

CFRP複合材料の非線形変形挙動に及ぼす
温度・湿度・ひずみ速度効果

黄木 景二

東京大学大学院博士論文

CFRP 複合材料の
非線形変形挙動に及ぼす
温度・湿度・ひずみ速度効果

指導教官

東京大学先端科学技術研究センター

武田展雄 助教授

航空宇宙工学専攻 27085

黄木景二

目次

記号表

	ページ
第1章 序論	1
1.1 本研究の背景	2
1.2 従来の研究と問題点	4
1.3 本研究の目的と意義	7
1.4 本研究の概要	8
第2章 CFRP単層板の弾塑性モデル	11
2.1 スティフネスとコンプライアンス	12
2.2 座標変換	14
2.3 弾塑性モデル	16
2.4 非線形弾性理論	18
2.5 塑性理論	20
2.6 弾塑性構成方程式	27
第3章 弾塑性係数の決定	29
3.1 主軸引張試験	30
3.2 非主軸引張試験	32
3.3 弾塑性係数の決定手順	37
3.4 引張試験片に関する注意	40
第4章 温度が非線形引張変形挙動に及ぼす影響	42
4.1 試験片	43
4.2 実験装置	47
4.3 実験方法	53
4.4 結果	55
4.5 考察	87

	目次
第5章 吸湿量が非線形引張変形挙動に及ぼす影響	97
5.1 吸湿に関する支配方程式	98
5.2 実験方法	103
5.3 結果	104
5.4 考察	121
第6章 負荷速度が非線形引張変形挙動に及ぼす影響	129
6.1 相当塑性歪速度	130
6.2 実験方法	131
6.3 結果	133
6.4 考察	157
第7章 結論	161
付録	165
参考文献	168
謝辞	171

記号表

1. アルファベット

a : 最大吸湿率

a_{26} : 異方性パラメータ A_{2212}

a_{66} : 異方性パラメータ A_{1212}

a_{66}^0 : 初期異方性パラメータ a_{66}

A : Sun and Chen[16]のモデルにおける係数 ((2. 65) 式)

A_{ijk} : 異方性パラメータ

$A(\theta)$: (3. 35) 式中の係数

b : (5. 14) 式中の指数

B : (2. 64) 式中の係数

c : 吸湿率

c_0 : 初期吸湿率

c_∞ : 平衡吸湿率

\bar{c} : (平均) 吸湿率

$d\varepsilon_i$: 歪増分 (工学歪)

$d\varepsilon_i^e$: 弾性歪増分 (工学歪)

$d\varepsilon_i^p$: 塑性歪増分 (工学歪)

$d\varepsilon_{ij}^p$: 塑性歪増分 (歪テンソル)

$d\varepsilon_e^p$: 相当塑性歪増分

$d\varepsilon_x^p$: 引張塑性歪増分

$d\varepsilon_y^p$: 横塑性歪増分

$\{d\varepsilon\}$: 歪増分ベクトル

$\{d\varepsilon^e\}$: 弾性歪増分ベクトル

$d\lambda$: (2. 43) 式中の比例係数増分

$d\sigma_i$: 応力増分 (=応力ベクトルの成分)

$d\sigma_{ij}$: 応力増分 (テンソル)

$\{d\sigma\}$: 応力増分ベクトル

dW^p : 塑性仕事増分

E_{11} : 繊維方向の弾性率

E_{22} : 横方向の弾性率

- E_a : 活性化エネルギー
 $f(\sigma_y)$: 塑性ポテンシャル
 $F(\theta)$: (3. 29) 式の関数
 $F_0(\theta)$: (3. 38) 式の関数
 g : (2. 51) 式の関数
 G_{12} : 剪断弾性率
 $G(\theta)$: (3. 30) 式の関数
 h : 試験片の厚さ
 H : 吸湿密度
 $H(\theta)$: (3. 21) 式の関数
 k : 降伏値
 K_y^H : 水の拡散係数
 K^H : 厚さ方向の水の拡散係数
 K_0^H : (5. 13) 式中の係数
 $m = \cos \theta$: 非主軸角の余弦
 m : (2. 64) 式中の指数
 $n = \sin \theta$: 非主軸角の正弦
 n : Sun and Chen[16]における硬化指数 ((2. 65) 式)
 q_i^H : 湿流束
 $[Q]$: スティフネスマトリックス
 Q_{ij} : $[Q]$ の成分
 Q_{ij}° : 直交異方性体のスティフネスマトリックスの成分
 $[\bar{Q}]$: 非主軸スティフネスマトリックス
 \bar{Q}_{ij} : $[\bar{Q}]$ の成分
 $[Q^r]$: 正接スティフネスマトリックス
 $r(\theta)$: (3. 35) 式中の指数
 R : $[45^\circ]$ 試験片の降伏点
 R_g : ガス定数
 s_{ij} : (2. 29) 式における応力の2次の係数
 s_{ijk} : (2. 29) 式における応力の3次の係数
 s_{ijkl} : (2. 29) 式における応力の4次の係数
 $s_{xxx}, s_{xxx}, s_{xxxx}$: (3. 18) 式の2次、3次、4次の非主軸弾性係数
 $[S]$: コンプライアンスマトリックス

- S_{ij} : コンプライアンスマトリックスの成分
 $[\bar{S}]$: 非主軸コンプライアンスマトリックス
 \bar{S}_{ij} : 非主軸コンプライアンスマトリックスの成分
 $[S^T]$: 正接コンプライアンスマトリックス
 S_{ij}^T : 正接コンプライアンスマトリックスの成分
 $[S^e]$: 弾性コンプライアンスマトリックス
 S_{ij}^e : 弾性コンプライアンスマトリックスの成分
 \bar{S}_{ij}^e : 非主軸弾性コンプライアンスマトリックスの成分
 $[S^p]$: 塑性コンプライアンス
 $[S^{ep}]$: 弾塑性コンプライアンス
 t : 時間
 T : 温度
 $[T^e]$: 歪ベクトルの座標変換マトリックス
 $[T^p]$: 応力ベクトルの座標変換マトリックス
 W : 歪エネルギー
 W_c : コンプリメンタリエネルギー
 W_d : 乾燥時の試験片重量
 W_w : 吸湿後の試験片重量
 Y : $[90^\circ]$ 試験片の降伏点

2. ギリシャ文字

- α : 異方性パラメータ a_{66} の変化率 (2. 63) 式
 γ_{xy} : 非主軸剪断歪
 ϵ_i : 工学歪
 ϵ_{ij} : 歪テンソル
 ϵ_i^e : 工学弾性歪
 ϵ_x : 非主軸引張歪
 ϵ_y : 非主軸横歪
 ϵ_x^e : 非主軸弾性歪

- ε_x^p : 非主軸塑性歪
 ε_e^p : 相当塑性歪
 $\dot{\varepsilon}_e^p$: 相当塑性歪速度
 $(\dot{\varepsilon}_e^p)^0$: 初期相当塑性歪速度
 $\dot{\varepsilon}_x^p$: 非主軸引張歪速度
 ε^e : 負荷除荷試験模式図における弾性歪
 ε^{le} : 負荷除荷試験模式図における線形弾性歪
 ε^{ne} : 負荷除荷試験模式図における非線形弾性歪
 ε^p : 負荷除荷試験模式図における除荷後の永久歪 (= 塑性歪)
 ε^t : 負荷除荷試験模式図における全体歪
 $\{\varepsilon\}$: 歪ベクトル
 $\{\bar{\varepsilon}\}$: 非主軸歪ベクトル
 ν_{12} : 主ポアソン比
 ν_{σ^p} : 非主軸塑性ポアソン比
 σ_i : 応力 (ベクトルの成分)
 σ_{ij} : 応力テンソル
 σ_e : 相当応力
 σ_e^0 : 初期相当降伏応力
 σ_x : 非主軸引張応力
 $\sigma_x^0(\theta)$: $[\theta]$ 試験片の非主軸引張降伏応力
 $\{\sigma\}$: 応力ベクトル
 $\{\bar{\sigma}\}$: 非主軸応力ベクトル
 ρ : 密度
 τ : 無次元時間 ($= K^H t / h^2$)
 ϕ : 相対湿度
 Ω : (2. 48) 式の関数

第1章

序論

- 1.1 本研究の背景
- 1.2 従来の研究と問題点
- 1.3 本研究の目的と意義
- 1.4 本研究の概要

1.1 研究の背景

1.1.1 CFRP 複合材料の特徴

炭素繊維強化プラスチック (CFRP、Carbon Fiber Reinforced Plastics) 複合材料は、航空宇宙分野を始め、様々な産業で実用化されている。構造材料としてのCFRPの利点は、次のように挙げることができる。(1) 金属材料に比べて、比剛性と比強度が高い。ジュラルミンと比較した場合、比剛性は3倍以上、比強度は5倍以上高い[1]。(2) 優れた疲労特性を有し、繰返し荷重の加わる構造物にも使用が可能である。(3) 耐水性と耐薬品性に優れ、腐食環境下での使用にも耐えうる。(4) 熱膨張率が小さいことから、温度勾配に対する寸法安定性もよい。(5) 加工性・成形性がよく、複雑な形状の製品を作ることができる。(6) 振動減衰が金属に比べて高く、防振・制振材料として使用される。

以上の長所を利用して、CFRPは、高強度・軽量化を目標とする航空機構造などにこれまで使用されてきた。エアバスA320においては、構造重量の約20%に複合材料が適用されており、フラップ、エンジンカウリングの二次構造だけでなく、一次構造である尾翼桁間構造に使用されている。また、現在開発中のB777の尾翼一次構造にもCFRPが使用されている。最近では、高速鉄道車輛の車体構造にCFRPを利用することが検討されている[2]。

一方、以下の欠点が挙げられる。(1) 金属と比べて靱性 (toughness) が低い。き裂進展に対する抵抗である破壊靱性の値が金属より一桁低い。金属の場合、塑性変形により、破壊エネルギーを吸収する。一方、CFRPの場合、破壊過程にもよるが、比較的脆性的に破壊する。(2) 耐衝撃性が金属に比べて劣る。特に、衝撃による層間剥離が生じる。(3) マトリックスとして樹脂を使用しているため、金属材料に比べ、耐熱性が低い。熱変形温度は、最も耐熱性の高いポリイミド樹脂で、340~360℃[1]である。(4) 成型時に残留ひずみが生じやすい。繊維とマトリックスの熱膨張率の違いや、積層板の場合、各層間の熱膨張率の違いから熱残留歪が生じる。(5) 金属材料よりも、いまだ高価である。

今後、これらの欠点が改良され、信頼性が向上すれば、航空機の一次構造への使用も増加してくると思われる。

1.1.2 CFRP 単層板の応力-歪特性

繊維を一方に配向して強化した一方CFRP単層板 (ラミナ) は、大きな異方性を有する。すなわち、繊維方向と繊維と直角方向の機械的特性 (弾性率・強度) が大きく異なっている。このため、実用上は、繊維方向を変えた単層板を幾つか重ね合わせた積層板 (ラミネート) の形で使用される場合が多い。

単層板は微視的には不均質材であるが、巨視的には直交異方性体とみなすことができる。このことから、単層板の巨視的弾性特性は、直交異方性弾性体の理論

として確立されており、その弾性特性の測定法も、多くの本に記述されている[3]。また、積層板の弾性理論は、平面応力状態を仮定した古典積層理論[4]を始め、系統的に理論が展開されてきた。

一方、損傷進展に関しては、shear lag解析を中心に破壊力学的手法により精力的な研究がなされてきた。また、強度予測に関する研究も応力基準・エネルギー基準などの破壊基準を設けることにより、議論が数多くなされてきた。

以上に述べた単層板や積層板の変形・破壊の力学は、繊維マトリックスともに弾性変形をすることを仮定している。

しかしながら、単層板あるいは積層板の応力-歪応答を議論するためには、弾性特性だけでは不十分である。一般に、非主軸方向の応力-歪特性は非線形性を示すことが知られている。単層板を色々な方向に配向した積層板の応力-歪挙動の解明には、この非線形性を考慮することが必要となる。

後述するように、単層板の引張特性、及び、圧縮特性の非線形挙動を説明するための数学モデルは、これまで数多く提案されている。引張特性の非線形性については、主に剪断方向の非線形性に起因するというモデルが主流を占めている。一方、圧縮特性については、座屈による非線形変形モデルなどが考案されている。

本章では、CFRP単層板の引張応力-歪応答の非線形挙動に関して、従来の研究を総括し、問題点を指摘した後、本研究の目的と意義を述べる。

1.2 従来の研究と問題点

1.2.1 従来の研究

ここでは、主に平面応力状態にある単層板の構成モデルについて考える。繊維強化複合材料の非線形引張変形挙動に関する従来の研究は、非時間依存モデル (time-independent model) と時間依存モデル (time-dependent model) の二つに大別される。このうち、非時間依存モデルは、次の3つのカテゴリーに分類することができる。(1) 非線形弾性理論をもとにしたモデル (nonlinear elasticity model)、(2) 歪増分理論による弾塑性モデル (elastic-plastic model)、(3) 損傷力学に基づくモデル (damage mechanics model)。

(1) 非線形弾性モデル

Petit and Waddoups[5]は単層板の繊維方向・横方向・剪断方向の応力-歪曲線をデータベースとして積層板の応力-歪関係を増分手法により数値的に求めた。Amijima and Adachi[6]は、剪断の非線形性を考慮したラミナの構成関係を用いて[5]と同様の手法を用いた。Hahn and Tsai[7]は縦剪断の非線形性を考慮した4次のコンプリメンタリエネルギーを用いて、平面応力状態の単層板の構成方程式を導いた。また、Hahn[8]は、一方向単層板に対する構成方程式[7]と古典積層理論とを組み合わせて、積層板の構成方程式を導いた。Hashin et al.[9]は、横方向と剪断方向を非線形として、Ramberg-Osgood関係式を一方向複合材料の非線形応力-歪挙動に適用した。Jones and Morgan[10]は、Jones-Nelson歪エネルギーを用いて、繊維強化複合材料の非線形応力-歪挙動を説明した。また、Ishikawa et al.[11]は、4次のコンプリメンタリエネルギー[7]を用いて、CFRPの繊維方向の非線形弾性挙動を調べた。Surrel and Vautrin[12]は、剪断と横方向の弾性率を歪を指数とする指数関数で表した。

(2) 塑性モデル

Foye[13]は繊維強化材の降伏後の挙動を横方向と剪断方向の非線形性を含むマイクロメカニカルモデルを用いて解析した。また、横-剪断の非線形カップリングが存在することを指摘した。Dvorak et al.[14]は、半径が無視できる一方向弾性繊維とvon Mises弾塑性マトリックスから成る複合材料のマイクロメカニクスモデルによる構成関係を導いた。Kenaga et al.[15]は、ボロン/アルミニウムの非線形挙動を3パラメータ塑性ポテンシャルを用いた弾塑性モデルにより説明した。Sun and Chen[16]は、[15]を発展させて、繊維方向の塑性歪がないと仮定して、独立なパラメータを一つだけ持つ塑性ポテンシャルを用いた1パラメータ塑性モデル (one-parameter plasticity model) により、繊維強化複合材料の塑性モデルを構築した。Hansen et al.[17]は、相当応力-相当塑性歪関係式を使用せず、応力の不変量の関数であるスカラー硬化係数 $g(\sigma)$ (scalar hardening parameter) を導入することにより、異方性体の塑性流れ理論を構築した。Vaziri et al.[18]は、降伏関数の値と異

方性パラメータが相当塑性歪の関数であるとして、塑性流れ則を用いて構成方程式を求めた。塑性変形はbilinearであると仮定して定式化した。Sun and Chen[19]は、弾性繊維（正方形断面）とvon Mises弾塑性マトリックスから成る複合材料のマイクロメカニクスモデルを用いて、[16]のモデルとともに、実験結果と比較した。Chen and Sun[20]は、異方性複合材料の塑性ポテンシャルを調べて、静水圧は塑性変形に影響するが、一様膨張は塑性変形に影響を与えないことを確かめた。Sun et al.[21]は、1パラメータ破損クライテリオン（one-parameter failure criterion）を用いて、強度予測を行った。

（3）損傷力学モデル

Allen et al.[22]は、損傷のある弾性複合材料の構成モデルを熱力学的に説明した。Ladeveze[23]は、損傷変数（damage variables）を導入し、損傷を受けた材料の弾性率を表した。Chow and Yang[24]は、損傷ポテンシャルを用いて、流れ則に基づく連続体損傷力学により非弾性挙動を説明した。金川ら[25]は、[24]のモデルを修正して、横-剪断のカップリングを損傷ポテンシャルに導入した。

また、時間依存モデルは次に示すような研究がなされている。

Bodner and Partom[26]は、非線形歪速度が、負荷経路によらず、状態変数（応力の不変量と塑性仕事）の関数であるという弾粘塑性モデルを提案した。Eisenberg[27]、Krempel and Hong[28]は、異方性体の粘塑性モデルを過応力（overstress）の概念を用いて構築した。Gates and Sun[29]は、1パラメータ塑性モデルと過応力粘塑性モデルを組み合わせて、CFRPの弾粘塑性挙動を説明した。Yoon and Sun[30]は、熱可塑性複合材料の弾粘塑性特性を、相当塑性歪速度を過応力の関数とする過応力粘塑性モデルを用いて説明した。また、Bodner-Partom粘塑性モデル[26]を用いて、両モデルを検証した。Ha et al.[31]は、高温における熱可塑性複合材料の粘塑性挙動をマイクロメカニカルモデルを用いて説明した。マトリックスはvon Mises弾粘塑性材料であるとして、等方硬化と移動硬化の両方についてモデルを考えた。

一方、温湿環境下における非線形変形挙動に関する研究は、あまり多くなされていない。Surrel and Vautrin[12]は、温度と湿度を変えて、積層板の引張試験を行った。Sun and Yoon[32]は、熱可塑性複合材料の弾塑性変形を[3]のモデルで説明した。特に、相当応力-相当塑性歪関係式と異方性パラメータの温度依存性を調べた。Ha et al.[31]はCFRPの高温における粘塑性挙動を記述する構成方程式を導いた。Springer[33]、Shen and Springer[34]は、Fickの拡散方程式から、吸湿率を計算し、実験結果と比較した。Loos and Springer[35]は吸湿率が、弾性率と強度に与える影響を実験的に調べた。

1. 2. 2 問題点

上に総括した従来の研究において、解明されていない問題点を順に挙げる。

(1) 非線形変形メカニズムの解明

CFRPの非線形変形がどのようなメカニズムによって生じるのか十分に解明されていない。多くの数学的モデルが提唱されてきたにも関わらず、非線形性、非線形弾性、塑性、粘性、あるいはその組み合わせの、どのメカニズムに起因するのか、本質的な議論はなされていない。特に、各方向の非線形変形がどのメカニズムに起因するのか実験的に十分な検証がなされていない。

(2) 横-剪断のカップリングが非線形変形に与える効果

これまで、ラミナの非主軸方向の非線形性が考慮されてきたのは、主に、剪断方向の非線形性であり、横方向の非線形性を考慮した研究もなされている。しかしながら、多軸応力状態においては剪断カップリングの効果も無視できない。例えば、横方向引張負荷とねじり負荷を同時に加えた場合、単軸負荷の場合と、応力-歪線図は異なっている[13]。また、損傷力学モデルによれば、横方向と剪断方向の損傷の連成により、直交異方性が成り立たないとの指摘[24]もある。横-剪断のカップリングが非線形変形に与える効果を指摘している論文もわずかにあるが、これを理論的に考察し、実験的に検証を行っている研究はほとんどなされていない。

(3) 温湿環境下における非線形変形挙動

歪速度の影響については、粘塑性モデルを中心に多くの研究がなされているにも関わらず、温度と湿度が制御された研究がほとんど行われていない。温度と吸湿量が強度や弾性挙動に及ぼす影響は、数多くなされているが、一方、非線形挙動との関係は、明らかにされていない。湿度を変化させて非線形挙動を調べた実験[12]もなされているが、吸湿量が明らかにされておらず、定量的な評価が行われていない。

(4) 異方性パラメータの変化

直交異方性体の塑性ポテンシャルに関しては、Hill[36]の異方性パラメータがよく知られている。従来の研究では、この理論を発展させて、異方性パラメータが塑性変形中に一定であることを仮定したモデル[15, 16]が主流である。しかし、直交異方性の大きいCFRP単層板に対しては、異方性パラメータが一定、即ち、等方便化の仮定は妥当ではないという指摘[18]もなされている。そこで、異方性パラメータの変化を考慮した理論が必要となるが、CFRP単層板に対して、具体的に定式化した研究はなされていない。

以上の問題点に着目して、本研究の目的を次節に述べる。

1. 3 本研究の目的と意義

本研究では、CFRP複合材料の非線形引張変形挙動に及ぼす温度、湿度、及び、負荷速度の影響を調べる。また、それと同時に、弾塑性モデルを構築し、非線形変形の原因を理論的かつ実験的に明らかにする。

本研究の位置付けを図1. 1に示す。本研究では、非線形弾性理論と塑性理論を基礎として定式化を行うが、粘性の効果を考えないため、時間に依存しないモデルである。また、塑性モデルでは等方硬化と異方硬化を考える。

本研究は、従来の研究における問題点を踏まえて、以下の事柄を解明することを目的とする。

(1) 横-剪断カップリングが非線形変形挙動に与える影響

横方向及び剪断方向の非線形性に加えて、横-剪断カップリングを非線形弾性変形・塑性変形理論に導入し、これを実験と解析により調べる。

(2) 非線形性がどのメカニズムに起因するのか。

非線形弾性変形と塑性変形に着目する。単調引張試験と負荷除荷試験を行い、両変形による歪を分離することによって、非線形性の原因を調べる。

(3) 温度が非線形変形挙動に及ぼす影響。

吸湿量と負荷速度を一定として、試験片温度を室温からガラス転移点以下の温度まで変化させて、弾性係数と塑性に関するパラメータを調べる。

(4) 湿度(吸湿量)が非線形変形挙動に及ぼす影響。

温度と負荷速度を一定として、吸湿量をパラメータとして、弾性係数と塑性に関するパラメータを調べる。

(5) 負荷速度が非線形変形挙動に及ぼす影響。

温度と吸湿量を一定として、負荷速度(応力速度と歪速度)を変化させて、弾性係数と塑性に関するパラメータを調べる。

(6) 異方性パラメータが変化する塑性モデルの検討

塑性変形の進展により異方性パラメータが変化する塑性モデルと従来の異方性パラメータが一定のモデルを比較することによって、本モデルの妥当性と有用性を検討する。

以上を明らかにすることによって、CFRPの応力-歪挙動を正確に求めることができるとともに、これを応用して、最終強度を予測することも可能となる。また、積層板の設計上、必要不可欠なデータである多軸応力下での応力-歪挙動を記述することができる。さらに、温湿環境下における非線形挙動を解明することにより、実際の使用条件に対する応力-歪応答を知ることができる。

本研究は、以上に挙げた事柄を明らかにすることにより、CFRPを構造物として使用する上で、必要となる基礎的な設計データを与えるものであり、工学的意義があると考えられる。

1. 4 本研究の概要

本章では、研究の背景と目的などについて述べてきた。これを踏まえて、以下の章では、次のような内容を論じる。

第2章では、非線形弾性理論と歪増分理論の両方を基にした弾塑性モデルを示す。コンプリメンタリエネルギーから増分形の弾性構成方程式を求め、塑性ポテンシャルから増分形の塑性構成方程式を求める。定式化に際しては、特に、以下の点に着目する。(1) 弾性・塑性変形ともに、横方向、剪断方向の非線形性に加え、横-剪断カップリングを考慮する。(2) 2パラメータ塑性ポテンシャル、及び、1パラメータ塑性ポテンシャルを用いて、塑性構成方程式を導出する。特に、1パラメータ塑性ポテンシャルを用いる場合、異方性パラメータが変化する場合(異方硬化)と一定の場合(等方硬化)について定式化を行う。

第3章では、弾性係数と塑性パラメータを求める方法を述べる。主軸引張試験より、弾性係数を求め、非主軸引張試験より、塑性パラメータを求める手順を述べる。特に、2章のモデルに対応して、以下の点に着目する。(1) $[45^\circ]$ 試験片を用いて、横-剪断カップリングによる非線形性を調べる。(2) 2パラメータ塑性ポテンシャル、及び、1パラメータ塑性ポテンシャル(異方性パラメータが変化する場合と一定の場合)について、相当応力と相当塑性歪を導出し、非主軸引張応力-引張歪関係式を求める。また、引張試験片作成上の注意についても述べる。

第4章では、CF/Epoxy試験片を用いて、温度が非線形応力-歪挙動に及ぼす影響を調べる。第3章の手法に基づき、温度の変化による弾性係数と塑性パラメータの変化を求める。

第5章では、湿度が非線形応力-歪挙動に及ぼす影響を調べる。1次元吸湿モデルを用いて、吸湿率を計算し、弾性係数と塑性パラメータの変化を吸湿率の関数として求める。

第6章では、負荷速度が非線形応力-歪挙動に及ぼす影響を調べる。荷重速度一定と歪速度一定の試験を行い、負荷速度の変化による弾性係数と塑性パラメータの変化を調べる。特に相当塑性歪速度に着目して議論する。

なお、第4章、第5章において、2章で導出する2つの塑性モデル(モデルB、C)とSun and Chen[16]のモデルについて比較検討を行う。第6章においては、3つの塑性モデル(モデルA、B、C)とSun and Chen[16]のモデルの比較を行う。

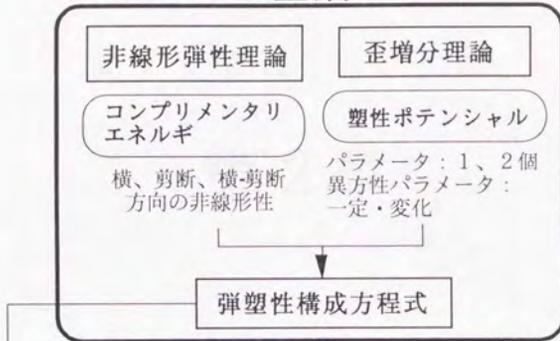
第7章において、全体を総括して、結論を述べる。

以上をまとめて、論文の構成を図1. 2に示す。

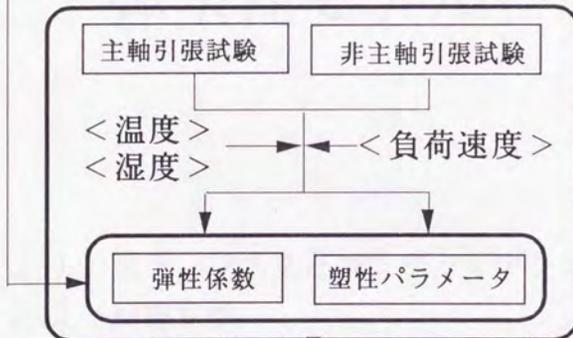


図1. 1 本研究の位置付け

理論



実験



CFRP複合材料の
非線形引張変形挙動の解明

図1. 2 論文の構成

第2章

CFRP単層板の 弾塑性モデル

- 2.1 スティフネスとコンプライアンス
- 2.2 座標変換
- 2.3 弾塑性モデル
- 2.4 非線形弾性理論
- 2.5 塑性理論
- 2.6 弾塑性構成方程式

2.1 スティフネスとコンプライアンス

2.1.1 直交異方性体のスティフネスとコンプライアンス

平面応力状態を仮定する。 $\{\sigma\}$ と $\{\varepsilon\}$ をそれぞれ主軸方向の歪ベクトルと応力ベクトルとすると、

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

ただし、添字の1、2および6はそれぞれ繊維方向、横方向、および面内剪断方向を表す。 ε_i は工学歪であり、特に、 ε_6 は剪断歪であり、 γ_{12} とも表される。構成方程式は、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [Q]\{\varepsilon\} \\ \{\varepsilon\} &= [S]\{\sigma\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$[Q]$ と $[S]$ は、それぞれスティフネスマトリックスとコンプライアンスマトリックスである。直交異方性弾性体の場合、 $[Q]$ と $[S]$ は、

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ Sym. & & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ & S_{22} & 0 \\ Sym. & & S_{66} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

コンプライアンスマトリックスの成分は、工学的弾性係数と次式のように関係づけられる。

$$S_{11} = \frac{1}{E_{11}}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_{11}}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_{22}}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (2.5)$$

ここで、 E_{11} 、 E_{22} 、 G_{12} 、 ν_{12} はそれぞれ、繊維方向弾性率、横方向弾性率、剪断弾性率、主ポアソン比を表す。また、スティフネスマトリックスは、コンプライアンスマトリックスの逆行列であり、その成分は、次式で表される。

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, & Q_{12} &= \frac{-S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, \\ Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}, & Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

2. 1. 2 剪断カップリングを含む場合

非線形を生じる直交異方性体の場合、構成方程式を増分形で表す必要がある。また、後述するように、横-剪断カップリング S_{26} を考慮しなければならない。そこで次の増分形の構成方程式を考える。

$$\{d\epsilon\} = [S^T]\{d\sigma\} \quad (2. 7)$$

ここで、 $\{d\epsilon\}$, $\{d\sigma\}$ はそれぞれ歪増分ベクトルと応力増分ベクトルであり、 $[S^T]$ は正接コンプライアンスマトリックスである。

$$\{d\sigma\} = \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad \{d\epsilon\} = \begin{Bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (2. 8)$$

$$[S^T] = \begin{bmatrix} S_{11}^T & S_{12}^T & 0 \\ & S_{22}^T & S_{26}^T \\ \text{Sym.} & & S_{66}^T \end{bmatrix} \quad (2. 9)$$

(2. 7)式は次式のように書き換えられる。

$$\{d\sigma\} = [Q^T]\{d\epsilon\} \quad (2. 10)$$

$[Q^T]$ は $[S^T]$ の逆行列であり、正接スティフネスマトリックスである。

$$[Q^T] = [S^T]^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11}^0 - f_1 Q_{12}^0 & f_2 Q_{12}^0 & -f_3 Q_{12}^0 \\ & f_2 Q_{22}^0 & -f_3 Q_{22}^0 \\ \text{Sym.} & & f_2 Q_{66}^0 \end{bmatrix} \quad (2. 11)$$

ここで、 Q_{ij}^0 は直交異方性体のスティフネスマトリックスの成分と同じ式の形をしている。

$$Q_{11}^0 = \frac{S_{22}^T}{S_{11}^T S_{22}^T - S_{12}^T{}^2}, \quad Q_{12}^0 = \frac{-S_{12}^T}{S_{11}^T S_{22}^T - S_{12}^T{}^2},$$

$$Q_{22}^0 = \frac{S_{11}^T}{S_{11}^T S_{22}^T - S_{12}^T{}^2}, \quad Q_{66}^0 = \frac{1}{S_{66}^T} \quad (2. 12)$$

また、 $f_1, f_2, f_3, \alpha, \beta, \gamma$ は以下のように定義される無次元数である。

$$f_1 = \frac{\alpha \delta^2}{A}, \quad f_2 = \frac{\gamma(\beta - \alpha^2)}{A}, \quad f_3 = \frac{\delta(\beta - \alpha^2)}{A} \quad (2. 13)$$

$$\alpha = \frac{S_{12}}{S_{11}}, \quad \beta = \frac{S_{22}}{S_{11}}, \quad \gamma = \frac{S_{66}}{S_{11}}, \quad \delta = \frac{S_{26}}{S_{11}}, \quad A = \gamma(\beta - \alpha^2) - \delta^2 \quad (2. 14)$$

今後、すべての構成方程式は、増分形で表現されるので、煩雑を避けるため、正接スティフネスマトリックスと正接コンプライアンスマトリックスを単に、それぞれ、 $[Q]$, $[S]$ と表示し、その成分もこれに準じて、 Q_{ij}, S_{ij} とする。

2.2 座標変換

次に、図2.1のような座標変換を考える。非主軸角 θ を非主軸方向から主軸方向に取ることに注意する。

この時、応力ベクトルと歪ベクトルの座標変換式はそれぞれ、

$$\{\sigma\} = [T^\sigma] \{\bar{\sigma}\} \quad (2.15)$$

$$\{\varepsilon\} = [T^\varepsilon] \{\bar{\varepsilon}\} \quad (2.16)$$

である。ここで、 $[T^\sigma]$ 、 $[T^\varepsilon]$ はそれぞれ応力と歪に関する座標変換マトリックスであり、それぞれ、以下のように表される[37]。

$$[T^\sigma] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$[T^\varepsilon] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ただし、 $m = \cos \theta$ 、 $n = \sin \theta$ である。

