

次世代構造解析システム “NEXST”

Structural Analysis System in the Next Generation

矢川 元基*・三好 昭生**

Genki YAGAWA and Akio MIYOSHI

1. はじめに

従来、力学解析は、有限要素法 (Finite Element Method, FEM) による応力解析のように、単一現象を単一モデルにより解析してきた。この前提で、過去の研究開発によって、汎用 FEM 解析ソフトが多数開発され様々な人工物設計プロセスに適用され、今や現代社会の基盤技術として定着してきている。しかし、現実の現象に目を転じてみると、そこにあるのは固体の変形と熱や流れ、磁場などが複雑に連成した現象であり、さらには固体の変形においても、ニューヨークワールドトレードセンタビルのテロによる破壊のように、連続体的な変形のみならず粉々に砕け散る現象が存在する。従来の単一現象単一モデルに基づく構造解析手法では、このような現実の問題を解析することができない。言いかえると、現状の構造解析は単一現象単一モデルによって解ける問題のみをボトムアップ的に解いてきたのである。そこで、本サブシステムにおいては、逆に何を解くかという問題 (what) を明確に宣言した上で、その解析を成功させるためにはどのような手法を組み合わせ、システムを開発すれば良いか (how) を明らかにし、必要な I/O やソルバ及び可視化技術の改良または新規開発を行い、ターゲット問題を解くという目的を達成するようにそれらをインテグレートすることとした。このようにして開発したソフトウェアシステムは非常に強力でロバストな解析能力を持ち、構造問題を中心とするあらゆる力学現象に対して、自由自在に順解析及び逆解析 (設計を含む) を行うことができる。ここで扱う力学現象には、従来ほとんど不可能であった、複雑形状、大自由度問題を前提とした構造-熱-流体-電磁場などの連成現象、及び連続的な変形現象から破壊現象までを含むものとする。

本稿では、以上述べたターゲット問題の内容とそのため我々が開発しているソフトウェアの概要と解析事例につ

いて紹介する。

2. グランドチャレンジ問題の設定

次世代構造解析グループでは従来解析することのできなかった問題を解析することのできるようなソフトウェアを開発することを目標としている。そのための方策として先ず、現象が複雑で解析の困難なターゲット問題として9種のグランドチャレンジ問題を設定した。まず現象の分野を流体関連、破壊関連と電磁場関連の3つに分けた。流体関連では風の中に舞い落ちる100枚の枯葉の様子、アコースティック楽器の音響、昆虫の羽ばたきの丸ごと解析と最適設計、破壊関連では床に落下して砕けるコップ、豆腐やゼリーの破壊、疲労のまるごと解析、高層ビル/高速道路の高架橋の崩落および靱帯の損傷、そして最後に電磁場関連として磁気浮上列車の解析である。

3. 基盤技術

解析技術としては、大別してフリーメッシュ法 (Free Mesh Method, FMM)、粒子法及びFEMの3つの手法を用いている。それらとMDを組み合わせた手法も用いている。また現実世界とコンピュータ世界とのI/Oを重視し、イメージデータの取り込みやコンピュータグラフィクス(CG)による解析結果のリアリスティックな可視化を可能にする技術を利用している。以上の技術を組み合わせて図1に示すようなアーキテクチャのシステムを構築する。

3.1 FMM

節点処理型のFEMであるFMM¹²⁾は、通常のFEMではメッシュ生成が解析全体のボトルネックになってしまう問題に対して、節点単位に局所的なメッシュを生成しながら連立方程式を構成していくことによって解決を試みるものである。FMMでは、解析領域に分布させた節点群のうち、一つの節点を中心節点として、周囲の節点を用いて局所的な有限要素メッシュを生成する。局所メッシュを構成している要素 (衛星要素) について、FEMにおける要素

*東京大学大学院工学系研究科

** (株) インサイト

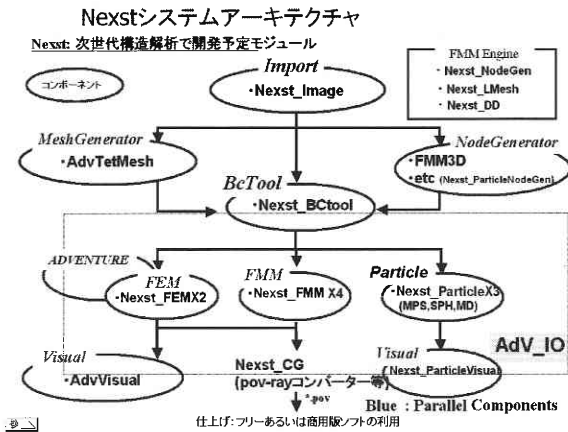


図1 NEXSTシステムアーキテクチャ

係数行列のうち、中心節点に対応する成分のみを計算した上で、全ての衛星要素の成分を足し合わせる。こうすると、中心節点に対応する全体係数行列の非零成分が求められる。以上の操作を全節点に対して行うことによって、通常FEMに一致する連立方程式を求めることができる。すなわち、FMMは、解析対象に適切に節点を配置した上で、各節点の周辺に品質のよい局所メッシュ生成して有限要素解析を進めるといって、いわば、粒子法的な有限要素解析 (Particle-like finite element analysis) を実現するものである。とくに、局所的なメッシュ生成から求解までのすべてのプロセスを節点を単位として並列に処理することが可能であることから、超並列環境において、頻りにメッシュの再生成を行う必要がある問題を取り扱う場合に極めて有効な手法となる^{3,4)}。

