

原子の相関に関する研究

安田 正美

博士論文

原子の相関に関する研究

平成 10 年 2 月

東京大学大学院工学系研究科

安田正美

目次

第1章 はじめに	5
1.1 研究の目的と背景	5
1.2 本論文の構成	6
第2章 レーザー冷却・トラップの原理と実際	9
2.1 はじめに	9
2.2 中性原子に働く力	10
2.3 散乱力による中性原子の1次元減速	13
2.4 ドップラー冷却	14
2.5 磁気光学トラップ	16
2.6 4面体トラップ	18
2.7 ネオンの冷却の特徴	19
第3章 軸対称原子光学系に於ける原子回折の理論	21
3.1 はじめに	21
3.2 軸対称ポテンシャル中の粒子の運動(近軸)	21
3.3 原子波面曲率半径の計算	23
3.3.1 はじめに	23
3.3.2 計算	24
3.3.3 凹レンズの倍率	25
第4章 コヒーレンスの概念に関する議論	29
4.1 はじめに	29
4.2 光の場合	30
4.2.1 時間的コヒーレンスと空間的コヒーレンス	30
4.2.2 コヒーレンス体積について	31
4.2.3 古典論による強度相関関数の一般的性質	32
4.2.4 インコヒーレントな古典的光による強度相関	33
4.3 物質波の場合	36
4.3.1 古典的理論	36
4.3.2 量子力学的理論	38

第5章 実験	43
5.1 実験装置	43
5.1.1 実験装置の概要	43
5.1.2 真空系	43
5.1.3 原子源	44
5.1.4 光学系	45
5.1.5 検出器	46
5.1.6 データ収集・処理系	47
5.2 実験、測定	48
5.2.1 トラップ原子数密度測定	48
5.2.2 トラップされた原子の温度測定	51
5.2.3 原子源の横方向の大きさの見積もり	53
5.2.4 原子のコヒーレンス領域の大きさの見積もり	61
5.2.5 原子用静電凹レンズ	63
5.2.6 2原子相関測定実験	64
第6章 まとめ及び展望	83
付録A 強度相関関数とパルス間隔分布関数との関係	85
A.1 条件付き確率との対応	85
A.2 光の場合	86
参考文献	87
謝辞	91

目 次

2.1	ドップラー冷却	16
2.2	1次元 MOT	18
2.3	3次元 MOT	19
2.4	Ne のエネルギー準位図	20
3.1	原子の等位相面	24
3.2	原子波面曲率半径計算の為の図	24
3.3	距離と時間の取り方	26
3.4	横倍率計算の為の図	26
4.1	2 次のコヒーレンス関数のグラフ	38
5.1	真空系	44
5.2	光学系	45
5.3	凹面鏡曲率半径評価	48
5.4	トラップ原子数密度測定実験配置図	50
5.5	トラップ蛍光の立ち上がり図	50
5.6	TOF 法による原子の温度測定	52
5.7	TOF 信号	52
5.8	経路積分の為の座標系	54
5.9	Young のダブルスリット干渉実験配置図	56
5.10	原子の干渉縞 1	57
5.11	原子の干渉縞 2	58
5.12	原子の干渉縞 3	58
5.13	原子の干渉縞 4	59
5.14	原子の干渉縞 5	59
5.15	原子の干渉縞 (積算) 1	60
5.16	原子の干渉縞 (積算) 2	61
5.17	原子の干渉縞 (積算) 3	62
5.18	原子の干渉縞 (積算) 4	63
5.19	原子の干渉縞 (積算) 5	64
5.20	原子用静電回レンズ	65
5.21	原子用静電回レンズによる回折実験配置図	66

5.22 静電凹レンズ回折実験結果	67
5.23 古典的粒子の相関関数	69
5.24 2 原子相関測定実験概要図	70
5.25 2 次相関スペクトル:(a) コヒーレント原子線,(b) インコヒー レント原子線	77
5.26 検出鏡を傾けた時の相関関数導出概念図	78
5.27 検出鏡を傾けた時に得られる相関関数の計算結果	79
5.28 垂直調整模式図	80
5.29 2 次相関スペクトル:(a) 原子波面と検出鏡面が適合する時,(b) 検出鏡を 10[mrad] 傾けた時	81

第1章 はじめに

1.1 研究の目的と背景

量子力学（波動力学）の誕生以来、物質粒子（質量を持つ粒子）の示す波動的性質の存在が認識されてきた。それは、de Broglieによる物質波（de Broglie波）の概念によって端的に表現されるものである。これは、Einsteinらによる、波動的粒子性と対を成す概念であると考えられる。実験的にはまず、結晶表面、又は、結晶格子、金属薄膜による電子線の回折、次いで、シリコン完全結晶による中性子の回折および干渉計 [18] [19] [20] によって各々の粒子の波動性があらわに示された。さらにそれらの複合粒子である原子についても、その質量を m とするときに波長 $\frac{h}{mv}$ の波動としての振る舞いが期待される。

この様に、概念的には理解されていた原子の波動性であるが、これはごく近年に至るまで、実際に確認されることはなかった。その理由としては、

1. 室温での原子の de Broglie 波長がサブナノメートルのオーダーであるために、この程度の大きさの回折格子等の素子を作成することが事実上不可能である。
2. 中性子等と異なり、原子は物質中を透過することができない。

等といったことが挙げられる。

ところが、最近のレーザー冷却・トラッピング技術の進歩 [21] [8] [58] [23] [22] により、可視光の波長に迫り、さらにはそれを越すような de Broglie 波長の原子が得られるようになり、また超微細加工技術の発達 [59] とも相まって、実際に原子の干渉計を作成し、その干渉縞を観測することが可能となった [24] [15]。さらに、光学に現れる、種々の形式の干渉計の原子版が作成され [25] [26] [27] [2] [3] [28] [29] [30]、物理学の基礎概念をチェックするためのものから、[31] [32] [33] [34] その超高感度センサーとしての実用化への道までもが模索されつつある。

ところで、光の場合には、いわゆる1次の干渉（1次の相関関数、またはそれを正規化した、1次のコヒーレンス関数により表現できるもの）に加えて、2次さらには、より高次の干渉の効果が実験的に観測されている [35] [36] [37] [38] [39] [40] [41]。また、独立な2光源からの光の干渉の存在も確認されている [43] [44] [45]。それらに関する理論も、確率過程論を利用した古典的な理論から、場の量子論に基づく量子力学的な理論までもが考案さ

れ [47] [48]。それは、光子光学、量子光学として非常に発達している。さらに1980年代になるとパラメトリック2光子変換を利用した、2光子の干渉実験が行われ [49]、実際の実験（仮想的な思考実験でなく）によって、量子力学の核心である、重ねあわせの原理がどのような結果をもたらすかが調べられている。

その一方で、物質粒子の2次以上の相関、または干渉の効果は、電子、中性子、原子などの如何なる形態のものについても、その存在は確認されていない。

本研究の目的は、レーザー冷却された極低温ネオン原子集団を原子線源として、2原子の相関効果を実験的に確認することである。

高次相関測定の物理的意義

一般に相関測定は、統計的な揺らぎを伴う諸量の性質を特徴づける為に行われる。波動量に関しては、振幅と位相の揺らぎを考慮すれば良い。これらの量については、干渉を測定することで調べることができる。即ち、

- 空間的コヒーレンス→Youngのダブルスリット干渉計
- 時間的コヒーレンス→Michelson干渉計

以上の測定に於いては共に1次の（空間・時間的）コヒーレンス関数を求めている。これらが最も普通に行われている干渉・相関測定であるが、1次では十分でない現象も存在する。その1つの例として、狭帯域フィルタを通過させた太陽光とレーザー光の比較の問題がある。もしも、両者のスペクトル幅が等しければ、それらは1次のコヒーレンス関数測定では、互いを区別することはできない。さらに、Glauberによって1960年代に発展された量子力学的コヒーレンス理論によると、1次の次数では、古典論的理論と量子力学的理論の間に差がないことが知られている。即ち、量子力学的に扱って初めて現れる現象、古典的には説明できない現象というものを理解するためには2次以上のコヒーレンス関数を扱う必要がある。ここに高次相関測定の物理的意義がある。原子のコヒーレンスについて論ずる際にも当然、高次相関は重要なものとなる。

1.2 本論文の構成

第2章「レーザー冷却・トラッピングの理論と実際」に於いては、原子線源となるべき極低温原子集団をつくるために必要な、レーザー冷却・トラッピングの方法について説明し、ドップラー温度等、後の章で必要となる諸量の見積もりを行う。

第3章「軸対称原子光学系に於ける原子回折の理論」に於いては、本研究

の実験に於いても実際に使用し、また近年注目されている原子光学の基本的な素子である静電原子レンズの性質について説明し、合わせて、原子波面の曲率半径を与える公式を導く。

第4章「コヒーレンスの概念に関する議論」に於いては、光の場合や原子の場合に於けるコヒーレンスの概念について、特に2次のコヒーレンス関数を計算することで調べる。

第5章「実験」に於いては、まずレーザー冷却・トラッピングされた原子の数密度測定を行い、原子線の強度を見積もる。次に原子の温度測定を行い、de Broglie 波長の見積もりを行う。そして、原子の空間的コヒーレンスを議論する際に必要、且つ重要な幾何学的量である原子線源の横方向の大きさを Young のダブルスリットの干渉実験を行い、得られた干渉縞の明瞭度 (visibility) によって見積もる。この測定により実効的な原子のコヒーレンス領域が求まる。これから、原子用静電凹レンズ導入の必然性も明らかになる。最後に原子の強度相関測定実験の詳細が示される。

第6章「まとめ及び展望」に於いては、得られた結果をまとめ、それについて考察した後に、今後の研究の展望について考える。

THE NEW

LIBRARY

OF

THE UNIVERSITY OF

CHICAGO

1900

1901

1902

1903

1904

1905

1906

1907

1908

1909

1910

1911

1912

1913

1914

1915

1916

1917

1918

1919

1920

1921

1922

1923

1924

1925

1926

1927

1928

1929

1930

1931

1932

1933

1934

1935

1936

1937

1938

1939

1940

1941

1942

1943

1944

1945

1946

1947

1948

1949

1950

1951

1952

1953

1954

1955

1956

1957

1958

1959

1960

1961

1962

1963

1964

1965

1966

1967

1968

1969

1970

1971

1972

1973

1974

1975

1976

1977

1978

1979

1980

1981

1982

1983

1984

1985

1986

1987

1988

1989

1990

1991

1992

1993

1994

1995

1996

1997

1998

1999

2000

2001

2002

2003

2004

2005

2006

2007

2008

2009

2010

2011

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

2023

2024

2025

2026

2027

2028

2029

2030

2031

2032

2033

2034

2035

2036

2037

2038

2039

2040

2041

2042

2043

2044

2045

2046

2047

2048

2049

2050

2051

2052

2053

2054

2055

2056

2057

2058

2059

2060

2061

2062

2063

2064

2065

2066

2067

2068

2069

2070

2071

2072

2073

2074

2075

2076

2077

2078

2079

2080

2081

2082

2083

2084

2085

2086

2087

2088

2089

2090

2091

2092

2093

2094

2095

2096

2097

2098

2099

2100

2101

2102

2103

2104

2105

2106

2107

2108

2109

2110

2111

2112

2113

2114

2115

2116

2117

2118

2119

2120

2121

2122

2123

2124

2125

2126

2127

2128

2129

2130

2131

2132

2133

2134

2135

2136

2137

2138

2139

2140

2141

2142

2143

2144

2145

2146

2147

2148

2149

2150

2151

2152

2153

2154

2155

2156

2157

2158

2159

2160

2161

2162

2163

2164

2165

2166

2167

2168

2169

2170

2171

2172

2173

2174

2175

2176

2177

2178

2179

2180

2181

2182

第2章 レーザー冷却・トラップの原理と実際

2.1 はじめに

前章でも述べた様に、本研究に於いては、原子の2次相関を測定しようとしている。そこで、まず2原子の相関効果を観測するためには必要とされる原子気体の性質について考察し、それからどのようにレーザー冷却技術の必要性が結論付けられるかを示す。

一般に2粒子の相関効果を観測するためには、1つの外部量子状態に少なくとも2個の粒子が存在しなくてはならない。この確率を、コヒーレンス時間（エネルギー幅の逆数程度の時間）中に検出される粒子数 δ で表してみる。尚、この量 δ は統計光学に於いては、縮退パラメータ等と呼ばれている。

