

4.5 摂動法を用いた多様性の集約化

前節で述べた通りモーメント項を評価することは現在の所非常に難しく、モデルによる数値計算結果を解析する以外には無い。これは逆に言うならば、前章で取り上げた手法は今の所は現実には使えないことを意味している。

本節では前節までモーメント項の重要性とクロージャー問題について検討を加えてきたが、逆にフラックスにある許容誤差を認め、モーメント項がその許容誤差より小さければモーメント項を考慮しなくて良いことになる。換言すれば、2種類の土地被覆からなる領域でどのような地表面パラメータの範囲にあれば集約して扱えるかということになる。この集約するための判断基準を、線形化モデルの Taylor 展開を基に摂動法によって定めるのが本節の目的である。まず4つの地表面パラメータのうち一つだけが分布している場合について検討する。

4.5.1 熱物理係数が分布している領域

熱物理係数は4.3.3項のところでも述べたように、日平均には全く影響を与えない(例えば図4.13)。ここでは触れないが、以下の手法と同様に導くことができる。

4.5.2 アルベドが分布している領域

アルベドは日平均温度差、式(4.30)と地表面温度の振幅、式(4.44)にのみ現れる。従って他の物理量が分布していない場合、モーメント項は現れないのでアルベドは領域平均を使えば正確な状態量とフラックスが求まることになる。

4.5.3 バルク係数が分布している領域

地表面温度と気温の日平均温度差、式(4.30)を2次の項まで Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \delta T_M &= \frac{R_M - \sigma T_M^4 - v\beta(\bar{C}_H + C_H')}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)(\bar{C}_H + C_H')} = \frac{(R_M - \sigma T_M^4 - v\beta\bar{C}_H) - v\beta C_H'}{\{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H\} + (\nu + \tau\beta)C_H'} \\ &= -\frac{v\beta}{\nu + \tau\beta} \\ &\quad + \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - v\beta\bar{C}_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} + \frac{v\beta}{\nu + \tau\beta} \right) \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} C_H' + \left(\frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} \right)^2 C_H'^2 + O(C_H'^2) \right\} \\ &\approx \Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}(1 - \Upsilon_{C_H} C_H' + \Upsilon_{C_H}^2 C_H'^2) \end{aligned} \quad (4.104)$$

となる。ここで

$$\nu = c_p \rho_a u \quad (4.105)$$

$$\tau = l \rho_a u \Delta \quad (4.106)$$

$$v = l \rho_a u \{q_{sat}(T_M) - q\} \quad (4.107)$$

と置いている。更に Taylor 展開した式では

$$\Lambda_{C_H} = -\frac{\varepsilon\beta}{\nu + \tau\beta} \quad (4.108)$$

$$\Psi_{C_H} = \frac{R_M - \sigma T_M^4 - v\beta\bar{C}_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} + \frac{v\beta}{\nu + \tau\beta} \quad (4.109)$$

$$\Upsilon_{C_H} = \frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} \quad (4.110)$$

と置き換えている。

顕熱の日平均を表す式(4.57)に式(4.104)を代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{H_M}{\nu} &= (\bar{C}_H + C_H')\delta T_M = (\bar{C}_H + C_H') \{ \Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}(1 - \Upsilon_{C_H} C_H' + \Upsilon_{C_H}^2 C_H'^2) \} \\ &= \Lambda_{C_H} \bar{C}_H + \Psi_{C_H} \bar{C}_H - \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} \bar{C}_H C_H' + \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H}^2 \bar{C}_H C_H'^2 \\ &\quad + \Lambda_{C_H} C_H' + \Psi_{C_H} C_H' - \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} C_H'^2 + \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H}^2 C_H'^3 \end{aligned} \quad (4.111)$$

となる。ここで領域平均を取り、更に最終項は高次の項として無視すると

$$\overline{\frac{H_M}{\nu}} = (\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H})\bar{C}_H + \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1) \overline{C_H'^2} \quad (4.112)$$

この式の右辺第1項は平均値から計算されるフラックスであり、第2項はバルク係数が分布していることによって生じるフラックスを表すモーメント項である。このモーメント項がある推定誤差 $\delta \overline{H_M}$ より小さければ、分布を考えなくて良く、対象領域内で集約して扱えることになる。これを式で表すと次のようになる。

$$\frac{\delta \overline{H_M}}{\nu} > |\Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1)| \overline{C_H'^2} \quad (4.113)$$

潜熱についても全く同様にして、

$$\begin{aligned} \frac{lE_M}{\tau\beta} &= (\bar{C}_H + C_H') \{ [q_s(T_M) - q] + \Delta \delta T_M \} \\ &= \{ [q_s(T_M) - q] + \Delta(\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \} \bar{C}_H - \Delta \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} \bar{C}_H C_H' \\ &\quad + \Delta \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H}^2 \bar{C}_H C_H'^2 \\ &\quad + \{ [q_s(T_M) - q] + \Delta(\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \} C_H' - \Delta \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} C_H'^2 \\ &\quad + \Delta \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H}^2 C_H'^3 \end{aligned} \quad (4.114)$$

となる。領域平均を取り3次以上の項を無視すると、

$$\overline{\frac{lE_M}{\tau\beta}} = \{ [q_s(T_M) - q] + \Delta(\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \} \bar{C}_H + \Delta \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1) \overline{C_H'^2} \quad (4.115)$$

となる。許容誤差を $\delta \overline{lE_M}$ とするとバルク係数の許容範囲は

$$\frac{\delta \overline{lE_M}}{\tau\beta\Delta} > \Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1) \overline{C_H'^2} \quad (4.116)$$

となる。式(4.113)と式(4.116)を $\overline{C_H'^2}$ について解くと、

$$\overline{C_H'^2} < \frac{1}{|\Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1)|} \frac{\delta \overline{H_M}}{\nu} \quad (4.117)$$

$$\overline{C_H'^2} < \frac{1}{\Psi_{C_H} \Upsilon_{C_H} (\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H - 1)} \frac{\delta \overline{lE_M}}{\tau\beta\Delta} \quad (4.118)$$

となる。

ここで式(4.117)と式(4.118)の右辺の比を取り更に許容誤差が等しいとして $\delta\bar{H}_M = \delta\bar{E}_M$ とすると両式のうち、より制約的な方が一意に定まる。両式の比 $\tau\beta\Delta/\nu = \beta\Delta/c_p$ が1より大きければ潜熱の誤差、式(4.118)の方がより厳しい制限となる。

$$\beta\Delta < 0.401 \times 10^{-3} \quad \text{の時、式(4.117)がより厳しい} \quad (4.119)$$

$$\beta\Delta \geq 0.401 \times 10^{-3} \quad \text{の時、式(4.118)がより厳しい} \quad (4.120)$$

$\beta = 1$ すると、日平均気温がおよそ 6°C 以下の時顕熱に対する条件式(4.117)の方が厳しく、それ以上の場合には潜熱に対する条件式(4.118)の方が厳しくなる。

ここで式(4.104)のTaylor近似に伴う誤差について検討を加える。Taylor展開の式の誤差はラグランジェの剰余項などで表されるが、許容誤差を δT_M に対してではなくフラックスに対して考える。今Taylor展開による顕熱、潜熱各々に対する許容誤差を $\delta H_{M,T}$ と $\delta E_{M,T}$ とすると、

$$\frac{\delta\bar{H}_{M,T}}{\nu} > \bar{C}_H \Psi_{C_H} (\Upsilon_{C_H} C_H')^3 \quad (4.121)$$

$$\frac{\delta\bar{E}_{M,T}}{\tau\beta} > \bar{C}_H \Psi_{C_H} (\Upsilon_{C_H} C_H')^3 \quad (4.122)$$

となつて、 C_H' について解くと

$$|C_H'| < \frac{1}{\Upsilon_{C_H}} \sqrt[3]{\frac{\delta\bar{H}_{M,T}}{\nu \bar{C}_H \Psi_{C_H}}} \quad (4.123)$$

$$|C_H'| < \frac{1}{\Upsilon_{C_H}} \sqrt[3]{\frac{\delta\bar{E}_{M,T}}{\tau\beta \Delta \bar{C}_H \Psi_{C_H}}} \quad (4.124)$$

$$(4.125)$$

となる。これは数学的な近似誤差であり C_H' が上記の条件を満たさないと、Taylor近似ができなくなる。従つてTaylor近似が成り立たない場合、例え集約化の条件、式(4.113)あるいは式(4.116)を満たしていたとしても、集約化できるとは言えない。つまり、式(4.123)、式(4.124)も成り立って初めて集約化できると言える。また与えられたTaylor展開は無限級数項の時、厳密に一致するが、ある限られた区間で有限級数で近似する場合、Taylor級数展開は最適な級数ではなく、最小2乗法などで最適化したものの方が近似精度が良い。ここでは細述を避けるが、付録Bでは土壌の水分特性曲線を対象として詳しく取り上げる。

次にフラックスの振幅の(時間変化に対する)精度について考える。地表面温度の振幅は式(4.44)で表されるが、図4.19が示すように各物理量の位相はあまり変化しないので、式(4.44)に現れる三角関数の項を一定として考える。

A_1 をバルク係数の平均値とそれからの偏差で表しTaylor展開すると、

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \{4\sigma T_M^3 + \nu(\bar{C}_H + C_H')\} \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau\beta)(\bar{C}_H + C_H')} \\ &= \frac{R_1 \cos \phi + B_1(4\sigma T_M^3 + \nu\bar{C}_H) \cos \psi + B_1 C_H' \nu \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H + (\nu + \tau\beta)C_H'} \\ &= \frac{B_1 \nu \cos \psi}{\nu + \tau\beta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\frac{R_1 \cos \phi + B_1(4\sigma T_M^3 + \nu\bar{C}_H) \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} - \frac{B_1 \nu \cos \psi}{\nu + \tau\beta} \right) \frac{1}{1 + \frac{1}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} C_H'} \\ &= \Xi_{C_H} + \Phi \frac{1}{1 + \Theta C_H'} \approx \Xi_{C_H} + \Phi(1 - \Theta C_H' + \Theta^2 C_H'^2) \end{aligned} \quad (4.126)$$

となる。ここで、

$$\Xi_{C_H} = \frac{B_1 \nu \cos \psi}{\nu + \tau\beta} \quad (4.127)$$

$$\Phi_{C_H} = \frac{R_1 \cos \phi + B_1(4\sigma T_M^3 + \nu\bar{C}_H) \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} - \frac{B_1 \nu \cos \psi}{\nu + \tau\beta} \quad (4.128)$$

$$\Theta_{C_H} = \frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} \quad (4.129)$$

$$(4.130)$$

と置き換えている。上式を式(4.57)に代入すると顕熱は

$$\begin{aligned} \frac{H_1}{\nu} \cos \eta &= (\bar{C}_H + C_H') \{ \Xi_{C_H} + \Phi_{C_H}(1 - \Theta_{C_H} C_H' + \Theta_{C_H}^2 C_H'^2) - B_1 \cos \psi \} \\ &= \bar{C}_H \Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} \bar{C}_H - \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} \bar{C}_H C_H' + \Phi_{C_H} \Theta_{C_H}^2 \bar{C}_H C_H'^2 - B_1 \bar{C}_H \cos \psi \\ &\quad + \Xi_{C_H} C_H' + \Phi_{C_H} C_H' - \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} C_H'^2 + \Theta_{C_H}^2 C_H'^3 - B_1 C_H' \cos \psi \end{aligned} \quad (4.131)$$

となる。ここで領域平均を取り3次以上の項を無視すると、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{H}_1}{\nu} \cos \eta &= \bar{C}_H \Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} \bar{C}_H + \Phi_{C_H} \Theta_{C_H}^2 \bar{C}_H \bar{C}_H'^2 \\ &\quad - B_1 \bar{C}_H \cos \psi - \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} \bar{C}_H'^2 \end{aligned} \quad (4.132)$$

$$= \bar{C}_H \Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} \bar{C}_H + \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} (\Theta_{C_H} \bar{C}_H - 1) \bar{C}_H'^2 \quad (4.133)$$

となる。モーメント項の寄与が許容誤差 δH_1 以下である条件は次のようになる。

$$\frac{\delta H_1}{\nu} \cos \eta > \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} (\Theta_{C_H} \bar{C}_H - 1) \bar{C}_H'^2 \quad (4.134)$$

従つてバルク係数の分散の範囲は

$$\bar{C}_H'^2 < \frac{\delta H_1}{\nu |\Phi_{C_H} \Theta_{C_H} (\Theta_{C_H} \bar{C}_H - 1)|} \cos \eta \quad (4.135)$$

となる。同様にして潜熱の振幅についても、

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{\tau\beta} \cos \phi &= (\bar{C}_H + C_H') (\delta T_1 \cos \theta + B_1 \cos \alpha) \\ &= (\bar{C}_H + C_H') \\ &\quad \left\{ \Xi_{C_H} + \Phi_{C_H}(1 - \Theta_{C_H} C_H' + \Theta_{C_H}^2 C_H'^2) - B_1 \cos \phi \right\} \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha \\ &= \bar{C}_H \{ (\Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} - B_1 \cos \phi) \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha \} \\ &\quad + C_H' \{ (\Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} - B_1 \cos \phi) \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha \} \\ &\quad - (\Phi_{C_H} \Theta_{C_H} C_H' \bar{C}_H + \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} C_H'^2) \sec \eta \cos \theta \\ &\quad + (\Phi_{C_H} \Theta_{C_H}^2 \bar{C}_H C_H'^2 + \Phi_{C_H} \Theta_{C_H}^2 C_H'^3) \sec \eta \cos \theta \end{aligned} \quad (4.136)$$

となつて、この式の領域平均を取り3次以上の高次項を無視すると、

$$\frac{\overline{E_1}}{\tau\beta} \cos \phi = \overline{C_H} \{(\Xi_{C_H} + \Phi_{C_H} - B_1 \cos \phi) \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha\} - \Phi_{C_H} \Theta_{C_H} (1 - \Theta_{C_H} \overline{C_H}) \sec \eta \cos \theta \overline{C_H}^2 \quad (4.137)$$

となる。モーメント項の許容誤差を $\delta\overline{E_1}$ とすれば上式の右辺第2項から

$$\overline{C_H}^2 < \frac{\delta\overline{E_1}}{\tau\beta|\Phi_{C_H}\Theta_{C_H}(1-\Theta_{C_H}\overline{C_H})|} \frac{\cos \eta \cos \phi}{\cos \theta} \quad (4.138)$$

と表される。ここで日平均のところで行なつたように、式(4.135)と式(4.138)のうちどちらが厳しい条件かを調べておく。式(4.135)の右辺を式(4.138)の右辺で割り、 $\delta\overline{H_1} = \delta\overline{E_1}$ として

$$\frac{\delta\overline{H_1} |\cos \eta| / \{\nu\Phi_{C_H}\Theta_{C_H}(\Theta_{C_H}\overline{C_H} - 1)\}}{\delta\overline{E_1} |\cos \phi \cos \eta| / \{\tau\beta\Phi_{C_H}\Theta_{C_H}(\Theta_{C_H}\overline{C_H} - 1)\}} = \frac{\tau\beta}{\nu \cos \phi} = \frac{2.48 \times 10^3 \beta \Delta}{\cos \phi} \quad (4.139)$$

例えば図4.19から $\phi = 3.7 \sim 4.0$ で、 $\cos \phi \approx 0.7$ だから

$$\beta \Delta \leq 2.82 \times 10^{-4} \text{ の時、式(4.135)の方が厳しい} \quad (4.140)$$

$$\beta \Delta \geq 2.82 \times 10^{-4} \text{ の時、式(4.138)の方が厳しい} \quad (4.141)$$

$\beta = 1$ とすると、日平均気温が約 1°C 以下であれば顕熱の条件の方が厳しく、それ以上であれば潜熱の方が厳しい条件となる。

日平均の所で述べたのと同様に振幅に関しても Taylor 展開近似について検討する必要がある。結果だけを示せば、

$$|\overline{C_H}'| < \frac{1}{\Theta} \sqrt[3]{\frac{\delta\overline{H_1,T}}{\nu\overline{C_H}\Phi_{C_H}} \cos \eta} \quad (4.142)$$

$$|\overline{C_H}''| < \frac{1}{\Theta} \sqrt[3]{\frac{\delta\overline{E_1,T}}{\tau\overline{C_H}\beta\Phi_{C_H}} \frac{\cos \phi \cos \eta}{\cos \theta}} \quad (4.143)$$

となる。

代表地表面でのバルク係数の範囲

上で導いた、ある誤差を許容すれば分布を陽に考慮しなくて良いバルク係数の標準偏差と近似範囲を4.3節の表4.2と表4.3、表4.4と同じ地表面パラメータ、気象条件を用いて調べる。

図4.57は地表面Asの日平均顕熱の許容標準偏差範囲を示している。図には領域平均の真値に対する誤差が5、10、15、20W/m²の時の許容標準偏差を示している。5W/m²は接地境界層観測値から得られるフラックスの誤差に相当し、これ以下の誤差は真値としての観測値と比較する場合にも必要無い値である。20W/m²は夏の裸地面からの蒸発量の10%~20%に相当する値で、これ以上の日平均としての誤差は許されない値である。許容標準偏差以下の値であれば集約化が行なえるので、この図中の各線より下側の値であれば条件を満たすことになる。

バルク係数 $\overline{C_H}$ が 10^{-4} 以下の領域では $2 \sim 5 \times 10^{-4}$ の間で一定の値を取っている。これは式(4.109)の Ψ_{C_H} 、式(4.110)の Υ_{C_H} 共に他の項に比べて $\overline{C_H}$ の寄与が小さいためである。 10^{-3} 以上の領域ではバルク係数が大きくなるにつれて、急速に許容標準偏差も大きくなる。許容誤差は $\overline{C_H}$ によらな

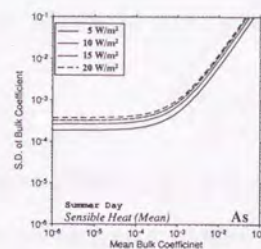


図4.57: 地表面Asの日平均顕熱 H_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

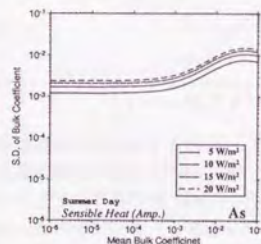


図4.59: 地表面Asの顕熱平均振幅 H_1 に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

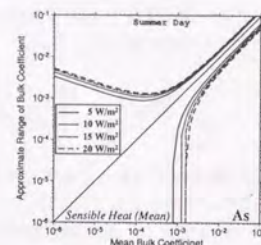


図4.58: 地表面Asの日平均顕熱 H_M に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

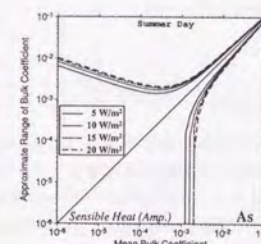


図4.60: 地表面Asの顕熱平均振幅 H_1 に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

いから、 \bar{C}_H が増加しても許容標準偏差はあまり変化しないと直観的には考えられるが、 \bar{C}_H が増加すると \bar{C}_H が支配因子となり Ψ_{C_H} 、 Υ_{C_H} 共に小さくなる。そして更に式(4.110)から Υ_{C_H} は

$$\Upsilon_{C_H} \bar{C}_H = 1 - \frac{4\sigma T_M^3}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H} \quad (4.144)$$

となつて、式(4.117)の分母全てが小さくなるので、 \bar{C}_H^2 の許容範囲は急激に増加する。即ち \bar{C}_H が大きくなる領域ではバルク係数の分布はあまり影響を与えないと言える。

図4.58は式(4.123)の許容近似範囲を示している。各線は図4.57の時と同じ値で、許容される範囲は同じ許容 Taylor 展開誤差の曲線で囲まれた内側となる。

両対数軸のため一見すると、バルク係数が小さいほど許容範囲が大きいように見えるが、許容範囲の式(4.123)の分母にある $\Psi_{C_H} \bar{C}_H$ は

$$\Psi_{C_H} \bar{C}_H = \frac{(R_M - \sigma T_M^4)(\nu + \tau\beta) + 4\sigma T_M^3 \kappa\beta \bar{C}_H}{\{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H\}(\nu + \tau\beta)} \quad (4.145)$$

となり、 \bar{C}_H が支配的な場合 $\Psi_{C_H} \bar{C}_H$ は定数と見なし得るので、 $|C_H|$ は $1/\Upsilon_{C_H}$ 、即ち \bar{C}_H に比例するので式(4.123)は増加することになる。

次に振幅について考える。図4.59に顕熱の振幅に対するバルク係数の許容標準偏差が示してある。 \bar{C}_H が変化しても許容標準偏差は殆んど変化しないことがわかる。一つにはグラフが両対数で描かれているからである。式(4.135)の分母だけに着目して、 Φ_{C_H} 、 Θ_{C_H} を使わずに書き表すと、

$$\frac{1}{\Phi_{C_H} \Theta_{C_H} (\Theta_{C_H} C_H - 1)} \quad (4.146)$$

$$= \frac{\{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau\beta)\bar{C}_H\}^3}{(4\sigma T_M^3 + \Gamma)(\nu + \tau\beta)^2 \{(\nu + \tau\beta)R_1 \cos \phi - (4\sigma T_M^3 + \Gamma)B_1 \nu \cos \phi\}} \quad (4.147)$$

となる。この式から許容標準偏差は $\cos \eta$ の変化を考えなければ、 C_H の3次式となり単調な増減になる。一般に3次関数の増加率は大きいという直観が働くが、図4.59ではあまり変化が見られない。これは $(\nu + \tau\beta)\bar{C}_H$ のオーダーが高々1程度だからである。 \bar{C}_H が 10^{-4} 以下のところでは \bar{C}_H より1オーダー程度小さいので、 \bar{C}_H が充分小さければ \bar{C}_H にはよらず、一定の値を取ることになる。 10^{-3} 程度以下では殆んど変わらず、 10^{-2} 付近で増加し始めるのは $(4\sigma T_M^3 + \Gamma)/(\nu + \tau\beta)$ と同じオーダーに \bar{C}_H がなったためである。 10^{-1} 付近では若干減少しているがこれは先ほど定数と見做していた $\cos \eta$ が減少するために、 10^{-2} と 10^{-1} の間に極大かつ最大値が存在することになる。

顕熱の振幅に対する許容 Taylor 展開範囲は日平均よりも厳しくなっているが(図4.60)、その傾向は変わらなく、日平均の所で述べたことで説明される。

Asでは蒸発効率 ϵ は0としているので潜熱は生じない。同じく蒸発効率 ϵ が0のCoでも図の特徴はAsと変わらない。

次に潜熱もある場合として、WSの場合を詳しく検討する。図4.61は顕熱の日平均に対する許容標準偏差を示している。この図でもAsと同様に \bar{C}_H が 10^{-4} 以下の領域では $\times 10^{-4}$ 程度の間で一定の値を取っているのが見られる。これは(4.117)の Ψ_{C_H} 、 Υ_{C_H} が共に他の項に比べて \bar{C}_H の寄与が小さいためである。 10^{-3} 以上の領域ではバルク係数が大きくなるにつれて、急速に許容標準偏差も大きくなる。図4.62に \bar{H}_M の許容 Taylor 近似誤差に対する近似範囲を示す。Asでは許容誤差が変化してもあまり大きな変化は見られなかったが、WSでは大きな差となっている。これ

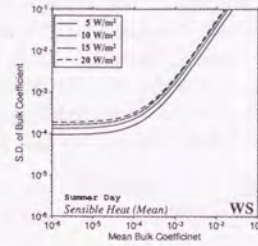


図 4.61: 地表面 WS の日平均顕熱 H_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

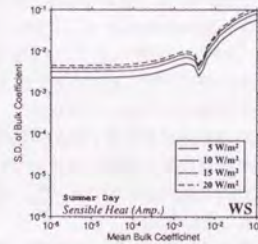


図 4.63: 地表面 WS の顕熱振幅 H_1 に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

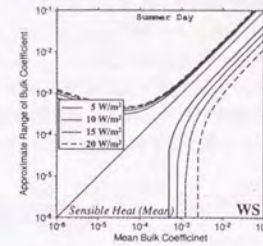


図 4.62: 地表面 WS の日平均顕熱 H_M に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

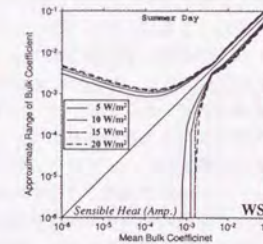


図 4.64: 地表面 WS の顕熱振幅 H_1 に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

は式(4.123)の Ψ_{C_H} がAsの時よりもWSの時の方が小さいため、式(4.145)でAsの時の $\beta = 0$ とすると

$$\Psi_{C_H} = \frac{R_M - \sigma T_M^4}{4\sigma T_M^3 + \nu \bar{C}_H} \quad (4.148)$$

となって $\beta > 0$ の時の方が Ψ_{C_H} が大きく、誤差の違いによる近似範囲は大きくなるのが説明される。潜熱の生じる土地被覆での Ψ_{C_H} が無い土地被覆での値よりも小さくなるのは、 Ψ_{C_H} が気温と地表面温度との差を表すもので、蒸発があるところでは潜熱により地面が冷やされることから説明できる。

顕熱の振幅に対する許容標準偏差は図4.63に示してあるが、 \bar{C}_H が 10^{-4} 以下のところでは \bar{C}_H が 10^{-3} 程度まで許容されるが、それ以上のところでは同程度以下の偏差まで許容される。これは式(4.145)で \bar{C}_H が小さい時には $(\nu + \tau\beta)\bar{C}_H$ の項よりも $4\sigma T_M^3$ の項の方が卓越しているため \bar{C}_H の値に関わり無く許容範囲が定まっているからである。 10^{-3} 以上の領域で極小値一つ持ち、極小値より大きい領域では下に凸の曲線で緩やかに増加している。この特徴はIB以外の潜熱が生じている土地被覆でも見られる。顕熱の振幅の最大値は図4.42に示されているが、急激に最大値が変化する \bar{C}_H と極小値を取る \bar{C}_H とは一致している。式(4.135)で分母に現れる $1/|\Theta\bar{C}_H - 1|$ は

$$\frac{1}{\Theta\bar{C}_H\bar{C}_H - 1} = \left| 1 + \frac{(\nu + \tau\beta)\bar{C}_H}{4\sigma T_M^3 + \Gamma} \right|$$

で、 τ は今計算している条件下では正だからこの式も正となり、 \bar{C}_H に対する増加関数である。また Φ_{C_H} も Θ_{C_H} も明らかに増加関数だから、許容標準偏差が減少するのは、 $\cos\eta$ が減少するためと考えられる。 $\eta = \phi - \theta$ を念頭に、 θ を表す図4.45と ϕ を表す図4.46を参照すると、 $\psi \approx 3.5$ 、バルク係数が小さく位相が大きく変化する前は $\theta \approx 3.5$ 、変化した後では $\phi \approx 1.2$ と読みとれる。従って位相が大きく変化する前は $\eta \approx 0$ 、変化した後では $\eta \approx 2.2$ となり、各々の余弦は1と-0.589となる。この間 θ も連続的に変化するので η も連続的に変化して、中間値の定理により $\cos\eta = 0$ を $\eta = \pi/2$ で取ることになる。すると式(4.135)の右辺が0となる点が存在することになる。図4.63で0になる点が現れていないのは、グラフを描く際に、0となる近傍の点がなかったためで、実際には凹の内部で0になる所が存在している。このようにして凹の部分は何故生じるかが説明されたが、実はこの時 $\sec\eta = \infty$ だから、 $\delta T_1 = \infty$ となって非現実的となる。線形化モデルでは大気からのフィードバックを考慮できないためにこのような非現実的な値が出るのであって、逆に言えばこのような状態のバルク係数は現実的には取らないということになる。

図4.64に顕熱の許容近似範囲を示す。基本的な形は図4.60と同じであるが、図4.63の極小値と同じ \bar{C}_H のところで近似範囲が狭くなっている。これは今述べたように $\cos\eta$ が0となるためであり、この図でも本来は $|C_H| = 0$ となるので、上下限の曲線は一致する点が存在する。

次にWSに対する潜熱の算定誤差について検討を加える。図4.65は日平均潜熱の許容標準偏差が示されている。顕熱の図4.61よりも許容標準偏差が小さくなっているが、現在与えている条件は $T_M = 20^\circ\text{C}$ であり、これは式(4.120)を満たしているからである。

図4.66の日平均潜熱の近似誤差についてもほぼ顕熱の場合の図4.62と同じであるが、今述べたことと同様に図4.62の方が条件は緩い。

図4.67には潜熱の最大振幅の許容誤差に対する許容標準偏差が示されている。この図も顕熱の図4.63とほぼ同じ変化を示す。全般的な傾向としては、今与えている気象条件は式(4.138)を満たすから潜熱の方が厳しい条件となっている。しかし、図4.63の説明の所で述べたグラフの急変部はその点の両側から収束する値は同一であったが、図4.67では左側から近付く場合減少し、右側から近付く場合は増加する。これは式(4.138)の分母に $\cos\theta$ があるためである。

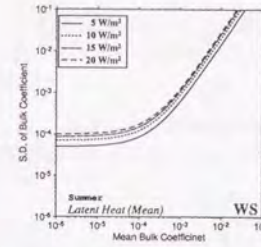


図4.65: 地表面WSの日平均潜熱 IE_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

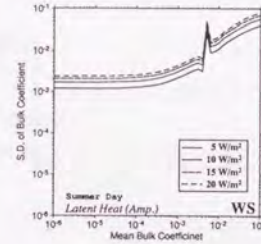


図4.67: 地表面WSの潜熱振幅 IE_1 に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

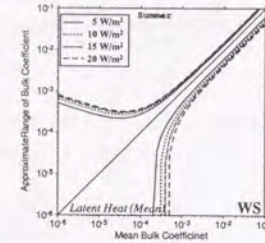


図4.66: 地表面WSの日平均潜熱 IE_M に対する許容Taylor展開範囲: 夏の気象条件。

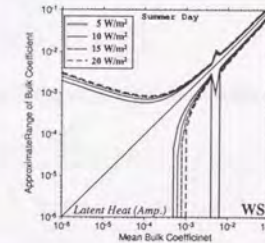


図4.68: 地表面WSの潜熱振幅 IE_1 に対する許容Taylor展開範囲: 夏の気象条件。

4.5.4 蒸発効率が分布している領域

次に地表面パラメータのうち蒸発効率だけが分布している場合を考える。式展開に関してはほぼ同じで、蒸発効率の領域平均とそれからの偏差で式(4.30)を表し、摂動展開すると、

$$\begin{aligned} \delta T_M &= \frac{R_M - \sigma T_M^4 - v C_H (\bar{\beta} + \beta')}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H (\bar{\beta} + \beta')} = \frac{(R_M - \sigma T_M^4 - v C_H \bar{\beta}) - v C_H \beta'}{\{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H\} + (\nu + \tau) C_H \beta'} \\ &= -\frac{v}{\tau} + \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - v C_H \bar{\beta}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} + \frac{v}{\tau} \right) \\ &\quad \left\{ 1 - \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \beta' - \left(\frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \right) \beta'^2 + O(\beta^3) \right\} \\ &\approx \Lambda_\beta + \Psi_\beta (1 - \Upsilon_\beta \beta' + \Upsilon_\beta^2 \beta'^2) \end{aligned} \quad (4.149)$$

となる。式(4.104)と式(4.149)とは近似誤差範囲内で一致する。 Λ_β 、 Ψ_β 、 Υ_β は各々、

$$\Lambda_\beta = -\frac{v}{\tau} \quad (4.150)$$

$$\Psi_\beta = \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - v C_H \bar{\beta}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} + \frac{v}{\tau} \right) \quad (4.151)$$

$$\Upsilon_\beta = \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \quad (4.152)$$

である。バルク係数の場合と全く同様にして、蒸発効率が分布している影響が無視できる $\bar{\beta}^2$ の許容範囲を求めることができる。顕熱のバルク式(4.10)には β が含まれないので、

$$\frac{H_M}{v C_H} = \delta T_M = \Lambda_\beta + \Psi_\beta (1 - \Upsilon_\beta \beta' + \Upsilon_\beta^2 \beta'^2) \quad (4.153)$$

で、この式の領域平均を取れば次のように表される。

$$\frac{\bar{H}_M}{v C_H} = \Lambda_\beta + \Psi_\beta (1 - \Upsilon_\beta^2 \bar{\beta}^2) \quad (4.154)$$

許容誤差 $\delta \bar{H}_M$ を認めた時の $\bar{\beta}^2$ の範囲は

$$\frac{\delta \bar{H}_M}{v C_H} > |\Psi_\beta| \Upsilon_\beta^2 \bar{\beta}^2 \quad (4.155)$$

と表される。

潜熱のバルク式(4.11)には β が含まれるので顕熱とは異なり、

$$\begin{aligned} \frac{l E_M}{\tau C_H} &= (\bar{\beta} + \beta') \{ (q_s(T_M) - q) + \Delta \delta T_M \} \\ &= \{ (q_s(T_M) - q) + \Delta (\Lambda_\beta + \Psi_\beta) \} \bar{\beta} - \Delta \Psi_\beta \Upsilon_\beta \bar{\beta} \beta' + \Delta \Psi_\beta \Upsilon_\beta^2 \bar{\beta} \beta'^2 \\ &\quad + \{ (q_s(T_M) - q) + \Delta (\Lambda_\beta + \Psi_\beta) \} \beta' - \Delta \Psi_\beta \Upsilon_\beta \beta'^2 + \Delta \Psi_\beta \Upsilon_\beta^2 \beta'^3 \end{aligned} \quad (4.156)$$

ここで領域平均を取ると、

$$\frac{\bar{l E}_M}{\tau C_H} = \{ (q_s(T_M) - q) + \Delta (\Lambda_\beta + \Psi_\beta) \} \bar{\beta} + \Delta \Psi_\beta \Upsilon_\beta (\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1) \bar{\beta}^2 \quad (4.157)$$

となる。ここで許容誤差 $\delta \bar{l E}_M$ を考えると、

$$\frac{\delta \bar{l E}_M}{\tau C_H} > \Delta |\Psi_\beta \Upsilon_\beta (\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1)| \bar{\beta}^2 \quad (4.158)$$

となる。式(4.155)と式(4.158)の2つをまとめると蒸発効率の分散に対する条件としては

$$\bar{\beta}^2 < \frac{\delta \bar{H}_M}{v C_H |\Psi_\beta| \Upsilon_\beta^2} \quad (4.159)$$

$$\bar{\beta}^2 < \frac{\delta \bar{l E}_M}{\tau C_H \Delta |\Psi_\beta \Upsilon_\beta (\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1)|} \quad (4.160)$$

となる。この両式のうちどちらが厳しい条件かを見るために、4.5.3項で行なったように、 $\delta H_M = \delta l E_M$ として、式(4.159)を(4.160)で割ると

$$\frac{\delta \bar{H}_M}{v C_H |\Psi_\beta| \Upsilon_\beta^2} \frac{\tau \Delta C_H |\Psi_\beta \Upsilon_\beta (\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1)|}{\delta \bar{l E}_M} = \frac{\tau \Delta |\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1|}{\nu \Upsilon_\beta}$$

顕熱に対する条件式(4.159)の方が厳しい場合上式は1より小さいから、

$$-\frac{\nu}{\tau \Delta} + \frac{1}{\Upsilon_\beta} < \bar{\beta} < \frac{\nu}{\tau \Delta} + \frac{1}{\Upsilon_\beta}$$

