論文審査の結果の要旨

氏 名　星野 壮登

論文提出者 星野壮登 は，提出論文において，特異性を持つ確率偏微分方程式，特に KPZ (Kardar-Parisi-Zhang) 方程式，多成分 KPZ 方程式，複素 GL (Ginzburg-Landau) 方程式に対し，最近の Gubinelli-Imkeller-Perkowski による擬被制御解析に基づく考察を行った。これらの方程式においては，時空ホワイトノイズとよばれる確率項と非線形項は協調せず，いずれも非適切 (ill-posed) になる。非適切な確率偏微分方程式に対するアプローチとしては，擬被制御解析理論以外に 2014 年のフィールズ賞受賞者である Hairer による正則性構造理論が知られている。

KPZ 方程式は，揺らぎを持つ界面の成長を記述する方程式である。この方程式はそのままでは非適切になるので，ノイズ項に軟化子を作用し滑らかにすると同時に，非線形項から発散定数を引き去る，いわゆる繰り込みの操作を行った後に極限をとり，意味のある解を取り出すというステップを踏む必要がある。このような操作を経て得られる解は，Cole-Hopf 解とよばれるものになることが知られている。しかし，この形の近似は不変測度を調べるには有用でなく，舟木-Quastel は非線形項にも軟化子を 2 度作用した上で繰り込みを行えば，極限は Cole-Hopf 解に $t/24$ を加えたものになり，同時に不変測度の解析が行えることを示した。ただし，この結果は平衡解の場合に限定されていた。論文提出者は，擬被制御解析を用いて舟木-Quastel の近似が非平衡な場合にも収束し，極限は上記のものと一致することを見通しよく示した。

多成分 KPZ 方程式は，複数の保存量を持つ微視的な系から非線形流体力学揺動理論を経て導かれると予想されており，近年注目されている。論文提出者は，上記のスカラー値 KPZ 方程式に対する 2 種類の近似を拡張して得られる近似を多成分 KPZ 方程式についても導入し，その極限について考察した。スカラー値の場合と異なり，一般に対数発散を持つ繰り込み定数を新たに導入する必要がある。いずれにしても，2 種類の近似についてそれぞれ繰り込み定数を適切にとれば，ともに極限を持ち，これらを一致させることが可能なことを示した。特に，非線形項を定めるカップリング定数が三重線形条件という対称性の条件を満たせば，不変測度を特定することができ，この不変測度の下でほとんどすべての初期値に対して，解は時間大域的に存在することも示した。これを最近の Hairer-Mattingly による強 Feller 性に関する結果と組み合わせれば，すべての初

期値に対して解の時間大域的適切性が示されたことになる。スカラー値 KPZ 方程式において現れる修正項 $t/24$ の一般化として，2 種類の近似について繰り込み定数を共通に取ったときの極限のずれについても計算が実行されている。

続いて，複素 GL 方程式について考察した。複素 GL 方程式は，超電導の動的相転移などの現象を解析する際に用いられる確率偏微分方程式で，確率項として時空ホワイトノイズを含んでいる。空間が 1 次元の場合には，この方程式は適切 (well-posed) であるが 2 次元以上の場合には非適切であることが知られている。しかし，擬被制御解析あるいは正則性構造理論を適用すれば，空間が 2 次元または 3 次元の場合に，ノイズの平滑化と繰り込みを行った近似方程式の解が時間局所的に収束することが示されている。論文提出者は，3 次元空間において先見的評価に基づき時間大域的適切性ならびに繰り込みにより得られた解の収束性を示した。背景には，Mourrat-Weber による 3 次元の動的 Φ^4-モデルに対する手法があるが，それをさらに精密化する必要がある。

このように論文提出者が得た KPZ 方程式や複素 GL 方程式に対する種々の結果は，非適切な確率偏微分方程式の研究において新たな視点を開くものとして大変興味深い。

以上のような理由により，論文提出者 星野壮登 は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。