- 室温の原子線

$$\text{flux} = 10^9 [1/s]$$

$$\text{平均速度} = 10^3 [m/s]$$

$$\rightarrow \text{コヒーレンス時間 } \tau_c = 1.4 \times 10^{-13} [sec]$$

$$\text{よって } \delta_{\text{thermal}} = 1.4 \times 10^{-7}$$

- レーザー冷却された原子線

$$\text{flux} = 10^2 [1/s]$$

$$\text{平均速度} = 1 [m/s]$$

$$\rightarrow \text{コヒーレンス時間 } \tau_c = 1.0 \times 10^{-6} [sec]$$

$$\text{よって } \delta_{\text{cooled}} = 1.0 \times 10^{-4}$$

以上から解る様に、原子をレーザー冷却することにより、縮退パラメータは3桁増大する。これは、もしも1次の相関測定をするならばデータ積算時間が1000分の1で済むこと、2次の相関測定をするならば、それが100万分の1で済むことを意味する。即ち、もしも2次相関の測定を行おうとするならば、レーザー冷却技術を用いないと、それは全く不可能になることを意味している。

次節より、レーザー冷却の原理、実際について説明する。[9]

2.2 中性原子に働く力

電子やイオンといった荷電粒子は、クーロン力やローレンツ力といった比較的大きな力を利用することで、その運動を制御することができるが、電荷を持たない中性原子の運動制御は磁気双極子モーメント、電気双極子モーメントを通して行わざるを得ない。ここでは、近共鳴光の中性原子に及ぼす力について考察し、それが原子に及ぼす力が散乱力、双極子力の2つに分類できることを示す [1]。縮退のない基底状態 a 、励起状態 b を持つ2準位原子を考え、その遷移エネルギーを $\hbar\omega_0 = E_b - E_a$ 、励起状態 b の自然幅(半値全幅)を γ とする。原子の並進自由度を考慮に入れる時、原子と輻射場からなる系のハミルトニアンは、長波長近似と電気双極子相互作用近似のもとで、

$$H = \frac{P^2}{2M} + \hbar\omega_0 |b\rangle\langle b| + H_R - d \cdot [E_e(R, t) + E_\perp(R)] \quad (2.1)$$

ここで、 P, R は原子の運動量、重心を、 M は全質量を表し、 H_R は真空場のエネルギーを表す。また、最後の項は、原子の電気双極子モーメント d と、レーザー電場、真空場との結合を表している。 P, R に対する、ハイゼンベルグ方程式は、

$$\dot{R} = \frac{\partial H}{\partial P} = \frac{P}{M} \quad (2.2)$$

$$\dot{P} = M\dot{R} = -\frac{\partial H}{\partial R} = \sum_{j=x,y,z} d_j \nabla_R [E_{ej}(R, t) + E_{\perp j}(R)] \quad (2.3)$$

(2.3) で原子の波動関数全体にわたって平均すれば、エーレンフェストの定理により、

$$M \langle \dot{R} \rangle = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \nabla_R [E_{ej}(R, t) + E_{\perp j}(R)] \rangle \quad (2.4)$$

ここで、 $r_G = \langle R \rangle$ を原子の波束の重心とすれば、左辺は、 $M\dot{r}_G$ となる。原子の de Broglie 波長が、光の波長に比べて十分に小さいとすれば、右辺の演算子 R は、その平均値 $r_G = \langle R \rangle$ で置き換えることができる。 $\nabla_R E_{\perp j}(R) = 0$ より、(2.4) 式は

$$M\dot{r}_G = \sum_{j=x,y,z} \langle d_j \nabla E_{ej}(r_G, t) \rangle \quad (2.5)$$

したがって、原子波束の重心運動を支配する力は、その点で評価したレーザー電場と原子の電気双極子モーメントの関数として表される。原点付近に存在する原子に働くレーザー電場は、

$$E_e(r, t) = eE_0(r) \cos[\omega_L t + \phi(r)] \quad (2.6)$$

ここで、振幅 $E_0(r)$ と位相 $\phi(r)$ は空間的に変化するが、偏光ベクトル e は位置によらないとする。 $\phi(r=0) = 0$ となるように時間の原点をとること

にすれば, (2.5) に現れる場の勾配は,

$$\nabla E_{ej} = e_j [\cos \omega_L t \nabla E_0 - \sin \omega_L t E_0 \nabla \phi] \quad (2.7)$$

ここで, ∇E_{ej} , ∇E_0 , $\nabla \phi$, E_0 は, $r=0$ で評価している。

電気双極子モーメントの平均値 $\langle d_j \rangle$ を求めるため, 近共鳴レーザー光と相互作用する原子の密度行列 σ の発展方程式を考える。真空場との結合を無視すれば, σ の時間発展はシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \dot{\sigma} = [\hbar \omega_0 |b\rangle\langle b| - d \cdot E_0 \cos \omega_0 t, \sigma] \quad (2.8)$$

で与えられる。これを $|a\rangle, |b\rangle$ の基底で展開して, 真空場との相互作用との結果生じる自然放出の効果を緩和項として加えることで次式を得る。

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega_1 \cos \omega_L t (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) - \gamma \sigma_{bb} \quad (2.9)$$

$$\dot{\sigma}_{aa} = -i\Omega_1 \cos \omega_L t (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}) + \gamma \sigma_{bb} \quad (2.10)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = i\omega_0 \sigma_{ab} - i\Omega_1 \cos \omega_L t (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - \frac{\gamma}{2} \sigma_{ab} \quad (2.11)$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = -i\omega_0 \sigma_{ba} + i\Omega_1 \cos \omega_L t (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) - \frac{\gamma}{2} \sigma_{ba} \quad (2.12)$$

ここで, $\hbar \Omega_1 = -d_{ab} \cdot E_0$, $d_{ab} = \langle a|d|b \rangle = \langle b|d|a \rangle$ であり, Ω_1 はラビ周波数である。

この密度行列 σ に対して, 回転波近似を行い, 次の変数を導入する。

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_{ab} e^{-i\omega_L t} + \sigma_{ba} e^{i\omega_L t}) \quad (2.13)$$

$$v = \frac{1}{2i} (\sigma_{ab} e^{-i\omega_L t} - \sigma_{ba} e^{i\omega_L t}) \quad (2.14)$$

$$w = \frac{1}{2} (\sigma_{bb} - \sigma_{aa}) \quad (2.15)$$

このとき, ブロッホベクトル (u, v, w) の運動方程式は,

$$\dot{u} = \delta_L v - \frac{\gamma}{2} u \quad (2.16)$$

$$\dot{v} = -\delta_L u - \Omega_1 w - \frac{\gamma}{2} v \quad (2.17)$$

$$\dot{w} = \Omega_1 v - \gamma w - \frac{\gamma}{2} \quad (2.18)$$

このブロッホベクトルを用いれば, 電気双極子モーメントの平均値は,

$$\langle d \rangle = \text{Tr}(\sigma d) \quad (2.19)$$

$$= 2d_{ab}(u \cos \omega_L t - v \sin \omega_L t) \quad (2.20)$$

となり, 入射電場に対して同位相, 直交位相で振動する成分に分離することができる。ここで (2.18) 式で $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) = 0$ としたブロッホベクトルの定常値

$$u_{st} = \frac{\Omega_1}{2} \frac{\delta_L}{\delta_L + (\gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)} \quad (2.21)$$

$$v_{st} = \frac{\Omega_1}{2} \frac{\gamma/2}{\delta_L + (\gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)} \quad (2.22)$$

$$w_{st} + \frac{1}{2} = \frac{\Omega_1^2}{4} \frac{1}{\delta_L + (\gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)} \quad (2.23)$$

で、 u, v を置き換えることで電気双極子モーメントの次の表現を得る。

$$\langle d_j \rangle = 2(d_{ab})_j [u_{st} \cos \omega_L t - v_{st} \sin \omega_L t] \quad (2.24)$$

(2.7), (2.24) を (2.5) に代入して、光の1周期分にわたって平均をとることに
よって、原子に対する輻射力の平均値の表現を得る。

$$F = \sum_{j=e,g,z} \langle d_{ej} \rangle \nabla E_{ej}(r_G, t) = \langle \alpha \cdot d_{ab} \rangle [u_{st} \nabla E_0 + v_{st} E_0 \nabla \phi] \quad (2.25)$$

これより、2種類の力が生じることがわかる。第1項は振幅の勾配とその同
位相成分に比例するリアクタンスを持つ力であり、第2項は位相の勾配と双
極子の直交成分に比例する散逸的な力となる。以降、前者を双極子力、後者
を散乱力と呼ぶ。これらは、ラビ周波数を用いて表せばそれぞれ、

$$F_{\text{react}} = -\hbar \Omega_1 u_{st} \frac{\nabla \Omega_1}{\Omega_1} \quad (2.26)$$

$$F_{\text{dissip}} = -\hbar \Omega_1 v_{st} \nabla \phi \quad (2.27)$$

となる。

散乱力

位相勾配をもつ最も簡単な光は、波数 k_L を持つ平面波である。

$$E_e(r, t) = e E_0(r) \cos[\omega_L t - k_L \cdot r] \quad (2.28)$$

このとき、位相勾配は $\nabla \phi = -k_L$ となり、また平面波では、 $\nabla E_0 = 0$ より、
勾配力は0となっている。散乱力は (2.20) 式より、

$$F_{\text{dissip}} = \Omega_1 v_{st} \hbar k_L = \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle_{st} \hbar k_L \quad (2.29)$$

$$= \hbar k_L \frac{\gamma}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)} \quad (2.30)$$

光強度の弱いとき、散乱力は Ω_1^2 つまり、レーザー光強度に比例する。光強度
の強いときは一定値

$$F_{\text{dissip}} = \hbar k_L \frac{\gamma}{2} \quad (2.31)$$

をとるようになる。この力は散逸を伴うため、原子の冷却に最も効果的に働
く。その端的な例が原子線の減速である。

双極子力 (保存力)

平面波では振幅の勾配が0であるから、それを非0にするためには、幾つかの異なった波数ベクトルをもつ平面波の重ねあわせが必要になる。最も簡単な例は次のような対向する2本の平面波からなる定在波である。

$$E_e(r, t) = e_x E_0 \cos k_L z \cos \omega_L t \quad (2.32)$$

このときには、電場勾配は0でない値をもつようになり、(2.18) 式で、 u_{st} を代入すれば、

$$F_{\text{react}} = -\frac{\hbar(\omega_L - \omega_0)}{4} \frac{\nabla(\Omega_1^2)}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\gamma^2/4) + (\Omega_1^2/2)} \quad (2.33)$$

を得る。この双極子力は保存力で、次のポテンシャルを用いて表せる。

$$F_{\text{react}} = -\nabla U \quad (2.34)$$

ここで、

$$U = \frac{\hbar(\omega_L - \omega_0)}{2} \ln \left[1 + \frac{\Omega_1^2/2}{(\omega_L - \omega_0)^2 + (\gamma^2/4)} \right] \quad (2.35)$$

冷却された原子に対しては、このポテンシャルは原子の運動エネルギーに比して十分大きく、 $\delta_L = \omega_L - \omega_0 < 0$ のときには、定在波の腹に原子をトラップすることもできる。

2.3 散乱力による中性原子の1次元減速

最も簡単で、基本的なレーザー冷却技術は、原子線に対向してレーザー光を照射し、散乱力を用いて原子を減速する方法である。(2.31) 式より、共鳴するレーザー光から原子の受ける散乱力は最大 $\vec{F} = \hbar \vec{k} \gamma/2$ であるから、温度 T の原子線を静止させるために必要な諸量は表(2.1)のようになる。括弧内には、77KのNe原子を $1s_5 - 2p_9$ 遷移に共鳴したレーザー光を用いて、静止させる時の数値例を示した。

実験においては、レーザー光の強さを表すのに、電場強度 E_0 の代わりに単位面積あたりのレーザー光強度 I で表す方が便利である。原子の飽和光強度 I_0 とラビ周波数 Ω_1 との関係は、

$$\frac{I}{I_0} = \frac{2\Omega_1^2}{\gamma^2} \quad (2.36)$$

となる。ここで、 γ は冷却遷移上準位の自然幅を表す。

通常、原子は室温で $v \sim 100[m/s]$ の速度で運動しているので、冷却に用いる遷移の自然幅 γ より、ドップラーシフト、 $\Delta\omega_{Dop} = \frac{v}{c}\omega_L$ の方がずっと大きい。従って、レーザー周波数を固定したままでは、すぐに共鳴条件が満足されなくなり、減速過程が停止してしまう。そこで、減速に伴い変化するドップラーシフトに応じて、原子とレーザー光の共鳴条件を保つための何等かの工