となる。

日平均フラックスへのTaylor展開に伴う誤差の許容条件は

$$\beta' < \frac{1}{\Upsilon_\beta} \sqrt{\frac{\delta \bar{H}_{M,T}}{v C_H \Psi_\beta}} \quad (4.161)$$

$$\beta' < \frac{1}{\Upsilon_\beta} \sqrt{\frac{\delta \bar{l E}_{M,T}}{\tau \Delta C_H \beta \Psi_\beta}} \quad (4.162)$$

となる。

次にフラックスの振幅についても日平均のところで行なったのと同じ式展開をする。地表面温度振幅は

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \xi \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + \{ \nu + \tau (\bar{\beta} + \beta') \} C_H} = \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \xi \cos \psi}{\{ 4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H \} + \tau C_H \beta'} \\ &= \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \xi \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \frac{1}{1 + \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \beta'} \\ &\approx \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \xi \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \\ &\quad \left\{ 1 - \left(\frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \right) \beta' + \left(\frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \right)^2 \beta'^2 \right\} \\ &\approx \Phi_\beta (1 - \Theta_\beta \beta' + \Theta_\beta^2 \beta'^2) \end{aligned} \quad (4.163)$$

と表される。式(4.163)中の Φ_β 、 Θ_β は

$$\Phi_\beta = \frac{R_1 \cos \phi + B_1 \xi \cos \psi}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \quad (4.164)$$

$$\Theta_\beta = \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + \Gamma + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H} \beta' \quad (4.165)$$

と定義される。

顕熱と潜熱の振幅はそれぞれ

$$\begin{aligned} \frac{H_1}{\nu C_H} \cos \eta &= \Phi_\beta (1 - \Theta_\beta \beta' + \Theta_\beta^2 \beta'^2) \frac{LE_1}{\tau C_H} \cos \phi \\ &= (\bar{\beta} + \beta') \left[\left\{ \Phi_\beta (1 - \Theta_\beta \beta' + \Theta_\beta^2 \beta'^2) - B_1 \cos \psi \right\} \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha \right] \\ &= \bar{\beta} \left\{ \Phi_\beta (1 - \Theta_\beta \beta' + \Theta_\beta^2 \beta'^2) - B_1 \cos \psi \right\} \sec \eta \cos \theta + \bar{\beta} B_1 \cos \alpha \\ &\quad + \left\{ \Phi_\beta (\beta' - \Theta_\beta \beta'^2 + \Theta_\beta^2 \beta'^3) - B_1 \beta' \cos \psi \right\} \sec \eta \cos \theta \\ &\quad + \bar{\beta} \beta' B_1 \cos \alpha \end{aligned} \tag{4.166}$$

となる。両式の領域平均を取り 3 次以上の項を無視すると

$$\frac{\bar{H}_1}{\nu C_H} \cos \eta = \Phi_\beta (1 + \Theta_\beta^2 \beta'^2) \tag{4.167}$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{LE}_1}{\nu C_H} \cos \phi &= \left\{ (\Phi_\beta - B_1 \cos \psi) \sec \eta \cos \theta + B_1 \cos \alpha \right\} \bar{\beta} \\ &\quad + \Phi_\beta \Theta_\beta (\Theta_\beta \bar{\beta} - 1) \bar{\beta}'^2 \sec \eta \cos \theta \end{aligned} \tag{4.168}$$

となり、領域平均の振幅が得られる。今までと同様に許容誤差が $\delta \bar{H}_1$ 、 $\delta \bar{LE}_1$ 以下である条件を求めると次のように表される。

$$\frac{\delta \bar{H}_1}{\nu C_H} \cos \eta > |\Phi_\beta| \Theta_\beta^2 \bar{\beta}'^2 \tag{4.169}$$

$$\frac{\delta \bar{LE}_1 \cos \eta \cos \phi}{\nu C_H \cos \theta} > |\Phi_\beta \Theta_\beta (\Theta_\beta \bar{\beta} - 1)| \bar{\beta}'^2 \tag{4.170}$$

従って蒸発効率の分散の範囲は

$$\bar{\beta}'^2 < \frac{\delta \bar{H}_1 \cos \eta}{\nu C_H |\Phi_\beta| \Theta_\beta^2} \tag{4.171}$$

$$\bar{\beta}'^2 < \frac{\delta \bar{LE}_1}{\tau C_H |\Phi_\beta \Theta_\beta (\Theta_\beta \bar{\beta} - 1)|} \frac{\cos \eta \cos \phi}{\cos \theta} \tag{4.172}$$

と表される。

日平均の所で述べたのと同様に振幅についても Taylor 展開近似について検討する必要がある。結果だけを示せば、

$$|\beta'| < \frac{1}{\Theta_\beta} \sqrt{\frac{\delta \bar{H}_{1,T} \cos \eta}{\nu C_H \Phi_\beta}} \tag{4.173}$$

$$|\beta'| < \frac{1}{\Theta_\beta} \sqrt{\frac{\delta \bar{LE}_{1,T} \cos \phi \cos \eta}{\tau C_H \Delta \bar{\beta} \Phi_\beta \cos \theta}} \tag{4.174}$$

となる。

代表地表面での蒸発効率の範囲

バルク係数のところで行なったように、ある誤差を許容すれば分布を陽に考慮しなくて良い標準偏差と近似範囲を 4.3 節の表 4.2~表 4.4 と同じ気象条件、地表面パラメータを用いて計算する。

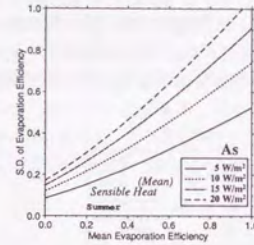


図 4.69: 地表面 As の日平均顕熱 H_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

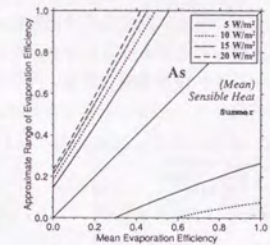


図 4.70: 地表面 As の日平均顕熱 H_M に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

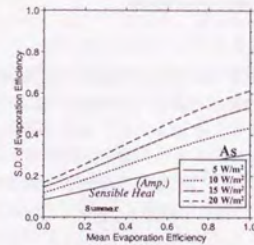


図 4.71: 地表面 As の日振幅顕熱 H_1 に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

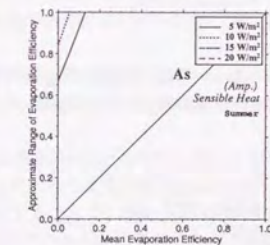


図 4.72: 地表面 As の日平均顕熱 H_1 に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

まず地表面状態が A_s の場合を考える。基準状態では A_s の蒸発効率率は 0 であるが、ここでは蒸発効率率を変化させるので、この値については特殊と言うことは無い。するとアルベドが小さく、バルク係数が充分大きい A_s は最も活発に乱流輸送が行なわれると考えられる。図 4.69 に平均蒸発効率率 $\bar{\beta}$ が変化した時の顕熱に対する許容標準偏差を示す。 $\bar{\beta}$ が増加するに従い、許容標準偏差は増加して行く。このことは許容基準を表す式 (4.159) の分母に表れる Ψ_β と Υ_β は式 (4.151) と式 (4.152) から共に $\bar{\beta}$ の減少関数であることから、容易に説明される。図 4.70 は δT_M を Taylor 展開近似した時の顕熱に対する β' の許容範囲の図である。許容 Taylor 展開範囲はほぼ $\bar{\beta}$ に比例して増加することが分かる。10 W/m² の誤差を許容すれば、 $\bar{\beta} > 0.4$ 程度の範囲ではほぼあらゆる条件で Taylor 近似が可能である。

図 4.71 に顕熱の振幅に対する許容標準偏差が示されているが、標準偏差の値は図 4.69 の標準偏差に比べて、厳しい条件となることが分かる。逆に Taylor 展開による近似可能範囲は図 4.70 から、 $\bar{\beta} > 0.15$ であれば無条件、即ち β' の取り得る範囲で常に成り立ち、殆どどの条件下で摂動展開が可能である。

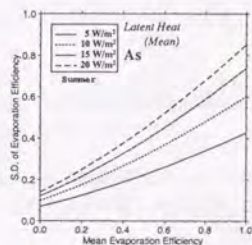


図 4.73: 地表面 A_s の日平均潜熱 LE_M に対する蒸発効率率の許容標準偏差: 夏の気象条件。

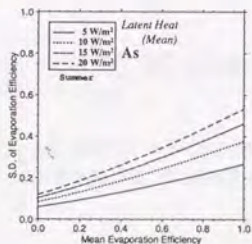


図 4.75: 地表面 A_s の潜熱平均振幅 LE_1 に対する蒸発効率率の許容標準偏差: 夏の気象条件。

日平均潜熱の許容誤差に対する許容標準偏差が図 4.73 に示されている。 β の変域は $[0, 1]$ で $\bar{\beta} = 0$

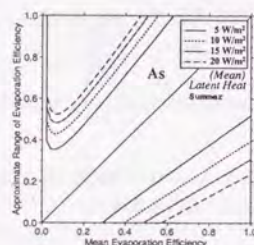


図 4.74: 地表面 A_s の日平均潜熱 LE_M に対する蒸発効率率の許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

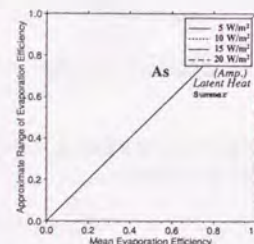


図 4.76: 地表面 A_s の潜熱平均振幅 LE_1 に対する蒸発効率率の許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

の時は統計学的には $\bar{\beta}^2 = 0$ とならざるを得ないが、式 (4.160) からここでは $\bar{\beta}^2$ の範囲を求めているので、0 の時でもある標準偏差が示されている。顕熱の所でも述べたように式 (4.160) の分母の Ψ_β と Υ_β が共に $\bar{\beta}$ の減少関数であるが、この式には $\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1$ という項も含まれている。これは

$$\Upsilon_\beta \bar{\beta} - 1 = -\frac{4\sigma T_M^3 + \tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau \bar{\beta}) C_H}$$

となつて、 $\bar{\beta}$ によらず常に負となる。従つて分母は通常気象条件であれば 0 になることはない。許容標準偏差が急激に変化することはない。 δT_1 の Taylor 近似による日平均潜熱誤差の許容範囲が図 4.74 に示されている。0 近傍では 1 を超える値を取っているが、これは式 (4.160) の分母に $\bar{\beta}$ があるためである。0.1 付近に最小値を持ち、この付近で β' の上限値が最も厳しくなっている。下限値の方は $\bar{\beta} > 0.3$ 以上の所にのみ表れ、 $\bar{\beta}$ が増加するに連れて β' の許容幅は直線的に広がって行く。上限値に極小値があるのは図に示されている範囲は絶対距離であつて、展開可能な半径ではないからである。展開可能な半径は式 (4.174) で表されるが、ここではこの式に展開中心の $\bar{\beta}$ を加えて (あるいは減じて) いるので、 $\bar{\beta} + |\beta'|(\bar{\beta} - |\beta'|)$ を示しているから、 $|\beta'|$ 自体は $\bar{\beta}$ の単調減少関数であるにも拘らず、

$$\bar{\beta} \pm A \frac{1}{\sqrt{\bar{\beta}}}$$

となっているので、最小値が表れることになる。

図 4.75 に振幅に対する許容標準偏差を示してあるが、図 4.73 と非常に似た曲線となっている。若干振幅に対する標準偏差の方が厳しい。 $\bar{\beta}$ の増加に伴い許容標準偏差が増大するのは式 (4.163) の分母に表れる Φ_β と Θ_β が $\bar{\beta}$ の減少関数であることから簡単に説明される。図 4.76 に δT_1 の Taylor 近似による誤差の許容範囲が示されているが、無条件で Taylor 近似が使えることが全く曲線が現れないことから分かる。 δT_M の近似に比べて δT_1 の方が標準偏差の許容範囲は厳しいが、摂動展開の近似は無条件にできると言える。

C_o の日平均潜熱に対する許容標準偏差は A_s に比べ非常に厳しく 1/2 程度となっている (図 4.77)。これは C_o のバルク係数が 1 オーダ大きいためである。従つて、許容 Taylor 展開範囲も狭く、また許容誤差を大きくしても大きな変化はない。

また潜熱の振幅に対する許容標準偏差 (図 4.79) は基本的には $\bar{\beta}$ の増加に伴って増加するが、日平均潜熱の許容標準偏差に比べて小さい。これは A_s のところでのべたことと同じである。特徴的な点は $\bar{\beta} = 0 \sim 0.1$ で極小、極大を取って激しく変化することで、他の土地被覆では見られない。これは式 (4.172) の $\cos \theta$ によるものである。図 4.50 に示されている顕熱の位相が θ に当たる。 β が $0 \sim 0.1$ のところで 12 時から 5 時へと変化している。この時 $\cos \theta$ は $1 \sim 0.2$ 程度に変化し、中間値の定理から 0 という値も取るようになる。すると、式 (4.172) の分母に $\cos \theta$ はあるから、 $\cos \theta = 0$ で式の値は無限になる。この図ではそれが解像されていないだけである。許容摂動範囲が図 4.80 に示されているが、今述べた理由のために、0.1 付近で激しく上限値が変動している。これは式 (4.174) の分母に $\cos \theta$ があるためである。

他の土地被覆についてはほぼ A_s と同じ傾向が見られるのでここでは詳しく取り上げないことにするが、WS についての日平均顕熱と潜熱について結果だけを図 4.81 ~ 図 4.84 に示す。

4.5.5 実流域での集約化の検討

今までは理論的に集約化の可能範囲を調べてきたが、ここで実際の流域に当てはめて、幾つ程度に地表面を分けなければならないかについて検討を加える。

対象とする流域は千葉県船橋市を主な流域とする海老川である。

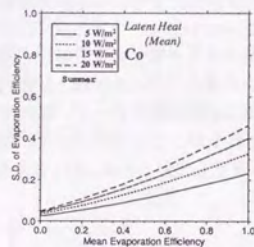


図 4.77: 地表面 C_o の日平均潜熱 LE_M に対する蒸発効率の許容標準偏差: 夏の気象条件。

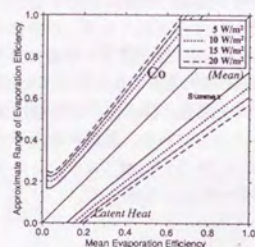


図 4.78: 地表面 C_o の日平均潜熱 LE_M に対する蒸発効率の許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

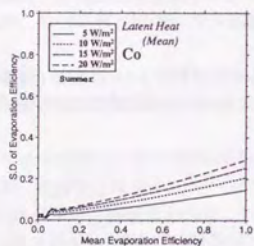


図 4.79: 地表面 C_o の潜熱平均振幅 LE_1 に対する蒸発効率の許容標準偏差: 夏の気象条件。

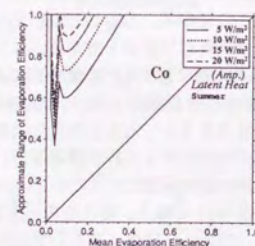


図 4.80: 地表面 C_o の潜熱平均振幅 LE_1 に対する蒸発効率の許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

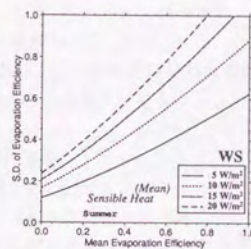


図 4.81: 地表面 W_S の日平均顕熱 H_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

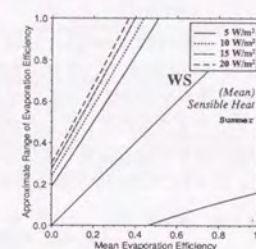


図 4.82: 地表面 W_S の日平均顕熱 H_M に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

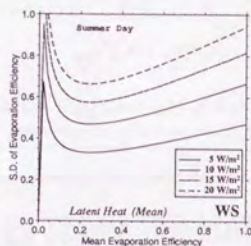


図 4.83: 地表面 W_S の日平均潜熱 LE_M に対する許容標準偏差: 夏の気象条件。

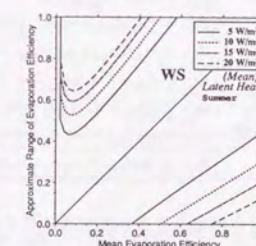


図 4.84: 地表面 W_S の日平均潜熱 LE_M に対する許容 Taylor 展開範囲: 夏の気象条件。

集約化順序の決定

今対象とする流域が n 種の土地被覆分類からなるとする。この n 種のうちのどの土地被覆がどういう順位で集約化できるかを決定しなければならない。例えば O_1 という土地被覆からなる領域があって、 O_1 と O_2 は O_3 と O_4 よりも先に集約化されなければならないとか、 O_4 は O_3 と集約化するよりも先に O_1 と O_2 のグループに集約されるべきである等を決定しなければならない。

前節で導いた集約化については、標準偏差あるいは分散が指標となっていたので、幾つかのグループの中での二つのグループを集約すれば、分散の増加が最も少ないか集約化の順序を定めれば良い。今述べたことは分散を集約化の基準としたクラスタ分析の考え方と一致する。

クラスタ分析 (田中ほか, 1995) 今 n 個の対象 $O_1, O_2, \dots, O_j, \dots, O_n$ の内、二つの対象 O_i と O_j の非類似度を $d_{i,j}$ と表す。 $d_{i,j}$ が大きな値を示すほど二つの対象は類似性が低いことになる。全ての $d_{i,j}$ の内、最も小さな値を取る二つの対象を融合してゆく。このように対象を次々と融合して行き、そのプロセスを図化したものがデンドログラム (樹形図) である。

この非類似度の定義の仕方は様々なものがあり、その定義の仕方によって、クラスタ分析の結果も異なる。表 4.8 に代表的な分類手法を掲げておく。表中、 $d_{t,r}$ はクラスタ (t) と (r) の非類似度

表 4.8: 代表的な非類似度の定義。

非類似度	更新の定義
最短距離法	$d_{t,r} = \min(d_{p,r}, d_{q,r})$
最長距離法	$d_{t,r} = \max(d_{p,r}, d_{q,r})$
群平均法	$d_{t,r} = (n_p d_{p,r} + n_q d_{q,r}) / (n_p + n_q)$
重心法	$d_{t,r} = n_p / (n_p + n_q) d_{p,r} + n_q / (n_p + n_q) d_{q,r} - n_p n_q / (n_p + n_q)^2 d_{p,q}$
メジアン法	$d_{t,r} = d_{p,r} / 2 + d_{q,r} / 2 - d_{p,q} / 4$
ウオード法	$d_{t,r} = (n_p + n_r) / (n_t + n_r) d_{p,r} + (n_q + n_r) / (n_t + n_r) d_{q,r} - n_r / (n_t + n_r)^2 d_{p,q}$
組み合わせ法	$d_{t,r} = \alpha_p d_{p,r} + \alpha_q d_{q,r} + \alpha_{p,q} d_{p,q} + \gamma d_{p,r} - d_{q,r} $
可変法	$d_{t,r} = \alpha_p d_{p,r} + \alpha_q d_{q,r} + \alpha_{p,q} d_{p,q}$

似度、 n_p はクラスタ (p) の大きさ、 $\alpha_p, \alpha_q, \alpha_{p,q}, \gamma$ は組み合わせ法のパラメータである。可変法は $\alpha_p + \alpha_q + \alpha_{p,q} = 1, \alpha_p = \alpha_q, \alpha_{p,q} < 1, \gamma = 0$ という制約の付いた組み合わせ法である。この表中のウオード法が分散の増分を最少にするアルゴリズムであり、地表面の集約化に必要な指標と同じである

実流域への適用

実流域として海老川の土地被覆分類データを基に解析を行なう。千葉県船橋市を流れる海老川流域 (26.5 km^2) の地表面被覆は SPOT 衛星データを用いて 5 つに分類した。表 4.9 に各地表面被覆率と代表的な地表面パラメータを示す (谷本, 1995)。

バルク係数だけが分布している場合 バルク係数以外の地表面パラメータは流域内で一定とする、例えば熱物理係数、アルベド、蒸発効率が As の値で流域内一定として、表 4.2 に示した 7 種の土地被覆に対して、それぞれどの程度の集約化が可能かを検討する。IB と WB は海老川流域には

表 4.9: 海老川流域の地表面被覆率と地表面パラメータ。

地表面状態	面積率	アルベド	蒸発効率	バルク係数
As	0.18	0.00	0.00	0.0020
Co	0.23	0.40	0.00	0.0618
DS	0.29	0.30	0.20	0.0014
Fo	0.04	0.10	0.80	0.0030
WS	0.26	0.10	1.00	0.0014
流域平均	—	0.21	0.35	0.0115

存在しないが、IB あるいは WB と見做せる領域でバルク係数だけが分布している場合の集約化がどの程度進むかを見るために、ここでは敢えて IB と WB の結果についても載せてある。集約化基準となる式、即ち式 (4.117) や式 (4.118) は地表面のみならず、大気側の条件も必要とするので、季節によって集約化基準は異なることになる。ここでも 4.3 節で取り上げた二つの気象条件に対してそれぞれ検討を加える。

バルク係数だけが分布していると仮定した場合のクラスタ分析の結果は表 4.10、並びにデンドログラムとして図 4.85 に示されている。

表 4.10: 海老川流域でのバルク係数に対するクラスタ分析。非類似度として分散を用いるウオード法による結果。

クラスタ番号	クラスタの結合	面積	平均	分散	標準偏差
(1)	DS - WS	0.554	1.37×10^{-3}	0	0
(2)	As - Fo	0.220	2.00×10^{-3}	0	0
(3)	(1)-(2)	0.774	1.55×10^{-3}	8.08×10^{-8}	2.84×10^{-4}
(4)	(3)-Co	1.000	1.52×10^{-2}	6.36×10^{-4}	2.52×10^{-2}

以下では気象条件が表 4.3 と表 4.4 に示した春/秋と夏の気象条件を与えた場合の集約化について検討を加えて行く。

春/秋の気象条件の場合 式 (4.117) と式 (4.118)、式 (4.135)、式 (4.135) を用いて、各土地被覆の地表面パラメータを与えバルク係数だけが分布していると仮定した場合の春/秋の気象条件に対する集約化のレベルを表 4.11 に示す。蒸発効率が 0 の As と Co は顕熱が許容基準となっているが、この 2 つの土地被覆を除いて潜熱に対する条件、式 (4.118) と式 (4.138) が基準となっている。バルク係数だけが分布していると仮定した場合、集約化によって一つまたは二つの土地被覆を扱えば良いことが分かる。一つか二つかはクラスタ (3) と Co が集約化できるか、どうかに関わっている。この二つのクラスタは平均がそれぞれ 1.55×10^{-3} と 6.18×10^{-2} で、オーダーが異なるため集約化した (4) では標準偏差が大きくなり、許容誤差の中に入らなくなってしまうためである。これは図 4.85 が示すように Co はどのクラスタとも集約されることなく、最後に集約されることから非常に特殊なバルク係数の値になっていることが分かる。また集約化レベル (4) まで可能な土地被覆は無いが、日平均だけを考えるならば Co で可能である。許容基準が許容

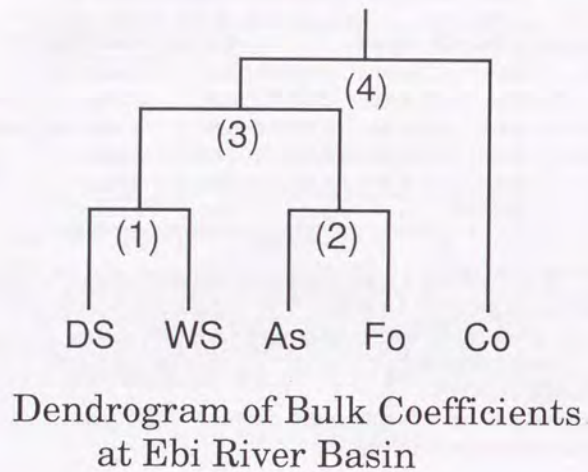


図 4.85: 海老川流域でのバルク係数に対するクラスター分析によるデンドログラム。非類似度として分散を用いるウォード法による結果。

表 4.11: 海老川流域でのバルク係数だけが分布している場合の集約化: 春/秋の気象条件。許容標準偏差と許容摂動範囲の両方を満たしている時は、許容基準の所は前者を示している。

土地被覆	許容基準	集約化レベル	集約化クラスター数
As	H:Mean	(3), Co	2
As	H:Amp.	(3), Co	2
Co	H:Mean	(4)	1
Co	H:Amp.	(3), Co	2
DS	IE:Mean,T	(3), Co	2
DS	IE:Amp.	(3), Co	2
Fo	IE:Mean,T	(3), Co	2
Fo	IE:Amp.	(3), Co	2
IB	IE:Mean,T	(3), Co	2
IB	IE:Amp.,T	(3), Co	2
WB	IE:Mean	(3), Co	2
WB	IE:Amp.,T	(3), Co	2
WS	IE:Mean,T	(3), Co	2
WS	IE:Amp.,T	(3), Co	2

摂動範囲である土地被覆は許容標準偏差だけに対してはいずれも集約化レベル (4) まで集約化できるが、許容摂動範囲の制限のために (4) までできない。

夏の気象条件の場合 次に夏の気象条件を与えた場合について考える。表 4.12 に集約化基準とそのレベルをまとめたものを示す。どの土地被覆に対しても集約化レベルは表 4.11 と変わらない。今与えている気象条件の違いは集約化レベルを変えるほどには影響を与えないことが分かる。直観的に言ってもまた例えば図 4.6 の (a) と (b) を比較しても分かるように、フラックスの絶対値

表 4.12: 海老川流域でのバルク係数だけが分布している場合の集約化: 夏の気象条件。許容標準偏差と許容摂動範囲の両方を満たしている時は許容基準の所は前者を示している。

地表面パラメータ	集約化レベル	集約化クラスター数	
As	H:Mean	(3), Co	2
As	H:Amp.	(3), Co	2
Co	H:Mean	(4)	1
Co	H:Amp.	(3), Co	2
DS	IE:Mean,T	(3), Co	2
DS	IE:Amp.	(3), Co	2
Fo	IE:Mean,T	(3), Co	2
Fo	IE:Amp.	(3), Co	2
IB	IE:Mean,T	(3), Co	2
IB	IE:Amp.,T	(3), Co	2
WB	IE:Mean	(3), Co	2
WB	IE:Amp.,T	(3), Co	2
WS	IE:Mean,T	(3), Co	2
WS	IE:Amp.,T	(3), Co	2

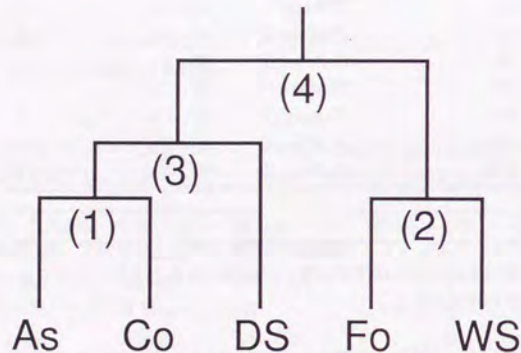
は夏の気象条件の方が大きい。ここでは誤差を絶対値で与えているので、春/秋と夏で季節の違いは出なかったが、相対誤差でみれば両者の違いが鮮明になることはフラックスの絶対値が大きく異なっていることから推測できる。

蒸発効率だけが分布している場合 同様に蒸発効率だけが分布していると仮定した場合の集約化プロセスとそのデンドログラムをそれぞれ表 4.13 と図 4.86 に示す。ここでは蒸発効率だけが流域内で分布し他の地表面パラメータは一定として、それぞれの土地被覆に対してどの程度の集約化が可能かを検討する。

春/秋の気象条件の場合 まず気象条件を表 4.3 と表 4.4 に示した春/秋の気象条件とした場合の集約化可能なレベルを示したのが表 4.14 である。蒸発効率だけが分布している場合は集約化によって一つから三つに扱う土地被覆を減らすことができる。今与えている気象条件では日平均と振幅に対する集約化条件は顕熱では一致しており、両者に差が無いことがわかる。Co は集約化クラスターが三つと、最も集約化が進んでいない。バルク係数が大きい土地被覆である Co のような領域では蒸発効率だけが分布していても、あまり集約化ができないことが分かる。これは同じ δT_M であっても、バルク係数が大きいとフラックスもバルク係数に比例して増加してしまうた

表 4.13: 海老川流域での蒸発効率に対するクラスター分析。非類似度として分散を用いるウォード法による結果。

クラスター番号	クラスターの結合	面積	平均	分散	標準偏差
(1)	As - Co	0.407	0.00	0.00×10^0	0.00×10^0
(2)	Fo - WS	0.300	0.97	4.62×10^{-4}	6.80×10^{-2}
(3)	(1) - DS	0.700	0.08	1.08×10^{-2}	1.01×10^{-1}
(4)	(2) - (3)	1.000	0.35	1.74×10^{-1}	4.18×10^{-1}



Dendrogram of Evaporation Efficiency at Ebi River Basin

図 4.86: 海老川流域での蒸発効率に対するクラスター分析によるデンドログラム。非類似度として分散を用いるウォード法による結果。

表 4.14: 海老川流域で蒸発効率だけが分布している場合の集約化: 春/秋の気象条件。許容標準偏差と許容摂動範囲の両方を満たしている時は許容基準の所は前者を示している。

土地被覆	許容基準	集約化レベル	集約化クラスター数
As	IE:Mean	(2), (3)	2
As	IE:Amp.	(2), (3)	2
Co	IE:Mean	(1), (2), DS	3
Co	IE:Amp.	(1), (2), DS	3
DS	IE:Mean	(2), (3)	2
DS	IE:Amp.	(2), (3)	2
Fo	IE:Mean	(2), (3)	2
Fo	IE:Amp.	(2), (2)	2
IB	IE:Mean	(4)	1
IB	IE:Amp.	(4)	1
WB	IE:Mean	(4)	1
WB	IE:Amp.	(4)	1
WS	IE:Mean	(2), (3)	2
WS	IE:Amp.	(2), (3)	2

めである。全てが集約化可能な IB と WB はいずれもフラックスが小さい土地被覆 (図 4.8) で、 $5W/m^2$ は日平均と同じオーダーであり、蒸発効率に対する許容標準偏差が 1 以上になっているので集約化が最後までできることになる。

他の土地被覆はクラスターが二つまで集約化できる。(2) と (3) は非常に近い蒸発効率同士で、大きく集約化が進んだとは言えない。また全体として許容基準が許容 Taylor 展開範囲となるのは一つもなく、蒸発効率はバルク係数に比べて摂動展開の許容範囲が広いことがわかる。

夏の気象条件の場合 次に夏の気象条件を与えて、蒸発効率が分布している場合の集約化について検討をする。表 4.15 に夏の気象条件下での蒸発効率に対する集約化を示す。

バルク係数のところでは気象条件による差異は見られなかったが、蒸発効率では異なった所がある。As と Fo の日平均と振幅、DS の振幅といずれも集約化クラスター数が増えている。クラスター数が増えるのは夏の方が入力放射量が大きいので、式 (4.172) など許容標準偏差や許容 Taylor 展開範囲を表す式の分母にある Υ_β 、 Ψ_β 、 Θ_β 、 Φ_β が増加するため、式の値が小さくなるからである。このように季節によっても集約化レベルが異なることを利用すれば、季節内のタイムスケールで数値計算をする場合、計算効率を高めることができる。

4.5.6 集約化に関する考察

4.5.3 項と 4.5.4 項でバルク係数と蒸発効率の分布を考慮しなくても許容誤差の範囲でフラックスを求めることのできる分布の範囲を分散の範囲として示すことができた。これを用いて実流域に適用した所、5 つの土地被覆が 1 つから 3 つの領域に集約化できることを示した。

ここでは集約化された土地被覆を用いた熱収支の結果は示さないが、線形化モデルであるので、所定の精度で領域熱収支を計算することができるのは明らかである。

図 4.85 と図 4.86 が示すようにバルク係数だけが分布している場合と蒸発効率だけが分布してい

表 4.15: 海老川流域で蒸発効率だけが分布している場合の集約化: 夏の気象条件。許容標準偏差と許容振動範囲の両方を満たしている時は許容基準の所は前者を示している。

土地被覆	許容基準	集約化レベル	集約化クラスター数
As	IE:Mean	(1), (2), DS	3
As	IE:Amp.	(1), (2), DS	3
Co	IE:Mean	(1), (2), DS	3
Co	IE:Amp.	(1), (2), DS	3
DS	IE:Mean	(2), (3)	2
DS	IE:Amp.	(1), (2), DS	3
Fo	IE:Mean	(1), (2), DS	3
Fo	IE:Amp.	(1), (2), DS	3
IB	IE:Mean	(4)	1
IB	IE:Amp.	(4)	1
WB	IE:Mean	(4)	1
WB	IE:Amp.	(4)	1
WS	IE:Mean	(2), (3)	2
WS	IE:Amp.	(2), (3)	2

る場合とでは集約化は一致しない。従ってここで考えている4つのパラメータが同時に分布している際の集約化をしなければ、本当の集約化が行なえることにはならない。ここで示した手法と同じ手続きで地表面パラメータ全てが分布している場合についての集約化規範を導くことができる。詳細は省くが地表面パラメータの全てを考慮した領域平均顕熱フラックスに対する規範は

$$\frac{\delta \bar{H}_M}{\nu} \leq I_{C_H} \overline{C_H'^2} + I_{C_H, \beta} \overline{C_H' \beta'} + I_{\beta} \overline{\beta'^2} + I_{C_H, \alpha} \overline{C_H' \alpha'} + I_{C_H, \alpha} \overline{C_H' \alpha'} \quad (4.175)$$

と表される。ここで I_{suffiz} は各々の分散、共分散に対する係数で、気象条件によって定まる。この式を満たすような土地被覆構成の領域では1つにまとめることができる。

4.6 まとめ

本章では移流の効果が無視できる多様な領域での地表面熱収支について線形化モデルを用いて検討を加えた。以下に得られた結論を掲げる。

- 地表面パラメータの熱物理係数、アルベド、バルク係数、蒸発効率と気象条件の気温と放射量を与えると、解析的に地表面熱収支が定まるモデルを比湿の算定と地表面からの長波放射を線形化することによって導出した。
- 一つの地表面パラメータに着目し、変化させた場合に熱収支がどのように変わるかを検討した結果、熱物理係数とアルベドに対して各地表面フラックスはほぼ線形に変化した。バルク係数と蒸発効率については非線形な振舞いを示し、他のパラメータが分布していなくても、状態量の算術平均からだけでは領域平均のフラックスは求めることができず、状態量のモーメント項も考慮しなければならないことを示した。
- 4種の集約化手法を提示しその精度比較、特徴などについて検討し、最大面積代表法とパラメータ平均のどちらが精度良く算定されるかは地表面パラメータ、大気条件を知らなければ決定することができないことを示した。
- 多様な土地被覆の領域を最低限幾つの土地被覆に分類しなければならないかについて線形化モデルの振動展開を用いて検討した。モーメント項の寄与が許容誤差範囲内であれば一つの集約化された地表面として扱うことができるとした時の地表面パラメータの範囲を各パラメータに対して提示した。
- この手法を実流域に適用し、バルク係数と蒸発効率だけがそれぞれ分布していると仮定した場合に、5種の土地被覆を1~3つに統合して扱えることを示した。

Chapter 5

多様な地表面における物理量分布を考慮した土壌温度モデル

顕熱や潜熱の算定には地表面と大気との温度と比湿の差が必要となる。この差は小さいので、地表面温度が 1K も違うとフラックスとしては大きな差となって表れる。本章では土壌温度と土壌水分量が分布していることが、領域平均土壌温度に与える影響を定量的に評価し、更に数値実験の結果を基に土壌温度分布形状の時間変化について考察する。

