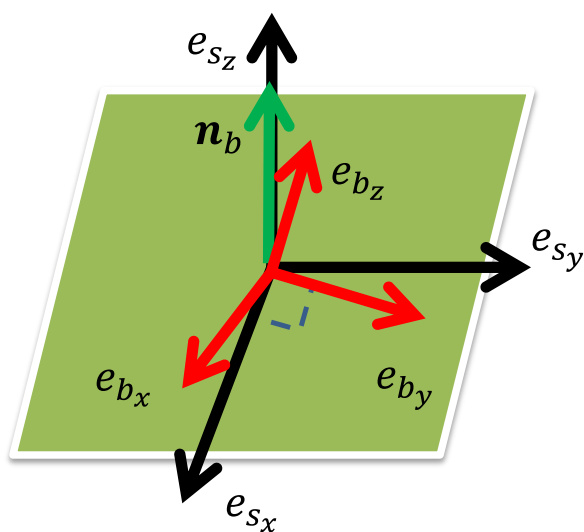


図 3-4. 微小面ローカル座標系と宇宙機機体固定座標系の関係

しかし、この定義は法線ベクトルと機体固定座標系 Y 軸方向が一致しているときに、 $g = 0$ となり、特異点を持つ。よって、その場合は図 3-5 のように微小面ローカル座標系の X 軸は、機体固定座標系 X 軸と同じ方向として定義する。すると、面ローカル座標系から機体固定座標系への座標変換行列 \mathbf{G}_{s2b} は、のように求めることができる。

$$\mathbf{G}_{s2b} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} 0 & -g^2 & gn_{bx} \\ n_{bz} & n_{bx}n_{by} & gn_{by} \\ -n_{by} & n_{bx}n_{bz} & gn_{bz} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$g = \sqrt{n_{bx}^2 + n_{bz}^2}$$

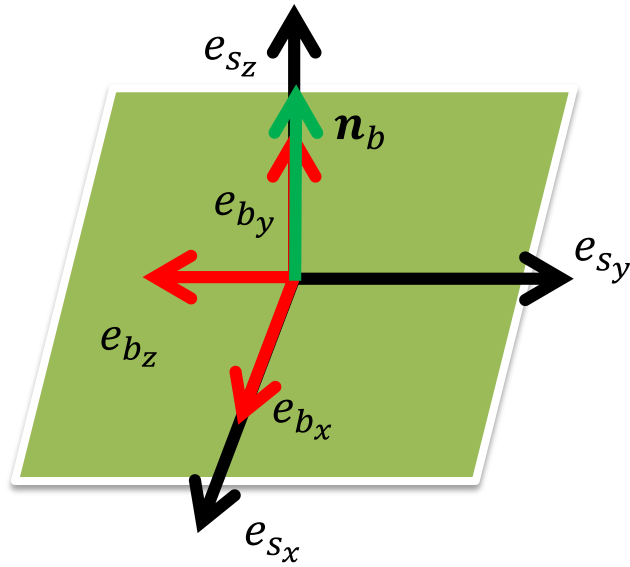


図 3-5. 法線ベクトルと機体固定 Y 軸が一致している場合の微小面ローカル座標系

式(3-2)中の機体固定座標系で定義された BRDF は、座標変換行列 \mathbf{G}_{b2s} と微小面ローカル座標系で定義された BRDF $\tilde{f}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s)$ を使って、次式のようにあらわすことができる。

$$f(\mathbf{i}_b, \mathbf{r}_b) = \mathbf{G}_{s2b} \tilde{f}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s), \quad (3-5)$$

BRDF 積分も同様に、次式のようにローカル座標での表現に書き換えることができる。

$$\int_{\Omega_b} f(\mathbf{i}_b, \mathbf{r}_b) (\mathbf{n}_b \cdot \mathbf{r}_b) d\mathbf{r}_b = \mathbf{G}_{s2b} \int_{\Omega_s} \tilde{f}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) r_{sz} d\mathbf{r}_s. \quad (3-6)$$

(3-6)式により、微小面の法線方向で求まる座標変換行列 \mathbf{G}_{s2b} と微小面ローカル座標での BRDF 積分を分離することができた。BRDF 積分は、太陽輻射圧演算とは全く別に、物質毎に事前に行うことができるため、宇宙機形状情報と物質光学特性情報の分解を行うことができる。

3.4節 近似基底関数の導入と関数の内積表現

前節までの議論から，機体固定座標バイナリ可視関数と微小面ローカル座標 BRDF を定義することができた．その二つを用いることで， P 個の微小面で構成される宇宙機に加わる太陽輻射圧 \mathbf{F} は(3-7)のように求めることができる．

$$\mathbf{F} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \sum_{p=1}^P \left[A_p V_p(\mathbf{i})(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p) \left\{ \mathbf{i} + \mathbf{G}_{ps2b} \int_{\Omega} \tilde{f}_{m_p}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) r_{s_z} d\mathbf{r}_s \right\} \right] \quad (3-7)$$

ただし， A_p は面 p の面積， \mathbf{n}_p は面 p の機体固定座標系での法線ベクトル， \mathbf{G}_{ps2b} は面 p の座標変換行列である．また，面ローカル座標系での BRDF $\tilde{f}_{m_p}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s)$ の下付き文字 m は，物質を表すインデックスであり， $m = 1, 2 \dots M$ と定義される．ここでは面 p を構成する物質という意味で， m_p と表している．

(3-7)式の中で，求めることが困難となるのは，バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ と BRDF 積分の部分である．特に， $V_p(\mathbf{i})$ は面 p とそれ以外の全ての面との位置関係によって決まるものであり，解析的に求めることは難しい．BRDF 積分は，簡単な BRDF であれば解析的に求めることができるが，任意の BRDF を取り扱うことは難しい．そこで， $V_p(\mathbf{i})$ と BRDF の積分を事前に計算し，任意の関数で近似することを考える．太陽輻射圧計算のための事前計算と関数近似という考えは，先行研究でも数多く試みられてきたものであるが，その全てが力やトルクを直接近似するものであった．本研究では，このような最終出力段階での近似ではなく，近似を必要とする最小範囲での近似を試みることで，それ以降の演算を解析的に行い，情報の分離につなげていく．そのような点で，従来研究太陽輻射圧研究とは全く異なるアプローチとなっている．さらに，本提案手法では基底関数による近似を近似係数ベクトルと関数群ベクトルの内積として取り扱うことも特徴的である．このような内積表現により，次節で示すテンソル演算が可能となり，GSM のように総和演算から太陽方向を取り出すことが可能となり，要素分解が可能となった．

このような可視関数，BRDF といったプリミティブな情報の近似とその内積表現は，PRT の手法からアイデアを得たものであり，PRT による高速演算の概念を上手く GSM と組み合わせ太陽輻射圧計算に応用したものであると言える．

3.4.1項 バイナリ可視関数の事前計算と近似

まず，バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ の事前計算と近似を考える．微小面 p のバイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ は，その面と他の全ての面と太陽方向 \mathbf{i} の位置関係によって決まり，レイトレース法などの光線衝突判定の結果として求められる．バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ は機体固定座標系三次元空間上の単位球面 S^2 上で定義されるものなので，機体固定座標系の全ての方向で，全ての面に対する衝突判定を行うことで得ることができる．当然，全ての方向で計算するためには，無限の演算が必要になるため，実際には関数近似を行うために十分なサンプル点方向分だけ衝突判定計算を行うことになる．このように，バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ の事前計算は，レイトレースなどを用いた数値解法で与えられるとする．

次に，近似を考える．バイナリ可視関数は球面上の関数であるため，近似に用いる基底関数も球面関数でなければならない．球面基底関数はPRTとその関連研究で多く提案されている．具体的にどの基底関数を使うかは，別の章で議論するとして，ここでは， K 個の要素を持つ任意の球面基底関数群 $\varphi_1(\mathbf{i}) \sim \varphi_K(\mathbf{i})$ を用いると考える．重要なのは，この球面基底関数も，機体固定座標系三次元空間上の単位球面 S^2 上に定義されているという点である．球面基底関数を使って，面 p のバイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ は次のように近似することができる．

$$V_p(\mathbf{i}) \cong v_{p1}\varphi_1(\mathbf{i}) + \dots + v_{pK}\varphi_K(\mathbf{i}) \quad (3-8)$$

$v_{p1} \sim v_{pK}$ は近似係数を表している．ここで，近似係数ベクトル \mathbf{v}_p と関数群ベクトル $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i})$ を考えることにより，次のような表現が可能となる．これが関数近似の内積表現である．この内積表現を用いることで，以降の計算を線形代数演算・テンソル演算として扱うことが可能となる．

$$V_p(\mathbf{i}) \cong [v_{p1} \quad \dots \quad v_{pK}] \begin{bmatrix} \varphi_1(\mathbf{i}) \\ \vdots \\ \varphi_K(\mathbf{i}) \end{bmatrix} = \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \quad (3-9)$$

3.4.2項 BRDF 積分の近似

次に BRDF 積分の近似を考える。ローカル座標 BRDF $\tilde{f}_m(\mathbf{i}_l, \mathbf{r}_l)$ の積分は、宇宙機形状情報に依存せず、物質の BRDF が与えられた時点で事前に計算することができる。BRDF として理論的な BRDF を使っている場合は、解析的な演算で積分を解くことができる可能性がある。解析的に積分できない場合や、観測によって BRDF を得た場合は、数値的な積分を行う必要がある。

BRDF の積分結果は、次式のような微小面ローカル座標系上の三次元ベクトルとなる。つまり、微小面ローカル座標系三次元空間上の単位球面 \mathbb{S}^2 上で定義されるベクトル関数ということになる。

$$\int_{\Omega} \tilde{f}_m(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) \mathbf{r}_{s_z} d\mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} R_{mX}(\mathbf{i}_s) \\ R_{mY}(\mathbf{i}_s) \\ R_{mZ}(\mathbf{i}_s) \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

よって、近似関数の引数は微小面ローカル座標系での太陽方向ベクトル \mathbf{i}_s であり、 J 個の要素を持つ任意の基底関数群 $\vartheta_1(\mathbf{i}_s) \sim \vartheta_J(\mathbf{i}_s)$ 自身もローカル座標系の単位球面 \mathbb{S}^2 上の球面関数として定義される。BRDF 積分の近似は次式で表すことができる。

$$\int_{\Omega} \tilde{f}_m(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) \mathbf{r}_{s_z} d\mathbf{r}_s \cong \begin{bmatrix} \eta_{mX1}\vartheta_1(\mathbf{i}_s) + \dots + \eta_{mXJ}\vartheta_J(\mathbf{i}_s) \\ \eta_{mY1}\vartheta_1(\mathbf{i}_s) + \dots + \eta_{mYJ}\vartheta_J(\mathbf{i}_s) \\ \eta_{mZ1}\vartheta_1(\mathbf{i}_s) + \dots + \eta_{mZJ}\vartheta_J(\mathbf{i}_s) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

近似係数行列 $\boldsymbol{\eta}_m$ と基底関数ベクトル $\boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}_s)$ を用いることで、BRDF 積分の近似式も次のような関数の内積表現で表すことができる。

$$\int_{\Omega} \tilde{f}_m(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) \mathbf{r}_{s_z} d\mathbf{r}_s \cong \begin{bmatrix} \eta_{mX1} & \dots & \eta_{mXJ} \\ \eta_{mY1} & \dots & \eta_{mYJ} \\ \eta_{mZ1} & \dots & \eta_{mZJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_1(\mathbf{i}_s) \\ \vdots \\ \vartheta_J(\mathbf{i}_s) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\eta}_m \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}_s) \quad (3-12)$$

可視関数に関しては、単なる近似で表現できていたが、BRDF 積分の近似はここからさらに考えを深める必要がある。基底関数群 $\vartheta_1(\mathbf{i}_s) \sim \vartheta_J(\mathbf{i}_s)$ は、微小面ローカル座標系で定義されているので、機体固定座標系で定義された太陽方向 \mathbf{i}_b に対して、面毎に異なる出力をしてしまい、次節で説明する足しあわせにおいて、うまく分離できなくなってしまう。そのため、基底関群 $\vartheta_1(\mathbf{i}_s) \sim \vartheta_J(\mathbf{i}_s)$ を微小面ローカル座標系から機体固定座標系へ座標変換する必要がある。そこで、基底関数の中でも座標変換が容易な基底関数に限定する。例えば、フーリエ級数や球面調和関数はこの基底関数に分類され、「回転可能な基底関数」と呼ばれる。回転可能な基底関数では、座標変換行列 $\boldsymbol{\Gamma}_p \in \mathbb{R}^{J \times J}$ を座標変換パラメータから容易に計算でき、それを関数ベクトルに掛けるだけで座標変換を表現することが可能である。つまり、係数ベクトルには何の影響も与えずに座標変換が可能となる。この特性を用いると、(3-11) 式は、次のように変換でき、

$$\boldsymbol{\eta}_m \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}_s) = \boldsymbol{\eta}_m \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}_b). \quad (3-13)$$

最終的に式 (3-7) 中の BRDF 積分は、次のように表すことができる。

$$\int_{\Omega} \tilde{f}_m(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) r_{s_z} d\mathbf{r}_s \cong \boldsymbol{\eta}_m \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}_b). \quad (3-14)$$

(3-14)式の中で, 座標変換行列 $\boldsymbol{\Gamma}_p$ は面 p の法線ベクトルのみから計算できるものであり, $\boldsymbol{\eta}_m$ は物質の光学特性のみから与えられるものである.

3.5節 要素分解のためのテンソル演算

前節の近似関数を用いて、 P 個の微小面で構成される宇宙機に加わる太陽輻射圧 \mathbf{F} は、次式を用いて近似的に求めることができる。

$$\mathbf{F} \cong -P_{\odot}(d_{S\odot}) \sum_{p=1}^P \left[A_p \mathbf{v}_p \varphi(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \left\{ \mathbf{i} + \mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}) \right\} \right] \quad (3-15)$$

(3-15)式には、次のような3つの情報が含まれている。

- 宇宙機形状情報
 - A_p : 面積
 - \mathbf{n}_p : 法線ベクトル
 - \mathbf{G}_{ps2b} : 微小面ローカル座標系から機体固定座標系への変換行列
 - $\boldsymbol{\Gamma}_p$: 基底関数の座標変換行列
 - \mathbf{v}_p : バイナリ可視関数の近似係数
- 物質光学特性情報
 - $\boldsymbol{\eta}_{m_p}$: BRDF 積分の近似係数
- 太陽環境に関する情報
 - $P_{\odot}(d_{S\odot})$: 宇宙機が受ける太陽輻射圧力
 - \mathbf{i} : 機体固定座標系での太陽方向ベクトル
 - $\varphi(\mathbf{i})$: バイナリ可視関数の近似関数
 - $\boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i})$: BRDF 積分の近似関数

この3つの情報を分離することが提案手法の最終目的である。これまでの関数定義や近似によって、面の総和計算の中身ではそれぞれの情報がうまく分離されているが、面の総和計算によって、最終的には3つの情報が混ざった形になってしまう。面の総和計算を含めた場合であっても3つの情報を上手く分離するというのが、次の手順となる。

特に、面の総和計算内に太陽環境に関する情報が含まれている場合、宇宙機の軌道や姿勢が変化するたびに、面の総和計算を再度行う必要が生じる。総和計算は面の総数 P が増加すればするほど、計算コストが上がるため、複雑度の高い宇宙機形状モデルを用いるためには、面の総和計算から太陽方向を抜き出す必要がある。また、一般に宇宙機を構成する物質の総数 Q は、宇宙機を構成する面の総数 P に比べて圧倒的に少ない。よって、面の総和計算を物質の総和計算に置き換えることでも計算コストを削減することができる。

このように総和計算から特定の情報を抜き出すにあたっては、GSM のアイデアが参考になる。GSM は太陽輻射圧計算に含まれる内積や外積といったベクトル演算をテンソル演算に置き換え、面の法線ベクトル情報と、太陽方向ベクトル情報を分離し、面の総和計算から太陽方向ベクトルを抜き出している。本研究では、バイナリ可視関数や BRDF 積分を任意の基底関数で近似し、その近似を行列・ベクトル演算で表現している。ここで、それに

より，GSMと同様にベクトル演算をテンソル演算に置き換えることが可能となる．ここから，より具体的な式変形を説明するが，まずは本論文で用いるテンソル表現と演算のルールをまとめる．

3.5.1項 テンソル表現とテンソル演算

ここから詳細を述べる本研究の提案手法では，テンソル表現とテンソル演算を用いており，それによって目指していた宇宙機形状情報，物質光学特性情報，太陽情報の分離が実現できている．本項では，本論文で用いるテンソル表現とテンソル演算のルールをまとめる．テンソル演算の詳細は，文献 [73]， [74]が詳しい．

まずテンソルの表現であるが，本論文で用いるテンソルは全て直交座標系で定義された Cartesian Tensor であるため，上付き文字は使わず，下付き文字のみで表現する．下付き文字の数がテンソルの階数を表している．テンソル演算としては，テンソルの外積とテンソルの内積を定義する．テンソルの外積は，テンソル積とも呼ばれ次のように表される．

$$c_{i_1 i_2 \dots i_p j_1 j_2 \dots j_q} = a_{i_1 i_2 \dots i_p} b_{j_1 j_2 \dots j_q} \quad (3-16)$$

ここで， $a_{i_1 i_2 \dots i_p}$ は p 階のテンソル， $b_{j_1 j_2 \dots j_q}$ は q 階のテンソルである．テンソルの外積によって得られた新たなテンソル $c_{i_1 i_2 \dots i_p j_1 j_2 \dots j_q}$ は $p + q$ 階のテンソルとなる． $c_{i_1 i_2 \dots i_p j_1 j_2 \dots j_q}$ のそれぞれの成分は， $a_{i_1 i_2 \dots i_p}$ と $b_{j_1 j_2 \dots j_q}$ の各成分を掛け合わせたものとして定義される．次に，テンソルの内積を定義する．テンソルの内積は，アインシュタインの総和縮約則とも呼ばれる．テンソルの内積は，外積演算の際に同じ下付き文字が現れた場合，外積と同様の各成分のかけ算を行ったのちに，その下付き文字に対して総和計算を行うというものであり，次式のように定義される．

$$c_{ijlm} = a_{ijk} b_{klm} = \sum_k a_{ijk} b_{klm}. \quad (3-17)$$

ここで， a_{ijk} ， b_{klm} 共に3階のテンソルであるが，得られた新たなテンソル c_{ijlm} は4階のテンソルとなっている．

次項から，このテンソル演算のルールを用いた太陽輻射圧計算について，まとめる．

3.5.2項 入射光部分の計算

(3-15)式の第一項目は入射光によって発生する運動量交換によってもたらされる太陽輻射圧を表しているが、まずはこの第一項目をテンソルで表現する。

$$\sum_{p=1}^P [A_p \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{i}] \quad (3-18)$$

まず、機体固定座標系の太陽方向ベクトル \mathbf{i} をも機体固定座標系を表す下付き文字 $b = 1, 2, 3$ を使って次のように表すこととする。ただし、1, 2, 3 はそれぞれ機体固定 X, Y, Z 軸を表す。

$$\mathbf{i} = i_b \quad (3-19)$$

次に、 $\mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i})$ に関して考える。これはそれぞれ 1 階のテンソルであり、その内積の結果 0 階のテンソル(スカラー値)となっている。このバイナリ可視関数の近似計算に関するテンソルの下付き文字を $k = 1 \sim K$ とおき、次式のようにベクトル演算をテンソル演算に置き換える。

$$\mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) = v_{pk} \varphi_k(i_b) \quad (3-20)$$

最後に、 $\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p$ の内積演算であるが、ここで注意する必要がある。機体固定座標系の太陽方向ベクトルは(3-19)式のように下付き文字 b で定義されているが、同様に $\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p = i_b n_{pb}$ と定義してしまうと、次式のように演算の順序によって計算結果が異なってしまう。

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{i} = (i_b n_{pb}) i_b \neq (i_b i_b) n_{pb} \quad (3-21)$$

これは、テンソル積では交換則が成り立たないためである。交換則に注意して議論を進めることもできるが、わかりやすくするために異なる下付き文字 $b' = 1, 2, 3$ を用いる。

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p = i_{b'} n_{pb'} \quad (3-22)$$

以上より、太陽輻射圧計算の第一項目は次のようにテンソル表現することができ、このテンソル定義上では、テンソル積の順序を入れ替えることが可能となるので、微小面 p に依存しないテンソルを総和計算の外に出すことができる。

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^P [A_p \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{i}] &= \sum_{p=1}^P [A_p v_{pk} \varphi_k(i_b) i_{b'} n_{pb'} i_b] \\ &= \sum_{p=1}^P [A_p v_{pk} n_{pb'}] \varphi_k(i_b) i_{b'} i_b \\ &= \sum_{p=1}^P \tau_{pkb'} \varphi_k(i_b) i_{b'} i_b = \mathbf{T}_{kb'} \boldsymbol{\varphi}(i_b) i_{b'} i_b \end{aligned} \quad (3-23)$$

よって、総和計算の中身は、宇宙機の形状情報のみに依存した量のみとなり、太陽方向を与えられる前に、事前に計算することができる。ここで、事前計算として与えられた 2 階のテンソル $\mathbf{T}_{kb'}$ の概念図を 図 3-6 に示す。 $\mathbf{T}_{kb'}$ は図のように機体固定座標での法線ベクトル方向を表す軸と、可視関数の近似係数を表す軸を持つ二階のテンソルである。近似係

数の軸が持つ意味は、基底関数によって異なるが、基本的に「ある太陽方向での日の当たる面の総面積」を表している。ただし、ここでいう面積は、光が斜めから当たることで \cos に従って減少する投影面積ではなく、光が当たっていると判定された面の総面積である。投影面積の部分を表すのが、法線ベクトルの軸であり、これと太陽方向の内積により \cos 効果により、総面積が投影面積に変換されることが出来る。このように、太陽方向から見えている形状に依存するテンソルであるので、 $T_{kb'}$ を可視形状テンソルと呼ぶ。

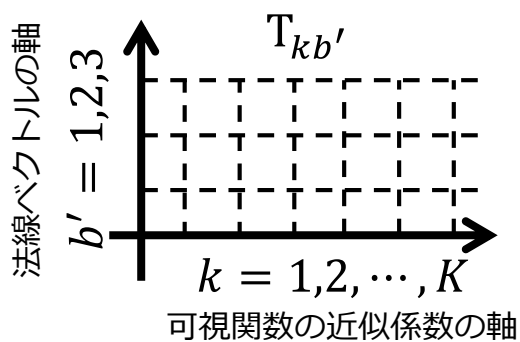


図 3-6. $T_{kb'}$ テンソルの概念図

3.5.3項 反射部分の計算

次に、(3-15)式の第二項を考える．第二項は，反射して出ていく光によって発生する運動量交換による太陽輻射圧と考えることができる．これも，先ほどと同様にテンソル表現に置き換えていく．

$$\sum_{p=1}^P \left[A_p \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}) \right] \quad (3-24)$$

入射光を考えたときに存在していた値， $\mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i})$ と $\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p$ に関しては，それぞれ(3-20)，(3-22)と同じ表記を用いることとする．反射を表す $\mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i})$ に関しては，それぞれの特性から，次のようにテンソル表記する

$$\mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}) = E_{psb} \eta_{m_p s j} \Gamma_{p j j} \vartheta_j(i_b) \quad (3-25)$$

ここで， $s = 1,2,3$ は微小面ローカル座標系を表す下付き文字， $j = 1 \sim J$ は微小面ローカル座標系での基底関数を表す下付き文字， $\tilde{j} = 1 \sim J$ は機体固定座標系での基底関数を表す下付き文字とする．テンソルの内積を実行すると，(3-25)は最終的に機体固定座標系を表す下付き文字 b を持つ一階のテンソルとなることがわかる．よって，(3-24)は次のようにテンソルで表すことができる．

$$\begin{aligned} \sum_{p=1}^P \left[A_p \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i}) \right] &= \sum_{p=1}^P \left\{ A_p v_{pk} \varphi_k(i_b) i_{b'} n_{pb'} G_{psb} \eta_{m_p s j} \Gamma_{p j j} \vartheta_j(i_b) \right\} \\ &= \sum_{p=1}^P \left\{ \tau_{pkb'} G_{psb} \eta_{m_p s j} \Gamma_{p j j} \right\} \varphi_k(i_b) i_{b'} \vartheta_j(i_b) \end{aligned} \quad (3-26)$$

(3-26)式により，太陽情報とその他の情報を分けることができていることがわかる．ここからさらに，宇宙機形状情報と物質光学特性情報を分離することを考える． $p = 1 \sim P$ で表される大量の微小面は， $m = 1 \sim M$ で表される物質と紐づけられ，それぞれの面が持つ特性が定義されている．(3-26)式の総和計算の中で，物質に関する量は $r_{m_p s j}$ のみとなっている．よって，次のように微小面の総和計算を物質の総和計算に置き換える．

$$\begin{aligned}
& \sum_{p=1}^P [A_p \mathbf{v}_p \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{i}) \mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p \mathbf{G}_{ps2b} \boldsymbol{\eta}_{m_p} \boldsymbol{\Gamma}_p \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{i})] \\
&= \sum_{m=1}^M \left[\eta_{msj} \sum_{p_m} \{A_{p_m} t_{p_mk} n_{p_mb'} G_{p_msb} \boldsymbol{\Gamma}_{p_mjj}\} \right] \varphi_k(i_b) i_{b'} \vartheta_j(i_b) \\
&= \sum_{m=1}^M \left(\eta_{msj} \sum_{p_m} u_{p_mkb'sbjj} \right) \varphi_k(i_b) i_{b'} \vartheta_j(i_b) \\
&= \sum_{m=1}^M (\eta_{msj} U_{mkb'sbjj}) \varphi_k(i_b) i_{b'} \vartheta_j(i_b)
\end{aligned} \tag{3-27}$$

ただし, p_m は, m の物質で構成された面のインデックスである. 一般に, $P \ll M$ であり, M は多くても 10~20 という値であるため, この総和計算で計算コストが上がることは無い. このようにテンソル表現を用いることで, 太陽情報から与えられるテンソル $\varphi_k(i_b) i_{b'} \vartheta_j(i_b)$ と, 宇宙機形状情報から与えられるテンソル $U_{mkb'sbjj}$ と物質光学特性情報から与えられるテンソル η_{msj} に分離することができた. $U_{mkb'sbjj}$ を反射形状テンソル, η_{msj} を物質特性テンソルと呼ぶことにする.

3.5.4項 提案する太陽輻射圧計算手法の導出結果

最後に、入射部分と反射部分を組み合わせ、太陽輻射圧計算のための提案手法をまとめる。相互反射を無視し、陰の効果や BRDF による複雑な反射表現を考慮した、太陽輻射圧計算式は、次式のように与えられていた。

$$\mathbf{F} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \sum_{p=1}^P \left[A_p V_p(\mathbf{i})(\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}_p) \left\{ \mathbf{i} + \mathbf{G}_{ps2b} \int_{\Omega} \tilde{f}_{m_p}(\mathbf{i}_s, \mathbf{r}_s) r_{s_z} d\mathbf{r}_s \right\} \right] \quad (3-28)$$

これに、これまで議論した近似やテンソル表現を用いることで、次のような式に変形することができる。

$$F_b = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[T_{kb'} i_b + \sum_{m=1}^M (\eta_{msj} U_{mkb'sbjj}) \vartheta_j(i_b) \right] i_{b'} \varphi_k(i_b) \quad (3-29)$$

$$T_{kb'} = \sum_{p=1}^P A_p v_{pk} n_{pb'} = \sum_{p=1}^P \tau_{pkb'} \quad (3-30)$$

$$U_{mkb'sbjj} = \sum_{p_m} A_{p_m} v_{p_mk} n_{p_mb'} G_{p_msb} \Gamma_{p_qjj} = \sum_{p_m} u_{p_mk'b'sbjj} \quad (3-31)$$

$T_{kb'}$, $U_{mkb'sbjj}$ は宇宙機の形状情報のみで計算できるテンソルであり、 η_{msj} は物質の光学特性のみで計算できるテンソル、 i_b , $i_{b'}$, $\vartheta_j(i_b)$, $\varphi_k(i_b)$ は太陽方向を使って計算できる成分ということになる。

3.6節 太陽輻射圧トルクモデルの導出

前節では太陽輻射圧による力の導出を行ったが、本章では太陽輻射圧によって発生するトルクの導出を行う。モデル化の基本方針は、前節と同様なものとなっている。力 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^3$ が、重心からの位置ベクトル $\mathbf{l} \in \mathbb{R}^3$ の場所に加わっているとき、トルク $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^3$ はカベクトルと位置ベクトルのクロス積で求めることができる。そして、そのクロス積は、(3-32)で示すように、 \mathbf{l} の成分で作られる歪対称行列(つまり、二階のテンソル) $l_{\omega b}$ と一階のカベクトル f_b の内積として表すことができる。ただし、 $\omega = 1, 2, 3$ は力からトルクへの変換に関連する下付き文字と定義する。

$$\mathbf{T} = \mathbf{l} \times \mathbf{F} \Leftrightarrow T_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -l_3 & l_2 \\ l_3 & 0 & -l_1 \\ -l_2 & l_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = l_{\omega b} F_b \quad (3-32)$$

依って、微小面 p に加わる太陽輻射圧トルクは、次式のようにあらわすことができる。

$$T_{p\omega} = -P_{\odot}(d_{S\odot})(l_{p\omega b} - \bar{l}_{\omega b})[\tau_{pkb'}i_b + \eta_{msj}u_{pkb'sbjj}\vartheta_j(i_b)]i_b'\varphi_k(i_b) \quad (3-33)$$

ここで、 $l_{p\omega b}$ は微小面 p の位置ベクトルで定義される歪対称行列、 $\bar{l}_{\omega b}$ は重心位置で定義される歪対称行列である。

$l_{p\omega b}$ に対するテンソル演算を考える。例えば入射部分に関しては、次式のように新たなテンソル $w_{p\omega bkb'}$ を定義することができる。

$$w_{p\omega bkb'} = l_{p\omega b}\tau_{pkb'} \quad (3-34)$$

反射部分に関しては、下付き文字 b に関して、テンソルの内積が成り立つので、 $z_{p\omega bkb'sjj}$ というテンソルを定義することができる。

$$\eta_{msj}z_{p\omega bkb'sjj} = l_{p\omega b}\eta_{msj}u_{p_mkb'sbjj} \quad (3-35)$$

このテンソルを力の時と同様に微小面 p や、物質 q に属する微小面 p_q で総和を取ることで、次のような事前計算テンソルを得ることができる。

$$W_{\omega bkb'} = \sum_{p=1}^P w_{p\omega bkb'}, \quad (3-36)$$

$$Z_{m\omega bkb'sjj} = \sum_{p_m} z_{p_m\omega bkb'sjj},$$

このテンソル $W_{\omega bkb'}$ と $Z_{m\omega bkb'sjj}$ を使って、宇宙機全体に加わる太陽輻射圧トルクが次式のように求まる。

$$T_{\omega} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[W_{\omega bkb'}i_b + \sum_{m=1}^M (\eta_{msj}Z_{m\omega bkb'sjj})\vartheta_j(i_b) \right] i_b'\varphi_k(i_b) - \bar{l}_{\omega b}F_b \quad (3-37)$$

これにより、本研究で目指すような、高精度かつ光学特性推定が可能な実用的太陽輻射圧計算モデルのトルクバージョンが構築することができた。(3-37)式の重心位置 $\bar{l}_{\omega b}$ に関する項は、重心位置に加わる力 F_b に対して働くトルクを表しており、トルクと重心に加わる力の関係をよくあらわした形式となっている。

以上より、本研究で目指すような、太陽輻射圧計算を構成する 3 つの情報を分離した定式化を行うことができた。この提案モデルの計算量に関する理論的な考察を次節でまとめ、最後に提案モデルの利点や先行研究との比較を 3.8 節にまとめる。

3.7節 計算量の理論的考察

本節では導出した太陽輻射圧モデルの計算量について理論的に考察し、従来の計算手法と比較する。比較するのは、(3-7)式で表すような、事前計算と近似を一切行わない計算手法、(3-15)式のような事前計算と近似は行うがテンソル表現を用いない計算手法、そして(3-29)式に示した事前計算、近似、テンソル表現を用いる提案手法である。BRDF 積分に対する計算量を見積もることは難しいので、その計算量を J' とおく。また、BRDF 積分を無視した、形状依存の計算量を求めるため、BRDF 積分は十分早く終わり、近似係数 J も十分小さいと仮定した場合の計算量も合わせて求めておく。微小面の数が P 個、可視関数の近似係数数が K 個、BRDF 積分の近似係数数が J 個の場合の計算コストは表 3-1 となる。

表 3-1 より、提案手法である(3-29)以外は、全て微小面の数 P に依存した計算量となっている。つまり、宇宙機形状の忠実度を上げるために P を大きくすればするほど、計算コストが高まってしまう。一方、提案手法は P には依存しないので、形状の忠実度を高めていっても計算コストが増大することはない。しかし、提案手法は BRDF 積分の近似係数数 J の二乗に依存した計算量となってしまう。これが P を上回る場合、提案手法は逆効果となってしまう。次章で示すが、従来の単純反射モデルの場合、 $J = 4$ ととても小さいため、計算量はとても小さくなり、BRDF を無視した計算量 $O(MK)$ と考えて差し支えない。

可視関数の近似係数数 K にも注意が必要である。可視関数を正確に表現するためには、多くの係数が必要となることがあり、例えば第 6 章では $K = 2000 \sim 5000$ という例を扱っている。つまり、提案手法を用いるときには、微小面数 P に対して、十分小さい近似係数数 K, J を選択することが重要となる。ただし、後述の球面 Haar ウェーブレットのように、係数数 K が計算速度に影響を与えない基底関数も存在するので、その場合は大きな K であっても高速計算を行うことが可能となる。

表 3-1. 計算コストの比較

計算式	事前計算・近似	テンソル表現	計算量	計算量 * BRDF 無視
(3-7)	×	×	$O(P(P + J'))$	$O(P^2)$
(3-15)	○	×	$O(P(K + J^2))$	$O(PK)$
提案手法 : (3-29)	○	○	$O(MKJ^2)$	$O(MK)$

3.8節 提案手法のまとめと、先行研究との比較

本章では、本研究の核心部分となる、精度・計算速度・物理パラメータ推定が可能という三つの特性を両立した太陽輻射圧計算手法の導出過程を示した。この提案手法では、バイナリ基底関数と BRDF の座標変換を導入し、それらの関数を近似することで、事前計算テンソルを導き出すことで実計算フェーズでの高速化を果たしている。さらに、提案手法では、宇宙機形状情報、物質光学特性情報、太陽環境情報という太陽輻射圧計算に必要となる三つの情報を分解することに成功している。この要素分解により、例えば、宇宙機の構造は変えないまま、材質だけを別のものに変えた場合の太陽輻射圧をすぐに求めることが可能となった。これは、表面特性が頻繁に変わる可能性のある宇宙機設計段階の解析や、表面特性の劣化を考慮した解析などで有効性を発揮する。また、(3-29)式は、反射特性 η_{msj} に対して線形な式となっているので、光学特性推定のための正規方程式を簡単に導くことができる。この光学特性推定に関しては、後述する。

$\mathbf{T}_{kb'}$, $U_{mkb'sbjj}$, η_{msj} というテンソルは、太陽方向に依存しないため、事前に計算ができ、太陽方向が与えられた後の実計算フェーズでは(3-29)式で表されるようなテンソル演算のみで太陽輻射圧を計算することができる。このテンソル演算の計算コストは、テンソルの成分数に依存するが、 $\mathbf{T}_{kb'}$, $U_{mkb'sbjj}$, η_{msj} の大きさは、近似関数の次数や宇宙機を構成する物質数に依存しており、宇宙機形状を分割する微小面積数には依存していない。そのため、忠実度の高い宇宙機形状モデルを構築したとしても、実計算フェーズでの計算時間は変化しない。そして、ポリゴン数 P は大きい場合は数十万という値を取るが、三つの事前計算テンソルの成分数がそこまで大きくなるとは考え難い。また、テンソル演算や行列演算に対しては、多くの高速演算アルゴリズムが存在しているため、計算コストは低くなると考えられる。

さらに、(3-37)式に示すように、太陽輻射圧トルクに対しても同様の手順で 3 つの情報を分離したモデルを導出している。特に、重心位置という宇宙機運用中に変動しやすい値を式中で明示的に示している点も、従来モデルと大きく異なる点であり、設計段階などで、重心位置の変動による発生トルクの変動を簡単に計算することができるという利点がある。また、光学特性テンソル η_{msj} は力の計算式と同じものを使うことができるため、姿勢変動からトルク経路で推定した η_{msj} を用いて、太陽輻射圧加速度精度を向上させるといったトルクと力の相互的な利用も可能となり、提案手法の大きな利点だと言える。

このように従来の方やトルクを直接近似して扱っていたモデルと比較すると、物理的な考察に関して、多くの利点が存在することがわかる。一方で、力を直接近似する手法よりも、計算コストが大きくなる可能性があるかと容易に想像することもできる。このような従来モデルと比較した計算コストの議論は、後述の数値実験例で示す。また、本提案モデルの限界として、相互反射を考慮していないことや、宇宙機の形状が変わった場合には、 $\mathbf{T}_{kb'}$, $U_{mkb'sbjj}$ を再計算する必要があり、大きな計算コストが必要となるといったものがある。前者の相互反射に関しては、Ziebart を除く多くの従来モデルでも無視されてきたものであ

るので、従来モデルに比べて大きな欠点となるとは考えていない。また、後者の形状変化に対しても、忠実度の高い宇宙機形状モデルを使った従来手法は、どれも同じように構造変化が発生すると再計算の必要が出てくるので、これも従来モデルと比較した場合は、欠点とは考えていない。しかし、どちらの問題も将来的な研究課題として取り組み、解決したいと考えている。最後に、ここまでで述べた、従来手法と提案手法の比較結果を、表 3-2 にまとめる。表 3-2 から提案手法が従来手法にくわべて有効だということが分かる。

表 3-2. 従来モデルと提案モデルの比較

	提案モデル	GSM	各種レイトレーサ法
忠実度の高い形状	○	○	○
BRDF	○	×	△(組み込むことは可能)
自己隠蔽の効果	○	×	○
情報の分離	○	○	×
実計算コスト	○	○	△(GPU や、近似によって高速化可能)
力とトルクの関連性	○	○	×
相互反射	×	×	△(組み込むことは可能)
形状の変化	×	×	△(近似なしなら可能)

第4章 提案モデルの亜系統の導出

前章で導出した太陽輻射圧による力，トルクの式は，とても一般性の高いモデルとなっている．このモデルをベースに，近似する関数の変更や，いくつかの過程を与えることで，より簡易化したモデルを導出することができる．本章では，そのような簡易化された亜系統モデルを紹介する．また，従来モデルとの比較のため，従来単純反射モデルを仮定した場合にどのように式が簡単化されているか，陰影を考慮しない場合どのように式が簡単化されるかを述べ，本提案手法が従来手法の上位集合モデルに当たることを証明する．

4.1節 可視関数近似の変更による簡単化

前章で導出したモデルでは，バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ を近似した．しかし，PRTでは，バイナリ可視関数 $V_p(\mathbf{i})$ ではなく，次に示すような \cos 項を含んだ関数を近似している．

$$\tilde{V}_p(\mathbf{i}) = V_p(\mathbf{i})(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{i}) \quad (4-1)$$

この関数 $\tilde{V}_p(\mathbf{i})$ は，微小面 p 毎に機体固定座標系三次元空間上の単位球面 S^2 で定義される範囲 $0 \sim 1$ の実数値スカラー関数となる．よって，本論文では，実数可視関数と呼ぶことにする．

著者は，よりプリミティブな関数を近似したいと考えたため，前章でバイナリ可視関数を近似する手法を用いたが，この実数可視関数を近似する利点も存在する．一つ目の利点は， $(\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{i})$ を含めて近似するため，最終式に出てくるテンソルの階数が一つ減り，表現が簡単になるというものである．二つ目の利点は，この実数可視関数はバイナリ可視関数に比べると連続値関数に近づいており，近似関数としてよく利用されるフーリエ級数や球面調和関数といった連続関数で定義された基底関数を利用した場合の近似精度が高まるというものである．よって，本節でこの実数可視関数を近似した場合の提案手法の導出を行う．

機体固定バイナリ実数関数を具体的に図示すると，図 4-1～図 4-3 のようになる．ここでは比較のため，バイナリ可視関数を紹介したときに示した図 3-1～図 3-3 と同じ陰状態での実数可視関数を示している．このように，実数可視関数は陰がない場合でも円，もしくは球のように見える．これらの図を見ると，完全な連続値関数のように見えるが，実際は表面から裏面に移る点で非連続となり，高周波成分を持つ．このような可視関数の性質が，5.1 節で述べる基底関数による近似精度の議論につながる．

