審査の結果の要旨

論文提出者氏名　　平岡　喬之

自己推進粒子とは、自ら加減速して運動することができる粒子であり、細胞や動物などの集団運動を記述する数理モデルとして研究が進められている。1990 年代以降、社会力モデル・ボイドモデル・ヴィチェックモデルはじめ様々なモデルが提案され、研究されてきた。特に個々の粒子がランダムに運動する無秩序相と、一定の方向にそろった集団を形成する秩序相の出現、および秩序相でみられる集団運動の自発的な構造形成とが理論的にも応用上も興味深い。

本研究ではこうしたふるまいの起源に迫ろうと試み、より簡単なモデルを模索した。その結果、粒子間相互作用は排除体積による斥力相互作用だけで秩序・無秩序相転移および運動構造の自己組織化を示す２次元のモデル系を得た。これは以下のような粒子モデル複数からなる：

（１）各粒子は半径 a の固い弾性円盤であり、単位ベクトルを内部自由度として持つ。

（２）粒子はこの内部自由度に係数αを乗じた加速をすると同時に、速度に係数βを乗じた抗力を受ける。

（３）内部自由度は速度の方向に$(1/\gamma)$の緩和時間で緩和してゆく。

（４）粒子が他の粒子や壁に衝突すると、重なった距離に比例した線形の復元力で反発する。

この粒子系をシミュレーションにより解析し、γを大きくすると秩序相から無秩序相に一次転移すること、および転移点は密度とともに二次曲線的に増大することを明らかとした。また２体衝突の解析から転移点を評価し、低密度極限で一致することを確認した。

この系は境界条件に応じた集団運動の自己秩序化を示す。例えば、歩行者によるレーンのような構造を自律的に形成するなど、他の自己推進粒子系に比肩するふるまいも持つことを示した。

本論文は５章からなる。

第１章ではこれまでに提案されてきた自己推進粒子系のモデルを理論的な観点から俯瞰し、より簡潔なモデルの可能性を示唆する。十分に簡潔であるとして広く応用されている３つのモデル、すなわちレイノルズによるボイドモデル、ヘルビングによる社会力モデルおよびヴィチェックによるモデルと俯瞰し、特に斥力相互作用・引力相互作用および向きをそろえる相互作用の混在を指摘した。

これに基づき第２章で、向きをそろえる相互作用を粒子レベルであからさまに導入することなく自己推進系の特徴である集団運動の秩序化を示すものとして、上述の粒子モデルを提案する。この系を計算機シミュレーションにより解析し、秩序・無秩序相転移を確認し相図を得た。また、秩序化過程の非平衡ダイナミクスを秩序変数のゆらぎと成長から解析した結果、２次元的なポテンシャル障壁を超えるオルンシュタイン・ウーレンベック過程が示すレーリー分布を確認した。これによりこの転移が一次転移であることが明らかとなった。

第３章では、このモデル粒子の２体衝突を解析的に扱い、低密度極限での転移点を正しく評価した。合わせて有限密度への拡張も試みてはいるが、シミュレーション結果を再現するには至っていない。

ここまでは周期境界条件を課した系でのふるまいを扱ってきたが、第４章では固定ほかの境界条件下でふるまいを計算機シミュレーションにより調べた。１方向が周期境界で他方が固定のパイプ状の場合と、２方向とも固定の箱状の場合とから、周期境界での理解が基本となることを明らかとした。特にパイプ流では、これまでの自己推進粒子モデル系とは異なるレーン形成が観察された。

最終章の第５章では全体をまとめ、展望を論ずる。

現在、自己推進粒子は物理的な系とその工学的な応用にとどまらず広い分野に応用が広がっている。例えば細胞の運動とふるまいを介して、組織発生やがん・傷癒ほかの医学生理学でモデルとなり、また動物の群れのふるまいを通して生物学・農学に応用され、また人流・交通流ほかの社会現象にも使われている。本論文の成果はこうした諸応用への新機軸を拓く貢献とも考えられ、非平衡統計物理学への理論的な意義と合わせて評価される。

よって本論文は博士（工学）の学位請求論文として合格と認められる。