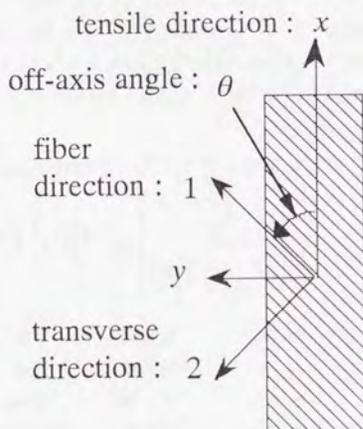


図2.1 非主軸座標系から主軸座標系への座標変換

座標変換後の構成方程式は、

$$\{d\bar{\sigma}\} = [\bar{Q}]\{d\bar{\epsilon}\} \quad (2.19)$$

$$\{d\bar{\epsilon}\} = [\bar{S}]\{d\bar{\sigma}\} \quad (2.20)$$

と表される。ここで $[\bar{Q}]$ は座標変換されたスティフネスマトリックス (transformed reduced stiffness matrix)、または、非主軸スティフネスマトリックス (off-axis stiffness matrix) であり、次式のように書き表される。

$$[\bar{Q}] = [T^{\sigma}]^{-1} [S]^{-1} [T^{\epsilon}] = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \text{Sym.} & & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

非主軸スティフネスマトリックスの具体的な成分は、

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} \\ \bar{Q}_{22} \\ \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{66} \\ \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & f_2 n^4 + 4f_3 m n^3 \\ n^4 & f_2 m^4 - 4f_3 m^3 n \\ m^2 n^2 & f_2 m^2 n^2 + 2f_3 (m^3 n - m n^3) \\ m^2 n^2 & f_2 m^2 n^2 + 2f_3 (m^3 n - m n^3) \\ m^3 n & -f_2 m n^3 + f_3 (n^4 - 3m^2 n^2) \\ m n^3 & -f_2 m^3 n + f_3 (3m^2 n - m^4) \\ -f_1 m^4 + 2f_2 m^2 n^2 + 4f_3 m^3 n & 4f_2 m^2 n^2 \\ -f_1 n^4 + 2f_2 m^2 n^2 - 4f_3 m n^3 & 4f_2 m^2 n^2 \\ -f_1 m^2 n^2 + f_2 (m^4 + n^4) + 2f_3 (m n^3 - m^3 n) & -4f_2 m^2 n^2 \\ -f_1 m^2 n^2 - 2f_2 m^2 n^2 + 2f_3 (m n^3 - m^3 n) & f_2 (m^2 - n^2)^2 \\ -f_1 m^3 n + f_2 (m n^3 - m^3 n) + f_3 (3m^2 n^2 - m^4) & 2f_2 (m n^3 - m^3 n) \\ -f_1 m n^3 + f_2 (m^3 n - m n^3) + f_3 (n^4 - 3m^2 n^2) & 2f_2 (m^3 n - m n^3) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^{\circ} \\ \bar{Q}_{22}^{\circ} \\ \bar{Q}_{12}^{\circ} \\ \bar{Q}_{66}^{\circ} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

とかける。一方、 $[\bar{S}]$ は非主軸コンプライアンスで、

$$[\bar{S}] = [T^{\epsilon}]^{-1} [S] [T^{\sigma}] = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \text{Sym.} & & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

その成分は、

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_{11} \\ \bar{S}_{22} \\ \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{66} \\ \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 2m^2 n^2 & m^2 n^2 & -2m n^3 \\ n^4 & m^4 & 2m^2 n^2 & m^2 n^2 & 2m^3 n \\ m^2 n^2 & m^2 n^2 & m^4 + n^4 & -m^2 n^2 & m n^3 - m^3 n \\ 4m^2 n^2 & 4m^2 n^2 & -8m^2 n^2 & (m^2 - n^2)^2 & 4(m n^3 - m^3 n) \\ 2m^3 n & -2m n^3 & 2(m n^3 - m^3 n) & m n^3 - m^3 n & 3m^2 n^2 - n^4 \\ 2m n^3 & -2m^3 n & 2(m^3 n - m n^3) & m^3 n - m n^3 & m^4 - 3m^2 n^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} \\ \bar{S}_{22} \\ \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{66} \\ \bar{S}_{26} \end{bmatrix}$$

2.3 弾塑性モデル

本研究では次のような弾塑性モデルを考える。応力-歪曲線が降伏点を持ち、降伏前は弾性変形、降伏後は塑性変形を生ずると仮定する。応力-歪曲線が線形よりずれる点（屈曲点）が明確に観察される場合は、屈曲点を降伏点と定義できる。しかし、降伏前でも非線形変形を生じる場合も考えられるので、負荷除荷試験によって、降伏点を調べる。すなわち、除荷後の永久歪が塑性歪であると仮定して、除荷によって永久歪を生じ始める応力を降伏点と定義する（図2.2）。従って、線形弾性歪を ε^{le} 、非線形弾性歪を ε^{ne} 、塑性歪（または、除荷後の永久歪）を ε^p とすると、全体歪 ε^t は、弾性歪と塑性歪の和として表される。

$$\varepsilon^t = \varepsilon^e + \varepsilon^p = \varepsilon^{le} + \varepsilon^{ne} + \varepsilon^p \quad (2.25)$$

よって、弾性歪（線形弾性歪と非線形弾性歪の和）は、除荷前の全体歪と除荷後の永久歪の差として計算される。

$$\varepsilon^e = \varepsilon^{le} + \varepsilon^{ne} = \varepsilon^t - \varepsilon^p \quad (2.26)$$

次に、塑性変形に関して、以下の仮定を設ける。

- 仮定（1）一般に直交異方性は成り立たない（1-2平面についてのみ対称）。
- 仮定（2）降伏値は塑性歪の単調増加関数である。
- 仮定（3）異方性パラメータは塑性変形の進展により変化する。
- 仮定（4）移動硬化を考えない。
- 仮定（5）比例負荷による塑性変形のみを考える。
- 仮定（6）相当応力-相当塑性歪関係は種々の応力状態に対して単一の曲線である。

仮定（1）は、横と剪断のカップリングが存在することに起因している。仮定（2）、（3）、（4）により、降伏曲面は、塑性歪の増加により、原点（応力0の点）を固定されたまま、形を変えながら、非相似的に拡大する。即ち、厳密な意味での等方硬化ではない。Sun and Chen[16]の塑性モデルでは、異方性パラメータは一定であり、降伏曲面は相似的に拡大するので等方硬化である。本モデルでは、異方性パラメータが塑性変形の発達により変化する場合をも考慮して定式化を行う。仮定（5）、（6）により、一方向非主軸試験から相当応力-相当塑性歪関係式が得られる。従ってここでは、塑性変形の負荷経路依存性は考慮しない。

以下の節において、コンプリメンタリエネルギーと塑性ポテンシャルを用いた弾塑性モデルを具体的に示す。

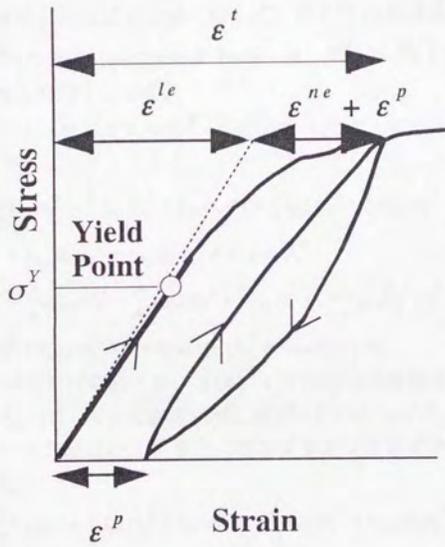


図2.2 負荷除荷試験による弾性歪と塑性歪の定義

2.4 非線形弾性理論

2.4.1 コンプリメンタリエネルギー

変形が可逆的である時、即ち弾性変形であるとき、弾性歪エネルギー W が存在する。この時、コンプリメンタリエネルギー W_c は、

$$W_c = \sigma_i \varepsilon_i - W \quad (2.27)$$

と表される。ここで σ_i は応力、 ε_i は工学歪である。今、薄い単層板を考えているので、平面応力状態を仮定する。 W_c を応力 σ_i の多項式とすると、

$$W_c = W_c(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6) \quad (2.28)$$

と表すことができる。直交異方性体に対して、応力 σ_i の多項式であるコンプリメンタリエネルギー W_c の基底 (polynomial basis) は、 $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6^2\}$ である。polynomial basis に関する定理を付録1に示す。

さて、コンプリメンタリエネルギー W_c を応力の4次式とすると、それは以下のよう表される[7, 38]。

$$\begin{aligned} W_c = & \frac{1}{2}s_{11}\sigma_1^2 + \frac{1}{2}s_{22}\sigma_2^2 + \frac{1}{2}s_{66}\sigma_6^2 + s_{12}\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{3}s_{111}\sigma_1^3 + \frac{1}{3}s_{222}\sigma_2^3 \\ & + s_{112}\sigma_1^2\sigma_2 + s_{122}\sigma_1\sigma_2^2 + s_{166}\sigma_1\sigma_6^2 + s_{266}\sigma_2\sigma_6^2 \\ & + \frac{1}{4}s_{1111}\sigma_1^4 + \frac{1}{4}s_{2222}\sigma_2^4 + \frac{1}{4}s_{6666}\sigma_6^4 + s_{1112}\sigma_1^3\sigma_2 + s_{1122}\sigma_1^2\sigma_2^2 \\ & + s_{1222}\sigma_1\sigma_2^3 + s_{1166}\sigma_1^2\sigma_6^2 + s_{2266}\sigma_2^2\sigma_6^2 + s_{1266}\sigma_1\sigma_2\sigma_6^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

ここで、 s_{ij} , s_{ijk} , s_{ijkl} はそれぞれ2次、3次、4次の応力の係数を表す。ここで、以下の仮定を設ける。(1)1方向は線形弾性、(2)1-2のカップリングは線形、(3)1-6の剪断カップリングはない。すると、コンプリメンタリエネルギーは以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} W_c = & \frac{1}{2}s_{11}\sigma_1^2 + \frac{1}{2}s_{22}\sigma_2^2 + \frac{1}{2}s_{66}\sigma_6^2 + s_{12}\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{3}s_{222}\sigma_2^3 + s_{266}\sigma_2\sigma_6^2 \\ & + \frac{1}{4}s_{2222}\sigma_2^4 + \frac{1}{4}s_{6666}\sigma_6^4 + s_{2266}\sigma_2^2\sigma_6^2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

このコンプリメンタリエネルギー関数は、Hahn&Tsai[7]の定式化における剪断方向の非線形性に加えて、2方向の非線形性及び、2-6の剪断カップリングを含むことは注意を要する。

2.4.2 弾性構成方程式

弾性歪 ϵ_i^e は、コンプリメンタリエネルギーを対応する応力 σ_i で偏微分することにより得られる。

$$\begin{aligned}\epsilon_1^e &= \frac{\partial W_c}{\partial \sigma_1} = s_{11}\sigma_1 + s_{12}\sigma_2 \\ \epsilon_2^e &= \frac{\partial W_c}{\partial \sigma_2} = s_{22}\sigma_2 + s_{12}\sigma_1 + s_{222}\sigma_2^2 + s_{266}\sigma_6^2 + s_{2222}\sigma_2^3 + 2s_{2266}\sigma_2\sigma_6^2 \\ \epsilon_6^e &= \frac{\partial W_c}{\partial \sigma_6} = s_{66}\sigma_6 + 2s_{266}\sigma_2\sigma_6 + 2s_{2266}\sigma_2^2\sigma_6 + s_{6666}\sigma_6^3\end{aligned}\quad (2.31)$$

塑性変形に関する歪増分理論と対応させるために、増分形で表すと、構成方程式は、

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon_1^e \\ d\epsilon_2^e \\ d\epsilon_6^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^e & S_{12}^e & 0 \\ & S_{22}^e & S_{26}^e \\ \text{Sym.} & & S_{66}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_6 \end{Bmatrix} \quad \text{or} \quad \{d\epsilon^e\} = [S^e]\{d\sigma\}\quad (2.32)$$

$[S^e]$ は正接弾性コンプライアンスマトリクス (tangent elastic compliance matrix)、

S_{ij}^e はその成分である。

$$[S^e] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ s_{22} + 2s_{222}\sigma_2 + 3s_{2222}\sigma_2^2 + 2s_{2266}\sigma_6^2 & 2s_{266}\sigma_6 + 4s_{2266}\sigma_2\sigma_6 & \\ \text{Sym.} & s_{66} + 2s_{266}\sigma_2 + 2s_{2266}\sigma_2^2 + 3s_{6666}\sigma_6^2 & \end{bmatrix}\quad (2.33)$$

(2.32)式の構成方程式は、横、及び、剪断の非線形性に加えて、横-剪断の非線形カップリング S_{26}^e を含んでおり、また、増分形で表現している点がHahn and Tsai[7]の導出した式と異なる。ここで増分形を用いずに、 $\{\epsilon^e\} = [S^e]\{\sigma\}$ の形にした時、 $[S^e]$ は正割弾性コンプライアンスマトリクス(secant elastic compliance matrix)を表す。しかし、 $[S^e]$ が対称行列にならず、座標変換の際、取り扱いが不便である。

2.5 塑性理論

ここでは、応力と歪はテンソル σ_{ij} , ε_{ij} で表記する。縮約形の応力、歪ベクトル成分 σ_i , ε_i とは、以下の関係にある。

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_{11}, & \sigma_2 &= \sigma_{22}, & \sigma_6 &= \sigma_{12} \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_{11}, & \varepsilon_2 &= \varepsilon_{22}, & \varepsilon_6 &= 2\varepsilon_{12}\end{aligned}\quad (2.34)$$

2.5.1 降伏条件

降伏条件は次式のように書き表される。

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad (2.35)$$

k は降伏値、 $f(\sigma_{ij})$ は塑性ポテンシャルであり、応力の2次式であるとする、

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} A_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (2.36)$$

である。ここで、 A_{ijkl} は異方性パラメータである。

次に、相当応力を次式で定義する。

$$\sigma_e = \sqrt{3f} \quad (2.37)$$

(2.37)式より(2.35)式の降伏条件は、

$$\sigma_e = \sqrt{3k} \quad (2.38)$$

と書き換えられる。塑性仕事増分は、

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (2.39)$$

と表される。相当塑性歪増分を次式で定義する。

$$d\varepsilon_e^p = \frac{dW^p}{\sigma_e} \quad (2.40)$$

ここで、2.3節の仮定を再記する。

<仮定>

(a) 降伏値は相当塑性歪の単調増加関数である。

$$k = k(\varepsilon_e^p) \quad (2.41)$$

(b) 異方性パラメータは相当塑性歪の、従って、降伏値の関数である。

$$A_{ijkl} = A_{ijkl}(\varepsilon_e^p) = A_{ijkl}(k) \quad (2.42)$$

(c) 相当応力-相当塑性歪関係は、種々の組み合わせ応力状態に対して、単一の曲線であり、非主軸試験片の引張試験から求められる。

2.5.2 歪増分理論

関連した流れ則 (associated flow rule) によると、塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (2.43)$$

すると、(2.36)、(2.37)、(2.39)、(2.40)、及び、(2.43)式より、

$$dW^p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_e d\varepsilon_e^p = 2f d\lambda = \frac{2}{3} \sigma_e^2 d\lambda \quad (2.44)$$

が成り立つ。よって

$$d\lambda = \frac{3 d\varepsilon_e^p d\sigma_e}{2 d\sigma_e \sigma_e} \quad (2.45)$$

が得られる。ここで(2.35)、(2.36)式より、

$$k = f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} A_{ijkl}(k) \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (2.46)$$

であるから、これを全微分して、

$$dk = \frac{A_{ijkl}(k) \sigma_{ij} d\sigma_{kl}}{\Omega} \quad (2.47)$$

が得られる。ここで、

$$\Omega = 1 - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \frac{dA_{ijkl}(k)}{dk} \quad (2.48)$$

である。一方、(2.38)式より、

$$dk = \frac{2}{3} \sigma_e d\sigma_e \quad (2.49)$$

であることから(2.45)式より、

$$d\lambda = \frac{dk}{\frac{4}{9} \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^p} \sigma_e^2} = \frac{A_{ijkl}(k) \sigma_{ij} d\sigma_{kl}}{g \Omega} \quad (2.50)$$

となる。ここで、

$$g = \frac{4}{9} \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^p} \sigma_e^2 \quad (2.51)$$

である。(2.43)、(2.50)式より、

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{A_{ijkl}(k) \sigma_{ij} d\sigma_{kl}}{g \Omega} \quad (2.52)$$

従って、塑性ポテンシャル、異方性パラメータ、及び、相当応力・相当塑性歪関係を与えれば、(2.52)式より構成方程式が得られる。

特に、異方性パラメータが一定であるとき、 $\Omega = 1$ より、(2.52)式は、

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{g} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} A_{ijkl}(k) \sigma_{ij} d\sigma_{kl} \quad (2.53)$$

と表される。

2.5.3 CFRP単層板の塑性ポテンシャル

等方性材料におけるvon Misesの降伏条件を、一般の異方性材料に対して拡張する場合、第1近似として、応力成分の2次形式で表される降伏関数、即ち、塑性ポテンシャルを考える。応力テンソルの対称性より、異方性材料の塑性ポテンシャルは、(2.36)式より、

$$2f(\sigma_{ij}) = A_{001} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \\
= A_{1111} \sigma_{11}^2 + 2A_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 2A_{1133} \sigma_{11} \sigma_{33} + 2A_{1123} \sigma_{11} \sigma_{23} + 2A_{1113} \sigma_{11} \sigma_{31} + 2A_{1112} \sigma_{11} \sigma_{12} \\
+ A_{2222} \sigma_{22}^2 + 2A_{2233} \sigma_{22} \sigma_{33} + 2A_{2223} \sigma_{22} \sigma_{23} + 2A_{2213} \sigma_{22} \sigma_{31} + 2A_{2212} \sigma_{22} \sigma_{12} \\
+ A_{3333} \sigma_{33}^2 + 2A_{3323} \sigma_{33} \sigma_{23} + 2A_{3313} \sigma_{33} \sigma_{31} + 2A_{3312} \sigma_{33} \sigma_{12} \\
+ 2A_{2323} \sigma_{23}^2 + 2A_{2313} \sigma_{23} \sigma_{31} + 2A_{2312} \sigma_{23} \sigma_{12} \\
+ 2A_{1313} \sigma_{13}^2 + 2A_{1312} \sigma_{13} \sigma_{12} \\
+ 2A_{1212} \sigma_{12}^2 \quad (2.54)$$

と表される[36]。今、層面(1-2平面)について対称であることから、

$$f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}) = f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, -\sigma_{23}, -\sigma_{31}, \sigma_{12}) \quad (2.55)$$

この式を満たすことより、

$$A_{1123} = A_{2223} = A_{3323} = A_{1113} = A_{2213} = A_{3313} = A_{2312} = A_{1312} = 0 \quad (2.56)$$

が導かれる。すると、塑性ポテンシャルは、次式のように書ける。

$$2f(\sigma_{ij}) = A_{1111} \sigma_{11}^2 + 2A_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 2A_{1133} \sigma_{11} \sigma_{33} + 2A_{1112} \sigma_{11} \sigma_{12} \\
+ A_{2222} \sigma_{22}^2 + 2A_{2233} \sigma_{22} \sigma_{33} + 2A_{2212} \sigma_{22} \sigma_{12} + A_{3333} \sigma_{33}^2 \\
+ 2A_{3312} \sigma_{33} \sigma_{12} + 2A_{2323} \sigma_{23}^2 + 2A_{2313} \sigma_{23} \sigma_{31} + 2A_{1313} \sigma_{13}^2 + 2A_{1212} \sigma_{12}^2 \quad (2.57)$$

ここでは直交異方性体を仮定していないので、1-3平面、2-3平面についての対称性は考えない。なお、Hillの直交異方性体の塑性ポテンシャル[36]については、付録2に示す。次に、平面応力状態を仮定すると、 $\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$ より、

(2.57)式から直ちに、

$$2f(\sigma_{ij}) = A_{1111} \sigma_{11}^2 + 2A_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 2A_{1112} \sigma_{11} \sigma_{12} \\
+ A_{2222} \sigma_{22}^2 + 2A_{2212} \sigma_{22} \sigma_{12} + 2A_{1212} \sigma_{12}^2 \quad (2.58)$$

が得られる。最後に、繊維方向の塑性変形は無視すると、 $d\varepsilon_{11}^p = 0$ より、

$$d\varepsilon_{11}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{11}} d\lambda = (A_{1111} \sigma_{11} + A_{1122} \sigma_{22} + A_{1112} \sigma_{12}) d\lambda = 0 \quad (2.59)$$

が得られる。従って、

$$A_{1111} = A_{1122} = A_{1112} = 0 \quad (2.60)$$

である。異方性パラメータはその相対的な値に意味があるので、 $A_{2222} = 1$ としても一般性を失わない。以上から、独立なパラメータを2つ持つ以下の塑性ポテンシャルが得られる。

$$f = \frac{1}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{26}\sigma_{22}\sigma_{12} + 2a_{66}\sigma_{12}^2) \quad (2.61)$$

ここで、 $A_{2212} = a_{26}$ 、 $A_{1212} = a_{66}$ と書き直している。(2.61)式の塑性ポテンシャルは、Sun and Chen[16]の用いた1パラメータ塑性ポテンシャルに、横-剪断のカップリングを表す項 $2a_{26}\sigma_{22}\sigma_{12}$ が加えられている。

特に、直交異方性体の場合、 $a_{26} = 0$ であるから、塑性ポテンシャルは、

$$f = \frac{1}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2) \quad (2.62)$$

となり、Sun and Chen[16]の用いた1パラメータ塑性ポテンシャルに還元される。なお、3方向の塑性歪、及び、体積変化については付録3に説明する。

2.5.4 CFRP単層板の構成方程式

次の4つのモデルについて、構成方程式を導出する。

<モデルA>

塑性ポテンシャルとして、(2.61)式を用いる。但し、 a_{26} 、 a_{66} はともに定数であると仮定する。

<モデルB>

塑性ポテンシャルとして、(2.62)式を用いる。但し、 a_{66} は次の式で表される降伏値 k の1次関数であると仮定する。

$$a_{66}(k) = a_{66}^0 + \frac{\alpha}{3}((\sigma_e^0)^2 - \sigma_e^2) = a_{66}^0 + \alpha((\sigma_e^0)^2 / 3 - k) \quad (2.63)$$

α は定数であり、 a_{66}^0 と σ_e^0 は、それぞれ初期異方性パラメータと初期相当降伏応力、即ち、相当塑性歪が0のときの異方性パラメータ a_{66} と相当応力 σ_e である。

<モデルC>

塑性ポテンシャルとして、(2.62)式を用いる。但し、 $a_{66} = a_{66}^0$ (定数)である。

モデルA、B、Cともに、次の形の相当応力-相当塑性歪関係式を仮定する。

$$\sigma_e = B(\varepsilon_e^p)^m + \sigma_e^0 \quad (2.64)$$

m, B は実験的に定める係数である。

<Sun and Chenのモデル[16]>

モデルCと同じく、塑性ポテンシャルとして、(2.62)式を用い、

$a_{66} = a_{66}^0$ (定数) であるが、初期相当降伏応力 σ_e^0 を 0 とし、次の相当応力-相当塑性歪関係式を用いる。

$$\varepsilon_e^p = A \sigma_e^n \quad (2.65)$$

これは、(2.64) 式で、 $\sigma_e^0 = 0, B = \frac{1}{A^n}, m = \frac{1}{n}$ と置いたことに相当する。

(2.48)、(2.51) ~ (2.53)、(2.61) ~ (2.65) 式より、各モデルに対して次のように構成方程式が得られる。

<モデルA>

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ 2d\varepsilon_{12}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (\sigma_{22} + a_{26} \sigma_{12})^2 & (a_{26} \sigma_{22} + 2a_{66} \sigma_{12}) & (a_{26} \sigma_{22} + 2a_{66} \sigma_{12}) \\ \text{Sym.} & & (a_{26} \sigma_{22} + 2a_{66} \sigma_{12})^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

<モデルB>

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ 2d\varepsilon_{12}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{g\Omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{22}^2 & 2a_{66}(k)\sigma_{22}\sigma_{12} & \\ \text{Sym.} & 4\{a_{66}(k)\}^2 \sigma_{12}^2 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\Omega = 1 + \alpha \sigma_{12}^2 \quad (2.68)$$

<モデルC、Sun and Chenのモデル>

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ 2d\varepsilon_{12}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{22}^2 & 2a_{66}^0 \sigma_{22} \sigma_{12} & \\ \text{Sym.} & 4(a_{66}^0)^2 \sigma_{12}^2 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

ここで、モデルA、B、Cについては、

$$g = \frac{4}{9} m B^{\frac{1}{m}} \sigma_e^2 (\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-n}{n}} \quad (2.70)$$

Sun and Chenのモデル[16]については、

$$g = \frac{4}{9An} \sigma_e^{n+1} \quad (2.71)$$

(2.66) ~ (2.69) 式は、(2.52) 式で得られた一般の異方性塑性体の構成方程式から、繊維方向の塑性歪が無視できるCFRP単層板に対して、具体的に導出した構成方程式である。特に、異方性パラメータが変化する場合でも、(2.68) 式の関数 Ω を導入することにより、異方性パラメータが一定である従来のモデルと同じ形の構成方程式が得られる。

表2. 1に各モデルの塑性ポテンシャル、関数 g 、 Ω 、及び、塑性コンプライアンス S_{ij}^p を示す。

表2. 1 各塑性モデルの塑性ポテンシャル、関数 g 、 Ω 、及び、塑性コンプライアンス S_{ij}^p

モデル	A	B	C	Sun and Chen[16]
塑性ポテンシャル	$2f = \sigma_{22}^2 + 2a_{26}\sigma_{22}\sigma_{12} + 2a_{66}\sigma_{12}^2$	$2f = \sigma_{22}^2 + 2a_{66}(k)\sigma_{12}^2$	$2f = \sigma_{22}^2 + 2a_{66}^0\sigma_{12}^2$	$2f = \sigma_{22}^2 + 2a_{66}^0\sigma_{12}^2$
関数 g	$g = \frac{4}{9}mB^{\frac{1}{m}}\sigma_e^2 \times (\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-n}{n}}$	$g = \frac{4}{9}mB^{\frac{1}{m}}\sigma_e^2 \times (\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-n}{n}}$	$g = \frac{4}{9}mB^{\frac{1}{m}}\sigma_e^2 \times (\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-n}{n}}$	$g = \frac{4}{9An}\sigma_e^{n+1}$
関数 Ω	$\Omega = 1$	$\Omega = 1 + \alpha\sigma_{12}^2$	$\Omega = 1$	$\Omega = 1$
S_{11}^p	0	0	0	0
S_{12}^p $= S_{21}^p$	0	0	0	0
S_{16}^p $= S_{61}^p$	0	0	0	0
S_{22}^p	$(\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12})^2 / g$	$\sigma_{22}^2 / g\Omega$	σ_{22}^2 / g	σ_{22}^2 / g
S_{26}^p $= S_{62}^p$	$(\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12}) \times (a_{26}\sigma_{22} + 2a_{66}\sigma_{12}) / g$	$2a_{66}(k)\sigma_{22}\sigma_{12} / g\Omega$	$2a_{66}^0\sigma_{22}\sigma_{12} / g$	$2a_{66}^0\sigma_{22}\sigma_{12} / g$
S_{66}^p	$(a_{26}\sigma_{22} + 2a_{66}\sigma_{12})^2 / g$	$4\{a_{66}(k)\}^2\sigma_{12}^2 / g\Omega$	$4(a_{66}^0)^2\sigma_{12}^2 / g$	$4(a_{66}^0)^2\sigma_{12}^2 / g$

2.5.5 相当応力と相当塑性歪増分

相当応力は、(2.37)式から、塑性ポテンシャルを与えれば求められる。

$$\sigma_e = \sqrt{3f} \quad (2.72)$$

また、相当塑性歪増分は、(2.44)式より、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{2}{3}\sigma_e d\lambda \quad (2.73)$$

(2.50)式を(2.73)式に代入して、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{2}{3}\sigma_e \frac{A_{ijk}(k)\sigma_{ij} d\sigma_{kl}}{g\Omega} \quad (2.74)$$

表2.1でまとめた塑性ポテンシャル、及び、関数 g, Ω を用いると、各モデルについて相当応力、相当塑性歪増分は次のようになる。

<モデルA>

(2.37)、(2.61)式より、相当応力は、

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{26}\sigma_{22}\sigma_{12} + 2a_{66}\sigma_{12}^2)} \quad (2.75)$$

相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{3}{2} \frac{1}{mB^{\frac{1}{m}}} \frac{(\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12})d\sigma_{22} + (a_{26}\sigma_{22} + 2a_{66}\sigma_{12})d\sigma_{12}}{\sigma_e(\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-m}{m}}} \quad (2.76)$$

<モデルB>

(2.37)、(2.62)式より、相当応力は、

$$\sigma_e^2 = 3f = \frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{66}(k)\sigma_{12}^2) \quad (2.77)$$

であるから、(2.63)式を(2.77)式に代入して、(2.38)式を用いると、相当応力が応力のみ関数として次のように得られる。

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}\sigma_{22}^2 + \{3a_{66}^0 + \alpha(\sigma_e^0)^2\}\sigma_{12}^2}{1 + \alpha\sigma_{12}^2}} \quad (2.78)$$

また、相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{3}{2} \frac{1}{mB^{\frac{1}{m}}} \frac{\sigma_{22}d\sigma_{22} + 2\left[a_{66}^0 + \frac{\alpha}{3}\{(\sigma_e^0)^2 - \sigma_e^2\}\right]\sigma_{12}d\sigma_{12}}{\sigma_e(\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-m}{m}}} \quad (2.79)$$

(2.78)式を(2.79)式に代入すると、相当塑性歪増分を応力の関数として表すことができる。

<モデルC>

異方性パラメータが一定の場合、 $\alpha = 0$ であるから、相当応力は、

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{66}^0 \sigma_{12}^2)} \quad (2.80)$$

相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{3}{2} \frac{1}{mB^{\frac{1}{m}}} \frac{\sigma_{22} d\sigma_{22} + 2a_{66}^0 \sigma_{12} d\sigma_{12}}{\sigma_e (\sigma_e - \sigma_e^0)^{\frac{1-n}{n}}} \quad (2.81)$$

(2.80)式を(2.81)式に代入すれば相当塑性歪増分が応力と応力増分のみの関数として表現できる。

<Sun and Chen[16]のモデル>

相当応力は、

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + 2a_{66}^0 \sigma_{12}^2)} \quad (2.82)$$

相当塑性歪増分は

$$d\varepsilon_e^p = \frac{3}{2} An \sigma_e^{-n} (\sigma_{22} d\sigma_{22} + 2a_{66}^0 \sigma_{12} d\sigma_{12}) \quad (2.83)$$

非主軸引張試験における相当応力と相当塑性歪については、3.2節で詳しく述べる。

2.6 弾塑性構成方程式

ここでは、応力テンソルと歪テンソルの縮約形を用いる。
全体の歪増分は弾性歪増分と塑性歪増分の和であるから、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_i &= d\varepsilon_i^e + d\varepsilon_i^p \\ &= d\left(\frac{\partial W_c}{\partial \sigma_i}\right) + \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} d\lambda \\ &= \left(S_{ij}^e + \frac{A_j(k)\sigma_i}{g\Omega} \frac{\partial f}{\partial \sigma_i}\right) d\sigma_j \quad i, j = 1, 2, 6 \end{aligned} \quad (2.84)$$