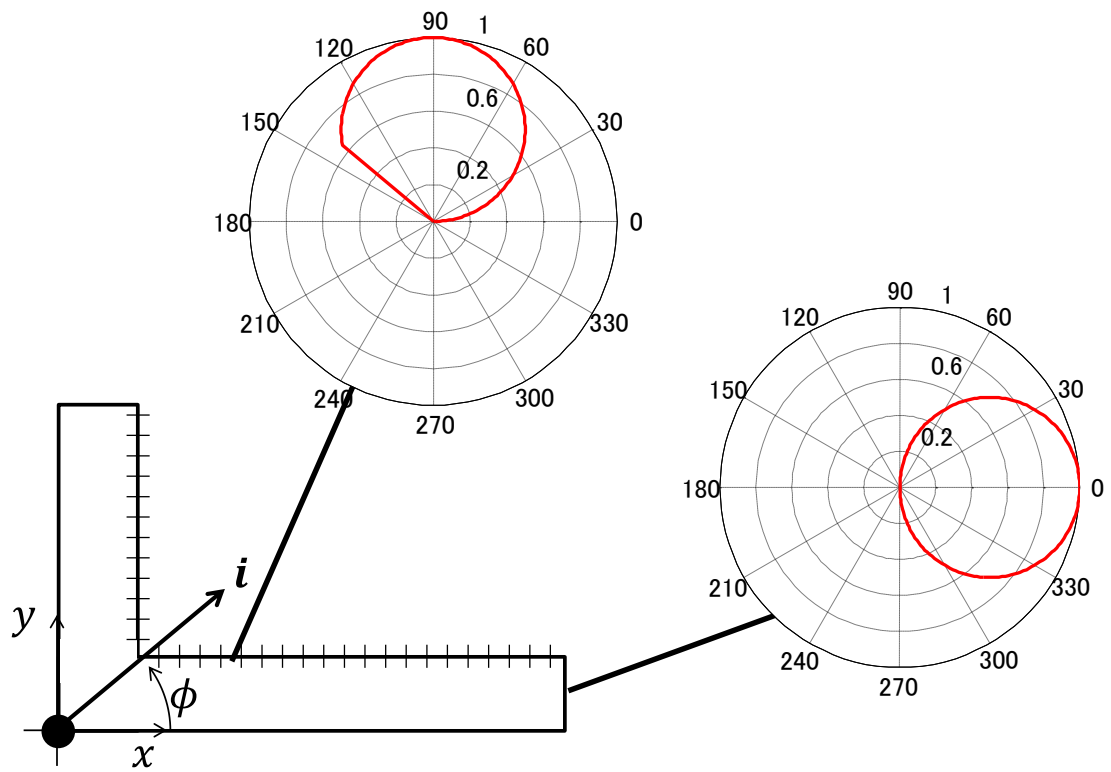


図 4-1. 2次元実数可視関数の例

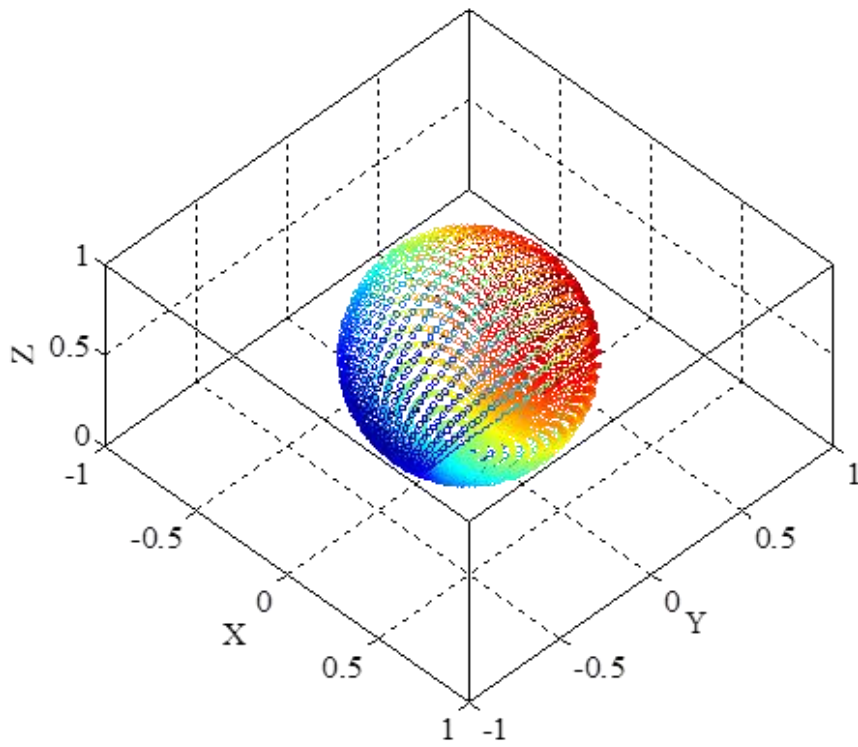


図 4-2. 影を作られ無い平面の3次元実数可視関数 [72]
 (*色は見やすさのためにつけており, 意味は持たない)

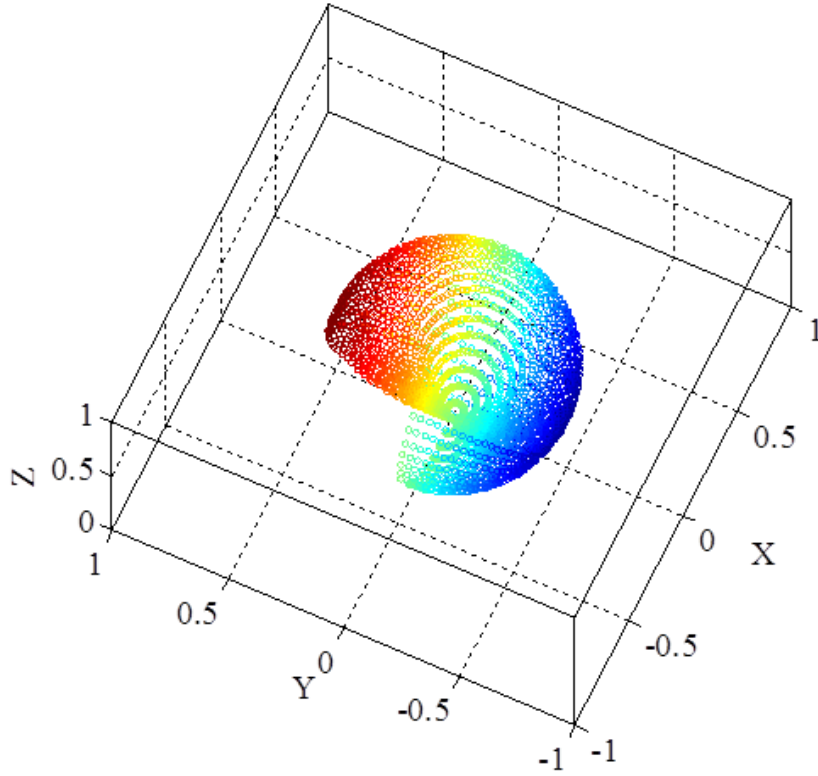


図 4-3. 影が作られる平面での 3 次元実数可視関数の例 [72]
 (*色は見やすさのためにつけており, 意味は持たない)

モデル導出の流れは, 前章と同じであるため, 前章のような細かな説明は行わず, 初めからテンソルを用いて近似を表現する. 前章と同様に, 任意の球面基底関数 $\varphi_k(i_b)$ を用いて近似し, その近似係数を \tilde{v}_{pk} とすると, 次式のようにあらわすことができる.

$$\tilde{V}_p(\mathbf{i}) = \tilde{v}_{pk}\varphi_k(i_b) \quad (4-2)$$

この新たな近似を利用すると, 照射面積に関する事前計算テンソルの階数がひとつ減り, 次式で表すことができる.

$$\tilde{\mathbf{T}}_k = \sum_{p=1}^P A_p \tilde{v}_{pk} \quad (4-3)$$

さらに, 反射に関する事前計算テンソルも階数がひとつ減り, 次式で表すことができる.

$$\tilde{U}_{mksbjj} = \sum_{p_m} A_{p_m} \tilde{v}_{p_mk} G_{p_msb} \Gamma_{p_mjj} \quad (4-4)$$

よって, 最終的な太陽輻射圧による力は次式のように導出できる.

$$F_b = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[\tilde{\mathbf{T}}_k i_b + \sum_{m=1}^M (\eta_{msj} \tilde{U}_{mksbjj}) \vartheta_j(i_b) \right] \varphi_k(i_b) \quad (4-5)$$

さらに，太陽輻射圧によるトルクも同様に，次式で定義される階数の1つ小さなテンソルを用いて，表現することができる．

$$\tilde{W}_{\omega b k} = \sum_{p=1}^P l_{p\omega b} A_p \tilde{t}_{pk}, \quad (4-6)$$

$$\tilde{Z}_{m\omega k j j} = \sum_{p_m} l_{p_m\omega b} A_{p_m} \tilde{t}_{p_m k} G_{p_m s b} \Gamma_{p_m j j},$$

$$T_{\omega} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[\tilde{W}_{\omega b k} i_b + \sum_{m=1}^M (\eta_{m s j} \tilde{Z}_{m\omega k j j}) \vartheta_j(i_b) \right] \varphi_k(i_b) - \bar{l}_{\omega b} F_b \quad (4-7)$$

このように，実数可視関数を近似することで，全てのテンソルの階数が1つ小さくなり，よりシンプルな力，トルクの式を導出することができる．バイナリ可視関数と実数可視関数，どちらの可視関数を近似する方が，計算速度やメモリの観点で効率的かに関しては，5.1節で議論する．

4.2節 単純反射モデルを仮定した場合の式導出

前章では、物質の持つ反射特性として複雑な反射も表現可能な BRDF を仮定し、提案手法を導出した。しかし、BRDF を考慮した太陽輻射圧の研究例はいまだ少なく、多くの太陽輻射圧の研究では、吸収・鏡面反射・ランベルト拡散反射という単純な反射モデルが使われている。そこで、本節では単純反射モデルを仮定し、簡略化した提案手法を導く。

従来太陽輻射圧モデルで使われてきた、モデルでは物体に当たった光は吸収・鏡面反射・ランベルト拡散反射という三つの振る舞いを行い、その割合を α , ρ , γ で表す。また、エネルギー保存の法則を満たすため、

$$\alpha + \rho + \gamma = 1 \quad (4-8)$$

の関係をもつ。このような反射を微小面ローカル座標系の BRDF \tilde{f}_{p_m} は表現した場合、2.2.2 項で求めたように、次のようになる。

$$\tilde{f}_{p_m}(i_{p_m s}, r_{p_m s}) = \rho_m \frac{\delta(r_{sp_m} - r_{spe})}{i_{p_m s_z}} + \gamma_m \frac{1}{\pi}$$

$$\mathbf{r}_{spe} = 2i_{p_m s_z} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - i_{p_m s} = \begin{bmatrix} -i_{p_m s_x} \\ -i_{p_m s_y} \\ i_{p_m s_z} \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

ここで、第一項が鏡面反射を表し、第二項がランベルト拡散反射を表している。また、 $\delta(\mathbf{x})$ はディラックのデルタ関数である。

これを微小面ローカル座標系の半球 $\Omega_{p_m s}$ に渡って積分すると、次のようになる。

$$\int_{\Omega_{p_m s}} \tilde{f}_{p_m}(i_{p_m s}, r_{p_m s}) r_{p_m s_z} dr_{p_m s}$$

$$= \frac{\rho_m}{i_{p_m s_z}} \int_{\Omega_{p_m s}} \delta(v_{p_m s} - \mathbf{r}_{spe}) r_{p_m s_z} dr_{p_m s} + \gamma_m \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_{p_m s}} r_{p_m s_z} dr_{p_m s} \quad (4-10)$$

ディラックのデルタ関数の性質から、第一項の鏡面反射成分は、次式のように、入射ベクトルを微小面ローカル座標系で \mathbf{Z} 軸周りに π だけ回転させたもの $\mathbf{Gz}(\pi)$ として表現できる。この回転操作は、鏡面反射の振る舞いとして、直観的でわかりやすい。

$$\frac{\rho_m}{i_{p_m s_z}} \int_{\Omega_{p_m s}} \delta(v_{p_m s} - \mathbf{r}_{spe}) r_{p_m s_z} dr_{p_m s} = \rho_m \begin{bmatrix} -i_{p_m s_x} \\ -i_{p_m s_y} \\ i_{p_m s_z} \end{bmatrix}$$

$$= \rho_m \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} i_{p_m s}$$

$$= \rho_m \mathbf{Gz}(\pi) i_{p_m s} \quad (4-11)$$

次に、拡散反射成分は次のように積分を行うことで、 $2/3$ というファクターが得られ、力の方向はローカル座標での \mathbf{Z} 方向、つまり面法線方向として得られる。

$$\gamma_m \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_{p_m s}} r_{p_m s_z} dr_{p_m s} = \frac{2}{3} \gamma_m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-12)$$

まとめると、従来の単純反射モデルにおける微小面ローカル座標系での BRDF 積分は、次式のように与えられる。

$$\int_{\Omega_{p_{ms}}} \tilde{f}_{p_m}(i_{p_{ms}}, r_{p_{ms}}) r_{p_{ms}z} dr_{p_{ms}} = \rho_m \mathbf{Gz}(\pi) i_{p_{ms}} + \frac{2}{3} \gamma_m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-13)$$

次にこの BRDF 積分を、太陽方向ベクトル i_s を入力とする基底関数で表現することを考える。この場合、一切の近似を行うことなく、次のような式で表現することができ、光学特性関数テンソル η_{msj} を求めることができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_{p_{ms}}} \tilde{f}_{p_m}(i_{p_{ms}}, r_{p_{ms}}) r_{p_{ms}z} dr_{p_{ms}} &= \eta_{msj} \vartheta_j(i_{p_{ms}}) \\ &= \begin{bmatrix} -\rho_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_m & \frac{2}{3}\gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p_{ms}x} \\ i_{p_{ms}y} \\ i_{p_{ms}z} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-14)$$

さらに、(4-14)式で定義した微小面ローカル座標系での基底関数 $\vartheta_j(i_{p_{ms}})$ をグローバル座標系に変換するための変換行列 Γ_{pjj} は、微小面ローカル座標から機体固定座標系への変換テンソル G_{psb}^T を用いてのよう求めることができる。

$$\Theta_{pjj} = \begin{bmatrix} 0 \\ G_{psb}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

よって、BRDF 積分は次のように求めることができる。

$$G_{psb} \eta_{m_{psj}} \Gamma_{pjj} \vartheta_j(i_b) = G_{psb} \begin{bmatrix} -\rho_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_m & \frac{2}{3}\gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{psb}^T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{bx} \\ i_{by} \\ i_{bz} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

このテンソル方程式を解き、さらに鏡面反射成分と拡散反射成分とで分けることで、次のように式変形することができる。

$$\begin{aligned} &G_{psb} \eta_{m_{psj}} \Gamma_{pjj} \vartheta_j(i_b) \\ &= -\rho_m \left(2 \begin{bmatrix} n_{p_m1}^2 & n_{p_m1} n_{p_m2} & n_{p_m1} n_{p_m3} \\ n_{p_m1} n_{p_m2} & n_{p_m2}^2 & n_{p_m2} n_{p_m3} \\ n_{p_m1} n_{p_m3} & n_{p_m2} n_{p_m3} & n_{p_m3}^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) i_b \\ &\quad + \frac{2}{3} \gamma_m n_{p_m b} \\ &= -\rho_m (2n_{p_m bb} - I_{bb}) i_b + \frac{2}{3} \gamma_m n_{p_m b} \end{aligned} \quad (4-17)$$

ここで、 $n_{p_m bb}$ や I_{bb} は対称なテンソルなので、どちらも区別なく b というインデックスを用いている。そして最終的に、太陽輻射圧モデルは次のように簡単化される。

$$F_x = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[T_{kb'} i_b + \left(\sum_{m=1}^M \frac{2}{3} \gamma_m U d_{mkb'b} \right) + \left(\sum_{m=1}^M \rho_m U S_{mkb'bb} \right) i_b \right] \varphi_k(i_b) i_{b'} \quad (4-18)$$

$$\Gamma_{kb'} = \sum_{p=1}^P A_p v_{pk} n_{pb'} = \sum_{p=1}^P \tau_{pkb'} \quad (4-19)$$

$$Ud_{mkb'b} \equiv \sum_{p_m} \tau_{p_m kb'} n_{p_m b} \quad (4-20)$$

$$US_{mkb'bb} \equiv \sum_{p_m} \tau_{p_m kb'} (2n_{p_m bb} - I_{bb}). \quad (4-21)$$

さらに、単純反射モデルを仮定したときの、太陽輻射圧によるトルクの式を求めると、次式のようなになる。

$$T_{\omega} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[W_{\omega bkb'} i_b + \left(\sum_{m=1}^M \frac{2}{3} \gamma_m Z d_{m\omega kb'} \right) + \left(\sum_{m=1}^M \rho_m Z S_{m\omega kb'b} \right) i_b \right] i_b' \varphi_k(i_b) - \bar{l}_{mb} F_b \quad (4-22)$$

$$W_{\omega bkb'} = \sum_{p=1}^P W_{pkmb'b},$$

$$Zd_{m\omega kb'} = \sum_{p_m} l_{p_m \omega b} \tau_{p_m kb'} n_{p_m b}, \quad (4-23)$$

$$ZS_{m\omega kb'b} = \sum_{p_m} l_{p_m \omega b} \tau_{p_m kb'} (2n_{p_m bb} - I_{bb}),$$

また、前節で述べた実数可視関数を近似表現し、かつ BRDF が単純反射モデルであった場合の太陽輻射圧による力、トルクはそれぞれ次のように表現することができる。

$$F_b = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[\tilde{T}_k i_b + \left(\sum_{m=1}^M \frac{2}{3} \gamma_m \tilde{U} d_{mkb} \right) + \left(\sum_{m=1}^M \rho_m \tilde{U} s_{mkbb} \right) i_b \right] \varphi_k(i_b) \quad (4-24)$$

$$\tilde{T}_k = \sum_{p=1}^P A_p \tilde{v}_{pk} = \sum_{p=1}^P \tilde{\tau}_{pk} \quad (4-25)$$

$$\tilde{U} d_{mkb} \equiv \sum_{p_m} \tilde{\tau}_{p_m k} n_{p_m b} \quad (4-26)$$

$$\tilde{U} s_{mkbb} \equiv \sum_{p_m} \tau_{p_m k} (2n_{p_m bb} - I_{bb}). \quad (4-27)$$

$$T_{\omega} = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[\tilde{U}_{\omega bk} i_b + \left(\sum_{q=1}^Q \frac{2}{3} \gamma_q \tilde{H} d_{qmk} \right) + \left(\sum_{q=1}^Q \rho_q \tilde{H} s_{qmkb} \right) i_b \right] \varphi_k(i_b) - \bar{l}_{mb} F_b \quad (4-28)$$

$$\tilde{W}_{\omega bk} = \sum_{p=1}^P u_{p\omega bk} \quad (4-29)$$

$$\tilde{Z} d_{m\omega k} = \sum_{p_m} l_{p_m \omega b} \tau_{p_m k} n_{p_m b} \quad (4-30)$$

$$\tilde{Z} s_{m\omega kb} = \sum_{p_m} l_{p_q \omega b} \tau_{p_m k} (2n_{p_m bb} - I_{bb}), \quad (4-31)$$

以上で、単純反射モデルを仮定したときの、太陽輻射圧モデルを求めることができた。この計算では、可視関数のみ近似されており、BRDF 積分には一切の近似が含まれていない。本論文の以降の議論では、この単純反射モデルを仮定したモデルを用いることとする。

4.3節 GSM の上位集合モデルであることの証明

提案手法と従来モデルの関係性を明確にするため、提案手法が GSM の上位集合モデルであることを証明する。GSM と提案モデルの違いは、GSM が陰影の効果を無視し、さらに単純な反射特性を仮定しているという部分である。この二つの大きな仮定の下、提案モデルを式変形した結果、GSM と同じ式が導かれることを証明する。GSM では、単純反射モデルを仮定していること、また式の単純さからここでは、前節で求めた「実数可視関数を近似表現し、かつ BRDF が単純反射モデルであった場合の太陽輻射圧による力」の式である(4-24)式をベースに証明を行う。

陰の効果を無視した場合、つまりバイナリ可視関数が常に 1 であると仮定した場合の実数可視関数 $\tilde{V}_p(i_b)$ は太陽方向ベクトル i_b と面法線ベクトル n_{pb} の内積として表すことができる。この場合、基底関数 $\varphi_k(i_b)$ とそれに関連する係数 \tilde{v}_{pk} は、一切の近似無しに次式のように求めることができる。

$$\tilde{V}_p(i_b) = \tilde{v}_{pk}\varphi_k = n_{pk}i_k. \quad (4-32)$$

ただし、 $k = 1,2,3$ で機体固定座標の X,Y,Z を示すが、テンソル積で交換則が成り立たない問題における混乱を避けるため、下付き文字 b とは明確に分けておく。

この可視関数の表現を用いることで、テンソルに関する(4-25)～(4-27)式は次のように変形できる。ただし、GSM では、面の物質を分けることを明確には示していないので、物質を表す下付き文字 q は面を表す下付き文字 p に全て置き換えている。また、鏡面反射に関するテンソルは GSM に合わせて分割している。

$$\tilde{T}_k = \sum_{p=1}^P A_p n_{pk} \quad (4-33)$$

$$\tilde{U}d_{kb} = \frac{2}{3} \sum_{p=1}^P \gamma_p A_p n_{pk} n_{pb} \quad (4-34)$$

$$\tilde{U}s_{kbb} = \sum_{p=1}^P \rho_p A_p n_{pk} (2n_{pbb} - I_{bb}) \quad (4-35)$$

$$= \sum_{p=1}^P 2\rho_p A_p n_{pkbb} - I_{bb} \sum_{p=1}^P \rho_p A_p n_{pk}$$

ここで、三階のテンソル n_{pkbb} は、法線 n_p の各成分を独立に掛けあわせて求めたものであり、GSM 内で定義されている \bar{n} と同じものである。また同様に、 $n_{pbb} = \bar{n}$ である。

このテンソルを用いて得られる太陽輻射圧は、GSM の式表現と合わせるように式変形を行うと、次のように変化させることができる。

$$\begin{aligned}
F_b &= -P_{\odot}(d_{S\odot})[\tilde{T}_k i_b + \tilde{U}d_{kb} + \tilde{U}S_{kbb}i_b]i_k \\
&= -P_{\odot}(d_{S\odot})[(\tilde{T}_k + \tilde{U}S_{kbb})i_b + \tilde{U}d_{kb}]i_k \\
&= -P_{\odot}(d_{S\odot})\left[\left(\sum_{p=1}^P A_p n_{pk} + \sum_{p=1}^P 2\rho_p A_p n_{pkbb} - I_{bb} \sum_{p=1}^P \rho_p A_p n_{pk}\right)i_b + \tilde{S}d_{kb}\right]i_k
\end{aligned} \tag{4-36}$$

$$\begin{aligned}
F_b &= -P_{\odot}(d_{S\odot})\left[\left(\sum_{p=1}^P A_p \frac{2}{3}\gamma_p n_{pkb}\right)i_k \right. \\
&\quad \left. + \left(2 \sum_{p=1}^P A_p \rho_p n_{pkbb} + I_{bb} \sum_{p=1}^P A_p (1 - \rho_p) n_{pk}\right)i_k i_b\right].
\end{aligned} \tag{4-37}$$

この式は、GSM の論文 [45]内で求められた式と等価なものである。これで、提案手法が GSM の上位集合モデルであることが証明できた。

4.4節 本章のまとめ

本章では、前章で導出した一般性の高い太陽輻射圧計算手法をベースに、近似する可視関数を変更することでテンソルの階数を減らす手法や、具体的な BRDF として単純反射モデルを選択し、それによってより単純な式を導出する手法を紹介した。さらに、陰ができない、単純反射モデルという仮定を置いた場合、提案手法から GSM の計算式を導出可能であることを示し、提案手法が GSM の上位集合モデルであることを証明した。

このように、提案手法は一般性が高く、かつ解析的なモデルであるため、このモデルをベースによりシンプルな亜系統モデルを簡単に導くことができる。特に、太陽輻射圧計算に対する BRDF の応用は、今後発展していく分野であり、単純モデルから複雑モデルまで同じように扱うことのできる提案モデルは、発展性を持っていると言える。

次章から、より実用的な議論に入っていくため、BRDF ではなく現在広くつかわれている単純反射モデルを前提として議論していく。

第5章 実用化に向けた要素研究

第3章で導出した精密太陽輻射圧モデルは、一般性が高く優れたモデルであるが、数式による理論的な表式となっており、すぐさま実用につながるものではない。実際の宇宙機設計、解析、運用で提案手法を利用するためには、いくつかの要素研究を行う必要がある。本章ではそのような実用化に向けた要素研究を、いくつかのシミュレーション実験を含めて行う。1つ目は、これまで「任意の基底関数」として曖昧に表現していた可視関数を近似する基底関数に対し、具体的な関数を適用し、どの関数が近似に適しているかについて議論する。2つ目は、可視関数の事前計算の具体的なアルゴリズムについて述べる。この事前計算では、大量の微小面に対する光線の衝突判定を機体固定座標系全球で実行する必要があり、通常アルゴリズムでは時間がかかりすぎ、事前計算といっても実用的でなくなるため、計算の高速化手法について議論する。最後に、モデル補正のための光学特性推定の定式化について述べる。

5.1節 可視関数近似のための基底関数

提案手法を用いて、三次元宇宙機モデルに加わる太陽輻射圧を計算するためには、可視関数を近似するための基底関数として、機体固定座標三次元空間 \mathbb{R}^3 上に定義される単位球面 S^2 で定義される球面関数を用いる必要がある。球面で定義される基底関数は、PRTでも利用されるため、CG分野で多くの研究がなされている [59]・[60]・[61]・[62]・[75]。また、地球物理分野 [76]でも地球重力ポテンシャルや地球磁場ポテンシャルを表現するために球面基底関数が使われる。

本節では、有名かつ、対極的なアプローチである2つの球面関数、球面調和関数と球面 Haar ウェーブレットを可視関数の近似に適用し、どちらがより可視関数の近似に適しているか比較する。球面調和関数は、連続でグローバルサポートな関数群で定義されており、連続関数の近似に適している。本研究におけるグローバルサポートとは、1つの係数変化が球面全体に影響することを指している。これにより、球面全体の変動を少ない係数で表現できる可能性があるが、出力計算のために全ての係数を求める必要があるという特徴を持つ。一方、球面 Haar ウェーブレットは非連続でコンパクトサポートな関数群で定義されており、多重解像度解析と完全再構成という特性を持つものである。本研究におけるコンパクトサポートとは、1つの係数変化が特定の領域のみに影響することを指している。これにより、球面全体を隈なく表現するためには多くの係数が必要となるが、出力計算のために必要な係数が限られ、計算時間が向上する可能性がある。他にも、球面調和関数は周波数領域への変換、球面 Haar ウェーブレットは空間領域への変換ととらえることもできる。これらの基底関数の特徴が、近似精度・計算速度・近似に必要なメモリ容量につながる。

本節ではまず、球面調和関数と球面ウェーブレットの式を述べ、その後、それぞれの基底関数を使って可視関数を近似し、その近似効率を評価する。

5.1.1項 球面調和関数

球面調和関数は，単位球面 S^2 上で定義される基底関数であり，単位1次元円上で定義されるフーリエ級数を拡張したものである．球面上の成分 $\mathbf{d} \in S^2$ は，方位角 $\phi \in [0, 2\pi)$ と極角 $\theta \in [0, \pi]$ を用いて次のように方向ベクトルとして定義される．

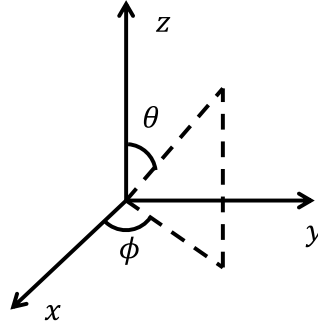


図 5-1. 球座標の定義

$$\xi = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

この成分 ξ を用いて，球面調和関数 $Y_{\zeta\kappa}: S^2 \rightarrow \mathbb{C}$ は次式で定義される．

$$Y_{\zeta\kappa}(\xi) = \sqrt{\frac{2\zeta + 1}{4\pi} \frac{(\zeta - \kappa)!}{(\zeta + \kappa)!}} \mathcal{P}_{\zeta}^{\kappa}(\cos \theta) \exp(i\kappa\phi) \quad (5-2)$$

ここで， $\zeta \in \mathbb{N}$ は球面調和関数の次数であり， $\kappa \in \mathbb{N}$ は帯数である．また， $|\kappa| < \zeta$ を満たす． $\mathcal{P}_{\zeta}^{\kappa}(x)$ はルジャンドル倍関数であり，次式で定義される．例として，図 5-2 に $\zeta = 0$ から3までの球面調和関数を表す．

$$\mathcal{P}_{\zeta}^{\kappa}(x) = \frac{(-1)^{\kappa} (1-x^2)^{\frac{\kappa}{2}}}{2^{\zeta} \cdot \zeta!} \frac{d^{\zeta+\kappa}}{dx^{\zeta+\kappa}} (x^2 - 1)^{\zeta} \quad (5-3)$$

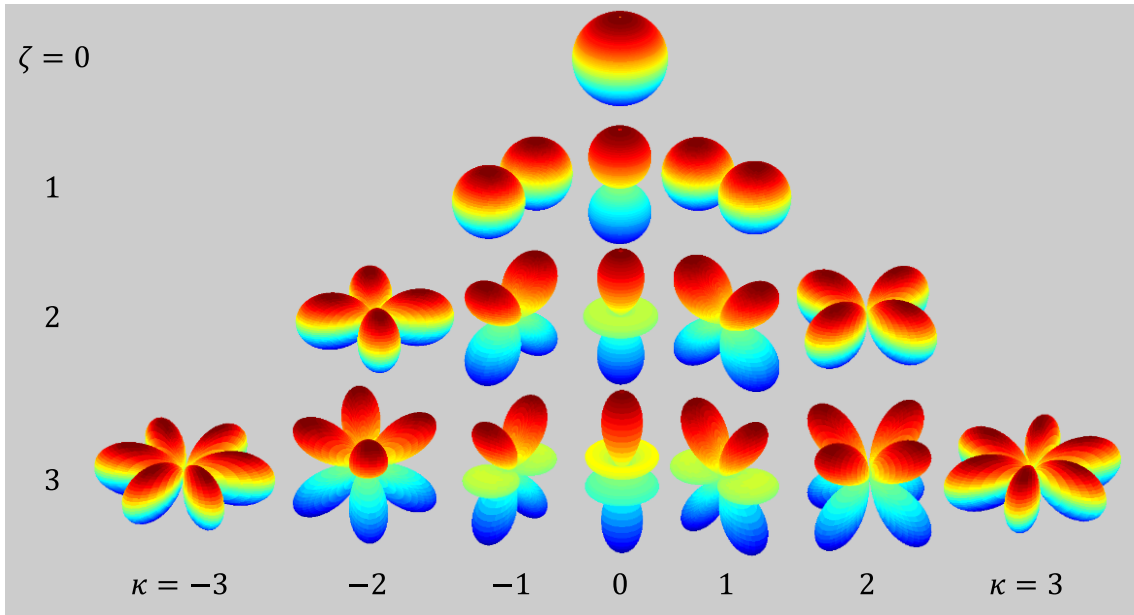


図 5-2. 球面調和関数の例

球面調和関数を用いて、任意の球面上の実数関数 $B: \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ を係数 $a_{\zeta\kappa}$, $b_{\zeta\kappa}$ で展開することができ、次式のようにあらわすことができる。

$$B \approx \sum_{\zeta \in \mathbb{N}} \left[a_{\zeta 0} \text{Re}(Y_{\zeta 0}) + \sqrt{2} \sum_{\kappa=1}^{\zeta} \left(a_{\zeta\kappa} \text{Re}(Y_{\zeta\kappa}) + b_{\zeta\kappa} \text{Im}(Y_{\zeta\kappa}) \right) \right]. \quad (5-4)$$

この時の近似係数は次のように求めることができる。これが、球面調和関数による近似である。

$$\begin{aligned} a_{\zeta\kappa} &= \sqrt{2} \int_{\xi \in \mathbb{S}^2} B(\xi) \text{Re}(Y_{\zeta\kappa}) d\xi, \\ b_{\zeta\kappa} &= \sqrt{2} \int_{\xi \in \mathbb{S}^2} B(\xi) \text{Im}(Y_{\zeta\kappa}) d\xi. \end{aligned} \quad (5-5)$$

近似する球面調和関数の次数が、 ζ であるとき、近似に必要な係数の数 K は次式で与えられる。

$$K = (\zeta + 1)^2. \quad (5-6)$$

本研究では、(5-5) 式にあるような球面上での積分は、ガウス求積法 [77] を用いて数値積分している。本研究のガウス求積法では、仰角 $\theta \in [0, \pi]$ を 80 ノードに分けており、各ノードにルジャンドル多項式で求めた重み係数を設定している。積分時には、微小ノードごとにこの重み係数をかけながら積分を行っていく。また、方位角 $\phi \in [0, 2\pi)$ は 90 ノードに分割し、通常の数値積分を行っている。近似する際の可視関数はこのノード毎にサンプルしている。つまり、 $80 \times 90 = 7200$ 点のサンプリングデータを使い、球面調和関数による展開を行っている。

5.1.2項 球面 Haar ウェーブレット

ウェーブレット解析はフーリエ解析を拡張した解析手法であり，三角関数の代わりに小さくコンパクトな波を基底関数として用いるものである [78]， [79]．この小さな波を使うことで，多重解像度解析を行うことができ，高周波信号に対する効率的な近似を行うことができる．多くのウェーブレット関数は，無限領域である実線 \mathbb{R} もしくは二次元実空間 \mathbb{R}^2 上で定義されているが，提案手法に用いるためには，有限領域である単位球面 \mathbb{S}^2 上で定義されたものを用いる必要がある．本研究では，有限領域で構築されたウェーブレットとして，Schröder [75]によって提案された球面 Haar ウェーブレットを用いる．

球面 Haar ウェーブレットは，図 5-3 に示すような正二十面体をベースとした測地球を使って定義される．正二十面体は二十個の正三角形で構成されており，各正三角形は新たに 4 つの小さな正三角形に分割することができる．この分割は何度も行うことができ，この分割回数 l を球面 Haar ウェーブレットのレベルと呼ぶ．ただし， $l = 0$ は正二十面体を表す．このように，単位球面を空間的に離散分割した関数を用いて構成されているので，球面 Haar ウェーブレット解析は標本化誤差を持つことになる．各分割三角形のインデックスを $k = 1, 2, \dots, K$ と定義すると，係数の総数 K は次式で表される．

$$K = 20 \times 4^l. \quad (5-7)$$

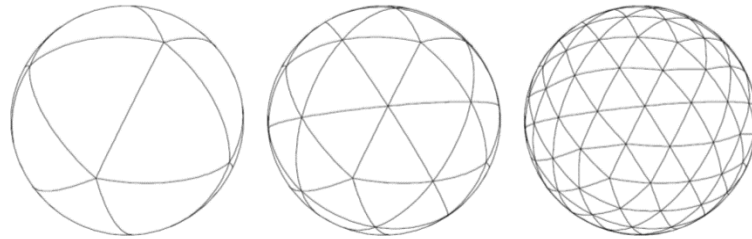


図 5-3. 測地球 [75]

球面 Haar ウェーブレットの多重解像度解析は，レベル 0 に相当する最大正三角形毎に実行され，レベル 0 の最大正三角形の間には相互関係はない．球面 Haar ウェーブレットに対するレベル l から $l-1$ への分解アルゴリズムは次式で表される．

$$\mu_{l-1} = \frac{1}{4} \sum_{\beta=1}^4 \mu_{l,\beta} \quad (5-8)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{l-1,1} \\ \epsilon_{l-1,2} \\ \epsilon_{l-1,3} \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{l,1} \\ c_{l,2} \\ c_{l,3} \\ c_{l,4} \end{bmatrix},$$

ここで， μ_l は 4 つの分割正三角形の平均値を表しており， $\epsilon_{l-1,1}$ ， $\epsilon_{l-1,2}$ ， $\epsilon_{l-1,3}$ はウェーブレット解析の詳細と呼ばれ，平均からの誤差を表す．逆に，レベル $l-1$ から l への再構成は次式のようにあらわすことができる．分解と再構成の概要を図 5-4 に示す．

$$\begin{bmatrix} \mu_{l,1} \\ \mu_{l,2} \\ \mu_{l,3} \\ \mu_{l,4} \end{bmatrix} = \mu_{l-1} + \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 & -1 \\ -1 & 5 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \epsilon_{l-1,1} \\ \epsilon_{l-1,2} \\ \epsilon_{l-1,3} \end{bmatrix} \quad (5-9)$$

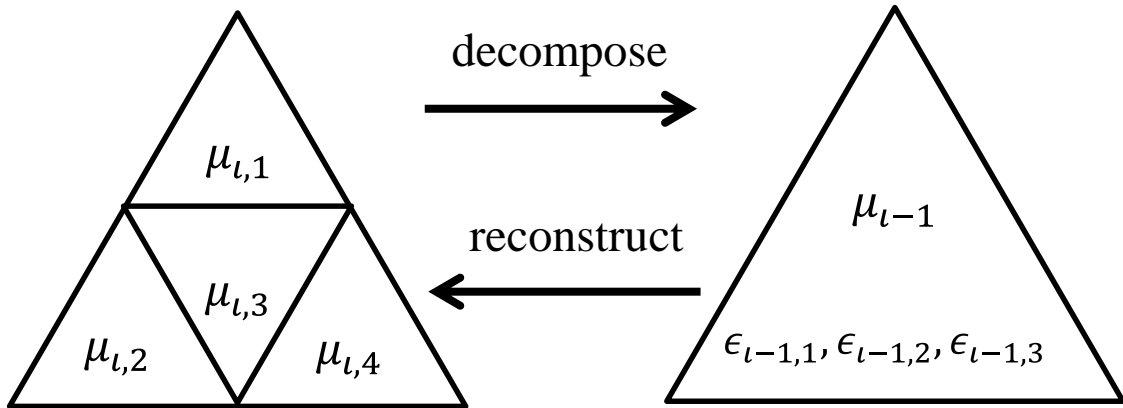


図 5-4. Spherical Haar Wavelet における分解と再構築の関係

ウェーブレット解析のレベルが X の場合，レベル X の平均データ c_X はサンプルデータの観測値そのままが用いられる．つまり，必要最低限のサンプル数は， 20×4^X ということになる．もし，サンプル数が 20×4^X 以上の場合，各最小三角形で平均を取って， c_X を求める．サンプルデータと等しいレベル X の係数 c_X は，レベル0まで繰り返し分解されていきウェーブレット係数 c_l ， $\epsilon_{l-1,1}$ ， $\epsilon_{l-1,2}$ ， $\epsilon_{l-1,3}$ が求められていく．

ウェーブレット解析では，再構成と分解の前後で，係数の数つまり情報量が変わらない．これにより，ウェーブレット解析はサンプルデータを完全に再構成することができる．データ圧縮を行いたい場合，小さな値になっている詳細係数 ϵ を0とすることで，スパースなデータとして扱い，データ数を削減することができる．これがウェーブレット解析における圧縮ということになる．本研究では，レベル $X = 4$ とし，5120個のサンプルデータを用いて球面 Haar ウェーブレット展開を行う．可視関数をサンプルする太陽方向ベクトルは，各最小正三角形の中心として与えている．

球面 Haar ウェーブレットの利点の一つは，その単純さと再構成アルゴリズムの速さである．方向ベクトルが与えられたとき，再構成のために全ての係数を使う必要がないため，高速な計算が可能となる．まず，与えられた方向ベクトルが，20個のレベル0三角形の内，どの三角形に含まれるかを求める．その後は，次のレベルの4個の三角形の内，どの三角形に含まれるかを調べていき，最終レベルまでそれを繰り返しながらその部分のみ再構成を行うことで，特定方向の近似値を求めることができる．この方向探索アルゴリズムにより，たった $4X + 1$ ステップで再構成を行うことができるようになる．

5.1.3項 可視関数近似に関する数値的評価

本項では、バイナリ可視関数 V_p と実数可視関数 \tilde{V}_p の近似例を紹介し、球面調和関数と球面 Haar ウェーブレットの圧縮効率について比較する。圧縮効率は近似精度と係数の数から決まるもので、同じ近似精度の近似がある場合、より係数の数が少ない近似の方が圧縮効率は良いとする。圧縮効率を評価するため、近似の最大誤差と平均誤差、非零係数の数を計測してまとめた。最初の例として、図 5-5 に示すような陰が落ちていない面のバイナリ可視関数と実数可視関数の近似を考える。図 5-5 では、面法線方向が Z 軸方向となっている。二つ目の例としては、図 5-6 に示すような影が落ちている面を考える。