3.1.1 FMM, 分子動力学 (MD), FEMの組み合わせ

金属構造物の疲労解析を念頭に置いている。従来の手法では、き裂と構造物全体を同時に扱うことができないため、単純な荷重条件の下で、き裂の挙動を調べることが多い。しかし、それでは、実際の構造物にどのようなき裂が発生し、成長して行くかを正確に予測することは困難である。この予測に必要な情報として、実荷重に対する実構造物各部の力学的状態 (応力、ひずみ等)、疲労き裂先端における金属組織、さらに言えば、き裂先端での金属原子の挙動、といったマクロからミクロまでの現象がある。これらの現象は、別々に検討されているのが現状である。個々の問題の境界条件の設定には、専門的な判断が必要であり、大きな誤差が紛れ込む余地が常にある。これらの挙動を一つのシステムでシームレスに扱うことは、解析の信頼性に対して重要な貢献をするものである。

本手法は要素技術としては、大規模構造物解析には、FEMを、き裂進展解析にはFMMを、金属原子の挙動にはMDを用い、これらの連携には、重合メッシュ法および均

質化法を応用する。単純な組み合わせだけでは、非現実的な解析コストとなるため、解析コスト削減の工夫を行う。

3.2 粒子法

3.2.1 MPS法

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法⁵⁾は、越塚らが非圧縮性流れの数値シミュレーションのために開発した粒子法で、これまで自由液面流れにおける砕波など、従来のメッシュを用いる方法では解けなかった問題に適用され、成果を挙げている⁶⁾。MPS法は、微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用意して、これを支配方程式に代入することでメッシュを用いずに離散化をおこなう。微分方程式に対する一般的な離散化手法であり、固体力学の方程式に適用することもできる。これまでに、2次元弾性体の動的解析に適用され、構造物の衝突による破壊が計算されている⁷⁾。また、MPS法による弾性解析では、大変形に対しても仮想仕事の原理が成立していることが示され、動的問題に対してシンプレクティックスキームを適用することで、エネルギー保存に優れた解析ができる^{8,9)}。

ここでは、粒子法 (MPS法) を用いた3次元弾性解析コードをモジュールとして開発し、他のモジュールと共通する環境下で、入力データ作成、出力データ可視化、コンピュータグラフィックスグラフィックス (CG) 作成をおこなえるものとする。ここで用いられるMPS法は、日本独自に開発された数値シミュレーション法であり、これまで述べたように、従来のメッシュを必要とする方法では計算できなかった問題を解くことができる。さらに特徴として、計算結果から簡便にCG作成ができる機能を加えることにより、計算力学の利用者を専門家以外にも幅広く開拓することを目指すだけでなく、各種シミュレータへの応用やCG技術の高度化への貢献が期待できる。

3.2.2 SPH法

これまでの汎用コードと呼ばれる構造解析のためのソフトウェアは主にFEMが用いられてきた。これら汎用FEMコードの解析対象は多岐に渡るが、破壊現象のそのものやそれらが崩れ去るような解析は不得意である。現象が複雑すぎることで、モデル化やその計算が不可能もしくは極めて難しいと考えられてきた。しかし、一方で現代のように超高層ビルの倒壊や巨大構造物の地震による破損もしくは破壊などが現実問題としてある。これら巨大な構造物が破壊されることにより引き起こされる事態が2次災害である。構造物の破片が周辺の構造物に衝突もしくは大量に降り注ぐことにより、周辺の構造物が破損し結果的に甚大な被害が発生する。高速道路の倒壊も同様に周りの建物に甚大な被害を及ぼす可能性が高い。

SPH法 (Smoothed Particle Hydrodynamics)¹⁰⁾は、モデル化が簡便であり、以上述べたような物体の破壊、崩落や飛散を取り扱うことが可能である。SPH法は、もともと天

体物理の分野で開発された。カーネル関数とよばれる近似関数を用いて FEM のような格子を用いずに計算ができるメリットがある¹¹⁾。このために粒子を構造物の内部に配置すればそれが解析モデルを表し極めて簡便に解析モデルを作ることが可能である。また、1粒子を構造物の最小単位として飛散させれば崩落による破片の飛び散りも模擬できる。