または、

$$\{d\varepsilon\} = [S^p]\{d\sigma\} \quad (2.85)$$

ここで、 $[S^p]$ は全体の弾塑性コンプライアンスであり、

$$[S^p] = [S^e] + [S^p] \quad (2.86)$$

である。この構成方程式は、各モデルについて同じ形式である。図2.3に弾塑性構成モデルのまとめを示す。

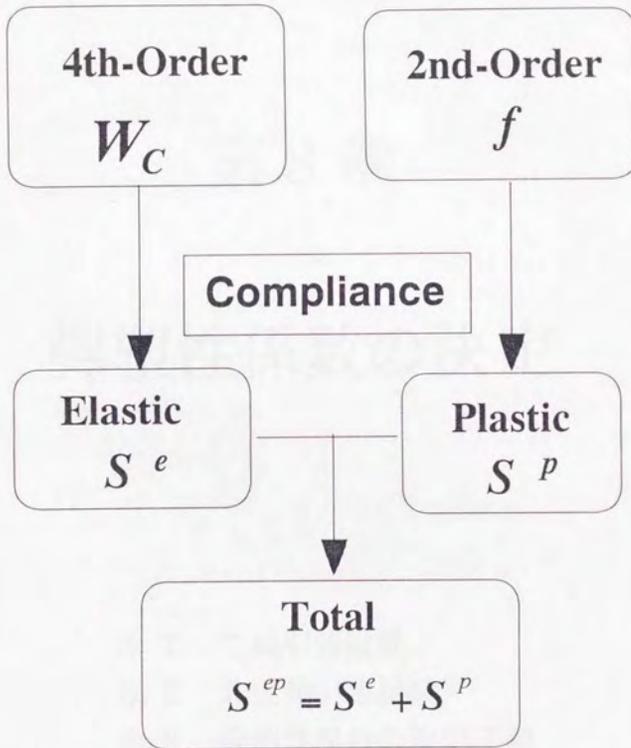


図2.3 構成モデルの概要

第3章

弾塑性係数の決定

- 3.1 主軸引張試験
- 3.2 非主軸引張試験
- 3.3 弾塑性係数の決定手順
- 3.4 引張試験片に関する注意

3. 1 主軸引張試験

第2章で述べたように、 S_{22}, S_{26}, S_{66} に関しては非線形弾性と塑性の両方による非線形性が考えられる。従って、負荷除荷試験を行い、弾性歪と塑性歪を分解する。除荷前の歪と除荷後の永久歪の差を弾性歪と定義する(2.3節参照)。以下、弾性歪のみが応力の関数として得られたとして議論する。 $[0^\circ], [90^\circ], [45^\circ], [\pm 45^\circ]_s$ 試験片の引張試験を行うことにより、(2.3.3)式の弾性マトリクス中の各係数を以下の要領で求める。

3. 1. 1 繊維方向の係数

$[0^\circ]$ 試験片の引張応力-引張歪線図、及び引張応力-主ポアソン比線図より、定数である $S_{11}^e = s_{11}$ 、 $S_{12}^e = s_{12}$ を決定する。

$$\frac{d\varepsilon_1^e}{d\sigma_1} = s_{11} = S_{11}^e = \frac{1}{E_{11}} \quad (3.1)$$

$$\frac{d\varepsilon_2^e}{d\sigma_1} = s_{12} = S_{12}^e = -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} \quad (3.2)$$

3. 1. 2 横方向の係数

$[90^\circ]$ 試験片の単調引張応力-引張歪線図と次式から $s_{22}, s_{222}, s_{2222}$ を決定する。

$$\frac{d\varepsilon_2^e}{d\sigma_2} = s_{22} + 2s_{222}\sigma_2 + 3s_{2222}\sigma_2^2 \quad (3.3)$$

3. 1. 3 剪断方向の係数

$[\pm 45^\circ]_s$ 試験片の引張試験から、剪断応力と剪断歪が次式を用いて計算される[3]。

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_6 = \frac{\sigma_x}{2} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_6 = -\varepsilon_x + \varepsilon_y \quad (3.5)$$

ここで添字のxは引張軸方向、yはxと直角方向である。さらに、次の関係式に注意する。

$$d\varepsilon_6^e = S_{26}^e d\sigma_2 + S_{66}^e d\sigma_6 \quad (3.6)$$

すると、次式が得られる。

$$\frac{d\varepsilon_6^e}{d\sigma_6} = S_{66}^e - S_{26}^e = s_{66} - 4s_{266}\sigma_6 + 3(2s_{2266} + s_{6666})\sigma_6^2 \quad (3.7)$$

つまり、剪断カップリングの存在を仮定すると、剪断歪-応力線図の傾きは剪断コンプライアンス S_{66}^e と剪断カップリング S_{26}^e の両者を含む。

負荷除荷試験より得られた弾性剪断歪-剪断応力線図を(3.7)式でカーブフ

ットして係数 S_{266} 、 $2S_{2266} + S_{6666}$ を求める。

(3.7)式からだけでは、 S_{2266} と S_{6666} を分離して得られないので、次の $[45^\circ]$ 試験片を用いて、引張試験を行う。

3.1.4 横-剪断カップリングの係数

横方向と剪断方向のカップリングを表す係数 S_{2266} と S_{6666} を $[45^\circ]$ 試験片を用いて求める。 $[45^\circ]$ 試験片では主軸方向の応力の大きさは引張応力の2分の1である。

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} \quad (3.8)$$

引張歪 ϵ_x -引張応力 σ_x 線図の傾き(コンプライアンス)は次式で表される。

$$\frac{d\epsilon_x^e}{d\sigma_x} = \overline{S_{11}}^e = \frac{1}{2}(S_{11}^e + S_{22}^e + 2S_{12}^e + S_{66}^e - 2S_{26}^e) \quad (3.9)$$

このコンプライアンスは非線形性の大きい剪断成分 S_{66} の影響を受け、剪断カップリング S_{26} の効果を単独で評価しにくい。そこで、非主軸剪断歪 γ_{xy} を引張応力 σ_x に対してプロットすると、次式のように剪断成分を含まないコンプライアンス $\overline{S_{16}}$ が得られる。

$$\overline{S_{16}} = \frac{d\gamma_{xy}}{d\sigma_x} = \frac{1}{2}(S_{11} - S_{22} + S_{26}) \quad (3.10)$$

ここで、非主軸剪断歪 γ_{xy} は、引張方向に対して $\pm 45^\circ$ をなす方向の歪 $\epsilon(+45)$ 及び $\epsilon(-45)$ を測定することにより次式から得られる。

$$\gamma_{xy} = \epsilon(+45) - \epsilon(-45) \quad (3.11)$$

(3.8)、(3.10)式より次式が得られる。

$$2 \frac{d\gamma_{xy}^e}{d\sigma_x} = S_{11}^e - S_{22}^e + S_{26}^e = (s_{11} - s_{22}) - (s_{222} + s_{266})\sigma_x - \frac{3}{4}(s_{2222} + 2s_{2266})\sigma_x^2 \quad (3.12)$$

カーブフィットにより係数 $s_{222} + s_{266}$ 、 $s_{2222} + 2s_{2266}$ を得る。

3. 2 非主軸引張試験

塑性ポテンシャル f 中の異方性パラメータ $a_{66}(k)$ と相当応力-相当塑性歪関係式を実験的に求めるために、非主軸試験片の引張試験を行う。

3. 2. 1 塑性歪の計算

以下のようにして、非主軸引張塑性歪を引張応力の関数として得る。非主軸角を θ とすると、主軸に関する応力は非主軸引張応力 σ_x を用いて、次のように表される。

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= m^2 \sigma_x \\ \sigma_2 &= n^2 \sigma_x \\ \sigma_6 &= -mn \sigma_x\end{aligned}\quad (3. 13)$$

ただし、 $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$ である。

一方、引張軸（非主軸）方向の弾性歪増分は次式で表される。

$$d\varepsilon_x^e = \overline{S}_{11}^e d\sigma_x \quad (3. 14)$$

ここで非主軸弾性コンプライアンスは引張応力の関数として次式で与えられる。

$$\overline{S}_{11}^e(\sigma_x) = m^4 S_{11}^e + n^4 S_{22}^e(\sigma_x) + 2m^2 n^2 S_{12}^e + m^2 n^2 S_{66}^e(\sigma_x) - 2mn^3 S_{26}^e(\sigma_x) \quad (3. 15)$$

各弾性コンプライアンスは、(2. 34)、(3. 13) 式より、

$$\begin{aligned}S_{11}^e &= s_{11}, \\ S_{12}^e &= s_{12}, \\ S_{22}^e(\sigma_x) &= s_{22} + 2s_{222}\sigma_2 + 3s_{2222}\sigma_2^2 + 2s_{2266}\sigma_6^2 \\ &= s_{22} + 2n^2 s_{222}\sigma_x + (3n^4 s_{2222} + 2m^2 n^2 s_{2266})\sigma_x^2, \\ S_{66}^e(\sigma_x) &= s_{66} + 2s_{266}\sigma_2 + 2s_{2266}\sigma_2^2 + 3s_{6666}\sigma_6^2 \\ &= s_{66} + 2n^2 s_{266}\sigma_x + (2n^4 s_{2266} + 3m^2 n^2 s_{6666})\sigma_x^2, \\ S_{26}^e(\sigma_x) &= 2s_{266}\sigma_6 + 4s_{2266}\sigma_2\sigma_6 \\ &= -2mns_{266}\sigma_x - 4mn^3 s_{2266}\sigma_x^2\end{aligned}\quad (3. 16)$$

単調荷重の場合、(3. 15)、(3. 16) 式を(3. 14) 式に代入して積分すると、非主軸方向弾性歪は、引張応力の関数として次式で表される。

$$\varepsilon_x^e = \int \overline{S}_{11}^e d\sigma_x = s_{xx}\sigma_x + s_{xxx}\sigma_x^2 + s_{xxxx}\sigma_x^3 \quad (3. 17)$$

ここで、

$$\begin{aligned}s_{xx} &= m^4 s_{11} + n^4 s_{22} + 2m^2 n^2 s_{12} + m^2 n^2 s_{66} \\ s_{xxx} &= n^6 s_{222} + 3m^2 n^4 s_{266} \\ s_{xxxx} &= n^8 s_{2222} + 4m^2 n^6 s_{2266} + m^4 n^4 s_{6666}\end{aligned}\quad (3. 18)$$

である。塑性歪は全体の歪から弾性歪を差し引くことによって得られる。

$$\varepsilon_x^p(\sigma_x) = \varepsilon_x(\sigma_x) - \varepsilon_x^e(\sigma_x) \quad (3.19)$$

3.2.2 相当応力-相当塑性歪関係式

<モデルA>

(3.13) 式を (2.75) 式に代入すると、

$$\sigma_e = H(\theta)\sigma_x \quad (3.20)$$

ここで、

$$H(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}(n^4 - 2a_{26}mn^3 + 2a_{66}m^2n^2)} \quad (3.21)$$

一方、非主軸引張塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_x^p = m^2 d\varepsilon_{11}^p + n^2 d\varepsilon_{22}^p - 2mnd\varepsilon_{12}^p \quad (3.22)$$

ここで、主軸方向の塑性歪増分は、(2.43)、(2.61) 式より、

$$d\varepsilon_{11}^p = 0, \quad d\varepsilon_{22}^p = (\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12})d\lambda,$$

$$d\varepsilon_{12}^p = \left(\frac{1}{2}a_{26}\sigma_{22} + a_{66}\sigma_{12}\right)d\lambda \quad (3.23)$$

であるから、(3.13)、(3.23) 式を、(3.22) 式に代入すると、

$$d\varepsilon_x^p = \frac{2}{3}\{H(\theta)\}^2\sigma_x d\lambda \quad (3.24)$$

一方、(2.73) 式に (3.20) 式を代入すると、相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{2}{3}H(\theta)\sigma_x d\lambda \quad (3.25)$$

(3.24)、(3.25) 式より、相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = d\varepsilon_x^p / H(\theta) \quad (3.26)$$

単調荷重の場合 (3.26) 式は、積分可能であり、

$$\varepsilon_e^p = \varepsilon_x^p / H(\theta) \quad (3.27)$$

<モデルB>

(3.13) 式を (2.78) 式に代入すると、

$$\sigma_e = \frac{F(\theta)\sigma_x}{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}} \quad (3.28)$$

ここで、

$$F(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}n^4 + \{3a_{66}^0 + \alpha(\sigma_e^0)^2\}m^2n^2} \quad (3.29)$$

$$G(\theta) = \alpha m^2 n^2 \quad (3.30)$$

一方、主軸方向の塑性歪増分は、(2.43)、(2.62) 式より、

$$d\varepsilon_{11}^p = 0, \quad d\varepsilon_{22}^p = \sigma_{22}d\lambda, \quad d\varepsilon_{12}^p = a_{66}\sigma_{12}d\lambda \quad (3.31)$$

(3.13)、(3.31) 式を (3.22) 式に代入すると、

$$d\varepsilon_x^p = \frac{2}{31+G(\theta)\sigma_x^2} \sigma_x d\lambda \quad (3.32)$$

一方、(2.73)式に(3.28)式を代入すると、相当塑性歪増分は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{2}{3} \frac{F(\theta)\sigma_x}{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}} d\lambda \quad (3.33)$$

(3.32)、(3.33)式より、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}}{F(\theta)} d\varepsilon_x^p \quad (3.34)$$

ここでは、非主軸角 θ の試験片の引張応力-引張塑性歪の関係を次の式で近似する。

$$\sigma_x = \sigma_x^0(\theta) + A(\theta)(\varepsilon_x^p)^{r(\theta)} \quad (3.35)$$

$\sigma_x^0(\theta)$ は引張塑性歪が0の時の引張応力、即ち、降伏点である。 $A(\theta)$ 、及び、 $r(\theta)$ は実験的に求める係数である。(3.35)式を(3.34)式に代入して積分すると、

$$\varepsilon_e^p = \frac{1}{F(\theta)} \int_0^{\varepsilon_x^p} \sqrt{1+G(\theta)\left[\sigma_x^0(\theta) + A(\theta)(\varepsilon_x^p)^{r(\theta)}\right]^2} d\varepsilon_x^p \quad (3.36)$$

が得られる。(3.36)式を数値的に積分すれば、相当塑性歪が引張塑性歪の関数として与えられる。

<モデルC、Sun and Chenのモデル>

(3.28)式と(3.34)式において、 $\alpha=0$ と置けばよいので、相当応力は、

$$\sigma_e = F_0(\theta)\sigma_x \quad (3.37)$$

ここで、

$$F_0(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}n^4 + 3a_{66}^0 m^2 n^2} \quad (3.38)$$

相当塑性歪増分、及び、相当塑性歪は、

$$d\varepsilon_e^p = \frac{d\varepsilon_x^p}{F_0(\theta)}, \quad \varepsilon_e^p = \frac{\varepsilon_x^p}{F_0(\theta)} \quad (3.39)$$

3.2.3 塑性パラメータの決定法

<モデルA>

引張方向と横方向の塑性歪増分は、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= m^2 d\varepsilon_{11}^p + n^2 d\varepsilon_{22}^p - 2mnd\varepsilon_{12}^p \\ d\varepsilon_y^p &= n^2 d\varepsilon_{11}^p + m^2 d\varepsilon_{22}^p + 2mnd\varepsilon_{12}^p \end{aligned} \quad (3.40)$$

(3.13)、(3.23)式を(3.40)式に代入すると、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x^p &= (n^4 - 2a_{26} m n^3 + 2a_{66} m^2 n^2) \sigma_x d\lambda \\ d\varepsilon_y^p &= (a_{26} (m n^3 - m^3 n) + (1 - 2a_{66}) m^2 n^2) \sigma_x d\lambda \end{aligned} \quad (3.41)$$

すると、塑性ポアソン比は、

$$\nu_{xy}^p = -\frac{d\varepsilon_y^p}{d\varepsilon_x^p} = \frac{a_{26}(1-t^2) + (2a_{66}-1)t}{t^3 - 2a_{26}t^2 + 2a_{66}t} \quad (3.42)$$

ここで、 $t = \tan \theta$ である。2つの非主軸角に対して塑性ポアソン比 ν_{xy}^p を実験によって求めることにより、2つの異方性パラメータ a_{26} 、 a_{66} を求めることができる。(3.20)、(3.27)式を用いて実験値から相当応力と相当塑性歪をプロットして、(2.64)式でカーブフィットすることにより、 B, m を求める。なお、初期相当降伏応力は次に述べるようにして決定する。

<モデルB、C>

引張塑性歪が0の時、相当応力は初期相当降伏応力 σ_e^0 であるから、

$$\sigma_e^0 = F_0(\theta)\sigma_x^0 \quad (3.43)$$

2つの非主軸角に対する降伏点を求めれば、(3.43)式より、初期相当応力 σ_e^0 と a_{66}^0 が求められる。例えば、非主軸角が90度の時の降伏点を Y とすると、

$$\sigma_e^0 = \sqrt{\frac{3}{2}}Y \quad (3.44)$$

非主軸角が45度の時の降伏点を R とすると、

$$\sigma_e^0 = \sqrt{\frac{3}{16}(1+4a_{66}^0)}R \quad (3.45)$$

(3.44)、(3.45)式より、 a_{66}^0 は、

$$a_{66}^0 = 2\left(\frac{Y}{R}\right)^2 - \frac{1}{2} \quad (3.46)$$

さて、(3.44)、(3.46)式から得られた σ_e^0 と a_{66}^0 の値を(3.29)、(3.30)式、または、(3.38)式に代入し、適当な α の値(モデルCでは $\alpha=0$)を決めて、種々の非主軸角に対する引張応力-引張塑性歪の実験値から、相当応力-相当塑性歪線図がプロットする。この曲線が一つに収束するような α の値を選び、この曲線を(2.64)式でフィットすることにより、係数 B, m を決定する。

<Sun and Chenのモデル>

適当な a_{66} の値を仮定して(3.37)、(3.39)式を用いて、引張応力-引張塑性歪の実験値から、相当応力-相当塑性歪線図がプロットする。この時、相当応力-相当塑性歪線図が一つに収束するように a_{66} の値を決定して、このマスターカーブを(2.65)式でカーブフィットすることにより、 A, n を決定する。

3. 2. 4 非主軸引張応力-引張歪線図

まず、各モデルに対して、引張塑性歪を引張応力の関数として表す。

<モデルB>

(2. 64)、(3. 28)、及び、(3. 34)式より、

$$\frac{d\varepsilon_x^p}{d\sigma_x} = \frac{\frac{\{F(\theta)\}^2}{mB} \left[\frac{1}{B} \left(\frac{F(\theta)\sigma_x}{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}} - \sigma_e^0 \right) \right]^{\frac{1-m}{m}}}{(1+G(\theta)\sigma_x^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\sigma_x > \sigma_x^0) \quad (3. 47)$$

これを積分して、

$$\varepsilon_x^p = \frac{\{F(\theta)\}^2}{mB} \int_{\sigma_e^0}^{\sigma_x} \frac{\left[\frac{1}{B} \left(\frac{F(\theta)\sigma_x}{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}} - \sigma_e^0 \right) \right]^{\frac{1-m}{m}}}{(1+G(\theta)\sigma_x^2)^{\frac{5}{2}}} d\sigma_x \quad (3. 48)$$

<モデルA、C>

異方性パラメータが一定の場合、(3. 48)式は積分可能であり、モデルCの場合、

$$\varepsilon_x^p = F_0(\theta) \left(\frac{F_0(\theta)\sigma_x - \sigma_e^0}{B} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3. 49)$$

モデルAでは、 $F_0(\theta)$ の代わりに、 $H(\theta)$ を用いるから、

$$\varepsilon_x^p = H(\theta) \left(\frac{H(\theta)\sigma_x - \sigma_e^0}{B} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3. 50)$$

<Sun and Chenのモデル>

(3. 49)式は、 $\sigma_e^0 = 0$ とすれば、Sun and Chen[16]のモデルと同じである。

$$\varepsilon_x^p = AF_0^{n+1} \sigma_x^n \quad (3. 51)$$

最終的に、各モデルともに、非主軸試験片の引張応力-引張歪関係式は、

$$\varepsilon_x(\sigma_x) = \varepsilon_x^e + \varepsilon_x^p = \overline{S}_{11}^e(\sigma_x)\sigma_x + \varepsilon_x^p(\sigma_x) \quad (3. 52)$$

と表される。 $\overline{S}_{11}^e(\sigma_x)$ は(3. 15)式で表される非主軸弾性コンプライアンスである。

3. 3 弾塑性係数の決定手順

3.1節と3.2節をまとめて、図3.1に弾性係数を決定する手順を示す。また、塑性パラメータ決定手順の詳細を図3.2に示す。まず、主軸試験片（繊維方向・横方向・剪断方向）と $[45^\circ]$ 試験片の単調引張試験と負荷除荷引張試験を行い、弾性係数を求める。また、 $[90^\circ]$ 試験片と $[45^\circ]$ 試験片の降伏点より、相当塑性歪が0の時の初期相当降伏応力 σ_e^0 と異方性パラメータ a_{66}^0 を求める。

次に、非主軸試験片の引張試験を行う。

<モデルA>

引張応力-引張塑性歪曲線と引張応力-横塑性歪曲線より、2つの非主軸角に対する塑性ポアソン比 ν_{xy}^p を求め、(3.42)式を用いて、異方性パラメータ a_{66} 、 a_{26} を求める。これにより、関数 $H(\theta)$ が定められ、相当応力相当応力-相当塑性歪関係が得られる。これを(2.64)式でカーブフィットすることにより B 、 m を求める。

<モデルB>

引張応力-引張塑性歪関係より、非主軸引張応力-引張塑性歪関係を表すパラメータ $\sigma_x^0(\theta)$ 、 $A(\theta)$ 、 $r(\theta)$ を求める。一方、適当な係数 α を仮定して、 $F(\theta)$ 、 $G(\theta)$ を定める。次に、各非主軸角に対して相当応力と相当塑性歪をプロットする。各非主軸角に対する相当応力と相当塑性歪が単一の曲線に収束するように α を選び、この曲線を(2.64)式でカーブフィットすることにより B 、 m を求める。

<モデルC、Sun and Chenのモデル[16]>

関数 $F_0(\theta)$ を用いて非主軸引張応力-引張塑性歪関係より、相当応力と相当塑性歪曲線を得る。モデルCでは、この曲線を(2.64)式でカーブフィットすることにより B 、 m を求める。Sun and Chenのモデル[16]では、これを(2.65)式でカーブフィットすることにより A 、 n を求める。

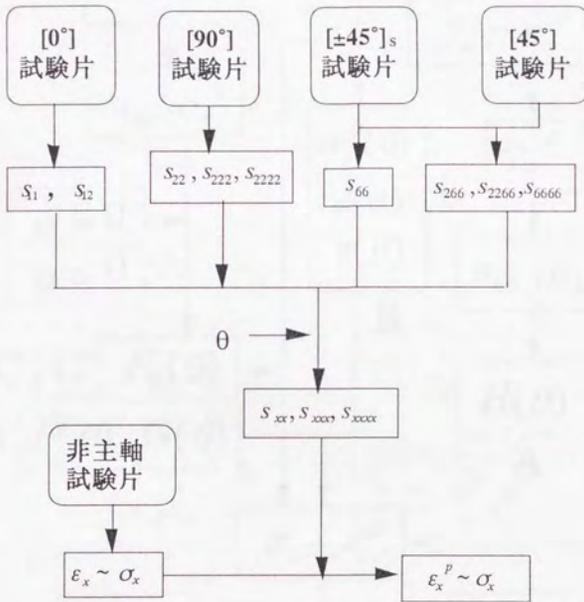


図. 3. 1 弾塑性係数の決定手順

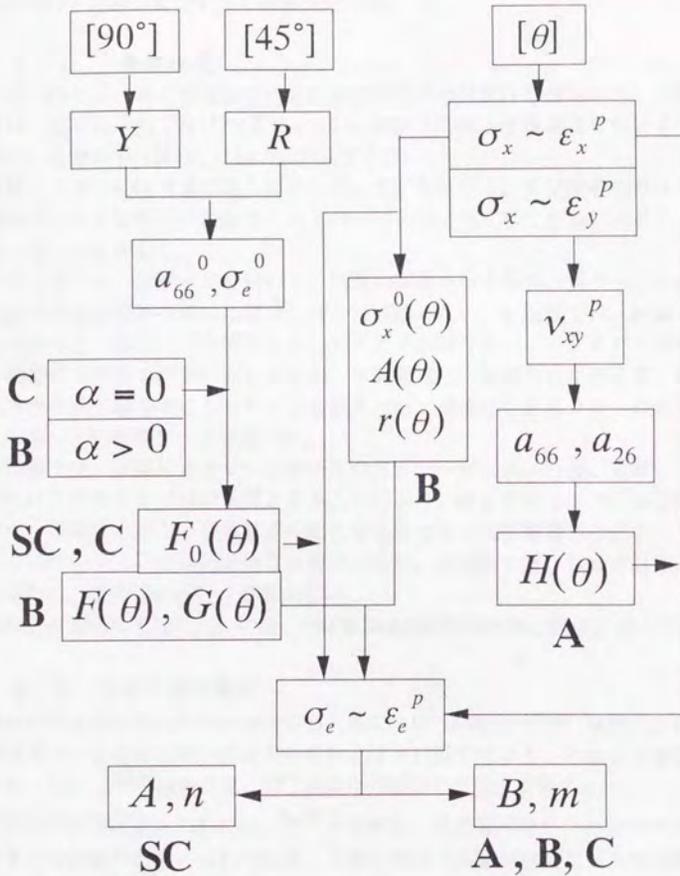


図3. 2 塑性パラメータの決定手順の詳細。
 図中の太字A、B、C、及び、SCは、それぞれ、モデルA、
 モデルB、モデルC、及び、Sun and Chen[16]のモデルを表す。

3. 4 引張試験片について

本節では、試験片についての注意を述べる。

3. 4. 1 一般的注意

引張試験片は、側面が直線で一定断面積の短冊形試験片を使用する。試験片の厚さは誤差2%以内でなければならない。試験片の端面を損傷させないように気を付け、端面の平行度は、0.1mm以内とする[3]。

試験片の端部には荷重の導入部として、タブを付ける。タブ接着の際は、試験片接着部とタブ接着部の表面をサンドペーパー等で粗くしてから、エポキシ系接着剤を用いて接着する。

歪の測定には、歪ゲージを用いる。高温の実験を行う場合、歪ゲージとCFRP試験片の熱膨張率の違いに着目しなければならない。本実験では、鉄鋼と同じ熱膨張率を持つ歪ゲージを使用した。CFRP試験片用に、CFRPと同程度に低い熱膨張率を持つ歪ゲージもあるが、本実験では、繊維方向に限らず、繊維と直角方向や非主軸方向にも歪ゲージを貼るため、高価なCFRPゲージを用いず、安価な一般的なゲージを用いた。

本実験では、試験片と歪ゲージを所定の温度で一定に保った後、歪ゲージが熱歪を受けた状態を歪ゼロの状態とすることにより、熱歪をキャンセルしている。試験中、試験片と歪ゲージの温度が変化する場合は、温度補償用の歪ゲージをブリッジ回路の一つに組み込ませる必要があるが、本実験では、試験片温度が一定であるため、温度補償を行う必要がない。

なお、引張試験方法については、ASTM Standard D3039-76に詳細が述べてある。

3. 4. 2 主軸引張試験片

繊維方向と横方向の特性を測定するために、 $[0^\circ]$ 試験片と $[90^\circ]$ 試験片には、2軸の歪ゲージを引張方向と垂直方向を向くように貼り付けて、引張歪と横歪を測定する。なお、 $[90^\circ]$ 試験片は、 $[0^\circ]$ 試験片の幅の2倍程度を要する[3]。

剪断特性を測定するためには、 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片、非主軸試験片、Iosipescu試験片など多くの試験片が考えられている。試験片作成と実験が容易な短冊形試験片は、非主軸試験片と $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片である。しかし、3.3.3節で述べるように非主軸試験片は、測定誤差が比較的大きいと考えられるため、 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片を剪断特性の測定に用いる。

3. 4. 3 非主軸引張試験片

非主軸試験片に引張負荷を加えると、剪断カップリング \bar{S}_{12} により剪断歪 γ_{xy} が生じる（(2. 2 4)式参照）。試験片端部がチャックなどにより拘束されている場合、ねじりモーメントが発生するため、歪場が一様ではなくなる。Pagano and Halpin[39]が非主軸試験片の歪場を解析的に求めた結果によれば、試験片のアスペクト比が8以上ではねじりの影響はほとんど無視できる。Sun and Yoon[30]は剪断変形を拘束しないように、ファイバークラスと、フレキシブルエポキシ、または、FM1000接着フィルムから成る複合材料タブを設計・使用している。本実験では、GFRPタブと比べて軟らかいアルミニウムのタブを使用することにより、剪断変形の拘束を防いでいる。

非主軸試験片には2軸の歪ゲージを使用するが、 $[45^\circ]$ 試験片の歪の測定には3軸の歪ゲージを使用する。これは(3. 1 1)式に示すように、非主軸剪断歪の測定には、引張方向に対して、 $+45^\circ$ 方向と -45° 方向の歪を測定しなければならないからである。

第4章

温度が非線形引張 変形挙動に及ぼす影響

- 4.1 試験片
- 4.2 実験装置
- 4.3 実験方法
- 4.4 結果
- 4.5 考察

4.1 試験片

使用した材料は炭素繊維強化エポキシ複合材料 (T300/#2500, Toray) である。繊維の体積含有率は0.58である。炭素繊維及び複合材料の室温における材料物性を表4.1、表4.2にそれぞれ示す。炭素繊維は、PAN系のT300であり、繊維半径は、 $6\mu\text{m}$ である。マトリックスはエポキシであり、プリプレグの硬化温度は、 120°C (250F) である。

一方向板 ($300 \times 500 \times 2.86 \text{ mm}^3$)、及び、 $[\pm 45^{\circ}]_s$ 積層板 ($300 \times 300 \times 0.6 \text{ mm}^3$) から短冊形試験片を作製した。ダイヤモンドカッターを用いて、正確に試験片を切り出した。一方向板から、 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° の各主軸・非主軸試験片を作製した。 $[\pm 45^{\circ}]_s$ 積層板からは、剪断特性を測定するための試験片を作製した。また、試験片両端にアルミニウムのテーパー付きタブを接着した。タブの厚さは2mm、長さは30mmであり、ファインカッターを用いて、試験片幅に切断した。接着剤として、高温用エポキシ系接着剤 (EP-34、共和電業) を使用した。この接着剤の耐熱温度は 250°C である。

図4.1に、試験片の形状と寸法を示す。試験片の長さは、 $[0^{\circ}]$, $[90^{\circ}]$, $[\pm 45^{\circ}]_s$ 試験片は150mmであり、 $[15^{\circ}]$, $[30^{\circ}]$, $[45^{\circ}]$, $[60^{\circ}]$, $[75^{\circ}]$ 試験片は100mmである。試験片の幅は、 $[90^{\circ}]$ 試験片は15mm、その他の試験片は10mmである。アルミニウムタブの長さは30mmであり、 10° の角度でテーパーがついている。

表4.1 炭素繊維T300の材料物性値

Tensile Strength (MPa)	Tensile Modulus (GPa)	Tensile Failure Strain (%)	Shear Modulus (GPa)	Density (g/cm ³)
3528	230	1.5	10-40	1.76
Specific Heat (J/kg K)	Thermal Expansion Coefficient (K ⁻¹)	Thermal Conductivity fiber direction (W/m K)	Thermal Conductivity transverse direction (W/m K)	X
710	-0.7×10^{-6}	6.5	1	X

表4.2 複合材料T300/#2500の材料物性値

Longitudinal Tensile Strength (MPa)	Longitudinal Tensile Modulus (GPa)	Longitudinal Tensile Failure Strain (%)	Transverse Tensile Strength (MPa)	Transverse Tensile Modulus (GPa)
1850	127	1.3	58	8.9
Transverse Tensile Failure Strain (%)	In-Plane Shear Strength (MPa)	In-Plane Shear Modulus (GPa)	In-Plane Poisson's Ratio	[±45°] _s Poisson's Ratio
0.6	9.5	4.9	0.34	0.75
Longitudinal Thermal Expansion Coefficient (K ⁻¹)	Transverse Thermal Expansion Coefficient (K ⁻¹)	Longitudinal Thermal Conductivity (W/m K)	Transverse Thermal Conductivity (W/m K)	
0.4×10^{-6}	50×10^{-6}	4.2	0.7	

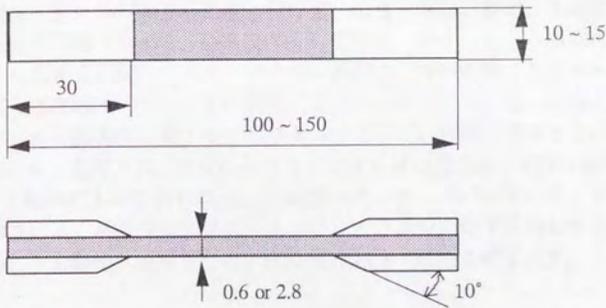


図4.1 試験片の形状と寸法（単位はmm）

4.2 実験装置

4.2.1 引張試験機

引張試験機には電気油圧式疲労試験機（サーボパルサー、EHG-EB5-20L型、島津製作所）を用いた。本試験機は、電気油圧式サーボ機構、即ち、クローズドシステムを応用した試験機であり、命令信号とフィードバック量が等しくなるように自動的に作動する仕組みになっている。これによって、荷重制御、又は、ストローク制御により、荷重速度一定試験、又は、変位速度一定試験が可能である。図4.2に引張試験装置の概観を示す。図4.3に引張治具つかみ部に試験片を装着した状態を示す。