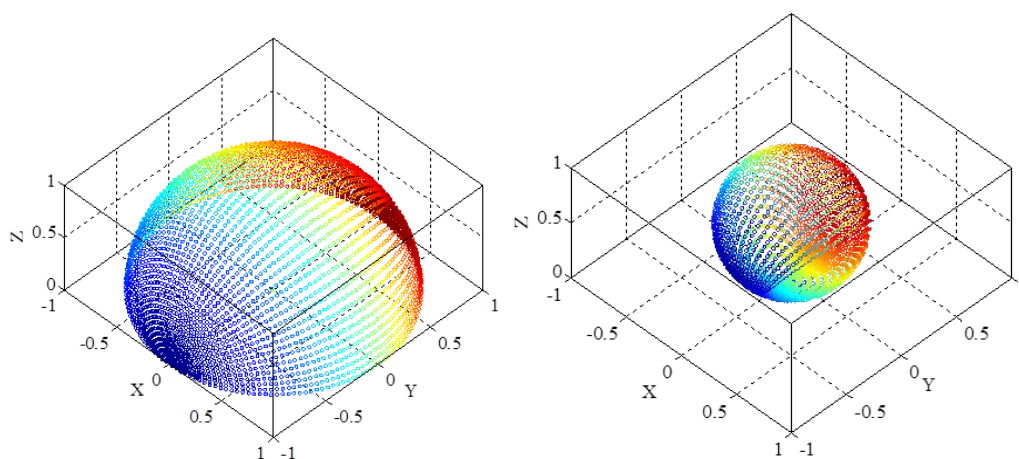


図 5-5. 陰の落ちていない面の可視関数(左)と入射光伝達関数(右) [72]

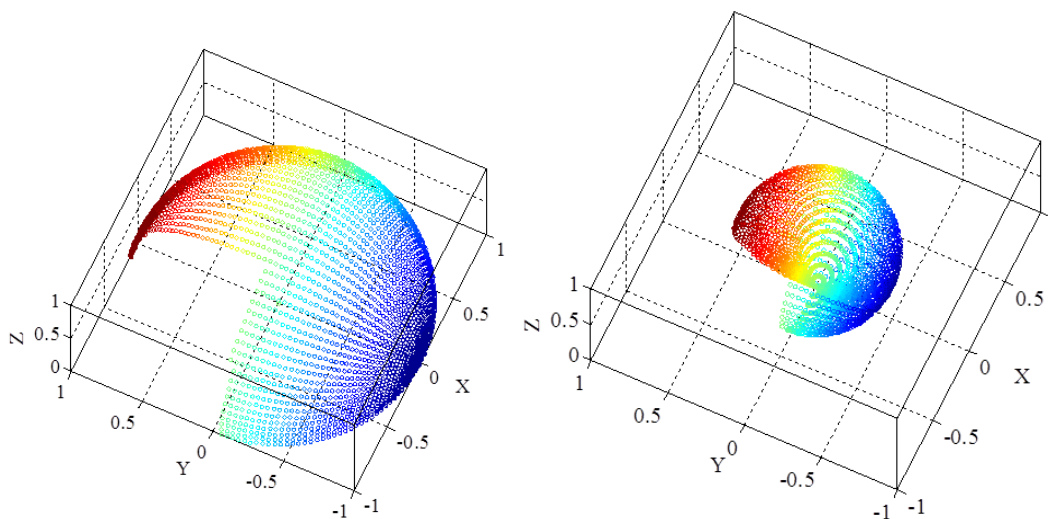


図 5-6. 陰の落ちている面の可視関数(左)と入射光伝達関数(右) [72]

近似結果を表 5-1 と表 5-2 にまとめる。ここで、球面 Haar ウェーブレットは絶対値 0.03 以下の係数を 0 とし、圧縮している。球面調和関数による近似では、実数可視関数 \tilde{V}_p の近似の方がバイナリ可視関数 V_p の近似よりも効率が良いことがわかる。つまり、 \tilde{V}_p の近似はより少ない係数でより精度よく近似できているということである。対照的に、球面 Haar ウェー

ブレットによる近似では、バイナリ可視関数 V_p の近似の方が実数可視関数 \tilde{V}_p の近似よりも効率が良く、 V_p を近似するときの係数の数が \tilde{V}_p の係数の数よりも少ないことがわかる。

表 5-1. 陰の落ちていない面の近似結果

	球面調和関数				Lv.4 球面 Haar ウェーブレット			
	$\zeta = 9$		$\zeta = 50$		無圧縮		圧縮	
	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V
非零係数数	16	26	357	648	2652	192	1078	188
誤差平均値	0.008	0.106	0.001	0.034	0.000	0.000	0.008	0.002
誤差最大値	0.034	0.504	0.007	0.484	0.000	0.000	0.069	0.017

表 5-2. 陰の落ちている面の近似結果

	球面調和関数				Lv.4 球面 Haar ウェーブレット			
	$\zeta = 9$		$\zeta = 50$		無圧縮		圧縮	
	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V	\tilde{V}	V
非零係数数	100	100	2595	2524	2166	312	916	305
誤差平均値	0.023	0.114	0.006	0.036	0.000	0.000	0.007	0.003
誤差最大値	0.644	0.717	0.227	0.570	0.000	0.000	0.069	0.039

つまり、実数可視関数は球面調和関数で近似した方が良く、バイナリ可視関数は球面 Haar ウェーブレットで近似したほうが良いということになる。これは、バイナリ可視関数の離散性及び実数可視関数の連続性と、球面 Haar ウェーブレットの離散性及び球面調和関数の連続性を考えると、当然の結果と言える。よって、以降の議論では、実数可視関数を用いる場合は近似関数として球面調和関数を選択し、バイナリ可視関数を用いる場合は球面 Haar ウェーブレットを選択することとする。

本数値実験では、圧縮を行わない球面 Haar ウェーブレットはサンプルデータを完全に再構成できており、誤差が 0 だということがわかる。これが球面 Haar ウェーブレットの利点であるが、サンプル点以外のデータに関しては標本化誤差・離散化誤差をもつことに注意しなければならない。本項では、一つの面のバイナリ可視関数と実数可視関数の近似について議論したが、実際の提案手法では、ここで近似した係数を、宇宙機を構成する多くの面に対して足し合わせる必要がある。この総和演算によって、近似の効率は変化する可能性がある。特に、球面 Haar ウェーブレットでは、面の法線方向によって、非零係数のインデックスが変わるため、様々な方向を向く面の情報を足し合わせることで、非零係数の数が増えていき、係数の数が増えることがある。バイナリ可視関数と球面 Haar ウェーブレットという組み合わせと、実数可視関数と球面調和関数という二種の組み合わせの内、どちらがより具体的な太陽輻射圧計算で有効であるかは、第 6 章の数値計算で比較する。

5.2節 形状テンソルを求めるための高速並列アルゴリズム開発

提案手法を実用的に利用するため、宇宙機の複雑な形状モデルから、形状に関するテンソルを生成する必要がある。テンソルを生成するためには、次のような手順が必要となる。

- ① 宇宙機の各面の可視関数の計算
- ② 宇宙機の各面の可視関数を近似し、近似係数を求める
- ③ 近似係数テンソルと法線方向、面積、面の位置などから、形状に関するテンソルを生成する

①の計算では、可視関数を求めるために、宇宙機を取り囲む全球のあらゆる方向から太陽光を入射させ、各面にどのように陰影ができるかを調べる必要がある。この時、宇宙機を構成するポリゴン数を P 、可視関数近似に必要なデータサンプル数を N とすると、①の可視関数計算は、 $O(NP^2)$ という計算量を持ち、通常の計算では膨大な計算時間が必要となる。この計算コストの大きな計算を、事前計算し実計算フェーズでは計算コストが小さいというのが、提案手法の利点であるが、事前計算においても数週間という計算時間がかかってしまうと、実用的でなくなってしまう。よって、本研究では、可視関数計算に関する高速アルゴリズムを開発し、その計算時間の比較した。本節では開発したアルゴリズムの概要と計算速度の比較結果を述べる。

5.2.1項 アルゴリズムの概要

図 5-7 に開発した高速並列アルゴリズムの概要を示す。実線四角はアルゴリズムの関数を表し，破線はアルゴリズム内で使われるデータを表している。一点鎖線の左側は C++ ベースで開発されており，さらに GPGPU (General-Purpose computing on Graphics Processing Units) を使うために CUDA ツール [80], [81], [82] を利用している。一点鎖線の右側は，Matlab を用いたプログラムで構成されており，CPU で実行される。

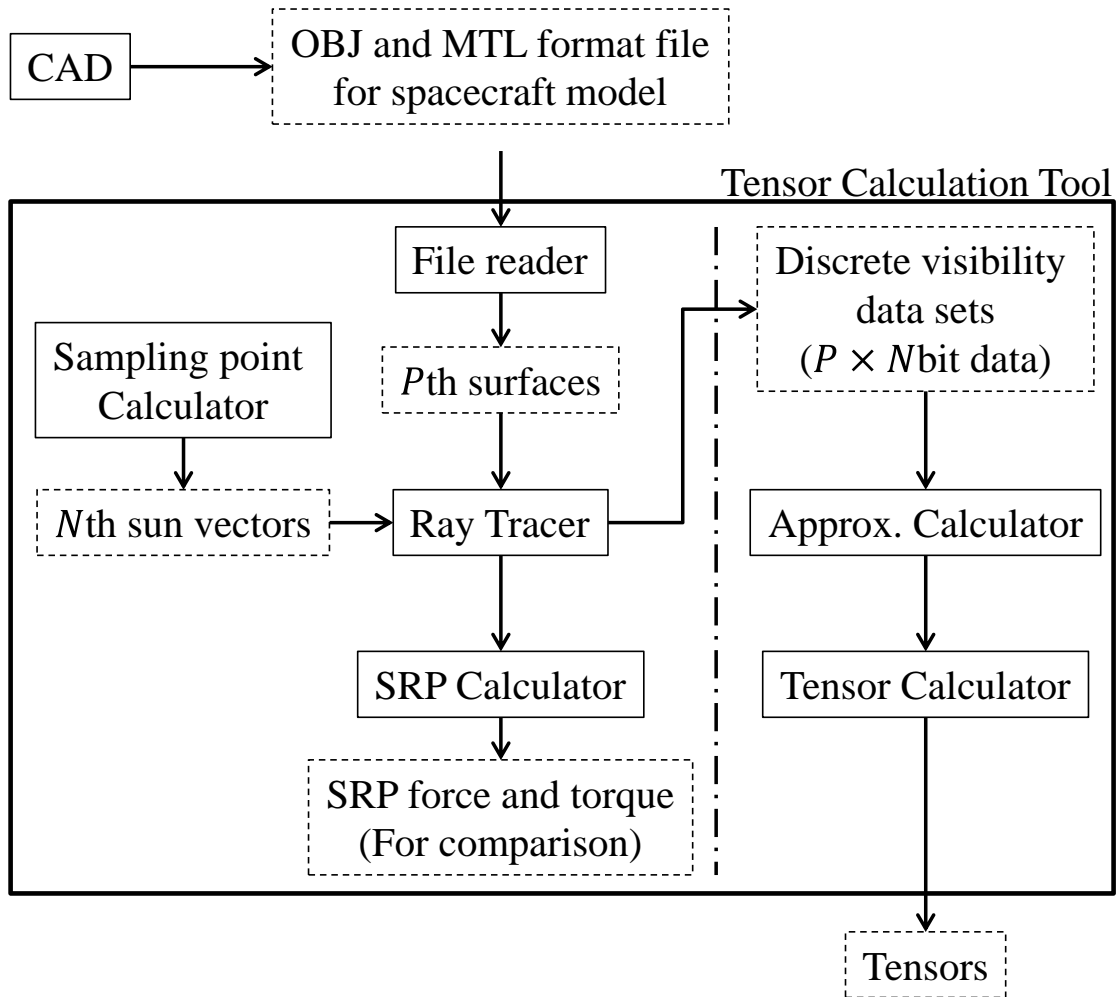


図 5-7. テンソル生成ツールの概要

宇宙機モデルの入力フォーマットとしては，Wavefont 社が開発した OBJ フォーマットと物質光学特性を表す MTL ファイルを組み合わせる。このフォーマットは CG 分野で広くつかわれており，多くの三次元モデリングツールでは OBJ フォーマットへのエクスポートが可能となっている。MTL ファイルで定義される物質情報は，RGB の鏡面反射率と拡散反射率を表しているが，これは太陽輻射圧計算で用いる光学特性とは異なる。そこで，本アルゴリズムでは，赤を表す R の値のみを使い，R の鏡面反射率を ρ ，R の拡散反射

率を γ と定義する。ただし、実際に出力されるテンソルには、MTL ファイル上の値は使われない。このテンソル生成ツールで重要なのは、どの微小面がどの物質で構成されているかという情報のみである。

入力された幾何学データは、まず、ファイル読み込み関数によって、 P 個の面に変換される。テンソルを生成するために、サンプルデータとして、様々な太陽方向での可視関数を計算する必要がある。よって、幾何学データの入力とは別に、**Sampling point Calculator**でサンプル点を生成している。そのサンプル点(太陽方向)は利用する基底関数によって変えており、球面調和関数では、 $N = 90 \times 80 = 7200$ 点、球面 Haar ウェーブレットでは、 $N = 20 \times 4^4 = 5120$ 点の太陽方向が生成されている。

上記面情報と太陽方向情報はレイトレーサーに入力され、レイトレーサーで各面の幾何的位置関係と太陽方向から各面の可視関数を計算する。このレイトレーサーで行う、可視関数計算の概要を図 5-8 に示す。この図では、single CPU 演算を想定し、for 文でアルゴリズムを表現している。このように可視関数計算は、三重のループが必要となり、しかもポリゴン数 NUM_P は 20 万~50 万ポリゴン程度、太陽方向数 NUM_RAY は 7000 程度となるので、総ループ回数 $3 \times 10^{14} \sim 2 \times 10^{15}$ という超高負荷計算となっている。そこで、この三重ループを、GPGPU 技術を使い図 5-9 に示すような三次元構造で並列化させ、高速化を図っている。

- for (int i_ray=0;i_ray<NUM_RAY;i_ray++)
 - for (int i_p=0;i_p<NUM_P;i_p++)
 - for (int j_p=0;j_p<NUM_P;j_p++)
 - 太陽方向i_rayのとき、ポリゴンi_pがポリゴンj_pに陰を作られるかどうか判定する
 - End
 - 全ての面に対し、陰が作られなかったら、i_rayにおけるバイナリ可視関数を1に設定
 - それ以外なら0に設定
 - end
- end

図 5-8. Single CPU 演算の場合のバイナリ可視関数計算

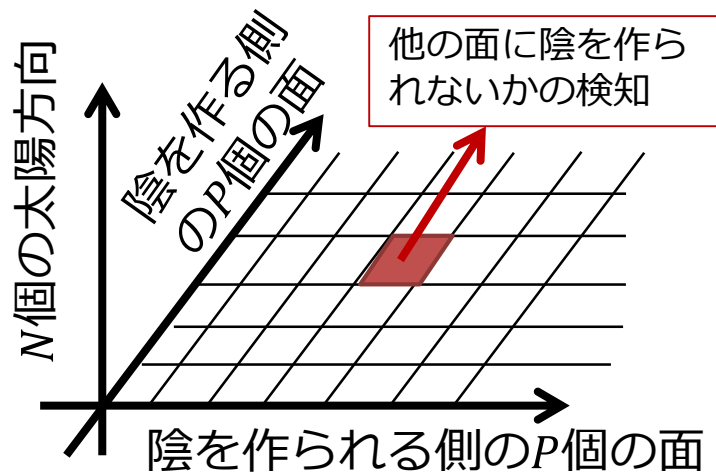


図 5-9. GPGPU での並列演算の場合のバイナリ可視関数計算

並列化された個々の、光線衝突判アルゴリズムでは、まずその面が、与えられた太陽方向を向いているかどうか判定される。つまり、太陽方向ベクトルと法線方向ベクトルの内積が正か負かを調べ、負である場合は、バイナリ可視関数は 0 に設定される。次に、内積が正であった面の中心から、与えられた太陽方向に光線を出し、そのレイが他の面と交差するか否かを、全ての面に対して調べる。一つでも交差する面があった場合、光線を出した面は陰になっているということになり、バイナリ可視関数に 0 がセットされる。全ての面を調べた後でも交差する面がなかった場合、バイナリ可視関数は 1 となる。

この検出アルゴリズムは、太陽方向のピクセル列を用いる Ziebart のピクセルレイ法とは異なるものである。Ziebart の計算手法に比べ、入力すべき宇宙機形状モデルをより多くの微小面に分割する必要がある、忠実度の高いモデルを用いる場合は、より大きなメモリを必要とするという欠点を持つ。しかし、このアルゴリズムでは、単純な形状モデルであれば高速に可視関数を計算でき、また、陰の全くできない面に対してはエイリアシング無しで完全に太陽輻射圧を計算できるという利点も持つ。ピクセルレイ法では、例えば陰の無い面や単純な形状であっても、計算コストと計算精度はいつもピクセルの細かさに依存している。

最終的に、レイトレーサーは、各面の可視関数を $P \times N$ 個のバイナリデータセットとして出力する。このバイナリデータセットは近似計算機へと入力され、球面調和関数もしくは球面 Haar ウェーブレットを用いた近似が行われる。球面調和関数を用いる場合、可視関数から入射光伝達関数が計算され、それが近似される。球面 Haar ウェーブレットを用いる場合は可視関数を直接近似する。近似の後、近似係数はテンソル計算機に入力され、テンソルが生成される。そして、このテンソルを用いることで、ユーザーは太陽輻射圧の計算や光学特性推定を行うことができる。開発したアルゴリズムでは、テンソルの計算と合わせて、太陽輻射圧を直接計算することもできる。これにより、テンソルを用いた演算との精

度比較などが可能となる。

図 5-10 に、開発したアルゴリズムの計算結果の例を示す。開発したツールでは、入力した 3D CG モデルを表示し、さらに可視関数計算を行ったのちに特定の太陽方向で陰になっていない面のみ表示するというユーザーインターフェースを持つ。これにより、可視関数計算の確認を視覚的に行うこともできる。

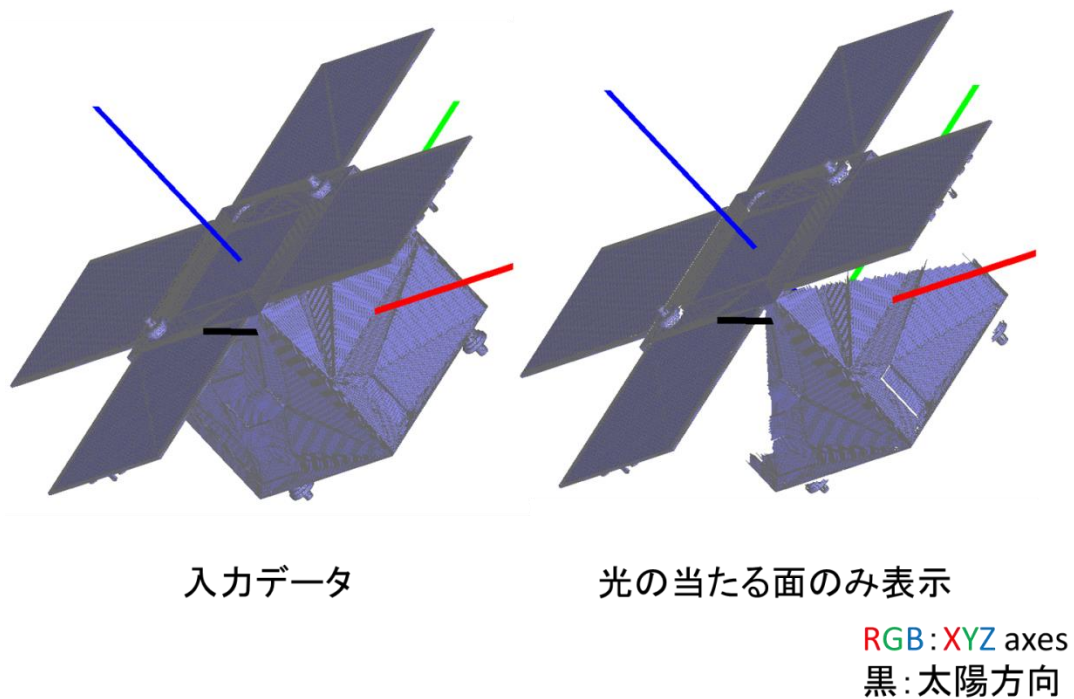


図 5-10. バイナリ可視関数の計算例

5.2.2項 計算コストの比較

ここで、シングル CPU, マルチ CPU(OpenMP [83]で並列化, 12 コア), Quadro K2000 GPU(384 CUDA core), Quadro K6000 GPU(2880 CUDA core)の 4 種の計算機を使った時の SRP 計算コストを比較する. 表 5-3 は一つの太陽方向に対しての計算時間をまとめている. Quadro K6000 GPU を使った場合の計算速度は, シングル CPU 度比較して 50 倍近く加速されている.

表 5-3. 一つの太陽方向に対する太陽輻射圧計算時間 (単位: 秒)

ポリゴン数	CPU	Multi-CPU	GPU	
			Quadro K2000	Quadro K6000
41,428	5.66	2.79	1.37	0.11
951,660	5113	1342	647	80

図 5-11. は, 提案手法で必要な, 可視関数の事前計算にかかった時間をまとめている. この計算では, 7200 太陽方向に対して演算が行われており, 使った GPU は GeForce1070 となっている. シングル CPU やマルチ CPU での演算は, 計算時間が長すぎ, 実用的な詳細宇宙機モデルで必要とされる 20 万~30 万ポリゴンの可視関数計算を行うためには 1 週間以上の時間がかかってしまう. これは例え事前計算といっても実用的ではなく, 高速演算が必要となる. GPGPU 計算では, 実用的な衛星モデルであっても半日程度で演算が終わっており, 十分実用的な範囲まで加速できたと言える.

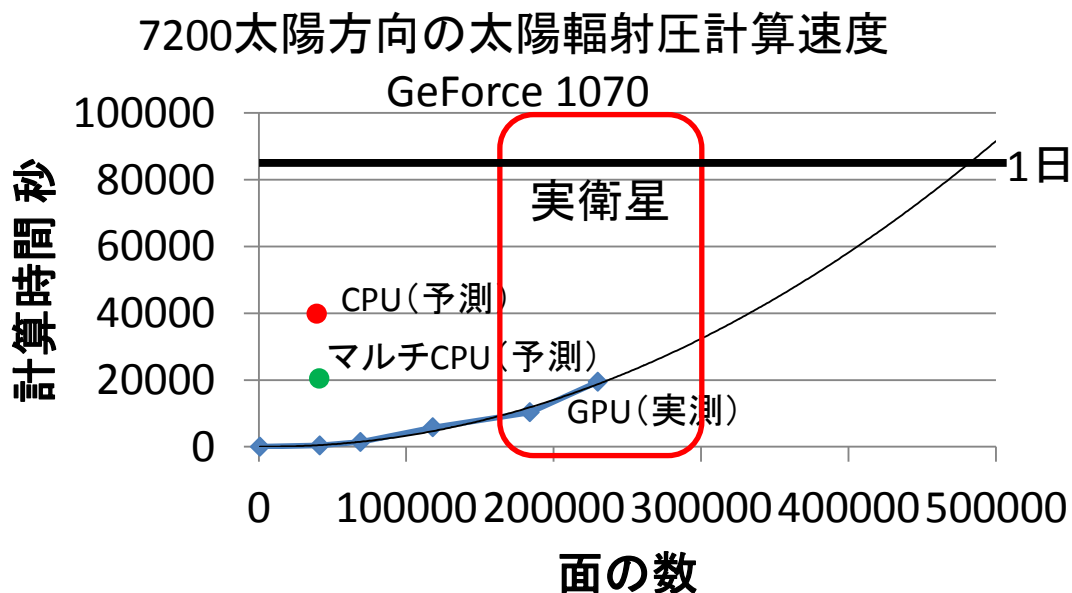


図 5-11. 事前可視関数計算の計算時間の比較(GeForce 1070 GPU: 1920 CUDA cores)

このように、本研究で開発したアルゴリズムでは、実用化に向けて汎用的な入力データフォーマットを持っており、さらに GPGPU による並列計算によって実用的な計算時間まで加速させることができている。これによって、あらゆる宇宙機に対して、太陽輻射圧計算のための形状テンソルを実用的な事前計算時間内に求めることができるようになった。3, 4 章までで述べてきた理論的な議論のみならず、実用化のための計算アルゴリズム開発も本研究の大きな成果の一つと言える。

5.3節 光学特性推定

本章の最後として、光学特性推定について議論する。3.7節で述べたように本研究の提案手法では、宇宙機形状情報、物質光学特性情報、太陽情報を要素分解して表現している。つまり、この3つの情報の内のいずれか2つが固定された場合、残り1つの情報を推定することができるということになる。太陽に関する情報である、太陽方向や太陽距離、太陽活動に関する太陽放射照度については、宇宙機の軌道・姿勢によって頻繁に変わるものである。よって、推定パラメータではなく、可変入力値と考えるのが適切である。また、宇宙機搭載センサ、軌道決定、別の衛星による観測データなどを用いることで、高精度に得ることができるものであるため、与えられる入力値は正確なものとして取り扱うことにする。残り2つの情報のうち、どちらを固定値として扱うかは一長一短あるが、一般に、宇宙機形状を表す情報は膨大な情報量を持ち、それゆえ計算コストを増大につながり、細かい情報推定は難しい。提案手法でも、形状に関する情報はテンソルの和として圧縮して表現されているため、精密な形状情報を推定することはできない。一方、物質光学特性が持つ情報量は比較的少なく、単純反射モデルであれば鏡面反射係数 ρ と拡散反射係数 γ のみであるため、推定することが可能である。また、光学特性の地上測定誤差は大きく、しわのつき方によっても変わってしまう。また、宇宙環境劣化によって、変化していくものでもある。以上の点から、本研究では光学特性の推定に着目し、そのための定式化を行った。形状情報の推定に関しては、将来の研究課題とする。

光学特性を推定するためには、何かしら具体的な BRDF モデルを定義する必要があり、しかもそのモデルが何かしらのパラメータを持つ必要がある。また、そのパラメータの持つ意味が物理的であれば、推定時に制約をかけることができ、推定後に値の正しさを判断することができる。そのような物理パラメータを持つ BRDF について、CG 分野での研究例はあるものの、太陽輻射圧計算に関してはまだ一般的でない。そのため、ここでは、太陽輻射圧計算で広くつかわれている単純反射モデルでの光学特性を議論する。

5.3.1項 太陽輻射圧を直接得られた場合の正規方程式の導出

まず，簡単な例として，太陽輻射圧による力が直接得られた場合の，光学特性推定のための正規方程式を導く．現実の宇宙機ミッションで，力や加速度を直接観測することは難しいが，この仮定の下で正規方程式を導出することで，光学特性推定が原理的に可能であるということを示す．

一度の観測 o における太陽輻射圧の式を考える．機体固定座標系での太陽方向ベクトルが $i_b(o)$ の時に観測された宇宙機に加わる力を $F_b(i_b(o))$ と置く．すると，太陽輻射圧の式は次のようになる．

$$F_x(i_b(o)) = -P_{\odot}(d_{S\odot}) \left[T_{kb'} i_b(o) + \left(\sum_{m=1}^M \frac{2}{3} \gamma_m U d_{mkb'b} \right) + \left(\sum_{m=1}^M \rho_m U S_{mkb'bb} \right) i_b(o) \right] \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) \quad (5-10)$$

ここから，式変形を行うことで，次のように光学特性 γ_m ， ρ_m に対する線形の式を導くことができる．

$$-\frac{F_b(i_b(o))}{P_{\odot}(d_{S\odot})} - T_{kb'} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) i_b(o) = [U d_{mkb'b} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) \quad U S_{mkb'bb} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) i_b(o) \quad \cdots] \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \rho_1 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

依って， $o = 1 \sim O$ の観測値が得られたとき，次のような線形最小二乗法の正規方程式を求めることができる．

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{A} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} &= [\tilde{F}(i_b(1)) \quad \cdots \quad \tilde{F}(i_b(o)) \quad \cdots \quad \tilde{F}(i_b(O))]^T, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} D_b(i_b(1), 1) & S_b(i_b(1), 1) & \cdots & S_b(i_b(1), M) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{2}{3} D_b(i_b(o), 1) & S_b(i_b(o), 1) & \cdots & S_b(i_b(o), M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{2}{3} D_b(i_b(O), 1) & S_b(i_b(O), 1) & \cdots & S_b(i_b(O), M) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5-12)$$

$$\mathbf{x} = [\gamma_1 \quad \rho_1 \quad \cdots \quad \rho_M]^T,$$

ただし， $\tilde{F}(i_b(o))$ ， $D_b(i_b(o), m)$ ， $S_b(i_b(o), m)$ は次式のように定義する．

$$\tilde{F}(i_b(o)) = -\frac{F_b(i_b(o))}{E(r_{S\odot})} - T_{kb'} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) i_b(o) \quad (5-13)$$

$$D_b(i_b(o), m) = U d_{mkb'b} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) \quad (5-14)$$

$$S_b(i_b(o), m) = U S_{mkb'bb} \varphi_k(i_b(o)) i_{b'}(o) i_b(o) \quad (5-15)$$

この正規方程式は，行列 \mathbf{A} が正則であったならば解くことができ，光学特性パラメータ \mathbf{x} は次式のように行列 \mathbf{A} の疑似逆行列を用い，計算できる．

$$\mathbf{x} = (\mathcal{A}^T \mathcal{A})^{-1} \mathcal{A}^T \mathbf{y} \quad (5-16)$$

行列 \mathcal{A} が正則であるためには、全体の観測において、全ての物質に少なくとも一度は光が当た
る必要がある。逆に言えば、光の当たらない物質が存在した場合、その物質の光学特性
を除いた正規方程式を立て直し、残りの物質の推定を行えばよい。また、異なる二つの物
質が、全くおなじ可視関数を持ち、法線ベクトルも同じであった場合も行列 \mathcal{A} は正則でなく
なり、二つの物質の特性を独立に求めることはできない。

以上で、線形最小二乗法のための正規方程式を導くことができたが、さらにこれに加え
て、制約条件を設けることができる。鏡面反射係数 ρ と拡散反射係数 γ は、それぞれ0~1ま
での値しかとらず、さらにエネルギー保存則より、両者を足しても必ず1以下にならな
ければならない。このことから、次のような制約を設けることができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\in [0, 1] \\ \mathbf{C}\mathbf{x} &\leq \mathbf{1} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-17)$$

このような制約条件を踏まえて、正規方程式(5-12)を解くことで、ロバストな光学特性推定
を実行することができる。

5.3.2項 宇宙機角運動量が観測できた場合の正規方程式の導出

次は、より現実的な問題として、太陽輻射圧トルクによって変化していく宇宙機の保有角運動量が観測できた場合の正規方程式を導出する。宇宙機姿勢が慣性座標系で固定されている場合、宇宙機保有角運動量はリアクションホイール(RW)が保有する角運動量として観測することができる。ここで求める正規方程式は、第7章において、PROCYONに加わる非重力外乱の解析の際用いる。

宇宙機姿勢が慣性座標で固定されているので、機体固定座標系での角運動量 L_{ω} は、機体固定座標系でのトルク T_{ω} を積分することに依って、次式のように求めることができる。

$$L_{\omega} = \int T_{\omega}(i_b(o), d_{s\odot}(o)) dt \quad (5-18)$$

ただし、トルクは太陽方向 i_b と太陽宇宙機距離 $d_{s\odot}$ によって変化すると想定している。両値は観測 o 毎に異なるので、それを $i_b(o)$ 、 $d_{s\odot}(o)$ と置く。積分を離散的な台形積分として考えると、次式のようになる。

$$L_{\omega}(O') = \frac{1}{2} \sum_{o=1}^{o'} \left[(t(o) - t(o-1)) \left(T_{\omega}(i_b(o), d_{s\odot}(o)) + T_{\omega}(i_b(o-1), d_{s\odot}(o-1)) \right) \right] \quad (5-19)$$

$$+ L_{\omega}(0)$$

ただし、 $t(o)$ は観測 o の時刻、 $L_{\omega}(0)$ は初期角運動量である。

本研究の提案手法により、機体固定座標系原点が重心位置にある場合に、太陽輻射圧によって生じるトルクは、次式で表すことができる。

$$T_{\omega} = -P_{\odot}(d_{s\odot}) \left[W_{\omega b k b'} i_b + \left(\sum_{m=1}^M \frac{2}{3} \gamma_m Z d_{m \omega k b'} \right) + \left(\sum_{m=1}^M \rho_m Z s_{m \omega k b' b} \right) i_b \right] \varphi_k(i_b) i_{b'} \quad (5-20)$$

この中で、時間によって変化するのは、太陽に関する情報のみであるため、そのみ積分すればよいということになる。つまり、次に示すようなテンソルを太陽情報のみから求めておくことができる。

$$\Theta_{k b b'}(O') = \sum_{o=1}^{o'} \{ t(o) - t(o-1) \} \{ P_{\odot}(o) \varphi_k(o) i_b(o) i_{b'}(o) \quad (5-21)$$

$$+ P_{\odot}(o-1) \varphi_k(o-1) i_b(o-1) i_{b'}(o-1) \}$$

$$\Psi_{k b'}(O') = \sum_{o=1}^o \{ t(o) - t(o-1) \} \{ P_{\odot}(o) \varphi_k(o) i_{b'}(o) + P_{\odot}(o-1) \varphi_k(o-1) i_{b'}(o-1) \} \quad (5-22)$$

この積分された太陽情報テンソルを用いて、角運動量の式は次のように表すことができる。

$$L_{\omega}(O') = L_0 - \frac{1}{2} \left[W_{\omega b k b'} \Theta_{k b b'}(O') + \frac{2}{3} \Psi_{k b'}(O') \sum_{m=1}^M \gamma_m Z d_{m \omega k b'} \right. \\ \left. + \Theta_{b k b'}(O') \sum_{m=1}^M \rho_m Z s_{m \omega b k b'} \right] \quad (5-23)$$

今回は、光学特性だけでなく、初期角運動量も同時に推定することを考える。すると、次のような線形最小二乗法の正規方程式を得ることができる。あとは、(5-17)と同様の制約条件を光学特性に設け、制約付線形最小二乗法を解けばよい。観測された角運動量を $L_{\omega}(o)$ とおくと、次式が導かれる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} = [\tilde{L}_{\omega}(1) \quad \cdots \quad \tilde{L}_{\omega}(o) \quad \cdots \quad \tilde{L}_{\omega}(O)]^T, \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2\mathbf{I} & \frac{2}{3} \tilde{D}_{\omega}(1,1) & \tilde{S}_{\omega}(1,1) & \cdots & \tilde{S}_{\omega}(1,M) \\ -2\mathbf{I} & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -2\mathbf{I} & \frac{2}{3} \tilde{D}_{\omega}(o,1) & \tilde{S}_{\omega}(o,1) & \cdots & \tilde{S}_{\omega}(o,M) \\ -2\mathbf{I} & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -2\mathbf{I} & \frac{2}{3} \tilde{D}_{\omega}(O,1) & \tilde{S}_{\omega}(O,1) & \cdots & \tilde{S}_{\omega}(O,M) \end{bmatrix}, \quad (5-24)$$

$$\mathbf{x} = [L_0 \quad \gamma_1 \quad \rho_1 \quad \cdots \quad \rho_Q]^T,$$

ただし、 $\tilde{L}_{\omega}(o)$, $\tilde{D}_{\omega}(i_b(o), q)$, $\tilde{S}_{\omega}(i_b(o), q)$ は次式のように定義する。

$$\tilde{L}_{\omega}(o) = -2L_{\omega}(o) - W_{\omega b k b'} \Theta_{k b b'}(o) \quad (5-25)$$

$$\tilde{D}_{\omega}(o, m) = Z d_{m \omega k b'} \Psi_{k b'}(o) \quad (5-26)$$

$$\tilde{S}_{\omega}(o, m) = Z s_{m \omega b k b'} \Theta_{k b b'}(o) \quad (5-27)$$

今回は、式の簡単化のために、機体固定座標系原点が重心位置と一致するという仮定を置いたが、この仮定が無くても同様の式展開で正規方程式を導くことは可能である。実際、7章では、重心位置を考慮して解析を行っている。

5.4節 本章のまとめ

本章では、提案した精密太陽輻射圧計算手法を実用的なものにするために必要な要素研究について議論した。まず、可視関数を近似するための基底関数として、球面調和関数と球面 Haar ウェーブレットという二種類の基底関数を考えた。実際に可視関数の近似を行い、精度と圧縮率の観点から、バイナリ可視関数を近似する場合は、球面 Haar ウェーブレット、実数可視関数を近似する場合は球面調和関数が効率的であるということを示した。実際に太陽輻射圧を計算した上でのより具体的な比較は次章で議論する。

次に、宇宙機形状テンソルを求めるための事前計算アルゴリズムについて議論した。この事前計算はとても計算コストが高く、普通の single CPU 計算では数週間程度の計算時間がかかってしまい、例え事前計算であっても実用的ではなかった。そこで、GPGPU を用いた並列化アルゴリズムを考案することで、その計算速度を 100 倍近く早め、それによって 1 日以下という実用的な速度での事前計算が可能となった。この事前計算アルゴリズムを使って生成したテンソルを使っての実際の太陽輻射圧計算の例も次章で示す。

最後に、本提案手法の大きな利点の一つである光学特性推定を行うため、光学特性推定に対する制約付線形最小二乗法の正規方程式を導いた。まずは、推定が可能かの基本的な特性を示すため、力が直接観測できた時の正規方程式を求めた。ここから、正規方程式を解くための観測条件などを得ることができた。次に、具体的な問題を解決するために、観測された角運動量から光学特性を推定するための正規方程式も導出した。これは、第 7 章で行う PROCYON フライトデータ解析で実際に用いる。

以上のように本章では、前章までの数学的・理論的な議論に、具体的な計算例を示すことで、提案手法を実用的な手法へと昇華させることに成功した。この具体的な手法を用いて、次章でシミュレーションベースの太陽輻射圧計算を行い、第 7 章でフライトデータを用いた太陽輻射圧計算を行う。

第6章 数値計算例と性能評価

これまで、本研究で提案する高精度太陽輻射圧提案手法の理論構築、および実用化のための要素研究・要素開発について述べてきた。本章では提案手法の計算精度、計算コストを従来手法と比較するために、具体的な数値演算例を示す。また、4.1節で述べたように提案手法は、「バイナリ可視関数を球面 Haar ウェーブレットで近似する手法」と「実数可視関数を球面調和関数で近似する手法」の二つを考えることができる。その二つの計算精度、計算コストについても評価する。

6.1節 太陽輻射圧計算精度と計算コスト

本節では、提案手法を用いた具体的な太陽輻射圧計算を行い、提案手法の計算精度、計算コストを従来手法と比較する。また、

6.1.1項 評価方法

L-angle モデルと PROCYON モデルという 2 つの三次元物体を計算例として扱い、太陽輻射圧による力及びトルクを計算する。L-angle モデルは図 6-1 に示すようなとても単純なモデルである。このモデルは、Ziebart [43]の研究で計算例として扱われていたものであり、計算結果を比較することで、提案手法や開発したアルゴリズムの健全性を確認することができる。PROCYON モデルは、図 6-2 に示すような、著者の所属研究室が開発した超小型深宇宙探査機である。このモデルは、本物の宇宙機に近いモデルであるので、提案手法が実用的であるかを確認することができる。PROCYON の詳細については、次章でまとめている。

陰影計算の精度を上げるため、各モデルの大きな平面は多くの微小面に分割されており、それにより L-angle モデルは 41,428 ポリゴンとなり、PROCYON モデルは 69,098 ポリゴンとなっている。物質の数は L-angle が 1 物質で、PROCYON が 6 物質である。これらの三次元形状モデルは、Blender と呼ばれるフリーのモデリングソフトウェアで制作されたものであり、そこから OBJ ファイルをエクスポートし、開発したテンソル演算ツールに入力している。その後、生成されたテンソルを使って太陽輻射圧計算が行われる。

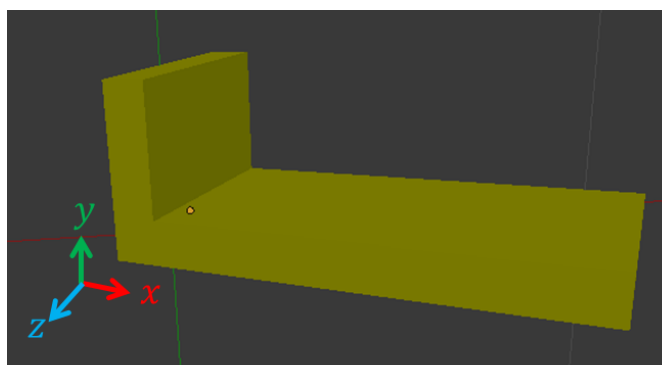


図 6-1. L-angle モデル [72]

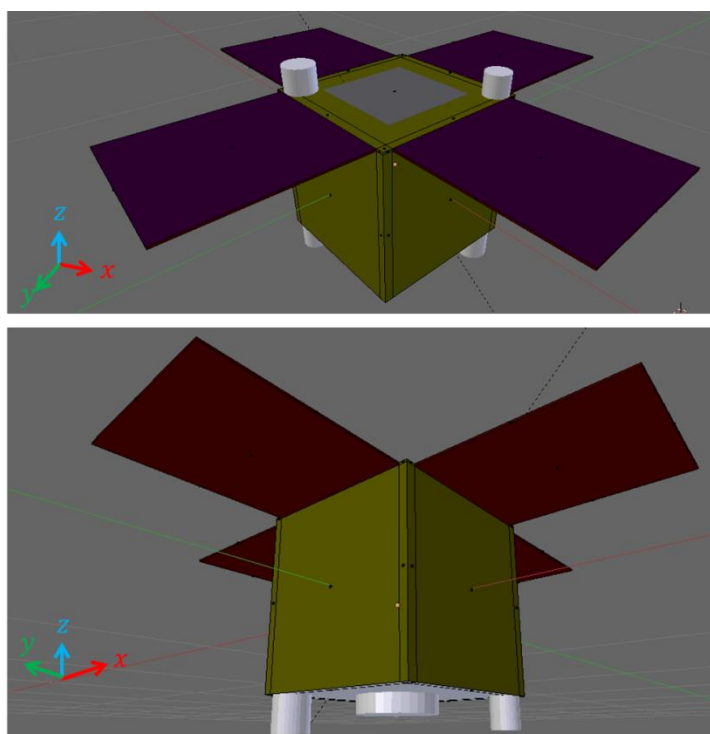


図 6-2. PROCYON モデル [72]

本研究では、7つの太陽輻射圧計算手法を比較した。図 6-3 に 7つの計算手法についてまとめる。1つは、近似を用いないリアルタイムレイトレーシング法であり、他の6つは近似を用いた高速演算手法である。リアルタイムレイトレーシング法は他の近似手法の精度を検証するためのリファレンスとして利用される。つまり、リアルタイムレイトレーシング法によって計算された太陽輻射圧による力、トルクを真も値とし、他の近似手法の近似精度を評価する。しかし、リアルタイムレイトレーシング法は前述のレイトレースアルゴリズムと同じなので、多重反射効果は無視されていることに注意しなければならない。残り6つの内3つは従来手法である力、トルクを直接近似する手法で、残り3つは本研究で提案した可視関数を近似した後にテンソル演算で太陽輻射圧を求める手法である。それぞ

これは 36 次の球面調和関数, 9 次の球面調和関数, レベル 4 の球面 Haar ウェーブレットで近似している. 36 次の球面調和関数は, 球面空間を $2 \times 36(2 \times 36 + 1) = 5256$ 個に分割することができ, レベル 4 の球面 Haar ウェーブレットは $20 \times 4^4 = 5120$ 個に分割することができる. よって, ほぼ同じ空間分解の両者を比較することで, 公平な比較となる. 9 次の球面調和関数は, 球面調和関数における精度と計算速度がどのように変化していくかを比較するために選択した. 球面 Haar ウェーブレットはレベルが 1 違うだけで分割数が極端に変化してしまうため, 今回はレベル 4 のみを用いている.