5.1 物理量分布が土壌熱伝導に与える影響

多様な領域での地表面温度を知ることは 4 章でも述べたように地表面フラックスを算定するのに必須のものである。地表面は様々なものに被覆されているが、地表面熱収支の結果として、地面に与えられる熱フラックスは地中伝導熱だけであるから、ここでは与えられた地中伝導熱に対して多様な領域、とりわけ土壌水分が分布している領域での熱伝導について検討を加えることにする。

5.1.1 領域平均熱移動方程式の導出

土壌の熱伝導は Fourier の熱伝導に基づいて記述することができる。

$$C_h \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (5.1)$$

上式中、 T は土壌温度、 C_h は体積比熱、 λ は土壌の熱伝導率、 z は鉛直上向きを正とした土壌深を表している。Fourier の熱伝導では物質移動に伴う熱輸送は含まれていない。実際の土壌内では水分移動がポテンシャル勾配と温度勾配とによって引き起こされているので、水移動に伴う熱輸送を考慮しなければならない。この点についてはカップリングモデルのところ 6.4 節で詳しく述べることにする。

ここで分布を考慮した式を導出するに際して、3 章で行なったようにある地点での物理量 $f(x)$ を対象とする領域の平均値 $\bar{f}(x)$ とそれからの偏差 f' の和として $f(x) = \bar{f}(x) + f'(x)$ と表し、式 (5.1) に代入すると、

$$(\bar{C}_h + C_h') \left(\frac{\partial \bar{T} + T'}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial z} \left((\bar{\lambda} + \lambda') \frac{\partial \bar{T} + T'}{\partial z} \right) \quad (5.2)$$

と表される。これを展開すると、

$$\begin{aligned} \overline{C_h} \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \overline{C_h} \frac{\partial T'}{\partial t} + C'_h \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + C'_h \frac{\partial T'}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{\lambda} \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{\lambda} \frac{\partial T'}{\partial z} \right) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda' \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda' \frac{\partial T'}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

となり、更に領域平均を取ると、

$$\overline{C_h} \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \overline{C'_h} \frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{\lambda} \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{\lambda'} \frac{\partial \overline{T'}}{\partial z} \right) \quad (5.4)$$

となる。左辺には熱容量と土壌温度の共分散項が、右辺には熱伝導率と土壌温度の共分散項が表れている。

以下ではこの式に基づいて多様な領域での地中熱伝導について考察する。

5.1.2 領域平均の熱移動に関する物理パラメータの算定

領域平均の熱伝導方程式(5.4)を用いて計算するには、領域平均の熱容量と熱伝導率の他に共分散が必要となる。以下では数種類の土壌に対して、土壌種類は同じであるが、土壌水分は分布している領域での、領域平均の熱移動に関する物理量について検討を加える。

土壌水分分布を考慮した熱容量

土壌熱容量は土壌水分の増減によって変化する。今土壌が n 個の構成物質からなるとすると、各構成物質の比熱 C_i とその体積比率 θ_i を用いて、

$$C_h = \sum_{i=1}^n C_i \theta_i \quad (5.5)$$

と書き表せる。土壌構成物質のうち変化するものは空隙をうめる液体と気体であり、液体と気体との和は飽和体積含水率 θ_s に等しい。ここで $i=1$ を水、 $i=2$ を気相とすれば $\theta_2 = \theta_s - \theta_1$ で、明かに θ_1 に対して式(5.5)は線形だから、分布の影響は無く平均値のみによって定まる。積分を使って表せば、

$$\overline{C_h} = \int_0^{\theta_s} \left\{ \sum_{i=1}^n C_i \theta_i f(\theta_1) \right\} d\theta_1 = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_0^{\theta_s} C_i \theta_i f(\theta_1) d\theta_1 \right\} \quad (5.6)$$

$$= \sum_{i=1}^2 \left\{ \int_0^{\theta_s} C_i \theta_i f(\theta_1) d\theta_1 \right\} + \sum_{i=3}^n \left\{ C_i \theta_i \int_0^{\theta_s} f(\theta_1) d\theta_1 \right\} \quad (5.7)$$

$$= C_1 \left\{ \int_A \theta_1 f(\theta_1) d\theta_1 \right\} + C_2 \left\{ \int_A (\theta_s - \theta_1) f(\theta_1) d\theta_1 \right\} + \sum_{i=3}^n C_i \theta_i \quad (5.8)$$

$$= C_1 \overline{\theta_1} + C_2 (\theta_s - \overline{\theta_1}) + \sum_{i=3}^n C_i \theta_i = (C_1 - C_2) \overline{\theta_1} + C_2 \theta_s + \sum_{i=3}^n C_i \theta_i \quad (5.9)$$

となる。ここで $f(\theta_1)$ は対象とする領域の土壌水分分布に関する密度関数である。平均土壌水分量に対して直線的に増加し、分布形状にもよらないので土壌熱容量は図に示さない(例えば江川(1993))が、代表的な構成物質とその熱容量を表5.1に示す(de Vries, 1970)。

表 5.1: 土壌構成物質とその体積熱容量。

土壌構成物質	密度 Kg/m ³	比熱 J/Kg/K	熱伝導率 W/m/K	体積比熱 J/m ³ /K
石英	2.66 × 10 ³	8.00 × 10 ²	8.800	2.13 × 10 ⁶
粘土鉱物	2.65 × 10 ³	9.00 × 10 ²	2.920	2.39 × 10 ⁶
有機物	1.30 × 10 ³	1.92 × 10 ³	0.250	2.50 × 10 ⁶
水	1.00 × 10 ³	4.18 × 10 ²	0.570	4.18 × 10 ⁶
空気(293.15K)	1.20 × 10 ¹	1.01 × 10 ²	0.025	1.73 × 10 ⁶

土壌水分と土壌温度の分布を考慮した熱伝導率

熱伝導率は水蒸気移動に伴う潜熱輸送を考慮しない場合、土壌水分量だけの関数として表すことができる(McInnes, 1981)。

$$\lambda = A_\lambda + B_\lambda \theta - (A_\lambda - D_\lambda) \exp[-(C_\lambda \theta)^{E_\lambda}] \quad (5.10)$$

ここで $A_\lambda, B_\lambda, C_\lambda, D_\lambda, E_\lambda$ は土壌によって定まる定数である。領域平均の熱伝導率は上式を式(5.9)と同様に領域で積分することにより、

$$\begin{aligned} \overline{\lambda} &= \int_A \left[A_\lambda + B_\lambda \theta - (A_\lambda - D_\lambda) \exp\{-(C_\lambda \theta)^{E_\lambda}\} \right] f(\theta) d\theta \\ &= A_\lambda + B_\lambda \int_A \theta f(\theta) d\theta - (A_\lambda - D_\lambda) \int_A \exp\{-(C_\lambda \theta)^{E_\lambda}\} f(\theta) d\theta \\ &= A_\lambda + B_\lambda \overline{\theta} - (A_\lambda - D_\lambda) \int_A \exp\{-(C_\lambda \theta)^{E_\lambda}\} f(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (5.11)$$

となる。右辺の最終項は土壌水分分布の密度関数が例えば一様分布といった簡単な式形でないとか解析的には解けないので、数値的に積分することになる。

式(5.10)に表れる $A_\lambda \sim D_\lambda$ までのパラメーターは以下の式を用いて計算される。

$$A_\lambda = 0.65 - 0.78 \rho_b + 0.60 \rho_b^2 \quad (5.12)$$

$$B_\lambda = 2.8 \theta_s \quad (5.13)$$

$$C_\lambda = 1 + 2.6 m_c^{-1/2} \quad (5.14)$$

$$D_\lambda = 0.03 + 0.7 \theta_s^2 \quad (5.15)$$

ここで ρ_b は乾燥密度、 m_c は粘土含有率である。表5.2にこれらの式で $A_\lambda \sim E_\lambda$ を計算する時に必要な各土壌特性と、それらから求められたパラメータを示す。平均値の周りに土壌水分が一様分布と正規分布している場合の熱伝導率の変化を、砂、シルト質ローム、砂質ロームの各土壌に対して図5.1~図5.6に示す。

いずれの土壌でも分布を考慮したものとしないものの差は土壌が乾燥している時に表れる。この差は成田砂のように立ち上がり急峻なほど大きく、砂質ロームでは殆んど差が見られない。非常に乾燥しているところでは分布を考慮しないと小さく算定され、立ち上がりが終わったところで逆に小さくなる。熱伝導だけを見る限り、土壌水分分布の影響は蒸発効率ほど大きな違いは見られない。次にこの熱伝導率の違いが土壌温度にどの程度の違いを生じさせるかを見て行く。

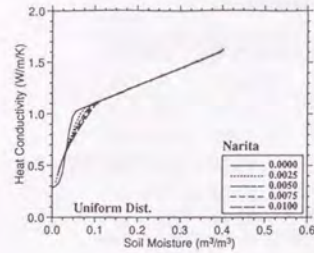


図 5.1: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の熱伝導率。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

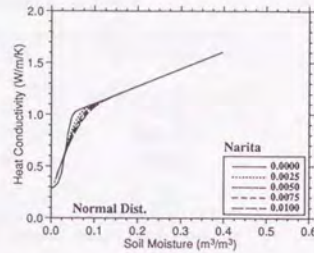


図 5.2: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の熱伝導率。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

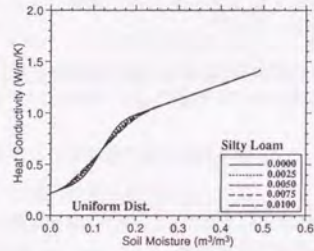


図 5.3: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの熱伝導率。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

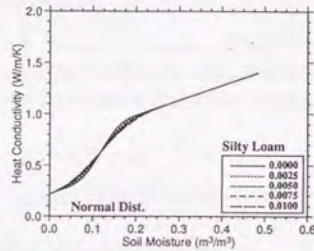


図 5.4: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの熱伝導率。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

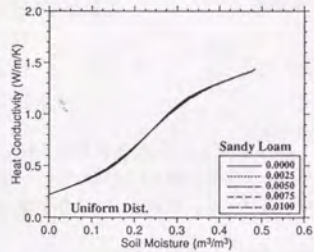


図 5.5: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂質ロームの熱伝導率。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

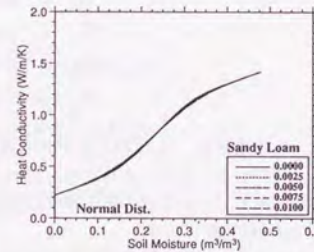


図 5.6: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂質ロームの熱伝導率。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0~0.01 まで変化させている。

表 5.2: 熱伝導率を求めるために必要な土壌特性と熱伝導率を表す式 (5.10) に現れる土壌特性パラメーター。

土壌種類	θ_s	m_c	ρ_b	A_λ	B_λ	C_λ	D_λ	E_λ
砂	0.396	0.01	1.05	0.492	1.11	27.0	0.14	4
シルト質ローム	0.485	0.80	1.29	0.639	1.36	7.7	0.19	4
砂質ローム	0.435	0.15	1.15	0.548	1.22	3.9	0.16	4

5.1.3 物理量分布を考慮した土壌温度モデルによる日変化数値実験

ここでは 5.1.1 項で導出した領域平均の熱伝導方程式を用いて数値実験を行なう。

土壌温度モデルの離散表示

5.1.1 項で導出した、領域内の多様性を考慮した熱伝導方程式 (5.4) を離散表示して、数値モデル化する。離散化に当たっては差分法を用いると、式 (5.4) の各項は離散化点 i で

$$\bar{C}_h \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{C}_{h,i} \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned} C'_h \frac{\partial T^i}{\partial t} &\approx \frac{\partial C'_h T^i}{\partial t} = \frac{\partial C'_h T^i}{\partial t} \\ &\approx \frac{C'_{h,i} T_i^{n+1} - C'_{h,i} T_i^{n+1}}{\Delta t} \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \approx \frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} (T_i^{n+1} - T_i^n)}{\Delta z_i} - \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} (T_i^n - T_{i-1}^n)}{\Delta z_{i-1}} \tag{5.18}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda' \frac{\partial T^i}{\partial z} \right) &\approx \frac{\partial^2 \lambda' T^i}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \lambda' T^i}{\partial z^2} \\ &\approx \frac{\lambda' T_{i+1}^n - 2\lambda' T_i^n + \lambda' T_{i-1}^n}{\Delta z^2} \end{aligned} \tag{5.19}$$

となる。ここで $\lambda_{i\pm 1/2}$ は離散点間の中点で定義された熱伝導率を表している。また式 (5.17) と式 (5.19) の共分散については各々、 t と z の微分に対し局所的に定数と見做して、本来 (物理量) × (微分量) という形式のところを共分散の微分としている。

ここで、熱容量 C_h と熱伝導率 λ は土壌温度の関数ではなく、または土壌水分の時間変化も考えないので、繰り返し計算をせずに時間積分が行なえる。式 (5.18) に現れる T は現在の時刻 n と積分後の時刻 $n+1$ の間ある時刻 $n+\eta$ ($0 \leq \eta \leq 1$) の土壌温度 $T^{n+\eta}$ を用いて計算すると、正確なフラックスが得られると考えると、 $T^{n+\eta}$ は時刻 n と時刻 $n+1$ の間、線形に変化すると仮定して

$$T^{n+\eta} = \eta T^{n+1} + (1-\eta) T^n \tag{5.20}$$

と表す。これは η の選び方によって表 5.3 に示すような呼び方と特徴がある。

式 (5.20) を式 (5.18) に代入すると、

$$\frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left[\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} \frac{\bar{T}_{i+1} - \bar{T}_i}{\Delta z_i} - \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \frac{\bar{T}_i - \bar{T}_{i-1}}{\Delta z_{i-1}} \right]$$

表 5.3: 地中熱フラックスの計算に用いる土壌温度の表現方法。

η	名称	一般的特徴
0.0	陽的前進差分	フラックスが過大評価されやすく、条件付き安定
0.5	Crank-Nicolson 法	陰・陽解法の中間的な性質を持ち、無条件安定
1.0	陰的前進差分	フラックスが過小評価されやすく、無条件安定

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left[\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \left\{ \eta \bar{T}_{i+1}^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_{i+1}^n \right\} - \left\{ \eta \bar{T}_i^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_i^n \right\}}{\Delta z_i} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \left\{ \eta \bar{T}_i^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_i^n \right\} - \left\{ \eta \bar{T}_{i-1}^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_{i-1}^n \right\}}{\Delta z_{i-1}} \right] \\
&= \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left[\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \left\{ \eta \bar{T}_{i+1}^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_{i+1}^n \right\} - \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} \left\{ \eta \bar{T}_i^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_i^n \right\} \right)}{\Delta z_i} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \left\{ \eta \bar{T}_i^{n+1} + (1-\eta) \bar{T}_i^n \right\}}{\Delta z_{i-1}} \right] \\
&= \frac{2\eta}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left\{ \frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \bar{T}_{i+1}^{n+1}}{\Delta z_i} - \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) \bar{T}_i^{n+1} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \bar{T}_{i-1}^{n+1}}{\Delta z_{i-1}} \right\} \\
&\quad + \frac{2(1-\eta)}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left\{ \frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \bar{T}_{i+1}^n}{\Delta z_i} - \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) \bar{T}_i^n + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \bar{T}_{i-1}^n}{\Delta z_{i-1}} \right\} \quad (5.21)
\end{aligned}$$

となる。式(5.16)と式(5.18)を式(5.4)に代入して、整理すると

$$\begin{aligned}
\bar{C}_{h,i} \frac{\bar{T}_i^{n+1} - \bar{T}_i^n}{\Delta t} &= \frac{2\eta}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left\{ \frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \bar{T}_{i+1}^{n+1}}{\Delta z_i} - \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) \bar{T}_i^{n+1} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \bar{T}_{i-1}^{n+1}}{\Delta z_{i-1}} \right\} \\
&\quad + \frac{2(1-\eta)}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left\{ \frac{\bar{\lambda}_{i+1/2} \bar{T}_{i+1}^n}{\Delta z_i} - \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) \bar{T}_i^n + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2} \bar{T}_{i-1}^n}{\Delta z_{i-1}} \right\} \\
&\quad - \frac{\bar{C}_h \bar{T}_i^{n+1} - \bar{C}_h \bar{T}_i^n}{\Delta t} + \frac{\bar{\lambda}' \bar{T}_{i+1}^n - 2\bar{\lambda}' \bar{T}_i^n - \bar{\lambda}' \bar{T}_{i-1}^n}{\Delta z^2} \quad (5.22)
\end{aligned}$$

となる。左辺に未知数、右辺に既知数として書き換えると、

$$\begin{aligned}
&-\eta \frac{2\bar{\lambda}_{i+1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_i} \bar{T}_{i+1}^{n+1} + \left\{ \eta \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) + \frac{\bar{C}_{h,i}}{\Delta t} \right\} \bar{T}_i^{n+1} \\
&-\eta \frac{2\bar{\lambda}_{i-1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_{i-1}} \bar{T}_{i-1}^{n+1} \quad (5.23) \\
&= (1-\eta) \frac{2\bar{\lambda}_{i+1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_i} \bar{T}_{i+1}^n - \left\{ (1-\eta) \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) + \frac{\bar{C}_{h,i}}{\Delta t} \right\} \bar{T}_i^n \\
&\quad + (1-\eta) \frac{2\bar{\lambda}_{i-1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_{i-1}} \bar{T}_{i-1}^n - \frac{\bar{C}_h \bar{T}_i^{n+1} - \bar{C}_h \bar{T}_i^n}{\Delta t}
\end{aligned}$$

$$+ \frac{\bar{\lambda}' \bar{T}_{i+1}^n - 2\bar{\lambda}' \bar{T}_i^n - \bar{\lambda}' \bar{T}_{i-1}^n}{\Delta z^2} \quad (5.24)$$

と表される。これは

$$a(i) \bar{T}_i^{n+1} + b(i) \bar{T}_i^{n+1} + c(i) \bar{T}_{i-1}^{n+1} = f(i) \quad (5.25)$$

と書き換えることができ、行列を用いて書き表せば

$$\begin{pmatrix} b(1) & c(1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a(2) & b(2) & c(2) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a(3) & b(3) & c(3) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a(m) & b(m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{T}_1^{n+1} \\ \bar{T}_2^{n+1} \\ \bar{T}_3^{n+1} \\ \vdots \\ \bar{T}_m^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(1) \\ f(2) \\ f(3) \\ \vdots \\ f(m) \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

となる。ここで

$$a(i) = -\eta \frac{2\bar{\lambda}_{i+1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_i} \quad (5.27)$$

$$b(i) = \left\{ \eta \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) + \frac{\bar{C}_{h,i}}{\Delta t} \right\} \quad (5.28)$$

$$c(i) = -\eta \frac{2\bar{\lambda}_{i-1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_{i-1}} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned}
f(i) &= (1-\eta) \frac{2\bar{\lambda}_{i+1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_i} \bar{T}_{i+1}^n - \left\{ (1-\eta) \frac{2}{\Delta z_i + \Delta z_{i-1}} \left(\frac{\bar{\lambda}_{i+1/2}}{\Delta z_i} + \frac{\bar{\lambda}_{i-1/2}}{\Delta z_{i-1}} \right) + \frac{\bar{C}_{h,i}}{\Delta t} \right\} \bar{T}_i^n \\
&\quad + (1-\eta) \frac{2\bar{\lambda}_{i-1/2}}{(\Delta z_i + \Delta z_{i-1})\Delta z_{i-1}} \bar{T}_{i-1}^n - \frac{\bar{C}_h \bar{T}_i^{n+1} - \bar{C}_h \bar{T}_i^n}{\Delta t} \\
&\quad + \frac{\bar{\lambda}' \bar{T}_{i+1}^n - 2\bar{\lambda}' \bar{T}_i^n - \bar{\lambda}' \bar{T}_{i-1}^n}{\Delta z^2} \quad (5.30)
\end{aligned}$$

である。これは3行のバンドマトリクスであり Thomas のアルゴリズムを用いて簡単に解くことができる。

領域平均熱伝導による数値実験

実験の概要

均質な土壌熱特性を仮定して計算を行なった土壌温度、地中熱フラックスと多様性を考慮して計算を行なった土壌温度、地中熱フラックスとの比較を行なう。

均質な土壌熱特性を仮定した計算を標準実験(実験 Cntl)とする。実験では鉛直一次元だけを扱い、初期値は鉛直方向に一定、積分時間は3日とした。地表面の熱収支の結果、土壌に入力される熱フラックス、即ち上端の境界条件は日平均が0の余弦級数で表し、下端の境界条件は日変化が及ばない深度まで計算するものとし、日変化が無いとして、土壌温度を初期条件のまま固定する。これに対して多様性を考慮した実験として、上述の計算条件は変えずに、土壌水分量の分布を考慮して一様分布を仮定した実験 U と正規分布を仮定した実験 N を行なった。

表 5.4に上述の実験種類と計算に当たって与えた条件をまとめておく。

表 5.4: サブ領域の土壌水分分布を考慮した土壌温度の数値実験の種類。

土壌種類	基準実験	一様分布	正規分布
成田砂	Cntl-s	U-n	N-n
砂質ローム	Cntl-sal	U-sal	N-sal
シルト質ローム	Cntl-sil	U-sil	N-sil

表 5.5: サブ領域の土壌水分分布を考慮した土壌温度の数値実験条件。

土壌深	積分時間	離散化距離	時間ステップ
0.25m	3日	0.01m	300秒

実験結果と考察

図 5.7から図 5.15 に成田砂、シルト質ローム、砂質ロームの3つの土壌に対する実験 Cntl と実験 U、実験 N の結果を示す。図には標準実験の温度変化から分布を考慮した場合の温度変化を引いたものを表している。実験自体は3日の計算を行なっているが初期値の影響が無くなったと考えられる1日後から示してあり、また平均土壌温度の313Kより低い領域に斜線を付けてある。この一連の実験ではどの土壌に対しても領域平均土壌水分量を $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ 、分散を $0.01\text{m}^6/\text{m}^6$ としている。分布を考慮した実験の図は実験 Cntl から土壌温度プロファイルを引いた差を表している。

まず最初に実験 Cntl 同士を比較して土壌毎の特性を見ることにする。図 5.7には実験 Cntl-n を、図 5.10には実験 Cntl-sil の結果を図 5.13には実験 Cntl-sal の結果を示してある。地表面温度の振幅が最も小さいのは成田砂で6.5K、シルト質ロームと砂質ロームはほぼ等しく9Kである。成田砂の振幅が小さいのは熱伝導率が高く、熱容量が大きいためである。熱伝導率については5.1.2項で示した図を比較すれば明らかのように他の土壌に比べて高い。また熱容量は空隙率が小さいほど大きくなるが、今土壌水分量はこの土壌に対しても一定なので、飽和土壌水分量が一番小さい成田砂が最も大きな値を持つことになる。従って熱物理係数が大きくなるので、地中熱伝導が大きくなる。熱が伝わりやすいということは土壌の表層だけが温まるのではなく、土壌全体が温まる傾向にあるため、成田砂の地表面温度の振幅は大きくはならない。

一方、両ロームで振幅が殆んど変わらないのは熱物理係数が殆んど変わらないためである。5.1.2項の熱伝導率の図を見ると、土壌水分量が $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ の時、シルト質ロームの熱伝導率は砂質ロームの1.5倍程度もあり、また飽和土壌水分量もあまり変わらない。これだけから判断すれば振幅が殆んど同じであるとは考えられないが、振幅に効いてくるのは熱物理係数の1/2乗のため1.5倍の差があったとしても1.2倍程度で、今振幅は高々10Kなので両ロームの差は1K程度と小さなものになる。

成田砂の熱伝導率を見ると土壌水分量が $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ の時、一様分布でも正規分布でも分布の影響は無く(図 5.1と図 5.2)、熱容量は分布を考慮する場合でも平均値だけを用いて表せるから、熱物理係数はこの条件下では分布の影響を受けない。従って図 5.8と図 5.9が示すように土壌温度の変化にも差は見られない。

シルト質ロームの熱伝導率は、土壌水分量が $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ の時分布を考慮しないと分布を考慮する場合に比べて、いずれの分布形に対しても大きく算定される。分布を考慮しない実験 Cntl-sil の土壌温度、図 5.10と、分布を考慮した実験 U-sil と実験 N-sil の土壌温度、図 5.11と図 5.12

5.1 物理量分布が土壌熱伝導に与える影響

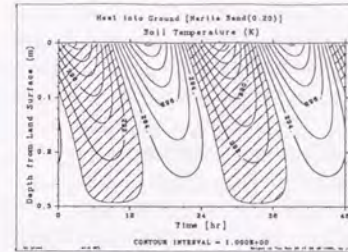


図 5.7: 領域内の土壌水分分布を考慮しない場合の砂の土壌温度変化: 実験 Cntl-n。

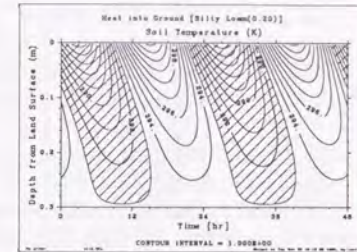


図 5.10: 領域内の土壌水分分布を考慮しない場合のシルト質ロームの土壌温度変化: 実験 Cntl-sil。

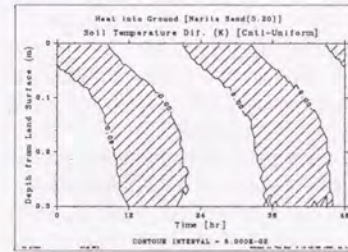


図 5.8: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の土壌温度変化: 実験 U-n。図の等値線は温度差(実験 Cntl-n)-(実験 U-n)を表している。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を0.01としている。

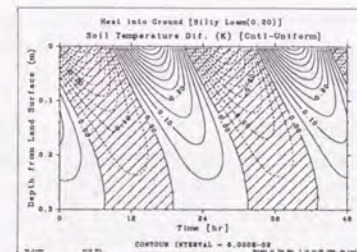


図 5.11: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの土壌温度変化: 実験 U-sil。図の等値線は温度差(実験 Cntl-sil)-(実験 U-sil)を表している。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を0.01としている。

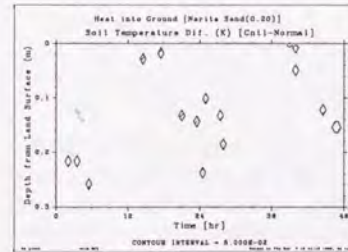


図 5.9: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の土壌温度変化: 実験 N-n。図の等値線は温度差(実験 Cntl-n)-(実験 N-n)を表している。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を0.01としている。

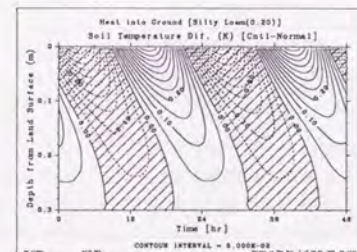


図 5.12: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの土壌温度変化: 実験 N-sil。図の等値線は温度差(実験 Cntl-sil)-(実験 N-sil)を表している。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を0.01としている。

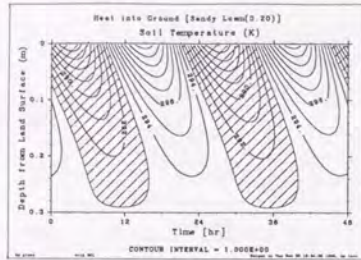


図 5.13: 領域内の土壌水分分布を考慮しない場合の砂質ロームの土壌温度変化: 実験 Cntl-sal。

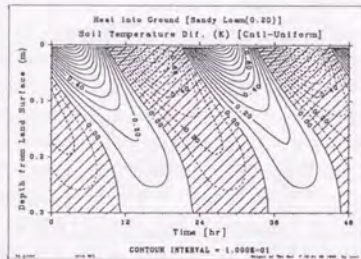


図 5.14: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂質ロームの土壌温度変化: 実験 U-sal。図の等値線は温度差 (実験 Cntl-sal)-(実験 N-sal) を表している。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

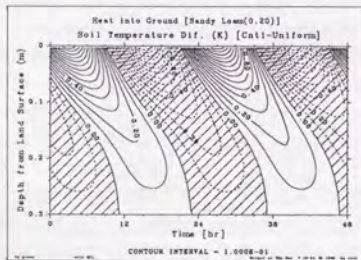


図 5.15: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂質ロームの土壌温度変化: 実験 N-sal。図の等値線は温度差 (実験 Cntl-sal)-(実験 N-sal) を表している。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

は、いずれを比べても大間かな傾向は同じである。詳細に見ると実験 Cntl-sil に比べて、分布を考慮した実験 U-sil と実験 N-sil の方が熱伝導率が小さいために、0.5K 以下ではあるが地表面温度が高くなっており、また各深度での位相も数分のオーダーで遅くなっている。これらは分布を考慮したことによって熱伝導率が大きく算定されることで説明される。分布を考慮した実験 U-sil と実験 N-sil の間には顕著な差は見い出せない。

砂質ロームの熱伝導率は土壌水分が $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ の時値かではあるが分布を考慮しない時に比べて大きくなる。これはシルト質ロームの場合と逆である。分布を考慮しない実験 Cntl-sal は図 5.13 のように地表面の最高温度はおよそ 311K 程度であるが、分布を考慮した実験 U-sal (図 5.14) と実験 (図 5.15) の両方で 313K になっており、およそ 2K の差が生じている。土壌水分が $0.20\text{m}^3/\text{m}^3$ の時の土壌水分分布を考慮する場合としない場合との熱伝導率の差はシルト質ロームの場合よりも、砂質ロームの方が小さいが、土壌温度で見ると殆んど変わらない。これは実験 Cntl-sal を比較したところで述べたように、1.5 倍程度の熱伝導率の違いは振幅が大きくない限りあまり振幅に影響を与えないからである。砂質ロームでも分布を考慮した実験 U-sal と実験 N-sal とでも差異は見られなかった。

地表面で等しい地中熱フラックスを与えた場合、実験 Cntl と実験 U、実験 N の間には 2K 程度の差しか生じない。しかしバルク式で地表面熱収支を考える場合、地表面温度と気温の差、地表面比湿と空気の比湿の差によって決まるから、この 1K の差も地表面での乱流輸送には大きな影響を与えるといえよう。但し、今述べたことは大気と地表面でのフィードバックを考えない場合の話であって、瞬時的にフラックスが例えば大きく算定されても、その結果地表面は冷やされるので、長時間平均では分布を考慮しない場合とする場合とで差がなくなることも推察できる。

分布を考慮した実験 U と実験 N の間には殆んど差が見られなかった。これは土壌水分の分布形状あるいは分布密度関数の形には依らないことを示している。しかし、実験 Cntl とは結果が異なるので分布は考慮しなければならない。そこで最も単純な分散だけを考慮し、それによって表現することを考える。式 (5.11) の最終項を Taylor 近似すると

$$\begin{aligned} & -(A-D) \int_{\Lambda} \exp\{-(C\bar{\theta})^E\} f(\theta) d\theta \\ & = -(A-D) \int_{\Lambda} \exp\{-(C\bar{\theta})^E\} \left[1 + \frac{1}{2} C^2 E (C\bar{\theta})^{E-2} \{(E-1) + E(C\bar{\theta})^E\} \text{var}(\theta') \right] \end{aligned} \quad (5.31)$$

と表される。式 (5.11) にこの式を代入すれば、分布を考慮した熱伝導率は、

$$\begin{aligned} \lambda & = A + B\bar{\theta} \\ & -(A-D) \int_{\Lambda} \exp\{-(C\bar{\theta})^E\} \\ & \times \left[1 + \frac{1}{2} C^2 E (C\bar{\theta})^{E-2} \{(E-1) + E(C\bar{\theta})^E\} \text{var}(\theta') \right] \end{aligned} \quad (5.32)$$

と表すことができる。これは分散だけで表されているから、分布形状が異なっても分散さえ等しければ同じ値になるが、数値積分した結果とそれを用いて行なった数値実験からもこの近似は有効であることが示されている。分布形状が時間的に変化する場合、積分が式 (5.11) のように含まれていると一回一回数値積分をしなければならないが、式 (5.11) を用いれば分散の時間変化さえ追っていけば積分せずに簡単に求めることができる。

乾燥条件下での実験と考察

実験 Cntl、実験 U と実験 N は同じ土壌水分条件下で分布の影響をみたが、次では分布を考慮するかないかでの熱伝導率の差が最も大きい所を選び、数値実験を行なう。

砂質ロームの熱伝導率、図 5.5 と図 5.6 を見る限り、熱伝導率は殆んど変化しないのでここでは取り上げず、成田砂とシルト質ロームについて見てゆくことにする。領域平均土壌水分として、成田砂については $0.05\text{m}^3/\text{m}^3$ を、シルト質ロームについては $0.07\text{m}^3/\text{m}^3$ を選び、先に行なった計算条件のもとで土壌温度の数値実験を行なった。先ほどと同じように分布を考慮しない計算を実験 Cntl-d、一様分布、正規分布を仮定した場合をそれぞれ、実験 U-d と実験 N-d とした。乾燥条件下での実験を表 5.6 にまとめておく。

表 5.6: サブ領域の土壌水分分布を考慮した土壌温度の数値実験の種類。領域平均土壌水分量が小さい場合。

土壌種類	基準実験	一様分布	正規分布
成田砂	Cntl-d-s	U-d-n	N-d-n
シルト質ローム	Cntl-d-sil	U-d-sil	N-d-sil

成田砂の実験 Cntl-d-n は実験 Cntl-n に比べて地表面温度振幅が大きくなっているが、これは土壌水分量が小さいために熱伝導率が小さくなっているからである(図 5.16)。分布を考慮した実験 U-d-sil(図 5.21)と実験 N-d-sil(図 5.18)を実験 Cntl-d-sil と比較すると、分布を考慮した方が地表面温度振幅が 1K 大きくなっている。実験 Cntl-n と実験 U-n、実験 N-n とでは差が無かったが、この計算条件では差が生じている。実験 Cntl-d-n と実験 U-d-n、実験 N-d-n は分布を考慮する場合としない場合との差が最も大きい時の比較であるが、高々 1K 程度であり、この程度の誤差が許容されるのであれば、成田砂については分布を考慮しなくてもよいということになる。実験 Cntl-n と実験 U-n、N-n のどちらの振幅が大きくなるかは、図 5.1 と図 5.2 から推察される。非常に乾燥した所では分布を考慮しない方が地表面温度振幅は大きく、湿つてくると振幅は小さく算定されるという具合に、土壌の乾湿によって算定温度の差も符号が変わる。シルト質ロームの実験 Cntl-d-sil では地表面温度が大きな振幅を持って変化している(図 5.16)。振幅が 17K というのは非常に大きな値であるが、これは熱伝導率がかなり小さくなっているためである。実験 U-d-sil、実験 N-d-sil では振幅 3K ほど小さくなっている。この小さくなる結果は実験 Cntl、U、N の結果とは異なるがこれは、熱伝導率の図 5.3 と図 5.4 から説明される。ここで行なった一連の実験を通して振幅の大きい場合ほど、分布を考慮するかしないかの差が大きいことが示された。

以上から、分布の影響は数 K のオーダーで効いてくるが、それは熱伝導率の差だけではなく、熱伝導率の絶対値にも影響し、熱伝導率が小さければ小さいほど、温度差は大きくなる。