4.2.2 恒温恒湿槽

本装置は、サーボパルサーに取り付けて、恒温・恒湿状態で、各種試験を行うための恒温恒湿槽（7881A、島津製作所）である（図4.2）。達成可能な温度範囲は、+5℃から+300℃であり、相対湿度範囲は、60~90%（温度10~20℃）、50~90%（温度21~60℃）、30~90%（温度61~80℃）である。乾球と湿球の温度差から、相対湿度を計算する。温度センサとして、乾球と湿球ともに熱電対を使用している。温度と相対湿度の制御はデジタル指示調節計（REX-F400形）を用いたP.I.D.制御によって行われる。加湿槽へは、サーボパルサーポンプの環流管より給水される。運転中は、フロートスイッチが水位の低下を検知すると、電磁弁が作動して自動的に給水される。図4.4に給水・排水系統を示す。

4.2.3 データ取得システム

図4.5に荷重と歪のデータ測定システムの模式図を示す。また、図4.6にその概観を示す。歪ゲージ信号は動歪測定器（DPM-601A、共和電業）で増幅された後、デジタルペンレコーダー（LR4220、横河電機）に入力される。データはここでAD変換された後、GPIB/SCSIコントローラをインターフェイスとして、パーソナルコンピュータ（Macintosh SE30）へ転送される。データ取得解析用ソフトウェア（LabVIEW III, National Instruments）を用いて、ペンレコからパソコンへリアルタイムで転送され、テキストファイルとしてセーブされる。

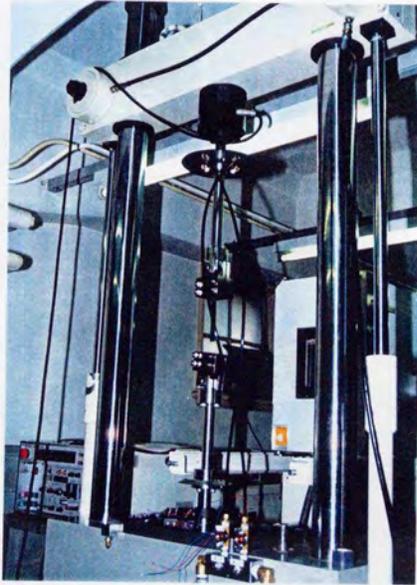


図4.2 引張試験機の概観

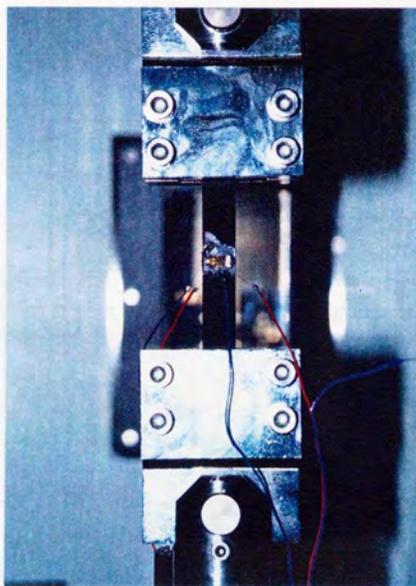


図4. 3 引張治具つかみ部

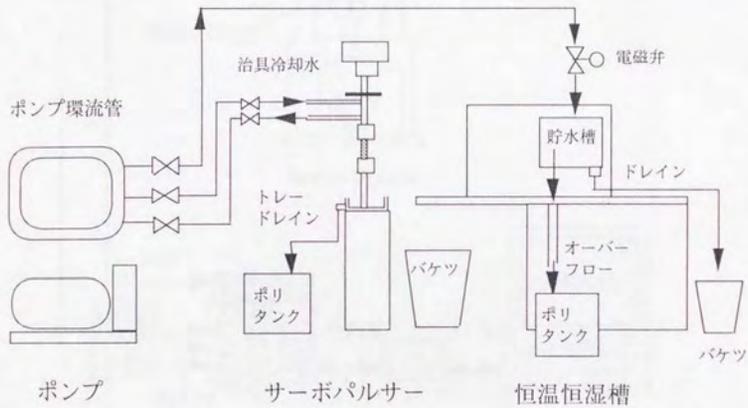


図4.4 恒温恒湿槽の給排水系統

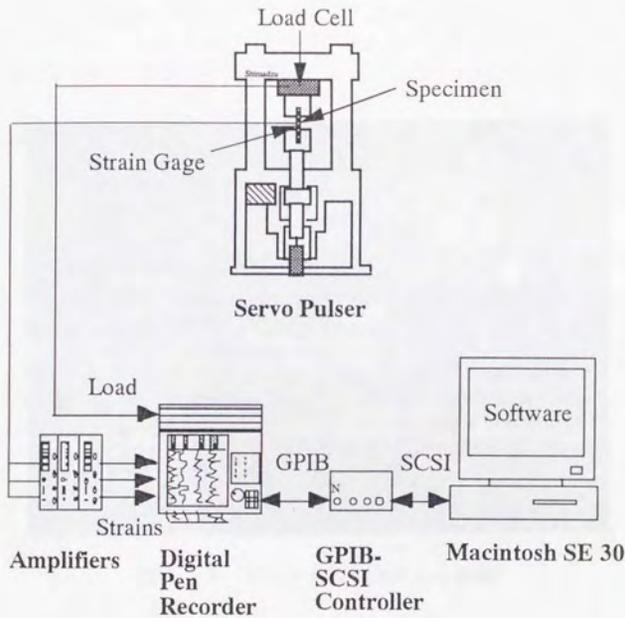


図4.5 応力-歪測定のためのデータ取得システム



図4.6 データ取得システムの概観

4.3 実験方法

単調引張試験と負荷除荷試験を温度を変化させて行った。

まず、予備実験として、試験片内部温度が、恒温槽設定温度に達するのに要する時間を測定した。試験片（厚さ2.6mm）の内部に熱電対を埋め込んで、所定の温度に保持した恒温槽に入れたところ、約30分で試験片内部温度が外部温度に達した。そこで、試験片を一定温度に保持する時間を30分の2倍の1時間に選んだ。

次に、以下の手順で引張試験を行った。予め、試験片に2軸、及び、3軸（[45°試験片用）の歪ゲージを貼付した。歪ゲージ及びアルミニウムタブの接着には高温用の接着剤（EP-34、共和電業）を用いた。試験片を恒温槽中にて一定温度で1時間加熱した。試験片の硬化温度が120°Cであることから、ガラス転移点は100°C付近にあるものと考えられる。本研究では、室温からガラス転移点に範囲の温度における変形挙動を調べるため、試験片温度として、10, 30, 50, 70, 90°Cを選んだ。試験片が一定温度になっていることは、歪ゲージで測定した熱膨張歪をモニターすることにより判別される。サーボパルサーを荷重制御にすることにより、応力速度一定で負荷を加えた。表4.3に各試験片の応力速度を示す。各試験片について歪速度が同じ値（ $5 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ ）になるように応力速度を選んだ。荷重を試験片のものと断面積で除すことにより応力の値を計算した。

第4章 温度が非線形引張変形挙動に及ぼす影響

試験片	[0°]	[90°]	[±45°] _s	[θ]
引張応力速度 (MPa/sec)	54.4	4.8	5.6	8.8

表4.3 各試験片の応力速度

4. 4 実験結果

4. 4. 1 主軸試験片

温度10°C、30°C、50°C、70°C、90°Cに対する $[0^\circ]$ 試験片の応力-歪線図を図4. 7 (a)、(b)、(c)、(d)、(e)に示す。ここでは、比較的低い応力(100MPa以下)における非線形変形挙動を考慮するため、0.1%程度の歪までのグラフを示す。いずれの温度も繊維方向には線形弾性的に変形し、温度による弾性率の低下も見られない。

図4. 8に温度10°C、30°C、50°C、70°C、90°Cに対する $[0^\circ]$ 試験片の主ポアソン比-応力線図を示す。ポアソン比は温度とともに増加するが、これは横方向弾性率の低下に関係している。また、応力の増加によるポアソン比の変化はほとんどみられず、一定である。

図4. 9に $[90^\circ]$ 試験片の応力-歪線図を示す。温度とともに弾性率は低下する。温度10°Cから70°Cまでは、ほぼ線形であるが、破損の前にわずかに非線形性を示す。温度70°C以下では、屈曲点が存在し、ほぼ線形変形した後、わずかに非線形歪を生じる。一方、90°Cでは、比較的低い応力から大きな非線形歪がみられ、明確な屈曲点は観察されない。

図4. 10に $[90^\circ]$ 試験片のポアソン比-応力線図を示す。 $[0^\circ]$ 試験片のポアソン比に比べて1桁小さいため、測定誤差は大きい。従って、コンプライアンス S_{12} の決定には $[0^\circ]$ 試験片のヤング率とポアソン比を用いる。

温度90°Cの時の $[90^\circ]$ 試験片の負荷除荷試験の結果を図4. 11に示す。非線形性の発現後の除荷において、除荷前の非線形歪 ϵ_2^N と同量の永久歪 ϵ_2^P が観察される。

図4. 12に $[45^\circ]$ 試験片から得られた引張応力-引張歪線図を示す。特に温度90°Cにおいて非線形性が顕著である。この曲線の傾きは(3. 9)式のコンプライアンスの逆数を表す。

図4. 13に $[45^\circ]$ 試験片から得られた引張応力-非主軸剪断歪線図を示す。この曲線の傾きは(3. 10)式のコンプライアンスの逆数を表す。線形変形をした後、屈曲点がみられ、次第に傾きが減少する。

図4. 14 (a)、(b)にそれぞれ温度30°C、70°Cにおいて $[45^\circ]$ 試験片から得られた引張応力-非主軸剪断歪負荷除荷線図を示す。屈曲点より低い応力から除荷を行った場合、原点に戻るが、屈曲点以上の応力から除荷を行った場合、永久歪を生ずる。

図4. 15に $[\pm 45^\circ]$ 試験片から求めた剪断応力-剪断歪線図を示す。温度の増加に伴い、初期弾性率は低下する。明確な降伏点は観察されないが、各温度において顕著な非線形性を示す。

第4章 温度が非線形引張変形挙動に及ぼす影響

温度30℃と70℃の負荷除荷試験の結果をそれぞれ図4.16(a), (b)に示す。塑性域では負荷除荷によるヒステリシスループと除荷後の永久歪が観察される。温度30℃の場合、再負荷後の曲線は、除荷前の曲線と一致するが、温度90℃では、一致せず、少しずつずれている。

温度30, 70℃について各5本の負荷除荷試験片から得られた弾性剪断歪-剪断応力歪線図を図4.17(a), (b)に示す。この図のコンプライアンスは S_{66}^c を表すので、 S_{66}^c, S_{6666}^c が決定される。高い応力において、わずかに非線形弾性歪が観察される。

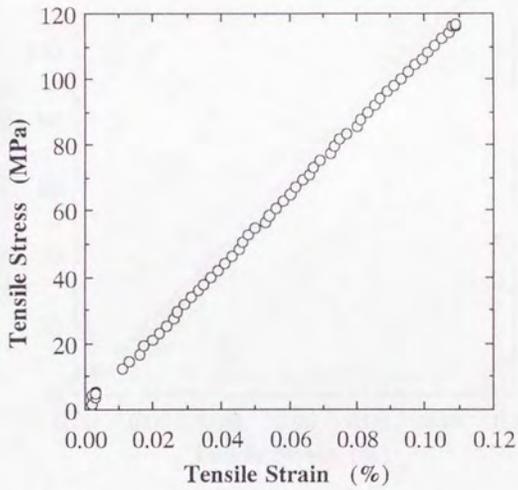


図4. 7 (a) $[0^\circ]$ 試験片の引張応力-歪曲線 (温度 10°C)

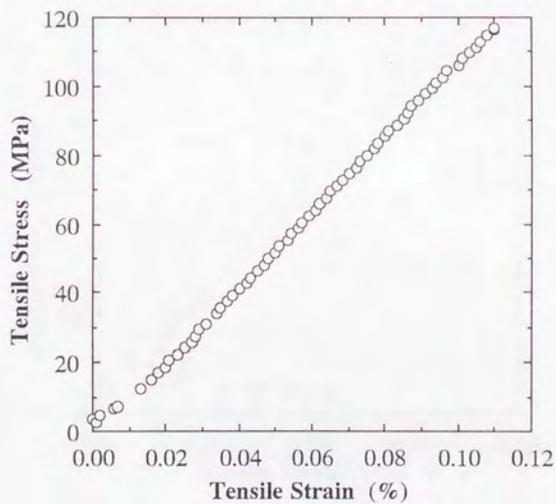


図4. 7 (b) $[0^\circ]$ 試験片の引張応力-歪曲線 (温度 30°C)

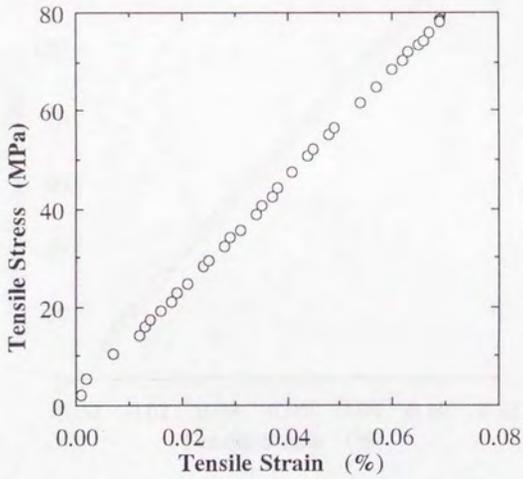


図4. 7 (c) $[0^\circ]$ 試験片の引張応力-歪曲線 (温度 50°C)

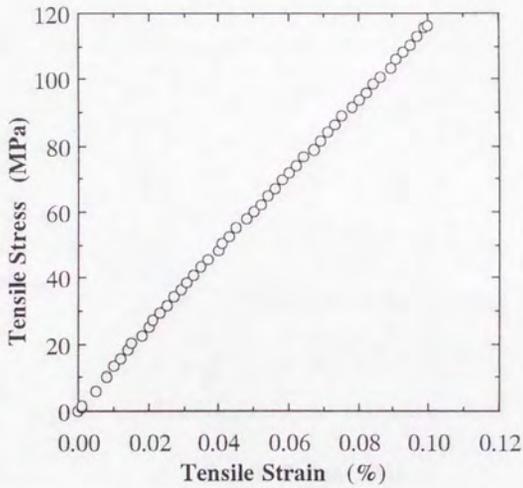


図4. 7 (d) [0°]試験片の引張応力-歪曲線 (温度70°C)

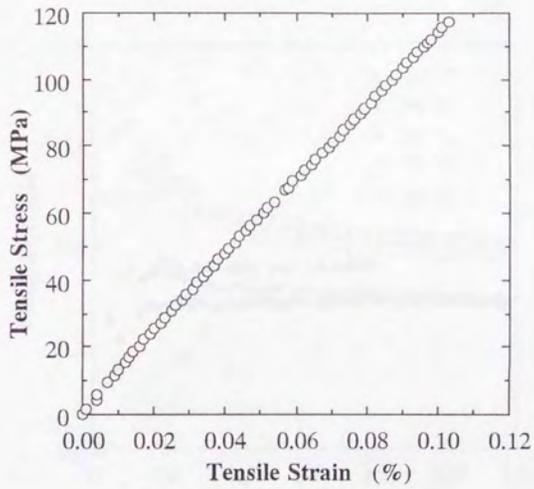


図4. 7 (e) 試験片の引張応力-歪曲線 (温度90°C)

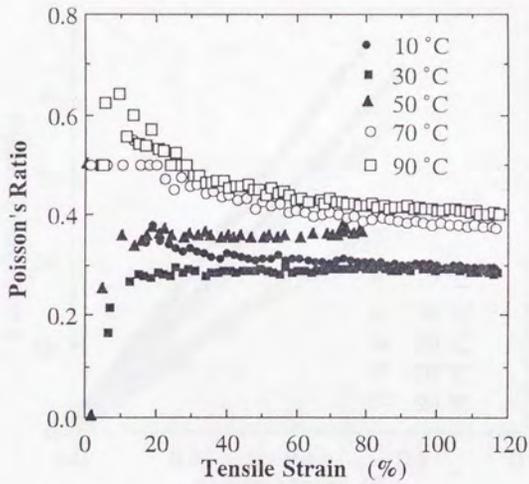


図4. 8 [0°]試験片のポアソン比-応力線図 (温度10~90°C)

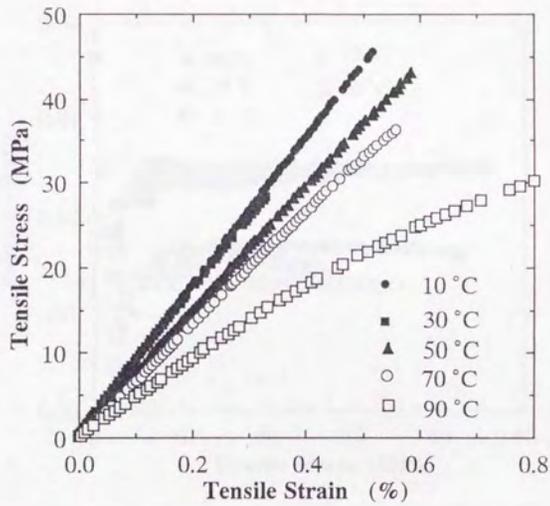


図4. 9 [90°]試験片の引張応力-歪線図 (温度10°C~90°C)

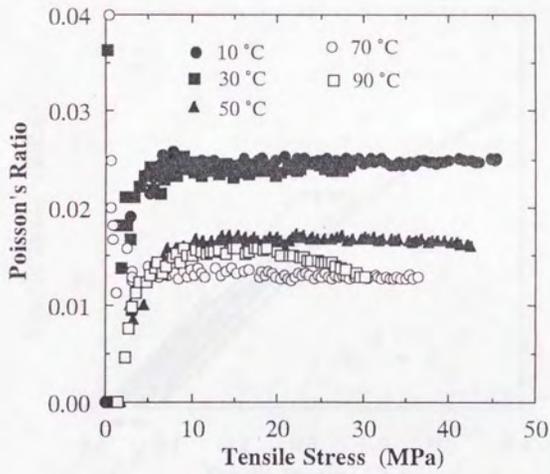


図4. 10 [90°]試験片のポアソン比-応力線図

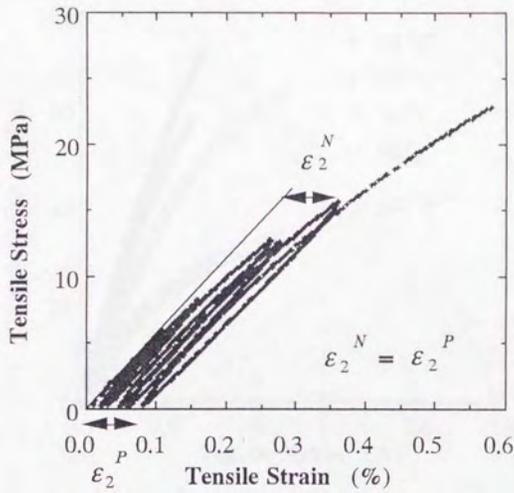


図4. 11 [90°]試験片の負荷除荷線図 (90°C)

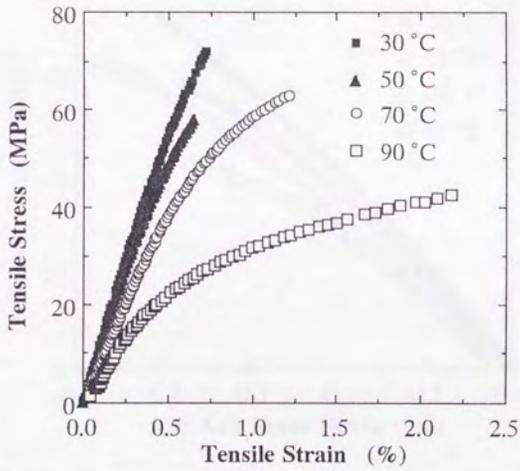


図4. 1.2 [45°]試験片の引張応力-引張歪線図 (温度30~90°C)

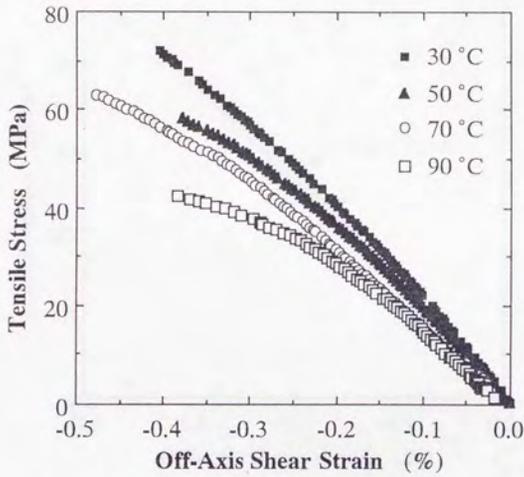


図4. 1 3 [45°]試験片の引張応力・非主軸剪断歪線図 (温度30~90°C)

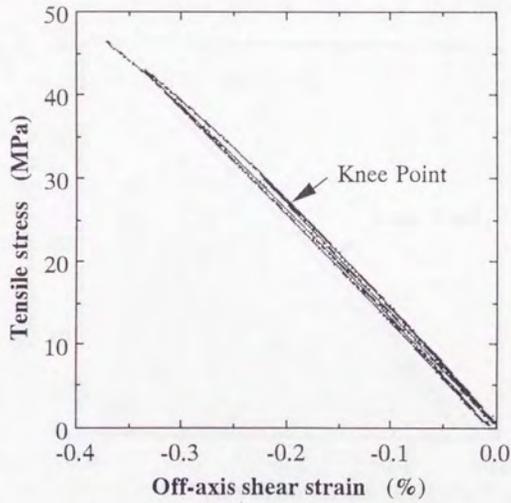


図4. 14 (a) $[45^\circ]$ 試験片から得られた引張応力-非主軸剪断歪負荷除荷線図 (温度 30°C)

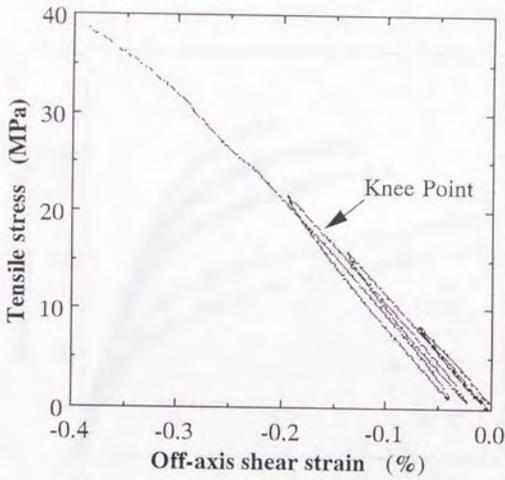


図4. 14 (b) [45°]試験片から得られた引張応力-非主軸剪断歪除荷線図(温度90°C)

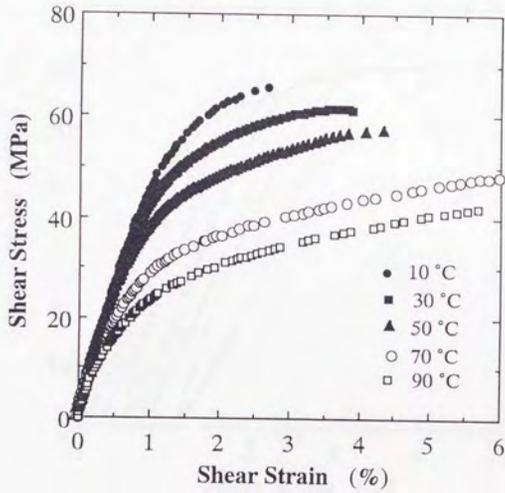


図4. 15 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より求めた剪断応力-歪線図 (10~90°C)

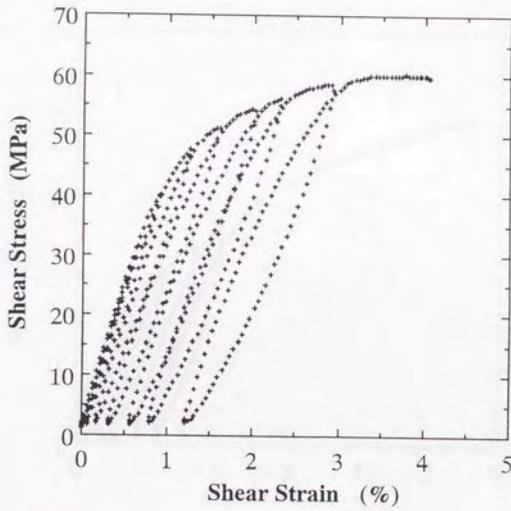


図4. 16 (a) $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より求めた剪断応力-歪負荷除荷線図 (30°C)

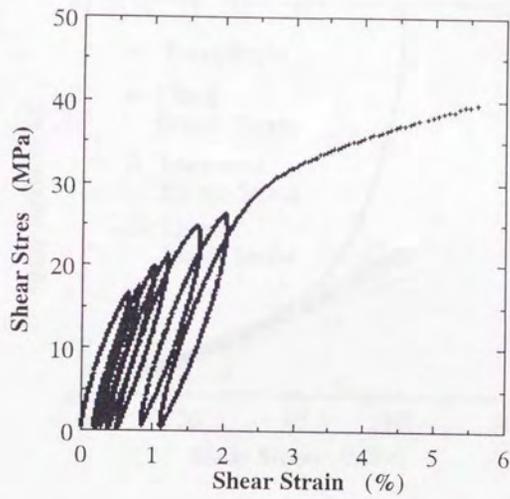


図4. 16 (b) $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より求めた剪断応力-歪負荷除荷線図 (70°C)

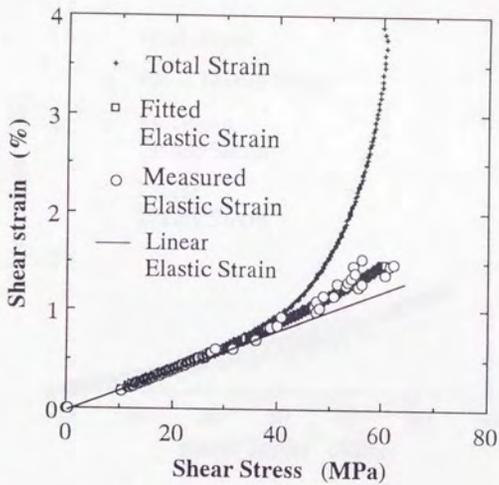


図4. 17 (a) 負荷除荷試験より求めた剪断応力に対する弾性剪断歪と全体弾性歪 (温度30°C)

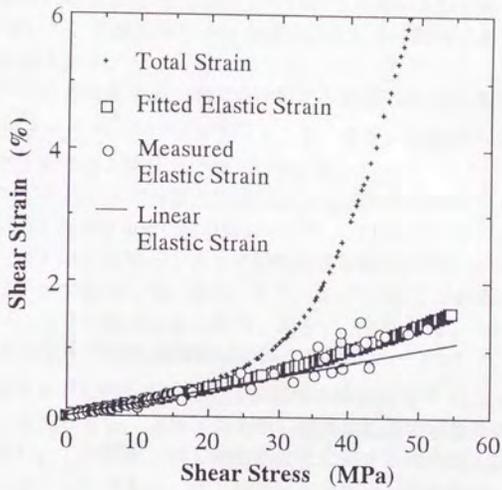


図4. 17 (b) 負荷除荷試験より求めた剪断応力に対する弾性剪断歪と全体弾性歪 (温度70°C)

4. 4. 2 非主軸試験

温度30°C、70°Cにおける非主軸引張試験の応力-歪線図をそれぞれ図4. 18、図4. 19に示す。温度30°Cでは塑性変形が小さいうちに、試験片がタブの下で破損したため、30度と45度以外は非線形性が小さい。一方、70°Cでは、大きな非線形歪を生じている。

主軸弾性コンプライアンス係数を用いて計算した非主軸弾性コンプライアンス係数を表4. 4に示す。但し、表中の()内の値は実験値である。なお、応力の3次の係数 α_{33} は後で考察するように0である。図4. 18と図4. 19には表4. 4から計算される弾性歪-応力線図もあわせてプロットしてある。非主軸引張応力-歪線図において、非線形弾性歪は全体の非線形歪の数%であり、塑性歪に対して無視できる量である。

温度30°Cと70°Cにおける各非主軸角 θ に対する引張応力-引張塑性歪線図を表す3つの塑性パラメータ $\sigma_x^0(\theta), A(\theta), r(\theta)$ ((3. 35)式参照)を表4. 5にまとめる。温度が上昇すると降伏点は低下している。

温度30°Cと70°Cに対する相当塑性歪-相当応力線図をそれぞれ図4. 20、図4. 21に示す。(a)はSun and Chen[16]のモデル、(b)と(c)は、本研究のモデルであり、(b)は異方性パラメータが変化する場合、即ち、 $\alpha > 0$ の場合、(c)は異方性パラメータが変化しない場合、即ち、 $\alpha = 0$ の場合である。図4. 20、図4. 21から、以下の結果が得られる。即ち、(a)では、カーブフィットから得られた相当応力-相当塑性歪曲線は、原点を通るが、(b)と(c)のモデルでは、相当塑性歪が0の時、相当応力は初期相当降伏応力 σ_e^0 になっている。また、(b)と(c)を比べると、(b)の方が、相当塑性歪の増加に伴い、曲線の傾きの減少が大きい。この結果、同じ相当塑性歪に対する相当応力は(b)の方が小さい。(b)と(c)ともに、非主軸角が60度以上になると、相当塑性歪が小さくなり、カーブフィットした曲線からのずれが見られる。

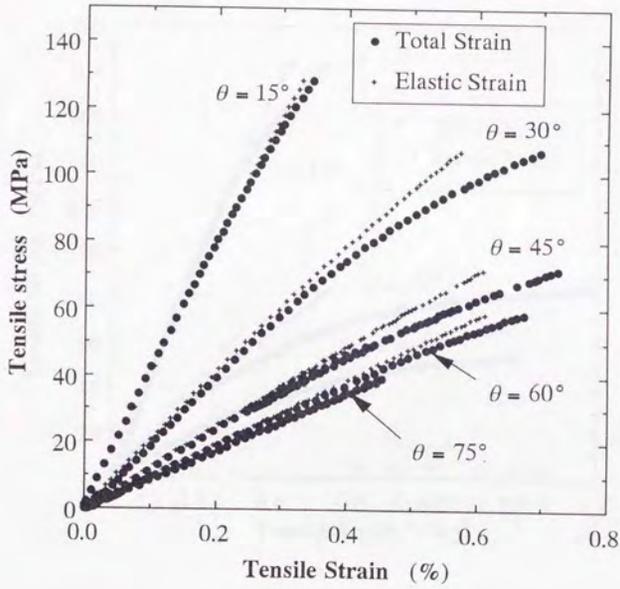


図4. 18 非主軸試験片 ($[15^\circ]$ 、 $[30^\circ]$ 、 $[45^\circ]$ 、 $[60^\circ]$ 、 $[75^\circ]$) の引張応力-歪線図 (温度 30°C)

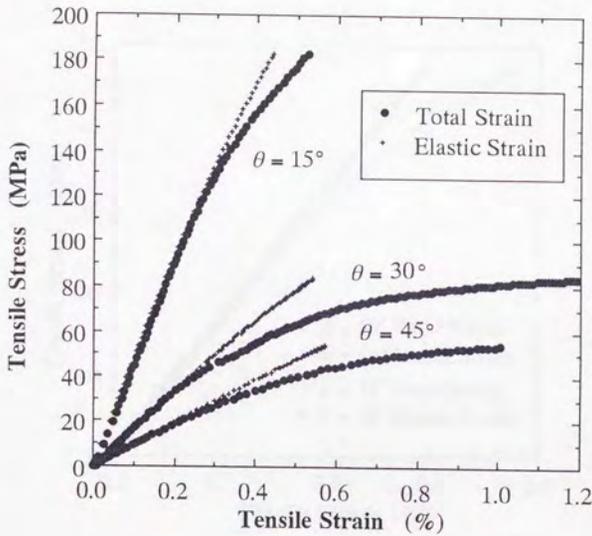


図4. 19 (a) 非主軸試験片 ([15°]、[30°]、[45°])
の引張応力-歪線図 (温度70°C)