5.1 節で述べたように, 球面 Haar ウェーブレットは完全再構成特性を持つので, 近似に用いた太陽方向と全く同じ太陽方向が与えられた場合, 精度劣化せずに答えを出力することができる. しかし, それ以外の太陽方向が与えられた場合は, 標本化誤差により, 精度が劣化する. このような特性を加味し, 公平に近似精度を比較するため, ランダムに選ばれた 7000 点の太陽方向を使って計算した太陽輻射圧を用いて, その誤差の平均値と標準偏差を求める. 計算コストの評価には, リアルタイム計算実行時間とその計算に必要なファイルサイズで評価する. 6 つの近似手法のリアルタイム計算は Matlab で実行され, メモリは係数ベクトルもしくは係数テンソルの .mat ファイルサイズとして計算する. リアルタイムレイトレーシングに関しては, CPU 計算時間と GPU 計算時間を計測し, メモリは OBJ ファイルメモリサイズを用いる. これらの計算時間は, Intel Core i7-5930K, 3.5 GHz CPU, 32 GByte RAM と NVIDIA Quadro K6000 GPU 上で計測されている.

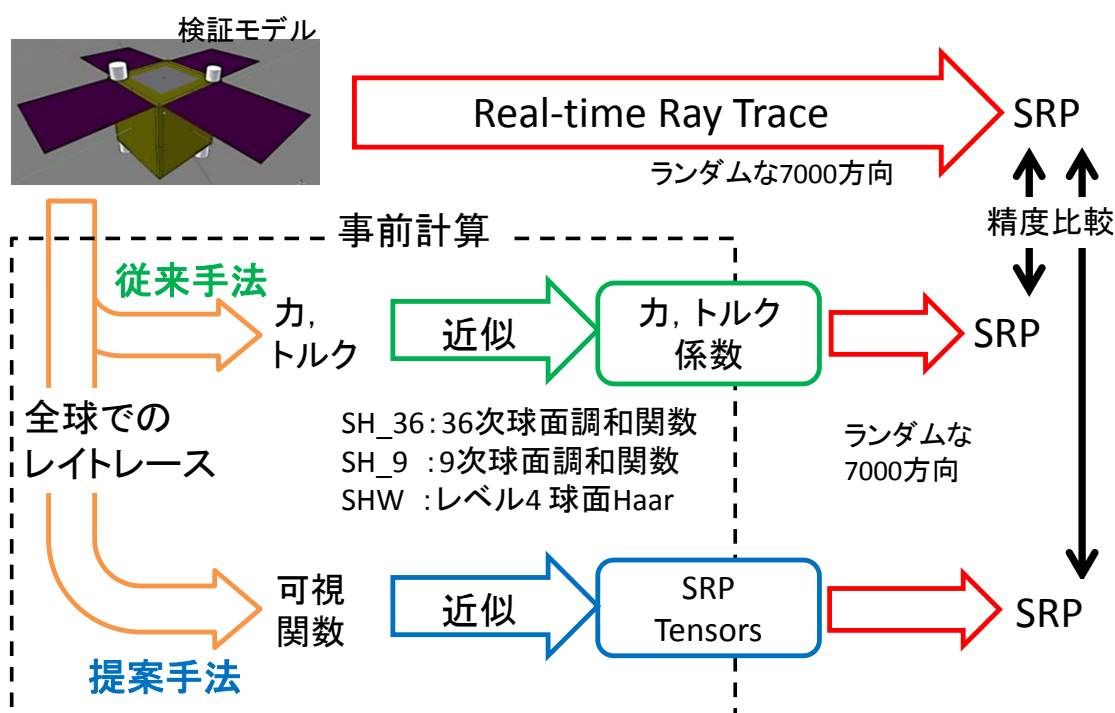


図 6-3. 手法の比較のまとめ

6.1.2項 L-angle モデルに加わる太陽輻射圧の計算結果

まず、L-angle モデルに関して、Ziebart の論文 [43] の 147 ページに示されている Test Shape III の計算結果と本研究で用いたレイトレースでの計算結果を比較する。これにより、本研究でリファレンス値となる値を計算しているレイトレース法の計算の正しさを検証することができる。表 6-1 に比較結果を示す。ただし、Ziebart の論文と本研究のモデルは、機体固定座標系の取り方が異なっており、表中の (θ, ϕ) は図 5-1 で示した機体固定座標系での球座標系に従っている。また、Ziebart の論文では加速度として値を表示しているが、ここでは単位を N にそろえている。表 6-1 より、両者の計算がほぼ等しいことがわかる。 1×10^{-8} N 程度の誤差も確認できるが、これは Ziebart の計算では、鏡面反射の二次反射まで考慮していることや、お互いの手法におけるピクセルやメッシュの切り方で生じるものだと考えられる。この誤差は、100 kg の物体では 1×10^{-10} m/s² 程度の誤差でしかなく、十分小さいと言える。この比較により、本研究で用いるレイトレース手法の計算の正しさを確認することができた。

表 6-1. L-angle モデルにおける Ziebart と本研究の計算結果比較

ϕ 度	Ziebart [43]			本研究でのレイトレース		
	F_x	F_y	F_z	F_x	F_y	F_z
90	0.0	-3.22×10^{-6}	0.0	0.0	-3.23×10^{-6}	0.0
120	1.12×10^{-6}	-2.41×10^{-6}	0.0	1.12×10^{-6}	-2.42×10^{-6}	0.0
150	1.42×10^{-6}	-8.22×10^{-7}	0.0	1.43×10^{-6}	-8.25×10^{-7}	0.0
180	1.29×10^{-6}	0.0	0.0	1.29×10^{-6}	0.0	0.0

* 全ケースにおいて $\theta = 90$ 度

次に、太陽輻射圧によって L-angle モデルに加わる力を全球にわたって計算したものを図 6-4、図 6-5、図 6-6 に示す。この図は、機体固定球面座標で定義されており、ある太陽方向が与えられたときにどのような大きさの力が発生するかをスカラー値で表している。そのため、発生する力の成分 X, Y, Z 毎にひとつずつ図が描かれている。図のカラーバーは力の大きさを N で表したものである。

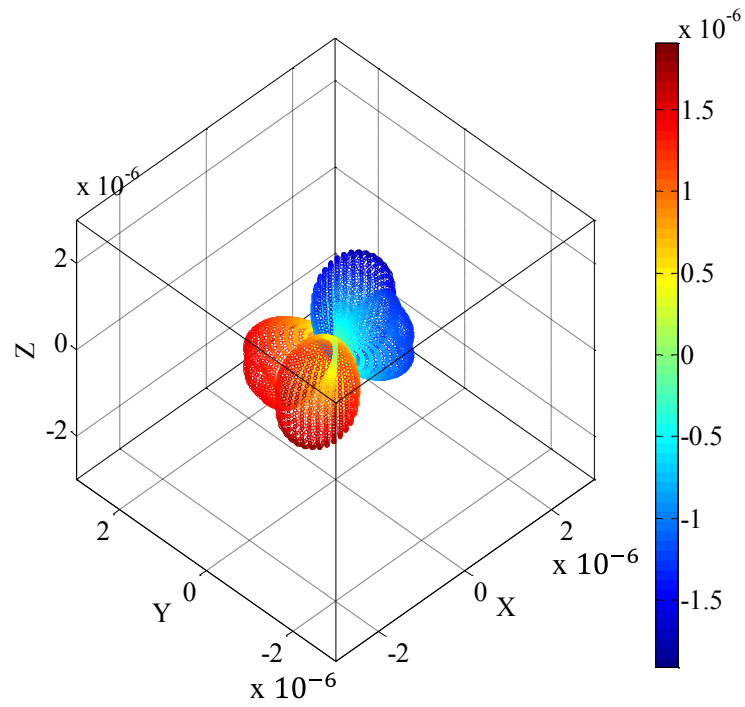


図 6-4. L-angle モデルに加わる機体固定座標 X 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

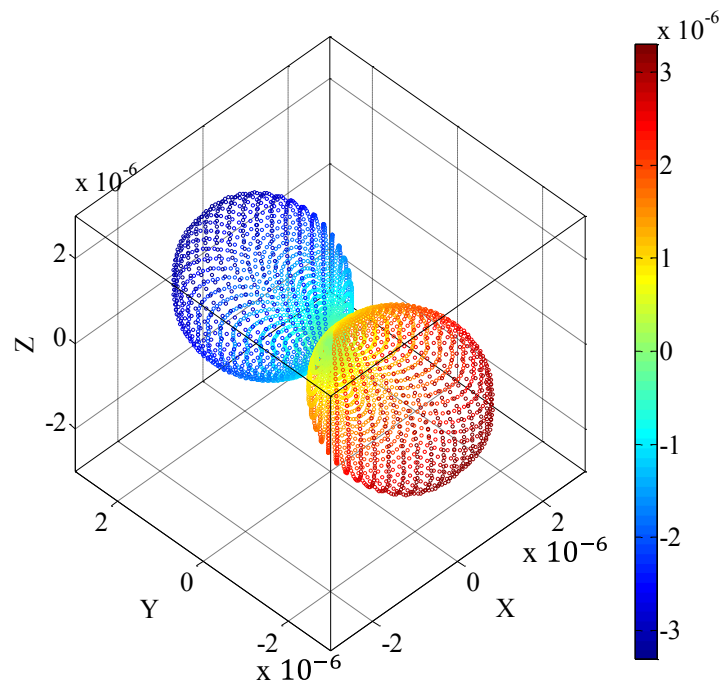


図 6-5. L-angle モデルに加わる機体固定座標 Y 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

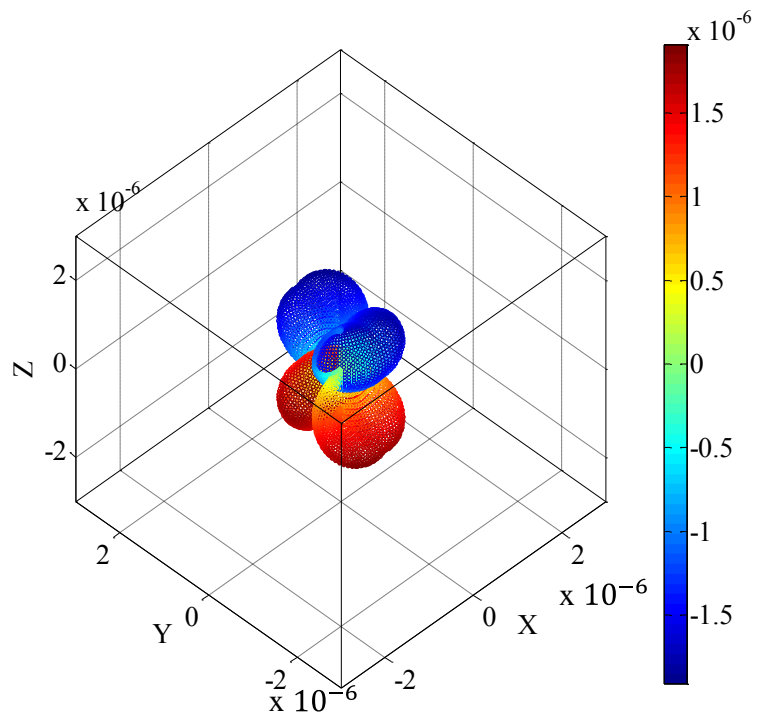


図 6-6. L-angle モデルに加わる機体固定座標 Z 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

次に、近似手法の計算精度をまとめた結果を図 6-7 と図 6-8 にまとめる。図 6-7 は近似誤差の平均値を、図 6-8 は標準偏差を示している。どちらも F_x , F_y , F_z が力に関して N 単位で、 T_x , T_y , T_z がトルクに関して Nm 単位で示したものである。提案とラベリングされているのが、提案手法である可視関数を近似し、テンソル演算を行う手法を指し、従来とラベリングされているのが、力及びトルクを直接近似する手法を指す。どちらも、SHW は Spherical Haar Wavelet つまり球面 Haar ウェーブレットを指し、SH は Spherical Harmonics つまり球面調和関数を指している。SH の後の数字は、次数を表している。

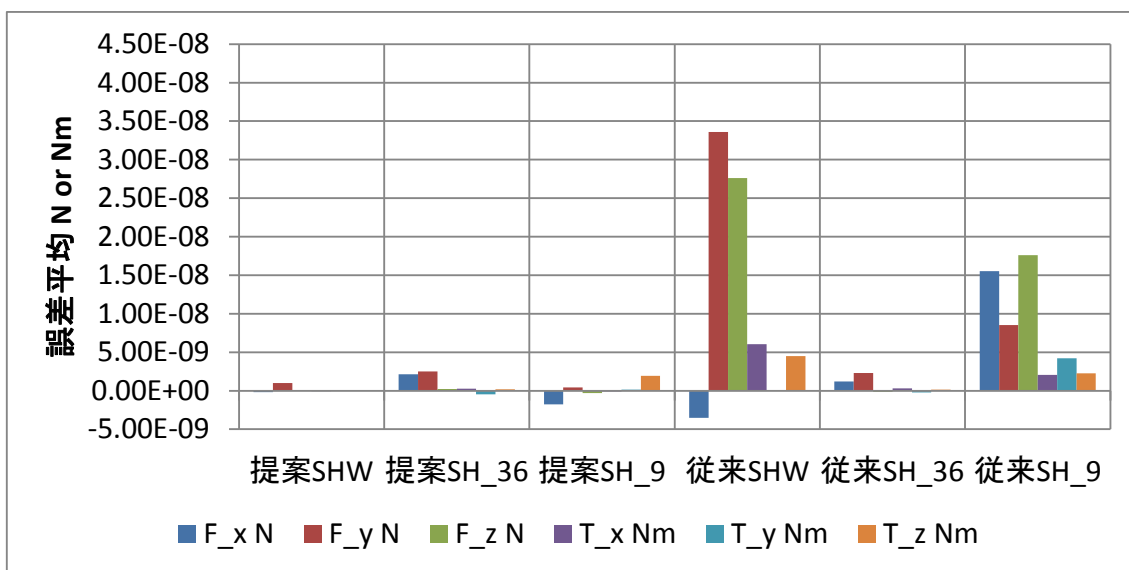


図 6-7. L-angle モデルにおける近似誤差の平均値

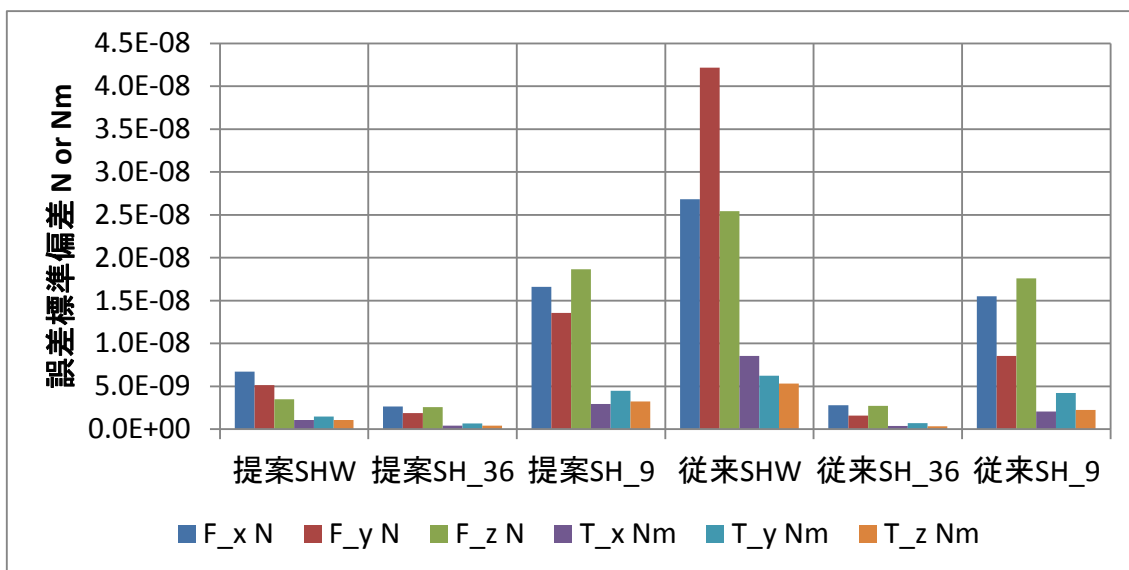


図 6-8. L-angle モデルにおける近似誤差の標準偏差

最後に、計算コストをまとめた結果を、表 6-2 と表 6-3 に示す。表 6-2 は事前計算および実計算フェーズでの計算速度を示している。事前計算としては、提案手法のための可視関数計算時間、近似計算時間、テンソル生成時間と、従来手法のための太陽輻射圧計算時間、近似計算時間をまとめている。ただし、球面調和関数 9 次に関しては、36 次の事前計算で得た係数を利用しているため、両者はまとめている。表 6-3 は、計算に必要なファイルサイズをまとめている。提案手法に関しては、テンソルファイルごとのサイズを足しあわせており、従来手法では力、トルクあわせた係数ファイルのサイズを示している。レイトレース法に関しては OBJ ファイルのサイズを示している。

表 6-2. L-angle モデル太陽輻射圧計算の計算時間 (単位: 秒)

	可視関数計算 or 太陽輻射圧計算	近似計算	テンソル生成	実計算
提案 SHW	772	3732	164	0.0009
提案 SH_36	1086	11610	24	0.27
提案 SH_9				0.011
従来 SHW	850	1		0.0004
従来 SH_36	1196	13		0.27
従来 SH_9			0.012	
レイトレース				GPU : 0.11 CPU : 12.5

表 6-3. L-angle モデルの計算に必要なファイルサイズ (単位: KByte)

	合計サイズ	T	Sd	Ss	U	Hd	Hs
提案 SHW	236	15	36	35	48	37	65
提案 SH_36	416	25	63	60	87	64	117
提案 SH_9	40	3	5	9	9	5	9
従来 SHW	219						
従来 SH_36	66						
従来 SH_9	7						
レイトレース	1705						

計算精度と計算コストに関して考察する。まず、ファイルサイズに関してまとめた表 6-3 によると、近似手法はいずれもレイトレースに必要なファイルサイズの 4 分の 1 以下までファイルサイズを圧縮できている。近似手法によってばらつきはあるが、どれも問題のないファイルサイズであると言える。次に表 6-2 より、提案手法のトータルの事前計算時間は、球面 Haar ウェーブレットを利用した場合で 1.3 時間、36 次の球面調和関数を利用し

た場合で 3.5 時間となっている。当然従来手法よりも大きな値であるが、事前計算としては長すぎず、問題ない時間であると考えている。

図 6-7, 図 6-8 より、従来手法であっても提案手法であっても、36 次の球面調和関数による近似が最も精度が高く、1%以下の精度を達成していることがわかる。しかし表 6-2 より、36 次の球面調和関数を使った場合、実計算フェーズでの計算時間は GPU によるレイトレーシングよりも遅くなってしまっており、実用的であるとはいえない。これは、ルジャンドル関数の計算コストが大きいためである。計算時間を短縮するため、9 次の球面調和関数を利用した場合、提案手法・従来手法ともに計算速度は GPU 計算より 10 倍程度早くなるが、精度が悪化してしまう。

一方、レベル 4 球面 Haar ウェーブレットの計算実行時間は、提案手法・従来手法ともに GPU 計算の 100 倍程度と十分高速であり、実用的である。しかし、従来手法に球面 Haar ウェーブレットを用いたケースでは、計算精度が最も悪くなってしまっている。これは、太陽輻射圧力には多くの連続成分が含まれており、球面 Haar ウェーブレットでは標本化誤差・量子化誤差が大きくなってしまいうためだと考えられる。提案手法に球面 Haar ウェーブレットを用いたケースは、36 次の球面調和関数と同程度の 1%以下の精度で太陽輻射圧を求めることができている。つまり、計算速度・計算精度両方の観点からみて、提案手法に球面 Haar ウェーブレットを用いる計算方法が最も良いと言える。

6.1.3項 PROCYON モデルに加わる太陽輻射圧の計算結果

次に、単純な L-angle モデルよりも本物の宇宙機に近く、また物質数も 6 個に増えた PROCYON モデルに加わる太陽輻射圧計算結果を示す。PROCYON モデルに働く太陽輻射圧によって生じる力を図 6-9、図 6-10、図 6-11 に示す。図の形式は L-angle モデルと同様で、機体固定球面座標で定義した太陽方向が与えられたときに、どのような大きさの力が発生するかをスカラー値で表したものである。図のカラーバーは力の大きさを N で表している。

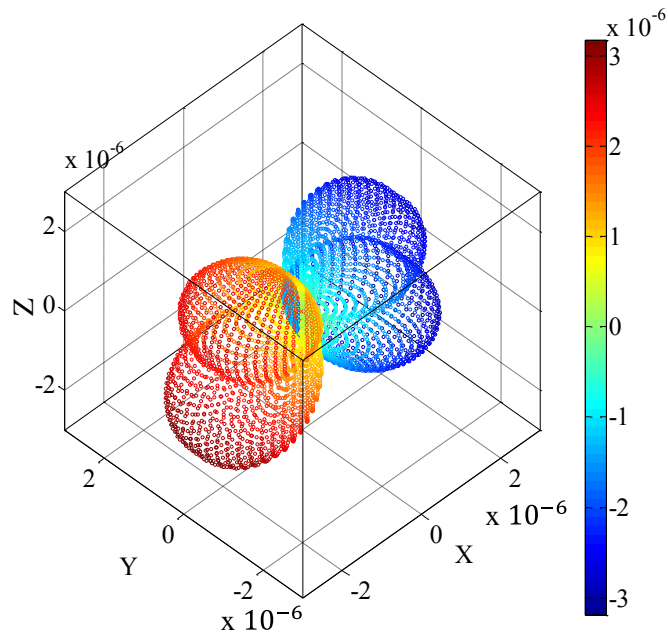


図 6-9. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 X 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

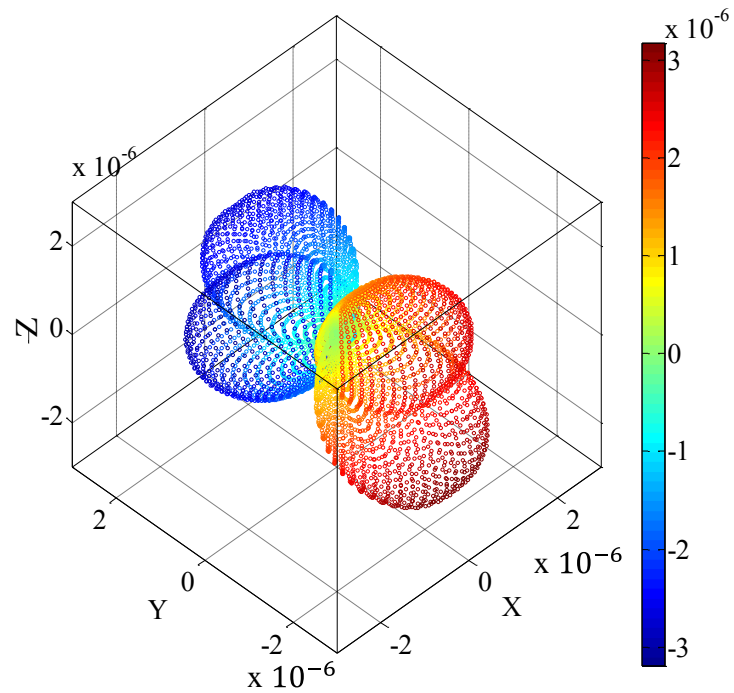


図 6-10. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 Y 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

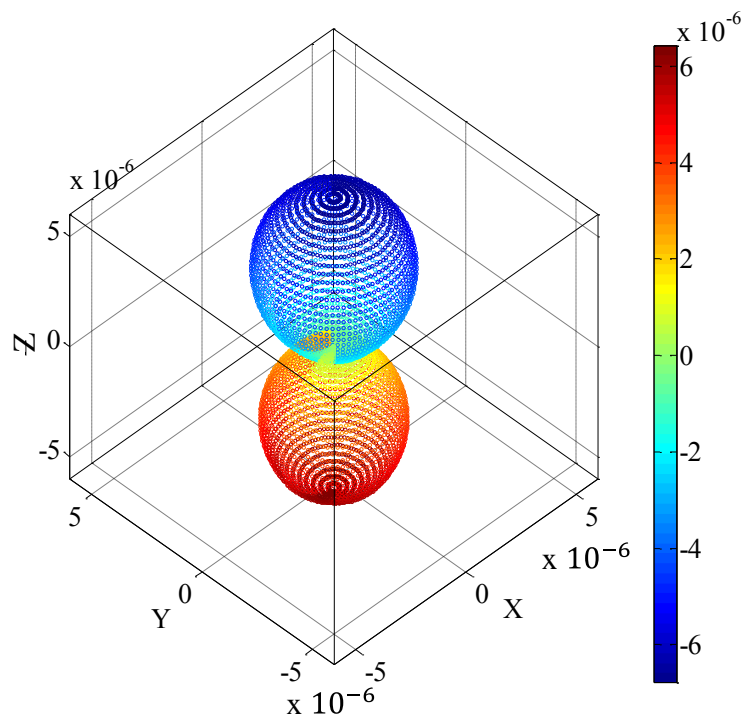


図 6-11. PROCYON モデルに加わる機体固定座標 Z 軸の太陽輻射圧(単位 N) [72]

計算精度と計算コストについても、L-angle モデルと同様の形式でまとめる。図 6-12, 図 6-13 に近似精度の平均値と標準偏差を、表 6-4, 表 6-5 に計算時間と計算に必要なファイルサイズを示す。

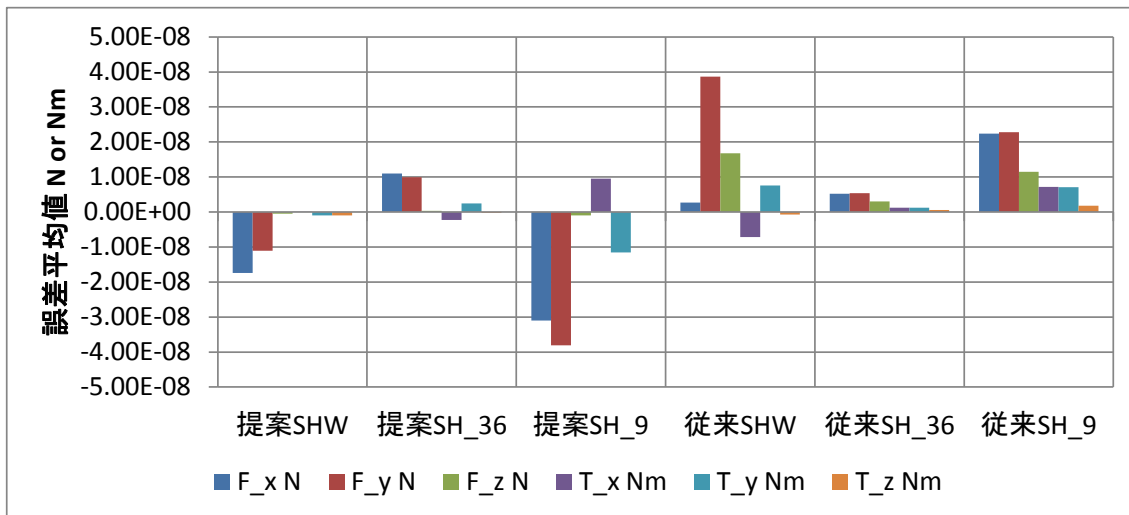


図 6-12. PROCYON モデルにおける近似誤差の平均値

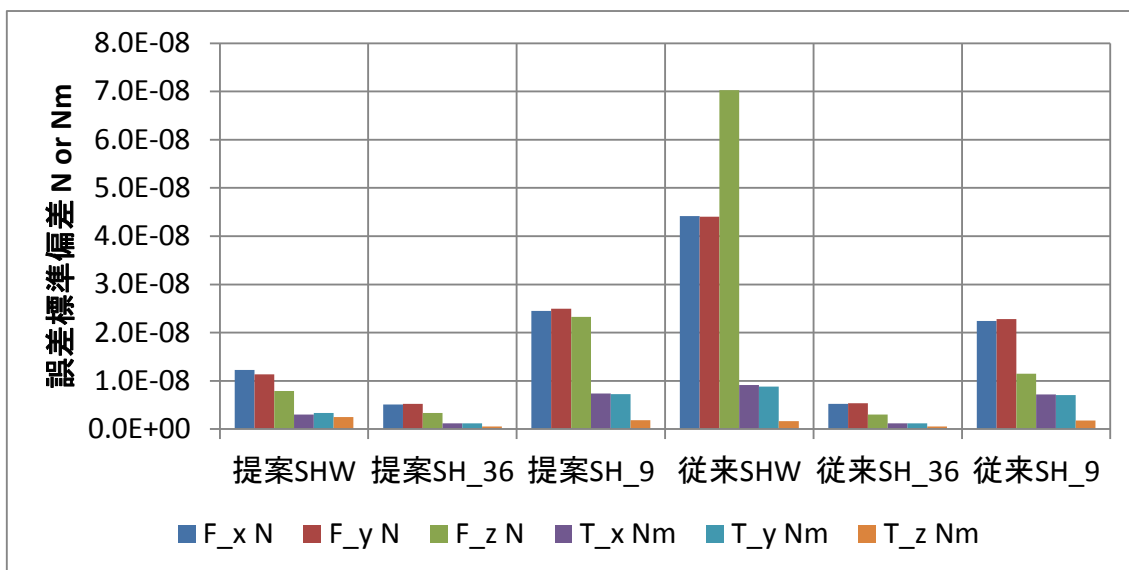


図 6-13. PROCYON モデルにおける近似誤差の標準偏差

表 6-4. PROCYON モデル太陽輻射圧計算の計算時間 (単位 : 秒)

	可視関数計算 or 太陽輻射圧計算	近似計算	テンソル生成	実計算
提案 SHW	2144	6198	328	0.0015
提案 SH_36	3012	19316	38	0.27
提案 SH_9				0.012
従来 SHW	2273	1		0.0004
従来 SH_36	3195	13		0.27
従来 SH_9			0.012	
レイトレース				GPU : 0.35 CPU : 26.5

表 6-5. PROCYON モデルの計算に必要なファイルサイズ (単位 : KByte)

	合計サイズ	T	S_d	S_s	U	H_d	H_s
提案 SHW	5759	120	589	1357	485	932	2276
提案 SH_36	1119	15	175	263	48	183	435
提案 SH_9	112	3	18	25	9	19	38
従来 SHW	229						
従来 SH_36	66						
従来 SH_9	7						
レイトレース	3300						

各手法の計算精度，計算速度の傾向は L-angle モデルと同じである．つまり，36 次の球面調和関数を用いると，従来手法でも提案手法でも近似精度は上がるが，計算時間が GPU 演算と大きく変わらず，実用的でない．また，計算時間を短くするために 9 次の球面調和関数を用いると，近似精度が悪化してしまう．つまり，近似精度・計算速度の両方の観点で実用的なのは，提案手法に球面 Haar ウェーブレットを適用したケースということになる．

L-angle モデルと大きく異なる点は，提案手法に必要なメモリサイズが L-angle モデルに比べて大きくなっている．これは，PROCYON モデルが 6 つの物質で構成されていることに起因する．光学特性推定のため，テンソルは物質数毎に生成されるので，物質数が多いほどデータ量は多くなる．特に，提案手法を球面 Haar ウェーブレットで近似した際には元の OBJ ファイルよりも大きな 5.8 M Byte というデータ量になっているが，しかし依然計算速度は速く，このデータサイズは問題になるものではない．よって，PROCYON モデルのような現実的な宇宙機モデルを用いた場合でも，提案手法に球面 Haar ウェーブレットを用いた手法は，近似精度・計算速度の観点から良い手法であると言える．

6.2節 考察

前節に示した数値演算結果は、2つの重要な事実を明らかにした。1つ目は、提案手法の有効性である。提案手法と球面 Haar ウェーブレットを組み合わせたケースでは、GPU 計算よりも 100 倍程度早いという実用的な計算時間で、十分な精度での太陽輻射圧計算を実行することができる。従来手法で提案手法と同程度まで計算速度を上げようとした場合、球面調和関数の次数を下げる必要があり、近似精度が悪くなってしまう。また、従来手法に球面 Haar ウェーブレットを適用したケースでも近似精度は悪くなっている。提案手法の欠点として、宇宙機を構成する物質数が多い場合の必要データファイルサイズが大きくなるという点がある。しかし、そのファイルサイズも数 MByte 程度であり、通常の CPU 演算では実用上の問題とはならない。このように、提案手法は、光学特性推定が可能な解析的なモデルでありながら、従来モデル以上の計算精度、計算速度を実現できることを示すことができた。

2つ目は、球面 Haar ウェーブレットの有効性である。球面 Haar ウェーブレットを提案手法に用いた場合、計算速度、精度の観点で十分に実用的なモデルであることを証明することができた。また、この精度・速度における性能向上は提案手法にのみ適用されるものであり、従来手法に球面 Haar ウェーブレットを適用した場合は、精度悪化を引き起こしてしまう。ここで、球面 Haar ウェーブレットによる近似において、なぜ提案手法と従来手法で大きな精度の差が出たのかを考察する。従来手法と提案手法で球面 Haar ウェーブレット近似がどのように作用するのか、二次元で考えたときの概念図を図 6-14 に示す。従来手法では連続成分を多く持つ力、トルクというものを、離散的な基底関数である球面 Haar ウェーブレットを用いて近似している。そのため、球面 Haar ウェーブレットの欠点である標本化誤差・量子化誤差が大きくなる。一方、提案手法は離散的なバイナリ可視関数を近似するので、陰影の境界でしか誤差が発生しないということになり、標本化誤差・量子化誤差が抑えられる。そして、太陽輻射圧計算における連続成分を作り出している、太陽方向ベクトルと法線ベクトルの内積といった演算は、テンソル演算によって近似なしで実行されるため、高い計算精度を保つことができる。これは、提案手法の新たな利点といえる。つまり、可視関数というより本質的な関数を近似することで、その関数を近似するのにふさわしい基底関数を選択することができ、それにより近似精度の向上と計算の高速化を両立することができるようになったということである。

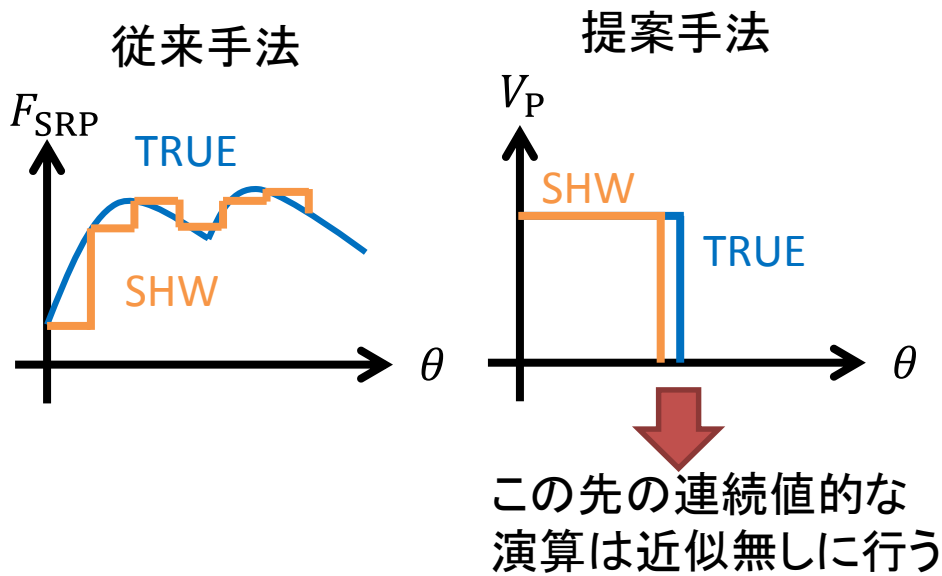


図 6-14. 球面 Haar ウェーブレットによる近似の違い

上記2つの事実より, 提案手法と球面 Haar ウェーブレットを組み合わせた手法により, 高精度, 高速, 光学特性推定が可能な太陽輻射圧モデルを構築することができたと言える. 今回, 球面 Haar ウェーブレットによる近似が 36 次の球面調和関数よりも悪くなったのは, レベル 4 のウェーブレットを用いたことが原因と考えられる. レベル 4 の球面 Haar ウェーブレットを構成する際に利用する太陽方向サンプリング数は 5120 であり, 球面調和関数近似に利用した太陽方向サンプリング数 7200 より, 2000 近く少ない. これにより, 十分なサンプルが得られなかった可能性がある. 今後, より高いレベルの球面 Haar ウェーブレットを用いたり, サンプリング数を増やしたりすることで, 近似精度を上げることが可能である. 高いレベルの球面 Haar ウェーブレットを用いた場合, データメモリは大きくなるが, 計算速度はそこまで増加しない. なぜならば, 計算速度は $4X + 1$ とレベル X に対して線形であるためである.

球面 Haar ウェーブレットと球面調和関数を組み合わせた, ハイブリッド手法により, より効率的な近似を実行することも考えられるが, これは本論文の範疇を超える細かい要素研究であるので, 今後の課題とする.

