論文審査の結果の要旨

窪田陽介

本論文において論文提出者は，C^* 環へのコンパクト群作用の自由性について新たな研究を行った．

C^* 環へのコンパクト群作用についてはどのようなものを自由作用と呼ぶべきかについて，確立した定義がない．これまでに知られていた定義は，Phillips による K 理論的な定式化と，Izumi による有限群作用の Rohlin 性の二つである．本論文ではこの二つの性質の拡張，一般化を行った．

まず，コンパクト Lie 群の作用については，同変な Kasparov 圏を考え，その相対ホモロジー代数によって作用の自由性を特徴づけた．このために同変 Kasparov 圏の定義を C^* 環から $\sigma - C^*$ 環に一般化した．これが通常の同変 Kasparov 圏と同様の性質を見たし，特に三角圏の構造を持つことを証明した．これによって半直交分解が得られるようになる．圏の商を調べることにより自由性が定義できるようになる．これは，位相空間 X への G 作用が自由であることと，X と $X \times EG$ が同変ホモトピー同値であることの同値性と対応している．これは Phillips による KK-freeness の概念と関連している．この議論は同変 K 理論についての Aiyta-Segal の完備化定理の Adams-Haeberly-Jackowski-May による一般化の証明と平行しており，圏論的な類似が得られている．この議論を Meyer-Nest の理論に適用することにより，Baum-Connes 予想の群拡大に関する遺伝性についての先行研究を改良した．

群作用の Rohlin 性は，同変トポロジーにおける自由性の力学系的なアナロジーと言える．この変種である連続 Rohlin 性は，Thomsen による KK 群の完全正漸近的準同型を用いた描像と非常に相性がよい．このことの自然な帰結として，連続 Rohlin 性を持つ $G - C^*$ 環は相対入射性を持つことがわかった．さらに Rohlin 次元に関する一般的な仮定の下で，本論文前半で考えた三角圏論的な意味での群作用の自由性が導かれることを証明した．

これらのことから，KK 理論を連続 Rohlin 性を持つ $G - C^*$ 環の分類に応用することができる．KK 理論はホモロジー的な理論であるため，ホモトピー同値な C^* 環を区別できないが，C^* 環のクラスを適切なものに制限すれば，同型による分類を与えることができる．たとえばよく知られている例は Kirchberg 環の Kirchberg-Phillips による分類定理である．この種の分類理論の群作用版を研究し，本論文では Kirchberg 環への，Hodgkin 性を持つ Lie 群の Rohlin 作用について，分類定理を得ている．

これに関連して，本論文では連続 Rohlin 性を持つ $G - C^*$ 環が必ず連続関数環 $C(G)$ と不動点環のテンソル積と同変 KK 同値になることを証明した．この証明には G の Pontrjagin 双対である量子群に対する Baum-Connes 予想が重要な役割を果たしている．

さらにC^*環のクラスを Kirchberg 環に制限して，より詳しい分類の研究を行った．このクラスでは同変KK 同値な$G-C^*$環はG-同変に同型になることが示された．これを上の結果と合わせることにより，連続 Rohlin 性を持つ Kirchberg 環の同型類の完全分類を得た．これは Gardella, Izumi-Matui の先行結果の一般化になっている．

よって，論文提出者窪田陽介は，博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．