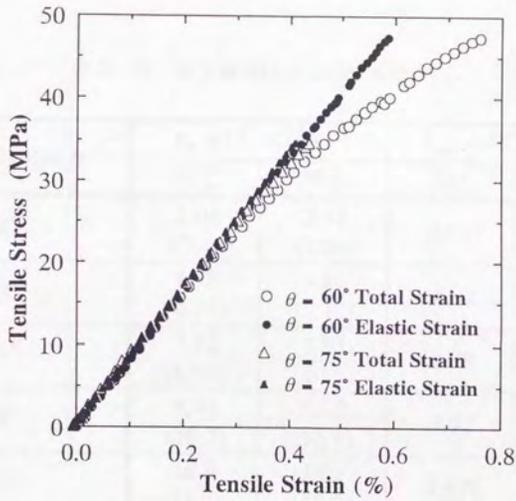


図4. 19 (b) 非主軸試験片 ($[60^\circ]$ 、 $[75^\circ]$)
の引張応力-歪線図 (温度70°C)

表4.4 非主軸弾性コンプライアンス

off-axis angle θ	$s_{xx} \times 10^2$ (GPa ⁻¹)		$s_{xxxx} \times 10^{10}$ (MPa ⁻³)	
	30°C	70°C	30°C	70°C
15°	2.04 (2.48)	2.07 (2.04)	0.547	1.07
30°	4.78 (4.79)	5.16 (5.77)	4.92	9.67
45°	7.72 (8.06)	8.93 (10.1)	8.75	17.2
60°	9.91 (10.3)	12.2 (12.1)	4.92	9.67
75°	10.9 (11.4)	14.2 (12.0)	0.547	1.07

表4.5 各非主軸角に対する引張応力-引張塑性歪関係を表す塑性パラメータ

θ		$\sigma_x^0(\theta)$ (MPa)	$A(\theta)$ (MPa)	$r(\theta)$
15°	30 °C	82.9	1416	0.8102
	70 °C	84.0	273.8	0.4792
30°	30 °C	59.5	151	0.5399
	70 °C	39.0	66.6	0.5248
45°	30 °C	26.0	189	0.6276
	70 °C	23.0	47.5	0.4001
60°	30 °C	25.0	164	0.5575
	70 °C	24.0	79.5	0.6157
75°	30 °C	-	-	-
	70 °C	22.0	2.72	1.3061
90°	30 °C	24.0	901	0.9122
	70 °C	22.0	132	0.5437

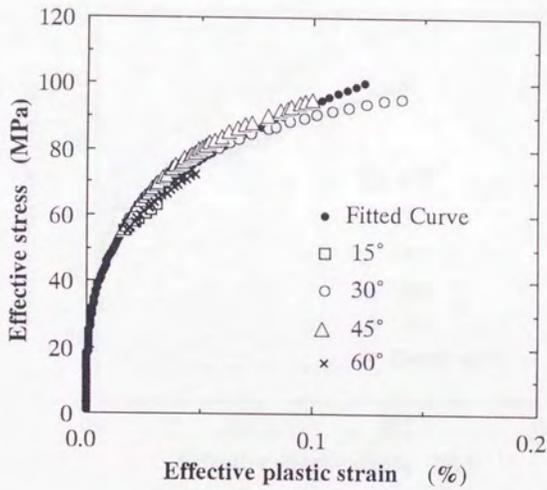


図4. 20 (a) 相当応力-相当塑性歪線図 (温度30°C)。Sun and Chen[16]のモデル。

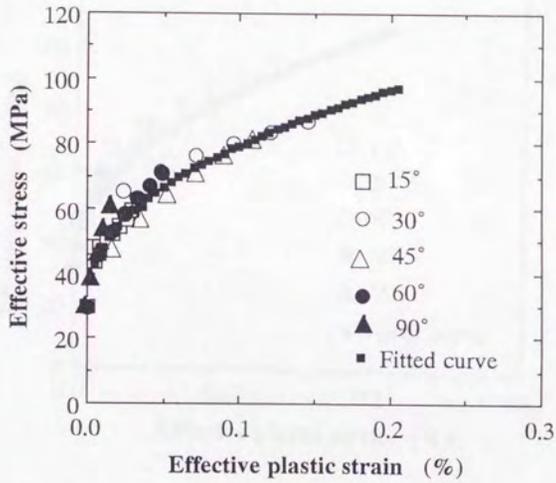


図4. 20 (b) 相当応力-相当塑性歪線図 (温度30°C)。異方性パラメータが変化する場合 (モデルB)。

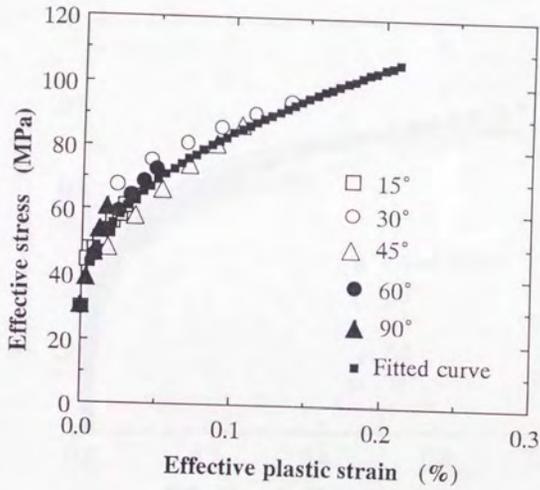


図4. 20 (c) 相当応力-相当塑性歪線図 (温度30°C)。異方性パラメータが一定の場合 (モデルC)。

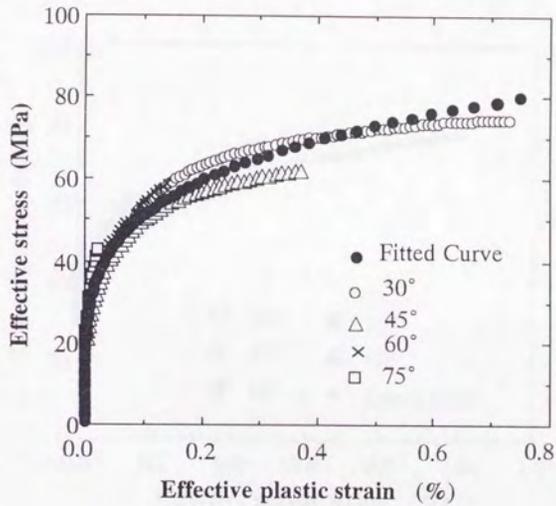


図4. 2 1 (a) 相当応力-相当塑性歪線図 (温度70°C)。Sun and Chen[16]のモデル。

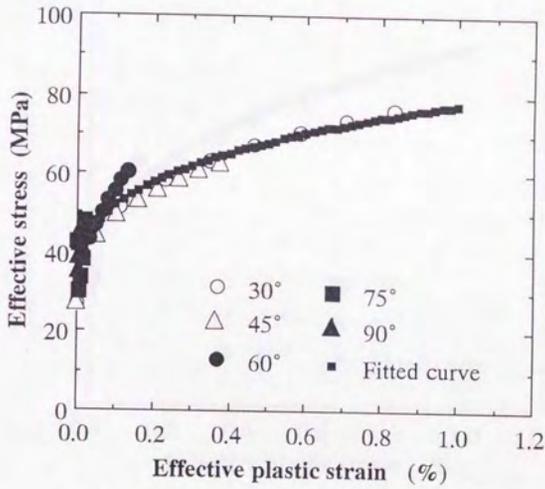


図4. 21 (b) 相当応力-相当塑性歪線図 (温度70°C)。異方性パラメータ変化する場合 (モデルB)。

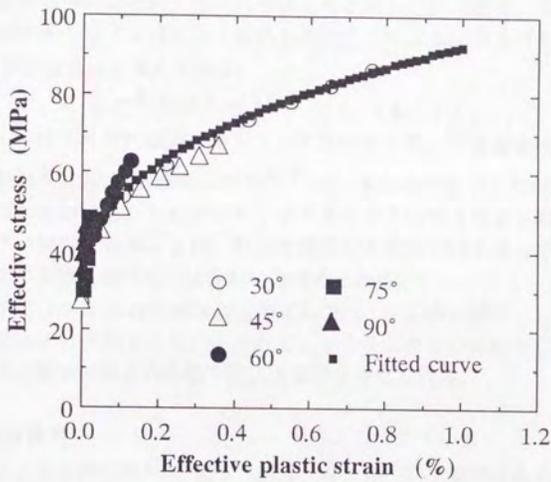


図4. 2 1 (c) 相当応力-相当塑性歪線図(温度70°C)。異方性パラメータが一定の場合(モデルC)。

4.5 考察

4.5.1 弾性係数

(1) [0°]試験片

炭素繊維は引張応力の増加に伴い弾性率が増加する非線形弾性挙動を示すことが知られている[11]。本実験の測定歪の範囲(0.12%以下)では、繊維方向は線形弾性であると近似してよい。この線形弾性応力-歪応答は、繊維自身の線形弾性挙動に大きく起因する。

繊維方向の弾性率は温度による変化をほとんど呈しない(図4.7)。これは、繊維の弾性率が90°C以下では大きく変化しないことによる。複合材料の縦弾性率 E_{11} に関する次の複合則を考えてみる。

$$E_{11} = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (4.1)$$

ここで、 E_f, E_m はそれぞれ繊維とマトリックスの弾性率、 V_f は繊維の体積含有率である。縦弾性率 E_{11} に占める繊維の寄与 $E_f V_f$ は、本実験で使用したCF/Epoxyにおいては約97%にもなる。したがって、マトリックスの軟化による複合材料の縦弾性率の低下は無視できる。また、たとえ界面が劣化している場合でも、繊維方向の負荷に対する弾性率の低下は少ないと考えられる。

また、主ポアソン比 ν_{12} は40MPa以上の応力では、一定値に飽和し、その値は温度とともに増加する(図4.8)。これは、マトリックスの軟化もしくは繊維とマトリックスの界面の結合力の低下によるものと考えられる。

(2) [90°]試験片

温度増加による横弾性率 E_{22} の低下(図4.9)について論じるために、複合材料の横弾性率 E_{22} に関する次の複合則を考えてみる。

$$E_{22} = \left(\frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m} \right)^{-1} \quad (4.2)$$

この式によれば、界面の劣化を無視し、繊維の弾性率が温度によらず一定とすると、温度30°Cと70°Cにおけるマトリックスの弾性率はそれぞれ3.8MPaと2.0MPaとなる。従って、弾性率の低下の一つの原因として、主ポアソン比 ν_{12} の増加と同様、マトリックスの軟化が考えられる。もう一つの原因として、界面の劣化が考えられるが、これには微視的観察による検証が必要である。

一方、ポアソン比 ν_{21} は温度増加とともに低下し、温度70°C以下では一定値を示す(図4.10)。縦弾性率 E_{11} と横弾性率 E_{22} 、及び、二つのポアソン比 ν_{12}, ν_{21} の間には次の関係式がある。

$$\frac{\nu_{12}}{E_{11}} = \frac{\nu_{21}}{E_{22}} \quad (4.3)$$

この4つの係数のうち、温度により変化する係数は、横弾性率 E_{22} 、及び、二つのポアソン比 ν_{12} 、 ν_{21} である。また、温度90°Cの場合、横弾性率 E_{22} とポアソン比 ν_{21} が応力の関数として変化する。しかしながら、いずれの場合も(4.3)式は満足されている。

次に、降伏後の非線形性について考えてみる。図4.22に90°Cの負荷除荷試験(図4.11)より求めた弾性歪と全体歪を示す。全体歪と除荷後の永久歪の差である弾性歪が線形であることから、非線形歪と永久歪(塑性歪)がほぼ同じ値であることが分かる。従って、弾性範囲では線形変形をし、非線形性は塑性変形に起因するものであると仮定できる。これは横方向の非線形弾性項が存在しないことを意味し、よって $s_{222} = s_{2222} = 0$ であると結論する。

また、温度90°Cで顕著にみられる非線形性は、ガラス転移点(100°C前後)に近い温度におけるマトリックスの軟化と界面の劣化によると考えられる。

(3) [45°]試験片

s_{11} = 一定、及び、 $s_{222} = s_{2222} = 0$ というこれまでの考察により、(3.12)式からわかるように、図4.13の引張応力-非主軸剪断歪線図に非線形弾性が観察される場合、その非線形性は剪断カップリング S_{26} の係数 s_{266} 、 s_{2266} のみに起因するはずである。図4.14の負荷除荷曲線を解析した結果を図4.23に示す。この図において、除荷前の非線形歪と同量の永久歪が観察されることから、 S_{26} の非線形性は塑性のみに起因する。従って、 $s_{26}^e = 0$ 、即ち、 $s_{266} = s_{2266} = 0$ であると結論する。

(4) [±45°]_s試験片

剪断応力-歪線図(図4.15)には、明瞭な降伏点は観察されない。上述の通り、 $s_{26}^e = 0$ であることから、(3.6)式より、剪断弾性コンプライアンス S_{66}^e の存在による。これは剪断方向には非線形弾性変形を起こすことを意味する。図4.16の負荷除荷試験より得られた弾性剪断歪-応力線図(図4.17)によれば、弾性歪データをカーブフィットした曲線は、線形弾性歪の曲線より上方にある。両者の差が非線形弾性歪に相当するため、図4.17の結果は、剪断方向における非線形弾性歪の存在を意味している。この非線形歪は、剪断応力の4次の項の係数である s_{6666} に起因することが(2.33)式からわかる。図4.17における弾性剪断歪-剪断応力歪を次式でカーブフィットすることにより、剪断に関する係数 s_{66} 、 s_{6666} を決定する。

$$\frac{d\varepsilon_6^e}{d\sigma_6} = s_{66} + 3s_{6666}\sigma_6^2 \quad (4.4)$$

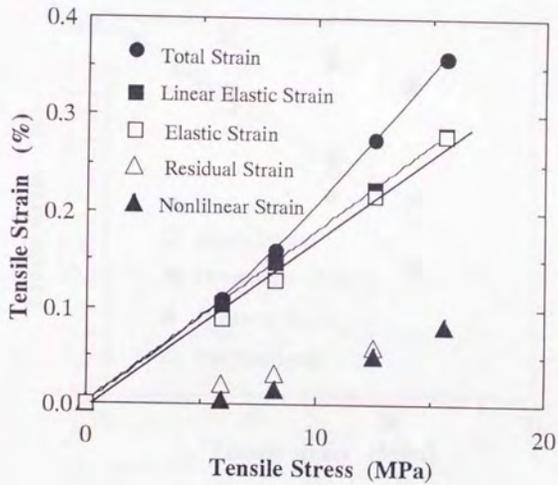


図4. 2.2 [90°]試験片の全体弾性歪と線形弾性歪、非線形歪と永久歪の関係(温度90°C)。弾性歪は全体歪と永久歪の差であり、非線形歪は全体歪と線形弾性歪の差である。

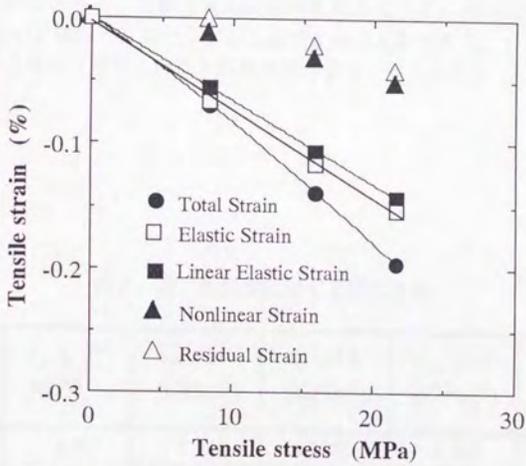


図4. 23 [45°]試験片の全体弾性歪と線形弾性歪、非線形歪と永久歪の関係(温度90℃)。弾性歪は全体歪と永久歪の差であり、非線形歪は全体歪と線形弾性歪の差である。

(5) 弾性係数

以上の各主軸方向の引張試験から、最終的に(2.33)式の弾性コンプライアンスは次式のように表される。

$$[S^e] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ & s_{22} & 0 \\ \text{Sym.} & & s_{66} + 3s_{666}\sigma_6^2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

この式は、結果的にHahn and Tsai[7]の用いたコンプライアンスと同一のものであり、剪断方向の非線形項だけが存在している。しかしながら、非線形性の原因は、非線形弾性よりも塑性変形の方が顕著であり、また、塑性の理論では、(2.61)式からわかるように、剪断方向の非線形性のみならず、横方向の非線形性、及び、横-剪断の非線形カップリングをも説明することができる。

以上の実験と考察より得られた各弾性係数を表4.6に示す。

表4.6 各温度に対する弾性係数

T (°C)	$s_{11} \times 10^3$ (GPa ⁻¹)	$s_{22} \times 10^1$ (GPa ⁻¹)	$s_{12} \times 10^3$ (GPa ⁻¹)	$s_{66} \times 10^1$ (GPa ⁻¹)	$s_{666} \times 10^8$ (MPa ⁻³)
10	9.9	1.11	-2.73	1.67	-
30	9.27	1.12	-2.69	1.95	1.40
50	9.01	1.35	-3.15	2.00	-
70	8.66	1.49	-3.20	2.06	2.75
90	8.85	2.13	-3.54	2.80	-

但し、 $s_{222} = s_{2222} = s_{266} = s_{2266} = 0$

4. 5. 2 塑性パラメータの決定

非主軸引張試験の結果(図4. 18, 図4. 19)をみると、非主軸角が45°に近づくほど、非線形性が大きくなっている。(3. 15)式を全体歪増分と応力増分の間の非主軸コンプライアンスに直すと、

$$\bar{S}_{11} = m^4 S_{11} + n^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{66} - 2mn^3 S_{26} \quad (4. 6)$$

と書ける。従って、 $\theta = 45^\circ$ の時、非線形性の大きい剪断コンプライアンス S_{66} の効果が最も顕著に現れる。この非線形性は温度が高いほど著しく現れ、塑性歪が大きい。図4. 18, 図4. 19には、(3. 17)式を用いて計算した非線形弾性歪を含む弾性歪もプロットされている。いずれの非主軸角に対しても、高い応力を除いては、非線形弾性歪は塑性歪に比べて小さく、ほとんど無視できる。

表4. 7に温度30°Cと70°Cにおける(3. 33)式と(3. 35)式を用いて実験値から求めた初期相当降伏応力 σ_e^0 と初期異方性パラメータ a_{66}^0 、及び、相当応力-相当塑性歪線図(図4. 20(b)、(c)、図4. 21(b)、(c))から得られた塑性パラメータ α, B, m の値を示す。ここで、 $\alpha = 0$ は異方性パラメータが変化しない場合であり、 $\alpha > 0$ は異方性パラメータが変化する場合である。初期異方性パラメータは温度にあまり依存せず、初期相当降伏応力が温度上昇により低下している。また、温度上昇に従い、 α は増加し、硬化指数の逆数に相当する m の値は減少している。高温における α の増加は、塑性歪の増加に伴う異方性パラメータ a_{66} の減少が大きいことを示している。異方性パラメータが変化する場合と一定の場合を比較すると、変化する場合の方が温度30°Cと70°Cともに、 m の値が小さい。

温度30°Cと70°CにおけるSun and Chen[16]のモデルによる相当応力-相当塑性歪線図(図4. 20(a)、図4. 21(a))から得られた塑性パラメータ a_{66} 、 A 及び n の各値を表4. 8に示す。 a_{66} の値は温度によらないが、 A, n が温度によって変化する。Sun and Yoon[32]は、 a_{66}, n の値が温度によらないという実験結果を得ている。本実験の非主軸試験片は、80%以上タブの下で応力集中によって破断しており、材料の持つ破断歪、従って、塑性歪は実験結果以上であると推測される。従って、温度が高い方ほど、破断歪が大きいので、 n の値が大きくなっていると考えられる。 n の値は温度に依存するか否かは、さらに多くの実験データを必要とする。

本研究のモデルによる相当応力-相当塑性歪線図は、Sun and Chen[16]のモデルによるものと比べて、以下の違いが認められる。

- (1) 初期相当降伏応力の導入によって曲線が原点を通らないため、硬化係数に相当する $1/m$ の値が小さめに評価される。
- (2) 特に、異方性パラメータが変化する場合($\alpha > 0$)は、相当塑性歪の増加に

伴い、 a_{66} が減少するので、異方性パラメータが一定の場合 ($\alpha = 0$ 、及び、Sun and Chen[16]) と比べて、曲線の傾きの減少率が大きく、実験値と合致しやすい。

表4. 7 本研究のモデルによる相当応力-相当塑性歪線図から得られた塑性パラメータの温度による変化

温度	a_{66}^0	σ_e^0 (MPa)	α (MPa ⁻²)	B (MPa)	m
30°C	1.20	29.4	0.0000	156	0.453
			0.0001	134	0.428
70°C	1.32	26.9	0.0000	65.5	0.383
			0.0002	50.8	0.308

表4. 8 Sun and Chen[16]のモデルによる相当応力-相当塑性歪曲線から得られた塑性パラメータ

T (°C)	a_{66}	A (MPa ⁻ⁿ)	n
30	1.20	2.12×10^{-10}	3.38
70	1.32	2.16×10^{-11}	4.49

4. 5. 3 非主軸引張応力-歪線図によるモデルの検討

図4. 24 (a)、(b)に本研究のモデル(異方性パラメータが変化する場合)とSun and Chen[16]のモデルによる引張応力-歪線図の比較を示す。本研究のモデルの方が、実験結果と良く合致している。図4. 24 (a)では、Sun and Chenのモデル[16]による曲線と比べて、本研究のモデルによる曲線の方が塑性歪が大きく、全体に下方にある。これは、異方性パラメータが減少することに起因している。一方、図4. 24 (b)では、本研究のモデルによる曲線の方が上方にあるにも拘わらず、実験結果との一致がよい。これは、Sun and Chen[16]のモデルでは、異方性パラメータを一定とした代わりに硬化指数 n が大きめに評価されたためであると考えられる。

また、本研究において初期相当降伏応力を導入することは、降伏が開始するための初期降伏条件を定めることに対応する。Sun and Chen[16]のモデルでは、降伏の開始点を表現することが不可能であり、このことが、硬化指数を大きめに評価することにつながる。

降伏後の応力-歪挙動は、硬化指数に大きく依存するため、 n 、若しくは、 $1/m$ の値を正確に評価することが塑性モデルの正否を左右する。以上の考察から、硬化指数を正しく評価するためには、初期相当降伏応力を導入し、かつ、異方性パラメータが変化する場合を考慮したモデルを用いる必要があることが確かめられた。

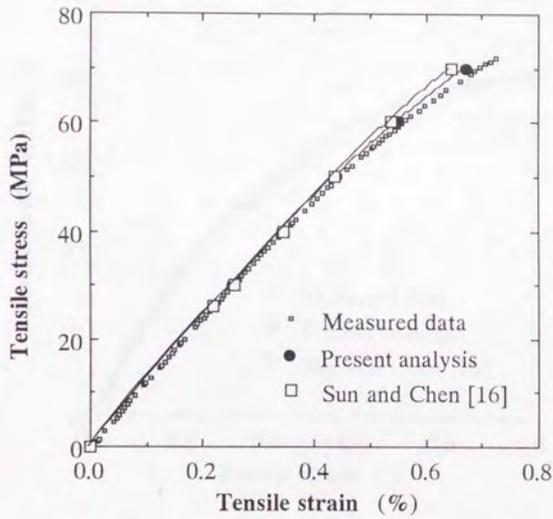


図4. 24 (a) 本研究のモデル(異方性パラメータが変化する場合、モデルB)とSun and Chen[16]のモデルによる引張応力-歪線図の比較(非主軸角45度、温度30°C)

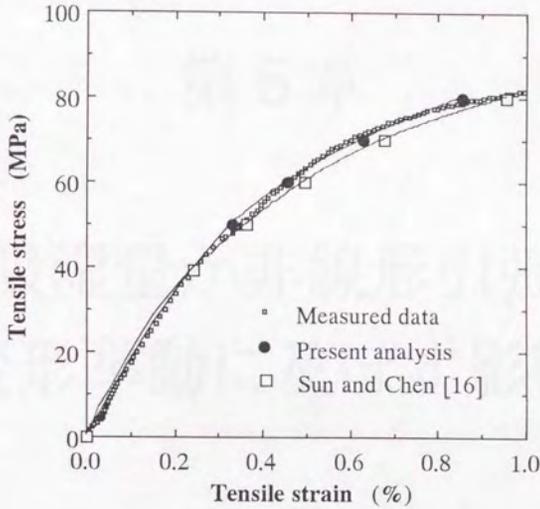


図4. 24 (b) 本研究のモデル（異方性パラメータが変化する場合、モデルB）とSun and Chen[16]のモデルによる引張応力-歪線図の比較（非主軸角30度、温度70°C）

第5章

吸湿量が非線形引張 変形挙動に及ぼす影響

- 5.1 吸湿に関する支配方程式
- 5.2 実験方法
- 5.3 結果
- 5.4 考察

5. 1 吸湿に関する支配方程式

吸湿過程は、熱伝導と類似の現象として捉えることが出来ることから、次のような支配方程式を用いる。

5. 1. 1 吸湿率の定義

固体内における*i*方向の湿流束 (moisture flux) q_i^H は、次のFourierの式によって表される。

$$q_i^H = -K_{ij}^H H_{,j} \quad (5. 1)$$

ここで、 K_{ij}^H は水の拡散係数 (moisture diffusivity)、 H は吸湿密度 (単位体積あたりの吸湿質量; moisture concentration) である。

今、薄い単層板 (板厚 h) を考える。板厚方向 (z 方向) のみ吸湿が行われると仮定する (図 5. 1 参照)。このとき、(5. 1) 式は、

$$q_z^H = -K_z^H H_{,z} \quad (5. 2)$$

と書ける。Fickの拡散方程式は、

$$K_z^H \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (5. 3)$$

と表される。ここで吸湿率 (specific moisture concentration) を次式で定義する。

$$c = \frac{H}{\rho} \quad (5. 4)$$

ρ は固体の密度である。従って、吸湿率 c は単位質量あたりの吸湿質量である。この量を用いると、(5. 3) 式は、

$$K^H \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (5. 5)$$

と書き換えられる。ここで、 $K^H = K_z^H$ とする。境界条件は、

$$\begin{aligned} c &= c_0 \quad \text{for } 0 < z < h \quad \text{at } t \leq 0 \\ c &= c_\infty \quad \text{for } z = 0, h \quad \text{at } t > 0 \end{aligned} \quad (5. 6)$$

ここで、 c_0 は初期吸湿率 (initial moisture content)、 c_∞ は平衡吸湿率 (equilibrium moisture content) である。

(5. 6) 式のもとで (5. 5) 式を解くと、次のフーリエ級数解が得られる。

$$\frac{c - c_0}{c_\infty - c_0} = 1 - \frac{\pi}{4} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{2j+1} \sin \frac{(2j+1)\pi z}{h} \exp \left[-\frac{(2j+1)^2 \pi^2 K^H t}{h^2} \right] \quad (5. 7)$$

この吸湿率 c は位置 z と時間 t の関数である。ある時間における試験片内部の吸湿率の分布は、試験片表面が平衡吸湿率 c_∞ になっており、内部ほど吸湿率が小さくなっている。吸湿過程は、熱伝導現象と比べて拡散係数が 10 の 7 乗倍ほど小さく、非常に遅い現象である。従って、通常の吸湿試験の場合、表面と内部の吸湿率が

異なることは注意が必要である。

次に、平均吸湿率 \bar{c} (average specific moisture concentration) を次式で定義する。

$$\bar{c} = \frac{1}{h} \int_0^h c \, dz \quad (5.8)$$

平均吸湿率 \bar{c} は単位厚さあたりの平均の吸湿率を表すので、時間のみ関数である。以下、平均吸湿率 \bar{c} を単に吸湿率 (moisture content) と呼ぶことにする。

本章では、引張試験により吸湿量がマクロな特性である弾性係数と塑性パラメータに与える影響を調べる。従って、試験片内部の吸湿率の分布が一様でなくとも、平均的な吸湿率が計算されれば、目的を達成することができる。

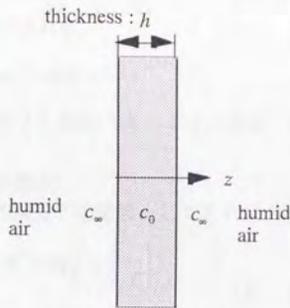


図5.1 湿気を含む空気における一次元吸湿モデル

5. 1. 2 吸湿曲線

吸湿率に関する境界条件は、

$$\begin{aligned} \bar{c} &= c_0 & \text{at } t = 0 \\ \bar{c} &= c_\infty & \text{at } t = \infty \end{aligned} \quad (5. 9)$$

(5. 7)、(5. 8)及び、(5. 9)式より、

$$\frac{\bar{c} - c_0}{c_\infty - c_0} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2} \exp\left[-\frac{(2j+1)^2 \pi^2 K^H t}{h^2}\right] \quad (5. 10)$$

(5. 10)式の近似式は、吸湿時間が短い場合と長い場合について、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{c} - c_0}{c_\infty - c_0} &= 4\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} & \text{for } \tau < 0.02 \\ \frac{\bar{c} - c_0}{c_\infty - c_0} &= 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp(-\pi^2 \tau) & \text{for } \tau \geq 0.02 \end{aligned} \quad (5. 11)$$

である。ここで、 $\tau = \frac{K^H t}{h^2}$ は無次元時間である。または、カーブフィットにより得られる次の近似式も用いられる。

$$\frac{\bar{c} - c_0}{c_\infty - c_0} = 1 - \exp(-7.3\tau^{0.75}) \quad (5. 12)$$

図5. 2に近似式(5. 11)及び(5. 12)式より得られた吸湿曲線を示す。

5. 1. 3 吸湿曲線の測定

拡散係数はArrhenius型の温度 T の関数として次式より与えられる[33]。

$$K^H = K^H_0 \exp\left(-\frac{E_a}{R_g T}\right) \quad (5. 13)$$

ここで、 K^H_0 は定数、 R_g はガス定数、 E_a は活性化エネルギー(activation energy)である。本実験では、温度一定であるので、拡散係数は常に一定である。一方、平衡吸湿率は温度にはほとんど依存せず、相対湿度 ϕ に大きく依存する[33]。

$$c_\infty = a \left(\frac{\phi}{100}\right)^b \quad (5. 14)$$

ここで、 a, b は材料定数である。文献[33]によれば、CF/Epoxyについて、 $a = 0.015 \sim 0.019$ 、 $b = 1$ である。とくに a の値は硬化プロセスに大きく依存する。 $b = 1$ より、相対湿度 $\phi = 100\%$ の時、 $c_\infty = a$ であるから、 a の値は最大吸湿率を表している。(5. 11. 1)式より、

$$\bar{c} - c_0 = 4(c_\infty - c_0) \sqrt{\frac{K^H}{\pi}} \times \frac{\sqrt{t}}{h} \quad (5. 15)$$

吸湿前に十分に乾燥させる場合、初期吸湿率 $c_0 = 0$ としてよいので、(5. 14)、

及び(5.15)式より、

$$\bar{c} = 4a \frac{\phi}{100} \sqrt{\frac{K^H}{\pi}} \times \sqrt{t} / h \quad (5.16)$$

$\frac{K^H t}{h^2} < 0.02$ となるよういくつかの時間 t を選び、吸湿率 \bar{c} を \sqrt{t}/h に対してプロットする(図5.3)。これを原点を通る直線で最小二乗近似することにより、傾き $\frac{a\phi}{25} \sqrt{\frac{K^H}{\pi}}$ を得る。このようにすれば、最大吸湿率 a と拡散係数 K^H が未知のままでも、温度と相対湿度が一定の下で、吸湿時間と試験片厚さを与えれば、(5.16)式より吸湿率が計算される。なお、傾きは相対湿度に比例するため、ある相対湿度について傾きを得られれば、他の相対湿度の場合についても、吸湿率が計算できる。

