

## 論文審査の結果の要旨

増本周平

本論文において論文提出者は、Fraïssé 極限の理論の作用素環論への応用について新たな研究を行った。これは数学基礎論、特にモデル理論の応用研究である。

Fraïssé 理論とはもともと、ある種の有限生成構造のクラスと等質的な可算構造の間の対応を与えるものである。前者のクラスを Fraïssé クラス、後者の等質的構造を Fraïssé 極限と呼ぶ。ある種の公理化の元で、一般的な Fraïssé 極限は一意的であり、超等質的な構造を持つというのがこの理論の主結論である。

2015年、Ben Yaacov がこの理論を距離空間、特に Banach 空間と Banach 環に適用できるよう改良した。この設定では Fraïssé 極限は近似的に超等質的な構造を持つ。さらに2016年に、Eagle, Farah, Hart, Kadets, Kalashnyk, Lupini らはこの理論を作用素環に適用できるように改良した。

本論文では、この理論の応用、改良を行い、特に Jiang-Su 環と UHF 環に対して適用した。UHF 環はサイズが  $2 \times 2$  以上の行列環を無限個テンソル積して得られる  $C^*$  環である。また Jiang-Su 環  $\mathcal{Z}$  は、prime dimension drop algebra と呼ばれる環の極限として得られるもので、核型無限次元であり、複素数体に KK 同値である。さらに  $\mathcal{Z} \otimes \mathcal{Z} \cong \mathcal{Z}$  という性質を持っている。核型単純  $C^*$  環の Elliott らによる分類理論において決定的な重要性を持つ  $C^*$  環である。Elliott らの発展させてきた分類理論では、Jiang-Su 環をテンソル積因子として吸収するということが、「たちのよい」性質であることが知られている。この点において Jiang-Su 環の  $C^*$  環論において果たす役割は大変重要なものである。

本論文では Fraïssé クラスを一般化して二つの Fraïssé カテゴリーを考え、その一般的な Fraïssé 極限としてそれぞれ、UHF 環と Jiang-Su 環を実現した。

UHF 環については、立方体上の行列値連続関数のなす  $C^*$  環で特別なトレースを持つものを考え、それが Fraïssé カテゴリーをなすことを示した。このカテゴリーを用いて、すべての UHF 環が Fraïssé 極限として表されることを証明した。この手法の結果、UHF 環が先行結果とは別の等質的な構造を持っていることが示された。

Jiang-Su 環が Fraïssé 極限として表されることは、既に示されていたが、その構成、証明は満足のいくものではなかった。なぜならば Jiang-Su 環が存在すること自体は認めて使っているし、また別の結果にも依存しているからである。もっと満足のいく構成を行うことが問題として挙げられていたが、それを解決したのが本論文である。

またさらに, Jiang-Su 環は prime dimension drop algebra の順極限で表される  $C^*$  環の中で, 一意なトレースを持つ唯一の  $C^*$  環であるという Jiang と Su の定理に Fraïssé 極限を用いた証明を与えた. この定理は初等的かつ直接的なもので,  $K$  理論的議論は一切必要としない. また Jiang-Su 環の単位的自己準同型は近似的内部的であるという結果についても Fraïssé 極限を用いた部分的な証明を与えた.

よって, 論文提出者増本周平は, 博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める.