1 光子の吸収・放出に要する時間	$2\tau(2 \times 19.5 \text{ ns}), \tau = 1/\gamma$
原子の受ける加速度	$a = \hbar k / 2\tau m (8.06 \times 10^5 [\text{m/s}^2])$
原子の初速度 (77[K])	$v = \sqrt{2k_B T / m} (254 [\text{m/s}])$
停止までの吸収放出サイクル数	$N = \frac{mv}{\hbar k} = \frac{\lambda}{h} \sqrt{k_B T m} (8.09 \times 10^3 [\text{cycle}])$
停止時間	$t = 2N\tau (0.315 [\text{ms}])$
停止距離	$l = \frac{1}{2}vt = \frac{2\lambda\tau k_B T}{h} (3.99 [\text{cm}])$
ドップラー温度	$T_D = \frac{\hbar\gamma}{2k_B} (197 [\mu\text{K}])$
リコイル温度	$T_R = \frac{(\hbar/\lambda)^2}{2mk_B} (1.18 [\mu\text{K}])$
光の飽和強度	$I_0 = \frac{7\pi^2\hbar c}{3\lambda^3\tau} (4.08 [\text{mW/cm}^2])$

表 2.1: レーザー冷却に伴う諸特性

夫が必要になる。この方法には、ドップラーシフトの減少に合わせレーザー周波数を時間的に掃引するチャープ冷却法 [5] とレーザー周波数は固定したままで、原子を不均一磁場中を通し、ドップラーシフトをゼーマンシフトで補正するゼーマン冷却法 [6] が一般的に用いられている。ゼーマン冷却法については次節で説明する。なお、実際の実験では、ゼーマン冷却法を利用した。

2.4 ドップラー冷却

ドップラーシフトが自然幅の数倍程度まで減速された原子の冷却にはドップラー冷却 [7] が最も有効に働く。自然放出を利用して原子の冷却を行うには放出光子の平均エネルギーが吸収光子のそれよりも大きくなる必要があるが、この方法においてはドップラー効果を利用することで、これを実現している。

原子の共鳴周波数 ω_0 より負の離調 $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ をつけた対向する2本のレーザー光中をゆっくりと動く原子に働く力を考える。原子が静止しているとき2本のレーザー光が原子に及ぼす散乱力はずりあっているが、原子が速度 v で定在波に沿って運動しているときそれぞれのレーザー光は原子に対して異なるドップラーシフトを持つようになる。この結果、原子は向かってくるレーザー光を追ってくるレーザー光よりも、より共鳴に近く感ずることとなり、より大きな散乱力を受けることとなる。この2本のレーザー光の及ぼす散乱力の不均衡から原子に対して、摩擦力 F が働く。

原子の吸収曲線を半値全幅 γ のローレンツ曲線で表すと、原子が対向する強度 I のレーザー光から受ける散乱力は、左右に進むレーザー光から受ける力を各々 $+$ で表すと、(2.30), (2.36) 式より、

$$F_{\pm}(v) = \pm \hbar k \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + [2(\delta_L \mp kv)/\gamma]^2} \quad (2.37)$$

この定在波中を運動する原子に働く力は、レーザー光強度が十分小さいとき

($I/I_0 \ll 1$) には、それぞれのレーザー光が独立に力を及ぼすと考えることができて、 $F = F_+ + F_-$ で表される。 $|kv| \ll \gamma, |\delta_L|$ の近似を行い、分母の飽和項 $I/I_0 \ll 1$ を考慮して、

$$F(v) = 2\hbar k^2 \frac{2I}{I_0} \frac{(2\delta_L/\gamma)}{[1 + (2\delta_L/\gamma)^2]^2} v = -\alpha v \quad (2.38)$$

となり、 $\delta_L < 0$ のとき、速度に比例する減衰力が働くことが解る。ここで、

$$\alpha = -2\hbar k^2 \frac{2I}{I_0} \frac{(2\delta_L/\gamma)}{[1 + (2\delta_L/\gamma)^2]^2} \quad (2.39)$$

は摩擦係数である。

減衰力は、原子の速度に比例して減少するが、原子が光を吸収・放出する過程はランダムであるから、それに伴う揺らぎにより加熱が起こる。この加熱は、ランダムな吸収・放出過程により、原子の運動量の平均値はゼロになるが、その2乗平均値は増大していくことによる。これは速度にはよらず、光を吸収・放出する回数に比例する。単位時間当たりの、冷却・加熱は、

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{cool} = Fv = -\alpha v^2 \quad (2.40)$$

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{heat} = \frac{\langle p^2 \rangle}{2m} = \frac{D_p}{m} = \frac{\hbar^2 k^2}{m} \frac{I/I_0}{1 + (2\delta_L/\gamma)^2} \quad (2.41)$$

(D_p は運動量拡散係数) と表すことができる。

到達温度は、冷却・加熱の2つの機構の平衡点、

$$\left(\frac{dW}{dt}\right)_{cool} = \left(\frac{dW}{dt}\right)_{heat} = 0 \quad (2.42)$$

で決定され、

$$k_B T_D = \frac{D_p}{\alpha} = \frac{\hbar \gamma}{4} \frac{1 + (2\delta_L/\gamma)^2}{2|\delta_L|/\gamma} \geq \frac{\hbar \gamma}{2} \quad (2.43)$$

となる。この式で等号が成り立つのは、 $\delta_L = -\gamma/2$ のときで、このときの温度をドップラー冷却温度と呼ぶ。

S.Chu [21] らは、チャープ冷却法により、1 次元的に減速した Na 原子に、3 次元的に 6 方向からレーザー光を照射して冷却し、ドップラー冷却温度 $k_B T_D = \hbar \gamma / 2 [240 \mu K, Na]$ を得ることに成功した。原子は自然放出の寿命程度の頻度で光の吸収・放出を繰り返し、その都度光子の運動量で押されて方向を変える。そのため、原子は非常に粘性の高い液体中にある物体のように動きにくい状態にあり、長時間ほぼ同じ場所に留まる。彼らはこれをモラセス (糖蜜) と名付けた。

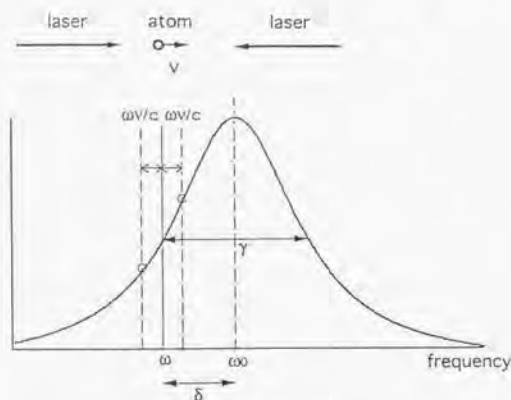


図 2.1: ドップラー冷却

2.5 磁気光学トラップ

1986年 E. Raab [8] ちによって、散乱力を用いた冷却作用も併せ持つトラップが考案された。2 準位原子に対しては、散乱力のみを用いたトラップは構成できないことが Optical Earnshaw Theorem [10] により、示されていた。すなわち、保存場からなるポテンシャル中に外部から原子を導入しても、そのエネルギーは保存されるので、入射エネルギーと同じ運動エネルギーをもって、原子はトラップから逃げて行ってしまう。この事実により、例えば、イオントラップの場合、トラップ内で原子のイオン化を行っている。しかし、冷却遷移の準位に縮退のある場合には外場と組み合わせることにより、原子をトラップを構成することが可能である。Raab ちは、4 重極磁場と遷移の偏光選択則を組み合わせることで、散乱力を用いたトラップを構成した。

磁気光学トラップの持つ最も重要な特徴は、比較的深いトラップ深さを持つことと、光軸、偏光の調整等の実験条件によらず安定であることである。図 (2.2) で 1 次元方向での動作原理を考える。直線的に変化する磁場 $B(z) = bz$ 中でゆっくりと運動する原子を仮定する。冷却用遷移として、 $J_g = 0 \leftrightarrow J_e = 1$ を持つとき、磁場中での原子の上準位のゼーマンシフトは、 $z=0$ を除く点で 3 つに分離する。この時の原子の上準位のゼーマンシフトを、 $\omega(z) = \pm \beta z$ とする。このとき、共鳴から負に離調した σ^+ レーザー光を左から、 σ^- レーザー光を右から入射させる。 $z \geq 0$ にいる原子は σ^- 光を、より共鳴に近く感じるの、正の方向からのレーザー光を選択的に吸収し、原点に向かう力が働く。

この時の、原子に働く力は、レーザー光強度が小さく、各々のレーザー光

から独立に力が働くと考えると、

$$\begin{aligned} F &= F_{\sigma+} + F_{\sigma-} \\ &= \frac{\hbar k \gamma}{2} \left[\frac{I/I_0}{1 + 4 \{(\delta - kv - \beta z)/\gamma\}^2} - \frac{I/I_0}{1 + 4 \{(\delta + kv + \beta z)/\gamma\}^2} \right] \end{aligned} \quad (2.44)$$

ここで、 $kv, \beta z \ll \gamma$ の条件下では、

$$F(v, z) = F_{\sigma+} + F_{\sigma-} = \frac{\hbar k \gamma}{2} \left[\frac{I/I_0}{1 + 4 \{(\delta - kv - \beta z)/\gamma\}^2} - \frac{I/I_0}{1 + 4 \{(\delta + kv + \beta z)/\gamma\}^2} \right] \quad (2.45)$$

これは、ドップラー冷却での力の表現と同一で、 kv を $kv + \beta z$ で置き換えた形になっている。この力のもとでは、原子は減衰調和振動を行う。

$$\ddot{z} + \gamma_{damp} \dot{z} + \omega_{trap}^2 z = 0 \quad (2.46)$$

で、この運動を表現すると、各係数は以下の様になる。

$$\gamma_{damp} = \frac{4\hbar k^2 (I/I_0) (2\delta_L/\gamma)}{M [1 + (2\delta_L/\gamma)^2]^2} \quad (2.47)$$

$$\omega_{trap}^2 = \frac{4\hbar k (I/I_0) (2\delta_L/\gamma) \beta}{M [1 + (2\delta_L/\gamma)^2]^2} \quad (2.48)$$

原子のトラップ内での運動は、次の様な比で特徴づけられる。

$$R \equiv \frac{\gamma_{damp}^2}{4\omega_{trap}^2} = \frac{\hbar k^3 (I/I_0) (2\delta_L/\gamma)}{\beta M [1 + (2\delta_L/\gamma)^2]^2} \quad (2.49)$$

準安定状態ネオン原子トラップの実験条件では、

$$k = 2\pi/640[nm], M = 3.32 \times 10^{-26}[kg], \beta/2\pi = 2|\delta_L|/\gamma = 1, I/I_0 = 1$$

を代入して、

$$R \cong 10 > 1$$

を得る。これから、トラップ原子の運動は過減衰振動となることが解る。また、このパラメータにおける振動周波数、減衰速度は、

$$\omega_{trap}/2\pi = 29[kHz]$$

$$\gamma_{damp}/2\pi = 46[kHz]$$

と決まる。このときトラップポテンシャルの深さは、トラップの有効半径を $l[mm]$ として、

$$W_i/k_B = \frac{M\omega_{trap}^2 e f l^2}{2k_H} \cong 1.5[K]$$

程度である。

この原理は、容易に3次元に拡張することができる。互いに逆向きの電流を流した2つのコイルで回転4重極磁場を作る。この4重極磁場の中心に向かい、互いに直交する3方向の両側から、負に離調した、互いに逆偏光のレーザー光を入射させる。図(2.3)にこの様子を示す。このとき原子は、原点からどの方向にずれても、中心に向かうレーザー光を共鳴に近く感じるので、常に中心方向に力が働く。このトラップでは、原子は磁場ゼロの中心付近にトラップされ、レーザー光の離調は負にとってあるので、ドップラー冷却の他に、偏光勾配冷却も同時に機能するようになる[11]。これらの冷却機構による到達温度は、トラップ位置での原子のゼーマンシフト量と、偏光勾配冷却が機能するために必要な光シフト量との競合関係によって決まる。従って、有限の磁場が存在していても、ゼーマン温度程度までの冷却は可能である。

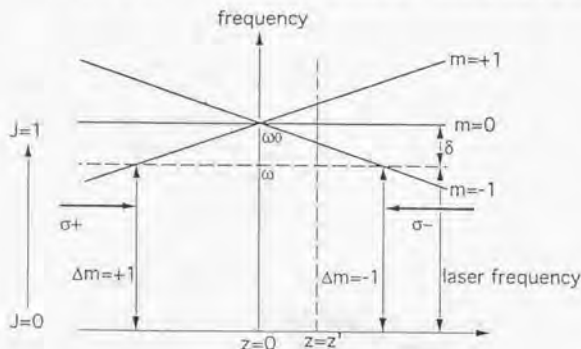


図 2.2: 1次元 MOT

2.6 4面体トラップ

Raab らによって開発されたトラップ法は、6本のレーザー光を必要とするものである。これに対し、Shimizu らの提案したトラップ法は、Raab らのものと、その原理は同一であるが、4本のレーザー光を使用するものである。6ビームトラップと同様に、anti-Helmholtz コイルを使用し、原点付近に4重極磁場を作る。原点を重心とするような4面体の各頂点から負に離調したレーザー光を入射する。今回の実験では、この4本のビームは、真空槽外であらかじめ分割されたものであり、1本のビームを一筆書き式に使いまわすものではない。その詳細な理論はここでは省略するが、4面体トラップの利点は、まず使用するレーザー光が定在波ではなく、進行波であり、光帰還に