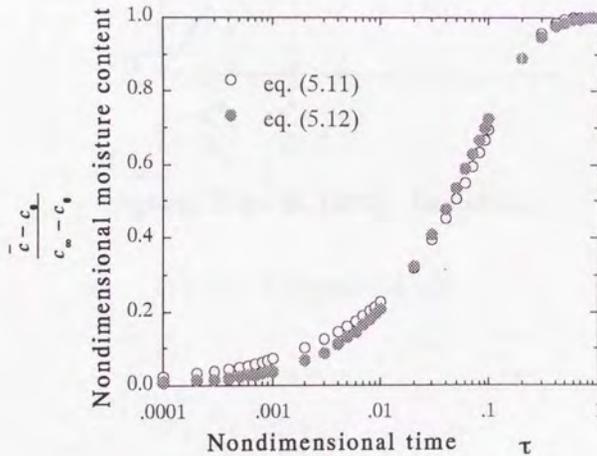


図5.2 吸湿グラフ(無次元吸湿量と無次元時間の関係)

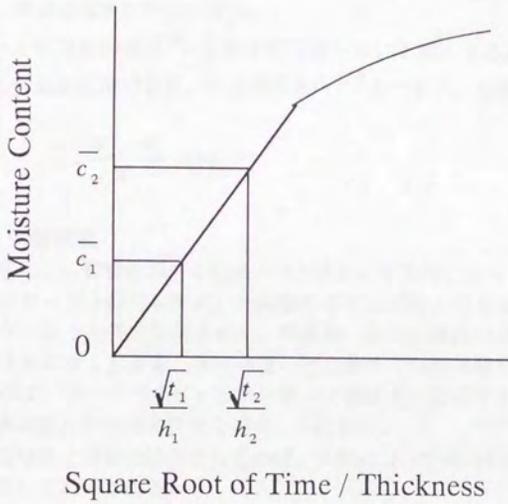


図5. 3 吸湿曲線の直線近似

5. 2 実験方法

5. 2. 1 吸湿試験

使用した材料は、4章で用いたものと同じ炭素繊維強化エポキシ複合材料 (T300/#2500, Toray) である。試験片の寸法、アルミニウムタブについても4章で用いたものと同じである(4. 1節を参照)。

吸湿曲線測定用の試験片として $[\pm 45]_s$ 積層板を用いる。試験片の寸法は長さ75mm、幅15mm、厚さ0.59mmである。まず試験片を真空乾燥炉にて温度30℃で1週間乾燥させる。次に、試験片を恒温恒湿槽(4. 2. 2節参照)に入れて、温度 T を70℃、相対湿度 ϕ を90%に保つ。

乾燥重量 W_d と吸湿後の重量 W_w を密度測定器を用いて測定する。この測定器は0.1mgの精度で重量を測定できる。初期吸湿率 $c_0 = 0$ とすると、吸湿率は次式から計算される。

$$\bar{c} = \frac{W_w - W_d}{W_d} \times 100 \quad (\%) \quad (5. 19)$$

5. 2. 2 引張試験

第4章の温度による影響を調べる実験と同じ実験装置を用いた(4. 2節参照)。

まず、予め歪ゲージを貼付しておいた試験片を吸湿試験と同様の手順で、温度70℃、湿度90%の条件で吸湿させた。吸湿後、直ちに恒温恒湿槽内を温度70℃、湿度90%に保ったまま、変位速度一定の条件で引張試験を行った。変位速度一定の負荷は、サーボパルサーのストローク速度を一定にすることにより実現している。各試験片の引張歪速度を表5. 1に示す。

吸湿量は吸湿時間と試験片厚さを与えれば、実験によって得られた近似式((5. 16)式)を用いて計算される。

表5. 1 引張歪速度

試験片	引張歪速度 (sec^{-1})
$[0^\circ]$	4.0×10^{-4}
$[30^\circ]$	1.5×10^{-4}
$[45^\circ]$	2.5×10^{-4}
$[60^\circ]$	1.5×10^{-4}
$[90^\circ]$	2.0×10^{-4}
$[\pm 45^\circ]_s$	2.5×10^{-4}

5. 3 実験結果

5. 3. 1 吸湿試験結果

表5. 2に吸湿試験の結果を示す。横軸に時間の平方根/試験片厚さ、縦軸に吸湿率を取ったグラフを図5. 4に示す。実線は直線近似により得られたものであり、その式は、 $\bar{c} = 1.146 \times 10^{-3} \times \sqrt{t}/h$ (%)である。

表5. 2 吸湿試験結果

試験片 番号	乾燥重量 W_d (g)	厚さ h (mm)	吸湿時間 t (sec)	吸湿量 $W_w - W_d$ (g)	\sqrt{t}/h ($\text{sec}^{1/2}/\text{mm}$)	吸湿率 \bar{c} (%)
3	0.9272	0.594	12,000	0.0015	184.4	0.16
4	0.9122	0.590	73,200	0.0048	458.6	0.53
5	0.9031	0.585	73,200	0.0052	462.5	0.56
6	0.9252	0.602	24,000	0.0030	257.3	0.32
7	0.8878	0.580	24,000	0.0026	267.1	0.29
8	0.9312	0.596	7,200	0.0014	142.4	0.15
9	0.8939	0.574	66,000	0.0045	447.6	0.50
10	0.9237	0.587	66,000	0.0046	437.7	0.50

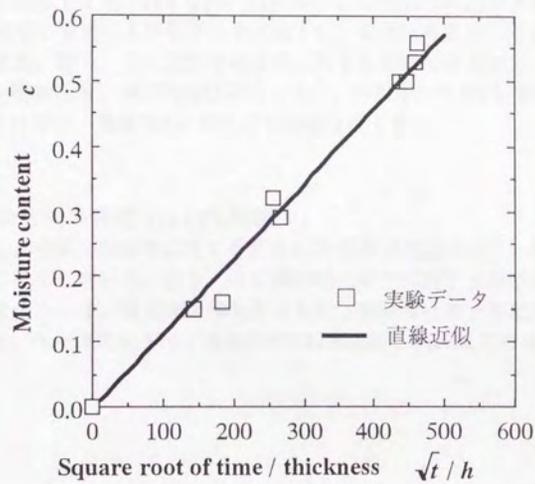


図5.4 吸湿量の時間変化

5. 3. 2 主軸引張試験結果

主軸方向（繊維方向、横方向、及び、剪断方向）の特性を調べる各試験片（[0°]試験片、[90°]試験片、[±45°]s試験片）の引張試験の結果を次に示す。

（1）繊維方向の特性（[0°]試験片）

繊維方向の応力-歪挙動に対する吸湿量の影響は観察されなかった。すなわち、温度による影響と同様に、弾性率は変化せず、線形弾性変形をする。

（2）横方向の特性（[90°]試験片）

図5. 5に温度70℃に対する[90°]試験片の応力-歪線図に及ぼす吸湿率の影響を示す。吸湿量の増加により横弾性率は低下し、塑性歪も大きくなる。また、降伏点も低下する。図5. 6に吸湿率の変化に対する横弾性率と横方向降伏応力の変化を示す。横弾性率、横方向降伏応力ともに、吸湿率が0.3%を越えると急激に低下する。弾性率は、吸湿量が0.45%で10%程度低下する。

（3）剪断方向の特性（[±45°]s試験片）

図5. 7に3種類の吸湿率に対する剪断応力-剪断歪線図を示す。剪断弾性率、降伏点ともに低下している。図5. 8に吸湿率の変化に対する剪断弾性率と剪断降伏応力の変化を示す。吸湿率の増加とともに、剪断弾性率と剪断降伏応力は単調に低下する。弾性率の低下は、吸湿率が0.52%の時、約20%である。

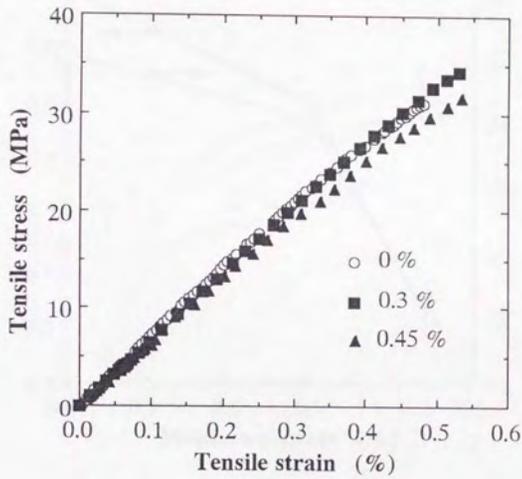


図5.5 [90°]試験片より得られた横方向応力-歪線図に及ぼす吸湿率の影響

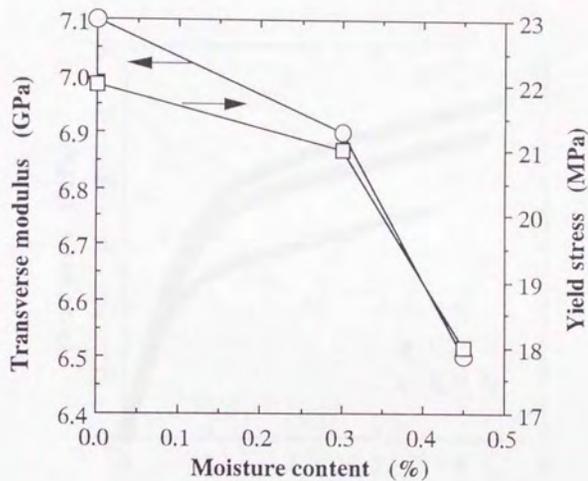


図5.6 横弾性率と横方向降伏応力に及ぼす吸湿率の影響

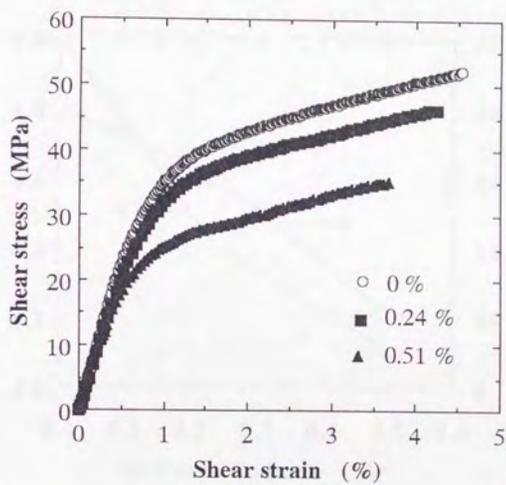


図5. 7 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より得られた剪断応力-歪線図に及ぼす吸湿率の影響

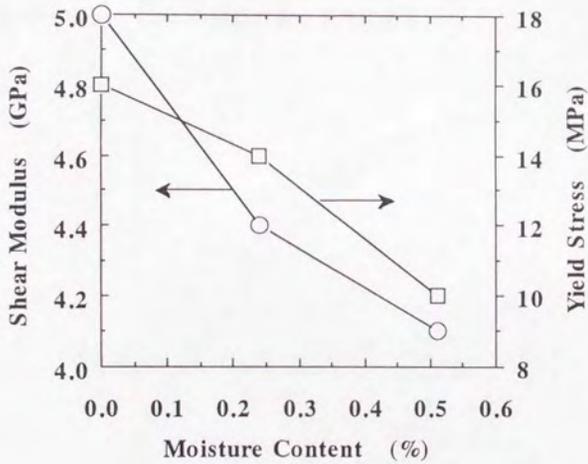


図5. 8 剪断弾性率と剪断降伏応力に及ぼす吸湿率の影響

5. 3. 3 非主軸引張試験結果

吸湿量が0%、0.15%、及び、0.30%である[30]、[45]、[60]試験片の引張応力-歪線図をそれぞれ図5. 9、図5. 10、及び、図5. 11に示す。温度による影響と同様に、吸湿率の増加に伴い、弾性率は低下し、塑性歪は大きくなる。次に、吸湿量0%、及び、0.3%における相当応力-相当塑性歪線図を図5. 12、及び、図5. 13に示す。(a)はSun and Chen[16]のモデル、(b)と(c)は本研究のモデルであり、(a)は異方性パラメータが変化する場合、(c)は異方性パラメータが一定の場合である。(a)、(b)、(c)3つのモデルによる結果を比べると、(b)の曲線が最も下方にある。



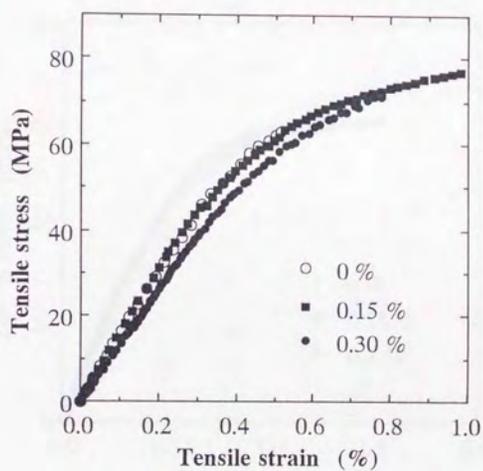


図5. 9 [30°]試験片の引張応力-歪挙動に及ぼす吸湿率の影響

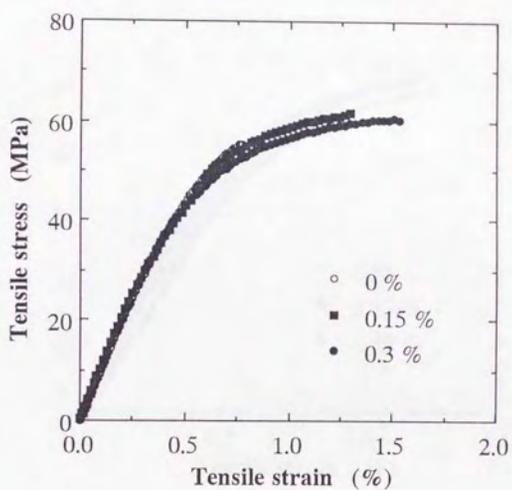


図5. 10 [45°]試験片の引張応力-歪挙動に及ぼす吸湿率の影響

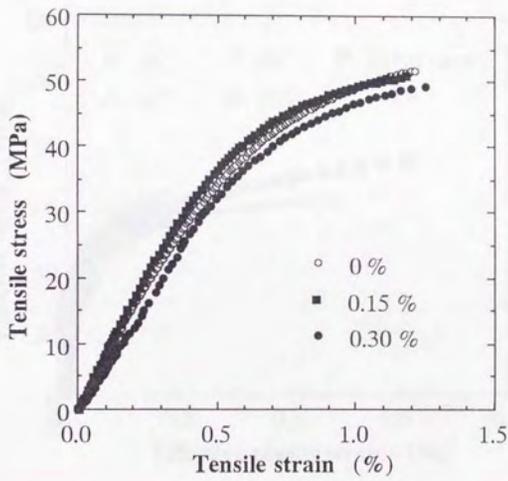


図5. 11 [60°]試験片の引張応力-歪挙動に及ぼす吸湿率の影響

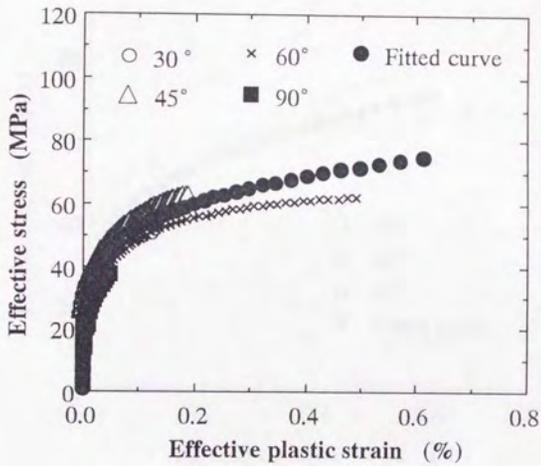


図5. 12 (a) 非主軸引張試験より得られた
相当応力相当塑性歪線図(吸湿率0%)。
Sun and Chen[16]のモデルによる。

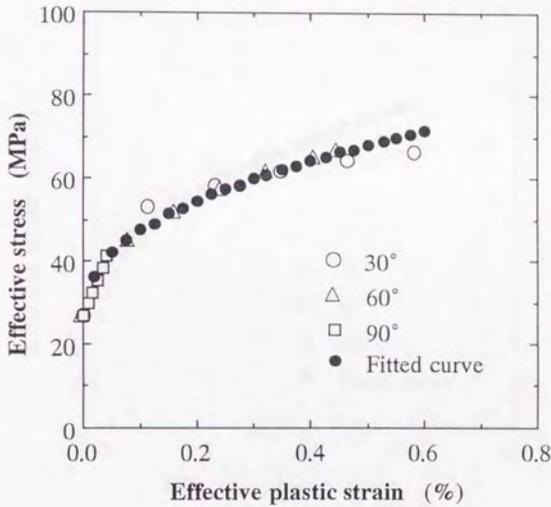


図5. 12 (b) 非主軸引張試験より得られた相当応力相当塑性歪線図 (吸湿率0%)。本研究のモデルB (異方性パラメータが変化する場合)。

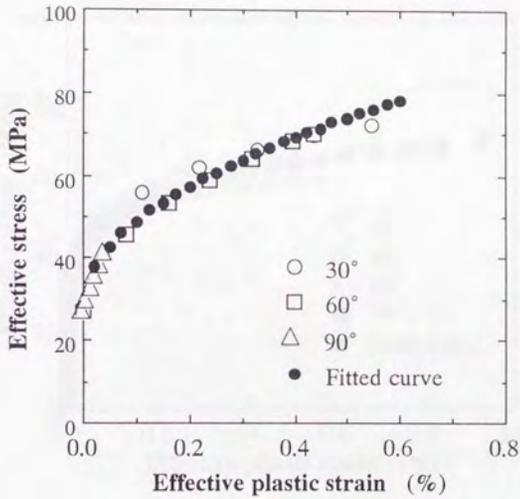


図5. 12 (c) 非主軸引張試験より得られた相当応力相当塑性歪線図(吸湿率0%)。本研究のモデルC(異方性パラメータが一定の場合)。

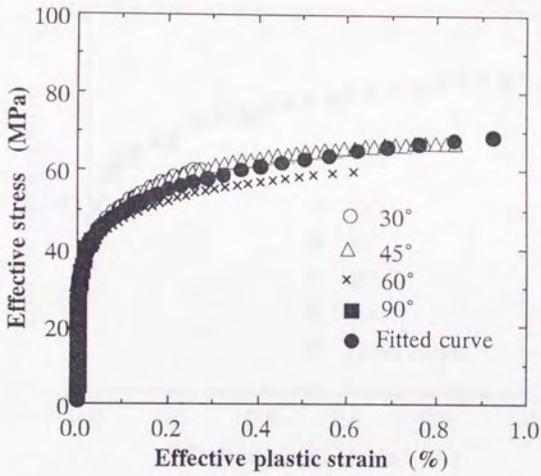


図5. 13 (a) 非主軸引張試験より得られた
相当応力相当塑性歪線図(吸湿率0.3%)。
Sun and Chen[16]のモデルによる。

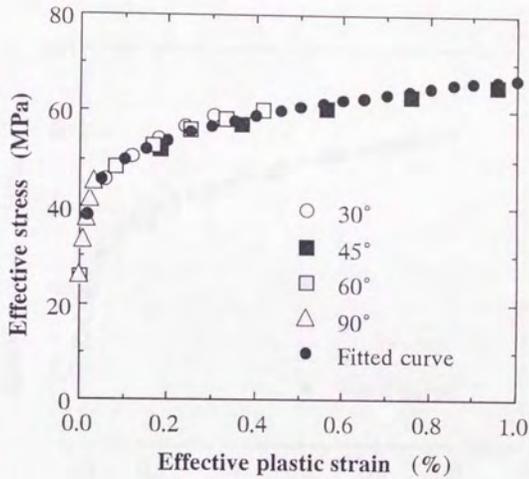


図5. 13 (b) 非主軸引張試験より得られた
相当応力相当塑性歪線図 (吸湿率0.3%)。
本研究のモデルB (異方性パラメータが変化する場合)。

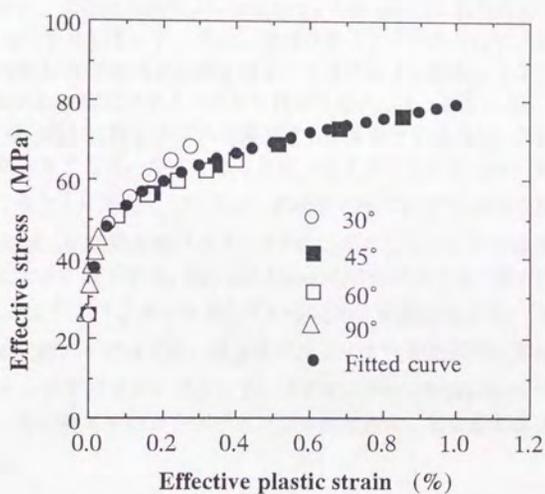


図5. 13 (c) 非主軸引張試験より得られた
相当応力相当塑性歪線図(吸湿率0.3%)。
本研究のモデルC(異方性パラメータが一定の場合)。

5. 4 考察

5. 4. 1 弾性係数

温度70°Cにおける吸湿率に対する弾性係数の変化を表5. 3に示す。特に、吸湿量の変化に対する横弾性率、及び、剪断弾性率の変化を図5. 14に示す。繊維方向の弾性率は変化しないが、横方向、剪断方向は吸湿量が増えるにつれて低下している。これは、4. 5節で考察したように、温度の代わりに、吸湿によってマトリックスが軟化、若しくは、界面が劣化したためと考えられる。

5. 4. 2 塑性パラメータ

図5. 15に、吸湿率をパラメータとして、Sun and Chen[16]のモデルによる相当応力-相当塑性歪曲線を示す。また、吸湿率をパラメータとして、本研究のモデルによる相当応力-相当塑性歪曲線を図5. 16に示す。図5. 15、図5. 16の曲線から得られた塑性パラメータをそれぞれ表5. 4、表5. 5に示す。

a_{66}^0 は吸湿量の増加に伴いわずかに減少する。また、硬化指数 n の値は吸湿量の増加とともに大きくなる。温度による影響(第4章)とは異なり、吸湿量の増加に伴い、 a_{66}^0 、 n ともに変化している。初期相当降伏応力 σ_c^0 は吸湿によってわずかに低下するが、初期異方性パラメータ a_{66}^0 は変化しない。 α は吸湿に伴い増加するが、 m は大きく低下する。Sun and Chen[16]のモデルでは、異方性パラメータ a_{66}^0 をフィッティングパラメータとしているため、吸湿によって、 a_{66}^0 が変化するが、一方、本研究のモデルでは、異方性パラメータ a_{66}^0 が負荷中に変化するとして、 α をフィッティングパラメータとしているため、 a_{66}^0 は吸湿によって変化しない。 m の低下は、塑性変形中のコンプライアンスが大きく、塑性変形量が大きいことを意味する。

5. 4. 3 非主軸引張応力-歪線図

図5. 17に2つの塑性モデルによる非主軸引張応力-歪線図(温度70°C、非主軸角60度)を示す。(a)は吸湿率0%、(b)は吸湿率0.3%に対するグラフである。(a)において、Sun and Chen[16]モデルによる曲線は、実験値より上方にあるが、本研究のモデルは実験値との良い一致を示している。(b)において、両モデルとも良い一致を示すが、引張塑性歪が大きくなると、実験値とずれる傾向が見られる。

表5.3 吸湿率に対する弾性係数

吸湿率	0 %	0.24 %	0.3 %	0.45 %	0.51 %
E_{11} (GPa)	132	-	131	128	-
E_{22} (GPa)	7.1	-	6.9	6.5	-
G_{12} (GPa)	5.0	4.4	-	-	4.1

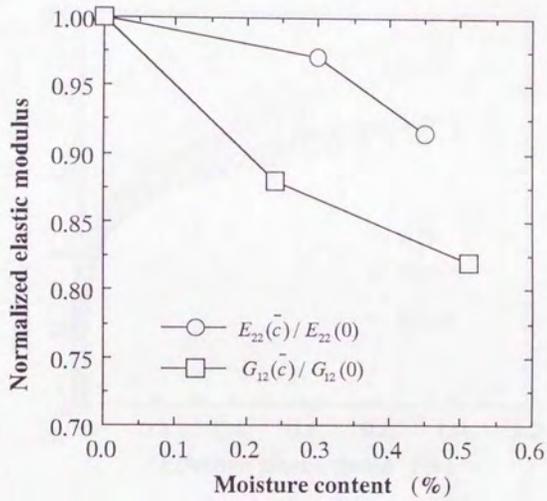


図5. 14 横、及び、剪断弾性率に及ぼす吸湿率の影響

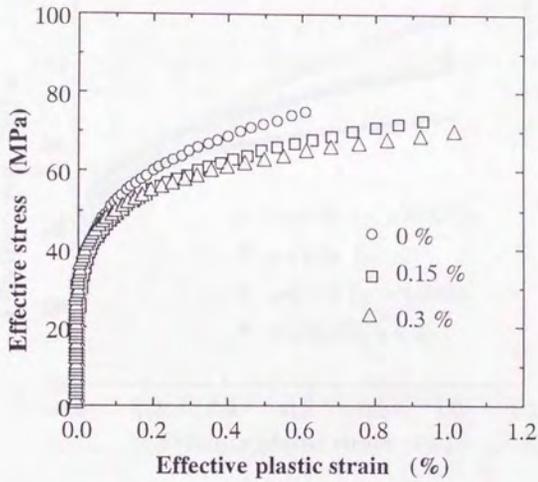


図5. 15 吸湿率が相当応力相当塑性歪線図
(カーブフィットによって得られた曲線)に与える影響。
Sun and Chen[16]のモデル。

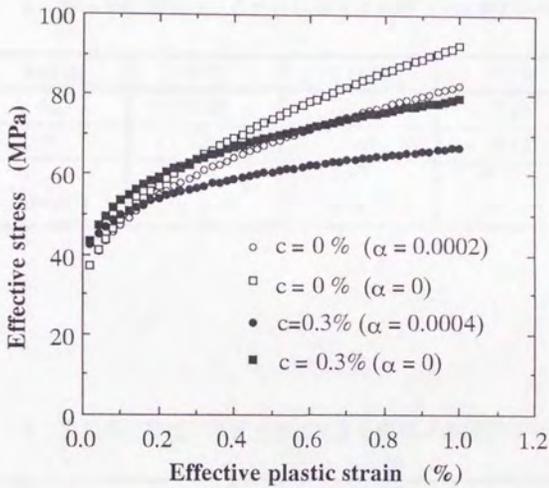


図5. 16 吸湿率が相当応力相当塑性歪線図
(カーブフィットによって得られた曲線)に与える影響。
本研究のモデル。

表5. 4 吸湿率が塑性パラメータに与える影響 (Sun and Chen[16])

吸湿量	0 %	0.15 %	0.3 %
a_{66}	1.20	1.15	1.10
n	5.05	5.47	6.72
A (MPa ⁻ⁿ)	2.08 $\times 10^{-12}$	5.97 $\times 10^{-13}$	4.07 $\times 10^{-15}$

表5. 5 吸湿率が塑性パラメータに与える影響 (本研究のモデル)

吸湿率	σ_{ϵ}^0 (MPa)	a_{66}^0	α (MPa ⁻²)	B (MPa)	m
0 %	26.9	1.33	0.0000	65.4	0.4774
			0.0002	55.3	0.4283
0.3 %	25.7	1.32	0.0000	53.3	0.2830
			0.0004	41.2	0.2330

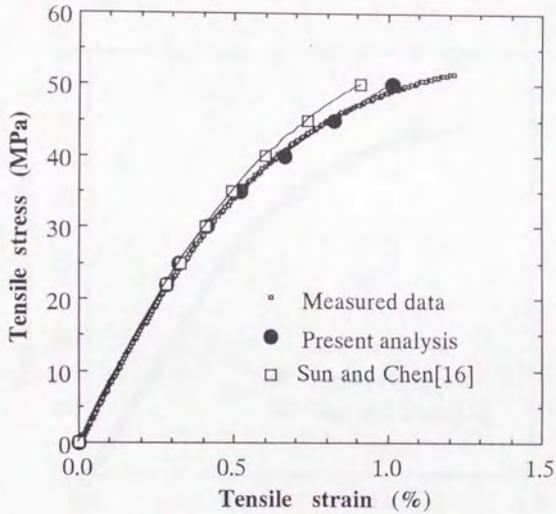


図5. 17 (a) 塑性モデル(モデルBとSun and Chenのモデル[16])
 による非主軸引張応力-歪曲線の比較
 (非主軸角60度、温度70℃、吸湿率0%)

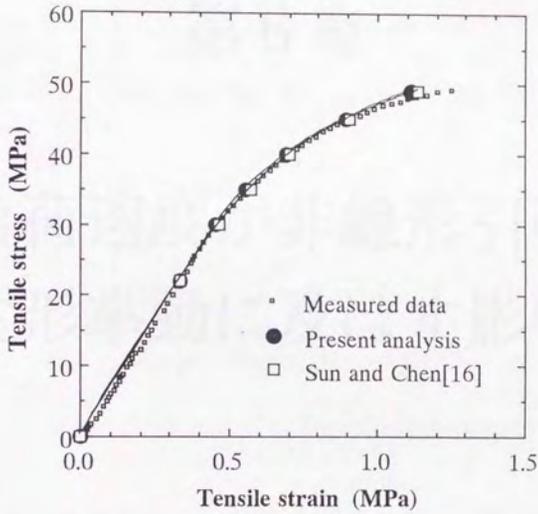


図5. 17 (b) 塑性モデル（モデルBとSun and Chenのモデル[16]）による非主軸引張応力-歪曲線の比較（非主軸角60度、温度70℃、吸湿率0.3%）

第6章

負荷速度が非線形引張 変形挙動に及ぼす影響

- 6.1 相当塑性歪速度
- 6.2 実験方法
- 6.3 結果
- 6.4 考察

6. 1 相当塑性歪速度

非主軸試験片の引張応力-歪線図より、相当応力-相当塑性歪曲線を得るために、次のようなモデルを考える。

モデルBでは、相当塑性歪速度 $\dot{\epsilon}_e^p$ を(3. 34)式より、次式のように定義することができる。

$$\dot{\epsilon}_e^p = \frac{\sqrt{1+G(\theta)\sigma_x^2}}{F(\theta)} \dot{\epsilon}_x^p \quad (6. 1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_x^p$ は非主軸試験片の引張塑性歪速度、 σ_x は引張応力であり、関数 $F(\theta)$ 、 $G(\theta)$ は、(3. 29)、(3. 30)式で与えられる。(6. 1)式より、一定の引張塑性歪速度の場合、引張応力の増加により、相当塑性歪速度は増加していく。特に、降伏点における初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ は、異方性パラメータが一定の場合であるモデルCにおける相当塑性歪速度と同じであり、

$$(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = \frac{1}{F_0(\theta)} \dot{\epsilon}_x^p \quad (6. 2)$$

$F_0(\theta)$ は(3. 32)式で与えられる関数である。

ここで、相当応力-相当塑性歪線図を得るために以下の仮定を設ける。

<仮定>

(1) どの方向においても非線形弾性変形はなく、非線形歪は、全て塑性変形に起因する。

(2) 異なる組み合わせ応力状態においても、初期相当塑性歪速度が同じであれば、単一の相当応力-相当塑性歪線図が得られる。

仮定(1)は、第4章の実験結果により、剪断方向の非線形弾性変形量が塑性変形量と比べて小さいことから、妥当といえる。(3. 46)式から初期異方性パラメータが決定すれば、(3. 38)式から $F_0(\theta)$ がわかるので、(6. 2)式より、初期相当塑性歪が計算される。各非主軸角に対してほぼ同じ初期相当塑性歪速度が得られるように引張塑性歪速度 $\dot{\epsilon}_x^p$ を選んで、相当応力と相当塑性歪をそれぞれ、(3. 28)式、(3. 36)式からプロットする。すると、仮定(2)により、単一の相当応力-相当塑性歪線図が得られる。モデルAでは、 $F_0(\theta)$ の代わりに、(3. 21)式の $H(\theta)$ を用いればよい。

6. 2 実験方法

第4章の温度による影響を調べる実験と同じCF/Epoxy試験片と実験装置を用いた(4. 2節参照)。一定の温度(30℃、70℃)において、二つの負荷形式、即ち、荷重速度一定試験、及び、変位速度一定の引張試験に対する引張応力-歪応答を調べた。

荷重速度一定試験は、サーボパルサーのロードセルが感知する荷重を制御することにより行われる。試験片の引張歪は1%以下であることから、試験片の断面積変化は無視でき、公称応力と真応力は同じである。従って、荷重速度が一定であることは応力速度が一定であることを意味する。

一方、変位速度一定の引張試験では、サーボパルサーのストローク速度を一定に制御している。ストロークの変位速度と試験片の変位速度が必ずしも同じではないため、実際の歪速度は、測定した歪データの時間変化率から求めた。