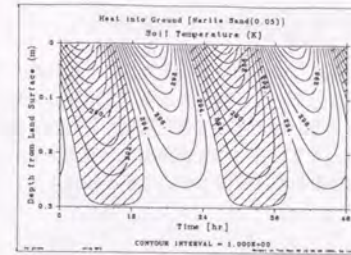


図 5.16: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の土壌温度変化: 実験 Cntl-d-n。分布を考慮しない場合。

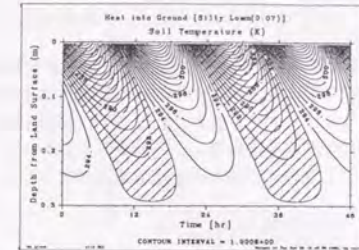


図 5.19: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの土壌温度変化: 実験 Cntl-d-sil。分布を考慮しない場合。

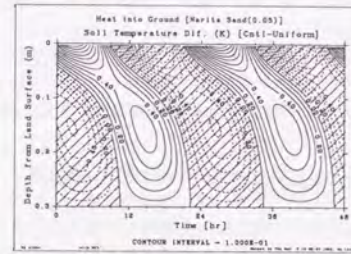


図 5.17: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の土壌温度変化: 実験 U-d-n。図中の等値線は土壌温度差(実験 U-d-n)-(実験 Cntl-d-n)を表している。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

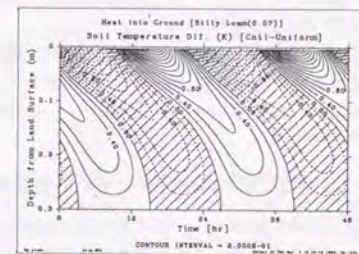


図 5.20: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの土壌温度差: 実験 U-d-sil。平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0.01 としている。図中の等値線は土壌温度差(実験 Cntl-d-sil)-(実験 U-d-sil)を表している。

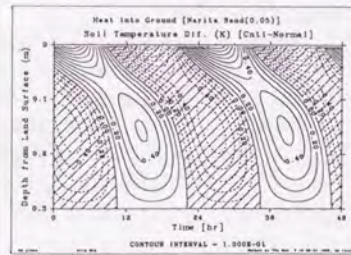


図 5.18: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合の砂の土壌温度変化: 実験 N-d-n。図中の等値線は土壌温度差(実験 N-d-n)-(実験 Cntl-d-n)を表している。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

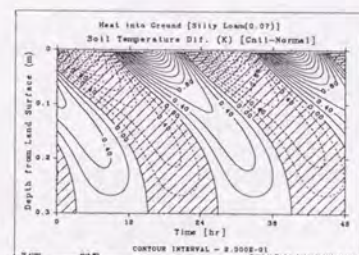


図 5.21: 領域内の土壌水分分布を考慮した場合のシルト質ロームの土壌温度変化: 実験 N-d-sil。図中の等値線は土壌温度差(実験 Cntl-d-sil)-(実験 N-d-sil)を表している。平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

5.2 物理量分布がもたらす熱伝導に関する土壌温度の分布特性

5.1 節では地温の分布と土壌水分の分布が時間的に変化しないという仮定の基に土壌温度と土壌水分量の分布を考慮したモデルで数値計算を行なった。しかし、現実の土壌では両者の分布とも時間変化すると考えられる。ここでは初期土壌温度あるいは土壌水分量を変えた個々の土壌カラム毎に土壌温度を計算し、その結果を解析することにより、日平均土壌温度、土壌水分量が分布している場合に領域内の土壌温度分布がどのような統計的特徴を持っているかを検討する。

5.2.1 実験の概要

ここでは水平方向には熱量は拡散しないとして、100 カラムの土壌を鉛直一次元で扱う。得られた100本のデータを各時間、各深度毎に一つの分布データとして扱い、その分布形のモーメントを求めることによってその分布形状の変化を調べる。

実験 T は土壌水分は全ての計算で一定で、初期土壌温度だけ異なる値を100種与えて計算させたものである。もうひとつの実験 M は初期土壌温度は全ての計算で一定で、土壌水分量だけ異なる値を100種与えて計算させたものである。

実験条件は対象土壌は土壌柱0.1m、離散化距離0.004m、25層、積分時間24時間、時間ステップ10秒とした。初期条件は鉛直一定の地温分布を与え、土壌上端の境界条件は日変化する地中熱伝導を $G = 100 \cos(\omega t - \pi/4) W/m^2$ として与え、土壌下端は地温を初期土壌温度で固定した。対象土壌は成田砂とした。

5.2.2 日平均土壌温度が分布している領域の温度分布の変化

今土壌の熱特性が等しく、地表面熱収支の結果として土壌に与えられる地中への熱フラックスも等しい領域を考える。この領域を100のサブ領域に分けたとしても、そのうちの2つを持ってきても熱特性と地中への熱フラックスは等しい。ここで初期土壌温度がサブ領域毎に異なる値を持っていた時に、土壌温度の分布がどのように変化するかを検討する。日平均の地中への熱フラックスは0と考え、土壌温度の日平均も変化しないことになるので、日平均土壌温度だけが分布していると言い換えても良い。

ここでは水平方向には熱量は拡散しないとして、100本の土壌を鉛直一次元で扱う。得られた100本のデータを各時間、各深度毎に一つの分布データとして扱い、その分布形のモーメントを求めることによってその分布形状の変化を調べる。分布型として一様分布(実験 T-U)と正規分布(実験 T-N)を仮定して、実験を行なったが、ここでは後者だけ取り上げる。

図 5.22 に実験 T-N のモーメントを計算した結果を示す。各層毎の計算結果を示してあるが、全層の分散が初期に与えた分散から変化しないことがわかる。地中への熱伝導が日変化するに伴い、土壌温度は変化するが、分散は変化しない。また理論的には正規分布の3次モーメント(歪度)は0となるが図 5.23 では、0とはなっていない。これは初期条件として与えた日平均土壌温度の問題で、正規分布に従う乱数を発生させて使ったためである。理論によれば理想的な正規分布の場合、歪度の標準偏差は $\sqrt{15/N}$ 程度であり、これより充分に大きい時だけ歪度を信じるべきである(Press et al., 1993)。ここで N はサンプル数だから歪度が 0.387 より充分な大きい時重要であるが、0.2 程度なので歪度は有意とは言えない。

この実験では土壌水分を固定しているから、解くべき問題は2階線形の熱伝導方程式をノイマン問題条件下で解くことであるから、解析的に解くことができ、4.2 節で示した式(4.18)を再掲すると、次のようである。

$$T_{g,i} = T_{s,M,i} + A_1 \exp\left\{-z(\omega/2b)^{1/2}\right\} \cos\{\omega t - z(\omega/2b)\}$$

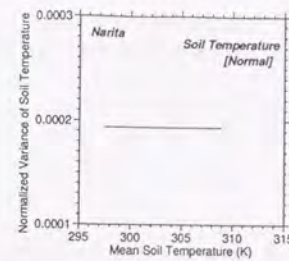


図 5.22: 日平均土壌温度が分布している領域の土壌温度の分散: 実験 T-N. 平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 20 としている。

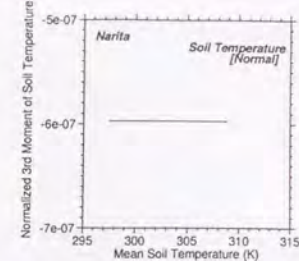


図 5.23: 日平均土壌温度が分布している領域の土壌温度の3次モーメント: 実験 T-N. 平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 20 としている。

土壌の熱特性が一定であるから、上式右辺第2項は同時刻、同深度では同じなので、各時間、各深度毎の m 次モーメント $\mu_T^m(z, t)$ は

$$\mu_T^m(z, t) = \sum_{i=1}^n s_i (T_{g,i} - \bar{T}_g)^m = \sum_{i=1}^n s_i (T_{g,M,i} - \bar{T}_g)^m \quad (5.33)$$

と表され、初期の土壌温度のみの関数となる。従って初期の土壌水分分布が時間的に変化しないので、土壌水分移動が無い状態においては定常であると言える。従って、初期の土壌温度分布さえ分かれば良いと言えるが、逆に土壌水分移動や大気との相互作用を考えないと、初期の土壌水分量分布に含まれる誤差は決して増加することもなければ、減少することもない。従って適当な値を与え、時間積分することによって分散の値を得ようとすることはできないことになる。

5.2.3 土壌水分が分布している領域の温度分布の変化

次に土壌温度は一定であるが、土壌水分が分布している場合を考える。土壌水分量が一様分布している場合(実験 M-U)と正規分布している場合(実験 M-N)とについて検討を行なう。

図 5.24 から図 5.27 に実験 M-U と実験 M-N に対する 2 次モーメントと 3 次モーメントを示す。

分散(図 5.24 と図 5.26) と 3 次モーメント(図 5.25 と図 5.27) とを比較すると、実験 M-U と実験 M-N とともに、3 オダ異なっている。これは分布形状がほぼ平均値に対して対象であることを意味している。分散は実験 M-U(図 5.24) と実験 M-N(図 5.26) とで、ほぼ同じ形をしている。ほぼ左右対象になっているが、若干平均土壌温度の高い方の最大値が大きくなっているがこれは初期値の影響で、本質的な差異ではない。3 次モーメントは実験 M-U(図 5.25) と実験 M-N(図 5.27) とでは、実験 M-N の方が平均土壌温度に対する 3 次モーメントの変化が大きい。これは実験 M-N の方が一実験 M-U に比べて、熱物理係数の分布範囲が広いためである。

図 5.24 ~ 図 5.27 までに共通した特性はいずれの図中でも平均土壌温度でモーメントの変化が記述できることである。時間も深度も異なる時のモーメントが、若干の差はあるが、その時の平均土壌温度だけでパラメタライズできる点は注目するものである。

3.4 節で示した土壌温度分布の蒸発量への影響を考えると、図 5.24 と図 5.26 の分散は蒸発量に影響を与えるほど大きくはないことがわかる。即ち土壌水分分布が土壌の熱伝導を通して蒸発量に与える影響はそれ程大きくないと言えるが、土壌種類が一様でない場合はこの限りではない。

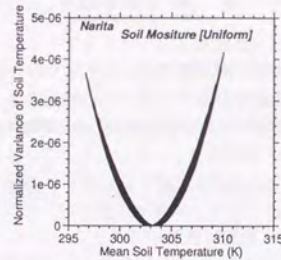


図 5.24: 土壌水分が分布している領域の土壌温度の分散: 実験 M-U. 平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

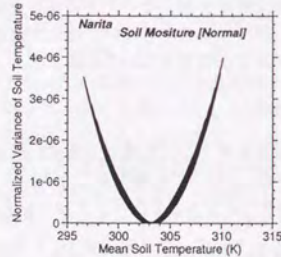


図 5.26: 土壌水分が分布している領域の土壌温度の分散: 実験 M-N. 平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

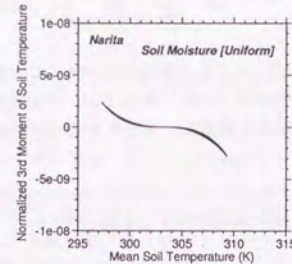


図 5.25: 土壌水分が分布している領域の土壌温度のモーメント: 実験 M-U. 平均値周りに一様分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

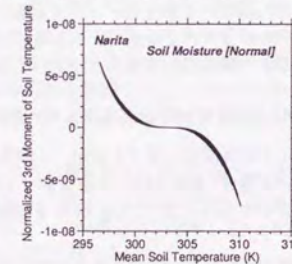


図 5.27: 土壌水分が分布している領域の土壌温度のモーメント: 実験 M-N. 平均値周りに正規分布を仮定し、分散を 0.01 としている。

今上で述べた性質を理論的に数式から導くことを考える。加法定理を用いて式 (4.18) の余弦の中に含まれる時間と深度の項を分けると

$$\begin{aligned} T_{g,i} &= T_{g,M} + A_1 \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \cos\left(\omega t - z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \\ &= T_{g,M} \\ &\quad + A_1 \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \\ &\quad \left\{ \cos(\omega t) \cos\left(z\sqrt{\omega/2b_i}\right) + \sin(\omega t) \sin\left(z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \right\} \end{aligned} \quad (5.34)$$

と表せて、この土壌温度の領域平均を

$$\bar{T}_g = T_{g,M} + A_1 I_c \cos \omega t + A_1 I_s \sin \omega t \quad (5.35)$$

と置くと、土壌カラム i の偏差は

$$\begin{aligned} T_{g,i} - \bar{T}_g &= T_1 \cos(\omega t) \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) - I_c \right\} + T_1 \sin(\omega t) \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) - I_s \right\} \\ &= T_1 B_i(z) \cos(\omega t - \epsilon_i) \end{aligned} \quad (5.36)$$

となる。ここで、

$$I_c = \sum_{i=1}^n s_i \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \cos\left(z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \right\} \quad (5.37)$$

$$I_s = \sum_{i=1}^n s_i \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \sin\left(z\sqrt{\omega/2b_i}\right) \right\} \quad (5.38)$$

$$B_i^2(z) = \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) - I_c \right\}^2 + \left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) - I_s \right\}^2 \quad (5.39)$$

$$\epsilon_i = \cos \left[\left\{ \exp\left(-z\sqrt{\omega/2b_i}\right) - I_c \right\} / B_i(z) \right] \quad (5.40)$$

と置き換えている。以上から土壌水分分布のモーメント $\mu_T^m(z, t)$ は

$$\begin{aligned} \mu_T^m(z, t) &= \sum_{i=1}^n s_i (T_{g,i} - \bar{T}_g)^m = \sum_{i=1}^n s_i \left\{ A_1 B_i(z) \cos(\omega t - \epsilon_i) \right\}^m \\ &= \sum_{i=1}^n s_i A_1^m B_i^m(z) \cos^m(\omega t - \epsilon) = A_1^m \sum_{i=1}^n s_i B_i^m(z) \cos^m(\omega t - \epsilon) \end{aligned} \quad (5.41)$$

と表される。モーメントが高次になるに従って早く小さくなるのは $B_i(z)$ と $\cos(\omega t - \epsilon)$ がともに 1 以下であるのに加え、平均土壌温度で正規化することにより、 $A_1/\bar{T}(z, t)$ も 1 以下であるからと説明される。またこのことから土壌温度のモーメントは次数が高くなるに連れて一般に小さくなると言える。

この式から図 5.24 や図 5.26 のように偶数次モーメントには左右対称な下に凸の曲線、図 5.25 や図 5.27 のように奇数次モーメントには点対称な曲線になることが示される。

5.3 まとめ

本章では土壌の熱伝導式を拡張して、物理量が分布している領域に適用可能な熱伝導式を導出した。これを用いて数値実験をし、土壌水分量が分布している場合の基本的な特性について明らかにした。また数値実験の結果を統計解析し、日平均土壌温度と土壌水分量が分布している場合の土壌温度分布の日変化を調べた。

以上の研究を通して以下の点が明らかになった。

- 多様な領域での地表面温度を予測するモデルを Fourier の熱伝導式に基づき、領域平均の状態量で記述される方程式を導出した。
- 水移動とのカップリングを考えない場合、領域平均熱伝導は熱伝導率の非線形性だけを考慮すれば良いことが式形から示された。従って、土壌水分分布が分かれば領域平均の土壌温度を求めることができる。
- 導出した領域平均モデルに定常な土壌水分分布を仮定し、分布の影響を数値実験で調べたところ、分布を考慮しない場合と比べて、分布を考慮すると地表面温度が最大で数 K 異なることが実験により示された。
- 乾燥した時ほど分布を考慮した時の差は大きくなるが、これは分布を考慮した熱伝導率の非線形効果と土壌の熱容量の低下の双方に原因が求められる。
- 湿潤な場合では、どの深度でも分布の影響は殆んどなく、また深度が 0.1m 以深のところでは温度差は 1K 以下に減衰しており、分布が影響を与えるのは極表層のみである。
- 分布を考慮しない場合に、領域平均土壌温度が過大あるいは過小評価されるかは一意には定まらず、分布を考慮した際の熱伝導率によって定まる。
- 土壌温度と土壌水分が分布している場合に、地中熱伝導の日変化に対して各々の分布形状の日変化を、数値計算結果の統計解析から検討したところ、水平方向の土壌温度が分布している、即ち日平均土壌温度が分布している場合の土壌温度分布は日変化を示さず不変であることが示され、水平方向に土壌水分が分布している場合、土壌温度分布は日変化を示すことを示した。
- 日平均土壌温度が分布している場合は、分布形状に関する統計量は一切変化を示さず初期条件の分布を不変的に持つことになる。一方、土壌水分が分布している場合は、分布形状は時時刻刻と変化するが、その絶対値は小さいことが示された。地面へ与えられる地中熱伝導の大きさが等しく、土壌水分の分布による熱伝導率の差程度であれば、土壌水分量の分布の影響は、例えば地表面温度に対する飽和比湿を計算する際に重要となる非線形効果に影響を与えるほど大きくはないことを示した。

Chapter 6

多様な地表面における物理量分布を考慮した土壌水分移動モデル

土壌水分量が分布している水平な領域に一律な強度の雨が降った場合を例にとりて分布している影響を考える。すると土壌特性が同じでも土壌水分量によってあるところでは全て浸透するが、あるところでは浸透能を越えて一部が表面流出として領域の外部へと出て行く。土壌水分量と浸透能が線形な関係であれば、領域平均の土壌水分量から領域平均の浸透能が求められる。しかし、現実の浸透現象は土壌水分量に対して非線形であるから平均値だけでなく、分布形状も必要となる。再分配過程についても水分移動方程式は同じであり、平均値だけでは領域平均としてのフラックスは求まらない。本章では領域平均としての浸透過程と乾燥過程について、土壌水分量が分布している影響を考える。

6.1 土壌特性の分布を考慮した土壌水分移動に関する研究

Sivaparan and Wood(1986) は上述の Philip 式を用いて、土壌特性と降雨が分布している際の湛水時間分布と浸透量の平均と分散、空間相関について検討を加え、平均値のみを用いると大きなバイアスが生じることを示し、湛水時間が浸透過程を支配するパラメータであることを示している。

Entekabi and Eagleson(1989) はある時間内で分布形状は変化しないが、浸潤に伴う浸透能変化は考慮した領域平均の浸透能を解析的に求めている。しかし土壌水分分布を Γ 分布と置いているため、応用性には欠ける。一見 Γ 分布は 2 パラメータで様々な分布形を与えるように思われがちであるが、非現実的な形になることもしばしばある。経験的に言えば、平均と分散を与えて分布をみると正規分布では現実的な分布をするにも拘らず、 Γ 分布では乾燥側が発散するような分布も見られることもある。実際には浸透現象と共に分布形状も変化するもので、例え初期分布が Γ 分布であったとしても、時間と共に別の分布形状になるのが普通であり、この点については検討が加えられていない。

Chen ほか(1993; 1994a; 1994b) は Richards 式を水平方向に空間平均し、土壌特性と土壌水分量が分布している場合の支配方程式 Spatial Horizontally Averaged Richards Equation(SHARE) モデル、領域平均した Green-Ampt モデルを導いている。SHARE モデルでは有効飽和度と飽和透水係数との共分散を予測する式を立て、支配方程式と連立することで領域平均の水移動式を表している。この 2 つの領域平均化された式と 3 次元モデルとで比較を行ない、領域平均 Green-Ampt モデルが良好な結果を与えていることを示している。SHARE モデルは Taylor 展開で 2 次以上の

項を落してしまっている。飽和透水係数のばらつきが小さい時のみ、有効に働くことをが示されている。しかし飽和透水係数のばらつきが小さくても非常に乾燥した領域と湿潤な領域が混在している所では例え飽和透水係数が分布していなくても不飽和透水係数は大きく異なるので、同じ問題を抱えてしまう。

領域平均としての土壌内の水分移動に関する研究に関して未だ解決されていない問題点が数多く残されている。その中で重要なものとして、一つ目は領域平均の状態量に基づいて土壌水分分布を予測できるモデルの構築であり、二つ目は土壌水分分布が土壌水分や浸透量に与える影響の定量化、三つ目は土壌水分分布の時間変化の定性的・定量的考察などが挙げられる。

ここでは上で述べた問題点を解決するために、領域平均状態量に基づいた領域平均の支配方程式の導出し、領域平均水分特性曲線や不飽和透水係数など領域平均状態量の特徴を明らかにし、導出した方程式を用いて土壌水分量の変化の数値実験を行ない土壌水分分布の影響を調べ、最後に浸透現象下での水平方向土壌水分分布の変化のモデル化を試みる。

6.2 物理量分布が浸透に与える影響

降水があると土壌への水の浸透現象がみられる。いま降水の空間スケールがよりも小さなスケールで土壌水分が分布しているとした場合、領域平均の浸透量を算定する手法として、2つの手法が考えられる。一つは土壌水分分布を陽には扱わず平均値だけで浸透量を計算する手法であり、もう一つは土壌水分分布のスケールに合わせて離散化し、各々求めた浸透量の平均を求める手法である。後者は Richards 式が成り立つ範囲で用いており、正確な浸透量が算定されると期待できるもので、いわゆる分布型モデルとして現在様々な用途に用いられている手法である。前者は Richards 式の適用範囲を超えて適用したものであり、非常に粗いが後者の近似的な側面を持っている。

6.2.1 領域平均水分移動方程式の導出

正確な浸透量を出すには後者手法を用いれば、空間的な土壌水分分布までも知ることができ応用範囲が広いが、その反面計算時間が多くかかり、時として浸透量さえ正確に算定されれば良く、空間的な分布は不要である事もある。このような場合、空間的な分布は計算しない代わりに計算時間を短縮できないかという、欲求が生じるのは自然である。

ここではまず、土壌水分分布がどの程度浸透量に影響を及ぼし、分布を考慮すべきか、あるいはその影響は小さく考慮する必要があるかを調べることにする。

飽和-不飽和帯での水の流れを記述する Richards 式 (1931) は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla(K \nabla \phi) = -\nabla(K \nabla \psi) - \nabla K \quad (6.1)$$

と表される。ここで θ は体積含水率、 ϕ は全ポテンシャル、 ψ はマトリック・ポテンシャル、 K は不飽和透水係数である。 K は 2 階のテンソル量である。しかし現実問題として不飽和透水係数を 2 階のテンソル量として測定することは大変難しく、局所等方性を仮定して計算している。

3.2 項で行なったように領域内の各物理量の値を領域平均とその偏差で表すことを考える。Richards 式に現れる物理量、 θ 、 ψ 、 K はそれぞれ

$$\theta = \bar{\theta}(1 + \theta^*) \quad (6.2)$$

$$\psi = \bar{\psi}(1 + \psi^*) \quad (6.3)$$

$$K = \bar{K}(1 + K^*) \quad (6.4)$$

となる。この 3 式を式 (6.1) の右辺に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}(1 + \theta^*)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{K}(1 + K^*) \frac{\partial \bar{\psi}(1 + \psi^*)}{\partial x} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{K}(1 + K^*) \frac{\partial \bar{\psi}(1 + \psi^*)}{\partial y} \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \bar{K}(1 + K^*) \frac{\partial \bar{\psi}(1 + \psi^*)}{\partial z} + \bar{K}(1 + K^*) \right\} \\ &= -\bar{K} \bar{\psi} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (1 + K^*) \frac{\partial (1 + \psi^*)}{\partial x} \right\} - \bar{K} \bar{\psi} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (1 + K^*) \frac{\partial (1 + \psi^*)}{\partial y} \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \bar{K}(1 + K^*) \frac{\partial \bar{\psi}(1 + \psi^*)}{\partial z} + \bar{K}(1 + K^*) \right\} - \bar{K} \bar{\psi} \quad (6.5) \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left[\bar{K} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} - 1 \right) + \bar{K} \left\{ K^* \psi^* \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} + \bar{\psi} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial z} \right) \right\} + \bar{K}(1 + K^*) \right] \quad (6.6) \end{aligned}$$

式 (6.6) の領域平均を取ると、サブ領域の分布を考慮した方程式、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} &= -\bar{K} \bar{\psi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial z} \left[\bar{K} \left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} - 1 \right) + \bar{K} \left\{ K^* \psi^* \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} + \bar{\psi} \left(K^* \frac{\partial \psi^*}{\partial z} \right) \right\} \right] \quad (6.7) \end{aligned}$$

が得られる (仲江川ほか, 1994)。この導出過程では何ら近似を行っていないので、厳密に領域積分して平均を取ったものに等しい。すなわち Richards の方程式が適用できる範囲内で常に成り立つことになる。

実際の流域では土壌水分のみならず、土壌特性も流域内で分布している。ここでは土壌特性は一定で、土壌水分が分布している場合を考える。分布を考慮する場合としない場合とで、どの程度の差が領域浸透量に表れるのかを数値実験で調べることにする。流域内の 3 次元土壌水分分布の実測はあまり無いが、1 次元の観測データや 3 次元のモデルアウトプットを調べれば分かるように、鉛直方向には深度が深くなればなるほどばらつきは小さくなり、また水平方向には降雨直後の湿潤状態や降雨後十分な経過時間後の乾燥状態でもばらつきは小さい。ここでは分布の影響がどの程度水分移動にあるかをみるのが主目的なので、分布形状を時空間的に不変として、固定して考える。

6.2.2 領域平均の水分移動に関する物理パラメータの算定

Richards 式を用いてフラックスを求めたり、時間積分したりするには土壌特性が必要となる。式 (6.7) を用いて数値実験を行なう場合にも土壌特性が必要となるが、式 (6.7) に表れている $\bar{\psi}$ は ψ の、 \bar{K} は K の領域平均値であり、分布を考慮しない場合の土壌特性をそのまま用いることはできない。ここでは数値計算に必要な土壌水分量の分布を考慮した場合の $\bar{\psi}$ と \bar{K} について検討を加える。対象とする土壌は成田砂、関東ローム、まさ土の 3 種とする。

サブ領域の分布を考慮した土壌水分ポテンシャル

土壌水分量と土壌水分ポテンシャルを表す関数は、式形が簡単で広く使われている 1 パラメータの Brooks and Corey の式や実験データに良く合う 3 パラメータの van Genuchten 式などが

あるが両式とも残留土壌水分以下の土壌水分に対してはサクションに変換できない。分布を考えると平均土壌水分量はポテンシャルに変換可能であっても、分布している土壌水分の中には変換できなくなってしまうものもある。この問題は水蒸気移動を扱う Philip and de Vries のモデルによる数値計算をする時にも生じ、残留土壌水分より乾燥した水分特性曲線をどのように表すかは重要な課題である。この区間の物理的な外挿手法については付録 A で詳しく述べる。

ここでは付録 A に従い、水分特性曲線として湿潤側で van Genuchten の式 (A.15) を使い、乾燥側で Brooks and Corey の式 (A.14) を用いる。領域平均の水分特性曲線は

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \int_0^{\theta_j} \left(\frac{\theta}{D_m}\right)^{1/B_m} f(\theta) d\theta + \int_{\theta_j}^{\theta_s} \frac{1}{\alpha_{vG}} \left\{ \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^{-1/m_{vG}} - 1 \right\}^{1/n_{vG}} f(\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\theta_j} \left(\frac{\theta}{D_m}\right)^{1/B_m} f(\theta) d\theta + \int_0^1 \frac{1}{\alpha_{vG}} \left\{ S_e^{-1/m_{vG}} - 1 \right\}^{1/n_{vG}} (\theta_s - \theta_r) f(S_e) dS_e \quad (6.8) \end{aligned}$$

となり、これが領域平均 $\bar{\psi}$ の定義となる。ここで θ_j は式 (A.15) と式 (A.14) の接続土壌水分量、 θ_r は残留土壌水分量、 θ_s は飽和体積含水率、 S_e は有効飽和度、 D_m 、 B_m 、 α_{vG} 、 m_{vG} 、 n_{vG} は土壌毎に定まるパラメータである。ここでも $f(\theta)$ として一様分布と正規分布を取り上げる。 $\bar{\theta}$ - $\bar{\psi}$ 関係は、上記の 3 種類の土壌に対して各々数値積分することにより求められる。

図 6.1~図 6.6 に土壌と分布毎の $\bar{\theta}$ - $\bar{\psi}$ 関係が示されている。各図には分散を 0.0、 2.5×10^{-3} 、 5.0×10^{-3} 、 7.5×10^{-3} 、 1.0×10^{-2} と変化させた場合の曲線が描かれている。

どの土壌に対しても一様分布を仮定した場合の方が分布を考慮しないものに近い曲線となる。これは同じ分散でも正規分布の方が裾が長く、しかも水分特性曲線は乾燥側で急激に変化するので、僅かでも分布しているとそれに引きずられる形で、同じ土壌水分量に対してサクションが大きくなる。さらに正規分布の方が分散の違いが領域平均サクションに表れているが、これも同じ理由による。従ってどの図でも分散が大きいほどサクションが大きくなっているのが見られる。またいずれの土壌でも pF2 以下の領域では、逆に分布を考慮しないと小さくなっている。これは図 3.5 で述べたように関数の凹凸によって説明される。乾燥側で大きく、湿潤側で小さくなっているということは、全体としてみると、比水分容量が小さくなっていると言い換えることもできる。

サブ領域の分布を考慮した不飽和透水係数

不飽和透水係数を水分特性曲線から推定する手法は多くの研究者によって示されているが、van Genuchten 式に基づいたものは

$$K = K_s S_e^{1/2} \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^{1/m} \right\}^{m-2} \right] = K_s S_e^{1/2} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{1/m}\right)^m \right\}^2 \quad (6.9)$$

と表される。ここで K_s は飽和透水係数である。領域平均の不飽和透水係数は領域内で積分することにより求められて、式 (6.9) を積分すると、

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \int_0^{\theta_s} K_s S_e^{1/2} \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)^{1/m} \right\}^m \right]^2 f(\theta) d\theta \\ &= \int_0^1 K_s S_e^{1/2} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{1/m}\right)^m \right\}^2 (\theta_s - \theta_r) dS_e \quad (6.10) \end{aligned}$$

と表される。この式が領域平均 \bar{K} の定義式となる。

図 6.7~図 6.12 に土壌と分布毎の $\bar{\theta}$ - \bar{K} が示されている。各図には分散を 0.0、 2.5×10^{-3} 、 5.0×10^{-3} 、 7.5×10^{-3} 、 1.0×10^{-2} と変化させた場合の曲線が描かれている。

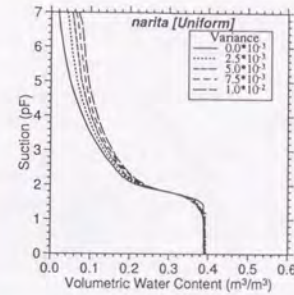


図 6.1: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合の成田砂の水分特性曲線

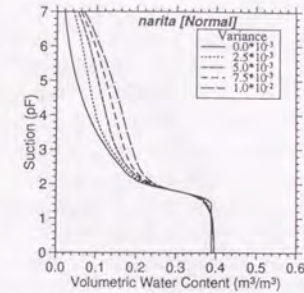


図 6.2: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合の成田砂の水分特性曲線

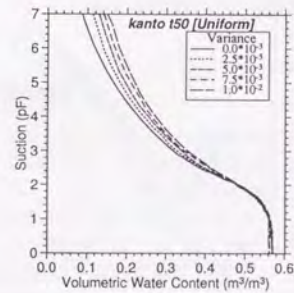


図 6.3: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合の関東ロームの水分特性曲線

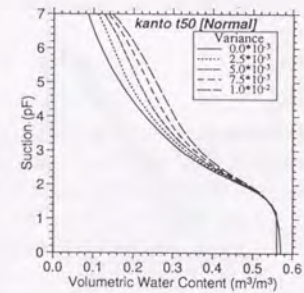


図 6.4: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合の関東ロームの水分特性曲線

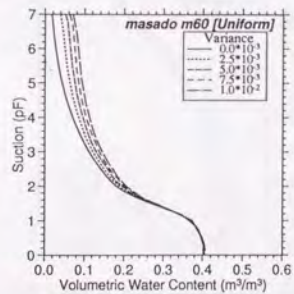


図 6.5: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合のまさ土の水分特性曲線

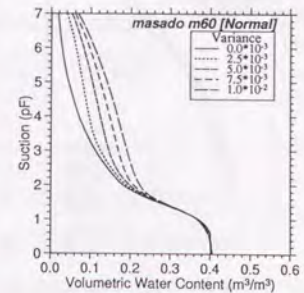


図 6.6: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合のまさ土の水分特性曲線

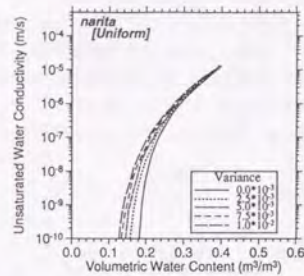


図 6.7: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合の成田砂の不飽和透水係数

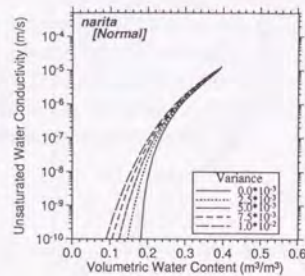


図 6.8: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合の成田砂の不飽和透水係数

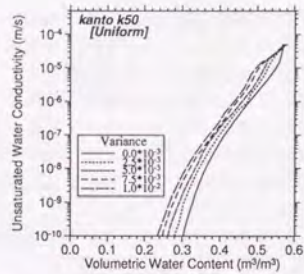


図 6.9: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合の関東ロームの不飽和透水係数

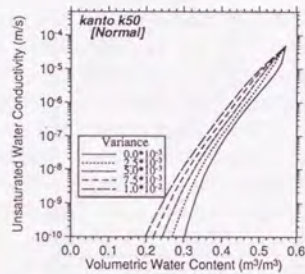


図 6.10: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合の関東ロームの不飽和透水係数

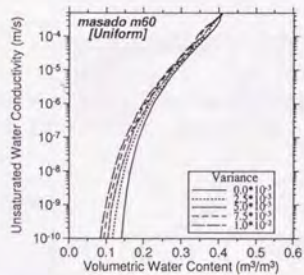


図 6.11: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合のまさ土の不飽和透水係数

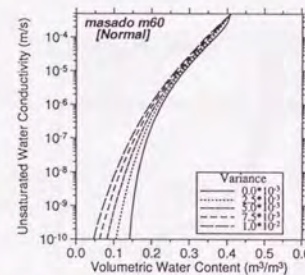


図 6.12: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合のまさ土の不飽和透水係数

いずれの場合でも分布を考慮すると領域平均の不飽和透水係数は大きく算定されている。これらの図を見る限り、分布を考慮していない分散が0の曲線は上に凸であるので、図 3.5での説明が当てはまらない。図 3.5の説明では上に凸の関数の場合、対象な分布であれば分布を考慮すると小さく算定されることが説明されている。これは不飽和透水係数に分布を考慮したこれらの図の縦軸が対数をとっているからに過ぎない。不飽和透水係数は巾乗部が1以上であるから下に凸の関数である。このことから不飽和透水係数が分布を考慮すると大きくなるのは明らかである。

いずれの土壌でも残留土壌水分量付近の場合に分散の違いによる差が大きい。pF3以上では不飽和透水係数は0と考えて良いが、分布を考えると一部の土壌では透水係数が0ではなくしかも湿潤になるにつれ急激に増加するので、領域平均不飽和透水係数は、乾燥側で非常に大きな差となる。但しここで述べたことは、分布を考慮した場合としない場合の比の大きさであって、両者の差で言えば飽和付近の方が大きいということになる。飽和付近では成田砂とまさ土に対する分布の影響は小さいが、関東ロームでは飽和付近でも差が見られる。これは不飽和透水係数自体が飽和近傍で大きく変化するためである。