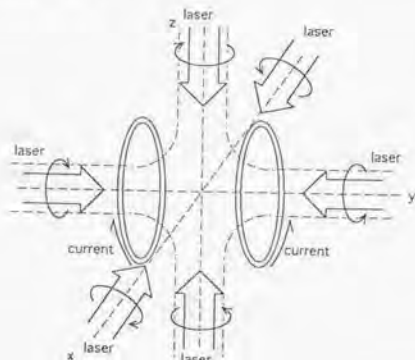


図 2.3: 3次元 MOT

対して敏感な素子にとっては、その安定性を保ちやすいということが挙げられる。さらに、トラップに使用したレーザー光を、さらに利用することもできる。そして、アラインメントが6ビーム法よりもシビアでないということも、実験の実験に当たっては有利な点である。

2.7 ネオンの冷却の特徴

レーザー冷却・トラッピングでは、数万回の光子の吸収・放出を効率的に行う必要がある。これを実現するためには、CW 発振レーザーで励起できる、大きな遷移モーメントをもつ閉じた2準位系が必要になる。アルカリ金属では、基底状態から、第一励起状態への遷移が、可視～近赤外領域にあるため、既存の周波数安定化レーザーとの整合性が良く、しかも大きな遷移モーメントを持つので、冷却・トラップに適した遷移であることから、まずこのアルカリ金属で研究が盛んに行われた。

希ガス原子では、基底状態からの遷移を用いると、必要なレーザー波長が、真空紫外光となり、その実現は困難になる。図(2.4)にネオン原子のエネルギー準位図を示す。各準位の表示はPaschenの記法に従う。希ガス原子では、外殻のnp電子を $(n+1)s$ 軌道に励起するとき、4つのP状態を生じる。このうち、3重項状態 $1s5_{4,3}$ は基底状態をスピン禁制となるが、 $1s_4$ 状態では、 $1s_2$ 状態との強いスピン軌道相互作用により、基底状態とは電気双極子遷移で結合するため、 $1s_3, 1s_5$ 状態が双極子遷移の禁止された準安定状態となる。この準安定状態へは放電による電子衝撃で遷移させる。 $1s_5(np^5(n+1)s^2P_3)$ 準安定状態からの励起を考えるとき、その上の $2p_9(np^5(n+1)p_1^3D_3)$ 状態

の間に閉じた2準位が存在し、これを冷却・トラップ遷移として利用することができる [2] [3]。1s₅状態からの緩和は $\Delta J = 2$ の磁気四重極遷移による1p₃(np⁶, ¹S₀)基底状態のみであり、1s₅準安定状態は数十秒の非常に長い寿命をもつことが計算により、示されている [12]。

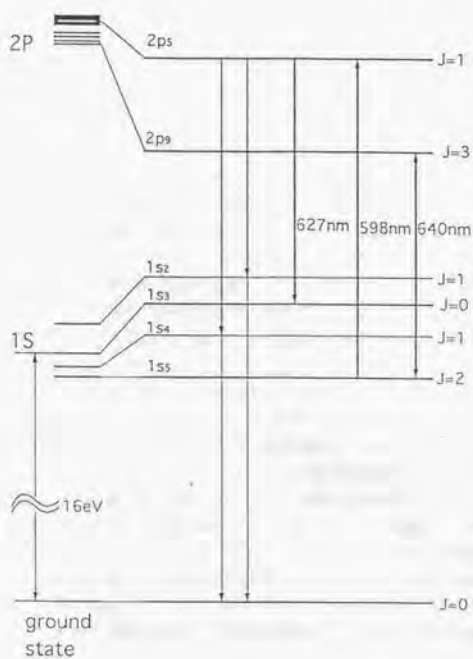


図 2.4: Ne のエネルギー準位図

第3章 軸対称原子光学系に於ける 原子回折の理論

3.1 はじめに

1931年に電子顕微鏡が発明されて以来、その解像度を向上させるために、収差の少ない電子レンズ系が求められてきた。ポテンシャル中の電子の運動は、Schrödinger 方程式を解くことで求められるが、電子の波動関数を平面波で近似すると、Helmholtz 方程式が得られる。これは光学において電場振幅の従う方程式と同一である。このことから、電子を光と同一にみなし、幾何光学的に、その軌跡を追跡する方法が考案された。これを、electron optics (電子光学) という [13]。さらに時代が下り、中性子で干渉計が作成されるようになると、電子の場合と同様な手法で、その軌跡を追跡するようになり、これは、neutron optics と呼ばれた。

一般に、中性原子に働く電気的な作用は、Coulomb 力や Lorentz 力よりもずっと小さい、電気双極子力 (2 次の Stark 効果) によるものである。このため、この双極子力による中性原子の操作は現実的なものとは考えられなかった。しかし、近年のレーザー冷却・トラッピング技術の発展により、極低温の原子集団を安定して得られる様になった。その様な低温の原子に対しては、この双極子力も十分有効に作用するので、これにより、原子線のレンズの作成が可能になってきた。さらに、エバネッセント波による原子の反射鏡も開発され、これらの基本素子による原子の操作は、atom optics (原子光学) と呼ばれている [14] [16]。

この章では、今回の実験に於いて、原子の凹レンズを使用する際に必要となった理論を説明する。

3.2 軸対称ポテンシャル中の粒子の運動 (近軸)

z 軸を対称軸とし、radial 方向を r とする [17]。また、計算の便利のためにポテンシャルは、 $-G(z, r)$ とする。 r 方向、 z 方向の運動方程式は、

$$\begin{cases} \ddot{r} = -\partial_r G \\ \ddot{z} = -\partial_z G \end{cases} \quad (3.1)$$

と書ける。また G は、近軸近似のもとで、

$$G(z, r) = g_0(z) + \frac{1}{2}g_1(z)r^2 \quad (3.2)$$

と展開することができる。さらに次の量を計算すると、

$$\frac{d}{dt}(\dot{z})^2 = 2\dot{z}\ddot{z} = 2\dot{z}\partial_z G \cong 2\dot{z}\frac{d}{dz}g_0(z) = 2\frac{d}{dt}g_0(z) \quad (3.3)$$

となるので、積分定数を α とすれば、

$$\dot{z} = \sqrt{2g_0 + \alpha} \quad (3.4)$$

と表せる。ここで、

$$g_0 \leftarrow g_0 + \frac{\alpha}{2}$$

の置き換えを行うと、

$$\dot{z} = \sqrt{2g_0} \quad (3.5)$$

と表すことができる。さらに、

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} \left(\frac{dz}{dt} \frac{d}{dz} r \right) \\ &= \sqrt{2g_0} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{2g_0} \frac{d}{dz} r \right) = \partial_r G = g_1 r \end{aligned} \quad (3.6)$$

と計算することができるので、

$$R = g_0^{1/4}(z)r$$

なる変数を導入すると、この R についての方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} R &= \frac{d}{dz} \left(g_0^{1/4} \frac{dr}{dz} + \frac{1}{4} g_0^{-3/4} g_0' r \right) \\ &= g_0^{1/4} \frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{1}{2} g_0^{-3/4} g_0' \frac{dr}{dz} + \left[\frac{1}{4} g_0^{-3/4} g_0'' - \frac{3}{16} g_0^{-7/4} (g_0')^2 \right] r \\ &= g_0^{3/4} \left(g_0 \frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{1}{2} g_0' \frac{dr}{dz} \right) + \left[\frac{1}{4} \frac{g_0''}{g_0} - \frac{3}{16} \frac{(g_0')^2}{g_0^2} \right] R \\ &= \left[\frac{1}{2} \frac{g_1}{g_0} + \frac{1}{4} \frac{g_0''}{g_0} - \frac{3}{16} \frac{(g_0')^2}{g_0^2} \right] R \end{aligned} \quad (3.7)$$

の様に表示る。

例1：定常電場中の電子の運動

$$\begin{aligned} \Delta G &= 0 \\ g_1 &= -\frac{1}{2}g_0'' \\ \frac{d^2 R}{dz^2} &= -\frac{3}{16} \frac{(g_0')^2}{g_0^2} R \end{aligned} \quad (3.8)$$

となり、このような場においては、電子の軌道は（少なくとも1回は）収束されることが解る。

例2：定常電場中の原子の運動

$$\begin{aligned}
 G &= \eta E^2 + \beta \quad (\eta > 0) \\
 &= \eta (E_z^2 + E_r^2) + \beta \\
 &\cong \eta \left[\left(\Phi' - \frac{1}{4} \Phi''' r^2 \right)^2 + \frac{1}{4} (\Phi'')^2 r^2 \right] + \beta \\
 &\cong \eta \left[(\Phi')^2 + \frac{1}{2} \left\{ -\Phi' \Phi''' + \frac{1}{2} (\Phi'')^2 \right\} r^2 \right] + \beta \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

の様に表せるので、展開係数はそれぞれ、

$$\begin{cases} g_0 = \eta (\Phi')^2 + \beta \\ g_1 = \eta \left[-\Phi' \Phi''' + \frac{1}{2} (\Phi'')^2 \right] \end{cases} \quad (3.10)$$

となる。これから、

$$\begin{aligned}
 g'_0 &= 2\eta \Phi' \Phi'' \\
 g''_0 &= 2\eta \left[(\Phi'')^2 + \Phi' \Phi''' \right] \\
 \frac{d^2 R}{dz^2} &= \frac{3}{4} \frac{\eta \beta (\Phi'')^2}{(\eta \Phi' + \beta)^2} R \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

(但し、 β は無限の距離における運動エネルギー)

上の結果から解るように、 $\beta < 0$ の時（原子が電場ポテンシャルから逃れられない場合）のみ、この場は収束作用を持つ。即ち、大抵の場合の静電レンズは凹レンズとして働く。

3.3 原子波面曲率半径の計算

3.3.1 はじめに

この論文中に現れる、原子の波面という用語の定義は、波動光学に於ける等位相面と同義である。もしくは、幾何光学との類似で表現するならば、原子の軌道の集合に直交する様な面ともいえる（図(3.1)）。

原子の到着時刻相関を測定する様な場合には、原子の波面と、検出器面を適合させねばならない。そのためには、あらかじめ原子の波面の曲率半径を計算しておく必要が生ずる。この節では、静電凹レンズを原子源と検出器との間に置いた配置での、曲率半径を計算する。

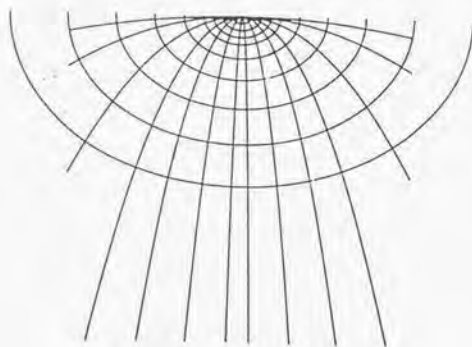


図 3.1: 原子の等位相面

3.3.2 計算

鉛直下向きを z 軸の正の方向とする。簡単のために、原子の初速度の z 成分はゼロとする。原子源から凹レンズの前側焦点までの距離を、 L_0 、それに要する時間を t_0 、原子源から検出器までの距離を L 、それに要する時間を t とする。また、凹レンズの前側焦点での速度の z 成分を v_0 、検出器に於ける水平方向の変位を r 、速度ベクトルが z 軸となす角を θ 、曲率半径を R とする。(図 (3.2))

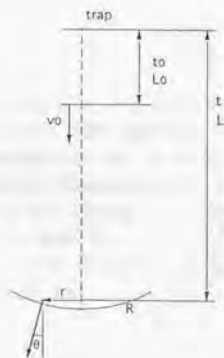


図 3.2: 原子波面曲率半径計算のための図

$$\theta = \frac{r}{R} \quad (3.12)$$

検出器面における原子の速度ベクトルを、水平成分 v_h と垂直成分 v_v に分解すると、

$$\begin{cases} v_h = \frac{r}{t-t_0} \\ v_v = v_0 + g(t-t_0) \end{cases} \quad (3.13)$$