第7章 PROCYON フライトデータを用いた太陽輻射圧解析

PROCYON は、著者が所属する東京大学工学系研究科 航空宇宙工学専攻 中須賀・船瀬研究室が中心となり開発した、超小型深宇宙探査機である。PROCYON では、宇宙機に加わる外乱トルクの研究のため、外乱トルクによって変化する角運動量を観測するという運用を行っている。本章では、その角運動量観測結果を解析し、提案モデルでどの程度外乱トルクを模擬できているか、光学特性推定により、どの程度モデル補正が可能であるかを検証する。

著者は PROCYON の姿勢制御系の開発者であるため、太陽輻射圧解析に必要な、PROCYON 構造情報、光学特性情報、太陽方向や太陽距離に関する情報、角運動量に関する情報にアクセスすることができる。一般的な宇宙機プロジェクトでは、このような情報は秘匿性が高いため、アクセスが難しい。よって、本研究では全ての情報を入手することができる PROCYON をデータ解析の対象として選択している。

7.1節 超小型深宇宙探査機 PROCYON とは

PROCYON は東京大学と宇宙科学研究所によって開発された質量約 65kg、太陽電池パドルを除いた主構造サイズ約 50cm 立方の超小型深宇宙探査機であり、2014 年 12 月 3 日に、はやぶさ 2 相乗り小型副ペイロードとして深宇宙軌道に投入された [84]。PROCYON の外観を図 7-1、図 7-2 に示す。PROCYON は本格的な姿勢・軌道制御能力を持つ世界初の超小型深宇宙探査機であり、慣性座標系に対する三軸姿勢安定制御や、コールドガスジェットによる角運動量管理を行うことができる [85]。PROCYON の主ミッションは、超小型深宇宙探査バス技術の実証、小惑星への近接フライバイ観測であった。イオンエンジンの故障により小惑星フライバイは達成できなかったものの、1 年間の安定的な運用を実現しており、バス技術実証ミッションは達成している。さらに、ジオコロナ撮像 [86]や、地球撮像、微光天体撮像 [87]などに成功している。

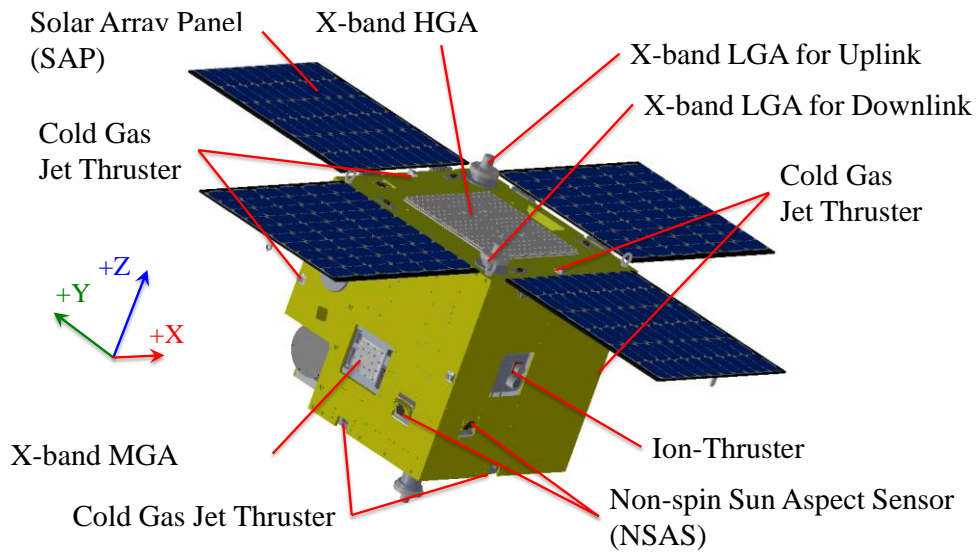


図 7-1. PROCYON の外観(top view) [84]

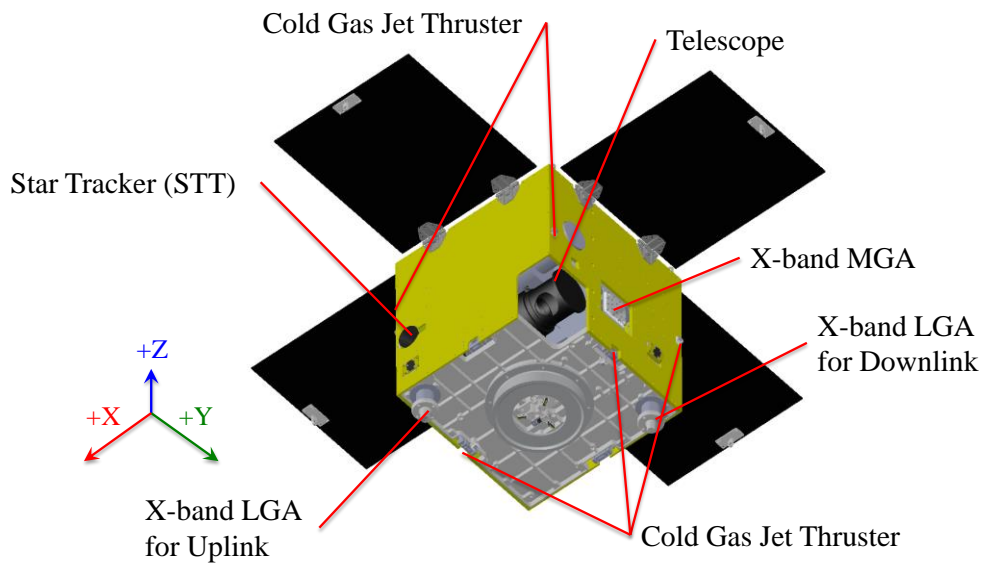


図 7-2. PROCYON の外観(bottom view) [84]

7.2節 PROCYON 軌道上取得データの概要

PROCYON では、メインミッションとは異なるが、宇宙機に加わる外乱トルクの研究のため、宇宙機の角運動量変動を観測するという運用を行った。この角運動量変動観測運用では、2015年5月から11月の間、姿勢を慣性座標系に対して固定し、その間にRWに蓄積した角運動量を測定するという試験を行っている。慣性座標系固定であるので、機体固定座標系で見た角運動量変化は、外乱トルクによってのみ発生するものだと考えてよい。また、慣性座標系固定の姿勢を上手く選択することで、機体固定座標系の様々な方向から太陽が当たるように調整し、太陽輻射圧の影響を評価できるように観測を行っている。PROCYONは図7-1にある通り、PZ(Plus Z)方向に太陽電池を持つため、MZ(Minus Z)方向に太陽を向けることはできないという制約を持つが、Z軸から見て最大40度程度となるような姿勢を取る運用も行っている。このような運用を、本論文では太陽輻射圧測定運用と呼ぶことにする。

この太陽輻射圧測定運用では、非可視中の1~3日間、姿勢を慣性座標固定させ、イオンエンジン運用やアンローディングなど、他の要因で角運動量が増えるような動作はさせないこととしている。この時、目標姿勢は特定の太陽角になるように調整しているが、慣性座標固定であるため、機体固定座標系での太陽方向は、軌道運動により1日1度程度ずれていく。また、この運用中、およそ1時間に1回の頻度で、スターセンサによる慣性座標-機体固定座標変換 Quaternion、宇宙機角速度、RW回転数をPROCYONに搭載したメモリに記録している。これらの観測データが地上にダウンリンクされた後、PROCYON慣性モーメント、RW慣性モーメント、RW取り付け座標系から、PROCYONの総角運動量の変化を求めている。

観測された角運動量の例を図7-3に、太陽角の例を図7-4に示す。ただし、横軸にあるPROCYON時刻とは、PROCYON搭載CPUによるカウントを基準にした時刻系であり、単位は秒である。また、太陽角は、図7-5に示すようなZ軸から各軸方向への極角 θ_x 、 θ_y として定義する。

図7-3では、X、Y軸の角運動量とZ軸の角運動量で縦軸が異なることに注意していただきたい。これは、PROCYONは、スピン安定を保つために、Z軸周りに大きな角運動量を持っているため、さらにPZ面に太陽が当たる必要があり、側面からの太陽入射はほとんどなく、Z軸周りのトルクは他の軸に比べてとても小さいためである。図7-3から角運動量が徐々に変化の様子、図7-4から機体固定座標での太陽角が徐々に変化の様子がわかる。図7-3からわかるように、外乱トルクによる角運動量の長期的な変化と、観測ノイズによる角運動量の短期的な変動は明確に分けることができおり、今回推定するのは長期的な変化をもたらすトルクである。観測ノイズによる短期的な変動は、 1×10^{-3} Nms程度と見積もられている。

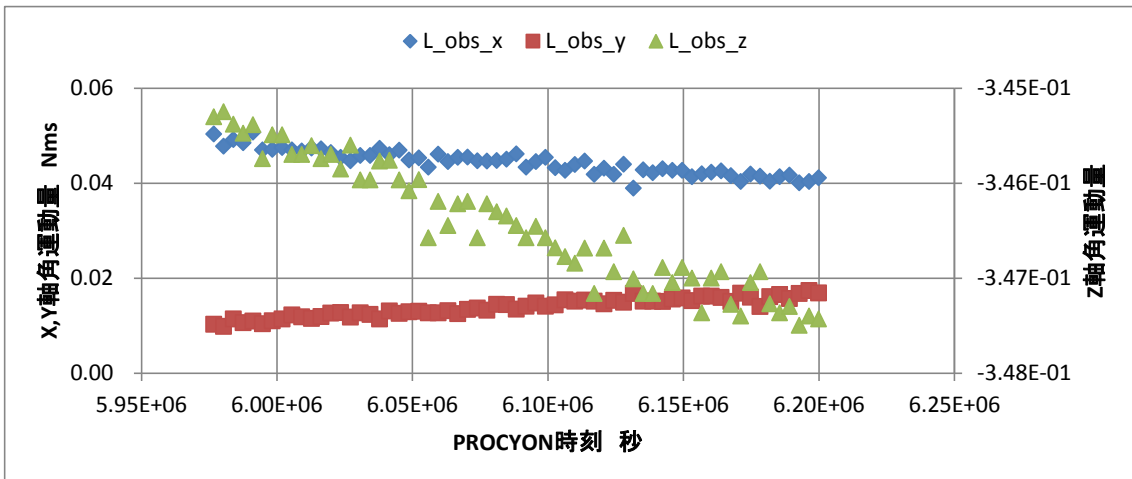


図 7-3. 第 1 区間(2015/5/4 データ取得)での機体固定座標角運動量履歴

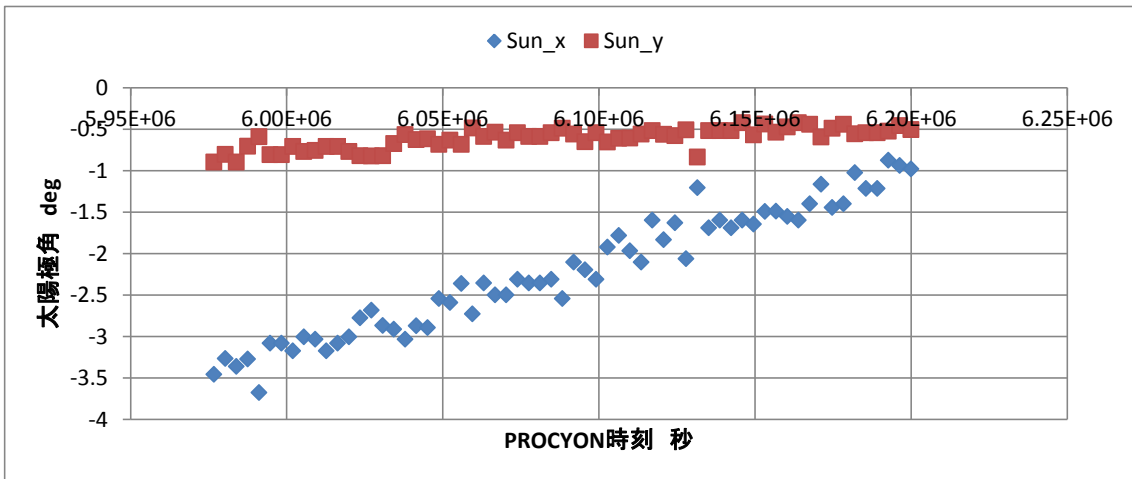


図 7-4. 第 1 区間(2015/5/4 データ取得)での機体固定座標太陽極角履歴

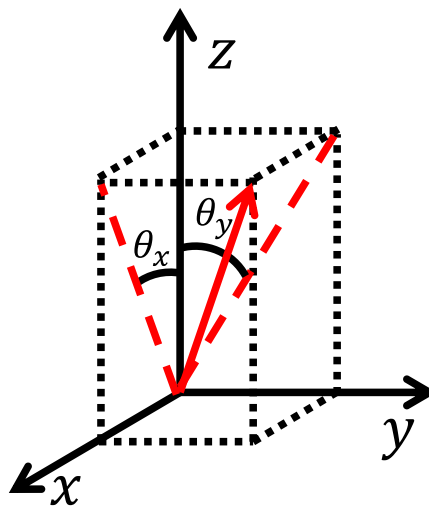


図 7-5. 太陽角極角の定義

このような太陽輻射圧測定運用は、2015年5月から11月の半年間で、他の運用の合間を縫って、計82セット行われた。この82セットの運用中の平均太陽角をまとめると、図7-6のようになる。図7-6では、X方向およびY方向の極角 θ_x, θ_y を示している。共に $-40\sim 40$ 度程度に分布していることがわかる。また、同じデータを、Z軸を中心とした2次元平面上にプロットすると、図7-7のようになる。

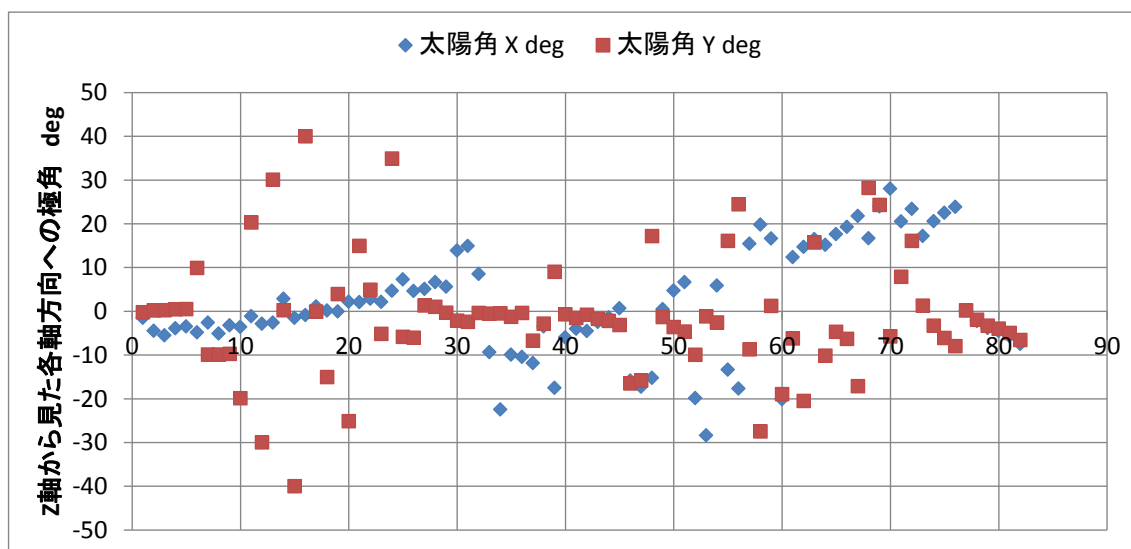


図 7-6. 太陽輻射圧測定運用の各区間での太陽角平均値

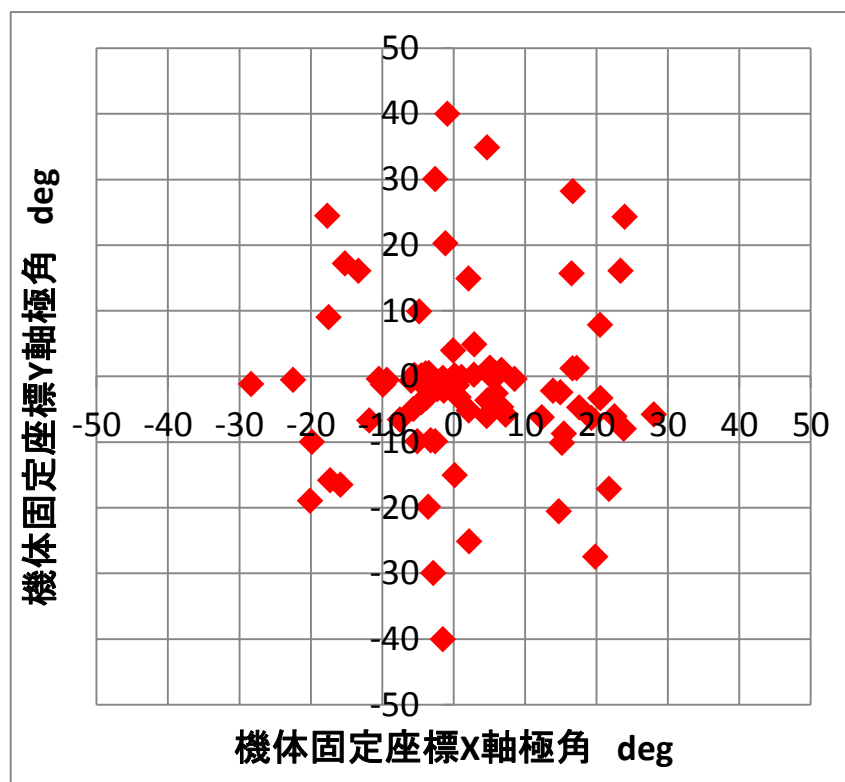


図 7-7. 太陽輻射圧測定運用での太陽角平均値二次元プロット

7.3節 PROCYON フライトデータ解析の概要

深宇宙探査機である PROCYON に加わる主要な外乱トルクは、太陽輻射圧トルクだと考えられる。本解析の目的は、提案した高精度計算手法で求めた PROCYON 太陽輻射圧トルクが、実際に軌道上で PROCYON に加わった外乱トルクをどの程度模擬しているかを検証することである。さらに、提案手法の利点の一つである光学特性によるモデル補正についても、フライトデータを用いて検証することを目指す。

本解析は、次のような手順で行う。

- ① PROCYON の忠実度の高い形状データを得るため、設計に利用された CAD モデルを利用する。ただし、計算精度向上や計算の高速化のため、一部修正し、宇宙機形状の三次元モデルを作成する。
- ② 三次元形状モデルから、5.2 節で紹介したテンソル計算ツールを用い、太陽輻射圧トルクを計算するためのテンソルを生成する
- ③ 物質光学特性としては、単純反射モデルを仮定し、地上での観測値を初期値として与える
- ④ 太陽情報としては、軌道解析から得られた慣性座標系での宇宙機太陽相対位置ベクトルとスタートラッカで観測された慣性座標-機体固定座標変換 Quaternion を用い、太陽宇宙機距離および、機体固定座標系での太陽方向ベクトルを求める(7.4 節)
- ⑤ 上記情報を元に機体固定座標系での太陽輻射圧トルクを求め、トルクを積分し、観測された角運動量との誤差を評価する
- ⑥ さらに、5.3.2 項で求めた正規方程式を利用し、光学特性推定を行い、モデルがどのように改善されるかを確認する

提案モデルと比較するため、単純な平板モデルも使うことにする。モデルについては、7.5 節で詳細を述べる。

7.4節 太陽情報の導出

本節では、解析で用いた太陽距離・方向情報の導出過程を述べる。太陽に関する情報は、軌道解析から得られた太陽 PROCYON 相対位置ベクトルと、PROCYON 搭載スタートラッカによって観測された慣性座標-機体固定座標変換 Quaternion から求めている。

PROCYON には、サンセンサが搭載されているので、その情報を利用することで太陽方向を得ることは可能である。しかし、PROCYON の実際の運用では、2015 年 8 月から 10 月の間、サンセンサの電源を切るような運用を行っており、この情報を使うことができない。よって、今回は全ての期間で同一の解析が可能となるため、スターセンサと軌道情報を用いて太陽方向を求めることにした。

図 7-8 に太陽を中心とした慣性座標系での PROCYON 位置ベクトルの履歴を示す。このデータが軌道に関する源泉情報となる。まず、宇宙機-太陽距離について述べる。図 7-8 に示す位置ベクトルのノルムから求めることができる。ただし、時刻系は UTC ではなく、Ephemeris Time(ET)と呼ばれる 2015/1/25 15:00.00 を基準としたものを用いる。図 7-9 に縦軸を AU 単位の PROCYON 太陽相対距離、横軸を day 単位の ET で図示したものを示す。この図を 5 次多項式で近似し、その近似関数を用いて太陽距離を求めるとする。

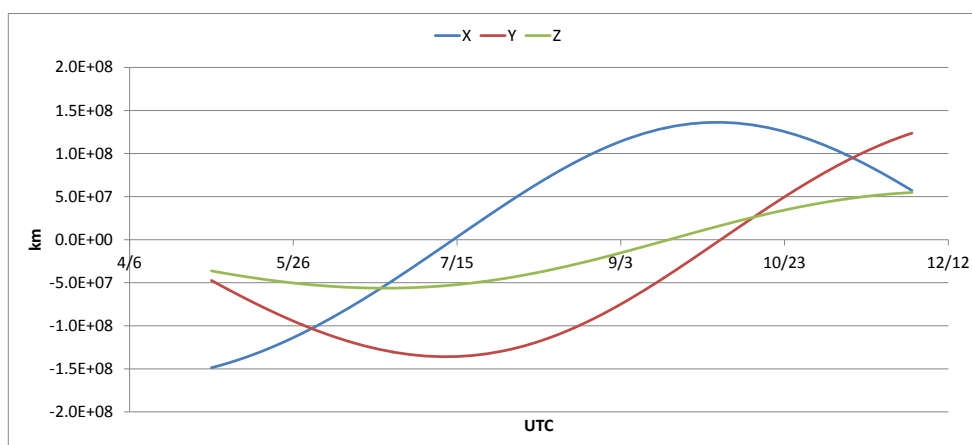


図 7-8. 太陽を中心とした慣性座標系での PROCYON 位置ベクトル

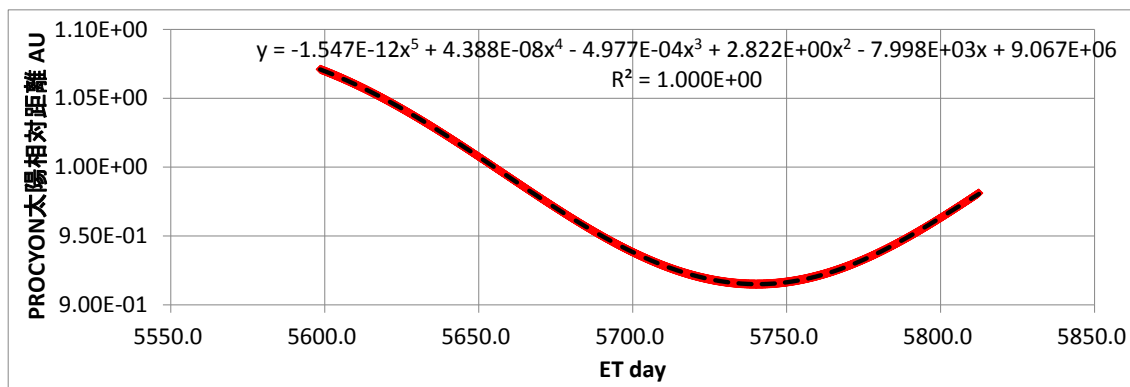


図 7-9. PROCYON 太陽相対距離(黒破線：近似値，赤実線：軌道解析値)

次に太陽方向について述べる。まず、図 7-8 に示す軌道解析情報から、慣性座標系での PROCYON→太陽方向ベクトルを求める。つまり、図 7-8 の PROCYON 位置ベクトルにマイナスをかけ、正規化する。その後、図 7-10 のように、正規化されたベクトルの X, Y, Z 成分それぞれを太陽距離と同様に day 単位でプロットし、このデータを 6 次多項式で近似する。角運動量解析時には、近似関数から慣性座標系での PROCYON→太陽方向ベクトルを求め、その後スターセンサで観測された慣性座標-機体固定座標変換 Quaternion を用いることで、機体固定座標系での太陽方向ベクトルを得る。

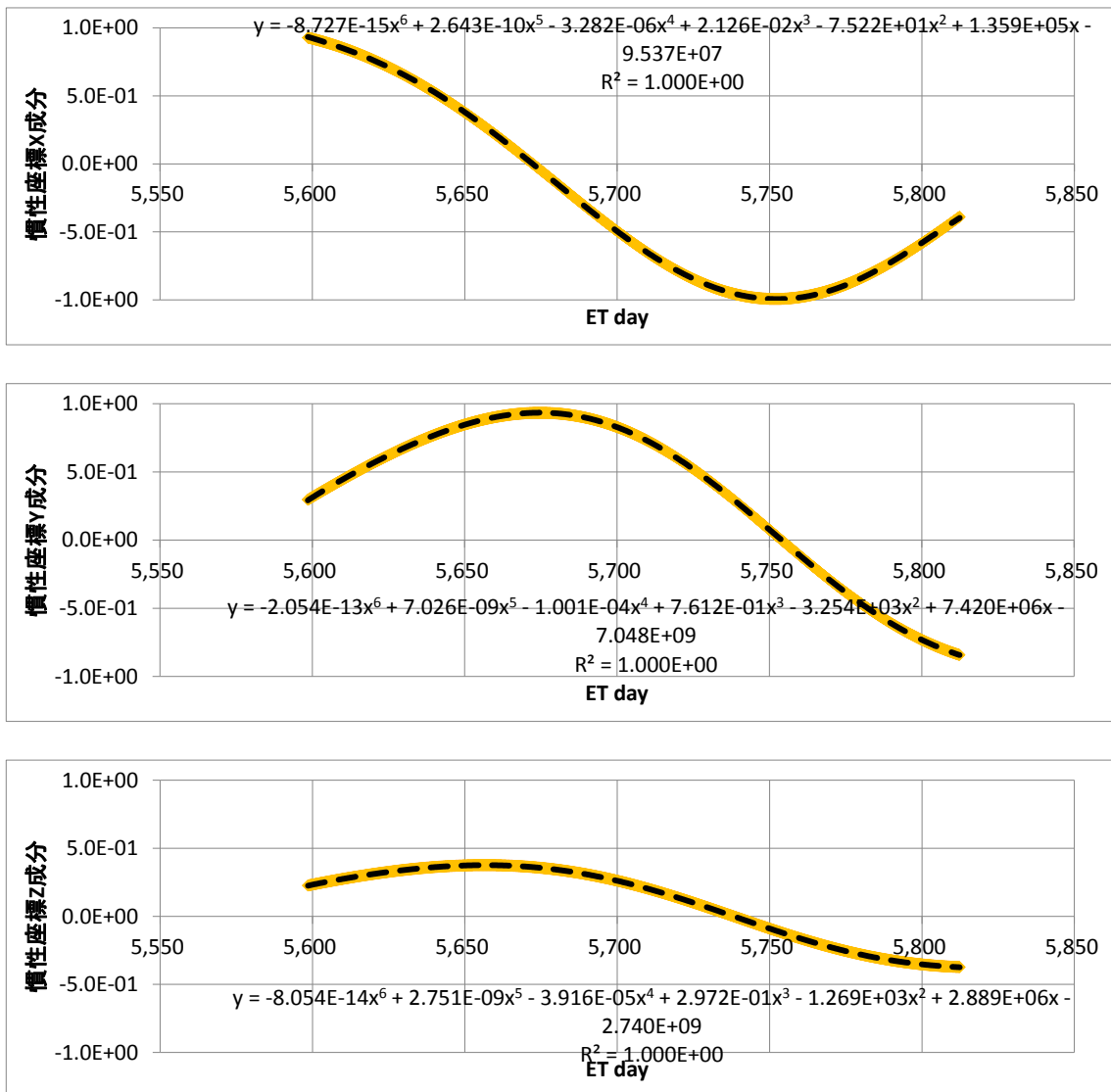


図 7-10. PROCYON 太陽相対距離(黒破線：近似値，黄実線：軌道解析値)

7.5節 利用するモデルの説明

今回の解析のメインは、提案手法による太陽輻射圧トルク計算であるが、比較のため、従来の単純な太陽輻射圧トルク計算手法である平板モデルでも計算を行うとする。本節では、両モデルについて紹介する。

7.5.1項 平板モデル

PROCYON の太陽電池パドル、PZ 面のみを平板で再現した平板モデルを図 7-11 に示す。光学特性は、地上での測定結果をもとに、SAP を構成する太陽電セル、PZ 面を構成するゲルマニウムカプトン、MLI の面積平均を取って求める。具体的な値は表 7-2 のようになる。

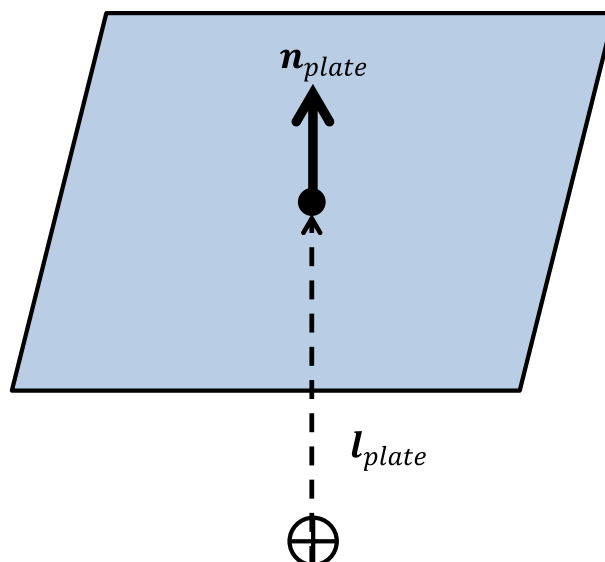


図 7-11. 平板モデル

表 7-1. 太陽電池パドルと PZ 面を合わせたパラメータ

面積 m^2	1.1124
鏡面反射係数 ρ	0.151
拡散反射係数 γ	0.089

また、PZ 面の SRP 作用点は、平板の中心とし、重心位置は質量特性試験のデータを利用する。重心から SRP 作用中心までのアームベクトルは次式で得られる。

$$l_{plate} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 560 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.43 \\ -3.41 \\ 302.42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.43 \\ 3.41 \\ 257.58 \end{bmatrix} \text{mm} \quad (7-1)$$

7.5.2項 提案手法のための精密 CAD モデル

提案手法を PROCYON に適用するため、実際に PROCYON の設計時に用いられた CAD モデルをベースに、テンソルを生成するための 3D CG モデルをもとめる。図 7-12 に PROCYON の CAD モデルを示す。

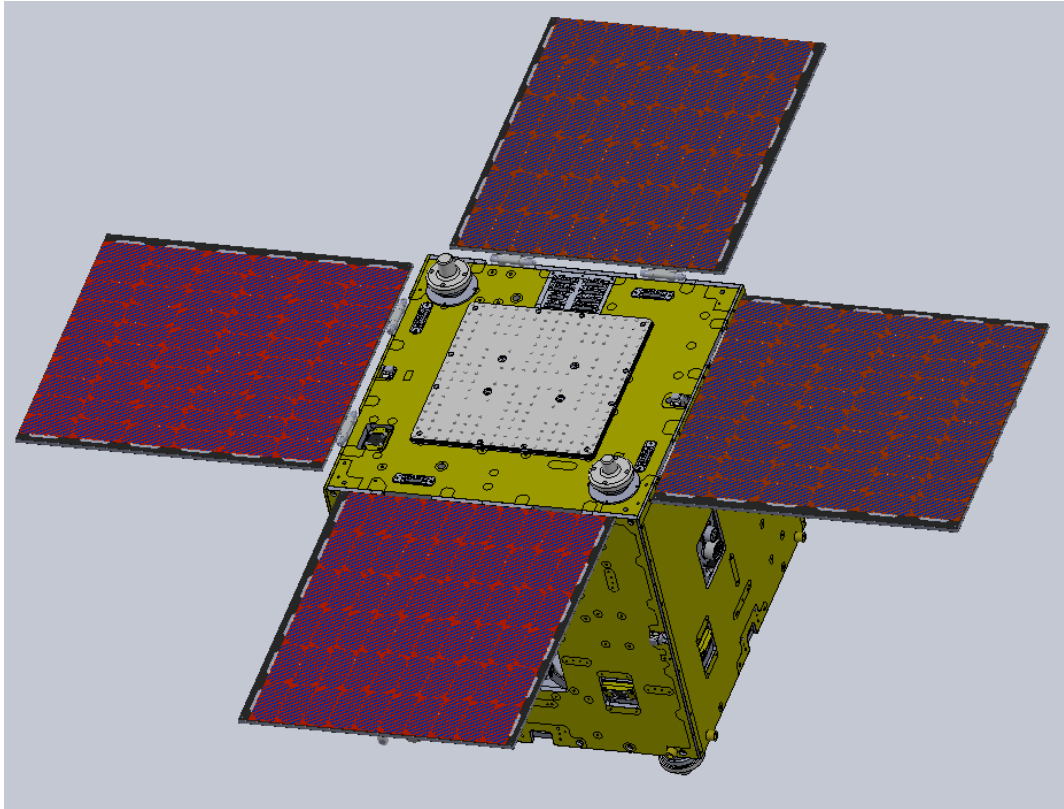


図 7-12. 実際に設計時に用いられた PROCYON の CAD モデル

このモデルをそのまま使うと、次のような問題が生じるため、いくつかの修正を加えた。まず、CAD モデルでは PROCYON 側面に装着されている MLI が模擬されていなかった。MLI は、図 7-13 や図 7-14 に示すように、再外面に装着され、太陽輻射圧計算に大きな影響を与える。そのため、CAD モデルに MLI を追加することは重要なモデル修正となる。さらに、多重反射を無視している今回の手法では、望遠鏡の開口部など側面に空いた穴はうまく表現できず、いたずらに計算コストを増加させるだけなので、穴をふさぎ、完全黒色体であるとした。このような操作を加えて作り上げた三次元モデルを図 7-15 に示す。

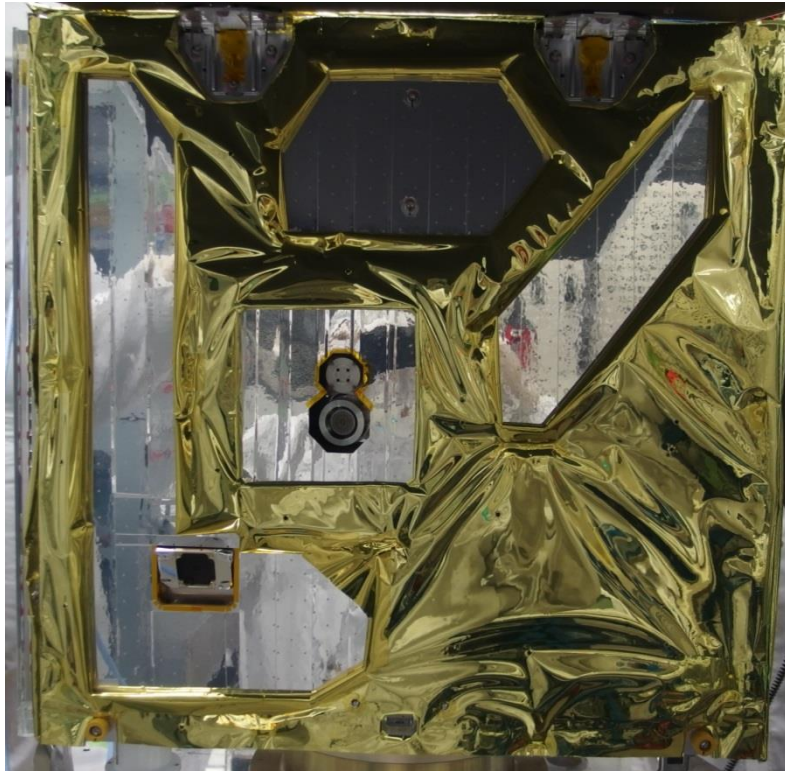


図 7-13. PROCYON フライトモデルに搭載された MLI (MY 面) [88]

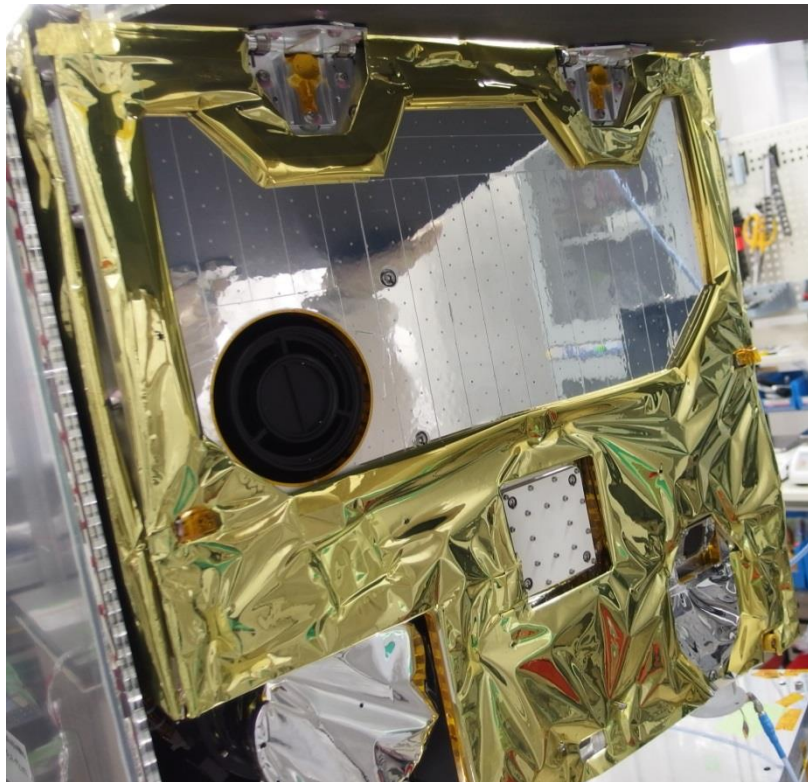


図 7-14. PROCYON フライトモデルに搭載された MLI (MX 面)

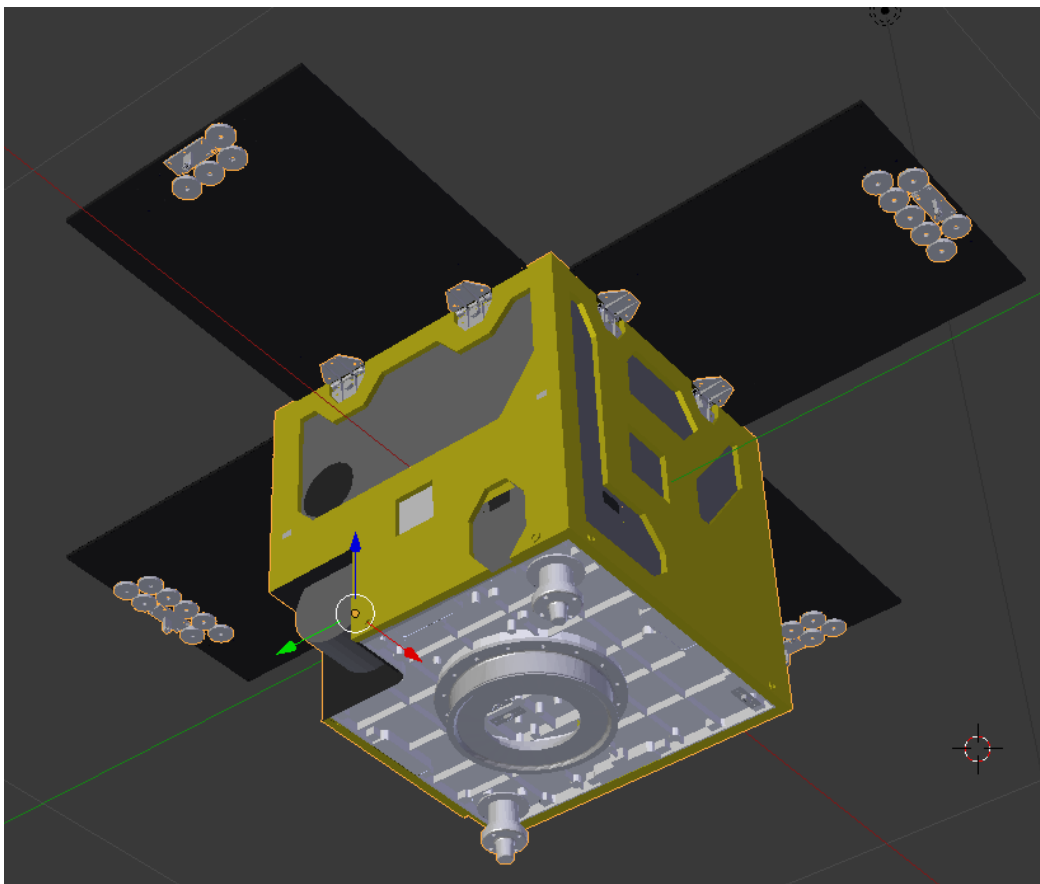
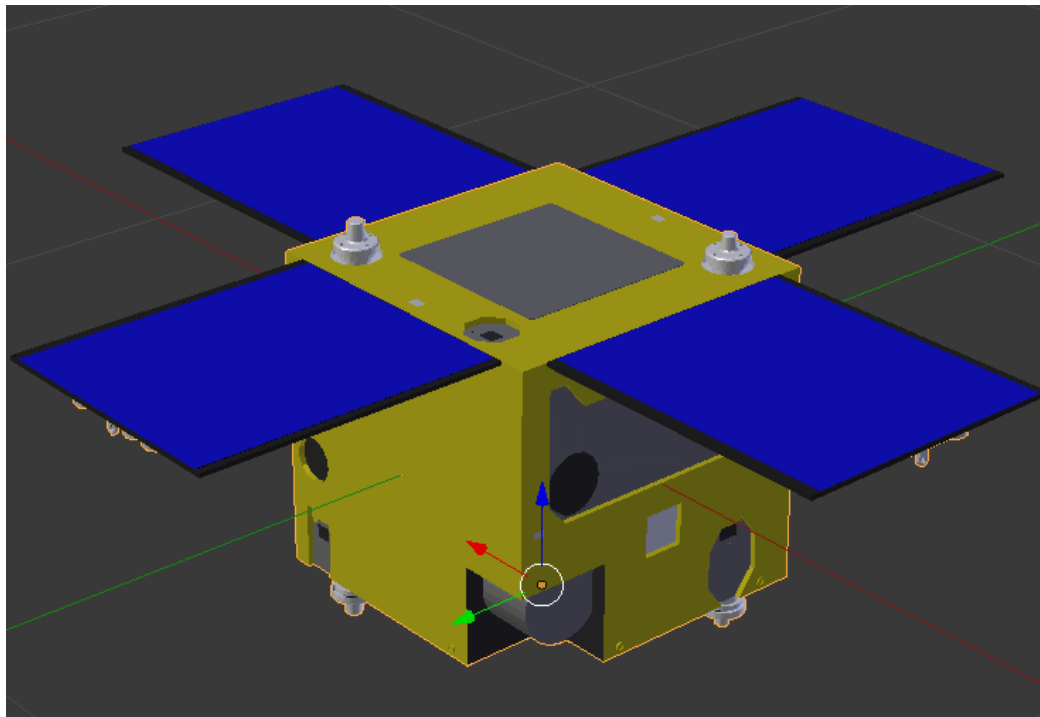