6.2.3 物理量分布を考慮した浸透の数値実験

ここでは土壌水分分布が浸透現象下での土壌水分変化に与える影響を調べる数値実験を行なう。

実験の概要

上記3種の土壌の中、成田砂とまさ土について一次元浸透計算を行ない、サブ領域の分布を考慮する場合としない場合との違いを比較する。分布を考慮しない成田砂に対する浸透計算を実験 Cntl-n、まさ土に対する計算を実験 Cntl-m、一様分布または正規分布を仮定した成田砂に対する浸透計算を実験 U-n と実験 N-n、まさ土に対する計算を実験 U-m と実験 N-m とする。

この数値計算をするに際して式(6.7)に表れる共分散項を単純化のために無視する。 $\bar{\psi}$ と \bar{K} は土壌水分分布の分散を0.01と固定した場合の値を用いる、即ち土壌水分分布は一様分布と正規分布とを平均値周りに仮定し、平均値が変わっても分布型は保存されるとした。また飽和透水係数自体は分布しないものとしている。初期条件は体積含水率 $0.20m^3/m^3$ の鉛直に一定な水分プロファイルを与え、上端は50mm/hrの降雨があるものとし、下端は初期の透水係数で排水されるものとする。

表 6.1: サブ領域の土壌水分分布を考慮した浸透の数値実験の種類。

土壌種類	基準実験	一様分布	正規分布
成田砂	Cntl-n	U-n	N-n
まさ土	Cntl-m	U-m	N-m

表 6.2: サブ領域の土壌水分分布を考慮した浸透の数値実験条件。

土壌深	積分時間	離散化距離	時間ステップ
0.25m	3日	0.01m	300秒

実験の結果

図 6.13 と図 6.14 に分布を考慮しない場合の土壌水分の時間変化を示す。実験 Cntl-n では浸潤前線が大きな水分変化を持ちながら進み、1 時間 20 分程度で深度 0.4m まで達している (図 6.13)。実験 Cntl-m は 50 分程度で浸潤前線が深度 0.4m まで達してしまい、土壌下端が物理量固定なので、降雨量と土壌下端の排水が釣り合って、それ以後土壌が飽和することなく、定常状態になっている (図 6.14)。これはまさ土の飽和透水係数が成田砂に比べて大きいためである。

最初に砂について分布の影響を調べる。実験 U-n の浸潤前線が土壌下端に達するに要する時間は実験 Cntl-n と殆んど変わらない。しかし浸潤前線の前進の仕方には大きな違いが見られる。実験 U-n では浸潤前線の土壌水分変化は実験 Cntl-n に比べて緩やかであるが、それでも浸潤前線の前進速度に差がないのは、図 6.7 に示すように、分布を考慮した場合の方が不飽和透水係数が大きくなるためである。また土壌水分貯留量から言うと実験 Cntl-nの方が実験 U-n よりも多いと言う事になるが、実験 U-n は排水される土壌水分量も多いので浸透能としては実験 U-n の方が大きい。分布型を正規分布とした実験 N-n は更に不飽和透水係数が大きく (図 6.8)、土壌水分貯留量が実験 U-n に比べても小さく、浸透能が高い。

まさ土に対する実験はさらに土壌の水分貯留量が減り、実験 N-m では等値線を引くことができない (図 6.18)。これは図 6.11 と図 6.11 が示す様に、不飽和透水係数が大きく、下端での排水も大きいためである。また、いずれの実験でも湛水は生じなかった。これは図 6.7、図 6.8 に示すように不飽和透水係数が大きく、下端での排水も大きいためである。

土壌水分分布が与える影響に対する考察

ここで得られた浸透能に関する結果である、分布を考慮すると浸透能が大きくなることは Sivapalan and Wood (1986) の結果と一致するものであり、領域平均 Richards 式に基づいても同様な結果が得られた。さらに、Sivapalan and Wood の方法では得られなかった土壌水分状態も計算することができ、土壌の水分貯留量が分布を考慮すると減少することが示された。

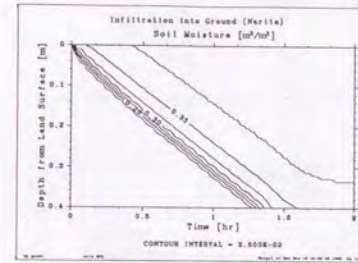


図 6.13: 分布を考慮しない場合の成田砂への浸透による土壌水分変化

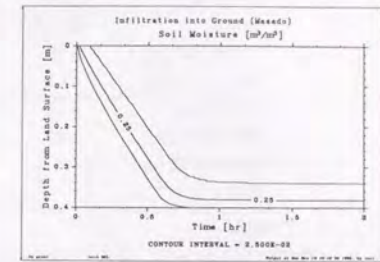


図 6.14: 分布を考慮しない場合のまさ土への浸透による土壌水分変化

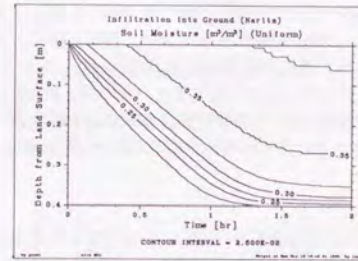


図 6.15: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合の成田砂への浸透による土壌水分変化

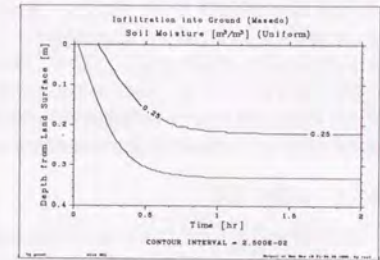


図 6.16: 平均値まわりに一様分布を仮定した場合のまさ土への浸透による土壌水分変化

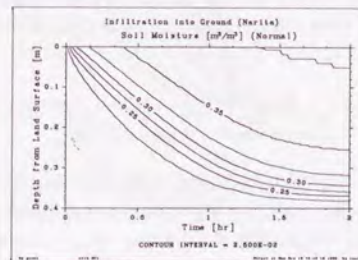


図 6.17: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合の成田砂への浸透による土壌水分変化

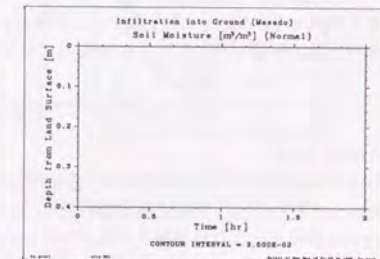


図 6.18: 平均値まわりに正規分布を仮定した場合のまさ土への浸透による土壌水分変化

表 6.3: 浸透現象下での土壌水分分布変化実験。対象土壌は成田砂。

標準実験	Cntl-U	Cntl-N	U-long	N-os
分布形	一様分布	正規分布		(右側) 正規分布
平均値 (m ³ /m ³)	0.20	0.20	0.29	0.28
分散 (m ⁶ /m ⁶)	0.01	0.01	0.01	
土壌深 (m)	0.50	0.50	1.00	0.50
積分時間 (hr.)	3.00	3.00	6.00	3.00
離散化距離 (m)			0.025	
時間ステップ (s)			300	

6.3 物理量分布がもたらす浸透現象下での土壌水分の分布特性

前節で土壌水分量が分布している領域に一樣な降雨があった場合の浸透現象について検討を加えた。そこでは平均土壌水分量は変化しても、土壌水分分布形状は時間変化しないことを仮定していた。しかし観測事実が示すように、透水係数の高い湿潤な領域ほど短時間で飽和に達し、乾燥した領域ほど飽和に達するまで時間がかかるので、この仮定は成り立たない。飽和に達してしまえばそれ以上土壌水分は増えないので、浸透現象に伴い負の歪度が増加することが考えられる。このような土壌水分の分布形状の時間変化に関する研究は全く行なわれてきていないが、分布の時間変化を取り込んだ形での水分移動モデルを構築する際には、この分布形状を知ることが必須の事項である。そこで本節では数値実験結果を解析することによりこの分布形状について検討する。

6.3.1 実験の概要

統計解析を行なうために 100 種の異なる初期条件から浸透計算を行なう。土壌特性と降水は一定として考えるものとする。標準実験は対象土壌を成田砂とし、積分時間は 3 時間、計算土壌は 0.5m、離散化距離は 0.025m で 20 層である。初期条件は平均土壌水分量 0.20m³/m³、分散は 0.01 として、一様分布 (実験 Cntl-U) と正規分布 (実験 Cntl-N) に従う乱数を与えた。

この計算条件で得られたそれぞれの初期条件に対する結果を用いて土壌水分分布に関する統計量を計算する。今 i 番目の土壌カラムの時刻 t 、深度 z での土壌水分量を $\theta_i(t, z)$ と置くと、水平方向の土壌水分分布に関する m 次モーメント $\mu_{\theta}^m(t, z)$ は

$$\mu_{\theta}^m(t, z) = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \left\{ \theta_i(t, z) - \bar{\theta}(z) \right\}^m \quad (6.11)$$

で定義される。

次に比較実験として初期土壌水分量を 0.177m³/m³ から 0.02m³/m³ 刻みで体積含水率を変えて飽和まで変化させ、計算土壌深度を 1m としたもの (実験 U-long) と実験 Cntl-N の結果で初期土壌水分量が平均よりも湿潤な土壌カラムだけを抽出したもの (実験 N-os) を行なった。これらの実験を表 6.3 にまとめておく。以上 4 種の実験に対してモーメントを 30 次まで計算したが、そのうち低次の 2 次～5 次までをここでは詳しく見て行くことにする。

6.3.2 標準実験における土壌水分分布の変化

上述の標準実験、実験 Cntl-U と実験 Cntl-N の統計解析結果を、それぞれ図 6.19～図 6.22 と図 6.23～図 6.26 に示す。

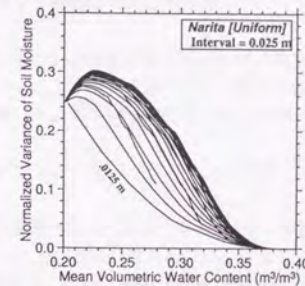


図 6.19: 浸透現象下での土壌水分の分布変化。初期分布が一様分布の時の 2 次モーメント。

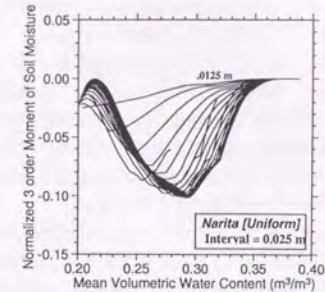


図 6.20: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が一様分布の時の 3 次モーメント。

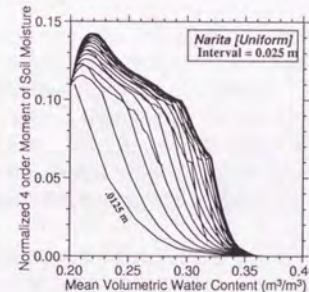


図 6.21: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が一様分布の時の 4 次モーメント。

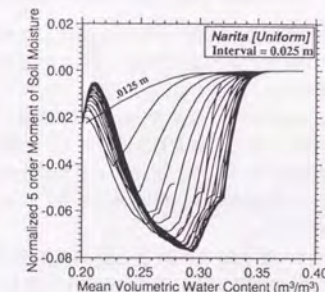


図 6.22: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が一様分布の時の 5 次モーメント。

実験 Cntl-U の 2 次モーメント (図 6.19) は $\theta = 0.20 \sim 0.25 \text{ m}^3/\text{m}^3$ で最大値を取った後、減少して行く。また深度が大きくなるに連れて最大値は大きくなってゆくが、深度が深くなるに連れて、最大値の増加は小さくなって行く。2 次モーメントが一旦大きくなるのは湿潤な領域が飽和に達し、密度関数で言うと、飽和の所で高い値を取り、かつ乾燥領域の方へ裾が長く延びている形の状態が一時的に生じているからで、時間経過に伴って乾燥していた領域もやがて湿潤になり裾が短くなって、全体が飽和に達すると 2 次モーメントは 0 となる。

先ほど最大値の増加が小さくなると述べたが、図中、途中で途切れ他の深度の曲線と交差しているものは深度の大きい所のものである。これを見ると、深度が深い所で 2 次モーメントの最大値が小さくなるのが読みとれるが、下端でマトリックスポテンシャルを固定している影響とも考えられるのでこの図だけでは断定できない。

3 次モーメント (図 6.20) は歪度を表すが、一旦増加してから減少し始め最小値を取った後、再び増加し、飽和で 0 となっている。この増加は初期湿潤域が時間的に早く飽和に達することを意味し、負の最小値を取るの、浸透現象下では飽和領域が時間方向に単調増加であるため、飽和域に偏りを持った土壌水分分布となるからである。

4 次モーメント (図 6.21) については 2 次モーメントと、5 次モーメント (図 6.22) については 3 次モーメントと同様な変化を示す。

ここで 2 次～5 次のモーメントを絶対最大値と比較すると、2 次、4 次、3 次、5 次の順番となるが、2 次と比べて 5 次モーメントは 1/3 程度と無視し得るほど小さいとは言いがたい。

実験 Cntl-N のモーメント (図 6.23～図 6.26) についても一般的な傾向は実験 Cntl-U と同様である。細部では異なるところもあるが、両実験で仮定した一様分布と正規分布とはいずれも平均に対して対象であるから、モーメントの変化には大きな差異が見られないと考えられる。

6.3.3 比較実験における土壌水分分布の変化

今見てきた標準実験の比較では次の二つの点を明らかにすることができなかった。一つはモーメントの変化に最大値が存在し、ある深度より大きい所ではモーメントは減少して行くのかという問題である。実験 Cntl-U と実験 Cntl-N では深度が小さくこの点に対して断言できる結果が得られなかったため、深度を 1m とした実験 U-long を行なう。もう一つは初期分布による違いがモーメントの変化に与える影響である。実験 Cntl-U と実験 Cntl-N では分散が同じで、しかも対称な分布を与えた結果、モーメントの変化に顕著な差異が見られなかったため、実験 Cntl-N の実験のうち初期条件が湿潤な方から 50 カラムの土壌カラムの計算結果だけで統計解析する実験 N-os を行なう。

図 6.27～図 6.30 に実験 U-long の結果を示す。図 6.27～図 6.30 をそれぞれ標準実験のモーメントの図と比較しても、基本的な変化に変わりはない。初期のモーメントは全ての次数に対して、実験 Cntl-U に比べて小さくなっていく。これは実験 Cntl-U では初期土壌水分量が 0～飽和の全域に渡って分布していたのに対して、実験 U-long では初期土壌水分量が 0.177～飽和の間だけに分布しているからである。実験 U-long の最大値を実験 Cntl-U の最大値で割った値はそれぞれ 2 次モーメントから 5 次モーメントまで、0.21、0.13、0.046、0.036 となり全てのモーメントで小さくなっていく。

図 6.27 の 2 次モーメントでは、深度が 0.5m 以上になるとモーメントの平均土壌水分による変化は殆んど見られなくなり、ある一定深度以深ではモーメントの変化は初期の土壌水分分布だけに依存することが分かる。このことから実験 Cntl-U で見られた最大値が減少するという現象は下端の境界条件の影響を受けたためと言える。また実験 Cntl-U と異なり、モーメントの次数が上がるにつれてモーメントの値が小さくなってゆく。最大値と比較すると、2 次から 3 次では 1/5

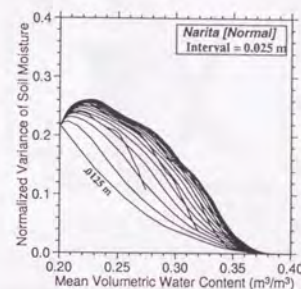


図 6.23: 浸透現象下での土壌水分の分布変化。初期分布が正規分布の時の 2 次モーメント。

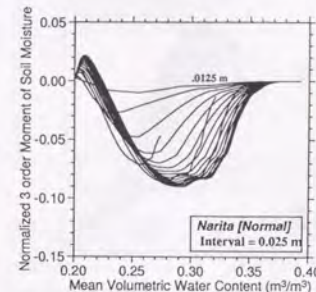


図 6.24: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が正規分布の時の 3 次モーメント。

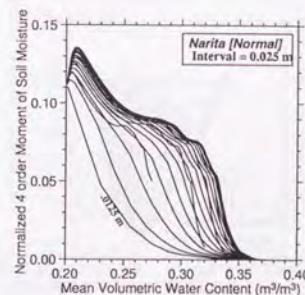


図 6.25: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が正規分布の時の 4 次モーメント。

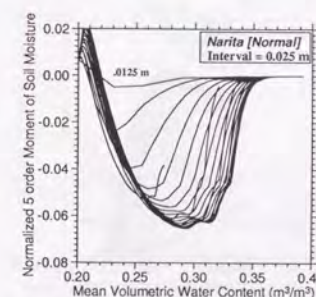


図 6.26: 浸透現象下での土壌水分分布の変化。初期分布が正規分布の時の 5 次モーメント。

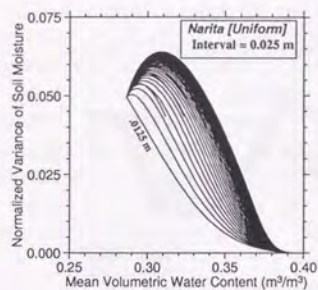


図 6.27: 浸透現象下での土壌水分の分布変化: 実験 U-long. 初期分布が一様分布の時の 2 次モーメント。

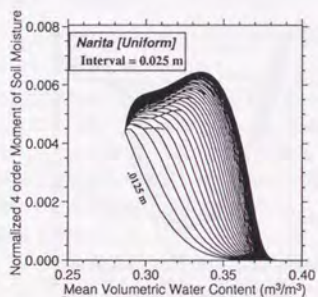


図 6.29: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 U-long. 初期分布が一様分布の時の 4 次モーメント。

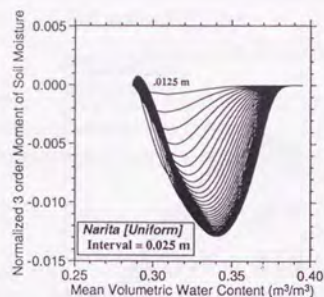


図 6.28: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 U-long. 初期分布が一様分布の時の 3 次モーメント。

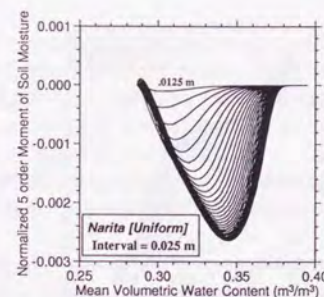


図 6.30: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 U-long. 初期分布が一様分布の時の 5 次モーメント。

に、3 次から 4 次では 1/2 に、4 次から 5 次では 2/5 になっており、領域平均を付録 B に示すようなモーメント表示で行なう場合、高次のモーメントを考慮しなくて良いことになる。

最後に実験 N-os の解析結果を図 6.31~図 6.30 に示す。実験 N-os のモーメントの変化の定性

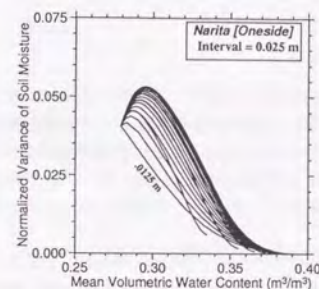


図 6.31: 浸透現象下での土壌水分の分布変化。初期分布が正規分布の時の 2 次モーメント。

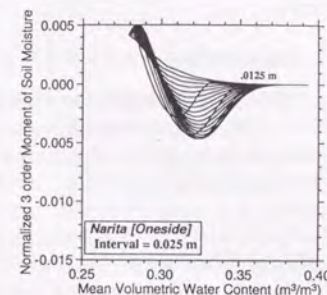


図 6.32: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 N-os. 初期分布が正規分布の時の 3 次モーメント。

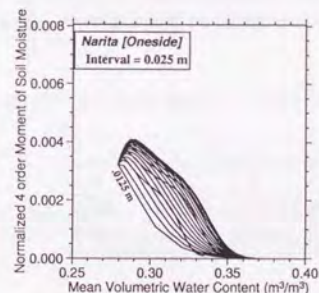


図 6.33: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 N-os. 初期分布が正規分布の時の 4 次モーメント。

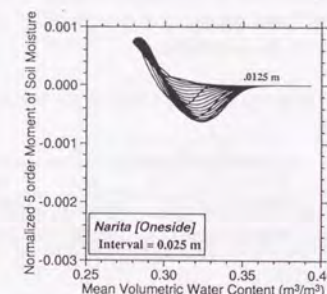


図 6.34: 浸透現象下での土壌水分分布の変化: 実験 N-os. 初期分布が正規分布の時の 5 次モーメント。

的性質は一様分布の実験 U-long と正規分布の実験 N-os とともに全く変わらない。ただし歪度を表す 3 次モーメントは正規分布の場合平均に対して対象なので 0 から始まっているが、片側だけ取り出した正規分布では正の歪度を持つので正の値から始まっている。しかし、一旦 3 次モーメントが増え、その後減少し再び増加して 0 になるという特徴はそのままであり、初期の土壌水分分布はモーメント変化の定性的特徴には影響が少ないと言える。

実験 U-long と実験 N-os の各曲線が実験 U と実験 N より滑らかなのは残留土壌水分以下の領域を含んでいないためである。この領域では不飽和透水係数は 0 であり、残留土壌水分量まで水が土壌内に溜るまで排水が全く生じないという現象が起きているからである。

土壌水分分布の時間変化に対する考察

浸透現象下での土壌水分量が時間経過にともなうて変化の様子は、初期の土壌水分分布形状にはよらず、定性的には同じような振舞いを示すことがわかった。またモーメントは0.5m以深になるとどの深度でも殆んど変化しなく、モーメントが領域平均土壌水分量だけの関数で表すことが示唆されている。

6.3.4 土壌水分分布モーメントのパラメタリゼーション

以上で浸透が生じている領域の土壌水分分布の特徴を明らかにしたが、このモーメントに着目して見てきたのは、土壌水分の変化モーメントが分かれば、非線形効果を考慮した状態量を算定できる(例えば式(3.48)や式(6.10)など)からである。モーメントを知ることは領域平均のフラックスを算定する上で必須の条件である。このモーメントを算定する手法として、モーメント自体の予報式を立てることも考えられるが、ここでは最も簡単なデータに対する曲線の当てはめを行なってモーメントをパラメタライズすることを考える。

ここでは実験 Cntl-U と実験 Cntl-os の2次モーメントのモデル化を行なう。6.3.3 項で見たように、2次モーメントの定性的特徴は最大値を持つことであることから、最大値を持つ最も簡単な2次方程式を用いる。先ず図6.19と図6.23の深度毎の曲線に対して土壌水分量を変数とした2次式を当てはめ、次にその係数パラメータを深度の関数として表すことを考える。

土壌水分量の2次曲線を当てはめた時の係数パラメータを横軸を深度に取って、図6.35~図6.40に示す。

どの係数も深度とともに直線的に変化している。土壌末端で直線から外れるところがあるが、これは土壌下端境界条件によるものである。このパラメータを土壌深度の1次式で回帰すると表6.4に示すパラメータが得られた。

表 6.4: 土壌水分分布の2次モーメントをモデル化するパラメータ。実験 Cntl-U と実験 N-os の場合

モデルパラメータ	$a_{0,0}$	$a_{0,1}$	$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	$a_{2,0}$	$a_{2,1}$
実験 Cntl-U	0.0221	-0.3668	-0.1064	3.0154	0.1188	-5.498
実験 Cntl-N	0.0188	-0.31705	-0.0879	2.5959	0.1068	-4.6877

これらのパラメータを式6.12に代入し、平均土壌水分量と深度を与えれば2次モーメントが求まることになる。

$$\mu_2(\bar{\theta}, z) = (a_{2,1}z + a_{2,0})\bar{\theta}^2 + (a_{1,1}z + a_{1,0})\bar{\theta} + (a_{0,1}z + a_{0,0}) \quad (6.12)$$

ここで $a_{i,j}$ はモーメントをモデル化するためのパラメータである。

モーメントのパラメタリゼーションに対する考察

この式と式(6.7)を組み合わせれば、式(6.12)を用いて2次モーメントが時間的に変化することを考慮した数値計算が可能となる。

勿論このパラメタリゼーションはある一つの条件下のみで成り立つもので普遍的ではない。しかしここで行なった統計解析を通して分布の変化には定性的な共通の性質を見出すことができた。このように様々な数値実験結果や観測結果を利用すれば、演繹的に普遍的なパラメタリゼー

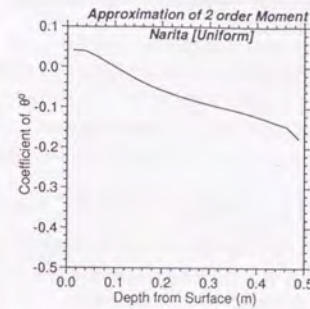


図 6.35: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける定数項と深度の関係: 実験 Cntl-U。

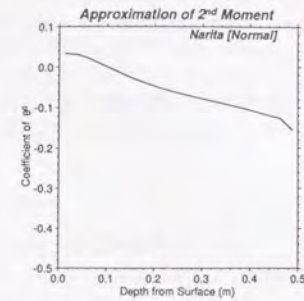


図 6.36: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける定数項と深度の関係: 実験 Cntl-N。

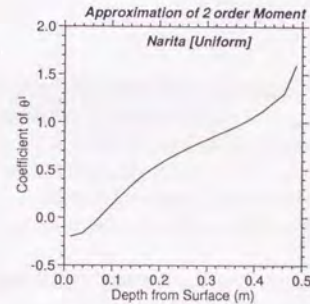


図 6.37: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける一次の係数と深度の関係: 実験 Cntl-U。

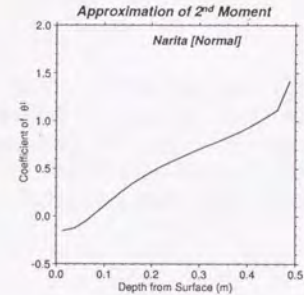


図 6.38: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける一次の係数と深度の関係: 実験 Cntl-N。

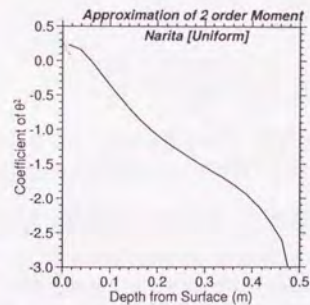


図 6.39: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける一次の係数と深度の関係: 実験 Cntl-U。

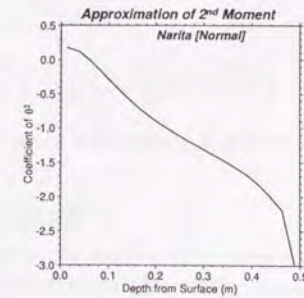


図 6.40: 2次モーメントのパラメタリゼーションにおける一次の係数と深度の関係: 実験 Cntl-N。

ションができることも可能となろう。その際には平均土壌水分量や深度だけではなく、降水量、飽和透水係数等も含んだ形でのパラメタリゼーションが必要となろう。

6.4 物理量分布が水-熱移動に与える影響

ここまでは水と熱の移動について分けて考えてきたが、実際の土壌内では水と熱の輸送は同時に起きている現象である。この現象を記述する方程式系を最初に示したのは Philip and de Vries (1957) である。ここでは物理量が分布している効果を取り込んだ土壌の水分量と温度を予測するカップリング方程式を導出し、その方程式を用いて乾燥過程における土壌水分と温度とに対する影響を調べることにする。

6.4.1 領域平均水-熱移動カップリング方程式の導出

水-熱カップリング土壌モデルとは土壌の水収支と熱収支を同時に解いて、マトリックポテンシャル(あるいは土壌水分量)と地温を予測するモデルである。水移動はポテンシャル勾配によって流れる液体水移動と水蒸気密度勾配によって流れる水蒸気移動の和として表され、また熱移動は熱拡散によるものと水蒸気移動に伴う潜熱フラックスの和として表される。このモデル化された現象を表す方程式は次式のようになる (Philip and de Vries, 1957; de Vries, 1970)。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial(\psi - z)}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial \rho_{vap}}{\partial z} \right) \quad (6.13)$$

$$C_h \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - l \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v \frac{\partial \rho_{vap}}{\partial z} \right) \quad (6.14)$$

上式中、 θ は体積含水率、 ψ は土壌のマトリックポテンシャル、 K は不飽和透水係数、 D_v は水蒸気拡散係数、 z は位置ポテンシャル、 ρ_{vap} は土壌内の水蒸気密度、 C_h は体積比熱、 l は水の気化潜熱である。ここで潜熱フラックスによる熱移動の効果は熱伝導率の中に含まれている。土壌空隙内の相対湿度は Kelvin 則によりマトリックポテンシャルと土壌温度で書き表せるので、水蒸気フラックスは通常両者の勾配に比例するものとして書かれる (Milly, 1982; Milly, 1984)。この導出の詳細については仲江川の論文 (1993) を参照されたい。

領域平均水-熱移動カップルモデルの導出

分布を考慮した式を導出するに際して、3.2 項で定義した領域平均値 $\bar{f}(x)$ と偏差 f' を用いて、水と熱の移動方程式を表すと次のようになる。

$$\bar{C} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} + \overline{C' \psi'} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{K} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} + \overline{K' \psi'} - \bar{K} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{D}_v \frac{\partial \bar{\rho}_{vap}}{\partial z} + \overline{D'_v \rho'_{vap}} \right) \quad (6.15)$$

$$\bar{C}_h \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \overline{C'_h T'} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \overline{\lambda' T'} \right) - l \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{D}_v \frac{\partial \bar{\rho}_{vap}}{\partial z} + \overline{D'_v \rho'_{vap}} \right) \quad (6.16)$$

ここに C は比水分容量である。以下ではこのモデルを用いて土壌水分量と土壌温度が分布していることによる影響について検討を行なう。

6.4.2 物理量分布を考慮した地温モデルによる数値実験

ここでは地温に対する、土壌水分と地中温度が分布している影響だけを見るために、土壌水分モデルとカップリングをせずにその応答を見る。熱輸送の式 (6.16) を用いて計算するには、領域平均としての熱容量と熱伝導率が必要である。熱容量については 5.1.2 項で述べた通りである。熱

伝導率についても 5.1.2 項で触れているが、そこでは水蒸気移動に伴う潜熱移動は考慮していない。熱伝導率は潜熱に伴う熱輸送を考慮しない場合土壌水分量だけの関数として表すことができる (McInnes, 1981)。これに潜熱の効果を加えると、土壌水分量と温度の関数として表される。

$$\lambda = A_\lambda + B_\lambda \theta - (A_\lambda - D_\lambda) \exp[-(C_\lambda \theta)^{E_\lambda}] + \eta_{vap} D_v R_h \frac{de_{sat}}{dT} \quad (6.17)$$

ここで $A_\lambda, B_\lambda, C_\lambda, D_\lambda, E_\lambda$ は土壌によって定まる定数である。 η_{vap} は温度勾配下における液島効果を表すパラメーター、 R_h は相対湿度 e_{sat} は飽和水蒸気圧である。図 6.41 に $T=303.16\text{K}$ の時の土壌水分量が正規分布している場合の砂とシルト質ロームの熱伝導率を示し、図 6.42 には $\theta = 0.10$ の m^3/m^3 時の地温分布が正規分布している場合の砂の熱伝導率を示す。この両図を作成するに当たって、式 (6.17) で用いたパラメーターの値を表 6.5 に示す。

表 6.5: 熱伝導率を求める式に現れる土壌特性パラメーター。

土壌種類	A_λ	B_λ	C_λ	D_λ	E_λ
砂	0.65	1.12	27	0.199	4
シルト質ローム	0.43	0.954	8.38	0.205	4

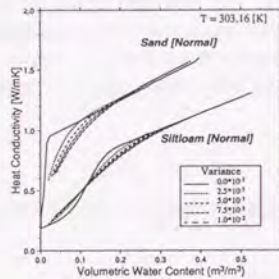


図 6.41: サブ領域の土壌水分分布を考慮した場合の砂とシルト質ロームの熱伝導率。平均値に周りに正規分布を仮定し、分散を変化させた。土壌温度は $T = 303.16\text{K}$ 。

砂の熱伝導率は非常に乾燥した所で急激に変化しており、分布を考慮しない場合に比べて乾燥領域で小さく算定され、飽和に近付くと若干大きく算定される。ところがシルト質ロームは立ち上がりが緩やかなので、乾燥領域で大きく算定され、途中で逆転し、飽和に近付くに従ってほぼ等しくなっていく。このように土壌種類によって熱伝導率に与える影響が大きく異なることが分かる。また分散の大きさによる影響はいずれの土壌でも乾燥領域で大きく、50%程度値が異なることもある。これはいずれも 5.1.2 項で述べた性質と同一である。

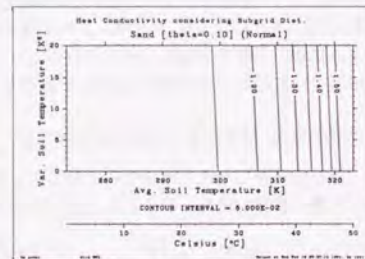


図 6.42: サブ領域の地温分布を考慮した場合の砂の熱伝導率の変化。平均値に周りに正規分布を仮定し、平均値と分散を変化させた。等値線は分布を考慮しないで求めたものを考慮したものとの値で割った比である。土壌水分量は $\theta = 0.10$ 。

地中温度が分布している場合は常に分布を考慮した場合の方が小さく算定され、300 K 以下では分散の影響は小さいが、熱伝導に比べて水蒸気移動による効果が大きくなる高温域では、分布が数 10% のオーダーで効いていることが図 6.42 から分かる。このように土壌内の温度分布も、特に水蒸気移動に関して、大きな影響を与えていることが分かる。

数値実験条件とその結果

土壌水分と地中温度が分布している場合について算定される地温にどのような差異が生じるかについて数値実験を行なう。ただし土壌水分量と地中温度に関しては相関は無いものとし、式 (6.16) 中のそれらに関わる項を落とす次のようになる。

$$\bar{C}_h \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right) - L \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{D}_v \frac{\partial \bar{\rho}_{vap}}{\partial z} \right) \quad (6.18)$$

この式を用いて数値実験を行なった。対象土壌を砂 1m の土柱カラムとし、5cm 刻み、21 層で離散化した。土壌水分は表層が乾燥し、深度が大きくなるに連れて湿潤になるような水分プロファイルを設定した。初期条件は 293.16 K の一定温度とし、境界条件は下端でフラックス無しとし、上端では日周期をずらす地中への熱伝導を $G = 50 \sin \{\omega t - \epsilon(0)\}$ W/m^2 として与えた。ここに G は土壌への熱伝導、 ω は日周期に対応する角速度 (0.727×10^{-4} rad/s)、 $\epsilon(0)$ は位相の遅れ ($\pi/4$) である。この式を 1 日で積分すれば土壌の熱収支は 1 日で閉じていることは明らかである。土壌水分量と地温は共に正規分布に従って分布しているものとし、分散をそれぞれ 0.01、20 として固定した。

図 6.43 に土壌水分と地温の分布を考慮した場合の地温変化を、図 6.44 に土壌水分と地温分布を考慮しなかった場合の地温プロファイルから、分布を考慮した場合の地温プロファイルを引いた値の時間変化を示す。図には全積分時間 6 日のうち最後の 4 日分、地表面から図 6.43 では 0.5m のところまでを、図 6.44 では 0.3m のところまでを表示してある。

図 6.43 から地温変化が見られるのは、深さ 0.4m 程度の所までで、位相は地表面の温度に比べて 1/2 周期程度遅い。この図では各日とも同じ日変化パターンを示しており、初期条件の影響は見られない。

