論文審査の結果の要旨

氏　名　　榊原　航也

線形同次偏微分方程式の半解析的数値解法である基本解近似解法(method of fundamental solutions, MFS)は，計算が容易でありながら，驚くべき高精度を達成することが数値実験により知られている．しかし，安定性，収束性だけでなく，その適切性でさえも，ごく限られた場合にしか研究されておらず，MFS の数学的な性質には未知なことが多い．本学位論文では，MFS の数学的特性を厳密な解析によって解明し，流体力学や複素解析の分野への応用を行っている．本論文は，MFS の数学理論に関する基礎的な研究をまとめた第 I 部（第 1〜5 章）と応用成果をまとめた第 II 部（第 6〜8 章）から成っている．

第 1 章には，本論文全体で駆使される事実，例えば，peripheral conformal mapping やポテンシャル理論，離散 Fourier 変換などが簡潔にまとめられている．

第 2 章では，多重連結領域におけるポテンシャル問題に対する MFS の数学理論の構築の第一歩として，二重連結領域におけるポテンシャル問題を考察している．特異点ならびに選点を 2 つの peripheral conformal mapping を用いて配置することで，近似解が一意に存在し，さらに誤差が特異点数 N に関して指数的に減衰することを証明している．方法としては，まず円環領域で詳しく MFS を解析し，次に一般の領域の問題を円環領域の問題のコンパクトな摂動と捉えることで，結果を得ている．

第 3 章では，MFS の一種といえる双極子法(dipole simulation method, DSM)を研究している．MFS による近似解は，解の一重層ポテンシャル表現の離散化であると解釈することができるが，一般に，ポテンシャル問題の解は二重層ポテンシャル表現で与えられることが知られている．そこで，MFS における基底関数（対数ポテンシャル）を双極子ポテンシャルに置き換えることで得られる近似のことを，DSM と呼ぶ．本章では，DSM を，Jordan 領域におけるポテンシャル問題に適用し，近似解の一意存在ならびに誤差の指数的減衰を示すことに成功している．

第 4 章では，重調和問題を考察している．通常の MFS では，重調和作用素の基本解と，Laplace 作用素に対する基本解を用いて，近似解を表現するが，この形の近似式は解析が困難であり，今までに数学的な結果はほとんど得られていない．一方で，重調和函数は，2 つの調和函数を用いて，Almansi 型分割という形に分解できることが知られている．本章では，この分解に基づいた MFS の

理論構築の第一歩として，領域が円板領域である場合を考え，近似解の一意存在ならびに誤差の指数的減衰を証明した.

第 5 章では，ポテンシャル問題に対する MFS のスキームの改良を提案している．通常の MFS は，元のポテンシャル問題が満たす，スケール変換や平行移動に対する不変性を満たさない．それを満たす MFS として Murota の不変スキームが知られている．本章では，新たしい不変スキームを提案し，その数学的性質を解析している．実際，この改良を利用して，次章で Hele-Shaw 問題に対する構造保存型の数値計算スキームを提案している．本章では，このスキームを円板領域で調べ，近似解の一意存在，ならびに誤差の指数的減衰を示している.

第 6 章では，Hele-Shaw 問題に対する構造保存型数値計算スキームを提案している．Hele-Shaw 問題とは，非常に狭い間隙で配置した 2 枚の平行平板の間の粘性流体の運動を記述する問題であり，多相流体に見受けられる指状不安定性のメカニズムを調べるためのもっとも簡潔なモデルとして，今日に至るまで，非常に盛んに研究されている. この Hele-Shaw 問題の解は, 周長の単調減少性, 面積保存性，重心不変という幾何学的変分構造を持つ．したがって，近似解もこれらの性質を何らかの意味で離散的に満たすのが自然であると考えられるが, この点に着目して構築された数値計算スキームは存在しなかった．本章では, 前章で改良された MFS，ならびに点の一様配置法を組み合わせることで，上の性質を漸近的に保存するスキームを構築することに成功している．また，スキームの妥当性が，詳細な数値計算例によって検証されている.

第 7 章では，複素解析への応用として，等角写像の簡便な数値計算スキームを提案している．従来の研究では，近似解が対数ポテンシャルの近似で与えられることから，偏角 arg の処理が自明でなく，経験的な工夫が必要であった.
本章では，MFS を DSM に置き換えることで，より簡便な数値計算スキームが得られることを示し，さらに今までに考えられていなかった，誤差の振る舞いも明らかにした.

第 8 章では，正則函数の補間を与える，複素双極子法(complex dipole simulation method, CDSM) の解析を行っている.

本学位論文で報告されている榊原氏の成果は，結果そのもの価値に加えて，近似解法の数学的正当性の追求と，その結果として実用的な応用への寄与という 2 つの目標を両立している点で，未来型の応用数理の研究のスタイルを例示するものであり，高く評価できる.

よって，論文提出者 榊原航也 は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.