6. 2. 1 荷重速度一定試験(主軸方向)

[0°]試験片、[90°]試験片、及び、 $[\pm 45^\circ]_S$ 試験片について、一定の温度の下で応力速度一定で準静的引張試験を行い、CFRP単層板の繊維方向、横方向、及び、剪断方向の引張応力-歪挙動に及ぼす荷重速度の影響を調べた。引張試験は、室温と高温における挙動を調べるために、2通りの温度(30℃、70℃)の下で行った。各試験片について、負荷初期の引張歪速度がほぼ同じ値になるように3通りの荷重速度、即ち、応力速度を選んだ。各試験片の荷重速度と対応する初期引張歪速度 $\dot{\epsilon}_x^0$ を表5.1に示す。

表6. 1 荷重速度一定試験における引張荷重速度と対応する初期引張歪速度

	[0°]	[90°]	$[\pm 45^\circ]_S$	$\dot{\epsilon}_x^0$ (sec ⁻¹)
$\dot{\sigma}^{(1)}$ (MPa / sec)	7.65	0.480	0.570	$\approx 5 \times 10^{-5}$
$\dot{\sigma}^{(2)}$ (MPa / sec)	76.5	4.80	5.60	$\approx 5 \times 10^{-4}$
$\dot{\sigma}^{(3)}$ (MPa / sec)	765	47.8	58.3	$\approx 5 \times 10^{-3}$

6. 2. 2 歪速度一定試験

まず、 $[90^\circ]$ 試験片、及び、 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片を用いて、横方向、及び、剪断方向の非線形変形の歪速度依存性を調べた。変位速度一定の引張負荷を与えることにより、3通りの歪速度 ($\dot{\epsilon} = 2.5 \times 10^{-5}, 2.5 \times 10^{-4}, 2.5 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$) で引張試験を行った。

次に、初期異方性パラメータ a_{66}^0 と初期相当降伏応力 σ_e^0 の歪速度依存性を調べるために、 $[45^\circ]$ 試験片と $[90^\circ]$ 試験片の降伏点 R と Y を初期相当塑性歪の関数として求めた。初期異方性パラメータ a_{66}^0 は、 R と Y を用いて、(3. 35)式から計算される。

最後に、非主軸試験片 ($[30^\circ], [45^\circ], [60^\circ]$) について、歪速度を変えて引張試験を行い、引張応力-歪線図を得た。相当塑性歪速度の関数として得られた初期異方性パラメータ $a_{66}^0(\dot{\epsilon}_e^p)$ を用いて、6. 1節で述べた手法により相当応力-相当塑性歪線図を求めて、これを(2. 58)式でカーブフィットして塑性パラメータを求めた。

6. 3 結果

6. 3. 1 荷重速度一定試験

[0°]試験片を用いて、荷重速度一定の引張試験より得られた繊維方向の引張応力-歪線図を図6. 1 (温度30°C)、図6. 2 (温度70°C)に示す。温度30°C、70°Cともに、初期弾性率は荷重速度によらず、線形弾性変形をする。また、ポアソン比についても温度により値は変化するが、荷重速度依存性は観察されない。

[90°]試験片を用いて、荷重速度一定の引張試験より得られた横方向の引張応力-歪線図を図6. 3 (温度30°C)、図6. 4 (温度70°C)に示す。30°Cでは、荷重速度の増加に伴い、初期弾性率の増加はほとんど観察されないが、70°Cでは、荷重速度の増加に従って、初期弾性率の増加は大きくなる。ポアソン比については、温度30°Cでは変化しないが、温度70°Cでは増加する。

[±45°]_s試験片を用いて、荷重速度一定の引張試験より得られた剪断引張応力-歪線図を図6. 5 (温度30°C)、図6. 6 (温度70°C)に示す。温度30°C、70°Cいずれの場合においても、荷重速度依存性が大きく認められる。

以上をまとめて、初期弾性率と弾性範囲におけるポアソン比を表6. 2に示す。

6. 3. 2 歪速度一定試験

[±45°]_s試験片より得られた剪断応力-歪線図を図6. 7に示す。荷重速度と同様に剪断変形の歪速度依存性も大きいことが認められた。

[90°]試験片、及び、[45°]試験片を用いて、歪速度一定の引張試験より得られた引張応力-歪線図を、図6. 8、及び、図6. 9に示す。これより、降伏点 Y, R と引張応力-引張塑性歪関係を求めた。(6. 2)式から求めた初期相当塑性歪速度と、それに対する降伏点を表6. 3に示す。降伏点 Y, R を初期相当塑性歪速度に対してプロットしたものを図6. 10に示す。実験の結果を指数関数で表すと、

$$Y = 53.7[(\dot{\epsilon}_e^p)^0]^{0.0969} \text{ (MPa)}, \quad R = 35.5[(\dot{\epsilon}_e^p)^0]^{0.0376} \text{ (MPa)} \quad (6. 3)$$

が得られる。ただし、相当塑性歪速度の単位は sec^{-1} である。降伏点は初期相当塑性歪速度が大きくなると増加する。(6. 3)式を(3. 35)式に代入すると、初期異方性パラメータ a_{66}^0 が初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ の関数として次式で与えられる。

$$a_{66}^0 = 4.58[(\dot{\epsilon}_e^p)^0]^{0.119} - 0.5 \quad (6. 4)$$

従って、初期異方性パラメータは、初期相当塑性歪速度の増加とともに増加する。

次に、[30°]試験片、[60°]試験片の引張応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響をそれぞれ図6. 11、図6. 12に示す。歪速度が大きいほど、弾性率は増大し、降伏点も上昇する。

表6. 4に2つの非主軸角に対する塑性ポアソン比とこれより計算した異方性 ν

ラメータ a_{26}, a_{66} を示す。

主軸試験片 ($[30^\circ], [45^\circ], [60^\circ]$) の引張応力-引張塑性歪曲線から、2つの初期相当塑性歪速度 ($\dot{\epsilon}^p$)⁰ = $2.0 \times 10^{-4}, 2.0 \times 10^{-3}$ (sec⁻¹) における非相当応力-相当塑性歪曲線を図6. 13、図6. 14に示す。(a)はSun and Chen[16]のモデルに基づいており、(b)と(c)本研究で考案したモデルにおける2つの場合、即ち、異方性パラメータが変化する場合(モデルB)、及び、異方性パラメータが一定の場合のモデル(モデルC)に基づいている。(d)は表6. 4で求めた値を用いた2パラメータ塑性ポテンシャルモデル(モデルA)による曲線である。

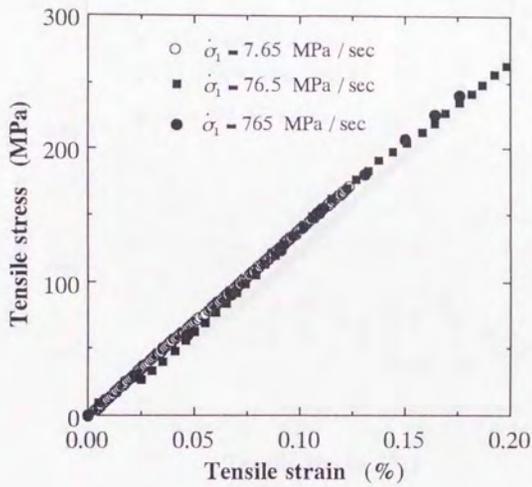


図6. 1 $[0^\circ]$ 試験片の引張応力歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度 30°C)

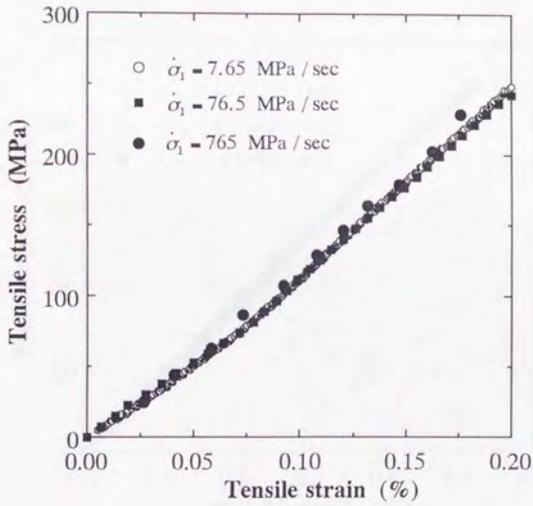


図6. 2 $[0^\circ]$ 試験片の引張応力歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度70°C)

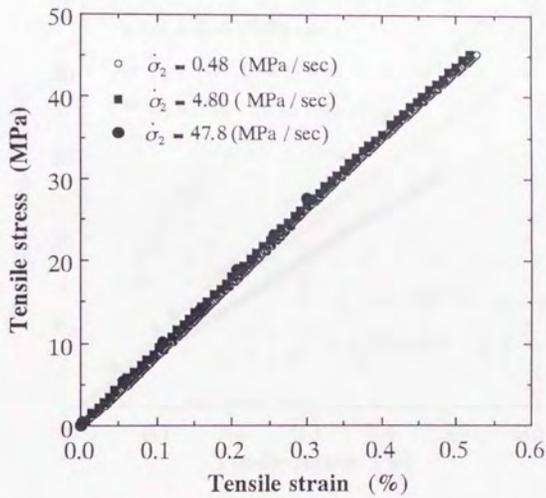


図6. 3 [90°]試験片の引張応力歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度30°C)

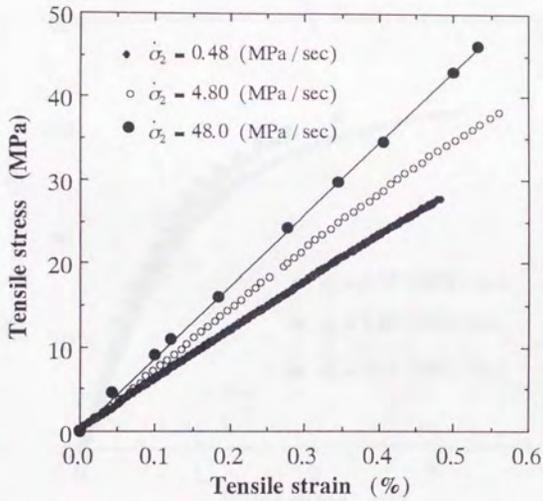


図6.4 $[90^\circ]$ 試験片の引張応力歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度70°C)

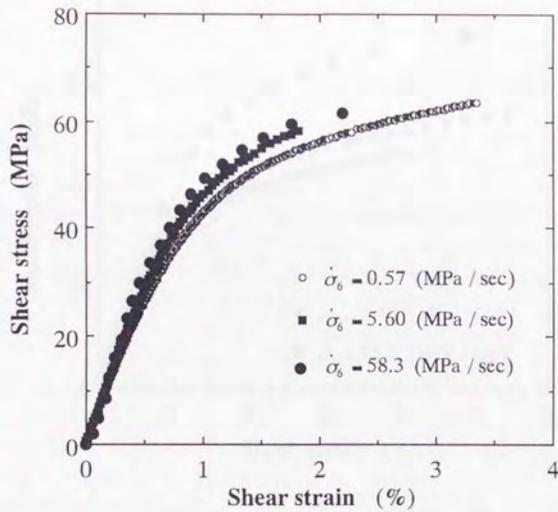


図6.5 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より得られた剪断応力-歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度30°C)

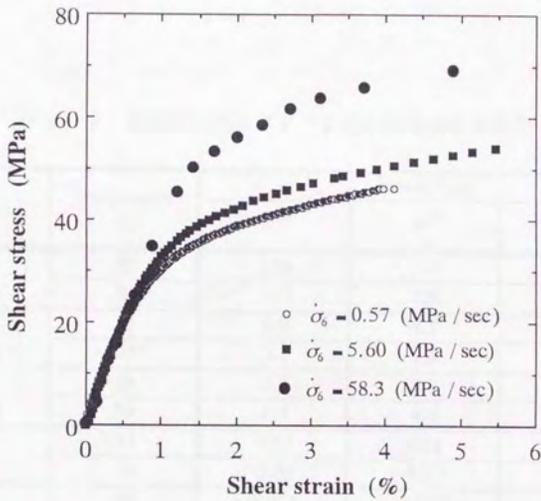


図6.6 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より得られた剪断応力-歪線図に及ぼす荷重速度の影響 (温度70°C)

表6.2 初期弾性率とポアソン比の荷重速度依存性

Elastic Modulus	Temperature °C	Stress Rate		
		$\dot{\sigma}^{(1)}$	$\dot{\sigma}^{(2)}$	$\dot{\sigma}^{(3)}$
E_{11} (GPa)	30	138	132	134
	70	137	126	131
E_{22} (GPa)	30	8.9	8.7	9.1
	70	5.7	7.2	8.3
G_{12} (GPa)	30	5.8	6.2	7.5
	70	4.4	4.8	5.2
ν_{12}	30	0.31	0.31	0.32
	70	0.30	0.33	0.31
ν_{21}	30	0.021	0.020	0.020
	70	0.014	0.018	0.020

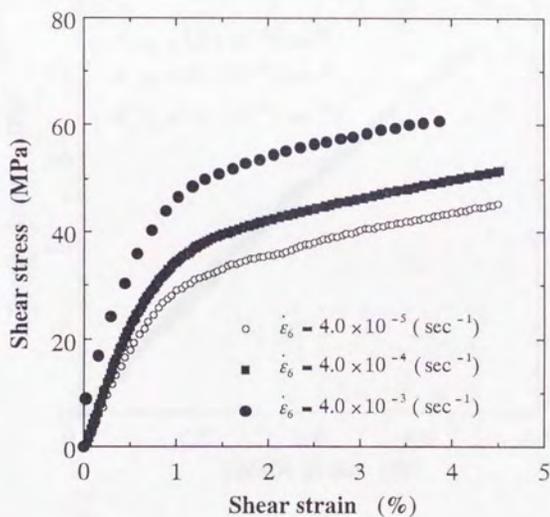


図6. 7 $[\pm 45^\circ]_s$ 試験片より得られた剪断応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響 (温度70°C)

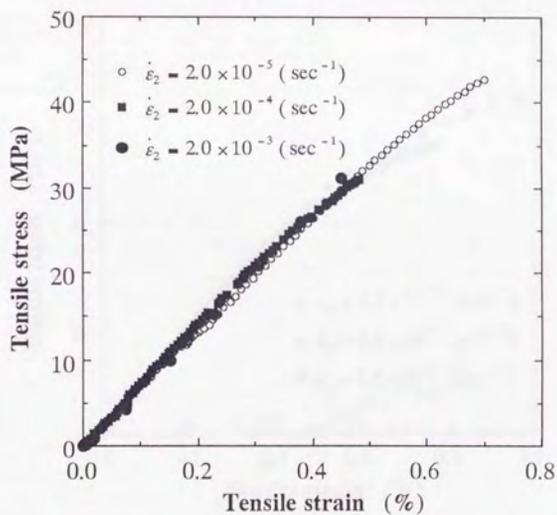


図6. 8 $[90^\circ]$ 試験片の引張応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響 (温度 70°C)

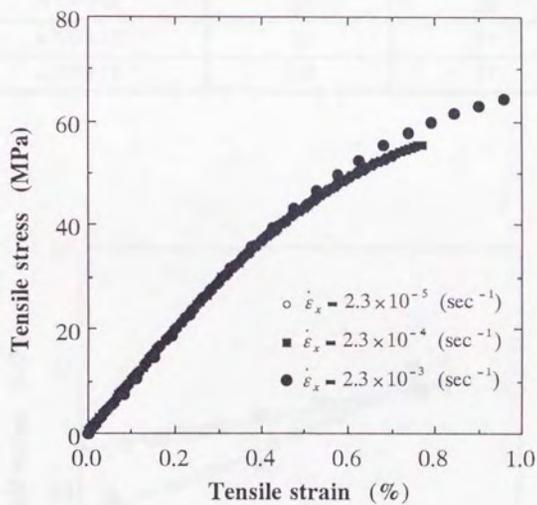


図6.9 [45°]試験片の引張応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響 (温度70°C)

表6. 3 初期相当塑性歪速度に対する[90°]試験片と[45°]試験片の降伏点

$(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ (sec ⁻¹)	Y (MPa)	R (MPa)
$\approx 2.0 \times 10^{-5}$	19	23
$\approx 4.0 \times 10^{-5}$	20	24
$\approx 1.6 \times 10^{-4}$	22	26
$\approx 5.0 \times 10^{-4}$	26	27
$\approx 2.0 \times 10^{-3}$	29	27

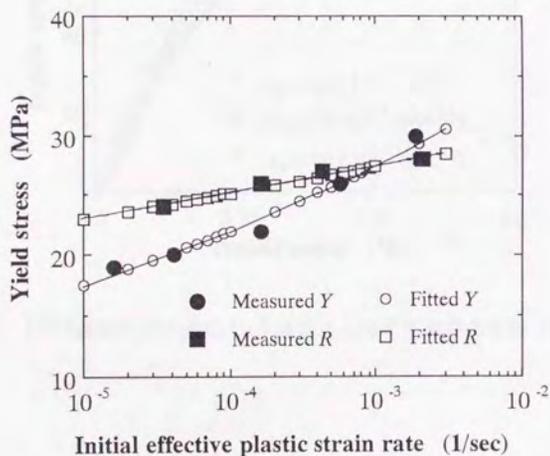


図6. 10 初期相当塑性歪速度に対する[90°]試験片と[45°]試験片の降伏点

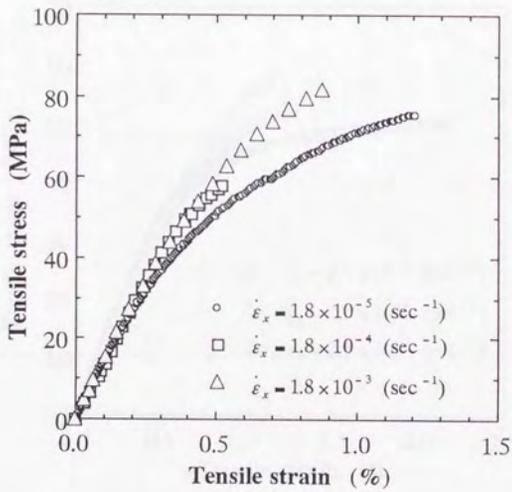


図6. 1 1 [30°]試験片の引張応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響 (温度70°C)

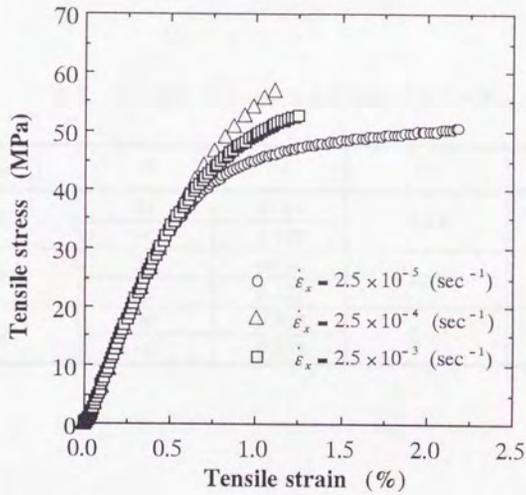


図6. 1 2 [60°]試験片の引張応力-歪線図に及ぼす歪速度の影響 (温度70°C)

表6.4 塑性ポアソン比と異方性パラメータ

$(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ (sec ⁻¹)	θ	ν_{xy}^p	a_{66}	a_{26}
2.0×10^{-3}	30°	0.641	4.14	-0.926
	60°	0.576		
2.0×10^{-4}	30°	0.810	2.59	0.137
	60°	0.522		
2.0×10^{-5}	30°	0.927	2.69	0.412
	60°	0.562		

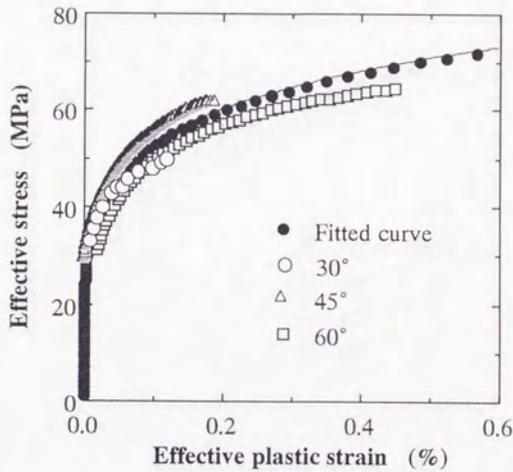


図6.13 (a) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 Sun and Chen[16]のモデル。

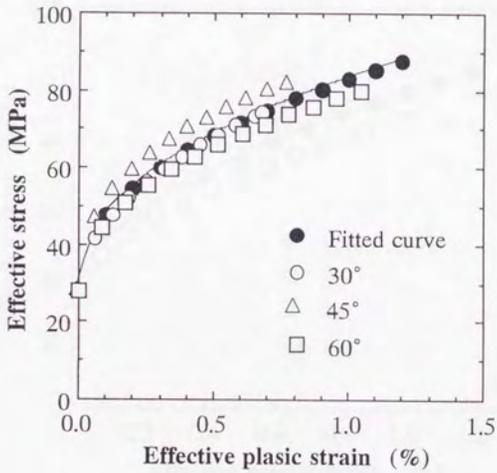


図6. 13 (b) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 異方性パラメータの変化するモデル (モデルB)。

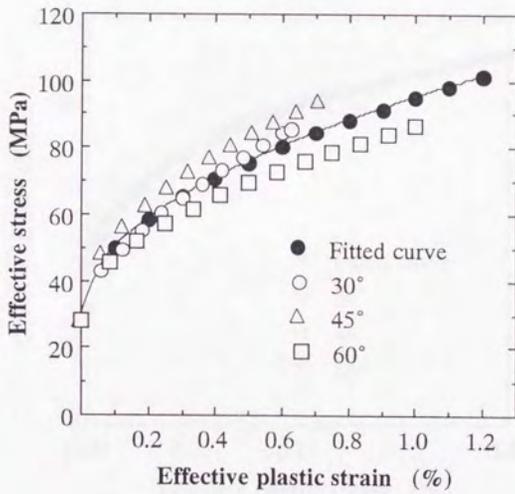


図6. 13 (c) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 異方性パラメータ一定のモデル(モデルC)。

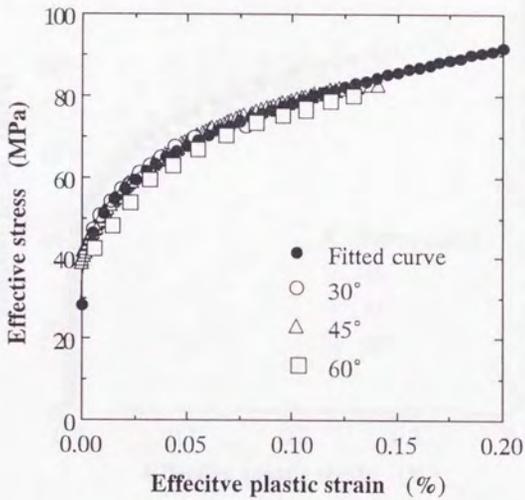


図6. 13 (d) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図

(温度70℃、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。

2パラメータ塑性ポテンシャルモデル(モデルA)。

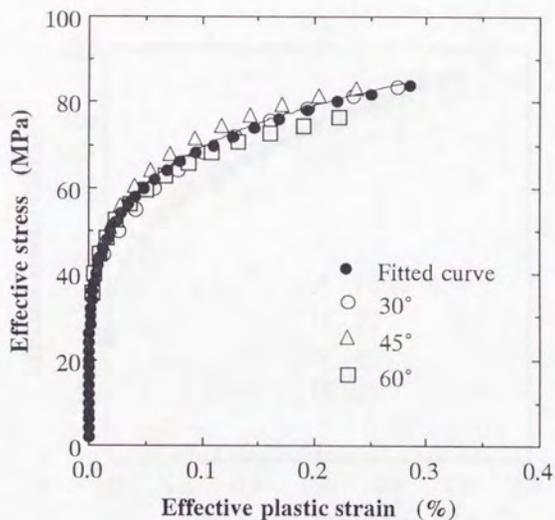


図6. 14 (a) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70℃、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 Sun and Chen[16]のモデル。

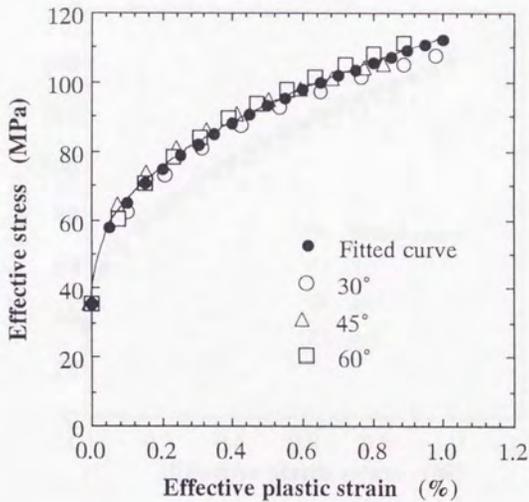


図6.14 (b) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図

(温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。

異方性パラメータの変化するモデル (モデルB)。

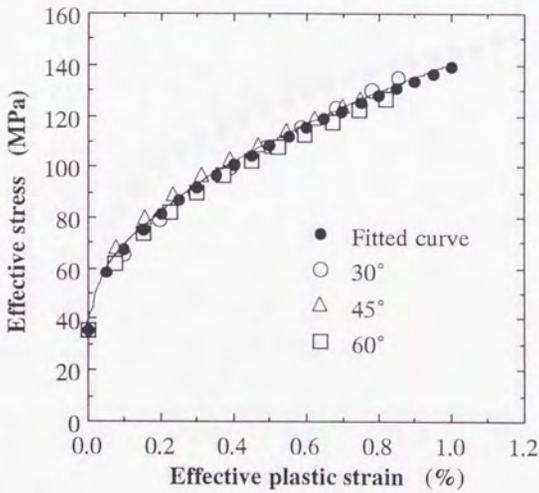


図6.14 (c) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 異方性パラメータ一定のモデル(モデルC)。

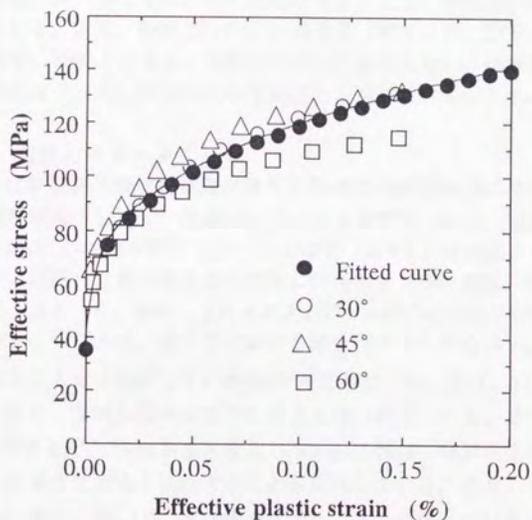


図6. 14 (d) 非主軸引張試験より得られた相当応力-相当塑性歪線図
 (温度70°C、初期相当塑性歪速度 $(\dot{\epsilon}_e^p)^0 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$)。
 2パラメータ塑性ポテンシャルモデル(モデルA)。

6. 4 考察

6. 4. 1 弾性係数

繊維方向の負荷速度依存性は見られない(図6. 1、図6. 2)。これは、本実験で行った歪速度の範囲では、繊維の応力-歪挙動が負荷速度に影響しないことによる。

横方向の応力-歪挙動(図6. 3、図6. 4)は、室温(30℃)では、速度依存性は観察されないが、70℃では、負荷速度の増加とともに弾性率が増加し、速度依存性が見られる。また、剪断方向の応力-歪挙動(図6. 5、図6. 6、図6. 7)は温度30℃、70℃とともに、速度依存性が非常に大きい。横方向、剪断方向の歪速度依存性はマトリックスの応力-歪応答の歪速度依存性が大きいことによる。

6. 4. 2 塑性パラメータ

図6. 15に初期相当塑性歪速度が相当応力-相当塑性歪線図に与える影響を示す。塑性歪速度が大きいほど、曲線は上方にシフトする。また、異方性パラメータが変化する場合($\alpha = 0.0002$)と、一定の場合($\alpha = 0$)を比較すると、前者の方が曲線が下方にあり、相当塑性歪の増加に伴う傾き(塑性係数)の減少が大きい。表6. 5、表6. 6、表6. 7にそれぞれSun and Chen[16]のモデルにおける塑性パラメータ、モデルA、B、Cにおける塑性パラメータを示す。表6. 5において、歪速度に大きく依存しているのは a_{66}^0 であり、 A 、及び、 n はほとんど変化しない。これを、温度依存性と比べてみると違いが見られる。即ち、 A 、及び、 n は温度に依存するが、 a_{66}^0 はあまり変化しない。これは、降伏曲面の形が温度には依存せず、歪速度に大きく依存することを意味している。表6. 6において、歪速度の増加に伴い、 a_{66}^0 、 α_0 、 B は増大するが、 α 、及び、 m は歪速度に依存しない。また、表6. 7においても、 m は歪速度に依存しない。これは、異方性パラメータの減少率と硬化指数が歪速度により変化しないことを意味する。従って、初期異方性パラメータを歪速度の関数として求めれば、非主軸引張歪速度から(6. 2)式を用いて、初期相当塑性歪が計算される。同じ初期相当塑性歪速度に対して、単一の相当応力-相当塑性歪線図が求められる(図6. 13、図6. 14)。表6. 7においても、 m は歪速度に依存しない。以上により、6. 1節の仮定(2)、仮定(3)が正しいことが確認された。

6. 4. 3 非主軸引張応力-歪線図の比較

図6. 16に3つの塑性モデル(本研究のモデルA、BとSun and Chen[16])による非主軸引張応力-歪曲線(非主軸角60度、初期相当塑性歪速度

$2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$) を比較した図を示す。本研究のモデルBによる曲線が最も実験結果とよりよく一致しているのが確認された。モデルA、及び、Sun and Chenのモデル[16]による曲線は塑性歪がやや小さめに評価されている。特に、モデルAでは、2つの異方性パラメータをポアソン比から求めているため、この値を正確に評価しなければ、実験値との良い一致が得られない。

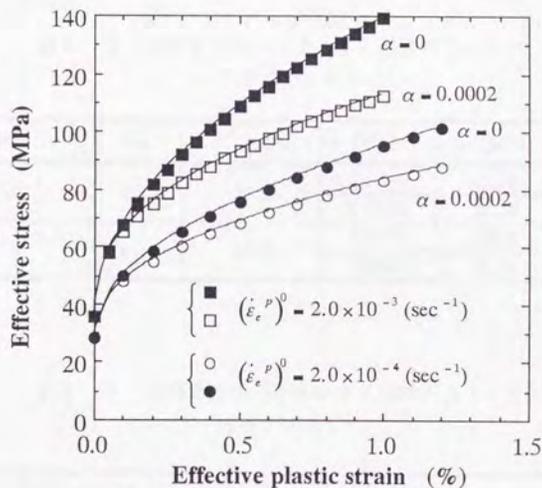


図6.15 相当応力-相当塑性歪線図に与える初期相当塑性歪速度の影響 (温度70°C、モデルB、Cによる)

表6. 5 初期異方性パラメータと塑性パラメータ
(Sun and Chenのモデル[16])

$(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ (sec ⁻¹)	a_{66}	A (MPa ⁻ⁿ)	n
2.0×10^{-4}	1.16	2.612×10^{-13}	5.565
2.0×10^{-3}	1.69	2.506×10^{-13}	5.225

表6. 6 初期異方性パラメータと塑性パラメータ
(モデルB、C)

$(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ (sec ⁻¹)	a_{66}^0	σ_e^0 (MPa)	α (MPa ⁻²)	B (MPa)	m
2.0×10^{-4}	1.16	28.2	0.0000	66.73	0.49219
			0.0002	54.78	0.44882
2.0×10^{-3}	1.69	35.5	0.0000	103.7	0.50674
			0.0002	76.86	0.41527

表6. 7 初期異方性パラメータと塑性パラメータ
(モデルA)

$(\dot{\epsilon}_e^p)^0$ (sec ⁻¹)	σ_e^0 (MPa)	B (MPa)	m
2.0×10^{-4}	28.2	109.2	0.3389
2.0×10^{-3}	35.5	179.2	0.3333