図 7-15. CAD モデルに MLI を加え，一部を簡略化した 3D CG モデル

さらに、このモデルを多数のポリゴンに分割する必要がある。分割後の微小面の面積の最大値が、 2 cm^2 以下となるまで分割し、その結果が図 7-16 のようになる。これによって、PROCYON の詳細三次元モデルは 20 万個程度の微小面を持つ三次元モデルとなる。

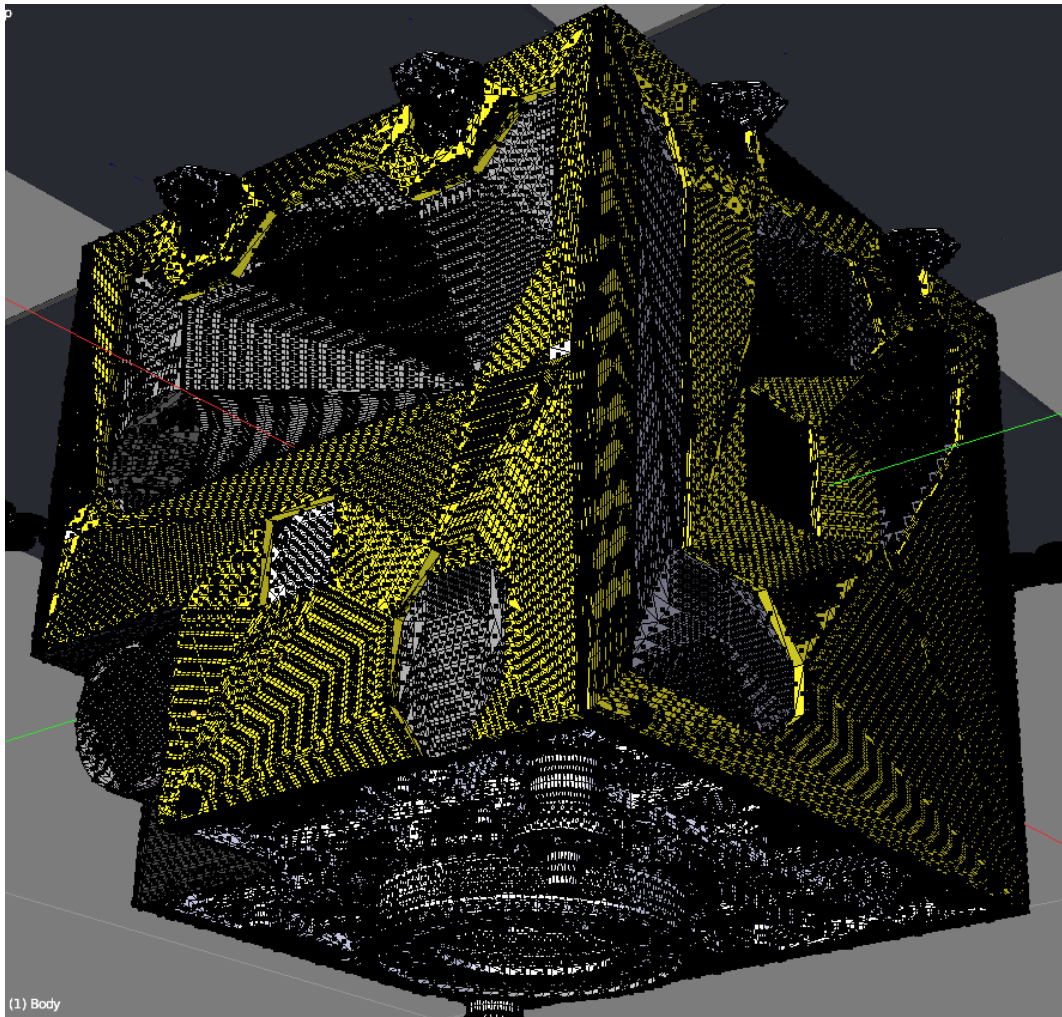


図 7-16. 分割した PROCYON 三次元モデル

このモデルに対し、表 7-2 に示す 9 つの材質を定義し、地上で測定した光学特性を初期値として定義する。9 つ全ての光学特性を推定すると、パラメータは 18 個と多くなってしまふ。しかし、実際には MZ に光が当たるような姿勢は取っていない、Aluminum と Hole は面積が小さく、太陽輻射圧への寄与は小さいといった理由から、これらの光学特性は推定する必要がないと言える。どのパラメータを推定するかについては、具体的な解析部分で述べる。

表 7-2. PROCYON 精密モデルを構成する物質とその光学特性

物質名	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ	備考
Ag Teflon	0.283	0.593	側面の放熱面など
Aluminum	0.325	0.243	ガスジェットノズルなど
Ge Kapton	0.040	0.470	PZ 面搭載平面アンテナ
LGA	0.678	0.016	Low Gain Antenna
MLI	0.032	0.599	Multi-Layer Insulation
MZ	0.705	0.053	Minus Z 面の白色塗装
SAP	0.019	0.104	太陽電池アレイのベース面
Cell	0.006	0.081	太陽電池セル
Hole	0.000	0.000	開口部などの穴 *hole のみ地上測定していない

前述の精密 CAD モデルのデータをテンソル生成ツールに入力し、テンソルを生成した。第 6 章で示したように、バイナリ可視関数を球面 Haar ウェーブレットで近似する手法が、精度・計算速度の観点から最も良いため、その手法を用いている。テンソルを生成するために事前計算にかかった時間、実計算フェーズでの計算速度、テンソルファイルのサイズを表 7-3 にまとめる。表 7-3 に示す事前計算時間から、実在する宇宙機の CAD モデルをベースにした、20 万ポリゴンという大きな三次元モデルであっても、その事前計算が半日程度で終わり、実用的であることがわかる。また、表 7-3 から実計算フェーズでの計算速度は、GPU を使った場合でも 3.8 秒かかるところを、提案手法を用いることで、1.5 ms と高速化できていることもわかる。しかし、表 7-5 に示すモデルのファイルサイズを見ると、元の OBJ ファイルに対し、テンソルファイルを合計したファイルの方が大きくなってしまっている。しかし、第 6 章で述べたようにファイルサイズは計算時間には大きく影響しないので、問題ないと考えている。

表 7-3. 事前計算時間

計算フェーズ	計算時間 時間
バイナリ可視関数計算 (GPU)	7.5
球面 Haar ウェーブレットへの近似(CPU)	5.0
テンソル生成(CPU)	0.3

表 7-4. 実計算フェーズ計算時間

計算フェーズ	計算時間 秒
GPU でのレイトレース計算	3.8
提案手法での計算(CPU)	0.0015

表 7-5. モデルファイルサイズ

ファイル名	ファイルサイズ Mbyte
精密モデルの OBJ ファイル	10.7
$W_{\omega kb'b}$ テンソル	0.48
$Zd_{m\omega kb'b}$ テンソル	2.5
$Zs_{m\omega kb'b}$ テンソル	7.4
$T_{kb'}$ テンソル	0.12
$Ud_{mkb'b}$ テンソル	1.8
$Us_{mkb'b}$ テンソル	4.6

7.6節 解析結果

7.6.1項 光学特性推定を行わない, アプリオリなモデル比較

まず, 光学特性を推定せず, 与えられた数値モデルと観測された角運動量変化を単純に比較する. 図 7-17 に推定無しのモデルで伝搬した角運動量と観測角運動量の誤差の平均値を, 図 7-18 に誤差の標準偏差を示す. 図中の青が平板, 赤が CAD モデルを使った提案手法の通りであり, 上から順に機体固定座標 X, Y, Z 軸となっている. この図から, 常に提案手法の誤差の平均値および標準偏差が小さいことがわかり, モデル化精度は提案手法の方が良いと言える.

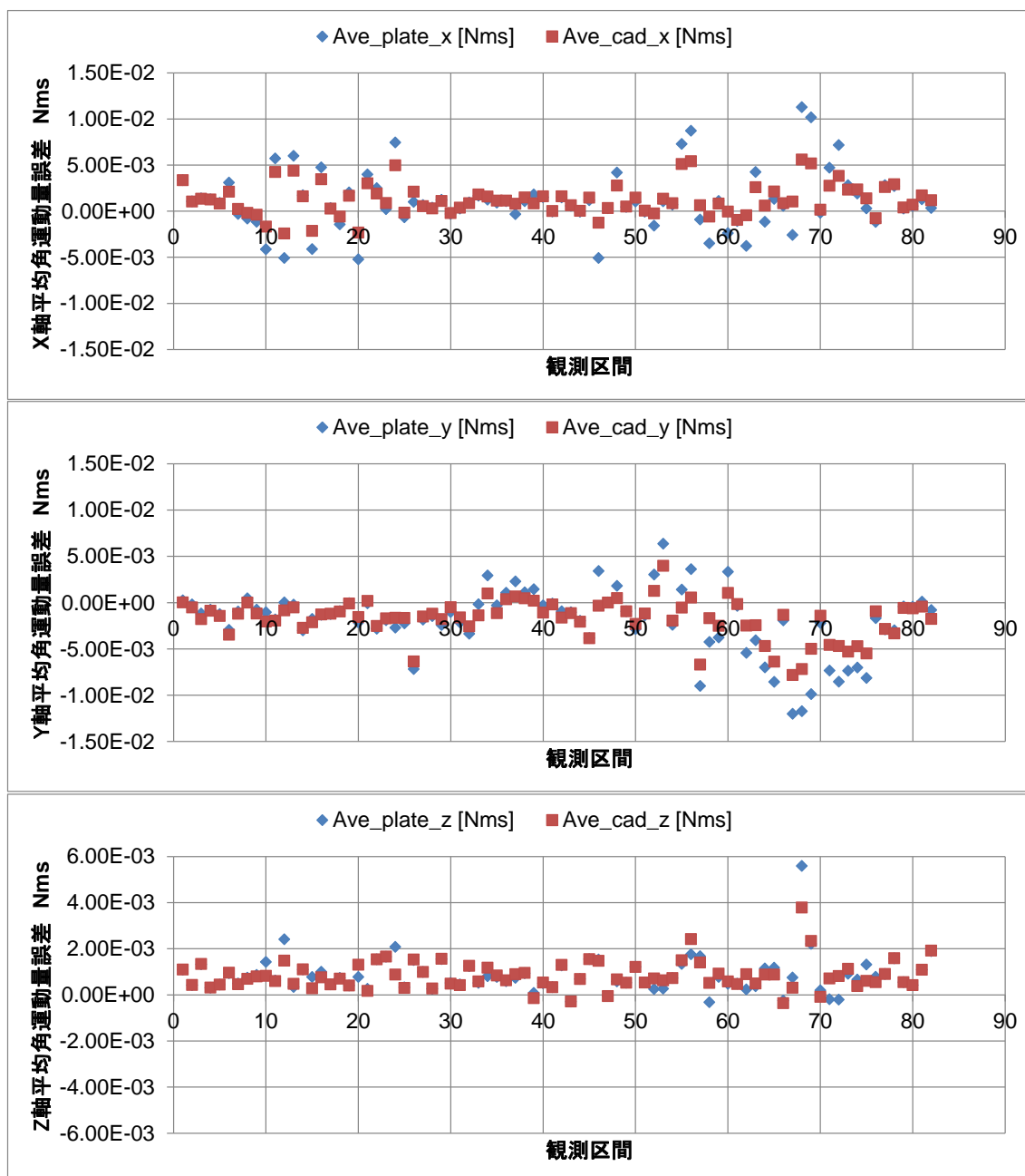


図 7-17. 推定無しの数値モデルで伝搬した角運動量と観測角運動量の誤差の平均値

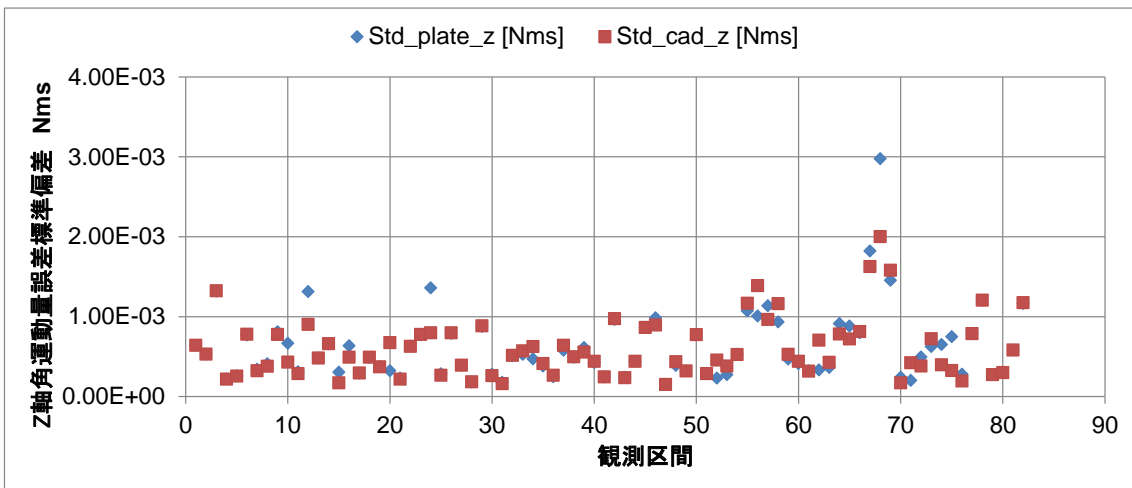
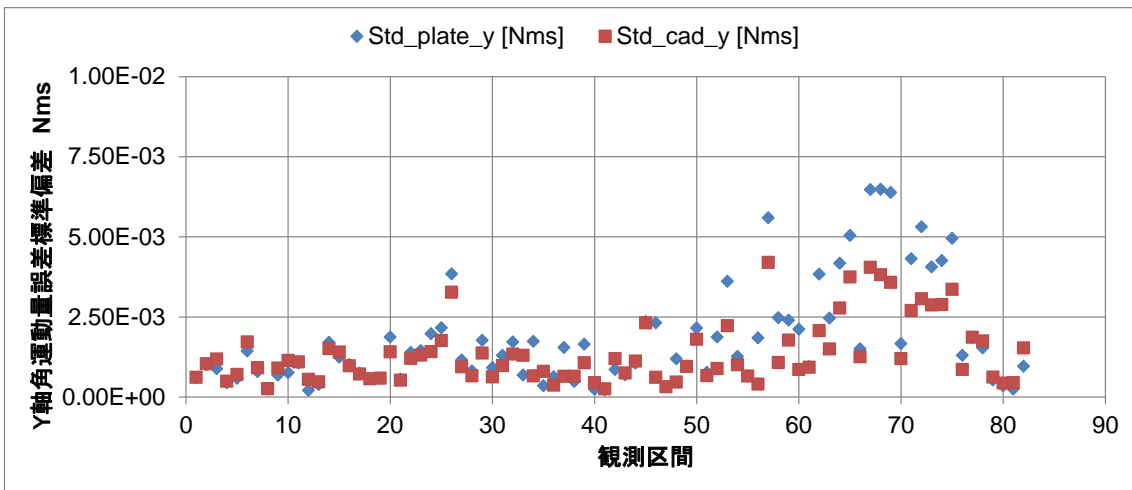
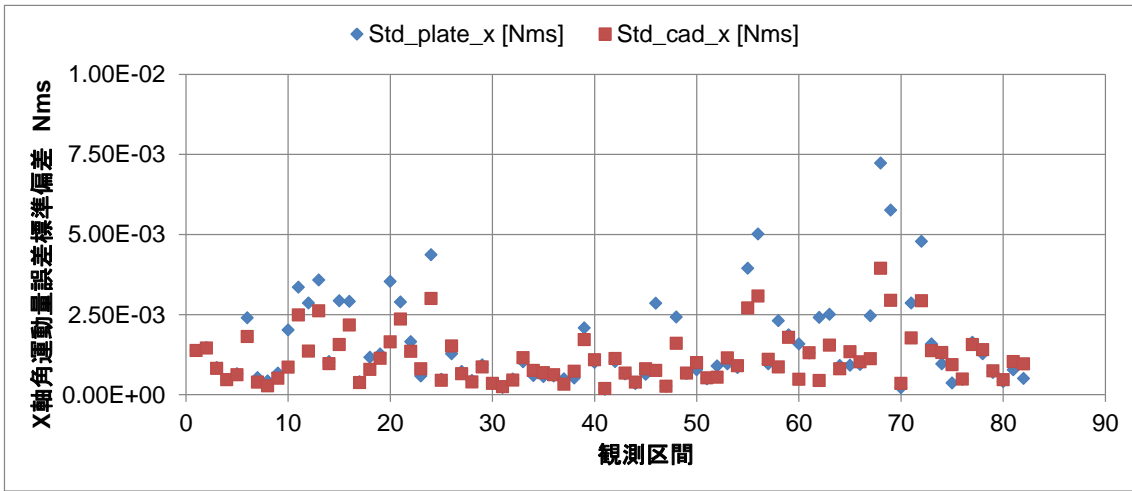


図 7-18. 推定無しの数値モデルで伝搬した角運動量と観測角運動量の誤差標準偏差

次に、図 7-17 を太陽角ごとに整理したものを図 7-19 に示す。X 軸上の太陽極角は Y 軸トルクと関連があり、Y 軸上の太陽極角は X 軸トルクと関係があるので、その相関関係がを元にプロットしている。図 7-19 から、太陽極角が大きくなるほど、角運動量誤差が大きくなっていることがわかる。また、太陽極角が大きくなるほど、CAD モデルをベースとした提案手法と単純な平板モデルとの差が明確になり、提案手法がより有効になっていることがわかる。これは、太陽極角が大きくなるほど、PROCYON 側面に光が当たるようになり、平板モデルではモデル化できない陰を含めた太陽輻射圧計算が必要になるためである。

このように、提案手法を用いることで、側面の陰の効果を含めたモデル化が可能となり、アприオリな情報のみを使った場合でも従来の単純平板モデルよりも角運動量予測精度が向上することが確認できた。また、7.5.2 項で述べたように複雑な形状を取り扱っている提案手法であっても、その計算時間は 1.5 ミリ秒と十分短く、実用的であることも示すことができた。

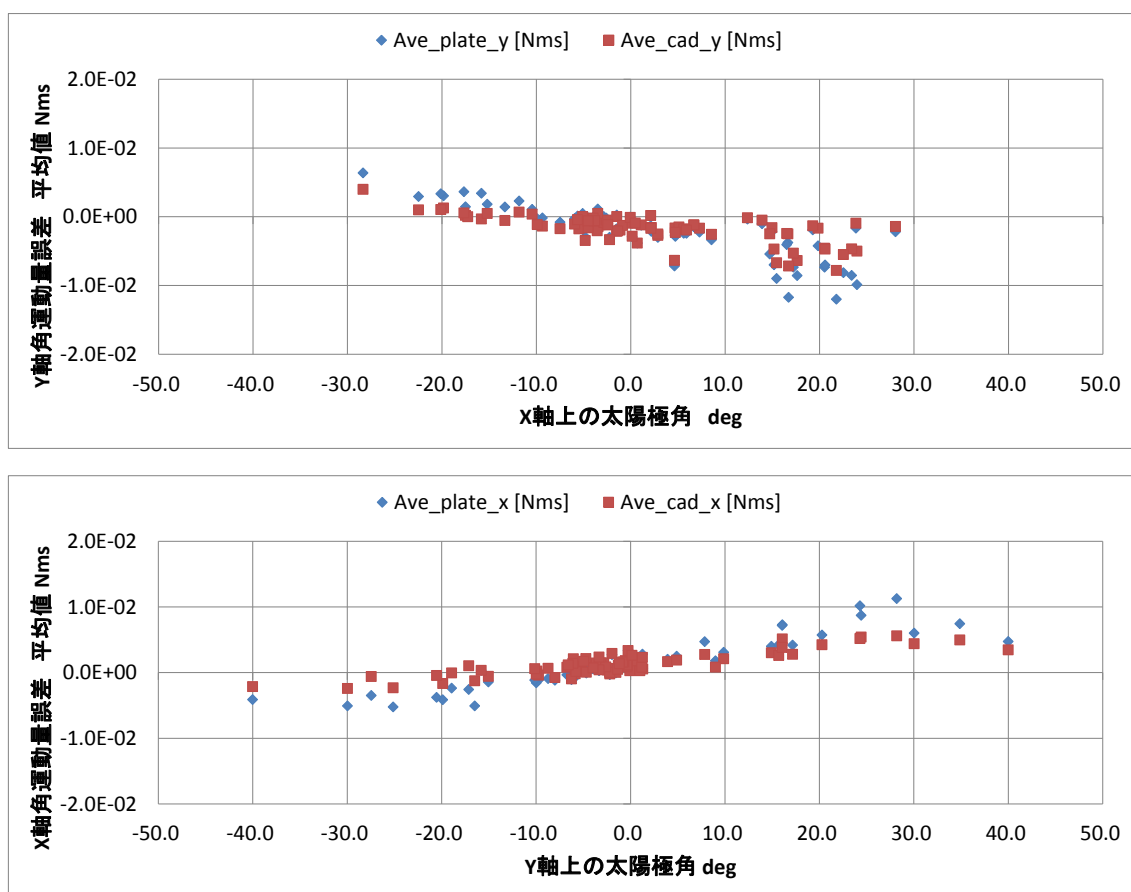


図 7-19. 推定無しのモデルの角運動量と観測角運動量の平均誤差と太陽極角の関係

7.6.2項 光学特性推定によるモデル補正

次に、光学特性推定によるモデルの改善を試みる。光学特性は、5.3 節の(5-24) 式を用いて、初期角運動量推定と同時に行う。ただし、今回の測定では Z 軸は他の二軸に比べてトルクの大きさが一ケタ小さいので、無視し、X、Y 軸の角運動量観測値のみを用いる。つまり、(5-24) 式から Z 成分に関係する部分のみ除外する。また、光学特性は太陽輻射圧測定運用中の半年間で変わらないものと考え、82 区間の観測値全てを使い、各物質の光学特性を 1 度だけ推定する。

PROCYON の精密三次元モデルは、9 つの物質で構成されており、その全ての鏡面反射率、拡散反射率、合計 18 個を推定するのは現実的でないので、影響の大きい物質、光学特性に不確定性があると考えられる物質の光学特性のみ推定する。推定対象物質は何種類か選び、どれを推定することで、推定角運動量精度が向上するか比較する。また、地上での光学特性測定値はある程度の信頼性を持つはずなので、推定時には地上測定値周辺の値を取るよう制約をかける。つまり、次式のような制約をかける。

$$0 \leq x_{Iopt} - \Delta \leq x_{opt} \leq x_{Iopt} + \Delta \leq 1 \quad (7-2)$$

ただし、 x_{opt} は推定される光学特性を表す部分状態ベクトル、 x_{Iopt} は地上で観測された光学特性の初期値、 Δ は初期値周りの変動可能範囲である。

まず、最も影響が大きいと考えられる太陽電池セルと、しわなどの影響から光学特性の不確定性が最も高いと考えられる MLI の推定を行った。初期値周りの変動可能範囲は、どちらも $\Delta=0.1$ とした。推定後の角運動量誤差平均値と、角運動量誤差標準偏差を、図 7-20 と図 7-21 に示す。どちらの図においても、青色が X 軸角運動量、赤色が Y 軸角運動量を表している。図 7-20 から、誤差平均値はほぼ 0 であり、線形最小二乗法による推定がうまく実行されていることがわかる。図 7-21 で示した推定後の誤差標準偏差は、図 7-18 の推定前の誤差標準偏差に比べ、小さくなっていることがわかる。その値は、観測ノイズによる短期変動の見積もり値 1×10^{-3} Nms と同程度に達しており、良い精度で推定されたということになる。つまり、初期角運動量と光学特性推定により、モデルが補正されたと言える。

推定された光学特性を表 7-2 に示す。表 7-2 から、MLI の鏡面反射係数以外の 3 つの値が、推定制約の上限値もしくは下限値に張り付いてしまっていることがわかる。つまり、光学特性補正だけでは、補正できない誤差が残っているということになる。その原因については、後ほど議論する。

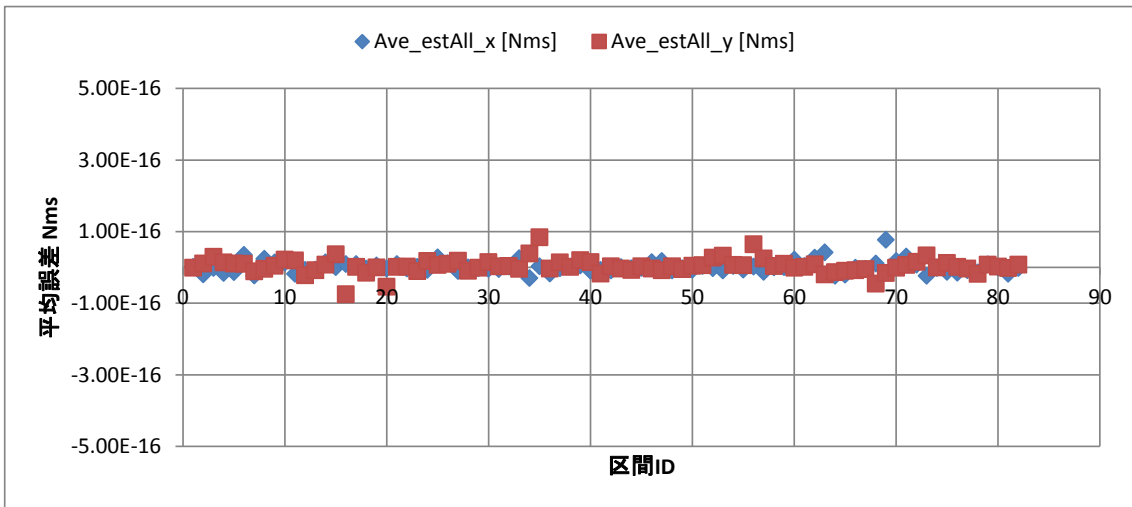


図 7-20. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差平均値

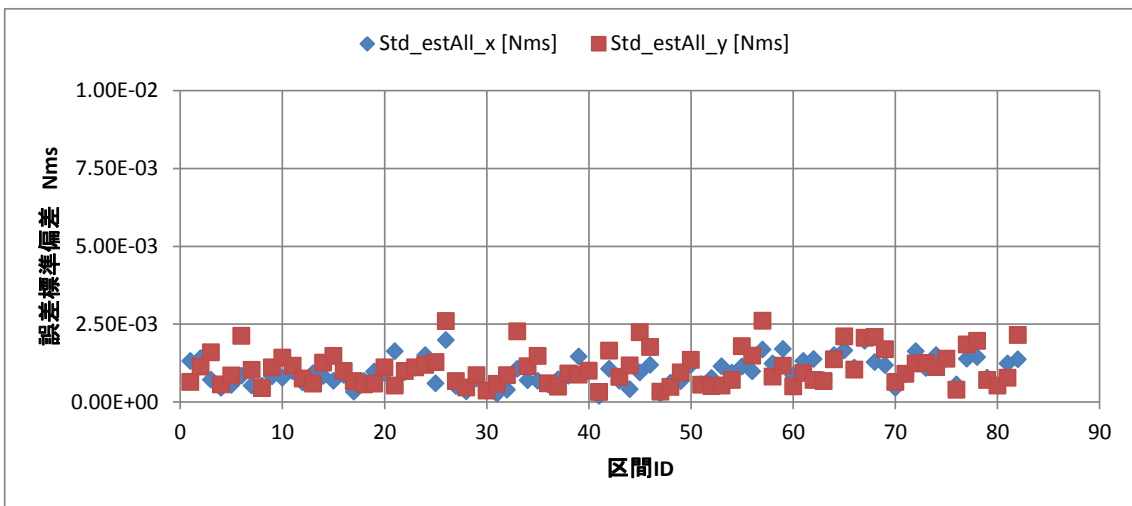


図 7-21. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差

表 7-6. Cell と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定したときの光学特性推定結果

物質名	地上観測値		推定値	
	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ
MLI	0.032	0.599	0.132	0.499
Cell	0.006	0.081	0.106	0.170

次に、太陽電池セルではなく、Ag Teflon と MLI の光学特性推定を行った。初期値周りの変動可能範囲は、どちらも $\Delta=0.1$ とした。角運動量の誤差平均値はほぼ0になるので、今回は角運動量の誤差標準偏差のみを、図 7-22 としてプロットする。図 7-21 で示した太陽電池セルと MLI の光学特性推定に比べ、推定後の誤差標準偏差が大きく、推定精度は悪いことがわかる。表 7-7 に示した光学特性推定結果では、MLI の光学特性が制約の上限下限に張り付いている。Ag Teflon の光学特性は初期値からあまり変わってはいない。この結果から、太陽電池セルの光学特性が重要な役割を果たしているということが確認できた。

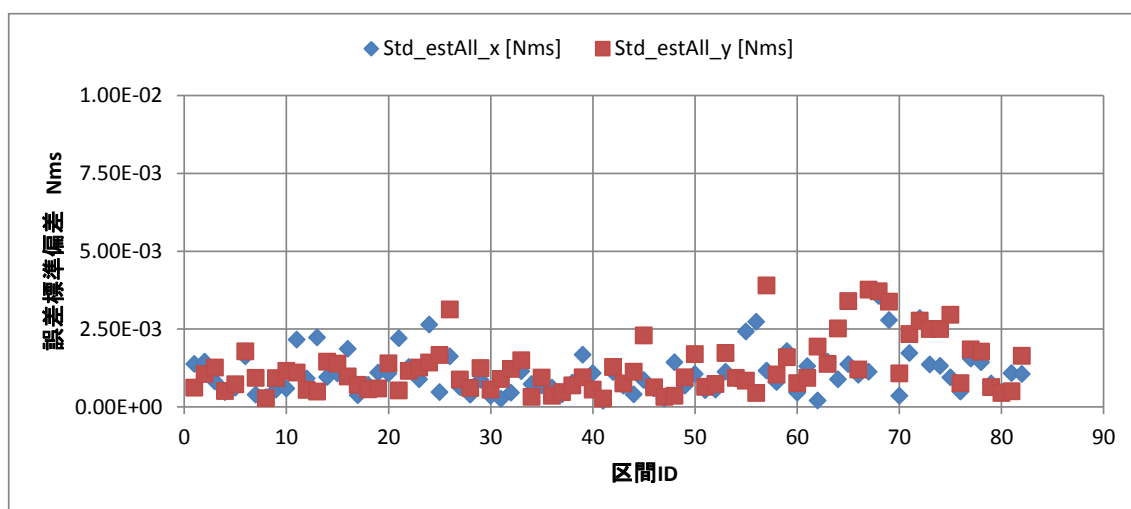


図 7-22. Ag Teflon と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差

表 7-7. Ag Teflon と MLI を $\Delta=0.1$ で全区間推定したときの光学特性推定結果

物質名	地上観測値		推定値	
	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ
MLI	0.032	0.599	0.132	0.699
Ag Teflon	0.283	0.593	0.307	0.693

7.6.3項 平板モデルでの光学特性推定によるモデル補正

提案手法との比較対象として、平板モデルを用いた場合の光学特性推定によるモデル補正結果を示す。ここでは、平板の拡散反射係数 γ と鏡面反射係数 ρ を、初期値に対する制約なしで、つまり $0 \leq \gamma, \rho \leq 1$ および $\gamma + \rho \leq 1$ で推定した。その結果を図 7-23 に示す。CADモデルを用いた図 7-21 に比べ、特に区間 ID67~69 で誤差が大きくなっていることがわかる。また、推定された光学特性を表 7-8 に示す。拡散反射係数が極端に大きくなっており、また、 $\gamma + \rho = 1$ となっているため、太陽光の吸収が発生していないという結果になっていることがわかる。

以上の結果から、平板モデルでは例え光学特性に初期値制約を設けなかったとしても、CADモデルよりも補正後の精度を上げることはできないことがわかる。また、光学特性推定結果も現実の物理現象からは考えられない結果となっている。つまり、平板モデルは提案モデル以上にモデル化誤差を持っており、その誤差を光学特性推定だけから補正することはできないと言える。

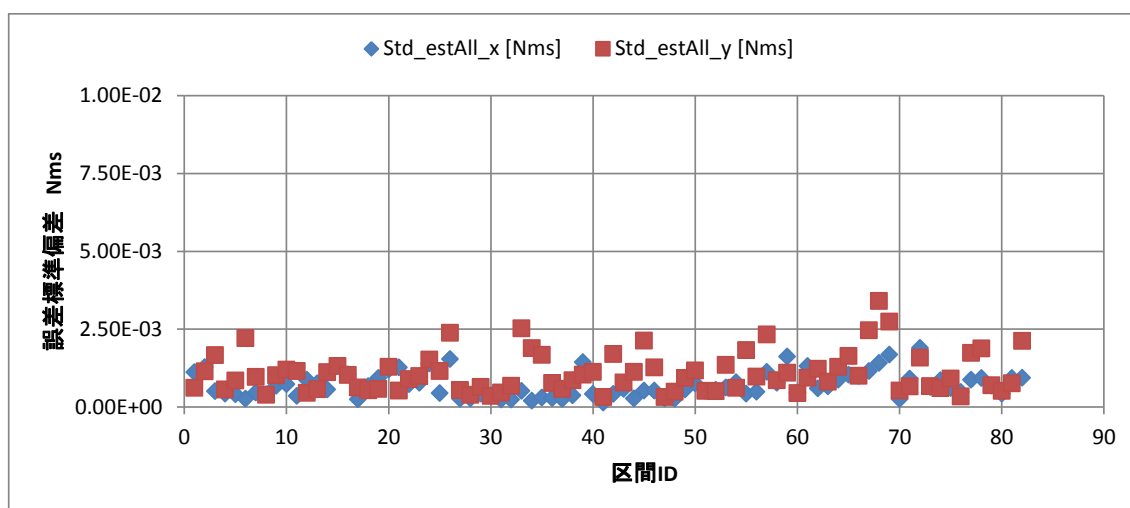


図 7-23. 平板モデルの光学特性を全区間推定した結果の角運動量誤差標準偏差

表 7-8. 平板モデルで全区間推定したときの光学特性推定結果

物質名	地上観測値		推定値	
	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ	拡散反射係数 γ	鏡面反射係数 ρ
平板	0.089	0.151	0.739	0.261

本節で示した PROCYON フライトデータ解析結果より、提案手法の有効性を示す 2 つの事実を確認することができた。1 つ目は、複雑な CAD モデルをベースに提案手法を用いることで、単純な平板モデルに比べて、モデル精度を向上させることができたという点である。特に、太陽極角の大きな姿勢でのモデル精度向上が確認できており、これは手アン手法が陰の効果を含めて定式化されていることに起因している。2 つ目は、フライトデータを元に光学特性推定によるモデル補正が可能であることを示した点である。忠実度の高い宇宙機形状モデルをベースとしたもので、現実のフライトデータから、物理的に意味のあるパラメータを推定し、モデル補正を行った研究例はこれまでにないので、大きな成果だと言える。また、忠実度の低い平板モデルでの光学特性推定よりも、推定精度を高めることができることも示すことができた。提案モデルと比較し、平板モデルは推定係数が 2 つと少ないため、推定精度が悪いという可能性が存在する。しかし、平板モデルでは推定係数を 2 つ以上に増やすことはできず、その 2 つを緩い制約条件で推定してもモデル補正が十分できなかつたという点が重要である。つまり、提案モデルは、やみくもに推定係数を増やすのではなく、物理的な解析の下推定係数を適切に増やし、モデル補正性能を改善しているという点が利点である。

しかし、次のような 2 つの課題点も見つかった。1 つは、複雑な CAD モデルを使ってモデル化を行っても説明できないもフライトデータが存在するという点である。提案手法により、単純な平板モデルより改善はしたものの、太陽極角の大きな姿勢では、まだ角運動量誤差は大きく、うまくモデル化できていないと言える。2 つ目は、光学特性推定が完全にうまくいっているとは言えない点である。前節で述べたように、推定された光学特性は、制約値の上限、下限で張り付いている。このように初期値として与えた地上測定値と大きくずれることは考え難いので、もともとのモデルに何かしら問題があり、光学特性推定だけでは完全に補正できていないのだと考えられる。この 2 つの課題点の原因は、いずれも太陽輻射圧では表現できない外乱トルクが PROCYON に加わっていたことから生じるものだと考えられる。次節ではその可能性について議論する。

7.7節 モデルとフライトデータが一致しないことに関する考察

7.7.1項 フライトデータの詳細解析

前節のフライトデータ解析結果から、精密三次元モデルを使った場合であっても、フライトデータとは一致しないことがあると分かった。本節では、その原因を考察する。まず、図 7-21 などで誤差の大きかった観測区間 68 について考察する。区間 68 では、太陽極角はおおよそ $(X, Y) = (16, 28)$ 度であり、PROCYON 機体固定座標系上では、図 7-24 のように太陽が当たっている。側面に太陽光が照射しているため、平板モデルでは大きな計算誤差が発生すると考えられる。

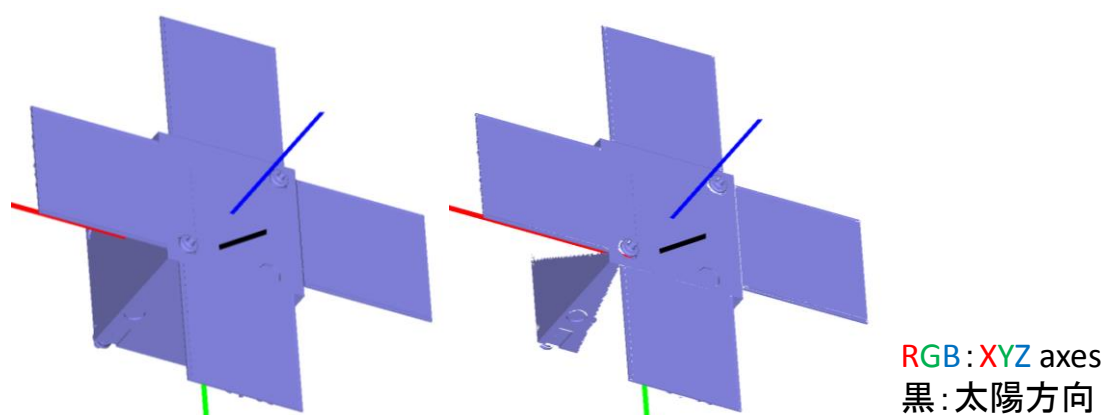


図 7-24. 区間 68(太陽極角 $(X, Y) = (16, 28)$ 度)でのレイトレーサ結果

光学特性推定前後の精密 CAD モデルおよび平板モデルで求めた太陽輻射圧トルクを図 7-25 に示す。図 7-25 内の実線は平板モデルでのトルクであり、緑が推定前、黄緑が推定後である。同図内の破線は精密 CAD モデルを用いた提案モデルでのトルクであり、青が推定前、水色が推定後である。図 7-25 より、X 軸に関しては推定後の平板モデルと提案モデルがほぼ一致しており、どちらも正しい推定が実行できたと考えることができる。しかし、Y 軸は推定後の値が異なっており、特に平板モデルの方で十分な推定ができていないことがわかる。各推定トルクの誤差平均値を求めると、表 7-9 のようになる。

