

論文審査の結果の要旨

氏名 ハムディ モハメド アブデルハミド ハッサン

プラズマは多階層性をもつ無限次元非線形力学系である。プラズマに現れる様々な構造を理解するためには、運動を支配する幾何学を解明する必要がある。本研究は、一般化した磁気流体力学方程式をハミルトニアン形式に定式化し、トポロジー束縛によって多様なスケール階層をもつ構造が生まれることを明らかにした。具体的に、渦、非線形波、乱流において、単純な磁気流体力学モデル (magnetohydrodynamics: MHD) では見落とされる階層構造を明らかにしている。理論的手法は、純粋に解析的であり、非線形偏微分方程式の厳密な解析解を構築したことは特筆に値する。『Hamiltonian Formalism of Generalized Magnetohydrodynamics —Structures Created on Casimir Leaves (一般化磁気流体力学のハミルトニアン形式 —カシミール葉層に形成される構造)』と題された本論文は、以下の章によって構成されている。

第1章は序論として、先行研究のレビューにあてられている。プラズマのスケール階層性とは何かを論じ、理想 MHD, Hall MHD の理論的限界を示しながら、本研究で定式化した一般化 MHD の利点を紹介している。また、ハミルトン力学の一般論について述べ、トポロジー束縛が本研究の主題となることを説明している。

第2章は、非正準ハミルトン力学系 (縮退したポアソン代数) のレビューである。トポロジー束縛によって位相空間が縮減されること、積分可能なトポロジー束縛はカシミール不変量で表現され、それによって位相空間が葉層化されることを説明している。具体例として、流体力学のハミルトニアン形式を紹介している。

第3章では、一般化 MHD のハミルトニアン形式を構築している。まず、一般化 MHD の正確な定式化を行い、そのエネルギーを明らかにしている。次に、妥当な状態ベクトル (密度、流速、実効的な磁場の強度) を定義してハミルトニアンを定式化し、さらにポアソン作用を定式化してポアソン括弧を定義している。最も重要な点は、この括弧積が、実際にヤコビ律を満たし、ポアソン代数を定義するものとなっていることを証明することである。本研究では、補助的な反対称積を導入して煩雑な計算を整理し、ヤコビ律が成り立つことを証明している。通常は、簡単のために周期境界条件を仮定することが多いが、本研究では必要十分な境界条件を同定している。定式化されたポアソン作用素は自明でない核 (無限次元の部分空間) をもち、このハミルトン形式は非正準である。核を作る自由度のうち3つはカシミール不変量として積分でき、その具体形を求めている。それらを理想 MHD, Hall MHD のカシミール不変量と比較し、イオンおよび電子の慣性効果を議論している。以下の章では、この理論的枠組みを応用して、プラズマの多階層性に関する具体的な理論を展開している。

第4章では、一般化 MHD を用いてアルフヴェン波の非線形理論を構築している。まず、

イオンおよび電子の慣性効果が分散関係にどのように影響するかを議論している。次に、理想 MHD, Hall MHD における非線形アルフヴェン波の理論を紹介している。本研究では、吉田によって指摘されたカシミール不変量と非線形波動の関係を応用し、一般化 MHD での非線形アルフヴェン波の解析解を求めている。この解は、任意振幅の非線形解という著しい特徴をもち、したがって線形分散関係をそのまま引き継いで伝播特性が決まる。

第 5 章では、ヘリコン波への応用が示されている。理論的な方法は前章と同じである。ヘリコン波は、TG (Trivelpiece-Gould) モードと結合し、とくに高密度プラズマの有効な生成・加熱方法として注目されている。ここでは、電子の慣性効果で生じる TG モードがヘリコンと自然な非線形結合状態を作っていることを明らかにし、両者のエネルギー分配がカシミール不変量（ヘリシティ）によって決まることを示している。

第 6 章は、プラズマ乱流の理論への応用が示されている。プラズマ乱流は、複雑なスケール階層性をもつことが知られている。太陽風の乱れの周波数スペクトルが、その格好の観測データを与えている。本研究では、カシミール不変量を与える束縛のスケール依存性に注目し、高周波のミクروسケールで電子慣性の効果が乱流スペクトルに与える影響を評価している。得られたスペクトルの勾配を観測データや数値シミュレーションと比較し、現象論的に一致が見られることを示している。

第 7 章では、本研究の成果を結論としてまとめている。

以上のように、本論文は、プラズマの多階層性を表現する一般化 MHD について、その幾何学的理論の基盤を確立し、これを応用して新しい効果や現象を発見した成果をまとめたものであり、先端エネルギー工学、とくにプラズマの非線形科学に貢献するところが大きい。

なお、本論文の第 3 章の成果は川面洋平氏、吉田善章氏との、第 4 章、第 5 章の成果は吉田善章氏との、また第 6 章は M. Lingam 氏、S.M. Mahajan 氏との共同研究によるものであるが、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（科学）の学位を授与できると認める。

以上 1992 字