

論文の内容の要旨

論文題目 Characteristic class and the ε -factor of an étale sheaf

(エタール層の特性類と ε 因子)

氏名 梅崎 直也

k を完全体とし Λ を p が可逆な有限体もしくは $\overline{\mathbb{Q}}_\ell$ とする。 k 上の滑らかな代数多様体 X にたいし、その上の Λ 加群の構成可能複体 \mathcal{F} の余接束の閉部分集合である特異台 $SS\mathcal{F}$ と余接束のサイクルである特性サイクル $CC\mathcal{F}$ がそれぞれ Beilinson [1] と斎藤毅 [6] により構成された。また特性サイクルの零切断への引き戻しとして \mathcal{F} の特性類 $cc_X\mathcal{F}$ も定義された。

この論文では彼らの理論に基づき、 k が有限体である場合に、その上の射影的で滑らかな代数多様体 X にたいしてその上の構成可能複体の ε 因子の捻り公式を証明した。

定理 1 k を有限体とし X を k 上射影的で滑らかな多様体とする。 \mathcal{F} を X 上の Λ 加群の構成可能複体とし、 \mathcal{G} を X 上の Λ 加群の滑らかな層とする。このとき

$$\det \mathcal{G}(-cc_X\mathcal{F}) = \frac{\epsilon(\mathcal{F} \otimes \mathcal{G})}{\varepsilon(\mathcal{F})^{\dim \mathcal{G}}}$$

が成り立つ。

これは加藤和也と斎藤毅により特性類の代わりに Swan 類を用いた形で予想された [3, Conjecture 4.3.11] ものである。すでに \mathcal{F} が定数層の場合は斎藤秀司 [5] により証明され、また X が曲面で \mathcal{F} がある種の階数 1 の層については Vidal [7, 8] により証明されていた。

証明は X の次元に関する帰納法によりなされる。特性サイクルが層の引き戻しと整合的であることから X から曲線へのよい射が存在する場合に帰着される。曲線への射が存在するとき、Deligne [2, 7.11] と Laumon [4, 3.2.1.1] による ε 因子の積公式を用いることで局所的な等式を示すことに帰着できる。局所的な等式は特異台による局所非輪状性と帰納法の仮定、および特性サイクルによる Milnor 公式を用いることで証明できる。

上の定理の系として構成可能層の特性類と固有射に関する整合性、すなわち図式 [6, (6.16)] の 0 次部分の可換性を証明した。

系 1 k を有限体とし $f: X \rightarrow Y$ を k 上射影的で滑らかな多様体間の固有射とする。 \mathcal{F} を X 上の Λ 加群の構成可能複体とする。このとき

$$cc_Y f_*\mathcal{F} = f_*cc_X\mathcal{F}$$

となる。

参考文献

- [1] A. Beilinson, *Constructible sheaves are holonomic*, *Selecta Mathematica*, 2016, Volume 22, Issue 4:1797-1819.
- [2] P. Deligne, *Les constantes des équations fonctionnelles des fonctions L* in *Modular Functions of One Variable, II*, *Lecture Notes in Mathematics* 349 Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1972.
- [3] K. Kato and T. Saito, *Ramification theory for varieties over a perfect field*. *Annals of Mathematics* (2008): 33-96.
- [4] G. Laumon, *Transformation de Fourier, constantes d'équations fonctionnelles et conjecture de Weil*. *Publications Mathématiques de l'IHÉS* 65 (1987): 131-210.
- [5] S. Saito, *Functional equations of L-functions of varieties over finite fields*, *Journal of the Faculty of Science, the University of Tokyo. Sect. IA, Mathematics*, Vol.31(1984), No.2, Page287-296.
- [6] T. Saito, *The characteristic cycle and the singular support of a constructible sheaf*, *Inventiones mathematicae*, 207(2) (2017), 597-695.
- [7] I. Vidal, *Formule du conducteur pour un caractère l-adique*, *Compositio Mathematica*, 2009, 145(3), pp. 687-717. doi: 10.1112/S0010437X08003850.
- [8] I. Vidal, *Formule de torsion pour le facteur epsilon d'un caractère sur une surface*, *Manuscripta math.*, 2009,130: 21-44