θ はこの速度の比によって表すこともできるので、

$$\theta = \frac{v_h}{v_v} = \frac{r/(t-t_0)}{v_0 + g(t-t_0)} = \frac{r}{v_0(t-t_0) + g(t-t_0)^2} \quad (3.14)$$

(3.12) 式と (3.14) 式を比較して、

$$\begin{aligned} R &= v_0(t-t_0) + g(t-t_0)^2 \\ &= g t_0(t-t_0) + g(t-t_0)^2 \\ &= g t(t-t_0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} &= g \sqrt{\frac{2L}{g}} \left(\sqrt{\frac{2L}{g}} - \sqrt{\frac{2L_0}{g}} \right) \\ &= 2\sqrt{L}(\sqrt{L} - \sqrt{L_0}) \end{aligned} \quad (3.16)$$

の様に曲率半径が求まる。

実際にこの様な、放物線の集合に直交する様な面は回転楕円体であるが、中心軸付近に於いては、上の様な曲率半径を持つ球面で近似できる。量子力学的には、重力ポテンシャル中での原子の波動関数が Airy 関数で表せることを使って、その等位相面を計算すべきであるが、この場合に於いても近似的には、上の球面で考えて差し支えない。

3.3.3 凹レンズの倍率

しかし、上の表式の L_0 (トラップから凹レンズの前側焦点までの距離) というのは、いささか解りにくい量ではある。実際に装置を組み上げるに当たっては、トラップから凹レンズまでの距離が分かっている方が便利である。この距離を L_1 とすると、これは、先の曲率半径を求める公式に、凹レンズの横倍率を与えれば一意的に決定できる。以下、まず凹レンズの横倍率を与える公式を導き、それから L_1 を求める式を導出する。

先の曲率半径公式導出時の記号に加えて、横倍率を m 、トラップから凹レンズまでに要する時間を t_1 とする。(図 (3.3))

先の (3.15) 式より、

$$t_0 = t - \frac{R}{gt} \quad (3.17)$$

図 (3.4) より、

$$m = \frac{y}{y_2} = \frac{y_1}{y_2} \frac{y}{y_1} = \frac{t_1}{t} \frac{t-t_0}{t_1-t_0} \quad (3.18)$$

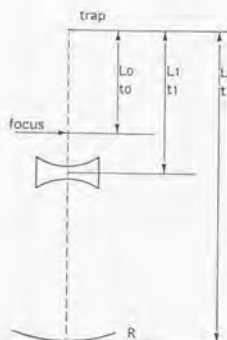


図 3.3: 距離と時間の取り方

の様に、横倍率を与える公式が得られる。

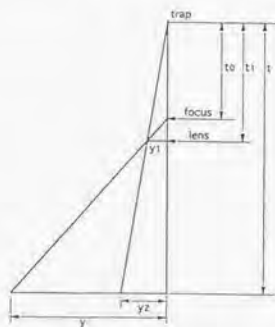


図 3.4: 横倍率計算の為の図

この公式 (3.18) を変形すれば、

$$t_1 = \frac{mt_0 t}{(m-1)t + t_0} \quad (3.19)$$

これから、横倍率 m 、トラップから検出器までの距離 L 、曲率半径 R を与えれば、トラップから凹レンズまでの距離 $L_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ が求まる。これらの数値の内、いくつかは任意に与えることができるのであるが、実際の装置の大きさ

などから、今回は、横倍率 $m = 30$ 、曲率半径 $R = 600[mm]$ とした。トラップから検出器までの距離 L は実際に測定することで求まり、 $L = 818.8[mm]$ であった。これから、 $L_1 = 335.0[mm]$ と求まる。これは実際の実験に於いて適当な距離である。

THE
JOURNAL
OF
THE
ROYAL
ANTHROPOLOGICAL
INSTITUTE
OF GREAT
BRITAIN
AND IRELAND
VOLUME
LXXV
PART I
1905
PUBLISHED BY THE
INSTITUTE
21, BEDFORD SQUARE, LONDON, W.C.1
PRINTED BY
HARRISON AND SONS, ST. MARTIN'S LANE, LONDON, W.C.2

第4章 コヒーレンスの概念に関する議論

4.1 はじめに

古くより、光のコヒーレンスという概念は多くの人々の関心を集めてきた [46]。それは特に、干渉現象と関連して論じられてきた。しかし、1950～1960 年ころに至るまで、「コヒーレンス」という用語の、広く受け入れられる明確な定義はなかった様である。この時期はレーザーの登場や、高時間分解能光検出器の登場と相前後するものである。まず最初の定式化は「1次」のコヒーレンスに関するものであり、その結果、2つの時空間点に於ける場の変数の相関の尺度の導入がなされ、また、その時間発展に関する法則が得られた。この理論は通常の場合の干渉や偏光の現象を扱う際の枠組みを与えた。

1次の理論の定式化がなされたすぐ後に、Hanbury-Brown と Twiss らにより、場の変数の2乗に比例する量（即ち強度）の間の相関を測定することが可能であることが示された [35]–[41]。これにより、光の場の高次の相関の効果についての研究の道が開かれた。光の場が熱光源（白熱する物体、気体放電等）からのものであると仮定すると、高次の相関の効果は2次までのものを調べることで十分である。なぜなら、このような光の場の変数はガウス型不規則過程の統計的性質を持つからである。また、最近では、レーザー冷却・トラッピングされた原子からの蛍光による強度相関測定実験も行われている [50]。しかし、非常に安定した強度を持つ、例えば、(しきい値よりも十分強く励起された) レーザー光等が登場してくると、もはや従来の様なガウス型不規則過程の仮定に基づくアプローチでは十分ではなく、より一般的な、光の場の完全な統計的記述が必要となってきた。さらに、このような古典的な記述と平行して、系統的な量子力学的記述も Glauber らによって展開されてきた [47] [48]。この様な、光のコヒーレンスに関する理論の発展により、従来からあった様々な誤解（例、完全に独立な光源からの光同士による干渉効果は存在しない。光電測定によって光のスペクトルに関する情報は得られない、等）が解かれてきた。

物質波（電子、中性子、原子）による干渉の効果が実験的に確認されている一方、「物質波のコヒーレンス」に関する系統的な議論は、光子に関する程には多くないようである。これには、種々の理由が考えられる。それは、光波と物質波との根本的な相違点、例えば、質量の有無、伝搬速度が一定か否

か、粒子間の相互作用の有無等である。これらの理由により、完全な議論は非常に難しいものになることが予想されるのであるが、大まかな現象の理解という点では、光の場合の議論が参考になることも確かである。この章では、まず光の場合のコヒーレンスについて主に古典的な立場から議論し、次に原子（物質波）の場合について考えてみる。

4.2 光の場合

4.2.1 時間的コヒーレンスと空間的コヒーレンス

光の場合に古くから知られていたことであるが、コヒーレンスには2種類のものがある。それは、時間的コヒーレンスと空間的コヒーレンスである。時間的コヒーレンスが問題となるのは、ある光ビームが、自分自身に対して時間遅延だけを与えることにより得られるビームとの間にどれだけ干渉効果を持つかを考える様な場合である。光ビームをこのような様式で2分する方法を振幅分割という。時間的コヒーレンスは例えば、マイケルソン干渉計で光路差を変えたときの干渉縞の鮮明度の変化から求めることができる。この値が $\tau=0$ の場合の値の1/2になる τ の値をコヒーレンス時間といい、これは光源から放出される波連の継続時間に相当する。コヒーレンス時間 τ_c と光源のスペクトル幅 $\Delta\nu$ との間には $\tau_c \approx 1/(\Delta\nu)$ の関係がある。また、 $l_c = c\tau_c$ は光源から出た光波が干渉できる距離を表し、コヒーレント長という。通常の使用状態に於ける単一モードのHe-Neレーザーの波長632.8[nm]の発振線、 ^{86}Kr の波長605.8[nm]の橙色のスペクトル線、高圧水銀灯の波長546.1[nm]の緑のスペクトル線のコヒーレント長はそれぞれ、100[m]、1[m]、10[μm]程度である。また一方、空間的コヒーレンスを考えるのは、ある光ビームが、自分自身に対して空間的な変位を与えることにより得られるビームとの間にどれだけ干渉効果を持つかを問題とするような場合である。光ビームをこのように2分する方法を、波面分割と呼ぶ。空間的コヒーレンスは光源の大きさに関係し、光源が直径 d の円形の場合、光源から r だけ離れた面上の2点での空間的コヒーレンス関数 $|g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|$ は、Van Cittert-Zernikeの定理により、

$$|g^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)| = \left| 2 \frac{J_1\left(\frac{\pi d \theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi d \theta}{\lambda}\right)} \right| \quad (4.1)$$

ここで、 J_1 は一次の第一種ベッセル関数、 θ は2点の光源に対する見込み角である。このパターンはAiryパターンとよばれ、円形開口による光の回折パターンを意味するものである。この中心部の領域は0次の回折部に対応するものであり、この領域内に到着する光は位相が揃っている、即ちコヒーレントであるという意味で、この領域をコヒーレンス領域、その面積をコヒーレンス面積 S_c と呼ぶことがある。

4.2.2 コヒーレンス体積について

光の空間的コヒーレンスに関して議論する際、特に光の強度相関を測定しようとする際に問題となるのが、コヒーレンス体積という量である。この体積は、時間的コヒーレンスを論ずる際に出てきた、コヒーレンス長 l_c と、空間的コヒーレンスを論ずる際に出てきた、コヒーレンス面積 S_c との積である。この体積の意味するものは、この体積内に2個の大きさの無視できる光検出器を置いた場合、その2点で光がコヒーレントに検出されるということである。または、光のみの立場で考えると、その体積内の光の位相は揃っている（コヒーレントである）ということである。これを以下に定量的に示してみる。

簡単のために、非常に遠くにある光源（見込み角が $\theta \times \theta$ で θ は非常に小さい）、例えば、地球から遠く離れた恒星を考える。光軸を z 軸にとり、地球上に2つの観測点を設ける。その相対的な変位ベクトルは、 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ で表す。さらに、光源からの光が狭帯域 $\Delta\nu$ のものであると仮定する。

光の運動量、位置の不確定性を、 $\Delta p, \Delta q$ で表すと、位相空間に於ける単位セルの体積は h^3 であるから、

$$\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \Delta q_x \Delta q_y \Delta q_z = h^3 \quad (4.2)$$

と書ける。今の場合、

$$\Delta p_x = \Delta p_y = \frac{h\nu}{c} \theta \quad (4.3)$$

であり、 θ^2 が $\Delta\nu/\nu$ よりもずっと小さい場合には、

$$\Delta p_z = h\Delta\nu/c \quad (4.4)$$

が成り立つ。(4.2) 式に、(4.3)、(4.4) 式を代入すると、波長 $\lambda = c/\nu$ を用いて、

$$\theta^2 \frac{\Delta q_x \Delta q_y}{\lambda^2} \frac{\Delta q_z}{c} \Delta\nu = 1 \quad (4.5)$$

が得られる。

今、周波数幅 $\Delta\nu$ の2つのコヒーレントなビームによる干渉縞が、あまり弱め合わないとする。この2つのビームの光路長差は周波数幅 $\Delta\nu$ に対応する波長幅を超えることはできないので、

$$\Delta\nu \Delta z / c < 1 \quad (4.6)$$

さらに、検出器間の横方向の距離が、光源を区別できないくらいに十分小さければ、

$$\theta \Delta x / \lambda < 1, \quad \theta \Delta y / \lambda < 1 \quad (4.7)$$

が成り立つ。不等式、(4.6) と (4.7) を、式 (4.5) と結び付ければ、

$$\Delta z \Delta y \Delta x < \Delta q_x \Delta q_y \Delta q_z \quad (4.8)$$

を得る。この不等式の右辺 $\Delta q_x \Delta q_y \Delta q_z$ は、位相空間に於ける単位セルの空間的体積であるから、これで証明された。

空間的コヒーレンス・時間的コヒーレンスの考え方は、時間と空間の両方にシフトを与えた場合を含む様に一般化することができ、このようにして得られるのが相互コヒーレンス関数の概念である。しかし、以下では相互コヒーレンス関数については詳しく調べることはしない。つまり、空間的コヒーレンスについて、さらなる議論が不要になるように実験的条件をあらかじめ準備しておき、時間的コヒーレンスのみを考えれば良い様にして置く。