3.3 FEM

FEM は既に約 50 年の歴史を持つ技術であり、それ自体の説明は不要であろう。

3.3.1 構造・流体連成解析技術

大規模流体-構造連成問題を並列共役勾配法 (CG 法) を用いて安定的かつ効率的に解くために開発した、多段階強連成解析アルゴリズムを利用する¹²⁾。

有限要素離散化により得られた非圧縮性粘性流体-弾性体連成系の全体方程式を、従来の強連成法では一括して解くのにに対し、多段階強連成法では多段階に分離して解くため、一種の分離型解法であると言える。本解法は流体領域に課せられた非圧縮性条件の処理手法である修正流速圧力分離に基づく。修正流速圧力分離は、(a) 連成系全体方程式からの弾性体内部自由度の縮約 (reduction)、(b) 縮約後の連成系全体方程式に対する流速圧力分離、の 2 つから構成される。その結果、連立方程式の自由度を縮小し、同時に非圧縮性条件の処理も行う。非圧縮性条件の処理の結果、流体領域の圧力場は非圧縮性条件を満たすよう連成系流体圧力ポアソン方程式から求めることができる。ここで連成系圧力ポアソン方程式の係数マトリクスの代数的性質を正定値対称化するため、さらには代数演算の効率化の観点から、流体方程式の圧力項のみを各反復において陰的に評価し、全質量マトリクスの集中化を施す。その結果、代表的な反復解法である CG 法を適用し、またその領域型並列化により、強連成法の並列化が可能となる。以上を総合すると、連成系全体方程式に対して、以下の多段階の求解手続きとなる。

Step1. 流体圧力増分の求解

Step2. 流体加速度増分の求解

Step3. 弾性体内部自由度に関する加速度増分の求解

3.3.2 電磁場関連解析技術

磁気浮上列車の走行時解析を念頭においている。ADVENTURE プロジェクトで開発した並列固体解析技術及び階層型領域分割法に基づく並列電磁場解析技術^{13,14)}を利用する。その特徴としては以下のとおりである。

- 1) 磁場解析、流れ解析、振動解析という 3 種類の解析の弱連成を扱う。
- 2) いずれも領域分割法 (DDM) による大規模非定常解析が可能である。
- 3) いずれも独立したプログラムとして数百万自由度以

上の大規模解析が可能である。

4) 流れ解析プログラムは混合法的定式化^{15,16)}に領域分割法を適用した大規模解析プログラムとして画期的なプログラムを開発する予定である。

5) 振動解析プログラムは計算時間を短縮するため、時間刻み幅の取り方を自動的に調節するマルチタイムステップ法を用いている¹⁷⁾。

3.4 IO

3.4.1 イメージ入力

自然物や人体などの解析では、CAD 入力によるアプローチは、形状表現など困難な面もあり、手間もかかるため、一般的な手法としては適さない。次世代構造解析グループでは、入力情報として CT、MRI 等で生成した複数枚の形状断層画像を用い、解析対象の表面形状情報を構築するためのツールを用意している。人体等の断層画像には、骨や臓器など解析対象形状の境界が鮮明でないことが多くみられるが、これに対応するための 1 つの手法として領域成長法¹⁸⁾をベースとした機能を備えている。

3.4.2 解析条件設定

境界条件や物性値などの設定は解析モデルを作成し、実際に解析を行う上で不可欠のものであるが、研究目的のシミュレーションソフトでは、その自動設定をサポートしない場合がある。また、複数の解析手法について統一的に境界条件を取り扱うプログラムは従来、存在しなかった。解析対象としては、従来人工物の CAD モデルのみが考慮されていたきらいがあるが、今後は面の境界がはっきりしないような自然物や生物モデルに対しても対応できることが求められている。

次世代構造解析グループでは、FMM、粒子法、FEM の各手法について CAD ベースのモデルにもイメージベースのモデルにも、境界条件と物性値の設定を可能にするツールを用意する。

3.4.3 リアリスティックな CG による結果表示

従来 CG ソフトはエンターテインメント、ニュース、景観予測や製品の外観予測などに使われることがほとんどで計算力学や計算科学の解析結果を表示するための手段としては認知されていなかった。我々は解析結果それ自身をアピールするために CG を利用すべきであると考えた。また従来力学の素人がエンターテインメント CG のリアリティ向上のためにそれらしく作成してきた現象を力学ベースのものにより代替するとより良いものができるものと考えた。解析結果をリアリスティックに表現するための手段としてレイトレーシングを基本とする CG ソフトを利用する予定であり、そのためのインタフェースツールを用意する。

4. 解析事例

今年度は初年度であるために、開発したプログラムはほ

とんどがプロトタイプである。従って基礎的な例題を解析した。

4.1 FMM による解析

図2にFMMの並列メッシュ生成ライブラリによる節点ベース並列メッシュ生成の様子を示す。解析モデルは、古代ローマの寺院「Pantheon」である。FMMでは節点番号を基準とした並列処理が可能である。この事例では8CPUを用いたが、各色によって、各CPUが担当している領域を表している。複雑な形状に対しても、ロバストに並列メッシュ生成ができる。