まず、推定前の平板モデルと提案モデルの誤差は、X、Y 軸ともに 2×10^{-8} Nm 程度であり、これが側面の一部に当たった光によって生じるトルクを表していると言える。次に、提案モデルの補正前後でのトルク誤差を考察する。推定後のトルクは、実際に軌道上で加わったトルクと想定できるので、補正前後でのトルク誤差はモデル化されていない外乱によるトルクと考えることができる。その大きさは、 $(3.5 \times 10^{-8}, -2.1 \times 10^{-8})$ Nm 程度であり、もともとの太陽輻射圧の 10% 程度の誤差であると分かる。今回の推定では、この誤差が光学特性推定によって補正されたのだが、10% というのは光学特性の不確実性から生じる誤差よりも大きいと考えられる。このモデル誤差の原因として、光学特性誤差以外には、重心誤差、多重反射による誤差、熱輻射圧 [89]、[21]、宇宙機構造誤差による誤差などを考え

ることができる。次項から、各誤差原因について考察する。

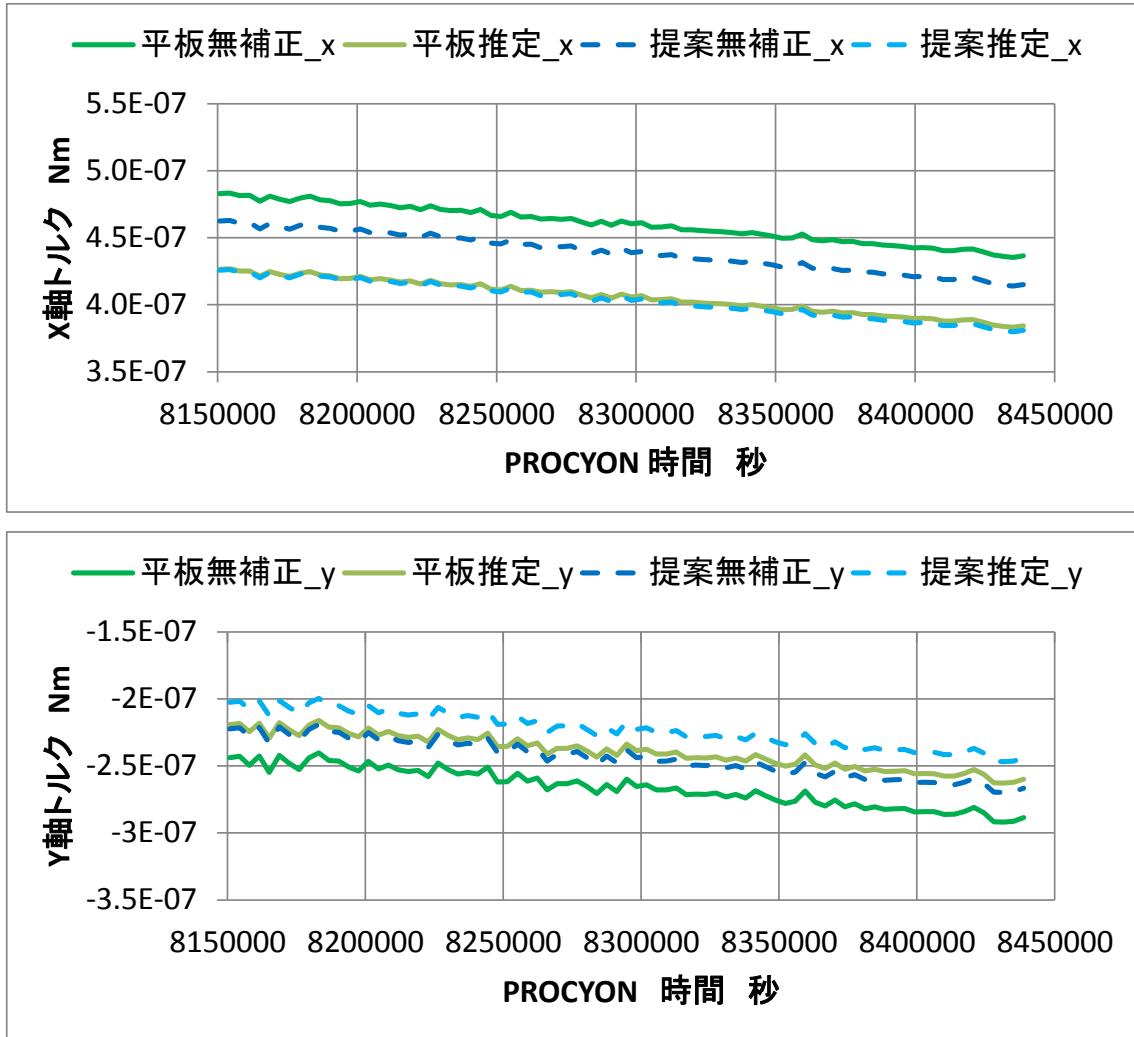


図 7-25. 区間 68 での太陽輻射圧トルクの比較

表 7-9. 区間 68 でのトルク誤差平均値

	X 軸誤差 Nm	Y 軸誤差 Nm
補正前：平板 - 提案モデル	2.1×10^{-8}	-2.2×10^{-8}
平板モデル：補正前 - 補正後	5.4×10^{-8}	-2.7×10^{-8}
提案モデル：補正前 - 補正後	3.5×10^{-8}	-2.1×10^{-8}

7.7.2項 モデル誤差要因の考察：重心位置

モデル化誤差の要因として、まず、重心誤差について議論する。PROCYONは燃料としてキセノンを搭載しており、その残量によって重心が変化する。満タン時の重心は(-0.4,-3.4,2.4) mmであり、空となった時の重心は(2.3,-4.2,2.7) mmと最大3 mm程度の差が生じる。太陽輻射圧測定運用中のキセノン消費率は、10%程度であり、満タン時に近いため、これまでの解析では、満タン時の重心を用いている。

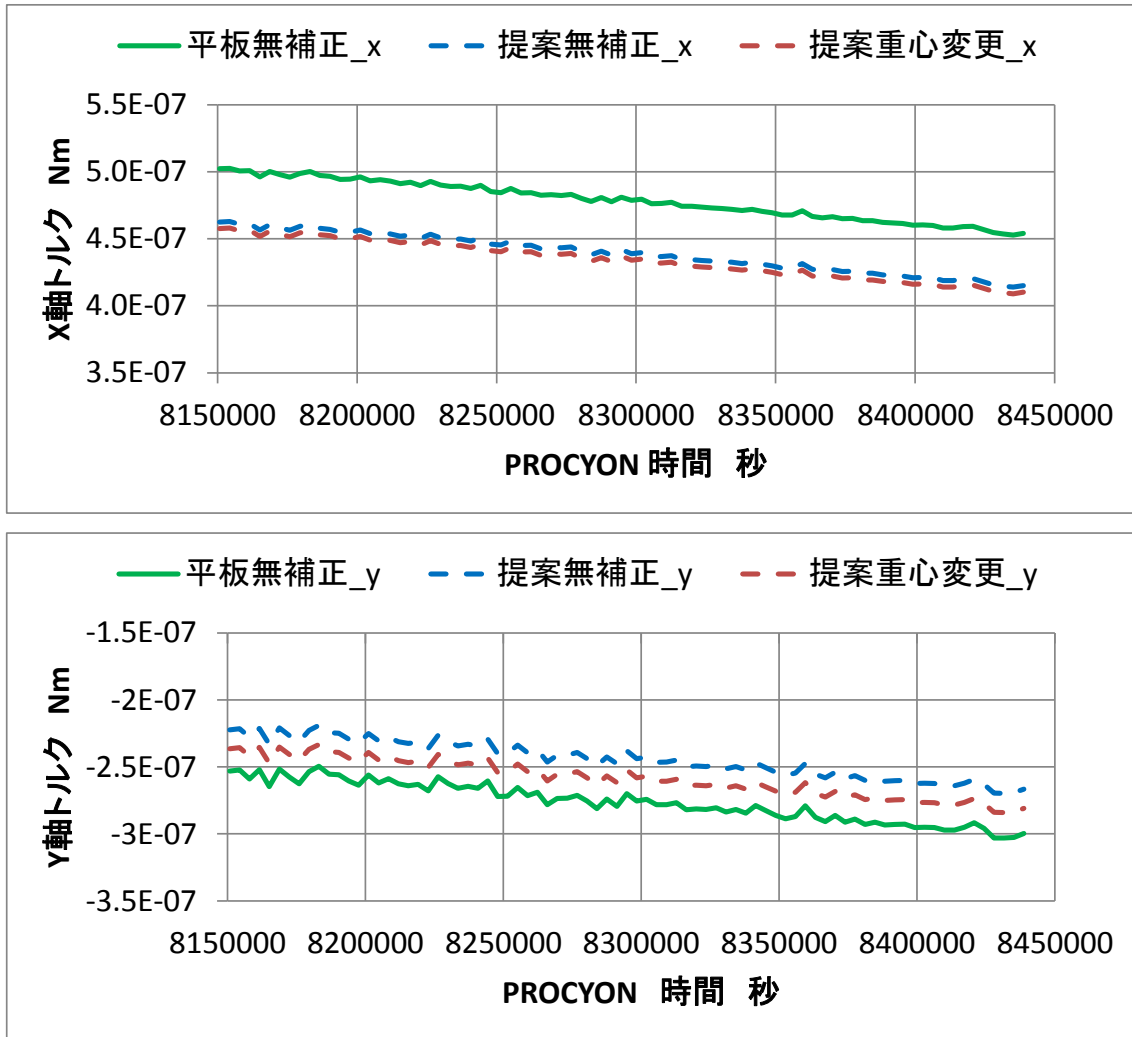


図 7-26. 区間 68 での重心変更の影響評価(光学特性無補正)

キセノンが空の状態の重心位置で、区間 68 でのトルクを計算した結果を図 7-26 に示す。図 7-26 では全て光学特性を推定していない状態でのトルクを求めている。この図から、提案手法において、キセノン満タン時の重心と空の時の重心によって生じるトルク差は、 $(5.0 \times 10^{-9}, 1.4 \times 10^{-8})$ Nm 程度となる。これを表 7-9 で示されたトルク誤差と比べてみると、X 軸に関しては小さすぎ、Y 軸については誤差方向が逆方向となっていることがわかる。よって、キセノン残量による重心誤差では説明できないと言える。もし、打ち上げ前

に実施した地上での質量測定試験の結果から 10 mm 程度重心位置がずれている場合，表 7-9 で示されるようなトルク誤差要因になる可能性はある．しかし，PROCYON 構造系チームによると，重心位置精度は 0.4 mm 程度とのことであり，10 mm の誤差は考え難い．万が一，重心位置誤差が問題である場合，提案手法であれば重心位置ベクトルと他の情報が分離されているため，非線形推定手法を用いることで，重心位置の推定も可能である．

7.7.3項 モデル誤差要因の考察：宇宙機形状

次に、宇宙機形状モデルが CAD モデルと異なることに依って生じるモデル化誤差について考察する。PROCYON の太陽電池は展開式であり、軌道上で正しく展開したかどうかはわからない。展開物の形状誤差は様々なものが考えられるが、今回は、図 7-27 に示すように、全ての太陽電池パドルが、90 度ではなく 89 度までしか展開しなかった場合を考える。このような構造誤差の検討は、本論文で示した提案手法では難しいため、平板モデルで検証する(*提案手法を用いた構造誤差解析の実現可能性については、最終章で述べる)。

図 7-27 に示すように太陽電池が 89 度までしか展開しなかった場合に、区間 68 でのトルクを計算した結果を図 7-28 に示す。ただし、全て光学特性推定を行っていない場合のトルクであることに注意する。図 7-28 より、太陽電池が 89 度までしか展開していないことに依って生じるトルク誤差は、 $(1.0 \times 10^{-8}, -0.5 \times 10^{-8})\text{Nm}$ 程度であることがわかる。このトルクは、表 7-9 で示した提案モデル内での補正前後のトルク誤差と同じ方向であるが、大きさが 3 分の 1 程度となっている。今回は全ての太陽電池が 89 度までしか展開しないと仮定したが、一部の太陽電池のみである場合を計算してみても、同程度のトルク誤差しか生じないことが分かった。

よって、今回問題としているモデル誤差の一部を、この太陽電池展開角度の誤差のような宇宙機形状の誤差によって、説明できる可能性はある。しかし、これだけでは全ての誤差を説明することは難しいため、合わせて、他の誤差原因についても考える必要があると言える。このような形状誤差に関しては、計算時間の観点から、平板モデルのような単純な形状でしか考えることができず、そして平板モデルには側面の効果を見逃しているという問題を持っているため、モデルの取り扱いはとても難しい。そこで、第 8 章では、提案手法を変形させ、形状変化に対応可能なモデルを生成できる可能性について議論する。

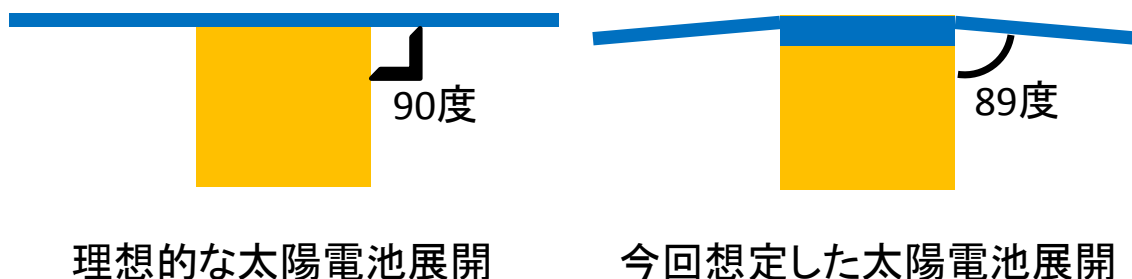


図 7-27. 太陽電池の展開角度誤差

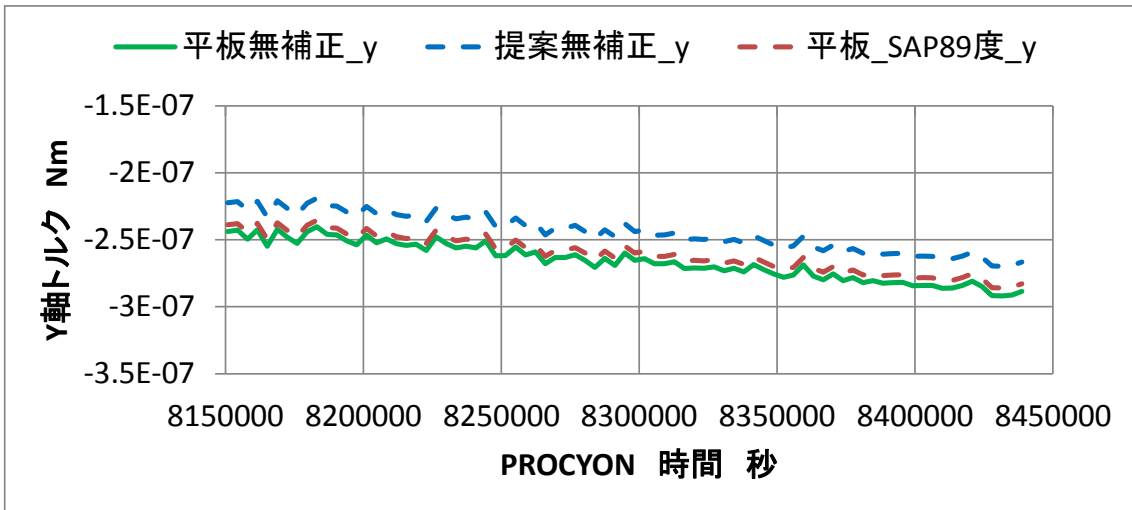
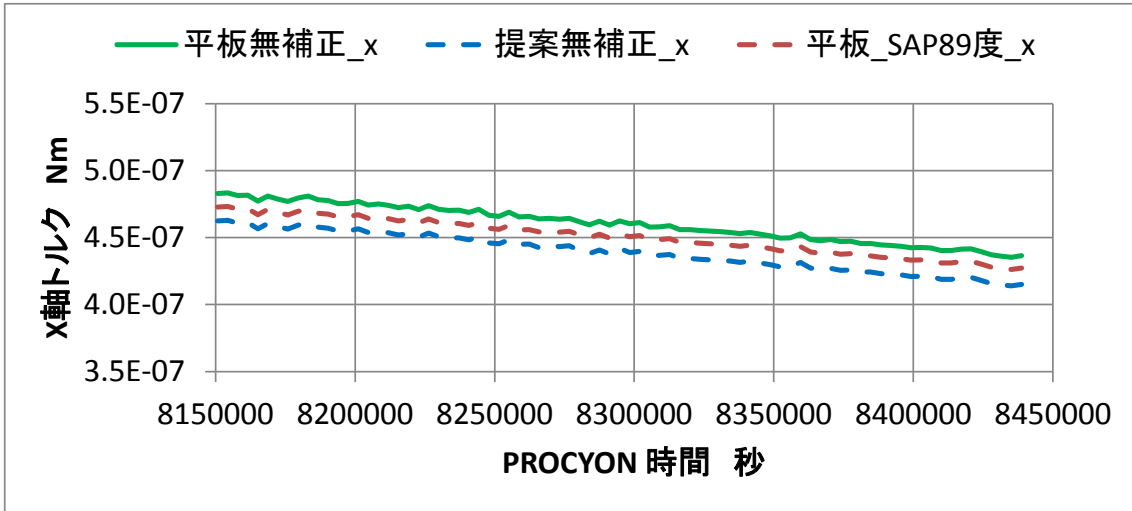


図 7-28. 区間 68 での太陽電池パドル展開誤差の影響評価(光学特性無補正)

7.7.4項 モデル誤差要因の考察：熱輻射圧

最後に、熱輻射圧の影響を考える。熱輻射圧とは、宇宙機表面から宇宙空間に放出される熱によって生じる力である。熱は赤外線(つまり光)として放出されるため、太陽輻射圧と同様の原理で宇宙機と赤外線光子の間に運動量交換が行われ、その結果、力が発生する。熱輻射圧計算では、図 7-29 のように熱が等方的に放射されると考える。この時、熱輻射圧によって発生する力 F_{TRP} は、式(7-3)のように求めることができる。

$$F_{TRP} = -\frac{2\sigma}{3c}A\epsilon T^4 \quad (7-3)$$

ただし、 A は面積、 T は温度(単位はケルビン)、 ϵ は赤外線放射率である。また、 σ はステファン・ボルツマン定数で、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ である。 c は光速である。

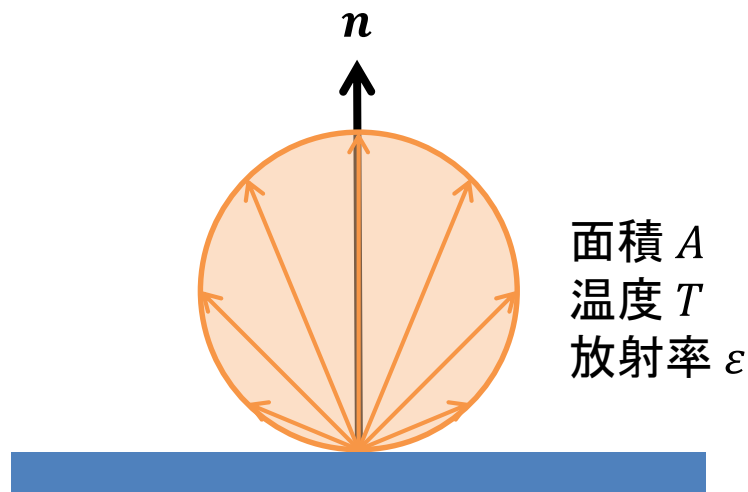


図 7-29. 熱輻射圧の概念図

式(7-3)はある一つの面で発生する熱輻射圧であり、この式だけ考えた場合に発生する力は太陽輻射圧と同等程度の大きさを持つ。しかし、太陽輻射圧が太陽の光の当たる面にしか発生しないのに対し、熱輻射圧は宇宙機の全ての面で発生するため、それぞれの面で力の打消しが生じ、宇宙機全体に加わる熱輻射圧は、太陽輻射圧の1~10%程度の大きさとなる。しかし、宇宙機の放熱に大きな偏りがある場合、熱輻射圧は大きな外乱原因となる。

PROCYONにおいても、放熱の偏りが存在する。例えば、図 7-13、図 7-14 に示すように、PROCYON 側面の断熱用 MLI と放熱用 Ag Teflon は重心位置に対して非対称に取り付けられている。これにより、放熱の偏りが生じ、熱輻射圧トルクが発生する可能性がある。しかし、著者らの研究 [90]によると、PROCYON の側面の放熱の偏りによって発生するトルクは $3 \times 10^{-9} \text{ Nm}$ 程度であり、とても小さい。また、図 7-24 に示すように、区間 68 では側面 MLI の一部に太陽光が当たり、残りの部分には太陽光は当たっていない。太陽光が当たっている部分のみ高温になり、それ以外は低温となることが考えられるので、こ

の温度分布の偏りで、熱輻射圧が発生する可能性もある。極端な例として、太陽光の当たっている MLI を50度、当たっていない MLI を-50度し、図 7-24 の結果において熱輻射圧トルクを計算したところ、その大きさは 10^{-9} Nm オーダーとなった。これも今回問題としているモデル誤差に対しては小さすぎる。これらの放熱の偏りは、面積・アームベクトルが小さいためトルクの大きさとしては小さなものになったものと考えられる。

上記で考察したようなトルクに対する影響の小さな放熱の偏りとは異なり、面積・アームベクトルの大きな太陽電池パドルに放熱の偏りが存在することがテレメトリ解析から明らかになった。これは、PROCYON の電力供給が、4 枚の太陽電池で独立であることに起因する。図 7-30 に区間 68 における各太陽電池パドルの供給電力を示す。ここで、供給電力とは、太陽電池によって生成する電力ではなく、その太陽電池から吸い出され、使用されている電力を指す。PROCYON の場合、全ての太陽電池で吸収率・面積・太陽距離・太陽角度は等しいので、生成電力は等しい。しかし、図 7-30 に示すように、各パドルでの供給電力が異なり、コンポーネントに供給されなかった電力は熱となってパドルから放出されることになる。これによって、放熱の偏りが生じる。

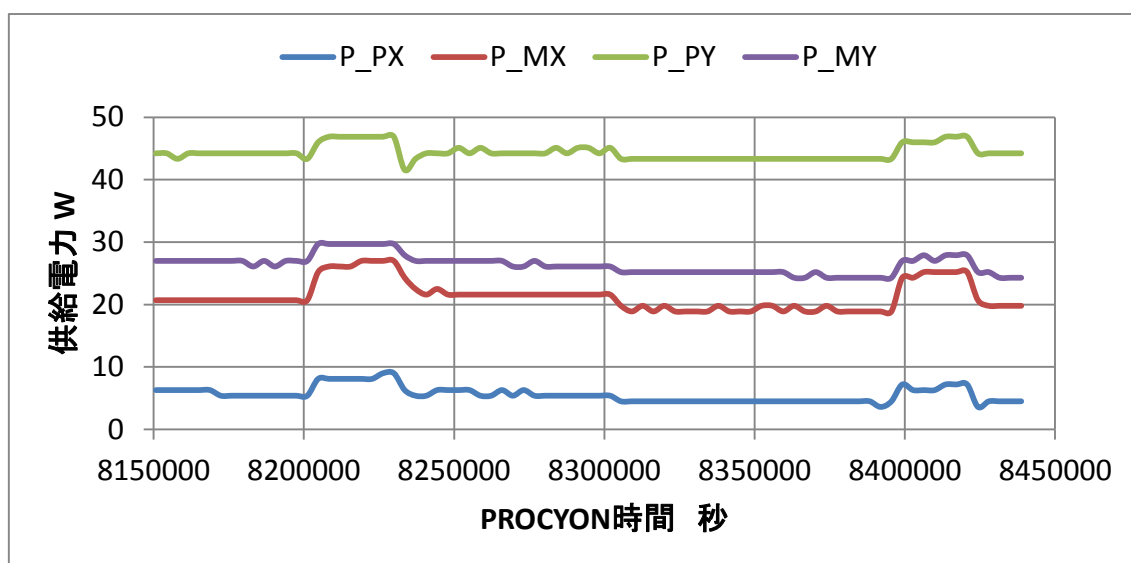


図 7-30. 区間 68 での各太陽電池パドルの供給電力

前述のとおり、太陽電池パドル間で放熱の偏りが生じることを示したが、大きな熱輻射圧トルクが発生するためには、各太陽電池パドルの表面と裏面の温度差が大きい必要がある。よって、次に搭載温度計で観測された太陽電池パドル温度を調べる必要がある。しかし、残念ながら PROCYON では太陽電池 PX の表裏、PY の表という 3 点しか温度計が搭載されていない。その 3 点の軌道上で観測された温度データを図 7-31 に示す。図 7-31 より、太陽電池 PX の表裏の温度差は 6 度程度であることがわかる。また、興味深いのは太陽電池 PX と PY の間で表面の温度が 2 度しか変わらないことである。図 7-30 において、

太陽電池 PY の供給電力は 45 W 程度であるのに対し、PX は 5 W と程度と極端に少なかった。そのため、太陽電池 PX はそのほとんどのエネルギーを熱として放出していることになり、PY は PX に比べ熱の放出は少ないと考えられる。しかし、両者の表面温度が同程度ということは、太陽電池 PY の裏面温度はとても低いということになる。

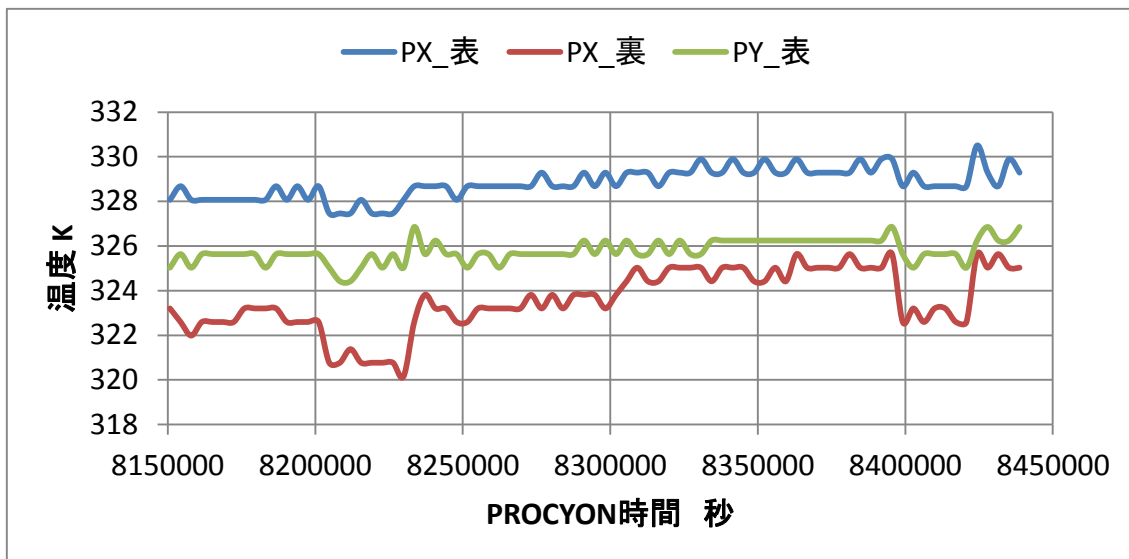


図 7-31. 区間 68 での太陽電池パドルの観測温度

PY 裏面の温度に関して、エネルギー収支の観点から整理する。PROCYON の太陽電池は、宇宙機主構造から断熱されて取り付けられているので、太陽電池単体のエネルギー収支は、図 7-32 のように考えることができ、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 P_{in} &= P_{out} \\
 &= P_{ele} + P_{out_f} + P_{out_b}
 \end{aligned}
 \tag{7-4}$$

ここで、 α は太陽電池の太陽光吸収率、 ε_f 、 ε_b は表面と裏面の赤外線放射率、 T_f 、 T_b は表面と裏面の温度である。また、太陽電池側面からの放熱や宇宙機主構造からの輻射入熱は小さいと考え無視している。

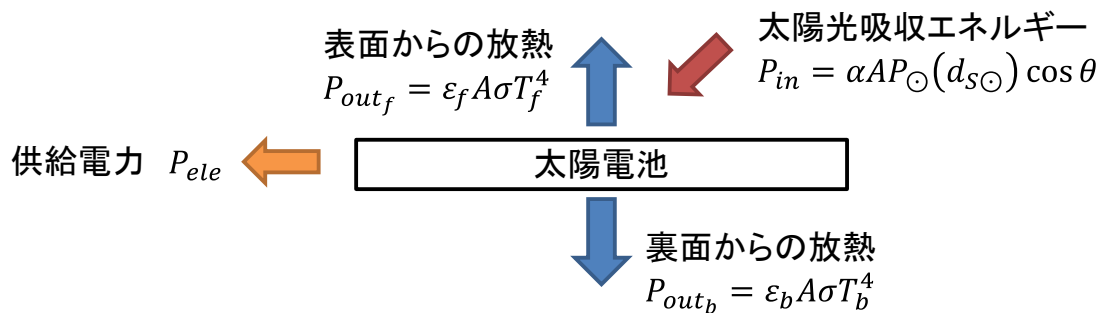


図 7-32. PROCYON 太陽電池のエネルギー収支

太陽電池 PX に関しては、全てのエネルギーがテレメトリから計算可能であり、それぞれの値は図 7-33 ようになり、 $P_{in} = P_{out}$ が成り立つことがわかる。また、 $P_{out_f} \approx P_{out_b}$ も成り立っており、これは裏表の熱輻射がほぼ等しいため、PX 面には熱輻射圧はほとんど発生しないことを示唆している。太陽電池 PY に関しては、 P_{out_b} をテレメトリから直接求めることができないので、次式から間接的に計算する。

$$P_{out_b} = P_{in} - P_{ele} - P_{out_f} \quad (7-5)$$

その結果、太陽電池 PY のエネルギー収支は図 7-34 のようになる。ただし、 $P_{out_b_est}$ は前述の式で求めた値である。図より、 P_{out_f} と P_{out_b} に大きな差があり、これによって PY 面には大きな熱輻射圧が発生することを示唆している。

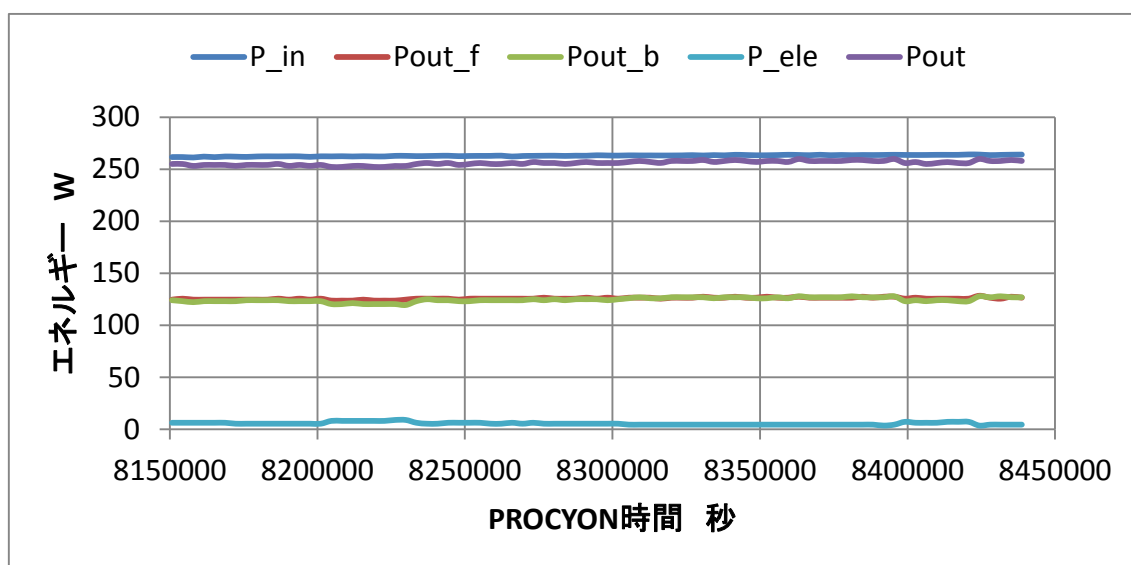


図 7-33. 区間 68 での太陽電池 PX のエネルギー収支

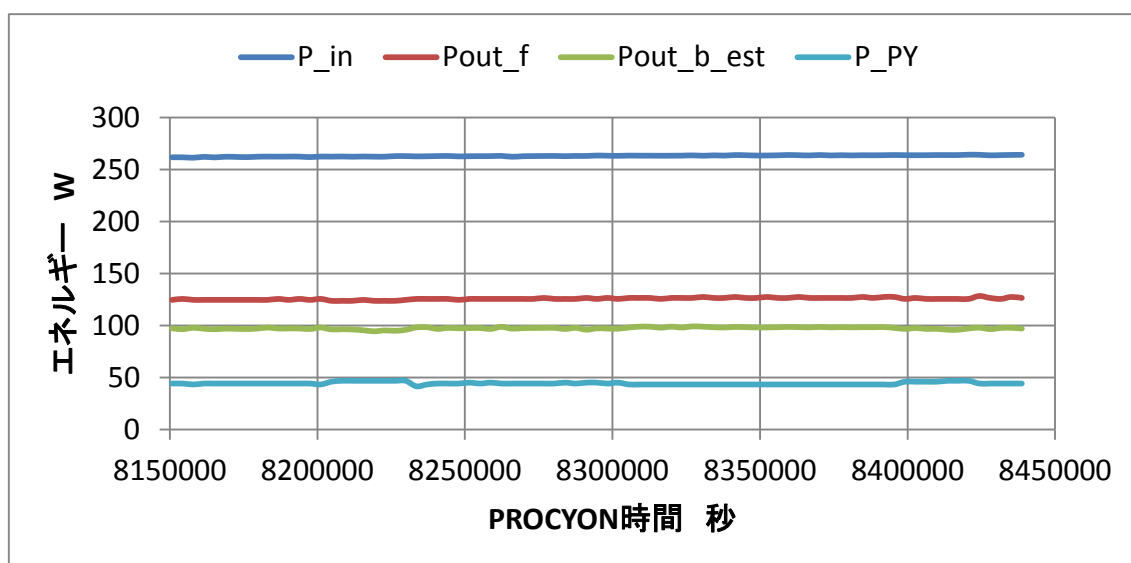


図 7-34. 区間 68 での太陽電池 PY のエネルギー収支

次に、太陽電池 MX, MY のエネルギー収支を求める必要があるが、温度観測値が存在しないので、ある仮定のもと見積もるしかない。図 7-30 に示されたように、太陽電池表面の温度が太陽電池パドル間で差が無いと考え、太陽電池 MX, MY 表面の温度は PX, PY の温度の平均値として扱うことにする。後は、太陽電池 PY と同様に、太陽電池裏面の放熱エネルギーを求めればよい。その結果は図示しないが、 $P_{out_f} - P_{out_b}$ の値は平均して、太陽電池 MX で 4 W, 太陽電池 MY で 10 W となる。

P_{out_f} と P_{out_b} の差から生じる熱輻射圧は、次式で求めることができる。

$$F_{TRP} = -\frac{2}{3} \frac{1}{c} (P_{out_f} - P_{out_b}) \mathbf{n}_f \quad (7-6)$$

ただし、 \mathbf{n}_f は表面の法線ベクトルである。また、PZ 方向から見た太陽電池パドルの幾何学的な位置は、図 7-35 に示すようにそれぞれ Z 軸からほぼ 500 mm の位置にあると考えることができる。この 500 mm に対し、重心位置は数 mm ととても小さいので無視する。

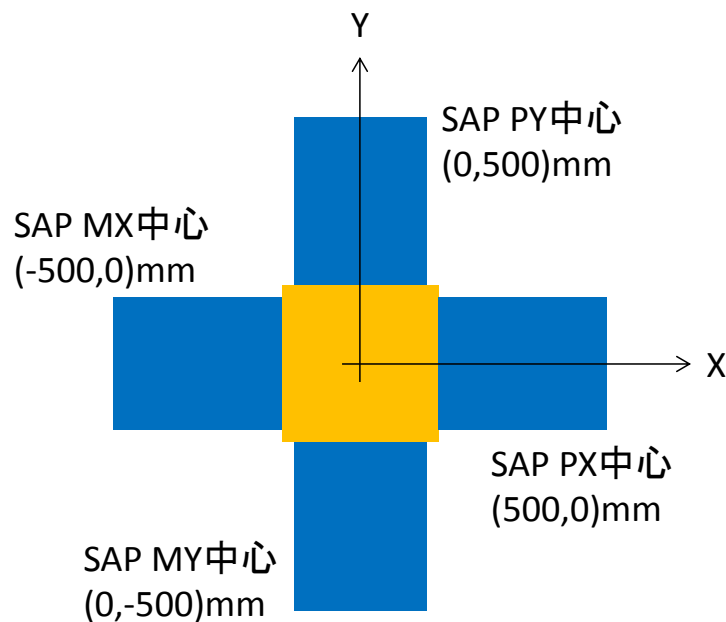


図 7-35. PROCYON 太陽電池の幾何学的位置

以上より、4 枚の太陽電池作るトルクを、図 7-36 のように求めることができる。ただし、太陽電池 PX, MX によって生じるトルク T_{PX}, T_{MX} は Y 軸周りのトルクであり、太陽電池 PY, MY が作るトルク T_{PY}, T_{MY} は X 軸周りのトルクである。これを、機体固定座標系で足しあわせると、対面する太陽電池通しでトルクを打ち消しあう形になり、最終的に機体固定座標系で見た熱輻射圧トルクの大きさは、図 7-37 のようになる。図 7-37 より、X 軸周りのトルクに関して、マイナス方向に熱輻射圧トルクが発生しているので、図 7-25 のモデル誤差を説明できるが、トルクの大きさとしては少し小さい。Y 軸周りのトルクに関しては、方向

が逆となっており、また大きさも一ケタ小さくなっている。

以上より、熱輻射圧トルクは X 軸周りのモデル化誤差の原因の一つである可能性が高いことが分かった。しかし、熱輻射圧トルクのみでは全てを説明することができないので、前述の太陽電池の形状誤差と組み合わせて誤差が生じている可能性がある。Y 軸周りのモデル化誤差に関しては、太陽電池の形状誤差が主たる誤差である可能性が高い。