図 6.44 では負の部分にはハッチをつけてある。地表面付近では、夜間、即ち G が負の時、温度差も負になり、 G が正の時、温度差も正になる。これは土壌の熱特性のうちの一つである熱拡散率 λ/C_h が大きいためである。地表面が乾燥している条件では図 6.41 に示されているように λ は大きくなるので、土壌水分の分布を考慮すると拡散率は大きくなり、 G の変化に対して敏感になる。例えば 0 の等値線に着目するとごく地表面では軸に直角に近い角度で交わっているが、離れていくに連れて等値線は時間変化に対して緩やかになり、10cm で深ではやや急になって一定の傾きとなる。

次に地表面温度に着目すると、最高で夜間で -0.8°C 、日中で $+0.8^\circ\text{C}$ の違いが生じている。この差による地表面の赤外放射への寄与は大きくない。しかし、既に述べたように、バルク式で顕熱、潜熱フラックスを計算する場合、地表面温度と大気気温との差にフラックスは比例するから、シミュレーションで出た差はそのまま温度差として残ることになり、大きな算定の食い違いが生じることが考えられる。ただし、これは地表面熱収支による負のフィードバックを考えない場合であって、地温が高ければ顕熱、潜熱フラックスが共に大きくなり、地温を下げるフィードバックがかかるので、温度差は小さくなることが予想される。

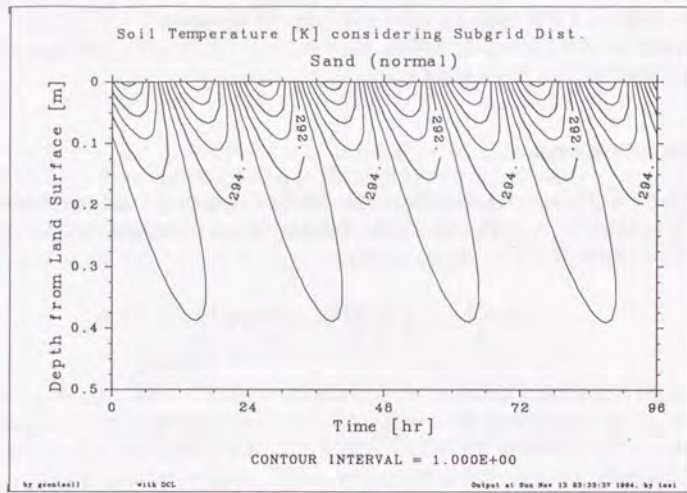


図 6.43: サブ領域の土壌水分分布と地温分布を考慮した場合の地温の時間変化。平均値に周りに正規分布を仮定し、土壌水分の分散を 0.01、地温の分散を 20.0 とした。図には地表面から 50cm のところまでを取り出した。

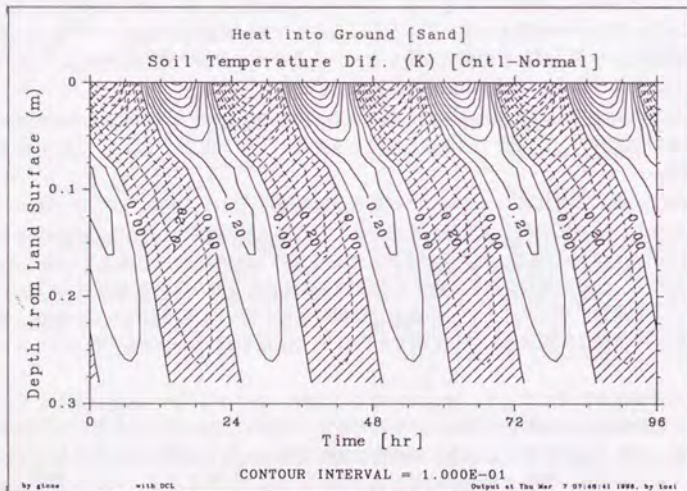


図 6.44: サブ領域の土壌水分分布と地温分布を考慮した場合の地温の時間変化。図の等値線は分布を考慮した場合のプロファイルから分布を考慮しない場合のプロファイルを引いた値で示してある: (実験 Cntl-dry)-(実験 N-dry)。平均値に周りに正規分布を仮定し、平均値と分散を変化させた。土壌水分の分散は 0.01、地温の分散は 20.0 とした。図には地表面から 30cm のところまでを取り出してある。

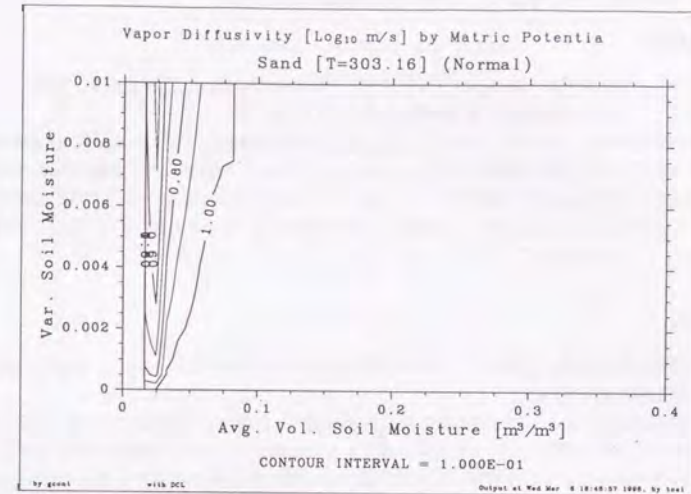


図 6.45: 土壌水分分布を考慮したマトリックポテンシャルによる水蒸気拡散係数。土壌水分は正規分布に従って分布するものとし、土壌温度は 303.16K としている。図中の等値線は分布を考慮した値で考慮しない場合の値を割ったものである。

6.4.3 領域平均の水蒸気移動に関する物理パラメータの算定

水蒸気移動を含めた水移動の式 (6.15) を用いて計算するには領域平均のマトリックポテンシャルと不飽和透水係数が必要となるが、この両者は 6.2.2 項で既に検討が加えられているのでここでは触れないことにする。この 2 つは液体水移動に関わるものであるが、式 (6.15) には水蒸気移動も含まれているので、領域平均の水蒸気拡散係数が必要となる。

領域平均水蒸気拡散係数

水蒸気拡散係数は Kelvin 則を用いてマトリックポテンシャル勾配と温度勾配に対する水蒸気拡散係数に分けられる。マトリックポテンシャル勾配に対する拡散係数は次のように表される。

$$D_{\psi, \text{vap}} = \frac{1}{\rho_{\text{liq}}} D_{\text{atm}} C_{\psi, \text{vap}} \frac{\partial \rho_{\text{vap}}}{\partial \psi} \quad (6.19)$$

$$C_{\psi, \text{vap}} = \Omega (\theta_s - \theta_{\text{liq}}) = (\theta_s - \theta_{\text{liq}})^{m_1} (\theta_s - \theta_{\text{liq}}) \quad (6.20)$$

ここで $C_{\psi, \text{vap}}$ は水蒸気のマトリックポテンシャルによる拡散を表す係数 (Lai et al., 1976) である。土壌温度が 303.16K で土壌水分が分布している場合のマトリック勾配に対する拡散係数を図 6.45 に示す。土壌水分量の分布の影響は $0.10 \text{ m}^3/\text{m}^3$ 以下の時にあるが、それ以上の領域では分布の影響は考えなくて良いことが分かる。

6.4.4 物理量分布を考慮した土壌の乾燥過程の数値実験

実験の概要

ここでも、地温モデルとはカップリングせずに土壌のモデルだけの応答をみる。前節のパラメータを用いて、土壌の乾燥過程を数値実験で行なうものとする。

対象土壌を砂 0.5m の土柱カラムとし、2cm 刻み、25 層で離散化した。土壌水分は表層が乾燥し、深度が大きくなるに連れて湿潤になるような水分プロファイルを設定した。初期条件は 293.16K の一定温度とし、境界条件は下端でマトリックポテンシャルと透水係数を一定とする。上端では土壌表面からの蒸発量 E を G と同じく日周期をする正弦関数で、 $E = 3 \times 10^{-7} (\sin^2\{\omega(t-8)\}/\pi - 1/24) \text{m/s}$ として与えた。

実験結果

乾燥過程の数値実験した結果で、分布を考慮しない場合の結果を図 6.46 に、分布を考慮した場合の結果を図 6.47 に示す。

図 6.46 の実験 Cntl-dry では表層から順次乾燥が進み、表層では体積含水率の変化が激しい。これは土壌から大気へ蒸発していく水分を供給できるだけのポテンシャル勾配が必要となるためである。この図でははっきりしないが、分布を考慮しない場合は土壌水分量が $0.20 \text{m}^3/\text{m}^3$ の等値線のところで、蒸発量とはほぼ位相の同じ日変化パターンが見られる。これは土壌水分量が $0.20 \text{m}^3/\text{m}^3$ の等値線のところで、液体水から水蒸気に相変化していると考えられ、蒸発の盛んな日中では土壌が乾燥し、夜間に下方向から水が液体水として供給されるために日変化が現れると説明される。

一方実験 N-dry の図 6.47 では土壌水分が $0.20 \text{m}^3/\text{m}^3$ のところで日変化を示すのは同じであるが、表層だけが乾燥していくというより、蒸発した水分は土壌全層から奪われていると考えられる。

図 6.48 には実験 Cntl-dry の水分プロファイルから実験 N-dry の水分プロファイルを引いた値が示されている。表層付近で土壌水分量の差が大きく図では負の領域になっていて、逆に深度が深い所では土壌水分量の差は $0.01 \text{m}^3/\text{m}^3$ 程度で、正の値を取っている。対象土壌の水分貯留量は、上下端の境界条件が等しいことから、常に等しい。従って、表層付近で大きな土壌水分量差が分布を考慮した場合としない場合とで存在しているが、それは、土壌水分量差は小さいものの、表層以下の広い深度に渡っている領域の土壌水分量差で相殺されている。

またこのことは、実験 Cntl-dry の深度方向に対する水分(或はマトリックポテンシャル)プロファイル勾配は実験 N-dry に比べて大きいことを示している。これは図 6.8 からも分かるように、同じフラックスを形成するのに、分布を考慮した場合の方が通水能が大きいので小さな勾配で良いことを示している。

48 時間付近を中心として、表層 0.02m の所に $-0.10 \text{m}^3/\text{m}^3$ 程度の大きな窪地が存在する。これは分布を考慮した方はこの窪地の下に大きなプロファイル勾配が存在し、実験 Cntl-dry はその上に大きなプロファイル勾配が存在していることを示している。これも分布を考慮した場合の方が通水能が大きくなることで説明できる。つまり、ごく表層は実験 Cntl-dry、実験 N-dry 共に乾燥土壌層が生じているが、0.02m のところでは、実験 Cntl-dry は下からの供給が少ないため乾燥しているが、実験 N-dry は下からの供給により、十分に湿ることになる。

分布を考慮する場合としない場合とで、表層乾燥土壌層の発達に大きな違いがあると言うことは、実蒸発量を求める際に土壌水分の関数を用いる場合を考えると、実蒸発量に大きな影響を与えることが示される。

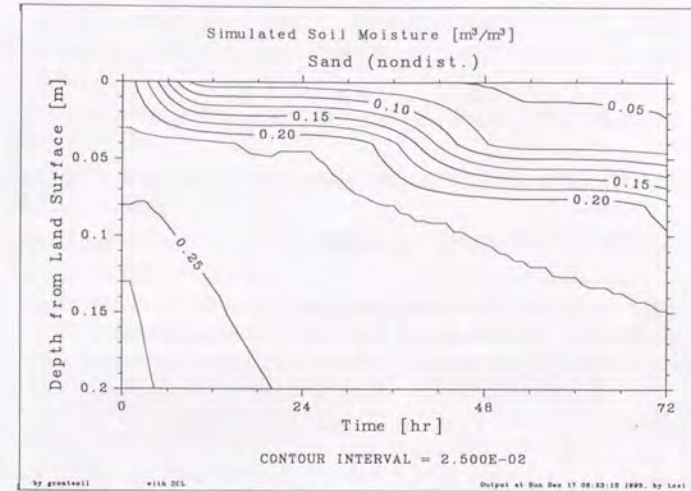


図 6.46: 土壌水分分布を考慮しない場合の蒸発に伴う土壌水分の変化。

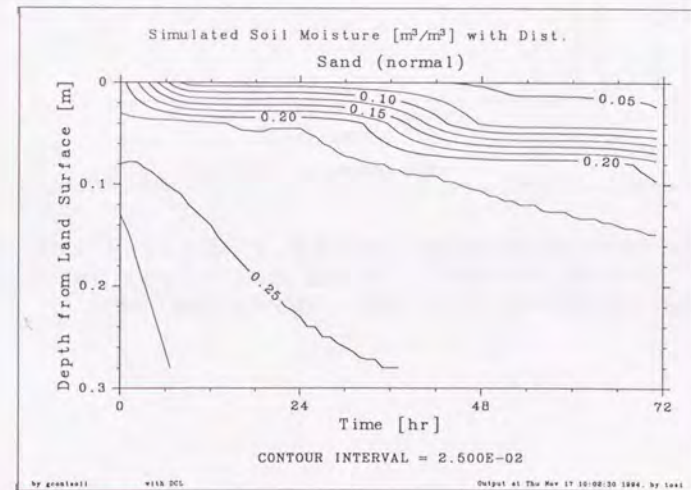


図 6.47: 土壌水分分布を考慮した場合の蒸発に伴う土壌水分の変化: 実験 N-dry。土壌水分は正規分布に従って分布し、分散を 0.01 に固定して計算。

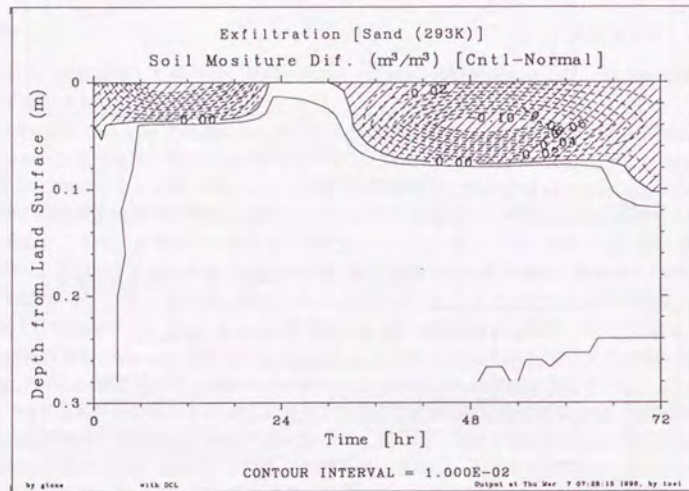


図 6.48: サブ領域の土壌水分分布を考慮した場合の蒸発に伴う水分プロファイルと考慮しない時の水分プロファイルの差。分布を考慮しない方から考慮した方を引いている：(実験 Cntl-dry)-(実験 N-dry)。土壌水分は正規分布に従って分布し、分散を 0.01 に固定して計算。

物理量分布が乾燥過程に与える影響

ここでは領域内の物理量の分布を考慮した土壌内の水-熱移動方程式を導出し、式中に現れる土壌特性の物理量分布の影響をみると共に、数値実験を行なった。これらを通して、以下のような結論が得られた。

- (i) 地温が分布している影響は、土壌水分量と土壌温度に対して、土壌水分量が分布している影響に比べて小さい。
- (ii) 地温予測に対する土壌水分の分布の影響は、それほど大きくないが地表面熱収支に与える影響は小さくはない。
- (iii) 土壌水分量が分布していることによる通水能に対する影響は大きく、水分プロファイルの決定に大きな要因になっている。

サブ領域の物理量分布が土壌内の水分と熱の移動に及ぼす影響が本研究によって明らかになった。またここで得られた結果は分布を考慮するとフラックスは増大するが、3.4 節で得られた結果は表層の乾湿によって増減は異なることを示している。大気と土壌の境界面で分布がどのようなプロセスで相互作用に影響を与えているかは次の課題と言える。

今後は水-熱のカップリングモデルにより土壌内でのサブ領域の分布が正のあるいは負のフィードバックがかかるかを検討し、土壌だけでフィードバック機能が存在するのがあるいは大気を介さないとフィードバック機能が存在しないのか検討する必要がある。

6.5 まとめ

多様な領域での土壌水分を予報するモデルを導出し、土壌水分の分布を考慮した場合と考慮しない場合とで浸透に伴う土壌水分変化の違いについて検討を加えた。更に水・熱輸送モデルについても、分布を考慮したモデルを導出し、土壌水分分布を考慮した場合としない場合とで乾燥に伴う土壌水分変化の違いについて検討を加えた。この2つに対する検討から、以下のことが明らかとなった。

- Richards 式を領域平均状態量から領域平均フラックスを計算できるように拡張した。導出された領域平均の土壌水分移動モデルは非線形平均項と不飽和透水係数とサクシジョンの積などのモーメント項からなる。
- 土壌水分が分布している際の領域平均の水分特性曲線と不飽和透水係数を求め、分布を考慮しないと、水分特性曲線の勾配(比水分容量)は大きく、不飽和透水係数は小さく算定されることを示した。
- 時間的に変化しない土壌水分分布を与え、このモデルを用いて浸透計算を行なった結果、分布を考慮しないとの土壌に対しても浸透量が減少し、土壌水分の増加が小さくなること示された。
- 土壌水分が分布している領域に降雨があった際の浸透に伴う土壌水分分布形状の時間変化を、数値計算結果の統計解析から検討し、その定性的特徴を明らかにした。ある深度以深のところではモーメントは領域平均土壌水分だけで定まること、初期分布形状が異なってもモーメントの時間変化には共通の特徴があることを示した。
- 解析結果を基にモーメントをパラメタライズすることを試み、領域平均土壌水分量と深度の簡単な式で表せることを示した。
- 多様な領域での土壌内の水-熱輸送モデルを導出し、土壌水分の分布を考慮した場合と考慮しない場合とで、水-熱のカップル移動は考慮せず土壌水分量と地中温度を分布させた場合、分布を考慮しない場合は地表面に乾燥土層が表れるが、分布を考慮すると土壌下層からの水分供給により領域平均として乾燥土層が表れないことが示された。これは分布を考慮すると透水係数が大きくなり、下層からの水分供給が容易に行なわれるからである。

最後の結果は大気と陸面過程の相互作用を考えた場合、非常に重要な意味を持つ。実蒸発量は表層土壌水分量に大きく依存しており、表層に乾燥層が現れるが現れないかで大きな蒸発量の違いとなる。土壌については分布を考慮するとフラックスが増大するという結果であったが、蒸発量についてはフラックスの増大・減少は土壌の乾湿によって異なるという結果であり、両者の関係は簡単には説明付けられない。また地表面でのフラックスの相関も考慮する必要も生じてくるであろう。いずれも今後の研究課題である。

Chapter 7

結論

7.1 まとめ

大陸河川スケールやメソスケールを対象とした計算を行なう場合、グリッドサイズは、計算機資源や実用上、大きくならざるを得ない。すると1グリッド内が多様なサブグリッドスケール分布を含むようになり、一様あるいは線形に変化するという方程式系を離散化する際の前提が成り立たなくなる。

水平方向に多様な領域を鉛直1次元で扱うには、サブ領域での物理量分布を考慮する必要が出て来る。この分布が大気-陸面相互作用へ与える影響を明らかにするには、大気-陸面過程において一貫した形で物理量分布の影響を支配方程式に取り込む手法の確立が必要となる。そこで本研究では領域内に存在するサブ領域での物理量分布を考慮する方法について様々な検討を行なった。本論文の結果をまとめると以下の通りである。

- 多様な地表面から構成される領域での熱収支に関わる領域平均フラックス計算式を導出し、表層土壌水分量や地表面温度の分布が算定フラックスに与える影響を検討した。

まず領域平均物理量とその偏差で領域フラックスを算定する式を導出した。この式は非線形性を考慮した領域平均物理量と物理量間のモーメントで表され、領域平均した物理量だけを用いてフラックスを算定しても、領域平均のフラックスにはならないことを示した。

導出された式のうち非線形性を考慮した領域平均物理量と考慮しない平均物理量を用いた場合の算定フラックスに及ぼす影響について検討した結果、表層土壌水分または地表面温度の分布が影響を与えるのは短波放射収支と蒸発量だけで、その他、地表面からの赤外放射、顕熱には殆んど影響しないことを示した。蒸発量については表層土壌水分量の分布を考慮しない場合、乾燥時には過小評価、圃場容量付近では過大評価されるという結果を得た。また地表面温度の分布を考慮しないと常に過小評価されるという結果が得られた。このように土壌水分と地表面温度の分布を考慮することは領域蒸発量算定に必須であることを示した。

- 線形化地表面熱収支モデルを用いて地表面パラメータに関する熱収支の感度特性を明らかにし、その結果を踏まえて線形化モデルを拡張展開することによって多様な土地被覆の集約化に関する検討を行なった。

比湿と地表面からの長波放射の算定を線形化したモデルを用いて、地表面パラメータの熱物理係数、アルベド、バルク係数、蒸発効率を変化させた場合に熱収支がどのように変わるかを検討した結果、熱物理係数とアルベドに対して各地表面フラックスはほぼ線形に変化した。バルク係数と蒸発効率については非線形な振舞いを示し、他のパラメータが分布して

いなくても、物理量の算術平均からだけでは領域平均のフラックスは求めることができず、物理量のモーメント項も考慮しなければならないことを示した。

多様な土地被覆の領域を最低限幾つの土地被覆に分類しなければならないかについて線形化モデルの振動展開を用いて検討した。モーメント項の寄与が許容誤差範囲内にあれば一つの集約化された地表面として扱うことができるとした時の地表面パラメータの範囲を各パラメータに対して提示した。この規範は大気条件と地表面パラメータで表されるので、一般的な領域に適用することができる。この手法を実流域に適用したところ5種の土地被覆を1~3つに集約して扱えることが示され、この集約化規範の実用性を示した。

- 多様な領域での地表面温度を予報するモデルを導出し、土壌温度と土壌水分量の分布を考慮した場合と考慮しない場合とで予報される地表面温度の違いについて検討を加えた。

前述と同じ手法を適用して分布を考慮した熱伝導方程式を導出し、水移動を考えない場合は非線形性だけを考慮すれば良いことを示した。このモデルに時間変化しない土壌水分分布を仮定し分布の影響を検討した結果、分布を考慮しない場合と比べて、比較的乾燥した時に地表面温度が数K過大あるいは過小評価されることを示した。

土壌温度と土壌水分が分布している場合の地中熱伝導の日変化に対する土壌温度分布の日変化を数値計算結果の統計解析から検討した。水平方向の土壌温度が分布している場合、平均値は変化するものの土壌温度分布形状は日変化を示さず不変である。水平方向に土壌水分が分布している場合、土壌温度分布は日変化するものの、その分散は土壌特性が一定である場合は一般に蒸発量算定に有意な影響を与える程大きくないことを示した。

- 多様な領域での土壌水分を予報するモデルを導出し、土壌水分の分布を考慮した場合と考慮しない場合とで浸透に伴う土壌水分の違いについて検討を加えた。

導出された領域平均の土壌水分移動モデルは非線形平均項と、不飽和透水係数とサクシジョンの積などのモーメント項からなる。時間的に変化しない土壌水分分布を与え、このモデルを用いて浸透計算を行なった結果、分布を考慮しないとどの土壌に対しても浸透量が減少するが、その分排水量も小さくなり、土壌水分の貯留量が増加することを示した。

また土壌水分が分布している領域に降雨があった際の浸透に伴う土壌水分分布形状の時間変化を、数値計算結果の統計解析から検討し、分布形状のモデル化を試みた。

更に多様な領域での土壌内の水-熱輸送モデルを導出し、土壌水分の分布を考慮した場合と考慮しない場合とで、蒸発過程での土壌乾燥過程の違いについて検討を加えた。水-熱のカップル移動は考慮せず、土壌水分量を分布させた場合、分布を考慮しない場合は地表面に乾燥土層が表れるが、分布を考慮すると土壌下層からの水分供給により領域平均として、乾燥土層が表れないことを示した。

7.2 今後への研究課題

本論文では多様な地表面領域での物理量分布が算定フラックスに与える影響が大きく、何らかの形で取り込まなければならないことを示してきた。もちろん分布型モデルという方向で分布を考慮しなくて良いレベルまでグリッドを小さくできれば何の問題もないけれども、物理量の分布は相対的なものであり、細かくしていても、更に細かな分布が見えてくるだけである。

まずしなければならないことは何をどの程度の精度で知りたいかを定めることである。全ての量をできるだけ限りの精度でという理想的な状態はあくまで理想として、目標の遥か彼方に見てお

きながら、現実的には知りたい量が何で許容される誤差がどのくらいかを設定することが第一の課題であろう。

このように明確に問題が設定されたならばどこまで分布を考慮する必要があるか、あるいはどこまで分布を統合化できるかを明らかにすることができる。

本論文を基に構築されたモデルで実際に計算を行う場合、地図・地形データ、並びに熱収支に関する地表面パラメータと土壌の水・熱特性パラメータが必要となる。詳細なデータで広い領域を覆うにはそのデータは膨大なものとなり、またデータ管理などの点からも、データの集積にデータベースは欠かせない。上で述べたデータやパラメータのように必ず地図データと合わせて用いられるものは地理情報システム (GIS) による管理が適している。熱収支に関しては、本論文で扱ったように移流の効果を無視するならば、サブ領域のデータで定まる各々の物理量密度関数のみを領域単位でデータベース化しておけば良いが、移流の効果を考えるならばサブ領域スケールでのデータが必要となる。土壌特性については多様な土壌特性領域での浸透を詳しく取り上げなかったので断言はできないが、サブ領域スケールでのデータベースが必要になろう。また本論文では取り上げていないが、流出モデルでは斜面長さや斜面までの距離に関する密度関数が分かれば良いことになるであろう。

今後モデルの開発と共に、こうしたデータベースの構築も視野に入れた研究が必要となろう。

本論文では分布を考慮する方法として、分布型のモーメントを用いることを一貫して提案し、地表面熱収支に関しては統合化手法を提示した。更なる発展として、分布を考慮するためにモーメントを予報するモデルを開発し、分布を統合化するための基準を作るのが最優先課題であり、また魅力的な研究でもある。

Appendix A

高サクション領域における水分特性曲線の 外挿

A.1 研究の必要性和意義

土壌の水分特性曲線は土壌の水分移動を解析する上で必要不可欠な土壌の特性である。土壌水分量とサクションの関係は土壌によって大きくことなり、様々なフィッティング式が提案されている(虫明ほか, 1987; 日野ほか, 1989; Kosugi, 1994)。

しかしながら、これらのフィッティング式は pF3 以下の湿潤から飽和までを表すことが主眼とされている。湿潤な領域が重要な理由は、一つには遷移過程である降雨後の浸透量算定とそれに伴う流出量の算定、もう一つは(準)定常過程の土壌水分プロファイルを推定することなど主な不飽和帯での現象が pF3 以下の領域で生じる現象だからである。これらの問題を解く場合には液体水移動ではなく、水蒸気移動が卓越する pF3 以上の高サクション領域の乾燥状態における水分特性曲線は必要が殆んど無かった。

近年土壌と大気との相互作用が重要視される中、乾燥した表層付近での水分移動に関心が持たれてきている(Kondo and Saigusa, 1994; 小林, 1995)。しかし上で述べたような理由から高サクション領域における土壌水分とサクションのデータも限られており、高サクション領域では水分特性曲線の信頼度が低い。

気候分野でも大気-陸面の相互作用が重要視されるに連れて、陸面モデルに直接 Richards 式を組み込むものも現れている。その際に必要となる水分特性曲線パラメータは Clapp and Hornberger (1978) の値を用いていることが多い(Dickinson et al., 1986; Sellers et al., 1986; 光本ほか, 1994)。Clapp and Hornberger(1978) の目的は浸透問題で空気侵入圧以下のサクションを 2 次曲線で表現し、Philip の浸透量が精度良く算定されているか検討するものであった。乾燥から飽和付近まで Brooks and Corey 式 (Brooks and Corey, 1966) で水分特性曲線が表現されているが、pF3 以下だけの領域でこの曲線はフィッティングされているので、高サクション域で実際の特性曲線の良い近似になっている保証は無く、乾燥している場合の土壌水分移動にまで利用するには問題がある。

本研究では、これまでのデータを有効に使いながら、高サクション領域の水分特性曲線の推定手法について述べる。

A.2 既往の研究

浅沼ら(1991)は土壌内の水蒸気輸送を観測データを基にモデルを介して算定している。その中で乾燥から湿潤までの連続した水分特性曲線をデータに基づいて求めている。乾燥領域の水分特性曲線として Brooks and Corey 式を、湿潤領域には van Genuchten 式 (van Genuchten, 1980) を用いて両式は独立に回帰して得られた曲線のため接続点で微分不可能となってしまう。

実際に水分特性曲線を求めた研究として、pF5 付近までの水分特性曲線をポア径分布から求めたものがある (Lalit and Paris, 1981)。これはポア径と表面張力の釣合から水分特性曲線を求めようとするものであるが、pF5 付近のサクシオンでは毛管力(表面張力)が水分保持に対して支配的な力とは考えにくい。高サクシオン領域では Van der Waals 力や電場などによる力も考慮しなければならずその相互作用から水分特性曲線を定めることは容易ではない (Iwata et al., 1988)。

高サクシオンでの水分特性曲線の推定についての論文は Ross ら (1991) のものがある。Ross らは高サクシオン領域まで表すことができる新しい水分特性曲線を次式のように提案している。

$$\theta = c_1 (\psi^{-c_2} - \psi_0^{-c_2}) \quad (A.1)$$

ここで θ は体積含水率、 ψ は土壌のマトリックポテンシャル(サクシオン)、 ψ_0 は土壌水分が 0 となる時のマトリックポテンシャル、 c_1 と c_2 は土壌毎に定まるモデルパラメータである。式形からも分かるように、Campbell(1974) のモデルを $\theta = 0$ を通るように θ 軸に平行移動したものとされている。この式中、体積含水率が 0 となるマトリックポテンシャルを与えなければならないが、 $\psi_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ m} = \text{pF7}$ としている。

以下では、非常に乾燥した時の土壌水分量とサクシオンを土壌特性を表す物理量を用いて算定する方法を述べ、次にその値を用いることにより、恣意的パラメータをできるだけ少なくした、高サクシオン領域への水分特性曲線外挿手法について述べる。

A.3 外挿式の導出手順

外挿手順は以下の通りである。まず実験により得られた粒度分布曲線から土壌粒子が単分子の水分子膜で覆われている状態の土壌水分量を求める。次に既存の手法で pF3 以下の水分特性曲線を決定するか、あるいは既に定められた特性曲線パラメータを引用する。湿潤側の水分特性曲線に連続かつ滑らかに接続し、単分子吸着土壌水分とその時のサクシオンを通るように高サクシオン領域における水分特性曲線の外挿を行なう。

A.4 単分子吸着土壌水分量の推定

炉乾法では、110°C で 24 時間炉乾された土壌を完全に乾燥したとみなしているが、実際は周囲の大気の水蒸気圧と平衡するポテンシャルを持った水は土壌表面に吸着している。日本の場合の一般的な炉乾状態である pF6.8 の時は、岩田 (1970) による粘土が持つ負の電荷による電場と Van der Waals 力とを考慮した吸着モデルの結果から判断して、土壌表面に高々 1 分子膜が存在する程度である (八幡, 1977)。従ってこのサクシオンでは土壌表面全てが完全に 1 分子膜で覆われているとは考えにくく、この時の土壌水分量を推定することは難しい。

A.4.1 単分子吸着土壌水分量の算出方法

水分子の単分子吸着の終了点は BET 理論によれば pF6.3 に相当する (山崎, 1969)。この時土壌にどの程度保水されているかを以下で見積もることとする。

比表面積の推定値の計算法

単分子吸着の終了時点での土壌水分量 θ_m は直接的には実験で求めることもできるが実験データが無い場合、粒径分布曲線から推定することが可能である。すなわち土壌の粒子が全て単層の水分子で覆われていると仮定すれば比表面積から求めることができる。実際には水分子の配向性やダイマーやトリマーといったクラスター構造も考える必要があるがここでは殆んど影響は無いものとする。

表 A.1: 土壌粒子の形態による土壌の分類。(1) は日本統一土質分類法によるもの、(2) は USDA によるもの。表中の粒径の単位は mm、密度の単位は kg/m^3 。注:粗砂の代表粒径は 1mm、細砂では 0.1mm、シルトでは 0.02(0.01)mm 程度である (Hillel, 1980; Koorevaar et al., 1983)。

土壌種類	粒径範囲 (1)	粒径範囲 (2)	粒形	土粒子密度
粘土	~0.005	~0.002	矩形	2.75×10^3
シルト	0.005~0.075	0.002~0.050	球形	2.66×10^3
砂	0.075~2.000	0.050~2.000	球形	2.66×10^3

今、ある土壌の粒径分布曲線 $f_s(a)$ が既知であればその土壌の総表面積 A_s と総質量 M は

$$A = \int_0^{\infty} A(a) f_s(a) da \quad (A.2)$$

$$M = \int_0^{\infty} \rho(a) V(a) f_s(a) da \quad (A.3)$$

となる。ここで $A(a)$ は粒径が a の時の表面積、 $\rho(a)$ は粒径が a の時の土壌粒子の密度、 $V(a)$ は粒径が a の時の体積である。

土壌の分類は各国によって異っているが、日本統一土質分類法と USDA(米国)の土壌分類によれば表 A.1 のように分類されている。粒形の分類に従えば砂とシルトと一緒に扱うことができる。砂とシルト(添字 s)の土壌粒子が球で近似できるとし、その直径を a とすると、その表面積は $A_s = \pi a^2/4$ 、体積は $V_s = \pi a^3/6$ である。粘土(添字 c)は辺の長さが a の正方形の底面を持つ、厚さ δ の直方体として近似すると、表面積は $A_c = 2a^2 + 4a\delta$ 、体積は $V_c = a^2\delta$ となる。

式 (A.2) と (A.3) を変形すると、

$$A = \int_{a_{c,s}}^{\infty} A_s(a) f_s(a) da + \int_0^{a_{c,s}} A_c(a) f_s(a) da = \int_{a_{c,s}}^{\infty} \frac{1}{4} \pi a^2 f_s(a) da + \int_0^{a_{c,s}} (2a^2 + 4a\delta) f_s(a) da$$

$$\sim \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{4} \pi a_i^2 F(a_i) \right) + \sum_{i=k+1}^n (2a_i^2 + 4a_i\delta) F(a_i) \quad (A.4)$$

$$M = \rho_s \int_{a_{c,s}}^{\infty} V_s(a) f_s(a) da + \rho_c \int_0^{a_{c,s}} V_c(a) f_s(a) da = \rho_s \int_{a_{c,s}}^{\infty} \frac{1}{6} \pi a_i^3 f_s(a) da + \rho_c \int_0^{a_{c,s}} a_i^2 \delta f_s(a) da$$

$$\approx \rho_s \sum_{i=1}^k \frac{1}{6} \left\{ \pi a_i^3 F(a_i) \right\} + \rho_c \sum_{i=k+1}^n \left\{ (a_i^2 \delta) F(a_i) \right\} \quad (A.5)$$