図3(口絵にカラーで示す)は流体音響解析モジュールによるパイプオルガンの呼気ジェットの計算結果をパーティクルトレースという流れの上流から粒子を流す手法によって可視化し、更にCG的に演出したものである。これまでに、パイプオルガンの音源となっている呼気ジェットの自励振動であるエッジトーンについては、実験結果とほぼ

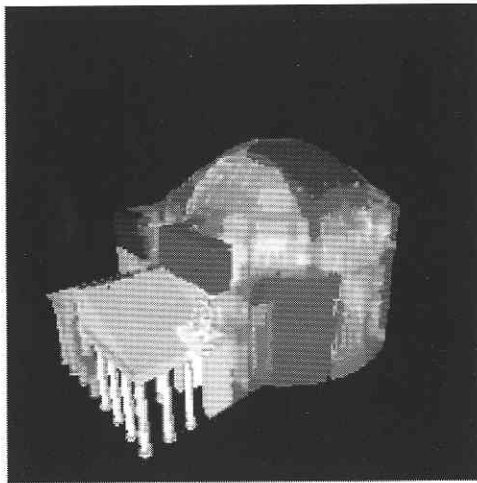


図2 ローマの古代建築物パンテオンモデルを用いた節点ベースの並列メッシュ生成 (8 CPU 使用)

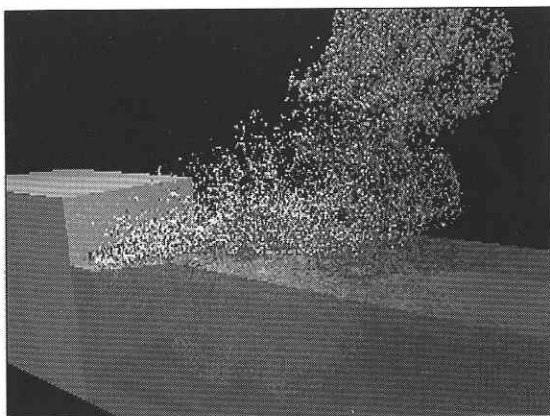


図3 パイプオルガンの空気流解析のパーティクルトレース表示

一致する結果が得られている。しかしながら、実際の楽器では、エッジにおけるジェットの振動と共鳴体(パイプオルガンの共鳴管)は密接に連成していることが実験より明らかにされており、現在、共鳴管が音色に及ぼす影響の解析を行っているところである。

図4は、破壊力学解析モジュールによるき裂進展問題の解析事例である。空孔の開いた金属平板に初期き裂を入れ、“ドラえもんの手”の位置で荷重を加えた時のき裂の進展の様子を計算したものである。き裂の進展方向は、最大周方向応力説に基づいて決定している。本解析は、まだ基本的な性能確認の段階に留まっているが、鋭いき裂状の幾何形状に対しても、FMMエンジンのメッシュ生成ライブラリを用いて、ロバストに有限要素解析を行うことができることが分かる。

4.2 粒子法による解析

4.2.1 MPS 法構造プログラム

解析は開発した2次元MPS法構造解析モジュールを用いておこなった。MPS法の特徴が明らかになるように、柔らかくてもろい(豆腐)、柔らかくても強い(ゼリー)、硬くてもろい(チョーク)、材料を選んで解析した。チョークの結果は割愛する。

また、解析と比較するため、1/250 secの時間間隔で撮影できるCCD高速ビデオカメラを用いて、落下実験もおこなった。実験は3次元であるが、なるべく3次元性が出ないように注意しておこなった。

CGには公開の無料ソフトウェアであるPOV-Rayを使用した。計算結果は2次元であるので、これを重ねて3次元にし、輪郭を抽出するなどの作業をした後、POV-Rayの入力データに変換して描画した。