4.2.3 古典論による強度相関関数の一般的性質

光電子を2つの検出器によって測定する場合を考える。時刻 t から $t+dt_1$ の間に一つの検出器が一つの高電子を測定し、 $t+\tau$ から $t+\tau+dt_2$ の間に他の検出器が別の光電子を測定する同時計数確率は、 $I(t)$ を光強度として $I(t)I(t+\tau)$ に比例する。これを測定時間 T の間で平均したものは、

$$\frac{1}{T^2} \int_T dt_1 \int_T dt_2 I(t) I(t+\tau) \quad (4.9)$$

である。 $I(t)$ が定常的であれば、これはエルゴード定理によって集団平均 $\langle I(t)I(t+\tau) \rangle$ に等しい。これを各検出器の平均強度の積で規格化した

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t+\tau) \rangle} = \frac{\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle \langle |E(t+\tau)|^2 \rangle} \quad (4.10)$$

を2次のコヒーレンス関数という。定義から明らかであるが、 $g^{(2)}(-\tau) = g^{(2)}(\tau)$ であるので、以後 $\tau > 0$ の領域でのみ考える。

この2次のコヒーレンス関数の持つ一般的性質を以下に記す。遅延時間 τ がコヒーレンス時間 τ_c よりも十分大きい場合には、 $I(t)$ と $I(t+\tau)$ は全く無相関になるので、

$$g^{(2)}(\tau) \rightarrow 1 \quad \text{for } \tau \gg \tau_c \quad (4.11)$$

$g^{(2)}(0)$ と $g^{(2)}(\tau)$ の関係については、不等式

$$\left\{ \frac{I(t)}{\langle I(t) \rangle} - \frac{I(t+\tau)}{\langle I(t+\tau) \rangle} \right\}^2 \geq 0 \quad (4.12)$$

の平均をとり、定常光を仮定すると、任意の τ に対して

$$g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau) \quad (4.13)$$

が成り立つ。

次に、 $g^{(2)}(0)$ と強度揺らぎ ΔI との関係としては、

$$(\Delta I)^2 = \langle (I(t) - \langle I(t) \rangle)^2 \rangle = \langle I^2(t) \rangle - \langle I(t) \rangle^2 \quad (4.14)$$

および、 $(\Delta I)^2 \geq 0$ から、

$$g^{(2)}(0) = \frac{\langle I^2(t) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} = \frac{(\Delta I)^2 + \langle I(t) \rangle^2}{\langle I(t) \rangle^2} = 1 + \frac{(\Delta I)^2}{\langle I(t) \rangle^2} \geq 1 \quad (4.15)$$

が得られる。つまり、古典論では強度揺らぎが存在すれば、 $g^{(2)}$ は 1 より大きくなる。全く強度揺らぎの存在しない正弦波光では (例えば安定化された単一モード発振の CW レーザーの様に)、 $\langle I^2 \rangle = \langle I \rangle^2 = I_0^2$ であるから、 $\Delta I = 0$ 、 $g^{(2)}(0) = 1$ となる。

4.2.4 インコヒーレントな古典的光による強度相関

Hanbury-Brown, Twiss らは、その有名な強度干渉計をまず電波星の角半径を測定するために開発した [42]。この装置では 2 本のアンテナからの信号が独立に検波され、両検出器からの低周波出力の間の相関が記録される。これにより、2 つの電波信号の相対的位相は失われ、両者の強度揺らぎの相関のみが測定される。この方法では、マイケルソン型の干渉計とは異なり、非常に長い基線を持たせて使用するようになっており、電離層のシンチレーションの影響を殆ど受けないという利点がある。このため彼らは、同じ原理に基づく干渉計を用いて、可視星の角半径の測定ができないかと考えた。そのための予備実験として、2 つのアンテナの代わりに反射鏡を置き、電波の検波器の代わりに光電管を置くことで、反射鏡間の距離の関数として、星によって照らされた光電管からの電流の揺らぎの相関を測定するというを行った。インコヒーレント光源 (例、水銀ランプ) からの光を、一旦レンズでフォーカスし、その焦点がピンホールを通過するようにして空間的コヒーレンスを向上させ、ビームスプリッタによって 2 つの光束に分割し、それを 2 つの検出器 D_1, D_2 で同時計数することを考える。この検出器に入射する光は、ランダムな揺らぎのある多モードの古典的な場

$$E_1^{(+)}(\vec{r}_1, t_1) = \sum_k E_{1k} e^{-i(\omega_k t_1 - \vec{k} \cdot \vec{r}_1)} \quad (4.16)$$

$$E_2^{(+)}(\vec{r}_2, t_2) = \sum_k E_{2k} e^{-i(\omega_k t_2 - \vec{k} \cdot \vec{r}_2)} \quad (4.17)$$

を考える。 E_k はランダムな複素振幅である。また、一般に 2 点 \vec{r}_1 と \vec{r}_2 において、時刻 t_1 と t_2 に光電子を検出する同時計数の確率密度は、

$$P_{12} = (\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) K_1 K_2 \left\langle \hat{E}_1^{(-)}(\vec{r}_1, t_1) \hat{E}_2^{(-)}(\vec{r}_2, t_2) \hat{E}_2^{(+)}(\vec{r}_2, t_2) \hat{E}_1^{(+)}(\vec{r}_1, t_1) \right\rangle \quad (4.18)$$

で与えられる。この式に、(4.16) (4.17) を代入すると、同時計数の確率密度は次の様に与えられる。

$$\begin{aligned} P_{12}(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_2, t_2) &= \sum_{k, k', k'', k'''} \langle E_{1k}^* E_{2k'}^* E_{2k''} E_{1k'''} \rangle e^{i(\omega_k t_1 - \vec{k} \cdot \vec{r}_1)} e^{i(\omega_{k'} t_2 - \vec{k}' \cdot \vec{r}_2)} \\ &\quad \cdot e^{-i(\omega_{k''} t_2 - \vec{k}'' \cdot \vec{r}_2)} e^{-i(\omega_{k'''} t_1 - \vec{k}''' \cdot \vec{r}_1)} \end{aligned} \quad (4.19)$$

E_k は互いにランダムであるので、集団平均をとる際に生き残る項は、 $k = k''$, $k' = k''$ と $k = k''$, $k' = k'''$ の組み合わせのみである。結局 (4.19) は

$$\begin{aligned} P_{12}(\vec{r}_1, t_1; \vec{r}_2, t_2) &= \sum_{k, k'} \langle |E_{1k}|^2 \rangle \langle |E_{2k'}|^2 \rangle \\ &+ \sum_{k, k'} \langle E_{1k}^* E_{2k} \rangle \langle E_{2k'}^* E_{1k'} \rangle e^{-i(\omega_k - \omega_{k'})(t_2 - t_1) + i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)} \end{aligned} \quad (4.20)$$

となる。第1項は D_1 と D_2 への揺らぎのある入射光のそれぞれの強度の平均値の積である。第2項がこれらの揺らぎの間の相関を表す。 E_{1k} と E_{2k} の間に相関があれば正の寄与となる。相関がなければゼロになる。この項が強度相関に於いて測定したい量であり、時間差も光路差もない場合には、この項を直接測る事ができる。

時間差や光路差があるときには、指数関数の部分があるために第2項は次のようになる。 z 軸方向の測定しか行わないので、(4.20) 式を1次元の問題として扱い、 $(\vec{k} - \vec{k}') \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = (\omega_k - \omega_{k'})(z_2 - z_1)/c$ として検出時刻の遅れを $\tau = t_2 - t_1 - (z_2 - z_1)/c$ と定義する。 $\sum_k \langle |E_k|^2 \rangle$ 等は、(4.16), (4.17) 式から解るように、検出器 D_1 等に行くパワーの時間平均である。これを $|E|^2$ とおくと、全て同一光源からの光であるので、 $\sum_k \langle |E_k|^2 \rangle$ は全て、 $|E|^2$ と置くことができる。 k による和は ω_k のモード間隔が光のコヒーレンス時間の逆数より十分小さい時、 ω_k による積分に置き換える事ができる。その際、 $\langle |E_k|^2 \rangle$ は ω_k に対する分布関数に従って分布し、且つ ω_k と $\omega_k + d\omega_k$ の間にはモード数が $d\omega_k/(\pi c L)$ だけあることを考慮し、分布関数としてガウス分布とローレンツ分布を仮定すると、

$$\langle |E_k|^2 \rangle = \begin{cases} \frac{\pi c}{L} |E|^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} e^{-(\omega_k - \omega_0)^2/2\delta^2} \\ \frac{\pi c}{L} |E|^2 \frac{\gamma/2\pi}{(\omega_k - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \end{cases} \quad (4.21)$$

となる。和 $\sum_k \langle |E_k|^2 \rangle e^{-i\omega_k \tau}$ を積分によって計算したものはそれぞれ

$$\begin{cases} |E|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} e^{-(\omega_k - \omega_0)^2/2\delta^2} e^{-i\omega_k \tau} d\omega_k = |E|^2 e^{-i\omega_0 \tau} e^{-\tau^2/2\tau_c^2} \\ |E|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma/2\pi}{(\omega_k - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} e^{-i\omega_k \tau} d\omega_k = |E|^2 e^{-i\omega_0 \tau} e^{-|\tau|/2\tau_c} \end{cases} \quad (4.22)$$

となる。ただし、それぞれの場合に $1/\delta$ と $1/\gamma$ を τ_c と置いた。これは角周波数分布の幅の逆数で、入射光のコヒーレンス時間を表す。従って、(4.20) から

$$P_{12}(\tau) = \begin{cases} |E|^4 (1 + e^{-\tau^2/\tau_c^2}) \\ |E|^4 (1 + e^{-|\tau|/\tau_c}) \end{cases} \quad (4.23)$$

が得られる。

光源として水銀灯の 435.8[nm] の線を使用し、径 0.13[nm] のピンホールから 2.65[m] 離れた対称的な2点に径 9[nm] の入射窓をもった光電子倍增管を

置く。 τ_c よりも遅い応答速度を持つ検出器を用いる場合には(4.23)の第2項は平均化されて小さくなってしまふ。そこで、実験では、各検出器に於いて、平均電流からのずれ(揺らぎ)を測定し、それらの積を取る方法によって、小さな第2項のみを測定した。2つの検出器の口径が重なったときにはこの第2項が測定され、1つの検出器を口径の2倍ずらして、回折リング(Airy disk)の外側に置いた第2項が存在しない場合に比して約10倍の相関が得られた。これにより、2つのコヒーレントな光束の光子間には相関があり、光電子放出の過程に於いてもその相関が保存されることが証明された。

(参考) 幾何光学と質点の力学

最少作用の原理は、単一質点の運動の場合には、速さ v を用いて書けば、

$$\delta \int_A^B v ds = 0 \quad (4.24)$$

となる [51]。一方、これは幾何光学でフェルマーの原理と呼ばれる式、

$$\delta \int_A^B n ds = 0 \quad (4.25)$$

と、非常に類似している。ここで、 n は媒質の屈折率で、その中で光の速さを v 、真空中での速さを c とすれば

$$n = c/v$$

であるから、式(4.25)は

$$\delta \int_A^B \frac{ds}{v} = 0 \quad (4.26)$$

となる。式(4.26)は、光が2点間を最少の時間で進むような道筋を通ることを示すものである。ところで、式(4.24)と式(4.26)とが、一方は v 、一方は v^{-1} で次元が一致しない。

このことが問題になっていた時代には、光の速度を直接知ることはできなかったわけだが、波動説に従えば、スネルの法則から

$$n \propto v^{-1} \quad (4.27)$$

となる。これに対してニュートンは粒子説に立ち、媒質の境界ではポテンシャルに段ができて、この力の場によって粒子が加速されると考えて、屈折の法則を導き出したが、その場合は式(4.25)は当然、式(4.24)と一致すべきだから、

$$n \propto v \quad (4.28)$$

となる。こうして、物質中の光の速度に対して二つの説が相反する結果を示した。もちろん光速の実測結果は波動説の正しいことを示した。

この問題はこれで、決着したに見えたが、量子力学が提唱され、波と物質の二重性が問題となるに至って、問題は再燃した。de Broglieの物質波の考えによれば、物質波は当然光波と同じ屈折法則に従うべきだから、物質波の位相速度 V について

$$\delta \int \frac{ds}{V} = 0 \quad (4.29)$$

が成り立たなければならない。これと式 (4.24) は矛盾するように見える。

この矛盾を de Broglie は位相波の考え方で解決した。

質量 m の質点には、静止エネルギー mc^2 に対応して $\nu_0 = mc^2/h$ なる振動が付随すると考える。この振動は空間的には各点が同時に振動するものとするれば、それは

$$e^{2\pi i \nu_0 t} \quad (4.30)$$

なる位相因子を持っている。

今この質点が x 方向に速さ v で動いたとすると、相対論によれば、ローレンツ変換により、位相因子は

$$\exp \left\{ \frac{2\pi i \nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(t - \frac{\beta}{c} x \right) \right\}, \quad \left(\beta = \frac{v}{c} \right) \quad (4.31)$$