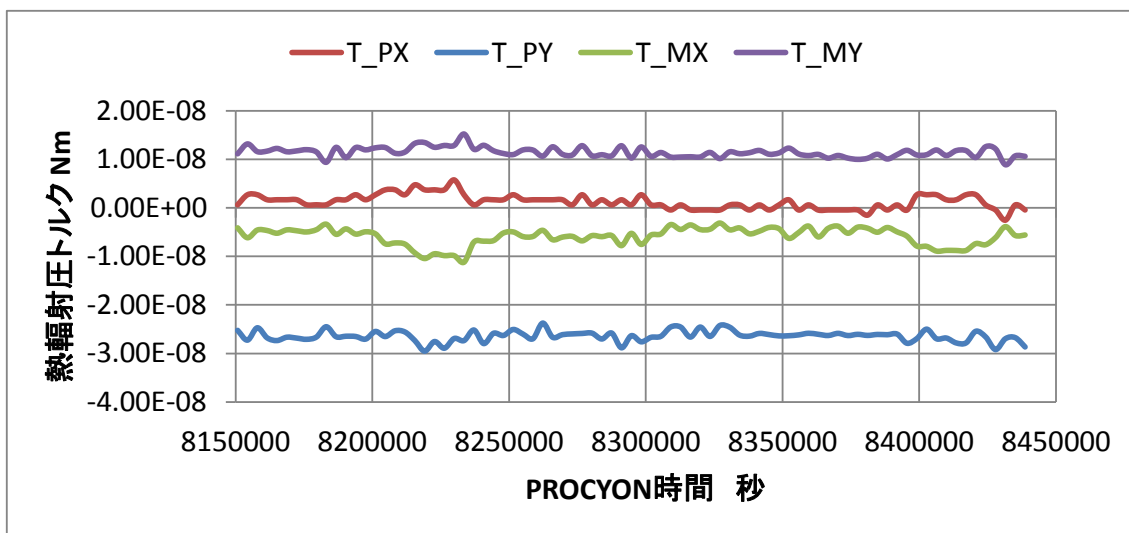


図 7-36. PROCYON 太陽電池に発生する熱輻射圧トルク

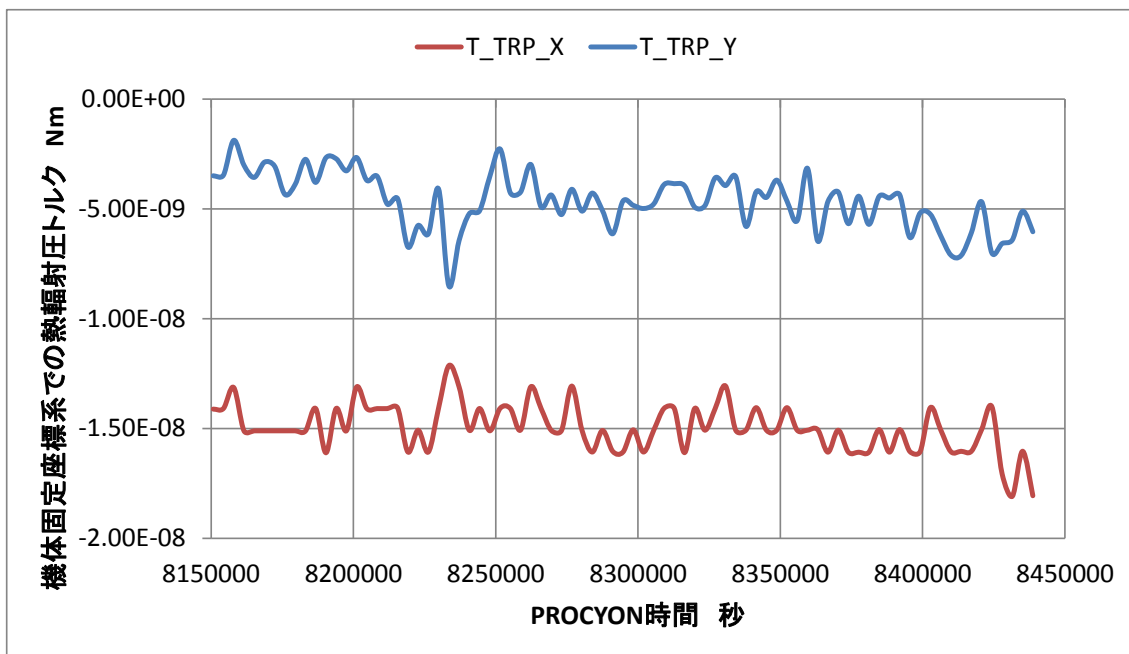


図 7-37. 太陽電池に発生する熱輻射トルクを足しあわせて得られるトルク

7.8節 本章のまとめ

本章では、PROCYONのフライトデータを利用し、提案手法による太陽輻射圧モデリングの有効性の確認および光学特性推定の実現性について検証を行った。まず、提案手法によるモデル化精度向上に関して、単純なモデルである平板モデルとの比較を行った。単純な平板モデルに対して、多くの観測区間において角運動量の積分誤差が小さくなることが分かった。つまり、精密CADモデルを使うことのできる提案手法によって、モデル化精度が上がることを示すことができた。また、解析において提案手法は、計算時間1.5ミリ秒と十分早くトルク計算を実行できており、精度・計算速度の両面で実用的であることを確認することができた。しかし、CADモデルベースの精密モデルであるはずの提案手法であっても、説明できない角運動量変化が軌道上で生じていることも分かった。

次に、光学特性推定の可能性について検証するため、フライトデータを使った光学特性推定実験を行った。この光学特性実験により、モデル補正に成功し、推定後の角運動量誤差を減らすことができた。また、平板モデルでの光学特性よりも、推定後の角運動量模擬精度が高いことも示すことができた。しかし、推定した光学特性が制約値の境界に張り付いてしまっており、光学特性推定だけでは完全にモデルを補正することはできないことが分かった。これは、光学特性推定だけでモデル補正が行えないような、モデル化誤差が生じていることを示唆している。

そこで、モデル化誤差の原因として、重心位置の影響、太陽電池の展開精度、熱輻射圧の3点について、今回のモデル化誤差を説明できるかどうかの検証を行った。その結果、重心位置の影響では説明できないが、展開式太陽電池の形状誤差と太陽電池の放熱の偏りによる熱輻射圧を組み合わせることで、モデル化誤差を説明できる可能性を示した。しかし、今回行ったのは、特定の1区間のみの解析であるため、今後全区間でこの解析を行い、モデル化誤差を突き止める必要がある。

このように、実際のフライトデータを使った場合、忠実な宇宙機形状を用いた太陽輻射圧モデルでも表現できない外乱トルクにより、提案手法の有効性を完全に示すことはできなかった。これらのモデル化誤差の問題は、従来の太陽輻射圧モデルにおいても発生するものであり、本論文の提案手法が従来モデルに比べて優れていることに変わりはない。よって、提案モデルを用いることで、従来モデルに比べモデル精度の改善を確認することができ、さらに実際のフライトデータから光学特性推定を行うことでモデルを補正することを確認することができたことは大きな成果だと言える。

また、解析的な手法である提案手法を使っていたため、モデル誤差原因について深い検討を素早く行うことができた。このような物理的な解析作業ができるということが、物理ベース外乱モデルの利点であり、従来手法のように力やトルクを直接近似してしまうと、物理的な解析作業は難しくなってしまう。よって、可視関数の近似により情報を分解して、扱う提案手法は精密な宇宙機形状情報を保ちつつ解析的な議論ができるということで、従来モデルに比べて大きな利点があると言える。

宇宙機形状誤差や熱輻射圧のモデル化については、今後の課題となるが、本論文で提案した、要素分解と再構築の手法を応用することで、モデル化が可能だと考えている。このことについて、次章で本提案手法の応用・発展例として紹介する。

第8章 提案手法の応用発展例と結論

7章までで、本研究で提案する「精度・計算時間・物理パラメータ推定」の三つの要求を満たす高精度太陽輻射圧計算手法の数学的理論、実用化のための工学的研究、シミュレーションによる検証、実軌道上データを用いた解析結果を述べてきた。ここまでの議論で、提案手法が従来手法に比べ、有用であることを示すことができたと考えている。本章では、最終章として、今後考えられる提案手法の応用・発展例を簡単に述べ、本論文の結論をまとめる。

8.1節 提案手法の応用・発展例

本論文における提案手法は、次の三つの応用例を考えることができる。これらは、論文の中で具体的に議論できなかったが、提案した太陽輻射圧モデルの下ですぐさま可能であり、今後の太陽輻射圧研究の発展において大きく貢献するものである。

- BRDF の適用
- 力・トルク同時解析によるモデル補正の効率化
- 形状情報の標準フォーマット化

また、数式上の最終的な形は異なるが、本論文で示した「要素分解と再構築」という概念を応用することで、次のような発展モデルを構築することも可能だと考えている。

- テンソル生成時の再構築方法を変えることでの推定パラメータの変更
- 提案手法を用いた空力外乱・熱輻射圧計算

本節では、これら 5 つの項目について、今後の応用発展の可能性を簡単にまとめる。

まず、BRDF の適用に関してまとめる。論文中、第 3 章までは物質の反射モデルとして BRDF を仮定してモデルを導出した。しかし、太陽輻射圧研究において BRDF の研究は発展途上であり、現時点では BRDF を仮定したモデル化を十分に活用できないため、第 4 章以降では、単純反射モデルを用いて議論を進めた。今後、宇宙機に用いられる素材の BRDF 計測などが進み、適切な BRDF モデルが提案された際には、第 3 章に立ち返ることで、すぐさま提案手法を活用することが可能となる。また、第 4 章で単純反射モデルを BRDF として扱って数式変形を行っており、次式のような基底関数表現を導いている。

$$\begin{bmatrix} -\rho_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_m & \frac{2}{3}\gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{p_m s_x} \\ i_{p_m s_y} \\ i_{p_m s_z} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8-1)$$

この基底関数表現を応用し、行列中で現在 0 となっている場所に値を入れるなど、少しの式変形を行うことで、歪んだ鏡面反射や、非等方な拡散反射などの表現が可能となる。こ

のように、理論的に式変形を議論できる点が、本提案手法の利点である。今後も BRDF の計測・モデル化に関して研究を進めていこうと考えている。

次に応用例の 2 つ目として、力・トルクの同時解析に関してまとめる。提案手法は推定パラメータとして、光学特性という値に注目している。この値は、太陽輻射圧によって発生する力・トルクで共通の値である。よって、トルク解析の仮定で求めた光学特性を用いて、軌道解析の精度を向上させるといった使い方も可能となる。特に、軌道運動よりも姿勢運動の方が動きの時定数が短いため、姿勢運動解析と合わせることで、軌道解析のための情報量を増やすことができるという利点がある。ただし、トルクのモデルには力モデルには存在しない重心位置というパラメータが存在し、重心位置と光学特性はかけ算によって相関を持つので、重心位置をいかに正確に求められるかがカギとなる点に注意する必要がある。

応用例の 3 つ目として、形状情報の標準フォーマット化に関して述べる。精密な太陽輻射圧計算を実現するためには、宇宙機の精密な形状モデルが必要となる。これは、従来の高精度モデルであっても同じである。しかし、一般に宇宙機の正確な形状モデル、CAD モデルは秘匿性の高い情報であり、広く公開されることはない。この情報の秘匿は、特定の運用者のみ利用する科学衛星や商業衛星においては問題とならないが、世界中の様々な機関が携わっている測位衛星の精密軌道決定においては、大きな問題となっている。つまり、日本の研究者が米国の GPS 衛星の精密軌道決定を行うために、NAVSTAR の精密な CAD モデルを入手することはできないということである。これは、国が入れ替わった場合でも同様である。そこで、本研究で提案している宇宙機の形状に依存した情報のみから求めることができるテンソルを標準フォーマットとして利用することを提案する。本提案手法で提案する形状テンソルは、もともと精密 CAD モデルから生成したものであり、提案手法を用いることで正確な太陽輻射圧計算が可能なものとなっている。さらに、ポリゴンの足しあわせの仮定で情報が圧縮されており、平板などの単純形状でない限り復元は難しいため、秘匿性は守られている。また、光学特性は別情報となっているので、その推定は簡単に行うことができる。以上の利点から、提案手法は太陽輻射圧モデルの標準フォーマットとして有効であり、国際的な研究発展に貢献できると考えられる。

次に、発展例の一つ目として、テンソル生成時の再構築方法の変更に関してまとめる。提案手法において重要な概念は、ポリゴンの総和によって足し合わされた情報を、要素分解と再構築によって、望む特性を持つモデルに変形するというものであった。本論文では、望む特性として、「高精度、高速演算、光学特性推定」を挙げ、それに合わせた定式化を行った。提案手法の分解と再構築の概念を利用し、再構築の方法を変えることで、最終的な式が持つ特性を変更することが可能になる。例えば、7.7.3項で述べたような太陽電池パドルの法線方向の推定が可能な定式化について考える。提案手法では、可視関数の再計算が必要になった場合、レイトレースを再度行わなければならないため実用的でない。しかし、太陽電池パドルなど一部の面の法線方向が数度程度変わった場合、バイナリ可視関数は大きく変わらないと仮定することで、再計算の必要はなくなる。特に、レベル4の球面 Haar ウェーブレットの場合、球面空間を約 2 度の細かさで分割しているので、その程度の近似誤差は発生してしまうので、この仮定は実用的だと考えられる。バイナリ可視関数を再計算しない場合、同じ法線ベクトルを持つポリゴンを一つのグループとしてまとめると、次式を得ることができる。

$$F_x = -P_{\odot}(d_{S\odot})\tilde{A}_{SAPk} \left[n_{SAPb'}i_b + \frac{2}{3}\gamma_{SAP}A_{SAPk}n_{SAPbb'} + \rho_{SAP}n_{SAPb'}(2n_{SAPbb'} - I_{bb'}) \right] \varphi_k(i_b)i_{b'} + F_{others} \quad (8-2)$$

$$\tilde{A}_{SAPk} = \sum_{p_{SAP}} A_{p_{SAP}} v_{p_{SAPk}} \quad (8-3)$$

ここで、下付き文字SAPは太陽電池の表面を構成する微小面を指す。このように、法線ベクトルが共通の面でグループ分けし、各微小面の面積 $A_{p_{SAP}}$ とバイナリ可視関数の近似係数 $v_{p_{SAPk}}$ から事前に求められる面積テンソル \tilde{A}_{SAPk} を用いることで、法線ベクトル n_{SAPb} を陽に表す状態で式を再構成することができる。これを用いることで、法線ベクトル n_{SAPb} を変化させても大きな再計算の必要はなくなり、また法線ベクトルの推定を行うことも可能となる。このように、何に注目して式の再構築を行うかで、様々な形式に変更出るといふ点も提案手法の大きな利点の一つといふことができる。

最後に、二つ目の発展例として、提案手法の分解と再構築という概念を空力外乱・熱輻射圧へ応用する場合を述べる。両外乱は、非重力外乱の中でも太陽輻射圧と同じく宇宙機の表面に加わる力であり、太陽輻射圧計算手法を両外乱計算に応用することは簡単である。提案手法で分解した三つの情報(形状情報、光学特性情報、太陽情報)のうち、太陽情報と光学特性情報を、空力外乱と熱輻射圧に適した情報に変えることで、両外乱を求めることができる。この時、形状情報を圧縮したテンソルを三つの外乱で共通化できると、実用的に便利である。具体的には、例えば、デオービット膜に加わる空力外乱を、GSM を応用して計算する手法 [91]なども考案されており、本提案手法を空力外乱に適用するのは簡単であ

る。熱輻射圧は、太陽輻射圧の拡散反射と同じ方向の力であり、拡散反射に関する形状テンソルを用いることで表現が可能である。しかし、熱輻射圧の取り扱いで問題なのは、太陽情報に相当する「温度情報」の複雑さである。宇宙機表面の温度は、太陽方向や内部消費電力量、ヒーター稼働状況など多くの情報に左右される。これらを全て考慮した適切な定式化を考える必要があり、これが熱輻射圧計算への応用における課題となる。これらの提案手法の発展形は、今後の研究で定式化・実証を行っていこうと考えている。

8.2節 結論

本研究では、最も大きい非重力外乱である太陽輻射外乱について、精度・計算時間・物理パラメータ推定を両立する計算モデルの構築を行った。従来の太陽輻射圧モデルは、忠実度は低い解析的な扱いができるモデル、忠実度は高いが計算コストの大きいモデル、計算コストを抑えるために力を直接近似し、解析的に扱えなくなったモデルのいずれかに分類され、忠実度が高く、かつ高速で物理的な解析に利用できる(つまり物理パラメータ推定ができる)モデルは存在していなかった。その理由は、従来手法では、宇宙機形状情報、物質光学特性情報、太陽情報という太陽輻射圧計算に必要となる三つの情報を分解できていないもしくは、分解するために大きな仮定を置き、モデルを単純化しすぎているためであった。そこで、本研究では、精密な宇宙機モデルであっても上記三つの情報を分離するような太陽輻射圧計算手法を提案し、計算精度が高く、かつ高速で物理的な解析に利用できる新しい太陽輻射圧モデルを提案した。

提案モデルを構築するため、機体固定座標系でのバイナリ可視関数、微小面ローカル座標系での BRDF という新しい概念を太陽輻射圧計算に取り込んだ。さらに、力やトルクを直接近似するのではなく、本当に近似が必要なプリミティブな関数を近似することで、モデルが持つ情報を失うことなく、計算を簡略化させることができた。そして、この近似を関数の内積として扱うことで、テンソル演算として扱えるようにすることで、複雑な宇宙機形状情報を事前計算で圧縮し、物質光学特性情報、太陽情報と分離することに成功した。このような流れで、事前計算により得た宇宙機の形状情報と反射特性情報からテンソルを生成し、そのテンソルを用いることで高速で解析的な太陽輻射圧計算を実現するという提案手法を導出することができた。

提案モデルは従来モデルと比べ、自己隠蔽の効果と複雑反射特性を考慮しているので高精度であること、宇宙機形状をどれだけ細かくしても一定成分数のテンソルを用いて計算が可能であること、光学特性推定も可能であること、事前計算によって得られた形状パラメータを表すテンソルを、太陽輻射以外の外乱(空力外乱など)にも応用可能であることなど多数の利点を持ち、これまで提案されてきた多くの従来研究よりも優れたものであると言える。

さらに、数学的・理論的な提案手法を実用的なものに昇華させるため、可視関数近似のための基底関数の研究、CAD データから宇宙機形状テンソルを生成するためのアルゴリズムの研究、光学特性推定のための定式化という要素研究も行った。可視関数近似のための基底関数として、球面 Haar ウェーブレットを導入することで、従来の力、トルクを直接近似していた手法よりも、高速かつ高精度に太陽輻射圧計算ができることを示した。これは、プリミティブな関数を近似することで、その関数が持つ特性に合った基底関数を選択することができたという点に大きな意味があり、提案手法ならではの成果である。また、宇宙機形状から提案手法で用いるテンソルを計算するためには、単純な CPU 計算では数週間という膨大な計算時間が必要となり、例え事前計算であっても実用的でないという問題があ

った。そこで、著者は GPGPU を利用した高速並列アルゴリズムを開発し、100 倍近くの高高速化を実現した。その結果、事前計算時間は 1 日以下となり、提案手法を実用的なものへと昇華させることができた。また、提案手法の大きな利点である光学特性推定を行うための、線形最小二乗法の正規方程式を導出し、原理的に推定が可能であることを示した。

そして、シミュレーションによる従来モデルとの精度・計算コスト比較により、提案手法は、必要な情報メモリは大きくなるものの、従来モデルより計算精度・計算速度の観点で優れていることを証明した。

さらに、軌道上実データを用いたモデルの検証として、深宇宙探査機 PROCYON に加わる太陽輻射圧トルク解析を行った。この解析により、従来の単純なモデルに比べ、提案手法を用いたほうが、角運動量変化の予測誤差が小さくなることを示すことができた。また、その計算時間も十分早いことも示すことができた。さらに、光学特性推定によるモデル精度改善も実証することができた。しかし、軌道上データには熱輻射圧や宇宙機形状モデル誤差といったものが含まれており、それらの考慮されていなかった外乱が原因で光学特性推定だけではモデルを完全に補正することはできないということも分かった。今後、熱輻射圧なども同様にモデル化し、モデル化精度を上げたうえで推定を行う必要がある。また、提案手法では宇宙機構造は設計通りに作られていると仮定し、宇宙機形状を推定するようなことは考えていなかったが、形状の不確定性に対応できるモデル化の研究も今後必要となる。

このように実際の軌道上データを説明するには、いくつかの課題が残っているが、これらの問題は従来の太陽輻射圧モデルにおいても発生するものであり、本論文の提案手法が従来モデルに比べて優れていることに変わりはない。よって、本論文により、高精度かつモデル補正が可能で、軌道上でのパラメータ推定にも適した実用的な太陽輻射圧解析モデルを提案し、その実用性を実証することができたと言える。

本論文で細かく議論することはできなかったが、提案手法には「力・トルクの同時解析による効率化」、「形状情報の標準フォーマット化」、「再構築方法を変えることでの形状情報推定」、「空力、熱輻射圧計算への応用」といった、多くの応用例を考えることができ、さらなる発展性を見込むことができる。さらに、多重反射モデルの組み込みや、形状が変化する場合のモデル化、より良い基底関数の研究など、多くの発展的な研究の基礎的なモデルとなり得え、宇宙機の非重力外乱研究の発展に大きく貢献するものだと言える。

以上に述べたことから、提案手法は今後計画されている、例えば数 cm オーダーの軌道推定精度を必要とする準天頂衛星のような高精度な宇宙機ミッションの実現ために必要な、精密で実用的な非重力外乱計算に応用可能であり、宇宙開発利用の発展に貢献できると考えている。

謝辞

本研究を進めるに当たり、お忙しい中昼夜問わず指導教官として多くのご助言をくださった東京大学航空宇宙工学専攻 中須賀真一教授に心から感謝の意を表します。また、IKAROS での経験をもとに太陽輻射圧に関して多くのご助言をくださり、さらには PROCYON のプロジェクトマネージャーとして太陽輻射圧測定運用に協力してくださった東京大学航空宇宙工学専攻 船瀬龍准教授にも心から感謝申し上げます。さらに、修士時代から共同研究者として多くの実りある議論をさせていただいた、中部大学講師 海老沼拓史博士に深く感謝いたします。また、本論文審査の副査として、貴重なアドバイスをいただいた東京大学航空宇宙工学専攻 岩崎晃教授、矢入健久准教授、船瀬龍准教授、JAXA 宇宙科学研究所 津田雄一准教授に心から感謝申し上げます。

本研究の一部は、三菱電機(株) 先端技術総合研究所のご協力の下行われました。同研究所メカトロニクス技術部 移動体・宇宙システムグループの島岳也氏、佐藤友紀氏にも感謝申し上げます。また、測位衛星への応用のため様々な議論をさせていただいた、JAXA 測位衛星グループの皆様にも感謝申し上げます。

学部時代から研究者として、そして超小型衛星の開発者として私を指導し、育ててくださった諸先輩方、酒匂信匡博士、稲守孝也博士、滝澤潤一博士、細沼貴之博士にも心から感謝いたします。

中須賀・船瀬研究室の全メンバーにも感謝の意を表します。特に、本論文では中須賀・船瀬研究室が中心となって開発した超小型深宇宙探査機 PROCYON のデータが多く使われています。日々の運用でこのデータを取得してくださった運用メンバー全員に心から感謝の意を表します。特に姿勢制御系として共に厳しい開発・運用に立ち向かってくれた JAXA 宇宙科学研究所 伊藤琢博氏、中谷俊洋君(現 トヨタ自動車)、中須賀・船瀬研 蟻生開人君、小栗健士朗君、藤本将孝君に深く感謝いたします。PROCYON の運用をとりまとめ、さらに本研究で用いた軌道・構造データを提供してくださった中須賀・船瀬研 尾崎直哉君、テレメトリ解析についてアドバイスをくださった中須賀・船瀬研 中島晋太郎君にも深く感謝いたします。熱輻射圧の検討のため、MLI や太陽電池パドルの特性など様々な情報を提供してくださった、中須賀・船瀬研 遊馬貴之君、川添悠子君、古本拓朗君、吉野康平君、神代優季君にも感謝いたします。

太陽輻射圧や空力外乱など、非重力外乱に関する共同研究を行い、多くの実りある議論をさせていただいた鈴木(宏)研 徳永翔君、中須賀・船瀬研工藤匠君、石川晃寛君、船曳敦漠君にも謝意を表します。

最後に、母子家庭で厳しい生活にも関わらず博士課程までの進学をサポートしてくれた母 小橋智香子、姉 五十里あかり、研究がうまく進まなかったつらい時期に精神的に支えてくれ、良い結果に対してはともに喜んでくれた婚約者 宇田川千彰に感謝いたします。

本研究は JSPS 特別研究員奨励費 14J03417 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] A. Milani, A. M. Nobili and P. Farinella, NON-GRAVITAIONAL PERTURBATIONS AND SATELLITE GEODESY, England: IOP Publishing Ltd, 1987.
- [2] O. Montenbruck and E. Gill, "Force Model," in Satellite Orbits: Models, Methods, Applications, Springer, 2000, pp. 53-116.
- [3] 姿勢制御研究委員会, “人工衛星の環境モデル,” 著: 人工衛星の力学と制御ハンドブック, 培風館, 2007, pp. 277-328.
- [4] 河野功, “世界の衛星測位システムの動向,” 日本航空宇宙学会誌, 第 卷 61, 第 6, p. 201, 2013.
- [5] H. Landau, M. Brandl and et al., "Towards the Inclusion of Galileo and BeiDou/Compass Satellites in Trimble CenterPoint RTX," in Proceedings of the 26th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013), Nashville, TN, USA, 2013.
- [6] M. Miya, Y. Sato, S. Fujita and et al., "Centimeter Level Augmentation Service (CLAS) in Japanese Quasi-Zenith Satellite System, its Preliminary Design and Plan," in Proceedings of the 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2014), Tampa, Florida, USA, 2014.
- [7] D. Laurichesse, L. Cerri, J.P. Berthias and F. Mercier, "Real Time Precise GPS Constellation and Clocks Estimation by Means of a Kalman Filter," in Proceedings of the 26th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013), Nashville, TN, USA, 2013.
- [8] T. Takasu, M. Miyoshi, K. Kawate and S. Kogure, "QZSS - 1 Precise Orbit Determination by MADOCA," in International Symposium on GNSS, Kyoto, 2015.
- [9] 久保岡俊宏, 後藤忠広, 大坪俊通, “ASTRO-G 衛星の太陽輻射圧モデルの構築 II,” 著: 第 51 回宇宙科学技術連合講演会, 札幌, 2007.
- [10] H. Bock, A. Jäggi and et al., "Precise orbit determination for the GOCE satellite using GPS," Advances in Space Research, vol. 39, pp. 1638-1647, 2007.
- [11] F. Wöske, T. Kato, M. List and B. Rievers, "DEVELOPMENT OF A HIGH PRECISION SIMULATION TOOL FOR GRAVITY RECOVERY MISSIONS LIKE GRACE," Advances in the Astronautical Sciences, vol. 158, pp. 2445-2457, 2016.
- [12] M. R. Drinkwater, R. Floberghagen and et al., "GOCE: ESA's first Earth explorer

- core mission," Space Sciences Series of ISSI, vol. 18, p. 419–432, 2003.
- [13] K. Konoue, N. Igarashi, S. Imamura, S. Yamakawa and H. Kohata, "Development of SuperLow Altitude Test Satellite(SLATS)," IEICE Technical Report, pp. 43-46, 2011.
- [14] 今村俊介 , 歌島昌由, “SLATS の空力・軌道解析,” 著: 第 57 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 米子, 2013.
- [15] A. C. Long and D. A. Spencer, "Stability of a Deployable Drag Device for Small Satellite Deorbit," in AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Long Beach, CA, USA, 2016.
- [16] M. Vasile, E. Minisci, R. Serra, J. Beck and I. Holbrough, "Analysis of the de-orbiting and re-entry of space objects with high area to mass ratio," in AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Long Beach, CA, USA, 2016.
- [17] C. Frueh, "Advanced Thermal and Solar Radiation Pressure Modelling for High Area Mass Ratio(HAMR) Objects: YORP und YARKOWSKI," in 25th ISSFD, Munich, Germany, 2015.
- [18] C. L. Fevre, V. Morand , C. Jobic, “Analysis of the coupled orbit and attitude dynamics of space debris in Geostationary Earth Orbit,” 著: AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Long Beach, CA, USA, 2016.
- [19] G. Ono, Y. Tsuda, K. Akatsuka, and et al., "Generalized Attitude Model for Momentum-Biased Solar Sail Spacecraft," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 39, no. 7, pp. 1491-1500, 2016.
- [20] S. G. Hesar, D. J. Scheeres, and J. W. McMahon, "Analysis of Solar Radiation Pressure Effects on the OSIRIS-REX Spacecraft in Orbit Around Bennu," in AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Napa, CA, USA, 2016.
- [21] T. Kato and J. C. van der Ha, "Precise modelling of solar and thermal acceleration on Rosetta," Acta Astronautica, vol. 72, pp. 165-177, 2012.
- [22] C. R. McInnes, Solar Sailing Technology, Dynamics and Mission Applications, Springer, 1999.
- [23] T. Yamaguchi, "Modeling and Estimation Method of Solar Radiation Pressure for Spinning Solar Sail Spacecraft," Department of Space and Astronautical Science The Graduate University for Advanced Studies , Japan, 2012.
- [24] Y. Tsuda, T. Saiki, R. Funase and et al., "Modeling of Solar Radiation Pressure Effect for Trajectory Guidance of Spinner Solar Sailer IKAROS," Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology

- Japan, vol. 10, no. ists28, pp. Po_4_7-Po_4_12, 2012.
- [25] LISA Study Team, "LISA Laser Interferometer Space Antenna Pre-Phase A Report," LISA Study Team, 1998.
- [26] 安東正樹, 川村静児, DECIGO ワーキンググループ, “宇宙重力波望遠鏡 DECIGO,” 低推力・連続加速を用いた宇宙ミッションに関する研究会論文集, pp. 83-88, 2008.
- [27] M. List, S. Bermer, B. Rievers and H. Selig, "Modelling of Solar Radiation Pressure Effects: Parameter Analysis for the MICROSCOPE Mission," International Journal of Aerospace Engineering, 2015.
- [28] B. Rievers, M. List and S. Bremer, "Advanced Thermal Radiation Pressure modeling and its benefits for the MICROSCOPE mission," Advances in the Astronautical Sciences Spaceflight Mechanics 2016, vol. 158, pp. 2997-3012, 2016.
- [29] 宇宙航空研究開発機構, “準天頂衛星初号機「みちびき」,” [オンライン]. Available: http://www.jaxa.jp/projects/sat/qzss/index_j.html. [アクセス日: 1 12 2016].
- [30] 宇宙航空研究開発機構, “小惑星探査機「はやぶさ 2」,” [オンライン]. Available: http://www.jaxa.jp/projects/sat/hayabusa2/index_j.html. [アクセス日: 1 12 2016].
- [31] European Space Agency, "GOCE," [Online]. Available: <https://earth.esa.int/web/sppa/mission-performance/esa-missions/goce>. [Accessed 1 12 2016].
- [32] "SPACE FLIGHT101 ESA's LISA Pathfinder," [Online]. Available: <http://spaceflight101.com/lisa-pathfinder/>. [Accessed 1 12 2016].
- [33] O. L. Colombo, "The dynamics of global positioning system orbits and the determination of precise ephemerides," Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 94, no. B7, pp. 9167-9182, 1989.
- [34] G. Beutler, et al, "Extended orbit modeling techniques at the CODE processing center of the international GPS service for geodynamics (IGS): theory and initial results.," Manuscripta geodaetica, vol. 19, no. 6, pp. 367-386, 1994.
- [35] T. A. Springer, G. Beutler and M. Rothacher, "A New Solar Radiation Pressure Model for GPS," Advances in Space Research, vol. 23, no. 4, pp. 673-676, 1999.
- [36] Y. Bar-Sever and D. Kuang, "New empirically derived solar radiation pressure model for global positioning system satellites," IPN Progress Report 42-159, 2004.
- [37] T. Takasu, "Development Status of MADOCA," in Special lecture at the National convention of The Institute of Positioning, Tokyo, Japan, 2012.
- [38] S. Ikari, T. Ebinuma, R. Funase and S. Nakasuka, "Analytical Non-Conservative Disturbance Modeling for QZS-1 Precise Orbit Determination," in Proceedings of

the 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2014), Tampa, Florida, USA, 2014.

- [39] H. F. Fliegel, W. A. Feess, W. C. Layton and N. W. Rhodus, "The GPS radiation force model," in in Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning With the Global Positioning System, 1985.
- [40] H.F.Fliegel and T.E.Gallini, "Global Positioning System radiation force model for geodetic applications," *Journal of Geophysical Research*, vol. 97, no. B1, pp. 559-568, 1992.
- [41] J. A. Marshall and S. B. Luthcke, "Modeling Radiation Forces Acting on Topex/Poseidon for Precision Orbit Determination.," NASA, USA, 1994.
- [42] H. F. Fliegel and T. E. Gallini, "Solar Force Modeling of Block IIR Global Positioning System Satellites," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 33, no. 6, pp. 863-866, 1996.
- [43] M. Ziebart, "High Precision Analytical Solar Radiation Pressure Modeling for GNSS Spacecraft," the University of East London for the degree of Doctor of Philosophy, 2001.
- [44] E. Doornbos, "Modeling of non-gravitational forces for ERS-2 and ENVISAT," Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 2001.
- [45] L. Rios-Reyes and D. J. Scheeres, "Generalized Model for Solar Sails," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 42, no. 1, pp. 182-185, 2005, doi: 10.2514/1.9054.
- [46] D. J. Scheeres, "The dynamical evolution of uniformly rotating asteroids subject to YORP," *ICARUS*, vol. 188, pp. 430-450, 2007.
- [47] J. W. McMahon, "An Analytical Theory for the Perturbative Effect of Solar Radiation Pressure on Natural and Artificial Satellites," University of Colorado, Boulder, 2011.
- [48] C.J. Rodriguez-Solano, et al, "Adjustable box-wing model for solar radiation pressure impacting GPS satellites," *Advances in space research*, vol. 49, no. 7, pp. 1113-1128, 2012.
- [49] P. W. Kenneally, "High Geometric Fidelity Solar Radiation Pressure Modeling via Graphics Processing Unit," University of Colorado, Boulder, 2016.
- [50] S. Tanygin and G. M. Beatty, "GPU-Accelerated Computation of SRP and Drag Forces and Torques with Graphical Encoding of Surface Normals," Reprinted from *Advances in the Astronautical Sciences Spaceflight Mechanics 2016*, vol. 158, 2016.
- [51] L. Rios-Reyes and D. J. Scheeres, "Solar Sails Navigation: Estimation of Force,

- Moments, and Optical Parameters," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 30, no. 3, pp. 660-668, 2007, doi: 10.2514/1.24340.
- [52] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner and J. F. Hughes, *Computer Graphics : Principles and Practice 2nd Edition*, Addison-Wesley Professional, 2001.
- [53] T. A. Möller, E. Haines and N. Hoffman, *Real-Time Rendering, Third Edition*, A K Peters/CRC Press, 2008.
- [54] M. Pharr, W. Jakob and G. Humphreys, *Physically Based Rendering, Second Edition: From Theory to Implementation*, Morgan Kaufmann, 2010.
- [55] 五十里哲, “宇宙機の高精度軌道決定のための非重力外乱モデル構築に関する研究,” 東京大学航空宇宙工学専攻修士論文, 2014.
- [56] Charles J. Wetterer, Richard Linares John L. Crassidis, Thomas M. Kececy, Marek K. Ziebart, Moriba K. Jah and Paul J. Cefola, "Refining Space Object Radiation Pressure Modeling with Bidirectional Reflectance Distribution Functions," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013.
- [57] 五十里 哲, 海老沼 拓史, 船瀬 龍, 中須賀 真一, “高精度太陽輻射圧モデルのための BRDF 測定結果,” 著: 第 59 回宇宙科学技術連合講演会, 鹿児島, 2015.
- [58] James T. Kajiya, "The rendering equation," *Computer Graphics*, vol. 20, no. 4, pp. 143-150, 1986.
- [59] Peter-Pike Sloan, Jan Kautz and John Snyder, "Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments," *ACM Transactions of Graphics*, vol. 21, no. 3, pp. 527-536, 2002.
- [60] Ren Ng, Ravi Ramamoorthi and Pat Hanrahan, "All-frequency shadows using non-linear wavelet lighting approximation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 22, no. 3, pp. 376-381, 2003.
- [61] Yu-Ting Tsai and Zen-Chung Shih, "All-frequency precomputed radiance transfer using spherical radial basis functions and clustered tensor approximation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 25, no. 3, pp. 967-976, 2006.
- [62] K. Xu, YT. Jia, H. Fu, S. Hu and CL. Tai, "Spherical piecewise constant basis functions for all-frequency precomputed radiance transfer," *IEEE Trans Vis Comput Graph.*, vol. 14, no. 2, pp. 454-467, 2008.
- [63] O. A. Makhotkin, "Analysis of radiative transfer between surfaces by hemispherical harmonics," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 56, no. 6, pp. 869-879, 1999.
- [64] P. Gautron, J. Krivanek, S. Pattanaik and K. Bouatouch, "A Novel Hemispherical

- Basis for Accurate and Efficient Rendering," in Eurographics Workshop on Rendering, 2004.
- [65] S. Y. Elhabian, H. Rara and A. A. Farag, "Towards Efficient and Compact Phenomenological Representation of Arbitrary Bidirectional Surface Reflectance," in British Machine Vision Conference 2011, 2011.
- [66] J. Kautz, "Diffuse Precomputed Radiance Transfer," in Precomputed Radiance Transfer: Theory and Practics at SIGGRAPH 2005, 2005.
- [67] Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew L. Sands , 富山小太郎訳, ファインマン物理学 II 光 熱 波動, 東京都: 岩波書店, 2001.
- [68] ASTM International, "Standard Solar Constant and Zero Air Mass Solar Spectral Irradiance Tables," ASTM International, United States, 2007.
- [69] 上出洋介 , Judith L. Lean, “太陽定数と地球気候,” 著: 第 5 回 宇宙科学シンポジウム, 筑波, 2008.
- [70] J. J. Butler , B. C. Johnson, J. P. Rice, E. L. Shirley and R. A. Barnes, "Sources of Differences in On-Orbital Total Solar Irradiance Measurements and Description of a Proposed Laboratory Intercomparison," The Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, vol. 113, no. 4, p. 187, 2008.
- [71] Henrik Wann Jensen 著 , 苗村健 訳, フォトンマッピング・実写に迫るコンピュータグラフィックス, オーム社, 2002.
- [72] S. Ikari, K. Tokunaga, T. Ebinuma, R. Funase and S. Nakasuka, "A Study of Shadow Representation for High-fidelity Solar Radiation Pressure Calculation," in AIAA SPACE 2016 Astrodynamics Specialist Conference, Long Beach, CA, USA, 2016.
- [73] G. Temple, Cartesian Tensors: An Indroduction, Muthuen's monographs on physical subjects, Methuen and CO LTD, 1960.
- [74] 石原繁, テンソル -科学技術のために 第 13 版, 東京都: 裳華房, 初版 1991, 第 13 版 2009.
- [75] P. Schröder and W. Sweldens, "Spherical Wavelets: Efficiently Representing Functions on the Sphere," in Computer Graphics Proceedings (SIGGRAPH 95), 1995.
- [76] W. Freedden and U. Windheuser, "Combined Spherical Harmonic and Wavelet Expansion - A Future Concept in Earth's Fravitational Determination," Applied and Computational Harmonic Analysis, vol. 4, pp. 1-37, 1997.
- [77] K. Atkinson, "Numerical Integration on the Sphere," Journal of Australian

Mathematical Society, vol. 23, no. 3, pp. 332-347, 1982.

- [78] 新井仁之, ウェーブレット, 共立出版株式会社, 2010.
- [79] C. K. Chui, Wavelets: A tutorial in theory and applications vol. 2, Academic Press, INC., 1992.
- [80] Jason Sanders, Edward Kandrot, 株式会社クイープ[訳], CUDA by Example 汎用 GPU プログラミング入門, 東京: Impress Japan, 2013.
- [81] 伊藤智義, GPU プログラミング入門 CUDA5 による実装, 東京: 講談社, 2013.
- [82] 乾正知, GPU 並列図形処理入門-CUDA・OpenGL の導入と活用, 東京: 株式会社技術評論社, 2014.
- [83] 菅原清文, C/C++プログラマーのための OpenMP 並列プログラミング, 東京: 株式会社カットシステム, 2012.
- [84] 船瀬龍, 川勝康弘, “50kg 級超小型深宇宙探査機 PROCYON の軌道上成果と将来展望,” 著: 第 59 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 鹿児島, 2015.
- [85] S. Ikari, T. Nakatani and et al., "Attitude Determination and Control System for the Micro Spacecraft PROCYON," in 30th ISTS, Kobe, Japan, 2015.
- [86] 池澤翔太, 亀田真吾, 他, “ジオコロン画像装置 LAICA の開発と撮像結果,” 著: 第 59 回宇宙科学技術連合講演会, 鹿児島, 2015.
- [87] 蟻生開人, 五十里哲, 他, “PROCYON における小惑星近接撮像・光学航法複合システムの深宇宙軌道上性能実証,” 著: 宇宙科学シンポジウム, 相模原, 2016.
- [88] K. Yoshino, T. Nonomura and et al., "Thermal Design Strategy and Its In-Orbit Verification Results for Small Deep Space Probe "PROCYON"," in 30th ISTS, Kobe, Japan, 2015.
- [89] V. D. H. C. Jozef, Y. Mimasu, T. Yuichi and O. Mori, "Solar and Thermal Radiation Pressure Models and Flight Evaluation for IKAROS Solar Sail," in 29th ISTS, Nagoya, Japan, 2013.
- [90] 徳永翔, 五十里哲, 他, “超小型深宇宙探査機 PROCYON における軌道上外乱計測と高精度モデル構築,” 著: 第 60 回宇宙科学技術連合講演会, 函館, 2016.
- [91] 船曳敦漠, “テンソル形式を用いた精密膜面形状に対する空力計算手法に関する研究,” 東京大学航空宇宙工学科卒業研究論文, 東京, 2016.