(a) 豆腐

図5に示すように実験では、ほぼ中央部において縦に割れる。計算でもこれがほぼ再現されている(図6)。計算では、粒子間距離が初期の値よりもある割合以上離れた場

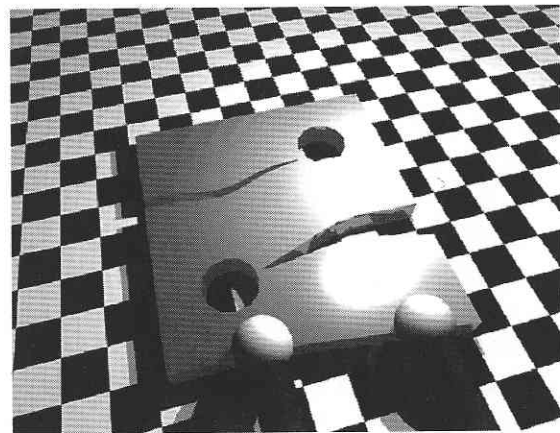


図4 き裂進展解析の3次的表示

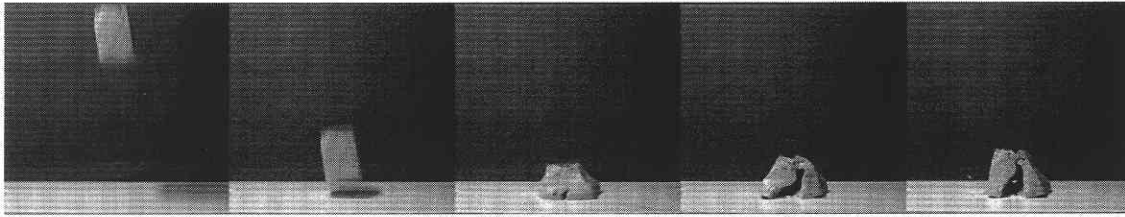


図5 豆腐の落下 (実験)

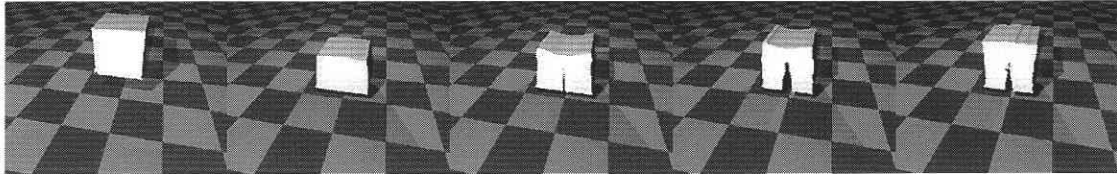
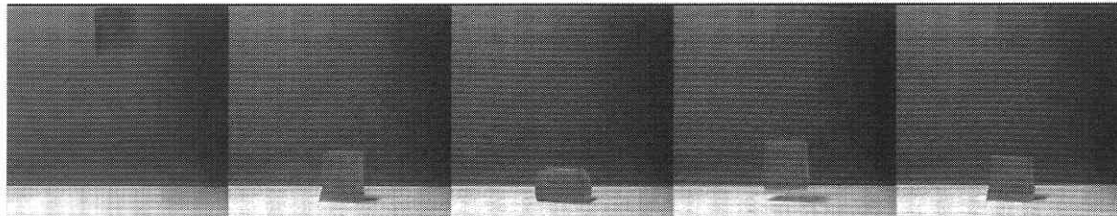
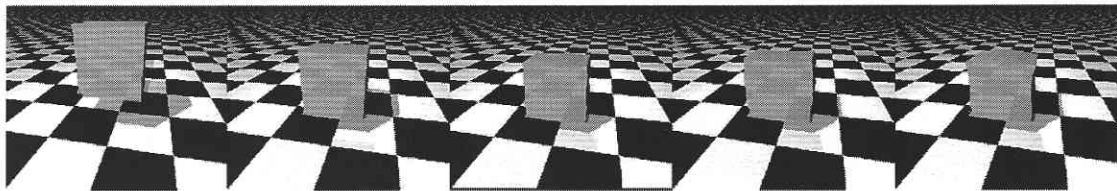
図6 豆腐の落下 (解析: ヤング率: $1 \times 10^5 \text{Pa}$, ポアソン比: 0.3)

図7 ゼリーの落下 (実験)

図8 ゼリーの落下 (解析: ヤング率: $1 \times 10^6 \text{Pa}$, ポアソン比: 0.3)

合に、粒子間相互作用をゼロにする、ということで破壊をモデル化している。また、計算では床に落下した衝撃が上部に伝わり、上部が破壊される様子が見られるが、実験では豆腐の内部で急速にエネルギーが減衰し、上部の破壊はあまり見られない。

(b) ゼリー

豆腐と同じ物性で解析をおこなった。ただし、破壊のモデルは導入していない。従って、豆腐とは異なり、破壊は計算されない。図7の実験と同様、落下の衝撃がゼリー内部に伝わり、大きな振動が生じる(図8)。また、反動でゼリーは跳ね上がる。こうした様子が計算でもよく再現されている。

4.3 FEMによる解析

4.3.1 構造・流体連成プログラム

(a) 連成解析機能

大変形弾性体-非圧縮粘性流体連成現象として、自由

端に荷重を与えられた流路内の片持ち梁の解析例¹⁹⁾(流体40万節点、構造1100節点、界面210節点)を示す。図9に示すように、弾性体の大変形に伴い生じる梁周囲の渦運動の詳細を捉えることができた。

(b) 逆解析機能

設計用大規模計算力学システム ADVENTURE²⁰⁾ の構造解析モジュールと熱伝導解析モジュール及び並列遺伝的アルゴリズムを接続し、タービンブレード(図10(a))の3次元熱弾性逆問題をPCクラスターを用いて解き、最適冷却流路形状を同定できる(図10(b))ことを示した²¹⁾。