が得られる。ここで $a_{c,s} = 0.002 \text{ mm}$ で、USDA によるシルトと粘土の境界粒径を表す。上式の最終項は離散表示で、 $F(a_i)$ は i 番目の粒径範囲に存在する粒子の割合で、 k はシルトと粘土の境界粒径範囲である。この 2 式を用いれば比表面積 S_a は

$$S_a = A/M = \frac{1}{\rho_s} \sum_{i=1}^k \frac{6}{a_i} \phi(a_i) + \frac{1}{\rho_c} \sum_{i=k+1}^n \left(\frac{2}{\delta} + \frac{4}{a_i} \right) \phi(a_i) \quad (A.6)$$

によって求めることができる。ここで、 $\phi(a_i)$ は i 番目の粒径範囲に存在する粒子の重量百分率で、粒径加積曲線 $\Phi(a)$ を用いて表せば、

$$\phi(a_i) = \rho_i V_i F(a_i) / M = \Phi(a_{i,max}) - \Phi(a_{i,min}) \quad (A.7)$$

である。 $a_{i,max}$ と $a_{i,min}$ は i 番目の粒径範囲の最大、最小を表す。 $a_{i,min}$ から $a_{i,max}$ までの間では粒径分布は一様であるとする。その時の表面積の平均値と等価な粒径 a_i^* は

$$a_i^* = \sqrt{\frac{1}{3}(a_{i,min}^2 + a_{i,min}a_{i,max} + a_{i,max}^2)} \quad (A.8)$$

と表される。砂やシルトの場合は粒径だけで比表面積が求められるが、粘土を含む土壌では式 (A.4) と式 (A.5) に現れる粘土粒子の厚さ δ を定めなければならない。表 A.2 に代表的な粘土の大きさを示す。アロフェンの構造は中空円筒をしており、その内面と外面両方に表面を持つので、実際の

表 A.2: 粘土粒子の主要な形状特性。アロフェンの厚さ/径の括弧内は構造を考慮して比表面積から求めた相当径。値は Hillel (1980)、岩田 (1988) 日本土壤肥料学会編 (1981) から抜粋した代表値。

粘土種類	粒子形状	長さ (nm)	厚さ/径 (nm)
モンモリロナイト	薄片状	100~1000	1~20
カオリナイト	薄片状	70~3500	30~50
イライト (雲母)	板~薄板	100~1000	5
アロフェン	円盤状	数 100	5(0.3)

厚さを用いて比表面積を計算しても一致しない。表には比表面積から逆算した厚さ、即ち構造も考慮した相当厚さを括弧内に示してある。

比表面積が与えられた場合の単分子吸着土壌水分量の推定

データとして比表面積が与えられれば、単分子吸着土壌水分量 θ_m は水分子の断面積 S_{H_2O} から、

$$\theta_m = \frac{\rho_b M_{H_2O} S_a}{\rho_w N_a S_{H_2O}} \quad (A.9)$$

と表される。但しこれは体積含水率表示で、 ρ_b は土壌の乾燥密度、 ρ_w は水の密度である。 M_{H_2O} (= 18) は水の分子量、 N_a (= 6.02×10^{23}) はアボガドロ数である。水分子の断面積は $S_{H_2O} = 10.8 \text{ \AA}^2$ だから、数値を代入すると式 (A.9) は

$$\theta_m = 2.769 \times 10^{-4} S_a \rho_b \quad (A.10)$$

となる。表 A.3 に代表的な比表面積から求めた単分子吸着時の土壌水分量含水比で示してある。これは式 (A.10) で乾燥密度を掛けていない値になる。式 (A.10) から分かるように単分子吸着土壌水分量は比表面積に比例するから、粘土鉱物の単分子吸着土壌水分量は砂やシルトに比較して数オーダー大きくなっている。とりわけアロフェンは比表面積が大きく、単分子吸着水分量が極めて大きな値になっている (竹中, 1963)。

表 A.3: 代表的な土壌の比表面積からの単分子吸着土壌水分量の推定値。表中の水分量は含水比で表してある。体積含水率にするには乾燥密度を掛けなければならない。砂とシルトは球形を仮定して算定したもの。粘土鉱物の値については表 2 と同じ文献からの抜粋。

土壌種類	比表面積 S_a (m ² /g)	単分子吸着水分 (g/g)
砂	0.001~0.1	$2.8 \times 10^{-7} \sim 2.8 \times 10^{-5}$
シルト	0.1~1.0	$2.8 \times 10^{-5} \sim 2.8 \times 10^{-4}$
カオリナイト	10~55	0.0028~0.0152
モンモリロナイト	770~800	0.21~0.22
アロフェン	2210	0.61

A.4.2 実験データへの適用

対象とする土壌は成田砂、関東ローム、まさ土の 3 種類とした。成田砂と関東ロームは東京大学生産技術研究所千葉実験所の大気-土壌水分結合観測プロットで採取されたもので、成田砂 (narita) は表層 5cm、関東ロームは 50cm (k50) と 200cm (k200)、まさ土は山梨県塩山市高芝山の異なる 2 地点で採取され、深度 30cm (m30) と深度 60cm の土壌 (m60)、合計 5 つの土壌を対象とした。ここで用いる実験データは弘中ら (1990) と弘中と虫明 (1991) によって取得されたもので、使用するデータは粒度試験と pF 試験のデータで、JSF (土質工学会基準 (土質工学会, 1990)) に基づいて行われたものである。

粒度試験はふるい分析 (粒径 2mm 以上) と沈降分析 (粒径 2mm 以下) によって得られたデータである。pF 試験は pF0~2.8 までを吸引圧法 (小池ほか, 1992) で、pF3.5~6.2 をサイクロメータ法で計測している。吸引圧法は供試体を容器に入れてコンプレッサーとレギュレータで減圧し、負圧を与える減圧法 (脱水過程) を用いた。この試験の供試体サンプルは現地から不攪乱で取られた 100cc サンプルである。サイクロメータ法は土壌試料を密閉容器に入れ、容器中の水蒸気が平衡になった時の相対湿度を熱電対湿度計で計るもので、試料は攪乱された数 g のサンプルを用いている。

表 A.4: 土壌の比表面積の推定値と単分子吸着土壌水分量の推定値。 θ_{pF6} は約 pF6 の時の実測された土壌水分量。

土壌種類	比表面積 S (m ² /g)	乾燥密度	単分子吸着 (m ³ /m ³)	
			水分 θ_m	θ_{pF6}
成田砂	94.7	1.444	0.037	0.0256
関東ローム (k50)	398.0	0.958	0.108	0.0782
関東ローム (k200)	463.0	0.785	0.100	0.1105
まさ土 (m30)	99.5	0.657	0.018	0.0234
まさ土 (m60)	72.8	1.190	0.024	0.0185

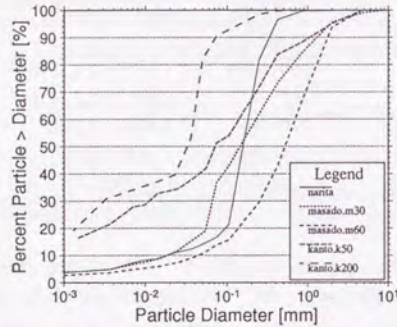


図 A.1: 粒度試験による粒径と重量通過百分率の関係。粒度試験試験は JSF に準拠して行われた。成田砂、関東ローム (2)、まさ土 (2) の合計 5 つの土壌に対する結果を示してある。

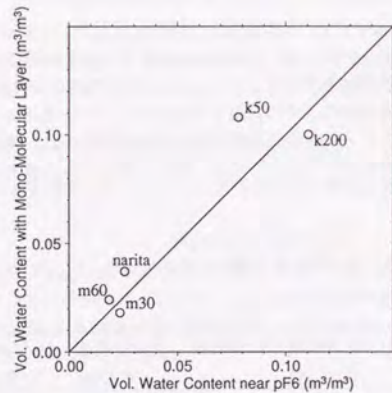


図 A.2: 単分子吸着土壌水分量と pF6 近傍で実測された土壌水分量の比較。図中の記号は各土壌タイプを表す。

比表面積と単分子吸着土壌水分量の推定

A.4節で述べた手法を用いて、実験で得られた粒径分布曲線から比表面積を計算する。

図 A.1 に粒度試験による粒径と重量通過百分率の関係を示す。土壌の粒度試験は JSF の試験に準拠して行われたものであるため 1 μ m までの粒径は計測されているがこれより細かいものは計測されていない。

表 A.4 に式 (A.6) を用いて計算した比表面積と式 (A.10) を用いて計算した単分子吸着土壌水分量を示す。関東ロームとまさ土の主要鉱物はアロフェンであるから表 A.2 より、 $\delta = 3.0 \text{ \AA}$ とした。

図 A.2 は単分子吸着土壌水分量と pF6 の近傍で実測された土壌水分量を比較した図である。単分子吸着土壌水分量は pF6.3 に相当する土壌水分量であるが、両者は良く一致していることが分かる。但し、関東ローム (k50) だけは若干大きく推定されてしまっている。数 10% ほど実験値と異なっているが、飽和体積含水率と、推定値と実験値の差を比較すれば、この差は充分小さいと考えて良い。

A.5 高サクシオン領域における水分特性曲線の外挿式の導出

A.5.1 湿潤-飽和域の水分特性曲線

地下水位の変動まで扱う場合、Richards の式は比水分容量 C を用いて表す次の形が多い。

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z \frac{\partial(\psi+z)}{\partial z} \right\} \quad (\text{A.11})$$

このような形式にしておけば、 $\psi \geq 0$ は正圧と考えることができ、不飽和流れと飽和流れが一括して扱える。但し飽和領域でこの式が成り立つためには、体積含水率が飽和域で飽和体積含水率、比水分容量が飽和域で 0 である必要がある。即ち、

$$\theta(\psi \geq 0) = \theta_s \quad (\text{A.12})$$

$$C(\psi \geq 0) = \left. \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \right|_{\psi \geq 0} = 0 \quad (\text{A.13})$$

でないと、数値計算を行なう場合、精度良く算出することはできない。これを満足するような式として Haverkamp ら (1977) や van Genuchten によって示された式がある。以下では湿潤側に van Genuchten の式を用い、高サクシオン領域の水分特性曲線を推定する。

A.5.2 高サクシオン領域の水分特性曲線の推定

外挿を行なう場合、関数形を選択が重要な位置を占めるので、ここで関数形を選択について考察を加える。

図 A.5 に pF 試験で計測されたデータが示されているが、pF3.5 付近に変曲点があるように見える。吸引圧法は pF2.5 以下が測定範囲で、pF2.5 付近では実際よりも土壌水分が大きくなる傾向がある。またサイクロメータ法は pF3.5 以上が測定範囲で残留土壌水分付近で実際よりもサクシオンが高めに計測される傾向がある。図 A.3 に示すように、これはいずれも変曲点の存在を解消する方向である。また Ross ら (1991) や Lalit and Paris (1981) の論文には計測された水分特性関係が掲載されているが、pF3~4 の間に図 A.5 に見られるような変曲点は存在しない。

以上 2 つの点から変曲点が pF3~4 の間には無いと考え、変曲点の現れない巾乗型の Brooks and Corey 式を外挿するのに用いる。Brooks and Corey 式は

$$\theta = D_m \psi^{B_m} \quad (\text{A.14})$$

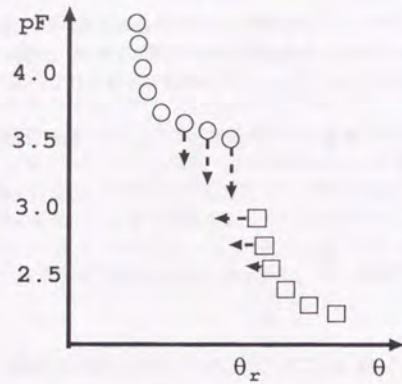


図 A.3: 吸引圧法とサイクロメータ法の pF2.5~3.5 付近の測定誤差の傾向。矢印の方向に真値があることを示している。□は吸引圧法のデータを○はサイクロメータ法のデータを表している。

と表される。ここで D_m と B_m は土壌毎に定まるパラメータである。van Genuchten 式は次のように表され、4つのパラメータが含まれる。有効飽和度 S_e は

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha_{vG}\psi)^{n_{vG}}} \right\}^{m_{vG}} \quad (A.15)$$

θ_r は残留土壌水分量、 θ_s は飽和体積含水率、 α_{vG} 、 m_{vG} 、 n_{vG} は土壌毎に定まるパラメータである。フィッティングにより残留土壌水分量が定まり、van Genuchten 式の適用範囲は $\theta_r < \theta \leq \theta_s$ となる。今 $\theta_r < \theta_j \leq \theta_s$ なる土壌水分量 θ_j で、式 (A.14) と式 (A.15) とが連続且つ微分可能であるとすると、

$$\theta_j = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha_{vG}\psi_j)^{n_{vG}}} \right\}^{m_{vG}} = D_m \psi_j^{B_m} \quad (A.16)$$

$$-m_{vG} n_{vG} (\alpha_{vG}\psi_j)^{n_{vG}} / \psi_j \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha_{vG}\psi_j)^{n_{vG}}} \right\}^{(m_{vG}+1)} = D_m B_m \psi_j^{B_m-1} \quad (A.17)$$

が成り立たなければならない。ここで ψ_j は θ_j の時の、マトリックポテンシャルである。さらに非常に乾燥した時の土壌水分量として、前述の単分子吸着土壌水分量 $\theta_m (< \theta_j)$ とその時のサクシオン $\psi_m (< \psi_j)$ を用いる。

この時の体積含水率とサクシオンの関係は式 (A.14) を満足しなければならないから、

$$\theta_m = D_m \psi_m^{B_m} \quad (A.18)$$

が更に要求される。

以上の三方程式、式 (A.16) と式 (A.17) と式 (A.18) から、 D_m 、 B_m 、 θ_j を消去すると ψ_j だけの方程式が得られる。これを数値的に解くことにより、まず ψ_j が求まり、続いて θ_j 、 B_m 、 D_m の順に求めることができる。

ここで導入した乾燥状態の土壌水分ファクター θ_m と ψ_m を Ross らの提案した式 (A.1) に代入すると、

$$\theta - \theta_m = c_1 (\psi^{-c_2} - \psi_m^{-c_2}) \quad (A.19)$$

となる。これにより Ross ら (1991) が pF7 の時体積含水率が 0 となるという仮定が無くなり、より物理的な外挿ができる。

ここで、湿潤側に用いられる水分特性曲線 van Genuchten の式と乾燥側に用いられる水分特性曲線 Brooks and Corey の式が適用される土壌水分量とサクシオンの範囲を示したものを図 A.4 にまとめておく。 $\theta_r < \theta \leq \theta_j$ の間は重なっているが、ここで提案している方法ではこの区間の土壌水分量に対して Brooks and Corey 式、即ち高サクシオン側の水分特性曲線を用いる。

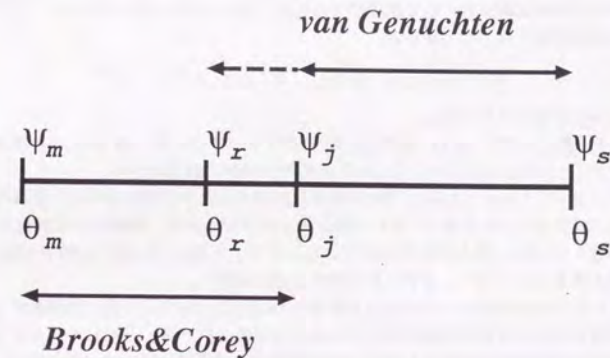


図 A.4: 2つの水分特性曲線の適用範囲。湿潤側に用いられる水分特性曲線 van Genuchten の式と乾燥側に用いられる水分特性曲線 Brooks and Corey 式が適用される土壌水分量とサクシオンの範囲。

A.5.3 高サクシオン領域での水分特性曲線のパラメータの推定

表 A.5: van Genuchten 式に接続する高サクシオン側の θ - ψ 関係を表すパラメータ。 m_{vG} と α_{vG} は van Genuchten 式のパラメータ、 K と B は高サクシオン領域の式に現れるパラメータである。

土壌種類	α_{vG}	m_{vG}	D_m	B_m	θ_r	θ_j	θ_s
成田砂	1.67	3.82	0.204	-0.205	0.175	0.187	0.396
関東ローム (k50)	1.46	1.53	0.444	-0.143	0.247	0.341	0.571
関東ローム (k200)	37.20	1.16	1.605	-0.280	0.566	0.610	0.703
まさ土 (m30)	6.84	1.89	1.605	-0.471	0.373	0.376	0.707
まさ土 (m60)	5.72	1.93	0.179	-0.203	0.127	0.163	0.409

湿潤側に用いた van Genuchten 式のパラメータは、van Genuchten (1980) にならい、 $m_{vG} = 1 - 1/n_{vG}$ として、3 変数の非線形最小自乗回帰によって求めた。この時用いたデータは pF 試験 (吸引法) によって計測された pF3 以下のサクシオンと土壌水分量の実測値である。このようにして求められた van Genuchten のパラメータと θ_m を用いて、連立方程式 (A.16)、(A.17)、(A.18) から高サクシオン領域での θ - ψ 関係のパラメータを数値的に求めた。但し、関東ローム (k200) とまき土 (m60) ではこの連立方程式を満たす解は θ_j 付近には存在するが、 θ_r 近傍には存在しなかった。 θ_r 近傍に解が存在しない場合、 $\psi_j = -31.6\text{m}$ (pF3.5 に相当) として、水分特性曲線の連続性が保たれるよう式 (16) から先ず θ_j を定め、次に D_m 、 B を求めた。ここで $\psi_j = -31.6\text{m}$ としたのはサイクロメータの適用範囲と合わせ、サイクロメータによって実測された水分特性曲線と外挿された推定曲線とがより一致するよう定めたものである。前述の Ross ら (1991) は接続点を -10m としているが、結果的には良い値であると述べるに留まっており、積極的な理由は無い。

この場合水分特性曲線は $\theta = \theta_j$ で連続ではあるが、微分可能ではなくなってしまう。つまり比水分容量 C が不連続となってしまうが、

$$\delta C = C(\psi_{j-0}) - C(\psi_{j+0}) \approx C(\psi_{j-0}) \sim 5 \times 10^{-3}$$

程度であり大きな差にはならない。

表 A.5 に各土壌ごとの式 (A.14) と式 (A.15) のパラメータを示し、図 A.5 に pF 試験で計測された θ - ψ のプロットと本手法によって得られた水分特性曲線の結果を示す。

関東ローム (k50) とまき土 (m60) では実測値と外挿された水分特性曲線は大変良く一致していると言える。成田砂では θ_r 近傍で、良い一致は見られなかったが、体積含水率が 0.10 未満の領域では良く一致している。図 A.3 に示されているように、一致していない pF2.5~3.5 の領域は測定上の問題と考えられるので、必ずしも一致する必要は無い。

解が存在しなかった関東ローム (k200) とまき土 (m30) についても一階の微係数が不連続であるものの、外挿された水分特性曲線はサイクロメータのデータと良く一致していると言える。データに基づき回帰式を求めた浅沼ら (1991) の特性曲線にも微係数が不連続な点が存在しているが、いずれも計測データに合うようにパラメータを決めており、また先述のデータ精度の問題からも、微分不可能な点には土壌物理の観点から意味のあるものとは考えられない。

以上から本稿で提案した推定手法により、高サクシオン領域での水分特性曲線が精度良く外挿できることが示された。

A.6 まとめ

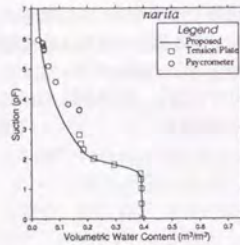
土壌のもっとも重要な特性の一つである水分特性曲線は、pF3 以下の湿った領域に適用することに主眼が置かれ、高サクシオン領域の特性については湿潤領域に比べ実験データも乏しい。これは Mualem の土壌特性カタログにもこの領域までのデータが全くないことが如述に示している (Mualem, 1976)。

本稿で提案した外挿法を用いれば、高サクシオン領域での水分特性データが無くても、湿潤側の実験データと粒径分布のデータから精度良く外挿されることが示された。また解が残留土壌水分量近傍に無い場合もあったが、その際は、接続点を pF3.5 として与え微分可能であるが連続である外挿を行なった所、実験データとは良い一致を見た。このように本手法による水分特性曲線の外挿が非常に有効であることが示され、水蒸気移動に関しても精度良い計算ができることが期待される。

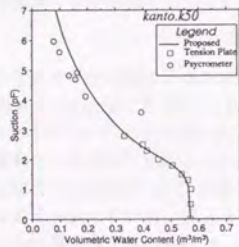
これまで全く触れなかったが、水分特性曲線の重要な特性としてヒステリシスがある。pF5 近傍の領域では土壌水分は結合水であるが、結合水でもヒステリシス現象は生じる (Everett, 1967)。

水の蒸発と凝結が繰り返される表層土壌では高サクシオン領域のヒステリシスは重要となる。しかしヒステリシスまで考慮した外挿は非常に難しいと言え、今後の課題となろう。

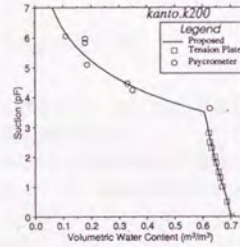
本稿では van Genuchten 式を湿潤側に用いた場合についてだけ述べたが、他の θ - ψ 関係を表す式に対しても同じ手法を用いることができるし、乾燥側に van Genuchten 式を用いることも可能であり、利用目的に応じて形式は選べば良い。



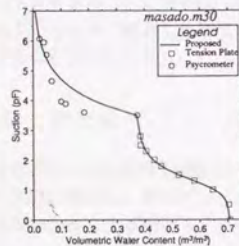
(a) 成田砂。東京大学生産技術研究所千葉実験所大気-土壌水分連続観測プロット。表層 5cm。



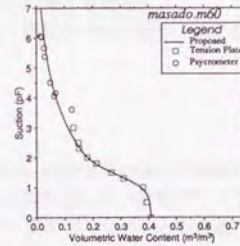
(b) 関東ローム (k50)。東京大学生産技術研究所千葉実験所大気-土壌水分連続観測プロット。深度 50cm。



(c) 関東ローム (k200)。東京大学生産技術研究所千葉実験所大気-土壌水分連続観測プロット。深度 200cm。



(d) まさ土 (m30)。山梨県塩山市高芝山。深度 0.30m。



(e) まさ土 (m60)。山梨県塩山市高芝山。深度 0.60m。

図 A.5: 各種土壌に対する湿潤から乾燥領域までの水分特性曲線。乾燥域は Brooks and Corey の式を、湿潤領域は van Genuchten の式を用いている。実測値は pF3 以下の領域は吸引圧試験で計測されたもので、pF3 を超える領域はサイクロメータで計測された値である。図中では pF 試験で得られた値を Tensio Plate として示してある

Appendix B

水分特性曲線と巾級数近似

水分特性曲線の近似の仕方は幾つか考えられるが、その近似精度と適用範囲について検討を加える必要がある。以下では3つの巾級数近似法を比較し、各近似の特性について検討を加える。

土壌水分量は体積含水率で0~1の値しか取らないが、マトリックポテンシャルは0~ 10^5 mの非常に広い幅で値を取る。この曲線を表す式は Brooks and Corey(1966) や van Genuchten(1980) など数多く提案されている (Musiak and Herath, 1988; 日野ほか, 1989; Kosugi, 1994)。ここでは最も簡単な Brooks and Corey 式について検討を加えるが、同様の議論はどの式についても行なえるものである。

B.1 近似に関する既往の研究

Ross(1992) は水分特性曲線を離散化しその間を3次式で補間する手法を提案している。離散化点を10点として近似しているが、水分移動を実際に数値計算する場合、条件判断が多いと計算は非常に遅くなり、あまり実用的でない。この方法を利用することはできない。

B.2 Taylor 展開を用いた水分特性曲線近似

一般に線形近似をする場合、Taylor 級数を用いられることが多い。今 $|x-1| = |x'| \ll 1$ とすると、関数 $f(x)$ を $x=1$ 周りに Taylor 展開して、

$$f(x) = f(1+x') \approx f(1) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f}{\partial x} x' \quad (\text{B.1})$$

と近似できる。より一般的には $|x'| < 1$ において

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{d^k f}{dx^k} \Big|_{x=1} x'^k$$

となる。実際にはある次数の項までで近似しなければならないから、

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \frac{d^k f}{dx^k} x'^k + R_{n+1}$$

となる。ここで R_{n+1} は近似誤差で、中間値の定理により

$$R_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!} \frac{d^{n+1} f(\xi)}{dx^{n+1}} x'^{n+1} \xi$$

と表され、 $|\xi| < 1$ を満たす ξ が存在する。

B.2.1 Taylor 展開による近似

ここでは Brooks and Corey 式を取り上げて、近似を具体的に見て行く。Brooks and Corey 式は

$$\psi = \psi_b S_e^{1/\lambda_m} = \psi_b \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/\lambda_m} \quad (\text{B.2})$$

と表す事ができる。ここで ψ_b は空気進入圧、 λ_m は土壌毎に定まるモデルパラメータ、 S_e は有効飽和度である。以下では異なる展開点に対する Taylor 近似について見て行く。

飽和土壌水分量周りの Taylor 展開

式 (B.2) を変形して Taylor 展開できる形 $(1+x)^m$ (但し $x \leq 1$) にする。

$$\psi = \psi_b \left(\frac{(\theta_s - \theta_r) + (\theta - \theta_s)}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/\lambda_m} = \psi_b \left(1 + \frac{\theta - \theta_s}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/\lambda_m} = \psi_b (1 - S_s)^{1/\lambda_m} \quad (\text{B.3})$$

ここで、 $S_s(\theta) = (\theta_s - \theta)/(\theta_s - \theta_r)$ と置き換えていて、次式で示される範囲内の値を取る。

$$0 = S_s(\theta_s) \leq S_s(\theta) \leq S_s(\theta_r) = 1$$

従って残留土壌水分以上の範囲 ($\theta > \theta_r$) で理論上、近似が可能である。式 (B.3) を $S_s = 0$ 周りに n 次までの Taylor 展開すると、

$$\psi = \psi_b \sum_{i=0}^n \left[\frac{1}{k!} \prod_{k=0}^i \left\{ -\frac{1}{\lambda_m} - (k-1) \right\} S_s^i \right] \quad (\text{B.4})$$

$$= \psi_b \left[-\left(-\frac{1}{\lambda_m} \right) S_s + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\lambda_m} \right) \left(-\frac{1}{\lambda_m} - 1 \right) S_s^2 + \dots \right] \quad (\text{B.5})$$

$$+ (-1)^n \frac{1}{n!} \left(-\frac{1}{\lambda_m} \right) \left(-\frac{1}{\lambda_m} - 1 \right) \dots \left\{ -\frac{1}{\lambda_m} - (n-1) \right\} \quad (\text{B.6})$$

となる。

平均土壌水分量周りの Taylor 展開

ここでは平均土壌水分量 $\bar{\theta}$ 周りの Taylor 展開を考える。

$$S_m = \frac{\theta'}{\bar{\theta} - \theta_r} \quad (\text{B.7})$$

と置くと、 $|S_m| < 1$ でなければならないから、

$$\theta_r - \bar{\theta} < \theta' < \bar{\theta} - \theta_r$$

が θ' の取り得る範囲である。この不等式が意味を持つには、

$$\theta_s - \bar{\theta} \leq \bar{\theta} - \theta_r$$

が必要で、即ち平均土壌水分が

$$\bar{\theta} \geq \frac{\theta_r + \theta_s}{2}$$

B.2 Taylor 展開を用いた水分特性曲線近似

を満足する時に限って、適用可能である。式 (B.3) に習って Brooks and Corey 式を変形し、 $\bar{\theta}$ 周りに Taylor 展開をすると、

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_b \left\{ \frac{(\bar{\theta} + \theta') - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right\}^{-1/\lambda_m} = \psi_b \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} + \frac{\theta'}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-1/\lambda_m} \\ &= \psi_b \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-1/\lambda_m} \left(1 + \frac{\theta'}{\bar{\theta} - \theta_r} \right)^{-1/\lambda_m} \\ &\approx \psi_b \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{-1/\lambda_m} \sum_{k=0}^n \left[\frac{1}{k!} \prod_{l=0}^k \left\{ -\frac{1}{\lambda_m} - (l-1) \right\} \left(\frac{\theta'}{\bar{\theta} - \theta_r} \right)^k \right] \quad (\text{B.8}) \end{aligned}$$

となる。土壌水分の変化を扱う場合、 $\left\{ (\bar{\theta} - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r) \right\}^{-1/\lambda_m}$ が変化するので取り扱いに難がある。

B.2.2 最小自乗法による近似

上述の Taylor 展開は無限の項で表現する場合の厳密な近似を与えるが、数値計算などで実際に用いる場合、無限の項を扱うことはできず、許容される次数で切断しなければならない。このように有限の級数で近似する場合、Taylor 級数よりも最小自乗法を用いた方が良好な近似精度が得られる。

$$\psi = \psi_b S_e^{-1/\lambda_m} \quad (\text{B.9})$$

今、 ψ を n 次までの S_e の多項式で近似することを考えると次のように表すことができる。

$$\psi \approx \psi_b \sum_{k=0}^n a_k S_e^k \quad (\text{B.10})$$

ψ はオーダを変えて大きく変化するので、相対誤差を最小にすることを考える。式 (B.10) による近似値を $\hat{\psi}$ とすると、相対誤差は次のように表される。

$$r = \frac{\hat{\psi} - \psi}{\psi} = \left(\frac{\hat{\psi}}{\psi} - 1 \right) \quad (\text{B.11})$$

ここで図 A.3 にも示してある様に、Brooks and Corey 式では $\lim_{\theta \rightarrow \theta_r} \psi = -\infty$ だから、 θ_r よりも大きい土壌水分量 θ_r (この時のマトリックポテンシャルを ψ_r とする) から飽和までの相対誤差の自乗和を最小にするように係数を定める。自乗和 R^2 は

$$\begin{aligned} R^2 &= \int_{S_{e,r'}}^1 r^2 dS_e = \int_{S_{e,r'}}^1 \left(\frac{\hat{\psi}}{\psi} - 1 \right)^2 dS_e \\ &= \int_{S_{e,r'}}^1 \left(\frac{\hat{\psi}}{\psi} \right)^2 dS_e - 2 \int_{S_{e,r'}}^1 \left(\frac{\hat{\psi}}{\psi} \right) dS_e + \int_{S_{e,r'}}^1 dS_e \\ &= \int_{S_{e,r'}}^1 \left(\sum_{k=0}^n a_k S_e^{k+1/\lambda_m} \right)^2 dS_e - 2 \int_{S_{e,r'}}^1 \left(\sum_{k=0}^n a_k S_e^{k+1/\lambda_m} \right) dS_e + \int_{S_{e,r'}}^1 dS_e \quad (\text{B.12}) \end{aligned}$$

ここで R^2 を a_i の関数と考え、 R^2 が最小となるには全ての k に対して、1 階の微係数が 0 であることが必要であるから、式 (B.12) を a_i で微分して、

$$\frac{\partial R^2}{\partial a_i} = \int_{S_{e,r'}}^1 \frac{\partial}{\partial a_i} \left(\sum_{k=0}^n a_k S_e^{k+1/\lambda_m} \right)^2 dS_e - 2 \int_{S_{e,r'}}^1 \frac{\partial}{\partial a_i} \left(\sum_{k=0}^n a_k S_e^{k+1/\lambda_m} \right) dS_e$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{S_{e,r'}}^1 2 \left(\sum_{k=0}^n a_k S_e^{k+1/\lambda_m} \right) S_e^{i+1/\lambda_m} dS_e - 2 \int_{S_{e,r'}}^1 S_e^{i+1/\lambda_m} dS_e \\
 &= 2 \sum_{k=0}^n \int_{S_{e,r'}}^1 a_k S_e^{k+i+2/\lambda_m} dS_e - 2 \left[\frac{1}{(i+1)+1/\lambda_m} S_e^{(i+1)+1/\lambda_m} \right]_{S_{e,r'}}^1 \\
 &= 2 \sum_{k=0}^n \left[\frac{a_k}{k+(i+1)+2/\lambda_m} S_e^{k+(i+1)+2/\lambda_m} \right]_{S_{e,r'}}^1 - \frac{2}{(i+1)+\frac{1}{\lambda_m}} \left\{ 1 - S_{e,r'}^{(i+1)+\frac{1}{\lambda_m}} \right\} \\
 &= 2 \sum_{k=0}^n \left[\frac{a_k}{k+(i+1)+2/\lambda_m} \left(1 - S_e^{k+(i+1)+2/\lambda_m} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{(i+1)+1/\lambda_m} \left\{ 1 - S_{e,r'}^{(i+1)+\frac{1}{\lambda_m}} \right\} \right] \tag{B.13}
 \end{aligned}$$

が得られる。最終形を ψ_r で表すと、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial R^2}{\partial a_i} &= 2 \sum_{k=0}^n \left[\frac{a_k}{k+(i+1)+2/\lambda_m} \left\{ 1 - \left(\frac{\psi_b}{\psi_r} \right)^{\lambda_m(k+i+1)+2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{(i+1)+1/\lambda_m} \left\{ 1 - \left(\frac{\psi_b}{\psi_r} \right)^{\lambda_m(i+1)+1} \right\} \right] \\
 &= 2 \sum_{k=0}^n \left[\frac{a_k}{k+(i+1)+2/\lambda_m} \left\{ 1 - \left(\frac{\psi_b}{\psi_r} \right)^{\lambda_m k+2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{2}{(i+1)+1/\lambda_m} \left\{ 1 - \left(\frac{\psi_b}{\psi_r} \right)^{\lambda_m(i+1)+1} \right\} \right] \tag{B.14}
 \end{aligned}$$

となる。 R^2 を最小にするには全ての k に対して式(B.14)が0でなければならないので、解くべき方程式は $n+1$ 元連立1次方程式となる。今、 $\psi \rightarrow -\infty$ とすれば

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_k}{k+(i+1)+2/\lambda_m} - \frac{2}{(i+1)+1/\lambda_m} = 0 \tag{B.15}$$

となる。この時解くべき連立方程式を行列を用いて表せば、

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1+2/\lambda_m} & \frac{1}{2+2/\lambda_m} & \frac{1}{3+2/\lambda_m} & \cdots & \frac{1}{(n+1)+2/\lambda_m} \\ \frac{1}{2+2/\lambda_m} & \frac{1}{3+2/\lambda_m} & \frac{1}{4+2/\lambda_m} & \cdots & \frac{1}{(n+2)+2/\lambda_m} \\ \frac{1}{3+2/\lambda_m} & \frac{1}{4+2/\lambda_m} & \frac{1}{5+2/\lambda_m} & \cdots & \frac{1}{(n+3)+2/\lambda_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{(n+1)+2/\lambda_m} & \frac{1}{(n+2)+2/\lambda_m} & \frac{1}{(n+3)+2/\lambda_m} & \cdots & \frac{1}{(2n-1)+2/\lambda_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+1/\lambda_m} \\ \frac{1}{2+1/\lambda_m} \\ \frac{1}{3+1/\lambda_m} \\ \vdots \\ \frac{1}{(n+1)+1/\lambda_m} \end{bmatrix} \tag{B.16}$$

となつてこの行列は対象行列となる。この連立方程式を解けば最小自乗法による巾級数の係数が求まることになる。

B.3 水分特性曲線近似

以上で述べた手法の中、飽和对積含水率 θ_s まわりの Taylor 展開による近似と最小自乗法による近似について、実際の水分特性曲線近似に当てはめ、適用度と近似精度について比較を行なう。

