

論文審査の結果の要旨

荒野悠輝

本論文において論文提出者は、作用素環的量子群、特に Drinfeld double の表現論について新たな研究を行った。

本論文のテーマは作用素環的量子群である。これは Lie 環の普遍包絡環を q 変形する Drinfeld-神保の量子群とは異なり、Lie 群上の連続関数環をパラメータ q で変形して得られる非可換作用素環 (Hopf 環の構造を持つ) のことで、 q の範囲は $0 < q < 1$ である。これは Woronowicz によって発展させられたもので、近年大きく発展している重要な研究テーマである。

量子群論においては Drinfeld double と呼ばれる重要な構成がある。本論文では、連結単連結コンパクト Lie 群の q 変形の Drinfeld double が複素化の量子化と見なせることを用い、Joseph, Letzter による quantum Harish Chandra module は Drinfeld double の認容表現にほかならないことを示した。このことを用いて連結単連結コンパクト Lie 群 K の q 変形の Drinfeld double の unitary 表現の詳しい情報を得た。特に 連結単連結コンパクト Lie 群 K に対し、その q 変形の Drinfeld double の unitary 既約表現の K 有限部分は認容的であることを示した。また Drinfeld double の既約認容表現について具体的なパラメータ表示を得た。さらに既約認容表現がいつ unitary になるかも決定した。このことを用いて $SU_q(n)$ の Drinfeld double についてはすべての既約 unitary 表現の完全分類に成功している。これまで先行結果では $SU_q(2)$ に対してしかわかっていなかったものである。また rank 2 以上のコンパクト単純 Lie 群の q 変形の表現圏は、Kazhdan の property (T) を持つことを示した。このために、独自の central property (T) という、property (T) より弱い条件を導入した。Property (T) は群の上の正定値関数による定数関数の近似に関する剛性であるが、量子群においては、Hopf 環の元は非可換であるから、普通の property (T) のほかに、単なる正定値関数ではなく、作用素環の中心に入る関数による近似を考えることができる。(このような、コンパクト量子群上の中心的正定値関数、およびそれによる近似性は、モノイダル同値によってうつりあう良い関数のクラス、および性質として、De Commer-Freslon-Yamashita によって導入された。)

Popa による超有限 II_1 型部分因子環の分類では、代数的不変量による分類の可能性・不可能性は standard invariant と呼ばれる不変量の近似性 (従順性) という条件で特徴づけられていた。Popa-Vaes, Neshveyev-Yamashita, Ghosh-Jones らは、テンソル圏上の正定値関数という概念を導入し、テンソル圏がコンパクト量子群の表現圏である場合には、その上の中心的正定値関数、またテンソル圏が部分因子環の表現圏である場合には、standard invariant の正定値関数であることを示した。このことから、性質 (T) を持つ圏の、群か

ら直接作ったものではない例が，本論文で初めて構成された．これは 20 年以上前から未解決問題とされていたものの解決である．またこれに関連して，部分因子環の standard invariant という不変量については，それが property (T) を持つかどうかは principal graph という不変量だけで決まるのではないかという 20 年来の予想を否定的に解決した．

この結果はすでに多くの著者によって使われており，特に 2016 年の Popa-Vaes の論文は，本質的に本論文の結果に依拠している．

よって，論文提出者荒野悠輝は，博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める．