論文審査の結果の要旨

氏名　大内元気

論文提出者の大内元気氏は、代数多様体上の連接層の導来圏、及びその上の Bridgeland 安定性条件の理論を応用して、位相的エントロピーが正となる新しい正則シンプレクティック多様体の例を構成することに成功した。

代数多様体の自己同型写像の（位相的）エントロピーはその写像の複雑さを表す指標であり、それが正になるような自己同型写像を持つ代数多様体は複素力学的な観点からも興味深い研究対象である。近年、特に正則シンプレクティック多様体の自己同型写像のエントロピーが活発に研究されている。小木曽啓示氏は正のエントロピーを持つ自己同型写像をもつ正則シンプレクティック多様体の最小のピカール数は 2 であることを指摘した。一方、実際にエントロピーが正になる正則シンプレクティック多様体の自己同型を具体的に構成することは容易ではない。小木曽氏により、2 次元及び 4 次元のピカール数 2 の正則シンプレクティック多様体でエントロピーが正となる自己同型写像を持つものが具体的に構成されていた。更に最近、Amerik-Verbitsky によってエントロピーが正となる自己同型写像を持つピカール数 2 の正則シンプレクティック多様体が任意次元で存在することが証明された。一方で Amerik-Verbitsky の証明は非構成的であり、具体的にどの様な正則シンプレクティック多様体がその様な自己同型を持つのか、そしてその様な自己同型はどの様に構成されるか、というのは依然として興味深い問題である。

この問題に対し、大内氏はまず K3 曲面上の連接層の導来圏の自己同値、及びその自己同値のエントロピーに着目した。三角圏上の完全自己関手に対して、その圏論的エントロピーの概念が Dimitrov-Haiden-Katzarkov-Kontsevich によって導入されており、更に圏論的エントロピーと上記のトポロジカルなエントロピーとの関係も菊田-高橋により得られている。大内氏はまず、任意の K3 曲面に対してその連接層の導来圏上に圏論的エントロピーが正となる自己同値が存在する事を証明した。

大内氏は更に、その様な自己同値が誘導する Bridgeland 安定対象のモジュライ空間の間の自己同型写像に着目した。ピカール数が 1 の K3 曲面を考え、その向井格子の原始的な元を向井ベクトルに持つ Bridgeland 安定対象のモジュライ空間を考える。すると、安定性条件が一般であるとい

う仮定の下、その様なモジュライ空間はピカール数が 2 の正則シンプレクティック多様体になることが Bayer-Macri により示されていた。上記の自己同値がこのモジュライ空間の自己同型を引き起こすとは一般には言えないが、向井ベクトルに何らかの数値的条件を課すと自己同型を誘導することが示される。この数値的条件を満たす向井ベクトルを具体的に計算することで、12 次元以下のピカール数 2 の正則シンプレクティック多様体でエントロピーが正となる自己同型写像を持つものが具体的に構成された。特に、これらは小木曽氏の例よりも更に高次元の例を与えている。

大内氏はまた、上述の議論を 4 次元 3 次超曲面と関係する K3 曲面に対して適用した。結果として、判別式 74 の特殊 4 次元 3 次超曲面上の直線のファノスキームが、正のエントロピーを持つ自己同型を許す 4 次元正則シンプレクティック多様体となることを証明した。この結果は 4 次元 3 次超曲面の有理性に関する Kuznetsov 予想と Galkin-Shinder 予想の間の食い違いの説明を与えると期待される。

この様に、代数多様体の自己同型写像のエントロピーの研究に連接層の導来圏や Bridgeland 安定性条件を導入したのは大内氏が初めてであり、大内氏の高い独創性を示すものである。また、得られた結果は代数多様体の自己同型写像のエントロピーへの深い理解を与えるものであり、この研究の発展に大きく貢献するものである。以上より、論文提出者である大内元気は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。