4.3.2 電磁場関連プログラム

半導体製造工場で使用される無人搬送車(AGV; Automated Guided Vehicle)によって誘引される気流の乱れを解析した。

本解析は、HEPA(天井に設置された空調用フィルタ)から一定の速度で風が流入するとき、無人搬送車が加速、

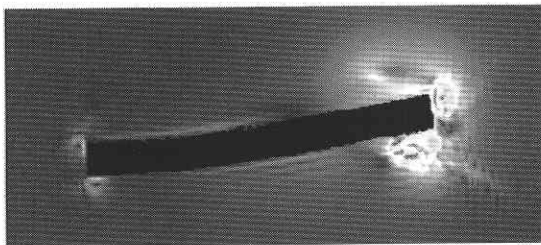
定格走行, 減速, そして停止する際の無人搬送車周りの気流の把握のために行った。

図 11 に HEPA から流入速度を -0.264 [m/s] (上向きを正とする), AGV の加速度を 0.27 [m/s²] (左向きに加速) としたときの, 加速終了時 (停止時から 1.844 [s] 後) の無人搬送車周りの流れの様子を示す。

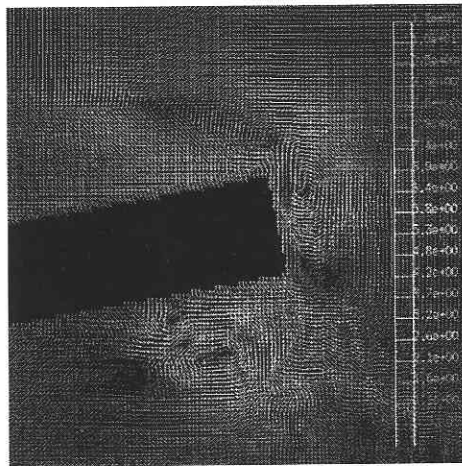
振動解析プログラムの解析例を示す。解析の妥当性を検証するため梁の縦振動解析を行い, 良好な結果を得た。この結果を踏まえ, 大規模並列解析を行った。図 12(a) に示す 100 万自由度規模の圧力容器モデルを図 12(b) に示すように 36 の部分領域に分割した。プロセッサ

(Pentium 4 2GHz) 1 個当たり 6 つの部分領域を担当させ, 計 6 プロセッサにより 30,000 step の応力伝播解析に要した時間は 2.1 時間であった。解析結果は図 12(c) に示す。