となり、これは位相速度 c/β で x 方向に進む波を表す。この波を de Broglie は位相波と名付けた。この速度を物質波の位相速度 V であると解釈すれば

$$V = c^2/v \quad (4.32)$$

となり、式 (4.29) は式 (4.24) と一致する。

位相波の位相速度は波長の関数であるから、波束は位相速度と異なる群速度を有するが、それは粒子の速度 v に等しい。

4.3 物質波の場合

4.3.1 古典的理論

この節では、原子波を古典的波動であるとみなして、その2次のコヒーレンス関数を計算する。

1 次のコヒーレンス関数の計算

原子源に於ける初速度を v_0 、検出器に於ける速度を v 、原子源から検出器までの距離を l とすると、エネルギー保存則により、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}v_0^2 + mgl \quad (4.33)$$

この両辺を、 \hbar で割れば、エネルギーから角速度の次元の等式になり、

$$\frac{1}{\hbar} \frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{\hbar} \frac{1}{2} v_0^2 + \frac{1}{\hbar} m g L \quad (4.34)$$

ここで以下の様に角速度の次元を持つ量を定義すれば、

$$\begin{aligned} \omega_P &\equiv \frac{m g L}{\hbar} \\ \omega &\equiv \frac{m v^2}{2 \hbar} \end{aligned}$$

等式 (4.34) は以下の様に書ける。

$$\omega = \omega_P + \frac{m v_0^2}{2 \hbar} \quad (4.35)$$

原子の初速度は、Maxwell-Boltzmann 分布に従うと仮定する。

$$f(v_0) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{m v_0^2}{2 k_B T}\right) \quad (4.36)$$

等式 (4.35) を用いて、確率変数を v_0 から ω に変換すると、

$$\tilde{f}(\omega) = \sqrt{\frac{\tau_T}{\omega - \omega_P}} \exp[-\tau_T(\omega - \omega_P)] \quad (\tau_T \equiv \frac{\hbar}{k_B T}) \quad (4.37)$$

これが、原子線のパワースペクトルを与えるので、Wiener-Khinchine の定理により、原子振幅の自己相関関数は、そのフーリエ変換で与えられる。それを $G(\tau)$ で表すことにすると、

$$\begin{aligned} G(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = \sqrt{\tau_T} e^{i\omega_P\tau} \int_0^{\infty} \omega^{-1/2} e^{-\tilde{\tau}\omega} d\omega \quad (\tilde{\tau} \equiv \tau_T - i\tau) \\ &= \sqrt{\tau_T} e^{i\omega_P\tau} \int_0^{\infty} \Omega^{-1} e^{-\tilde{\tau}\Omega^2} 2\Omega d\Omega = 2\sqrt{\tau_T} e^{i\omega_P\tau} \int_0^{\infty} e^{-\tilde{\tau}\Omega^2} d\Omega \\ &= \sqrt{\frac{\pi\tau_T}{\tau_T - i\tau}} e^{i\omega_P\tau} \quad (4.38) \end{aligned}$$

この自己相関関数を正規化すれば、1 次のコヒーレンス関数が得られる。

$$g^{(1)}(\tau) = \sqrt{\frac{\tau_T}{\tau_T - i\tau}} e^{i\omega_P\tau} \quad (4.39)$$

$$|g^{(1)}(\tau)| = \frac{\sqrt{\tau_T}}{\sqrt{\tau^2 + \tau_T^2}} \quad (4.40)$$

2 次のコヒーレンス関数の計算

原子の波動関数（量子力学的におけるものではなく、古典的な波動の振幅と解釈する）が、ガウス型の確率過程に従う、不規則変数であると仮定すると、2 次のコヒーレンス関数は、1 次のコヒーレンス関数を用いて、

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 \quad (4.41)$$

と表せる。この式に先程得られた、1次のコヒーレンス関数の表式を代入すると、

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\tau_T}{\sqrt{\tau^2 + \tau_T^2}} \quad (4.42)$$

となる。ここで、 $\Delta\omega \equiv 1/\tau_T = k_B T/\hbar$ なる量を導入すれば、式(4.42)は、

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + (\Delta\omega\tau)^2}} \quad (4.43)$$

のようになる。この $\Delta\omega$ は、トラップに於ける原子のエネルギー幅を、角速度の次元で表現したものである。このグラフは以下のようになる。(図(4.1)) 遅延

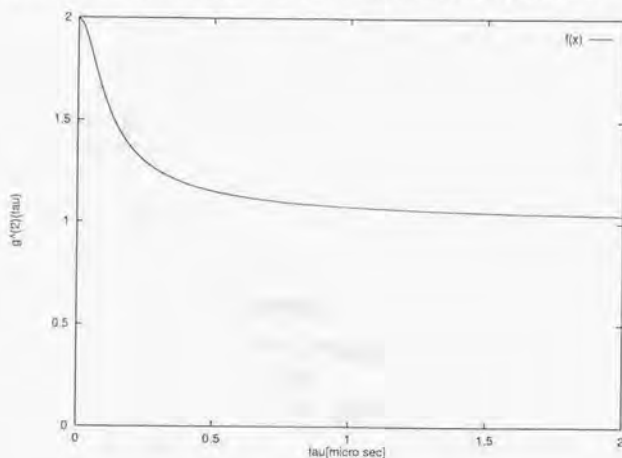


図 4.1: 2 次のコヒーレンス関数のグラフ

時間ゼロの近傍において、時間幅 τ_T のピークをもつことが解る。

4.3.2 量子力学的理論

第2量子化による方法

ここでは、2つの数状態にある粒子集団間の干渉について、第2量子化の方法を用いて考えてみる。[52]

1:初期状態

$$|\Psi_0\rangle = (a_1^\dagger)^N (a_2^\dagger)^N |0\rangle \quad (4.44)$$

この場合粒子が検知される確率は位置によらず一定である。

2:位置 r_0 で粒子が検知された後の状態

$$|\Psi_1\rangle = \{\psi_1(r_0)a_1 + \psi_2(r_0)a_2\} |\Psi_0\rangle \quad (4.45)$$

ここで、 r_0 を原点に取り直し、また、簡単の為に各原子の波動関数を平面波で近似する。 $(\psi_1(r) \sim e^{-ik_1 r}, \psi_2(r) \sim e^{-ik_2 r})$ さらに、 $N \gg 1$ とし、規格化定数の表記を省略する。

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &= (e^{-ik_1 r_0} a_1 + e^{-ik_2 r_0} a_2) |\Psi_0\rangle \\ &= e^{-ik_1 r_0} (a_1 + e^{i\theta_0} a_2) (a_1^\dagger)^N (a_2^\dagger)^N |0\rangle \end{aligned} \quad (4.46)$$

これで、correlationができる。(cross termができる) 但し、 $\theta_0 \equiv (k_1 - k_2)r_0$

3:更に2個目の粒子が r_1 にて検出された後の状態

$$\begin{aligned} |\Psi_2\rangle &= (e^{-ik_1 r_1} a_1 + e^{-ik_2 r_1} a_2) |\Psi_1\rangle \\ &= e^{-ik_1 r_1} (a_1 + e^{i\theta_1} a_2) |\Psi_1\rangle \\ &= e^{-ik_1(r_1+r_0)} (a_1 + e^{i\theta_1} a_2) (a_1^\dagger)^N (a_2^\dagger)^N |0\rangle \end{aligned} \quad (4.47)$$

但し、 $\theta_1 \equiv (k_1 - k_2)r_1$

この3番目の事象の起こる確率は、

$$P(r_0, r_1) = P(\theta_0, \theta_1) = \langle \Psi_2 | \Psi_2 \rangle \quad (4.48)$$

で与えられる。Normal order にした際に生き残る項は、

$$\begin{aligned} |\Psi_2\rangle &= [N(N-1)(a_1^\dagger)^{N-2}(a_2^\dagger)^N + N^2(e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1})(a_1^\dagger)^{N-1}(a_2^\dagger)^{N-1} \\ &\quad + N(N-1)e^{i(\theta_0+\theta_1)}(a_1^\dagger)^N(a_2^\dagger)^{N-2}] |0\rangle \\ &\cong N^2 [(a_1^\dagger)^{N-2}(a_2^\dagger)^N + (e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1})(a_1^\dagger)^{N-1}(a_2^\dagger)^{N-1} \\ &\quad + e^{i(\theta_0+\theta_1)}(a_1^\dagger)^N(a_2^\dagger)^{N-2}] |0\rangle \\ &= N^2 [|N-2, N\rangle + (e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1}) |N-1, N-1\rangle \\ &\quad + e^{i(\theta_0+\theta_1)} |N, N-2\rangle] \end{aligned} \quad (4.49)$$

よって、粒子を r_0 で検出して、次に r_1 で検出する結合確率は、

$$\begin{aligned} P(r_0, r_1) &= P(\theta_0, \theta_1) = \langle \Psi_2 | \Psi_2 \rangle \\ &= 4N^4 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta_0 - \theta_1) \right\} \\ &\propto 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta_0 - \theta_1) \end{aligned} \quad (4.50)$$

r_0 を原点に取り直していたので、 $\theta_0 = 0$ となり、

$$P(\theta_0, \theta_1) = 4N^4 \left(1 + \frac{1}{2} \cos \theta_1 \right) \propto 1 + \frac{1}{2} \cos \theta_1 \quad (4.51)$$

$|\theta_1|$ が小さい方が確率が大きいので、相関は更に大きくなる。

さらに進んで、1個、2個、3個と粒子を検出していくときの、位相因子を記した状態遷移図は以下の様になる。

$$\begin{array}{ccccccc}
 |N, N\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_0}} & |N, N-1\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_1}} & |N, N-2\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_2}} & |N, N-3\rangle \\
 \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 \\
 |N-1, N\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_1}} & |N-1, N-1\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_2}} & |N-1, N-2\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_3}} & |N-1, N-3\rangle \\
 \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 \\
 |N-2, N\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_2}} & |N-2, N-1\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_3}} & |N-2, N-2\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_4}} & |N-2, N-3\rangle \\
 \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 & & \downarrow 1 \\
 |N-3, N\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_3}} & |N-3, N-1\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_4}} & |N-3, N-2\rangle & \xrightarrow{e^{i\theta_5}} & |N-3, N-3\rangle
 \end{array}$$

例) $|N, N\rangle$ から $|N-2, N-1\rangle$ にたどり着くまでの位相因子

$$1 \times 1 \times e^{i\theta_2} + 1 \times e^{i\theta_1} \times 1 + e^{i\theta_0} \times 1 \times 1 = e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}$$

結合確率の引数を位置 r_i ではなく、位相差 θ_i とする。

$P(\theta_0, \theta_1, \dots) \propto$ (各項の絶対値の2乗の和) となる。位相項を、何個粒子を検知したかに応じて書き下してみると、

1個

$$|N, N-1\rangle \quad \dots \quad e^{i\theta_0}$$

$$|N-1, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

2個

$$|N, N-2\rangle \quad \dots \quad e^{i(\theta_0+\theta_1)}$$

$$|N-1, N-1\rangle \quad \dots \quad e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1}$$

$$|N-2, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

3個

$$|N, N-3\rangle \quad \dots \quad e^{i(\theta_0+\theta_1+\theta_2)}$$

$$|N-1, N-2\rangle \quad \dots \quad e^{i(\theta_0+\theta_1)} + e^{i(\theta_1+\theta_2)} + e^{i(\theta_2+\theta_0)}$$

$$|N-2, N-1\rangle \quad \dots \quad e^{i\theta_0} + e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}$$

$$|N-3, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

この各項の絶対値を2乗すると、

1個

$$|N, N-1\rangle \quad \dots \quad 1$$

$$|N-1, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

2個

$$|N, N-2\rangle \quad \dots \quad 1$$

$$|N-1, N-1\rangle \quad \dots \quad 2\{1 + \cos(\theta_0 - \theta_1)\}$$

$$|N-2, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

3個

$$|N, N-3\rangle \quad \dots \quad 1$$

$$|N-1, N-2\rangle \quad \dots \quad 3 + 2\cos(\theta_0 - \theta_1) + 2\cos(\theta_1 - \theta_2) + 2\cos(\theta_2 - \theta_0)$$

$$|N-2, N-1\rangle \quad \dots \quad 3 + 2\cos(\theta_0 - \theta_1) + 2\cos(\theta_1 - \theta_2) + 2\cos(\theta_2 - \theta_0)$$

$$|N-3, N\rangle \quad \dots \quad 1$$

結局、これらの項の和を取っていくと、

1個: 2

2個: $2^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta_0 - \theta_1) \right\}$

3個: $2^3 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta_0 - \theta_1) + \frac{1}{2} \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2} \cos(\theta_2 - \theta_0) \right\}$

⋮

θ_0, θ_i 以外の項を平均化すれば、 $\cos(\theta_i - \theta_m) \rightarrow 0$ となって、

$$P(\theta_0 - \theta_i) \propto 2^n \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(\theta_0 - \theta_i) \right\} \quad (4.52)$$

この表式は、visibility が $\frac{1}{2}$ の干渉縞を意味し、2次の相関関数を表している。独立な2つの光源からの光の干渉を古典的に計算したものと同一の結果である。

空間ではなく、時間領域でも同様に考えることができ、それはビートを意味する。粒子の消滅・生成演算子の時間発展を、 $a(t) = a(0)e^{-i\omega t}$, $a^\dagger(t) = a^\dagger(0)e^{i\omega t}$ として、 $\theta = (k_1 - k_2)r$ の代わりに $\theta = (\omega_1 - \omega_2)t$ と読み替えれば、表式は同じものとなる。 $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ がよく定義されているものであれば、これは、いつまでも振動するビートとなるが、 $\Delta\omega$ が分布するものであれば、重ねあわせの結果、式(4.43)の様になると考えられる。

March 1, 1900

Dear Mr. [illegible]

I have the honor to acknowledge the receipt of your letter of the 28th inst.

and in reply to inform you that

the same has been forwarded to the

proper authorities for their consideration.

