

# 論文審査の結果の要旨

氏名 大野 裕司

プラズマ中に発生するイオン音波については、ソリトンや衝撃波など非線形波動の典型的な例として多くの研究がなされてきた。無限次元可積分系や擬微分作用素など、数理論物理学の柱となる理論が、イオン音波を記述する非線形偏微分方程式の研究から生み出された。本研究は、現代数理科学の地平でこの問題を捉えなおし、渦と熱の効果に注目することで、カオスの発生、新しい構造の分岐を理論的に明らかにしたものである。

『Nonlinear Phenomena in Ion Acoustic Waves: Transition from Soliton to Chaos and Bifurcation of Sheath Structure (イオン音波の非線形現象：ソリトンからカオスへの遷移およびシース構造の分岐)』と題する本論文は、五つの章で構成され、各章は以下の内容を記述している。

第1章は序論として、先行研究のレビューにあてられている。まず非線形イオン音波ソリトンを記述する可積分な方程式について、可積分性がどのような場合に破られるのか、そして非可積分系ではどのような現象が起こるのかについて概説したのち、近年導かれた、有限の渦度を持つ系 (Kadomtsev–Petviashvili–Yoshida 方程式, 以下 KPY 方程式) を紹介している。続いて、イオン音波の定在衝撃波と見ることができるプラズマのシースについて、そのメカニズムと Bohm による先駆的研究を紹介し、シースを熱輸送と結びつけて考えることの重要性を指摘している。

第2章では、イオン音波方程式から可積分系である Korteweg–de Vries (KdV) 方程式と Kadomtsev–Petviashvili (KP) 方程式を導く逡減摂動法と渦との関係について述べている。逡減摂動法について紹介したのち、多次元系である KP 方程式において渦度が消滅していること、そして摂動展開のすべての次数において渦度が消滅していることを示した。その原因が境界条件の設定にあり、KPY 方程式では無限遠で消滅しない偏在した場を考えているために有限の渦度を持つことができていることを述べている。そして、KPY 方程式では渦度は有限だがヘリシティが消滅していることから、流体運動のクラスとしては渦なし流からわずかに一般化されたものであることを指摘している。

第3章では、KPY 方程式の可積分性について、Painlevé 解析と数値解析による検証を述べている。前半では偏微分方程式に対する Painlevé 解析の手法を概説したのち、KPY 方程式へ適用している。KPY 方程式は、KdV 方程式あるいは2次元 KP 方程式といった低次元可積分系に帰着できる場合を除き、非可積分であることを明らかにした。3次元 KP 方程式では初期条件に2次元的な線ソリトン (2次元 KP 方程式のソリトン解) を与えると常に2次元性を保つが、KPY 方程式では渦による散乱のために3次元性がもたらされ、可積分が壊されると考えられる。後半では、非可積分性の発現を数値解析によって確認している。2次元的な線ソリトンは渦による散乱で変形させられるが、渦の強度

が小さいときには変形は周期的であり，安定的に伝搬することが観測されている．大きな強度を持つ渦に対しては，線ソリトンは分裂し空間全体に広がっていく様子が示されている．Fourier スペクトルや KPY 方程式の項の大きさを評価することで，渦が強いほど 3 次元的な振る舞いをしてカオス状態となることを示している．

第 4 章では，シースにおける熱的効果を解析している．イオン温度による熱エネルギーを加えたエネルギー保存則を用い，さらにイオン温度が断熱的に変化する場合と非断熱的に変化する場合を考慮している．断熱的に変化する場合には，イオン密度と静電ポテンシャルとの関係式が多価になり，さらに Poisson 方程式に Lipschitz 不連続な点が現れるために解が分岐することを明らかにしている．イオンの初期速度と温度を制御して，得られる静電ポテンシャル解の種類について分類した．続いてイオン温度が非断熱的に変化する場合の一例として，熱拡散を考慮したモデルを解析している．この場合は，イオン温度が 2 階微分方程式に従うが，境界条件として熱流束を制御するか温度を制御するかによって，エントロピー生成率が変化することを明らかにした．熱流束を制御する場合には，その値が閾値を超えると，シースがないときの熱拡散よりも温度勾配が大きくなることを示した．これはエントロピー生成率が上昇していることを意味する．一方，温度を制御する場合には，その値が閾値を超えると境界での熱流束の値が小さくなり，エントロピー生成率が減少することを示した．これらの閾値がイオン Mach 数に対して変化する様子も示している．

第 5 章は本研究の成果を結論としてまとめている．

以上のように，本論文は，イオン音波に関わるプラズマの非線形現象を理論的に解析し，これまで指摘されていなかった新しい効果や運動を発見した成果をまとめたものであり，先端エネルギー工学，とくにプラズマの非線形科学に貢献するところが大きい．

なお，本論文の第 2 章，第 3 章，および第 4 章の成果は，吉田善章氏との共同研究によるものであるが，論文提出者の寄与が十分であると判断する．

したがって，博士（科学）の学位を授与できると認める．

以上 2000 字