なお, 今回示したモデルは磁気浮上列車の解析に直接関

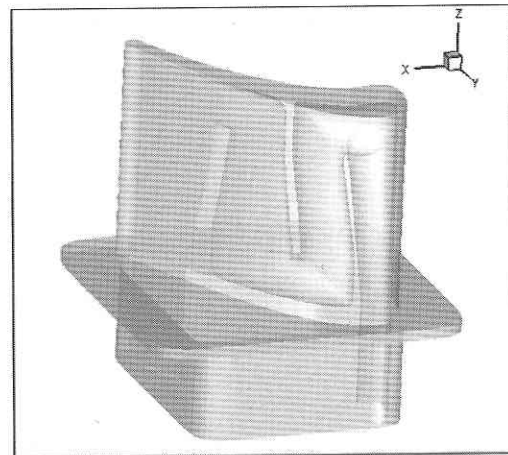


(a) 弾性体周りの速度ベクトル場

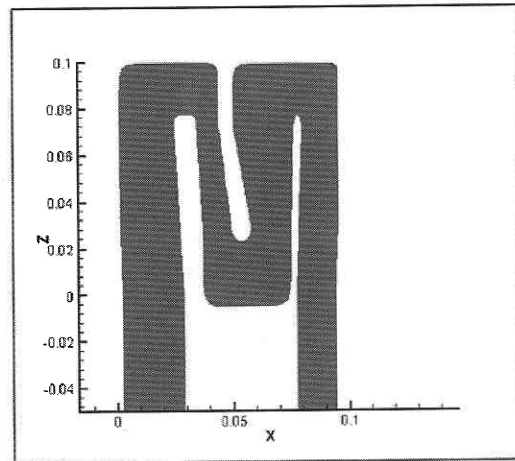


(b) 速度ベクトル場の詳細

図 9 大変形弾性体/非圧縮性流体連成の大規模解析



(a) 20 万自由度内部冷却タービン翼モデル



(b) 最適流路形状設計結果

図 10 48 台の Pentium III マシンによる x-z 平面の最適流路形状設計

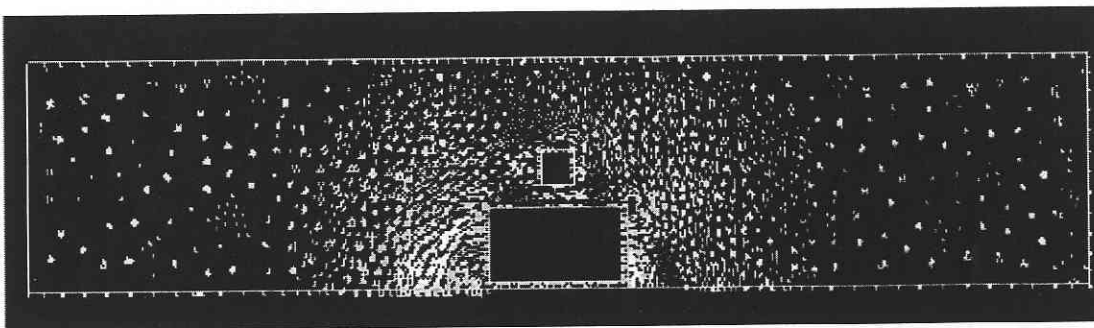
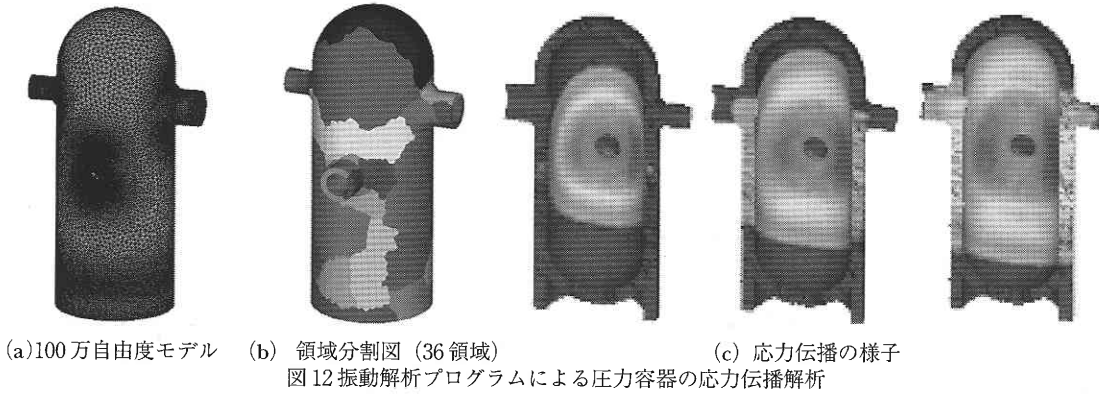
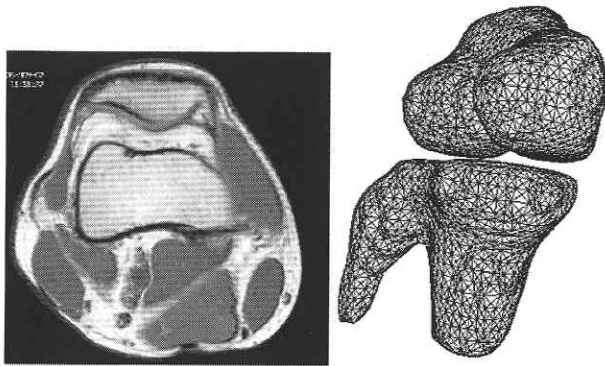


図 11 空間に固定した座標系における AGV 周りの空気流れ (加速終了時)



(a)100万自由度モデル (b) 領域分割図 (36領域) (c) 応力伝播の様子
 図12 振動解析プログラムによる圧力容器の応力伝播解析



(a) 断面画像の一つ (b) 抽出した表面形状モデル
 図13 膝の骨のイメージ抽出結果 (原画像:東京都職員共済組合 青山病院御提供)

体の画像データから解析を行う際に必要な骨(膝)の表面抽出を行った。図13に抽出結果を示す。

4.4.2 解析条件設定プログラム

解析条件設定機能の一例として、流体解析用の解析領域に対して、解析領域の可視化と対話的的境界条件設定を行った。図14が実行画面である。

5. お わ り に

以上見てきたように、次世代構造解析グループでは9つのグランドチャレンジ問題を解くという目標に向けて、FMM, 粒子法, FEM等とI/Oを組み合わせたシステムを構築してきた。今年度は初年度であり、各機能のプロトタイププログラムを用いたサンプル問題の解析を行い、満足できる成果を達成した。

尚、本研究の一部は、文部科学省ITプログラム「戦略的基盤ソフトウェアの開発」において実施された。関連各位に謝意を表する。

(2003年4月2日受理)

参 考 文 献

- 1) Yagawa G, Yamada T. Free mesh method: A new meshless finite element method. Computational Mechanics 1996; 18: 383-386.
- 2) Yagawa G, Furukawa T. Recent developments of free mesh method. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2000; 47: 1419-1443.
- 3) 矢川元基・藤澤智光, 広義のメッシュレス法としてのフリーメッシュ法とその並列化, 計算工学, Vol. 7, No. 1, 日本計算工学会編集, 2002, pp. 415-418 (pp. 7-10).
- 4) Yagawa G. Node-by-node parallel finite elements: A virtually meshless method Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics (WCCM V), <http://wccm.tuwien.ac.at/>, Vienna, 2002.
- 5) S. Koshizuka, H. Tamako and Y. Oka, Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation, Comput. Fluid Dynamics J. Vol. 4, pp. 29-46 (1995)
- 6) S. Koshizuka, A. Nobe and Y. Oka, Numerical Analysis of Breaking Waves Using the Moving Particle Semi-implicit