表 B.1: 巾級数近似する土壌の Brooks and Corey 式のパラメータ

土壌種類	θ_r	θ_s	ψ_b	λ_m
	(m ³ /m ³)		(m)	
成田砂	0.175	0.396	-0.3090	1.3843
まさ土	0.127	0.409	-0.0929	0.2918
関東ローム	0.247	0.571	-0.1905	0.6763

対象とする土壌は成田砂、まさ土、関東ロームの三つとする。これらの土壌に対する Brooks and Corey 式のパラメータを表 B.1に示す。

最小自乗法で近似する範囲は pF3、 $\psi_r = -10$ m とし、1次(直線)近似から30次まで近似を行なった。図 B.1~図 B.6 に Taylor 展開と最小自乗法によるそれぞれの近似精度を比較したものを示す。土壌毎に図の横軸は異なっているので、比較には注意が必要である。近似誤差は相対誤差、

$$\text{Error} = \frac{\hat{\psi} - \psi}{\psi}$$

を指標として用いた。図中の数字は近似した次数を表している。

Taylor 展開では近似次数が増加するに連れて、負の誤差が飽和近傍から徐々に減少して行くことが分かる。これは水分特性曲線が下に凸な関数だからである。成田砂には見られないが、関東ロームとまさ土では残留土壌水分量付近で、誤差が負から正へと変化し、次数が増えるからと言って、pF3の所で誤差が減少している訳ではない。Taylor 展開では展開した点の近傍から誤差が小さくなってゆき、全体の誤差は高次まで考えてもあまり良くなりなく、1次や2次の近似では、近傍以外は使えないことが分かる。

最小自乗法では誤差相対誤差が符号を変えながら変化して行く。乾燥側で誤差が大きくなっているのは pF3 以上のところが最小自乗誤差の近似範囲外であるためである。いずれの土壌でも5次程度まで考慮すれば、10%を越える誤差は pF3 以下の所では無くなる。近似精度が良いのは関東ロームで、これはもともとの水分特性曲線が直線に近いからである。

この両近似手法を比較すると Taylor 展開は展開の中心近傍だけを考えている場合には非常に良い近似を与えるが、近傍を越えると常に負のバイアスを与えてしまうことになる。一方の最小2乗法では全体が近似されどのような水分量でもある程度以下の誤差範囲内で近似できる。したがって、巾級数近似をするには展開中心近傍だけでは Taylor 展開を、土壌水分量の変域全体の場合は最小2乗法が良いと言える。

B.4 まとめ

ここでは2種類の Taylor 展開手法による水分特性曲線近似と最小自乗法による巾級数近似を提示し、このうち飽和体積含水率を中心に Taylor 展開近似したものや最小自乗法近似したものを実際の3種の土壌に対して行なったが、それぞれ長所、短所があることが分かり、その利用方としては展開中心の近傍だけでは Taylor 展開を、土壌水分量の変域全体の場合は最小2乗法が良いと言えることが示され、利用目的に応じて近似手法を選ぶ必要があると言える。

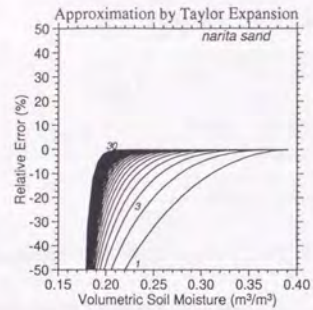


図 B.1: Taylor 展開を用いた成田砂の水分特性曲線近似。

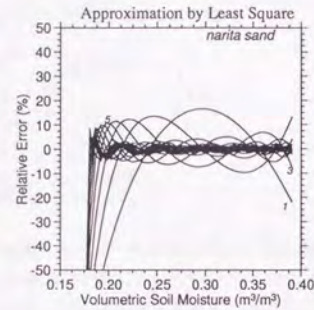


図 B.2: 最小自乗法を用いた成田砂の水分特性曲線近似。

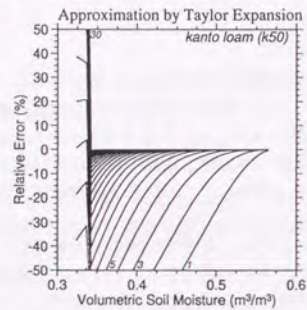


図 B.3: Taylor 展開を用いた関東ロームの水分特性曲線近似。

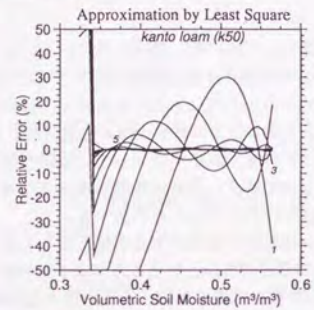


図 B.4: 最小自乗法を用いた関東ロームの水分特性曲線近似。

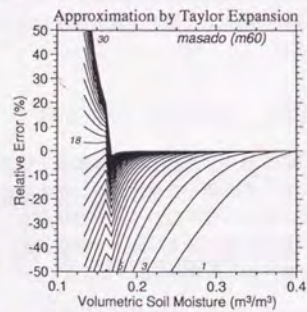


図 B.5: Taylor 展開を用いたまさ土の水分特性曲線近似。

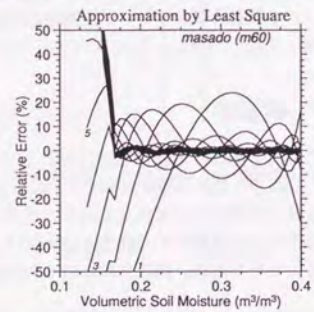


図 B.6: 最小自乗法を用いたまさ土の水分特性曲線近似。

References

- Abbot, M. B., J. C. Bathurst, J. A. Cunge, P. E. O'Connell and J. Ramussen, 1986: An introduction to the European Hydrological System - Systeme Hydrologique Europeen, "SHE", 1: History and philosophy of a physically-based, Distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, **87**, 45-59.
- 浅沼順, 虫明功臣, 沖大幹, 小池雅洋, 弘中貞之, 1991: 裸地面蒸発を対象とした大気境界層-土壌水分同時観測. 水文・水資源学会 1991 年研究発表会要旨集, 242-245.
- Avissar, R., 1989: Conceptual aspects of a statistical-dynamical approach to represent landscape subgrid-scale Heterogeneities in atmospheric models. *Journal of Geophys. Reserach*, **97D**, 2729-2742.
- Avissar, R. and R. Pielke, 1989: A parameterization of Heterogeneous Land Surface for Atmospheric Numerical Models and Its Impact on Regional Meteorology. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 2113-2136.
- Barbera, P. L. and R. Rosso, 1989: On the dimension of stream networks. *Water Resources Research*, **25**, 735-741.
- Barros, A. P., 1995: Adaptive Multilevel Modeling of Land-Atmospher Interactions. *Journal of Climate*, **8**, 2144-2160.
- Barton, I. J., 1979: A parameterization of the evaporation from nonsaturated surface. *Journal of Applied Meteorology*, **18**, 43-47.
- Bernard, R., D. Vidal-Madjar, F. Baudin and G. Laurent, 1986: Data processing and calibration for an airborne scatterometer. *IEEE Transaction of Geoscience and Remote Sensing*, **5**, 709-716.
- Brooks, R. H. and A. T. Corey, 1966: Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, **92(IR2)**, 61-88.
- Brun, C., R. Bernad, D. Vidal-Madjar, C. Gascuel-Odoux, P. Merot, J. Duchesne and H. Nicolas, 1990: Mapping saturated areas with a helicopter-borne C-band scattrometer. *Water Resources Research*, **26**, 945-955.
- Brutsaert, W. and J. A. Mawdsley, 1976: The Applicability of Planetary Boundary Layer Theory to calculate Regional Evapotranspiration. *Water Resources Research*, **12**, 825-858.
- Campbell, G. S., 1974: A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture relation data. *Soil Science*, **117**, 311-314.

- Chang, A., J. Foster and D. K. Hall, 1987: NIMBUS-7 derived global snow cover parameters. *Ann. Glaciol.*, 39-44.
- Chen, F. and R. Avissar, 1994a: Impact of Land-Surface Moisture Variability on Local Shallow Convective Cumulus and Precipitation in Large-Scale Models. *Journal of Applied Meteorology*, 33, 1382-1401.
- Chen, F. and R. Avissar, 1994b: The Impact of Land-Surface Wetness Heterogeneity on Mesoscale Heat Fluxes. *Journal of Applied Meteorology*, 33, 1323-1394.
- Chen, Z.-Q., M. L. Kavvas and R. S. Govindaraju, 1993: Upscaling of Richards equation for soil moisture dynamics to be utilized in mesoscale atmospheric models. in *Exchange Processes at the Land Surface for a Range of Space and Time Scales*, 212, 125-132IAHS.
- Chen, Z., R. S. Govindaraju and M. L. Kavvas, 1994a: Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous fields 1. Development of models. *Water Resources Research*, 30, 523-534.
- Chen, Z., R. S. Govindaraju and M. L. Kavvas, 1994b: Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous fields 2. Numerical Simulation. *Water Resources Research*, 30, 535-548.
- Clapp, R. B. and G. H. Hornberger, 1978: Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resource Research*, 14, 601-604.
- Cognard, A.-L., C. Loumagne, M. Normand, P. Olivier, C. Otle, D. Vidal-Madjar, S. Loauahala and A. Vidal, 1994: Evaluation of the ERS 1/synthetic aperture radar capacity to estimate surface soil moisture: Two-year results over the Naizin watershed. *Water Resources Research*, 31, 975-982.
- Vries, de, 1970: Thermal Properties of Soils. in Wijk WR, van ed., *Physics of Plant Environment*, Vol. 34, North-Holland Publishing Co, 210-235.
- Delworth, T. L. and S. Manabe, 1988: The Influence of Potential Evaporation on the Variables of Simulated Soil Wetness and Climate. *Journal of Climate*, 2, 523-547.
- Dickinson, R. E. and A. Henderson-Sellers, 1986: Modelling tropical deforestation: A study of GCM land-surface parameterization. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 114, 439-462.
- Dickinson, R. E., A. Henderson-Sellers, P. Kennedy and M. F. Wilson, 1986: Biosphere / Atmosphere Transfer Scheme (BATS) for the NCAR Community Climate Model. Technical report, NCAR.
- 土質工学会 (編), 1990: 土質試験の方法と解説. 土質工学会.
- Engman, E. T. and R. J. Gurney, 1991: *Remote Sensing in Hydrology*. Chapman and Hall.
- Engman, E. T., G. Angus and W. P. Kustas, 1989: Relationship between the hydrologic balance of a small watershed and remotely sensed soil moisture. *IAHS*, 186, 75-84.
- Entekhabi, D. and P. Eagleson, 1989: Land Surface Hydrology Parameterization for Atmospheric General Circulation Models Including Subgrid Scale Spatial Variability. *Journal of Climate*, 2, 816-831.

- Entekhabi, D. and P. Eagleson, 1991: Climate and the equilibrium state of land surface hydrology parameterization. *Survey in Geophysics*, 12, 205-220.
- Everett, D. H., 1967: *Adsorption hysteresis*. Solid Gas Interface, Marcel Dekker, editor = E. A. Flood.
- Famiglietti, J. S. and E. F. Wood, 1991: EVAPOTRANSPIRATION AND RUNOFF FROM LARGE LAND AREAS: LAND SURFACE HYDROLOGY FOR ATMOSPHERIC GENERAL CIRCULATION MODELS. in Wood, E. F. ed., *Land Surface - Atmosphere Interactions for Climate Modeling*, Kluwer Academic Publishers.
- Fletcher, R. D., 1950: A relation between maximum observed point and area rainfall values. *Trans. AGU*, 31, 344-348.
- 淵上吾郎, 1994: 複数のリモートセンサーを利用した広域土壌水分情報の抽出. Master's thesis, 東京大学.
- 淵上吾郎, 仲江川敏之, 沖大幹, 虫明功臣, 1993: 土壌水分サンプリングデータの空間代表性. 水工学論文集, 第37巻, 650-651.
- 福本昌人, 広田知良, 1994: 表層土壌水分が裸地面熱収支に与える影響. 水文・水資源学会誌, 7, 393-401.
- Giorgi, F. and L. Mearns, 1991: Approaches to the simulation of regional climate change: A review. *Review of Geophysics*, 29, 191-217.
- Glimm, J., 1991: Nonlinear and Stochastic phenomena: The grand challenge for partial differential equation. *SIMA Rev.*, 33, 624-643.
- Hack, J. T., 1957: Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland. *U. S. Geological Survey*, 104-105.
- Hahn, D. G. and J. Shukula, 1976: An apparent relationship between Eurasian snow cover and Indian Monsoon rainfall. *Journal of Atmospheric Science*, 33, 246-262.
- Haverkamp, R., M. Vauclin, J. Touma, P. J. Wierenga and G. Vachaud, 1977: A Comparison of Numerical Simulation Models For One-Dimensional Infiltration. *Soil Science Society of American Journal*, 41, 285-293.
- Henderson-Sellers, A. and V. B. Brown, 1992: Project for Intercomparison of Land-Surface parameterization schemes(PILPS). PILPS Workshop Report.
- Hillel, D., 1980: *Fundamentals of Soil Physics*. Academic Press.
- 日野幹雄, 大田猛彦, 砂田憲吾, 渡辺邦夫, 1989: 洪水の数値予報. 森北出版.
- 弘中貞之, 虫明功臣, 1991: 熱電対サイクロメータによる高吸圧領域の水分保持特性の測定. 土木学会第46回年次学術講演論文集, 第46巻, 100-101.
- 弘中貞之, 虫明功臣, 熊田勝久, 伊藤圭一, 1990: 土性に基づく水分特性曲線-関東ローンを対象として-. 土木学会第17回関東支部技術研究発表講演会概要集, 第17巻, 146-147.
- Hjelmfelt, A. T. J., 1988: Fractals and the river length catchment-area ratio. *Water Resources Research*, 24, 455-459.
- 本多嘉明, 1991: 衛星データを用いた地球生物圏の生態気候区分及びその監視に関する研究. PhD thesis, 東京大学.

- Horton, R. E., 1924: Discussion on Distribution of Intense Rainfall. *Trans. ASCE*, **87**.
- Horton, R. E., 1945: Erosion development of streams and their drainage basins, Hydrological approach to quantitative morphology. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 275-370.
- 石平博, 小池俊雄, 陸曼皎, 早川典生, 1995a: 日射と地形の関係を考慮した陸域短波収支のマクロモデル化. 年次学術講演会講演概要集, 第50, II-A 巻, 104-105, 土木学会.
- 石平博, 小池俊雄, 陸曼皎, 早川典生, 1995b: 陸域短波長波収支のマクロモデル化-地形効果の領域平均-. 水工学論文集, **39**, 267-272.
- Iwata, S., T. Tabachi and with B. P. Warkeatin eds., 1988: *Soil-Water Interactions*. Dekker.
- 岩田進午, 1970: 土壌物理とペドロジー. ペドロジスト, **14**.
- 鼎信次郎, 西尾 健, 沖 大幹, 虫明功臣, 1995: AGCM-流路網モデルによる世界の大河川の流出ハイドログラフ. 水工学論文集, **39**, 97-102.
- Kellog, W. M. and Z. Zhao, 1988: Sensitivity of soil moisture to doubling of carbon dioxide in climate model experiments. Part I North America. *Journal of Climate*, **1**, 348-366.
- Kimura, F., 1991: Heat Flux on Mixture of Different Land-use Surface: Test of a New Parameterization Scheme. *Japan Meteorological Society of Journal*, **25**, 155-164.
- Kimura, F. and Y. Shimizu, 1994: Estimation of Sensible and Latent Heat Fluxes from Soil Surface Temperature Using a Linear Air-Land Heat Transfer Model. *Journal of Applied Meteorology*, **33**, 477-489.
- Kimura, F. and S. Takahasi, 1991: The effects of Land-use and Anthropogenic Heating on the Surface Temperature in the Tokyo Metropolitan Area: A Numerical Experiment. *Atmospheric Environment*, **25**, 155-164.
- 小林哲夫, 1995: 温度勾配による土壌中の水蒸気移動の運動論的機構について. 水文・水資源学会誌, 79-83.
- 小池俊雄, 高橋裕, 吉野昭一, 1985: 積雪量分布のモデル化に関する研究. 土木学会論文集, **II-4**, 165-174.
- 小池俊雄, 長谷川泉, 深見和彦, 1992: 積雪パラメータとマイクロ波誘電特性. 水文・水資源学会 1992 年研究発表会要旨集, 12-15.
- Kondo, J. and N. Saigusa, 1994: Modelling the Evaporation from Bare soil with a Formula for Vaporization. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **72**, 413-421.
- Kondo, J., N. Saigusa and T. Sato, 1990: A Parameterization of evaporation from bare soil surfaces. *Journal of Applied Meteorology*, **29**, 304-312.
- Kondo, J., N. Saigusa and T. Sato, 1992: A model and experimental study of evaporation from bare-soil surfaces. *Journal of Applied Meteorology*, **31**.
- 近藤純正, 1993: 表層土壌水分予測用の簡単な新バケツモデル. 水文・水資源学会誌, 344-349.
- Koorevaar, P., G. Menelik and C. Dirksen, 1983: *Element of Soil Physics*. No. 13 in Developments in Soil Science, Elsevier.
- Kosugi, K., 1994: Three-Parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resource Research*, **30**, 891-901.

- Lai, S., J. M. Tiedje and A. E. Erickson, 1976: In situ measurement of gas diffusion coefficients in Soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, **40**, 3-6.
- Lalit, M. A. and J. F. Paris, 1981: A Physicoempirical Model to Predict the Soil Moisture Characteristic from Particle-Size Distribution and Bulk Density. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **45**, 1023-1030.
- Lawrence, E. H. and E. Swiatek, 1994: Interactions between regional surface fluxes and the atmospheric boundary layer over a heterogeneous watershed. *Water Resources Research*, **30**, 1387-1392.
- Lee, T. J. and R. A. Pielke, 1992: Estimating the Soil Surface Specific Humidity. *Journal of Applied Meteorology*, **31**.
- Macdonald, H. C. and W. P. Waite, 1971: Soil moisture Detection with imaging radar. *Water Resources Research*, **7**, 100-110.
- Mahfouf, J. F. and J. Noilhan, 1991: Comparative study of various formulations of evaporation from bare soil using in situ data. *Journal of Applied Meteorology*, **30**, 1354-1365.
- Manabe, S., 1969: Climate and ocean circulation, I, the atmospheric circulation and the hydrology of the earth's surface. *Mon. Weather Rev.*, **91**, 739-774.
- Manabe, S. and Wetherald, 1975: The effect of doubling the CO₂-concentration of the climate of a general circulation model. *Journal of Atmospheric Science*, **32**, 3-15.
- Mandelbrot, B. B., 1982: *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company.
- Matsushima, D. and J. Kondo, 1995: An Estimation of the Bulk Transfer Coefficients for a Bare Soil Surface Using a Linear Model. *Journal of Applied Meteorology*, **34**, 927-940.
- McInnes, K. J., 1981: Thermal conductivities of soils from dryland wheat regions of Eastern Washington. Master's thesis, Washington State University.
- Merot, P., A. Crave and C. G. and Odoux, 1994: Effect of Saturated areas on backscattering coefficient of the ERS 1 synthetic aperture radar: First Results. *Water Resources Research*, **30**, 175-179.
- Miller, J. R., G. L. Russell and G. Caliri, 1994: Continental-Scale River Flow in Climate Models. *Journal of Climate*, **7**, 917-928.
- Milly, P. C. D., 1982: Moisture and heat transfer in hysteretic, inhomogeneous porous media: a matrix head-based formulation and a numerical model. *Water Resources Research*, **18**, 489-498.
- Milly, P. C. D., 1984: A simulation of thermal effects on evaporation from soil. *Water Resources Research*, **20**, 1075-1085.
- Milly, P. C. D. and K. A. Dunne, 1993: Sensitivity of the Global Water Cycle to the Water-Holding Capacity of Land. *Journal of Climate*, **7**, 506-526.
- 光本茂記, 江守正多, 阿部寛治, 1994: 土壌モデルの地下境界条件が地表面における長時間の熱および水分交換過程に及ぼす影響. 水文・水資源学会雑誌, **7**.
- Mualem, Y., 1976: A Catalogue of the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils. Technical report, Israel Institute of Technology, 28-70.

- Musiak, K. and S. Herath, 1988: Determination of hydraulic conductivity function using in-situ permeability test. *6th Congress ADP-IAHR*, I, 71-78.
- 虫明功臣, 石崎勝義, 吉野文男, 山口高志, 1987: 水環境の保全と再生. 海山堂.
- 仲江川敏之, 1993: 大気-土壌結合モデルによる蒸発量評価と SAR データからの土壌水分抽出. Master's thesis, 東京大学.
- 仲江川敏之, 沖大幹, 虫明功臣, 1994: サブグリッドスケールの物理量分布を考慮したマクログリッド蒸発量の算定. *水工学論文集*, 第 38 卷, 167-172.
- Ni, G., 1994: *Distributed Catchment Modelling Including Efficient Subsurface Flow Simulation*. PhD thesis, 東京大学, 効率的な地中流シミュレーションを導入した分布型水循環モデルの開発.
- Ni, G., A. S. Herath and K. Musiak, 1994: Numerical Simulation of Hillslope Infiltration and Discharge into River. *Proceedings of Hydraulic Engineering*, 38, 191-196.
- 日本土壌肥科学会, 1981: 土壌の吸着現象. 博友社.
- 沖 大幹, 虫明功臣, 江守正多, 沼口 敦, 1995a: 大気循環モデルによる大河川の流域水循環と水収支推定. *水工学論文集*, 39, 103-108.
- 沖 大幹, 虫明功臣, 松山洋, 増田耕一, 1995b: 大気循環モデルによる大河川の流域水循環と水収支推定. *土木学会論文集*, 521/II-32, 13-27.
- 大手信人, 1992: 森林土壌の孔隙構造と水分特性に関する研究. PhD thesis, 京都大学.
- Philip, J. R. and de Vries, 1957: Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *American Geophysical Union*, 38, 222-232.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky and B. P. Flannery, 1993: *Numerical Recipes in C* (日本語版). 技術評論社, 446.
- Rango, A., A. T. C. Chang and J. L. Foster, 1979: The utilization of spaceborne microwave radiometers for monitoring snowpack properties. *Nordic Hydrology*, 10, 25-40.
- Richards, L. A., 1931: Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1, 318-333.
- Richards, J. M., 1971: Simple expression for the saturation vapor pressure of water in the range -50° to 140°. *Brit. J. Appl. Phys.*, 4, L15-18.
- Rodriguez-Iturbe, I., 1974: On the Transformation of Point Rainfall to Areal Rainfall. *Water Resources Research*, 10, 729-735.
- Rogers, C. C. M., K. J. Beven, E. M. Morris and M. G. Anderson, 1985: Sensitivity Analysis, Calibration and Predictive Uncertainty of the Institute of Hydrology Distributed Model. *Journal of Hydrology*, 81, 179-191.
- Ross, P. J., 1992: Cubic Approximation of Hydraulic Properties for Simulations of Unsaturated Flow. *Water Resources Research*, 28, 2617-2620.
- Ross, P. J., J. Williams and K. L. Bristow, 1991: Equation for Extending Water-Retention Curves to Dryness. *Soil Science Society of American Journal*, 55, 923-927.
- Russo, D. and M. Bouton, 1992: Statistical Analysis of Spatial Variability in Unsaturated Flow Parameters. *Water Resources Research*, 28, 1911-1925.

- Russo, D. and E. Bresler, 1981: Soil hydraulic properties as stochastic processes: I an analysis of field spatial variability. *Soil Science Society of American Journal*, 46, 682-687.
- Russo, D. and E. Bresler, 1982: Soil hydraulic properties as stochastic processes: II error of estimate in a heterogeneous field. *Soil Science Society of American Journal*, 47, 20-26.
- Russo, D. and W. Jury, 1987a: A Theoretical Study of Estimation of the Correlation Scale in Spatial Variable Fields 1. Stationary Field. *Water Resources Research*, 23, 1257-1268.
- Russo, D. and W. Jury, 1987b: A Theoretical Study of Estimation of the Correlation Scale in Spatial Variable Fields 2. Nontationary Field. *Water Resources Research*, 23, 1269-1279.
- Schultz, G. A., 1979: Remote Sensing in Hydrology. *Journal of Hydrology*, 100, 239-265.
- Schumugge, T., T. J. Jackson, W. P. Kustas, R. Roberts, R. Parry, D. C. Goodrich, S. A. Amer and M. A. Wertz, 1994: Push broom microwave radiometer observations of surface soil moisture in Monsoon '90. *Water Resources Research*, 30, 1321-1327.
- Sellers, P. J., Y. Mintz, Y. C. Sud and A. Dalcher, 1986: Simple Biosphere model (SiB) for use within general circulation model. *J. of Atmos. Sci.*, 43, 505-531.
- Seth, A., F. Giorgi and R. E. Dickinson, 1994: Simulating fluxes from heterogeneous land surface: Explicit subgrid method employing the biosphere-atmosphere transfer scheme (BATS). *Journal of Geophysical Research*, 99, 18,651-18,667.
- Sivapalan, M. and E. F. Wood, 1986: Spatial Heterogeneity and Scale in the Infiltration Response of Catchments. in Gupta, V. G., I. Rodriguez-Iturbe and E. F. Wood eds., *SCALE PROBLEMS IN HYDROLOGY*, D. REIDEL PUBLISHING COMPANY.
- Sun, J. and L. Mahrt, 1994: Spatial Distribution of Surface Fluxes Estimated from Remotely Sensed Variables. *Journal of Applied Meteorology*, 33, 1341-1358.
- 砂田憲吾, 木村真章, 1991: 水文学評価のための最適空間スケールに関する基礎的研究. *水工学論文集*, 3, 173-178.
- 砂田憲吾, 伊藤強, 水谷覚, 1992: 表層土壌水分の空間分布に関する基礎調査. *水文・水資源学会 1992 年研究発表会要旨集*, 104-105.
- 砂田憲吾, 伊藤強, 虫明功臣, 開発一郎, 1994: 表層土壌水分の空間分布特性に関する調査と検討. *水工学論文集*, 38, 173-178.
- 砂田憲吾, 伊藤強, 宮野裕二, 1995: 裸地表層土壌水分の空間分布特性. *水文・水資源学会*, 8, 220-216.
- 竹中肇, 1963: 関東ロームの非自由水. *農業土木研究*, 別冊 7.
- 田中賢治, 田中敬也, 池淵周一, 葛葉泰久, 1995: 土地利用スケールと領域平均熱フラックスの関係. *水工学論文集*, 159-164.
- 谷本信也, 1995: 流域管理計画のための GIS を用いた水循環モデリング. Master's thesis, 東京大学.
- Tarboton, D. G., R. L. Bras and I. Rodriguez-Iturbe, 1988: The Fractal Nature of River Networks. *Water Resources Research*, 24, 1317-1322.
- Tso, C. P., B. K. Chan and M. A. Hashim, 1988: Analytical solutions to the near-neutral atmospheric surface energy balance with and without heat storage for urban climatological studies. *Journal of Applied Meteorology*, 30, 413-424.

宇都宮陽二郎, 1990: 土壌水分のリモートセンシング-研究の紹介と今後の動向-. *ハイドロロジー*, 20.

Genuchten, van M. T., 1980: A closed-form equation for predictiong the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of American Journal*, 44, 892-898.

輪笠一浩, 1995: マイクロ波散乱理論に基づく表層土壌水分量の評価に関する研究. Master's thesis, 東京大学.

Warrick, A. W. and D. R. Nielsen, 1980: Spatial variability of soil physical properties. in Hillel, D. ed., *Applications of Soil Physics*, Academic Press, New York, 319-324.

Wetzel, P. J. and J.-T. Chang, 1988: Evaporation from Nonuniform Surfaces: A First Approach for Short-Term Numerical Weather Prediction. *Monthly Weather Review*, 116, 600-621.

Wood, E. F., D. P. Lettenmaier and V. G. Zartarian, 1992: A Land-Surface Hydrology Parameterization With Subgrid Variability for General Circulation Models. *Journal of Geophysical Research*, 28, 2717-2728.

八幡敏雄, 1977: 土壌の物理. 東京大学出版会.

山崎不二夫, 1969: 土壌物理. 養賢堂.

吉野文雄, 水野雅夫, 井川貴史, 1988: レーダ雨量計から見た降雨の時空間特性に関する調査 報告書. Technical Report 2604, 建設省 土木研究所 河川部水文研究室.

Zhao, R.-J., 1992: The Xinanjiang model applied in China. *Journal of Hydrology*, 135, 371-381.

本論文をまとめるに当って、研究室の虫明教授、Herath 教授、沖講師には修士課程の時から通算して5年間、公私の両面で大変お世話になりました。

本論文の研究を進めるに当たり、指導教官であり本論文の主査でもある虫明 功臣 教授には修士1年の時から5年間、暖かく指導して頂きました。何の不自由も感じず研究を進められたのは、学生達の研究環境整備に?を砕かれていたお蔭です。初期の頃は研究とは覚えのないことも多々あったと思いますが、それに請け?を突いた助言を与え、研究という形にする道付けをして頂いた結果、論文と言う成果にもなりました。途中で何度も分岐路に立ったとき、根気良く指導していただいたのは、若手研究者の育成にとりわけ情熱を持っておられているからでしょう。また研究を進めていると山に入って?のことわざ通り、研究の水文・水資源工学的な意義等が遠く彼方に覆んでしまうこともあり、研究の自己認識ができなくなってしまった時に、経験豊かな学際的視座から立ち込めていた霧を取り払って頂いた事も数知れずありました。私に十分な咀嚼能力があれば本論文から薫陶を感じられるでしょう。

沖 大幹 講師には修士の1年の時から研究のあらゆる面で指導して頂きました。コンピュータの操作から、論文原稿の書き方、研究発表の仕方まで枚挙に暇がありません。水文・気象学における研究動向に暗い時期が比較的短かったのは、その幅広い活躍から来る人脈の恩恵を受けたお蔭です。様々な人々とその研究に触れられた事で、研究に対する視野が広がり基盤ができたと思います。本論文の着想を頂いたのは博士課程1年の初夏で、研究成果としてまとめることのできなかった観測準備をしている頃でした。その後およそ2年半の歳月をかけて同値変形を行った結果が本論文であり、短い期間でまとめることができたのは、その適切さに他なりません。また研究の過程で生じた問題点の本質を議論でき、また不備な点を直再?に指摘して下さる方が居たことは、研究する環境としては何よりも変え難く有難い事でした。

Herath 教授には土壌内の水分移動、分布型流出モデルについて経験豊かな示唆に富んだコメントを多くいただきました。本論文では扱わなかった土壌特性の多様性に関する問題について、有意義な議論によって、今後この研究を進めていく上で指針を得ることができました。土壌についても地表面熱収支同様に集約化を検討することが必要となると考えられます。この論文にはまとめられていませんが、水文・水資源工学へのリモートセンシングの応用に対しても、多くの議論ができました。多様な領域での面的データ不足が本論文中のモデルの評価やクロージャー問題を完結する際に一つの隘路となっていました。今後リモートセンシングデータによって解決の糸口が見い出されると期待される所です。また英語で論文を書くときには、懇切丁寧にペンを入れていただき、中出な英語と英語らしい英語との違いを学ばせて頂きました。

論文審査委員になって頂いた先生方とのこの論文についての議論は最終段階にあって、最終的な修正をする上で非常に有意義なものとなりました。

玉井先生には領域平均の定義についてコメントを頂きました。指摘の通り \bar{f} が領域平均とするのが慣例ですが、まさに慣例が故に忘れ去られていた点を強調するために \bar{f} としました。この点は非常に注意を要しないと誤解を招く恐れがありますので論文中で詳しく説明してあります。また、本論文の土壌内の水-熱移動で扱っている物理量の多様性については2つのレベルのうち一様な特性を持つ領域内での状態量の分布であるとの指摘についても、もう一方の多様な特性を持つ領域内に関する検討を加えました。これにより多様性に関してほぼ検討すべき事項全てに言及できたと思います。

河原先生には熱収支に関して移流の効果を検討しておくよう指摘されましたがこれは今後の課題と考えております。また乱流モデルの研究をしておられる立場から LES との関連について大変貴重なコメントを頂きました。乱流のモデリングとの関連性と言う意味では、論文中に Reynolds 方程式とそれを解くためのクロージャー問題の関連性については言及していましたが、それより

も LES における粗視化フィルターとより密接に関連付けられること、?項などとの関連について指摘して頂いたお蔭で、より数学的な意味付けと LES との関連についてまとめることができました。

柴崎先生には術語に関して適切なコメントを頂きました。また本論文で用いた物理モデルについての一般的な議論は物理過程モデルが主流となってしまった水文・水資源工学分野で井の中の蛙に成りかけている事に気付かせてくれました。多様性をモデルに組み込む際に用いるデータベース構築に当って必要な物理量、統計量に対するコメントは、GIS を専門とする立場からの視点で本論文を捉えた時のもので、実用に際して必要な情報を再整理する契機を与えて頂きました。

また沖講師が世話役をしていて、質の高い発表討論が行なわれるタレス同人では、学会発表では聞けないような内容と討議ができ、大変有意義でした。この機会を通じて、様々な立場から水文学並びに水資源工学をしておられる方々と議論ができたことは大きな財産となりました。博士課程 1 年の時に発表の機会を与えられ修士論文の内容を発表しましたが、本論文の内容も何時か発表できたら光栄です。

「気候モデルによる気候変動評価に関する研究」という環境研究所の受託研究の下で、「大気・陸面過程におけるフィードバック機構の評価」を行う陸面ワーキンググループの勉強会(週 1 回)でも非常に有意義な議論ができました。本論文の主要テーマはとりわけ陸面水文過程で問題視されているものであり、陸面に関する研究に携わる仲間の歯に衣をかぶせない意見交換は、多くの点で参考になりました、勉強になりました。

また本論文ではまとめることができなかった、裸地面からの蒸発過程を解明するために行なった野外観測実験では、観測には不慣れな私に、小池雅洋氏と弘中貞之氏が多大な協力をして下さいました。平成 5 年、6 年の両夏に東京大学生産技術研究所千葉実験所で行ないましたが、記録的な冷夏と酷暑での両極端のデータが取れました。その解析もようやく軌道に乗り始めたので、この結果も近いうちにまとめたいと思います。それが参加して下さいた研究室の学生さんへの恩返しと考えています。

研究室の教職員、また配属された学生方のお蔭で楽しい学生生活を送ることができました。これも研究にとって重要な環境だと思えるようになったのは、行き詰まった時に気分転換が簡単にできることのできることからでした。これは研究室の皆さんが作り出した重要な財産ですので、今後も笑いを絶やすことのないよう希望します。ペルクソンを待つまでもなく、「笑いは知のパロメター」なのですから。

この研究過程で以下の 2 つの賞を光栄にも授賞する機会が与えられました。

平成 7 年 3 月 土木学会水理委員会 第 3 回水工学論文奨励賞授賞

『サブグリッドスケールの物理量分布を考慮したマクログリッド蒸発量の算定』

平成 7 年 8 月 水文・水資源学会 第 2 回 水文・水資源学会論文奨励賞授賞

『サブ領域の物理量分布を考慮した領域蒸発量の算定』

これも皆さんの暖かい支援があってこそです。この場を借りてお礼を申し上げます。

最後に 28 年間に渡って私を育てて頂いた両親に感謝を表したいと思います。普通なら職に就いているこの歳にまでなっても、学生として研究し続けることに寛容であったことに心から感謝いたします。

平成 8 年 3 月 11 日

