

論文審査の結果の要旨

氏名 桑垣 樹

本論文は、Fang-Liu-Treumann-Zaslow によって提出された非同変接続-構成可能対応と呼ばれる予想を、かなり広いクラスのトーリックスタックに対して一般化した上で、肯定的に解決したものである。

接続-構成可能対応は、複素数体上のトーリック多様体上の接続層の導来圏が、実トーラス上の構成可能層の導来圏と同値になることを主張する。これは Bondal による仕事に端を発し、Fang-Liu-Treumann-Zaslow によって正確な定式化とトーラス同変な場合の証明がなされ、その後も様々な研究者によって部分的な結果が得られていたが、一般の場合は本論文によって始めて証明された。

この予想は、Nadler-Zaslow や Nadler によって示された構成可能層と余接束の深谷圏の関係を通して、Kontsevich によって提出されたホモロジー的ミラー対称性と呼ばれる予想と密接に関わる。ミラー対称性は超弦理論に由来する数学的な現象で、ある空間の複素幾何学と、そのミラーと呼ばれる別の空間のシンプレクティック幾何学の間には不思議な関係があることを指す。ホモロジー的ミラー対称性は、ある空間の接続層の導来圏と、そのミラーの深谷圏の導来圏が、強化三角圏として同値であることを主張する。ミラー対称性に関わる予想には様々なものがあるが、ホモロジー的ミラー対称性はそれらの中でも最も基本的かつ重要なものの一つであり、他の多くの予想はこれから従うと期待されている。

本論文では、この接続-構成可能対応を、任意のトーリック多様体を含むあるクラスのトーリックスタックに対して拡張した上で、肯定的に解決した。証明の方針は、任意のトーリックスタックがアフアイントーリックスタックと呼ばれる基本的なスタックの貼り合わせで得られる事を用いて、まずアフアイントーリックスタックに対して主張を示し、次に接続層の導来圏と構成可能層の導来圏の双方が、貼り合わせに対して同じように振る舞う事を示すというものである。本論文の技術的複雑さの大部分は、滑らかなトーリック多様体に限れば、証明は結果の強さに比べて驚くほど自然かつ簡明である。

本論文において接続-構成可能対応の肯定的な解決するために用いられた主要な道具は、

Nadler によって導入された巻かれた構成可能層や、導来代数幾何学における Zariski 降下、それに Tamarkin が Lagrange 部分多様体を Hamilton 同相で大きく動かさないことを超局所幾何的に証明した際に用いたテクニックなどである。これらの手法を使いこなし、この分野における重要な未解決問題を肯定的に解決したことは高く評価される。本論文の結果と手法はともに、今後の超局所幾何を用いたホモロジー的ミラー対称性の研究のさらなる発展の基礎となる重要なものである。

よって、論文提出者桑垣樹は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。