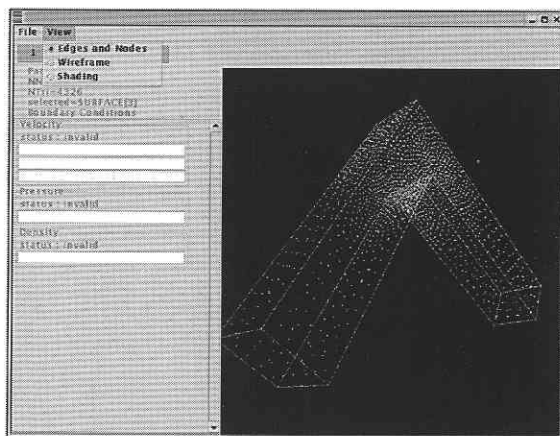


図14 解析条件設定プログラム実行画面

連するものではないが、今後の流れ解析あるいは磁場解析プログラムとの連成の準備として、振動解析プログラム単体の性能を示せたと考える。

4.4 I/O

4.4.1 イメージ取り込みプログラム

生体/自然物のイメージ取り込み機能の一例として、人

- Method, *Int. J. Numer. Meth. Fluids* Vol. 26, pp. 751-769 (1998)
- 7) 越塚誠一, 近澤佳隆, 岡芳明, 弾性体に対する陽的な粒子計算モデルの開発, 計算工学講演会論文集, Vol. 4, pp. 33-36, (1999)
- 8) 越塚誠一, 岡芳明, 弾性体の粒子モデルに対するシンプレクティックスキームの適用, 日本機械学会第12回計算力学講演会講演論文集, pp. 725-726, (1999)
- 9) S. Koshizuka, Y. Chikazawa and Y. Oka, Particle Method for Fluid and Solid Dynamics, *Computational Fluid and Solid Mechanics* Vol.2, Proc. First MIT Conf. on Computational Fluid and Solid Mechanics, Boston, June 12-15, pp. 1269-1271, (2001)
- 10) J.W. Swegi, S.W. Attaway, M.W. Heinstein, F.J. Mello and D.L. Hicks, An Analysis of Smoothed Particle Hydrodynamics, SANDIA REPORT SAND 93-2513 · UC-705 (1994)
- 11) 越塚誠一, 粒子法による流体解析と構造解析, 日本計算工学会誌 Vol. 7, No. 1, pp. 428-431, (2002)
- 12) 石原大輔, 吉村忍, 矢川元基, 非圧縮性粘性流体-弾性体相互作用系の多段階強連成解法, 日本機械学会論文集 (B編), Vol. 68, No. 673, pp. 2451-2459, (2002)
- 13) H. Kanayama, R. Shioya, D. Tagami and H. Zheng, A Numerical Procedure for 3-D Nonlinear Magnetostatic Problems Using the Magnetic Vector Potential, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 50, pp. 411-418, (2001)
- 14) H. Kanayama, D. Tagami and K. Imoto, Effectiveness of the A-phi method for 3-D Eddy Current Problems, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 51, pp. 411-417, (2002)
- 15) 横幕博行, 金山寛, 寿上宏司, 自動搬送車まわりの気流解析, 空気清浄, 第30巻, 第1号, pp. 20-29, (1992)
- 16) H. Kanayama, K. Toshigami, Y. Tashiro, M. Tabata and S. Fujima, Air Flow Computation around an Automated Guided Vehicle, *IJCFD*, Vol. 7, pp. 155-162, (1996)
- 17) 塩谷隆二, 玉井亮嗣, 金山寛, 大石篤哉, マルチタイムステップ法による並列動弾性解析の高速化, 日本応用数理学会 2002 年度年会, (2002)
- 18) J.R. Cebal and R. Lohner, From medical images to anatomically accurate finite element grids, *Int. J. for Numer. Meth. in Eng.*, Vol. 51, pp. 985-1008, (2001)
- 19) 石原大輔, 吉村忍, 矢川元基, 流体構造連成現象のための大規模並列強連成解法, 日本機械学会第15回計算力学講演会講演論文集, pp. 7-8, (2002)
- 20) <http://adventure.q.t.u-tokyo.ac.jp/>
- 21) 吉村忍, ブライアン・デニス, ADVENTURE システムと並列 GA を用いたタービン翼の熱弾性形状最適化, 日本機械学会第15回計算力学講演会講演論文集, (2002)