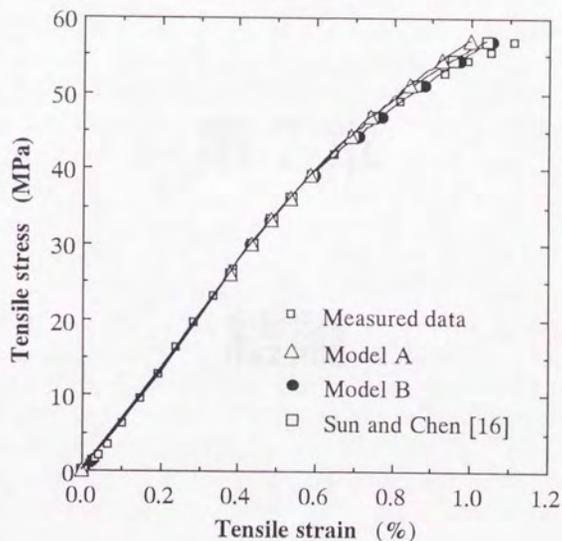


図6. 16 3つの塑性モデル（本研究のモデルA、BとSun and Chen[16]）
 による非主軸引張応力-歪曲線の比較
 （非主軸角60度、初期相当塑性歪速度 $2.0 \times 10^{-3} \text{ (sec}^{-1}\text{)}$ ）

第7章

結論

7. 結論

CFRP単層版の非線形引張変形挙動を解明するため、横-剪断カップリングと異方性パラメータの変化を考慮した弾塑性モデルを構築するとともに、温度・吸湿度・負荷速度が非線形引張変形挙動に及ぼす影響を調べた。

各章における結論をここにまとめる。

第2章では、CFRP単層板に対して、2パラメータ塑性ポテンシャルを用いた塑性モデル(モデルA)、及び、異方性パラメータの変化する塑性モデル(モデルB)を考案し、それぞれ次式の塑性構成方程式を導出した。

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ 2d\varepsilon_{12}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12})^2 & (\sigma_{22} + a_{26}\sigma_{12})(a_{26}\sigma_{22} + 2a_{66}\sigma_{12}) & \\ \text{Sym.} & & (a_{26}\sigma_{22} + 2a_{66}\sigma_{12})^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ 2d\varepsilon_{12}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{g\Omega} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{22}^2 & 2a_{66}(k)\sigma_{22}\sigma_{12} & \\ \text{Sym.} & & 4\{a_{66}(k)\}^2\sigma_{12}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{12} \end{Bmatrix}$$

異方性パラメータ変化の効果は、関数 Ω に含まれ、特に $\Omega=1$ の時、異方性パラメータは一定(モデルC)である。

第3章では、弾性係数と各塑性モデルにおける塑性パラメータを実験によって具体的に決定する方法を示すことができた。但し、モデルBでは、相当塑性歪の計算するためには、数値積分を行う必要がある。

第4章では、温度が非線形変形挙動に及ぼす影響を調べるとともに、各方向の非線形性を非線形弾性変形と塑性変形の両方により説明した。非線形弾性は剪断方向の非線形変形にわずかに含まれるが、横方向、剪断方向、及び、横-剪断カップリング方向の非線形変形の大部分は、塑性変形に起因することが確かめられた。結果的にHahn and Tsai[7]のモデルと同様に以下の弾性構成方程式が得られた。

$$\{d\varepsilon^e\} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ & s_{22} & 0 \\ \text{Sym.} & & s_{66} + 3s_{666}\sigma_6^2 \end{bmatrix} \{d\sigma\}$$

また、温度上昇により、横方向、剪断方向のコンプライアンスは増加し、塑性パラメータも大きく変化する。特に、温度上昇に伴い、異方性パラメータの低下率 α 、硬化指数 $1/m$ は増大する。

第5章では、吸湿度が非線形変形挙動に及ぼす影響を調べた。吸湿度増加が弾性係数と塑性パラメータに与える効果は、温度上昇による効果とはほぼ同様に、横方向、剪断方向のコンプライアンスの増加と、塑性パラメータの変化に現れる。特に、吸湿度が0.3%の場合の硬化指数 $1/m$ は、吸湿度0%の場合の約2倍になる。

第6章では、負荷速度が非線形変形挙動に及ぼす影響を調べた。初期相当塑性歪速度が同じであれば、単一の相当応力-相当塑性歪関係が得られるという仮定の

下に、塑性パラメータを決定し、実験結果とほぼ一致する結果を得た。歪速度の増加により、横方向・剪断方向のコンプライアンスは低下するが、塑性パラメータの変化は、温度、吸湿量の効果と異なる。即ち、異方性パラメータの低下率 α 、及び、硬化指数 $1/m$ は歪速度にほとんど依存しない。また、モデルAを用いて、実験結果とほぼ良い一致を得ることができた。

以上を総括して、本研究で得られた知見を述べる（図7.1参照）。

(1) 繊維方向は線形弾性変形をする。横方向は、線形弾性変形後、塑性による非線形性を示す。剪断方向には、わずかに非線形弾性変形を生ずるが、塑性による非線形変形が主である。横・剪断方向には、降伏後、塑性変形による横応力と剪断応力の非線形カップリングがみられる。

(2) 温度・吸湿率・負荷速度の影響は、横方向と剪断方向の弾性係数の変化と、相当応力-相当塑性歪曲線（異方性パラメータ、硬化指数）の変化に現れ、繊維方向の特性に変化を及ぼさない。異方性パラメータの変化率は、温度、吸湿率が高いほど大きい。歪速度にはあまり依存しない。

(3) モデルBを用いると、従来 of 異方性パラメータが一定の塑性モデル（Sun and Chen[16]のモデル）と比較して、よりよい実験結果との一致が得られる。モデルBから得られた引張応力-歪線図は、Sun and Chen[16]のモデルから得られた曲線より、塑性変形領域において下方にあり、大きな塑性歪において実験値との一致がよい。また、モデルAの場合、2つの異方性パラメータを実験により正しく評価する事が必要である。

以上の知見が得られたことにより、実際の使用条件に対応する様々な温湿環境下、並びに、負荷速度におけるCFRP複合材料の引張変形挙動が明らかにされた。本研究は、CFRPを構造物として使用する上で必要となる基礎的設計データを与えるものであり、工学上の意義があると考えられる。

今後、本研究を発展させて次のような研究を行いたい。

(1) 本研究では、巨視的観点から非線形変形挙動を調べたが、変形の微視的観察を行うことにより、構成関係を記述するマイクロメカニカルモデルを考案し、巨視的な構成方程式との連関を比較検討する。

(2) 歪速度依存性を説明するために、本塑性モデルを拡張した粘塑性モデルを構築する。本研究では、時間に依存しない塑性モデルを考案したが、高温において粘性の効果が顕著に現れる場合、粘塑性モデルが必要である。

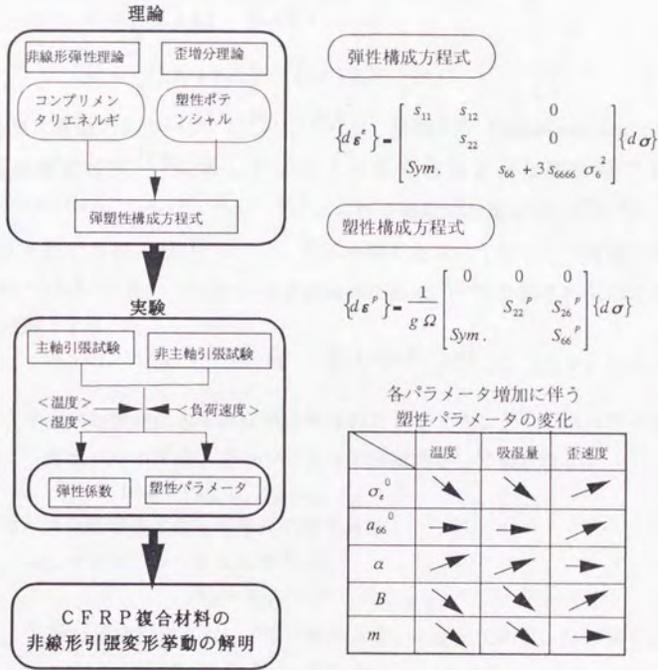


図 7. 1 本研究の流れと結論

付録

付録 1 コンプリメンタリエネルギーの基底

定理 1 二つの変数のグループ $(y_1, y_2, \dots, y_n), (z_1, z_2, \dots, z_n)$ について対称であるような多項式の基底は、

$$K_i = \frac{1}{2}(y_i + z_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$K_{ij} = \frac{1}{2}(y_i z_j + y_j z_i) \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (A1)$$

定理 2 変数のグループ (N_1, N_2, \dots, N_k) が、形式不変 (form-invariant) であるような座標変換群 $\{T\}$ に対して、形式不変であるような変数のグループ $(y_1, y_2, \dots, y_n, z_1, z_2, \dots, z_n, N_1, N_2, \dots, N_k)$ からなる多項式の基底は、 (N_1, N_2, \dots, N_k) に、与えられた座標変換 $\{T\}$ の下で、形式不変であるような二つの変数のグループ $(y_1, y_2, \dots, y_n), (z_1, z_2, \dots, z_n)$ からなる多項式の基底 K_i, K_{ij} を加えたものである。即ち、定理 1 より、

$$N_1, N_2, \dots, N_k, \text{ and } K_i, K_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (A2)$$

次に、平面応力状態にある直交異方性体のコンプリメンタリエネルギーの基底を求める。歪エネルギー W は、歪テンソル ϵ_{ij} の多項式として表される。

$$W = W(\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \epsilon_{23}, \epsilon_{13}, \epsilon_{12}) \quad (A3)$$

歪エネルギーは対称変換に対して形式不変である。

一方、コンプリメンタリエネルギー W_c は、

$$W_c = \sigma_{ij} \epsilon_{ij} - W \quad (A4)$$

である。 $\sigma_{ij} \epsilon_{ij}$ は座標変換に対して値の変わらない不変量である。なぜなら、

$$b_{ik} b_{jk} \sigma_{kl} b_{im} b_{jn} \epsilon_{mn} = \sigma_{kl} \epsilon_{kl} \quad (A5)$$

だからである。但し、 b_{ij} は、方向余弦である。よって、コンプリメンタリエネルギー W_c も対称変換に対して、形式不変である。

さて、コンプリメンタリエネルギーは応力テンソル σ_{ij} の多項式と表されると仮定すると、

$$W_c = W_c(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}) \quad (A6)$$

今、直交異方性体を考える。すると、2-3面に関する対称変換に関して、コンプリメンタリエネルギーは形式不変であるので、次式を満足しなければならない。

$$W_C(\sigma_{ij}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}) = W_C(\sigma_{ij}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, -\sigma_{13}, -\sigma_{12}) \quad (A7)$$

すると、

$$(y_1, y_2) = (\sigma_{13}, \sigma_{12}), \quad (z_1, z_2) = (-\sigma_{13}, -\sigma_{12}) \quad (A8)$$

$$(N_1, N_2, N_3, N_4) = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}) \quad (A9)$$

と置くことにより、基底は次式のようになる。

$$W_C = W_C(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}^2, \sigma_{12}^2, \sigma_{12}\sigma_{13}) \quad (A10)$$

同様にして、1-2面、1-3面に関する対称変換に関しても、コンプリメンタリエネルギーは形式不変であることから、次式を満足しなければならない。

$$W_C(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}^2, \sigma_{12}^2, \sigma_{12}\sigma_{13}) = W_C(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, -\sigma_{23}, \sigma_{13}^2, \sigma_{12}^2, -\sigma_{12}\sigma_{13}) \quad (A11)$$

すると、

$$(y_1, y_2) = (\sigma_{23}, \sigma_{12}\sigma_{13}), \quad (z_1, z_2) = (-\sigma_{23}, -\sigma_{12}\sigma_{13}) \quad (A12)$$

$$(N_1, N_2, N_3, N_4, N_5) = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{31}^2, \sigma_{12}^2) \quad (A13)$$

と置くことにより、基底は次式のようになる。

$$W_C = W_C(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}^2, \sigma_{23}^2, \sigma_{13}^2, \sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{13}) \quad (A14)$$

ここで、平面応力状態を仮定すると、最終的に次の基底が得られる。

$$W_C = W_C(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}^2) \quad (A15)$$

付録2 直交異方性体の塑性ポテンシャル

1-2平面について対称であるとする、塑性ポテンシャルは、次式のように書ける(本文2.5.3節参照)。

$$\begin{aligned} 2f(\sigma_{ij}) = & A_{1111}\sigma_{11}^2 + 2A_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2A_{1133}\sigma_{11}\sigma_{33} + 2A_{1112}\sigma_{11}\sigma_{12} \\ & + A_{2222}\sigma_{22}^2 + 2A_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2A_{2212}\sigma_{22}\sigma_{12} + A_{3333}\sigma_{33}^2 \\ & + 2A_{3312}\sigma_{33}\sigma_{12} + 2A_{2323}\sigma_{23}^2 + 2A_{2313}\sigma_{23}\sigma_{31} + 2A_{1313}\sigma_{13}^2 + 2A_{1212}\sigma_{12}^2 \end{aligned} \quad (A16)$$

同様に、1-3平面、2-3平面の対称性より、

$$A_{1112} = A_{2212} = A_{3312} = A_{2313} = 0 \quad (A17)$$

すると、直交異方性体に対する塑性ポテンシャルは、

$$\begin{aligned} 2f(\sigma_{ij}) = & A_{1111}\sigma_{11}^2 + A_{2222}\sigma_{22}^2 + A_{3333}\sigma_{33}^2 + 2A_{2323}\sigma_{23}^2 + 2A_{1313}\sigma_{13}^2 \\ & + 2A_{1212}\sigma_{12}^2 + 2A_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2A_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2A_{1133}\sigma_{11}\sigma_{33} \end{aligned} \quad (A18)$$

と表される。もし、降伏が、静水圧 p の影響を受けないとすれば、

$$f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}) = f(\sigma_{11} - p, \sigma_{22} - p, \sigma_{33} - p, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}) \quad (A19)$$

が成り立つことから、次式が導かれる。

$$A_{1111} + A_{1122} + A_{1133} = 0, \quad A_{2222} + A_{1122} + A_{2233} = 0, \quad A_{3333} + A_{2233} + A_{1133} = 0 \quad (A20)$$

この時、塑性ポテンシャルは、

$$2f(\sigma_{ij}) = -A_{2233}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 - A_{1133}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 - A_{1122}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 \\ + A_{2323}\sigma_{23}^2 + A_{1313}\sigma_{13}^2 + A_{1212}\sigma_{12}^2 \quad (\text{A } 21)$$

と表される。ここで、

$$A_{2233} = -F, A_{1133} = -G, A_{1122} = -H, A_{2323} = 2L, A_{1313} = 2M, A_{1212} = 2N \quad (\text{A } 22)$$

とおくと、次のHillの降伏条件[36]が得られる。

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2(L\sigma_{23}^2 + M\sigma_{13}^2 + N\sigma_{12}^2) \quad (\text{A } 23)$$

特に、直交異方性体が平面応力状態にある場合、

$$\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0 \quad (\text{A } 24)$$

であるから、降伏が静水圧の影響を受けるか否かに関わらず、次式が得られる。

$$2f(\sigma_{ij}) = A_{1111}\sigma_{11}^2 + A_{2222}\sigma_{22}^2 + 2A_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 2A_{1212}\sigma_{12}^2 \quad (\text{A } 25)$$

付録3 塑性体積歪

ここでは、直交異方性体の3次元塑性ポテンシャル(A18)式から、塑性体積歪を求める。ここでは、繊維方向の塑性歪がないものとし、平面応力状態を仮定する。 $d\varepsilon_{11}^p = 0$ より、

$$d\varepsilon_{11}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{11}} d\lambda = (A_{1111}\sigma_{11} + A_{1122}\sigma_{22} + A_{1112}\sigma_{12})d\lambda = 0 \quad (\text{A } 26)$$

従って、 $A_{1111} = A_{1122} = A_{1112} = 0$ であるから、(A18)式より、

$$2f(\sigma_{ij}) = A_{2222}\sigma_{22}^2 + A_{3333}\sigma_{33}^2 + 2A_{2323}\sigma_{23}^2 + 2A_{1313}\sigma_{13}^2 + 2A_{2121}\sigma_{12}^2 + 2A_{2233}\sigma_{22}\sigma_{33} \quad (\text{A } 27)$$

これより、3方向の塑性歪は、

$$d\varepsilon_{33}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{33}} d\lambda = (A_{3333}\sigma_{33} + A_{2233}\sigma_{22})d\lambda \quad (\text{A } 28)$$

平面応力状態であるから、(A28)式はさらに、

$$d\varepsilon_{33}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{33}} d\lambda = A_{2233}\sigma_{22}d\lambda \quad (\text{A } 29)$$

と書き直される。一方、2方向の塑性歪は、同様にして、

$$d\varepsilon_{22}^p = A_{2222}\sigma_{22}d\lambda \quad (\text{A } 30)$$

すると体積塑性歪は、 $d\varepsilon_{11}^p = 0$ 、及び、(A29)、(A30)式より、

$$d\varepsilon_{ii}^p = (A_{2222} + A_{2233})\sigma_{22}d\lambda \quad (\text{A } 31)$$

Hillの塑性ポテンシャルのように、塑性変形が静水圧によらなければ、 $d\varepsilon_{ii}^p = 0$ より、

$$A_{2222} + A_{2233} = 0 \quad (\text{A } 32)$$

A_{2222} を実験により求めれば、 A_{2233} が求められ、3方向の塑性歪が計算される。

参考文献

- [1] 複合材料ハンドブック、日本複合材料学会編、日刊工業社(1989).
- [2] 小田和祐、「高速車両の最近の技術動向」、日本航空宇宙学会誌、Vol. 42, No. 490 (1994).
- [3] J. M. Whitney, I. M. Daniel and R. B. Pipes, *Experimental Mechanics of Fiber Reinforced Composite Materials*, Society for Experimental Stress Analysis Monograph No. 4, Connecticut, (1982).
- [4] R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, Scripta Book Company (1975).
- [5] P. H. Petit and M.E. Waddoups, "A Method of Predicting the Nonlinear Behavior of Laminated Composites," *J. Comp. Mater.*, Vol. 3 (January 1969), 2.
- [6] S. Amijima and T. Adachi, "Nonlinear Stress-Strain Response of Laminated Composites," *J. Comp. Mater.*, Vol.13 (July 1979), 206.
- [7] H. T. Hahn and S. T. Tsai, "Nonlinear Elastic Behavior of Unidirectional Composite Laminae," *J. Comp. Mater.*, Vol. 7 (January 1973), 102.
- [8] H. T. Hahn, "Nonlinear Behavior of Laminated Composites," *J. Comp. Mater.*, Vol. 7 (April 1973), 257.
- [9] Z. Hashin, D. Bagchi and B.W. Rosen, "Non-Linear Behavior of Fiber Composite Laminates," NASA CR 2313 (April 1974).
- [10] R. M. Jones and H. S. Morgan, "Analysis of Nonlinear Stress-Strain Behavior of Fiber-Reinforced Composite Materials," *AIAA J.* Vol. 15 No. 12 (December 1977), 1669.
- [11] T. Ishikawa, M. Matsushima and Y. Hayashi, "Hardening Non-Linear Behavior in Longitudinal Tension of Unidirectional Carbon Composites," *J. Mater. Sci.*, Vol. 20 (1985), 4075.
- [12] Y. Surret and A. Vautrin, "On a Modeling of the Plastic Response of FRP under Monotonic Loading," *J. Comp. Mater.*, Vol. 23 (March 1989), 232.
- [13] R. L. Foye, "Theoretical Post-Yielding Behavior of Composite Laminates," *J. Comp. Mater.*, Vol. 7 (April 1973), 178.
- [14] G. J. Dvorak and Y. A. Bahei-El-Din, "Plasticity Analysis of Fibrous Composites," *J. Appl. Mech.*, Vol. 49 (June 1982), 327.
- [15] D. Kenaga, J. F. Doyle and C. T. Sun, "The Characterization of Boron/Aluminum Composite in the Nonlinear Range as an Orthotropic Elastic-Plastic Material," *J. Comp. Mater.*, Vol. 21 (June 1987), 516.
- [16] C. T. Sun and J. L. Chen, "A Simple Flow Rule for Characterizing Nonlinear Behavior of Fiber Composites," *J. Comp. Mater.*, Vol. 23 (October 1989), 1009.
- [17] A. C. Hansen, D. M. Blackketer and D. E. Walrath, "An Invariant-Based Flow Rule

- for Anisotropic Plasticity Applied to Composite Materials," *J. Appl. Mech.*, Vol. 58 (December 1991), 881.
- [18] R. Vaziri, M. D. Olson and D. L. Anderson, "A Plasticity-Based Constitutive Model for Fiber-Reinforced Composite Laminates," *J. Comp. Mater.*, Vol. 25 (May 1991), 512.
- [19] C. T. Sun and J. L. Chen, "A Micromechanical Model for Plastic Behavior of Fibrous Composites," *Comp. Sci. Tech.*, Vol. 40 (1991), 115.
- [20] J. L. Chen and C. T. Sun, "A Plastic Potential Function Suitable for Anisotropic Fiber Composites," *J. Comp. Mater.*, Vol. 27 No. 14 (1993), 1379.
- [21] C. T. Sun, I. Chung and I. Y. Chang, "Modeling of Elastic-Plastic Behavior of LDFTM and Continuous Fiber Reinforced AS-4/PEEK Composites," *Comp. Sci. Tech.*, Vol. 43 (1992), 339.
- [22] D. H. Allen, C. E. Harris and S. E. Groves, "A Thermomechanical Constitutive Theory for Elastic Composites with Distributed Damage," *Int. J. Solids & Struct.*, Vol. 23 No. 9 (1987), 1301.
- [23] R. Talreja, *Damage Mechanics of Composite Materials* (Composite Materials Series, Vol. 4), Elsevier Science B. V. (1994), Chap. 4, Inelastic Strains and Damages, P. Ladeveze.
- [24] C. L. Chow and F. Yang, "A Simple Model for Brittle Composite Lamina with Damage," *J. Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 11 (March 1992), 222.
- [25] 金川, 村上, 小坂, 白, 石田, "損傷を考慮したCFRPの非弾性変形挙動の解析," *日本複合材料学会誌*, Vol. 21 No. 1 (1995), 27.
- [26] S. R. Bodner and Y. Partom, "Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials," *J. Appl. Mech.*, (June 1975), 385.
- [27] M. A. Eisenberg and C.-F. Yen, "A Theory of Modified Anisotropic Viscoplasticity," *J. Appl. Mech.*, Vol. 48 (June 1981), 276.
- [28] E. Krempl and B. Z. Hong, "A Simple Laminate Theory Using the Orthotropic Viscoplasticity Theory Based on Overstress. Part I: In-Plane Stress-Strain Relationships for Metal Matrix Composites," *Comp. Sci. Tech.*, (1989), 53.
- [29] T. S. Gates and C. T. Sun, "Elastic/Viscoplastic Constitutive Model for Fiber Reinforced Thermoplastic Composites," *AIAA J.* Vol. 29 No. 3 (March 1991), 457.
- [30] K. J. Yoon and C. T. Sun, "Characterization of Elastic-Viscoplastic Properties of an AS4/PEEK Thermoplastic Composite," *J. Comp. Mater.*, Vol. 25 (October 1991), 1277.
- [31] S. K. Ha, Q. Wang and F.-K. Chang, "Modeling the Viscoplastic Behavior of Fiber-Reinforced Thermoplastic Matrix Composites at Elevated Temperatures," *J. Comp. Mater.*, Vol. 25 (April 1991), 334.
- [32] C. T. Sun and K. J. Yoon, "Characterization of Elastic-Plastic Behavior of AS4/PEEK Thermoplastic Composite for Temperature Variation," *J. Comp. Mater.*, Vol. 25

(October 1991), 1297.

[33] G. S. Springer, "Moisture Content of Composites Under Transient Conditions," *J. Comp. Mater.*, Vol. 11 (1977), 107.

[34] C. H. Shen and G. S. Springer, "Moisture Absorption and Desorption of Composite Materials," *J. Comp. Mater.*, Vol. 10 (1976), 2.

[35] Loos and Springer, "Moisture Absorption of Graphite-Epoxy Composites Immersed in Liquids and in Humid Air," *J. Comp. Mater.*, Vol. 13 (April 1977), 131.

[36] R. Hill, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford Clarendon Press (1950).

[37] S. T. Tsai and H. T. Hahn, *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing Company, Inc. (1980).

[38] A. E. Green and J. E. Adkins, *Large Elastic Deformations and Non-Linear Continuum Mechanics*, Oxford Univ. Press, London (1960).

[39] N. J. Pagano and J. C. Halpin, "Influence of End Constraint in the Testing of Anisotropic Bodies," *J. Comp. Mater.*, Vol. 2 No. 1 (January 1968), 18.

謝辞

本研究を遂行するに当たって、多くの人から協力や助言を頂きました。

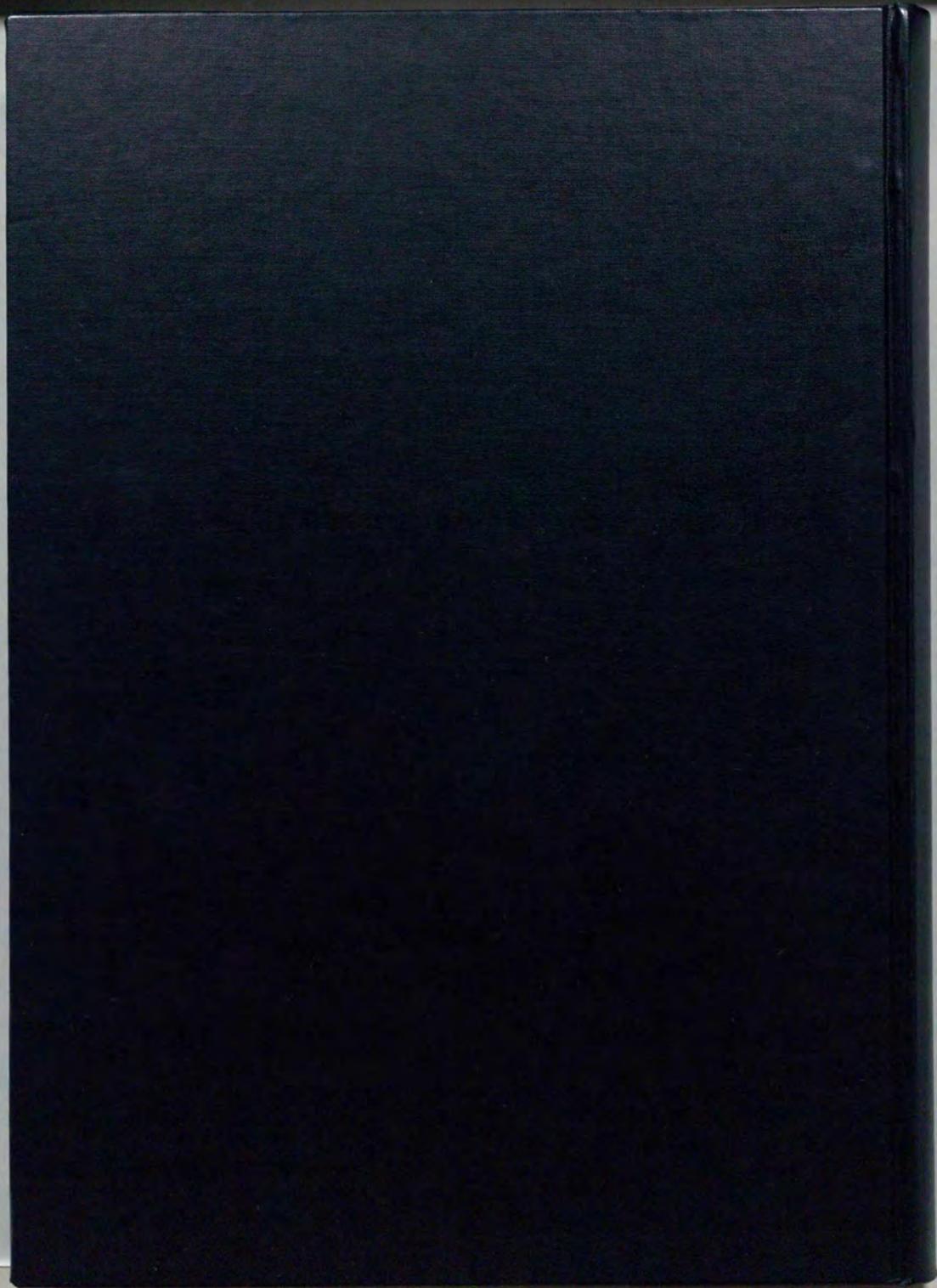
指導教官である武田展雄助教授（東京大学先端科学技術研究センター）には、研究に取り組む姿勢と厳しさを教わるとともに、具体的に研究を進めていく上で、多くの助言と激励を頂きました。近藤恭平教授（東京大学工学部）、塩谷義教授（東京大学工学部）、小野田淳次郎教授（文部省宇宙科学研究所）、青木隆平助教授（東京大学工学部）には、本論文を纏めるに当たり、数々の議論を通して多くの助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

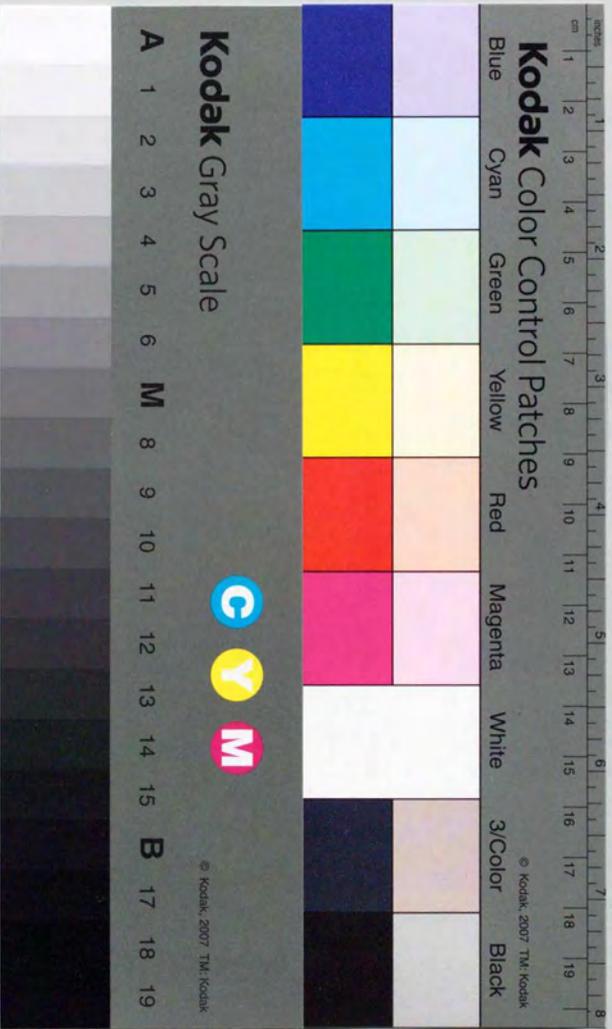
本研究の共同実験者である小林訓史氏（東京理科大学）、稲垣孝一氏（工学院大学）には、試験片の作製や実験を手伝って頂きました。大変、感謝します。

武田研究室、及び、東京理科大学小林研究室の皆さんにもいろいろとお世話になりました。荻原慎二氏（現 東京理科大学）、万利群氏（現 ワープエンジニアリング）、宋東烈氏、木村浩巳氏（新日鐵）とは同時期に博士課程を過ごし、多くの協力と助言を頂きました。佐藤哲郎氏（現 日本車輛）、高坂達郎氏、新妻秀規氏（現 川崎重工）、島田卓也氏（現 東洋エンジニアリング）、熊本大誉氏、津吉宏卓氏、岡部洋二氏、桐山真美氏、谷村寛氏（東京理科大学）、鈴木聡氏（同左）、橋本好弘氏（同左）、小林訓史氏（同左）、鈴木信彦氏（同左）、千葉武史氏（同左）のお陰で明るい雰囲気の中で研究生生活を送ることができました。また、森久史氏（岸研究室）は、実験装置の使用を快く承知して下さいました。この場を借りて感謝いたします。

さらに、技術補佐員の古寺利男氏（現 明電舎）、池嶋晋一郎氏（現 日興電機工業）、稲垣孝一氏（工学院大学）には、治具作製、及び、実験遂行に当たり、惜しみない助言と協力を頂きました。感謝いたします。

最後に、大学院在学中、理解と協力を示してくれた家族に感謝します。





Kodak Color Control Patches

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

© Kodak, 2007 TM: Kodak

Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM: Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 B 11 12 13 14 15 17 18 19