I am, Sir, very respectfully,

Yours truly,

[illegible signature]

[illegible name]

Very truly,

[illegible signature]

[illegible name]

[illegible address line 1]

[illegible address line 2]

[illegible address line 3]

[illegible address line 4]

[illegible address line 5]

[illegible address line 6]

[illegible address line 7]

[illegible address line 8]

[illegible address line 9]

[illegible address line 10]

[illegible address line 11]

[illegible address line 12]

第5章 実験

本章では、本研究において行われた実験について述べる。それに先立ち、必要となる実験装置についての説明を行う。

5.1 実験装置

5.1.1 実験装置の概要

本研究に於ける実験装置の中で、最も重要かつ、その大部分を占めるものは、準安定状態ネオン原子のレーザー冷却・トラッピング装置である。それは、主として3つの構成要素からなる。まず、この種の実験は超高真空中で行われるので、そのための真空システムが必要となる。次にレーザー冷却・トラップされるべきネオン原子の原子源を準備しなくてはならない。最後に、レーザーシステムを含む光学系を揃えて、基本的なレーザー冷却・トラッピング装置が出来上がる。このようにしてトラップされたネオン原子を、原子線として様々な実験に利用するのであるが、その原子を検出するための検出器、さらにその信号をデータとして収集、処理するためのシステムについての説明も行う。

5.1.2 真空系

冷却・トラップを行う真空系は図(5.1)に示すように4個の真空槽からなっている。Aの領域は原子源であり、準安定状態原子線の生成を行っている。ここでは、油拡散ポンプと排気速度400[l/s]のターボ分子ポンプ(SEIKO, STP-400)による排気を行い、到達真空度は、原子線の運転時で、約 2×10^{-6} [torr]である。Bの領域は、A, Cの領域と5[mmφ]のピンホールで仕切られ、400[l/s]のターボ分子ポンプによる排気を行っている。この領域には、原子線偏向器が据え付けられており、単位立体角当たりの原子供給量を(それを使用しないときと比べて)、約30倍増加させると同時に、基底状態原子やイオンなどの高真空側への流入を抑制している。Cの領域では、原子線の減速とトラッピングを行っている。この領域では、2台の400[l/s]のターボ分子ポンプによる排気を行っており、トラップ生成時の典型的な真空度は 4×10^{-9} [torr]である。Dの領域は、原子線の相対的な速度幅を減少させるための筒状の部

分であり、その最下部には MCP などの原子検出素子が取り付けられている。この領域と、その上部の領域 C とは、超高真空用バルブで仕切られており、実験の際には、それを開放して原子線が通過できるようにする。ここは、 $400[\ell/s]$ のターボ分子ポンプで排気されており、原子線を落下させているときの典型的な真空度は $0 \times 10^{-10}[\text{torr}]$ である。なお、ターボ分子ポンプと、それに付随するロータリーポンプの間には、重量約 $30[\text{kg}]$ のスチールブロックを介するようにしてあり、これにより、ロータリーポンプの振動が真空槽に伝わることを防いでいる。

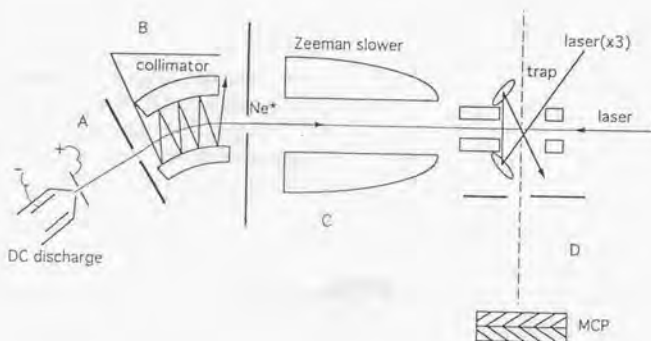


図 5.1: 真空系

5.1.3 原子源

ネオン原子のレーザー冷却・トラッピングには、 $1s_5$ 準安定状態からの遷移を利用しているので、基底状態からこの準位まで励起する必要がある。この準安定状態は基底状態から $16[\text{eV}]$ 上の光学的遷移禁制の準位であるので、電

子衝撃による励起が最も簡単であり、効率も高い。実験では、直流グロー放電を行っている。陰極は放電管の内部にあり、陽極は放電管の端に取り付けられている。放電管端の内径は約0.3[mm]である。陽極の電位は真空槽と等しくとってある。さらにソース部全体を液体窒素によって冷却することにより、励起原子を予備冷却している。

5.1.4 光学系

冷却・トラッピング用の光源は Ar^+ レーザー励起リング色素レーザー (Coherent CR699, DCM 色素使用、波長 640[nm]) を使用した。トラップから原子を解放するための光源にも、 Ar^+ レーザー励起リング色素レーザー (Coherent CR699, Rh6G 色素使用、波長 598[nm]) を使用した。その光学系を図(5.2)に示す。周波数安定化を施された 640[nm] のレーザー光は、1/2 波長板を通った後、偏光ビームスプリッタによって、冷却・トラッピング用の光と、原子偏向器に送られる光とに分離される。冷却・トラッピング用の光は 1/2 波長板と偏光ビームスプリッタの組 3 つによって、4 本に分割される。この際、1/2 波長板の回転角を適当に調節することで、4 面体トラップ用のビーム強度をバランスさせる。原子解放用の 598[nm] の光は光ファイバーを通して、トラップ部真空槽上部に送られ、カメラレンズによって、トラップにて焦点を結ぶようになっている。

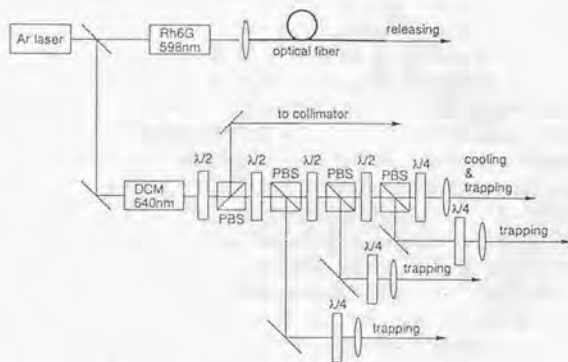


図 5.2: 光学系

5.1.5 検出器

本研究に於ける実験での原子の検出様式には2種類がある。1つは、原子の落下してくる位置を2次元的な実際の画像として検知するためのものと、もう1つは原子が検出器に到達する時刻を実時間上のパルスとして検知するためのものである。しかし、そのいずれについても、原子検出の基本的な素子として、MCP(Micro Channel Plate)を使用している。これは、原子線として使用しているネオン原子が、基底状態から約16[eV]上にある準安定状態のものであることで、この素子が利用可能となるのである。

まず第1の場合について説明する。落下してきた準安定状態原子がMCP表面に衝突すると、自身は基底状態に落ち、Penningイオン化によって電子を放出する。MCPのカソード、アノード間には高電圧が印加されているので、放出された電子は加速されつつMCP内壁への衝突を繰り返すことで、電子は増倍される。MCP直下には蛍光板が取り付けられており、この増倍された電子集団が蛍光板をたたくと、そこに蛍光を発することとなり、これをCCDカメラによって観察すれば、原子の落下してきた位置を知ることができる。この方法は、例えばYoungのダブルスリットの実験といった、原子による結像実験でよく用いられる。ただ、この種の実験で結像させるための露光時間は非常に長くなるので、CCDカメラによる映像は一旦、ビデオテープに記録される。そして、画像処理ボードにより、光点の重心を計算し、その輝度が、あるしきい値を越える場合は、コンピュータに記録する。この操作を記録したビデオテープ全てについて行い、重心座標のデータに基づいて、再び画像として描かせてやれば、求める像が得られるのである。

次に第2の場合について説明する。原子の到着をパルスとして知るには、基本的には、先に説明した第1の方法でも可能である。即ち、MCP直下の蛍光板から、コンデンサを介して、パルスを取り出せば良い。蛍光板の代わりに金属製の電極を取り付け、そこからパルスを取り出す方法も可能である。しかし、本研究における実験では、原子の波面に沿った同時刻検出を行う必要があり、しかも、この原子波面と検出器面との適合度は、原子のコヒーレンス長よりもよい精度でなくてはならない。このコヒーレンス長は、本実験の場合、約1[μm]であるので、上に述べたような、MCPを直接使用する方法は好ましくない。そのため、今回は、まず、原子の波面の曲率半径を持つ凹面鏡表面に金を蒸着したものを用意した。この表面に衝突する準安定状態ネオン原子は、金とのPenningイオン化により、電子を放出する。この電子をMCPにより、検出する。金蒸着鏡から放出された電子が、MCPまで到着するのに要する時間は、約5[nsec]であり、後に説明するコレクタの時間分解能、16.67[nsec]よりも小さいので、これが同時刻検出に影響を及ぼすことはない。実際の金蒸着鏡は、アルミの薄板によって、4つに分割されている。原子の到着時刻を観測し、強度相関関数を求めるためには、検出器の時定数が十分小さければ、原理的には1個の検出器で事足りる。しかし、様々

なテストを行った結果、1個の検出器では、強度相関が問題となる時間領域に於けるノイズが非常に大きくなるのが解ったので、検出器を4つに分割し、それぞれ独立にMCPを置き、異なる検出器で原子が検知されたときのもののみを選別することで、検出器の過渡的特性をキャンセルできるようにした。さらに、各4つの部分は、直径1[mm]のピンホールによって視野を制限されている。これは単一の空間的モードに存在する原子のみを検出するためである。これにより、原子の横方向の速度の広がりについて考慮する必要はなくなる。しかし、原子カウント数は、視野制限しないときと比べて、極端に減少してしまうという欠点もある(約3桁減少)。原子の到着を知らせる電子パルスは、MCPの出力側に取り付けられた陽極から取り出され、BNC電極を通じて真空槽外に送られる。この陽極と、BNC電極間の接続は、実験の初期に於いては単にNi線で行っていたが、電気ノイズをできる限り低減するという目的から、Al平行平板による導波路を作成し使用した。この導波路の特性インピーダンスが50[Ω]になるように、平板の幅と間隔を設計した。

凹面鏡の曲率半径評価

原子検出器の凹面鏡の曲率半径は、第3章に於いて実験装置の大きさや、原子用回レンズの倍率などから、 $R = 600[\text{mm}]$ としたが、これは市販のものが利用しやすいからでもある。実際に実験を行う前に、その曲率半径が正しいものであるかを評価する必要があるので、ここではその方法と、測定結果を示す。その測定原理図を図(5.3)に示す。He-Neレーザーによって照射されたダブルスリットの像を凹面鏡により反射させて、再び像を結ばせるというものである。ダブルスリットと像を結ばせるスクリーンを、凹面鏡から等距離の同一平面に取ったとすると、正しく結像したときのスクリーンとダブルスリット間の距離が凹面鏡の曲率半径に等しくなる。その測定結果は、 $R = 603 \pm 0.5[\text{mm}]$ であった。凹面鏡を真上に向けたとき、中心軸から距離 l だけ離れた点の底からの距離 ℓ は、曲率半径を R としたとき、 $\ell = \frac{l^2}{2R}$ で与えられる。この曲率半径が、 ΔR だけ変化したときの、 ℓ の変化分 $\Delta \ell$ は、 $\Delta \ell = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{R} \right)^2 \Delta R$ となる。これに、 $R = 600[\text{mm}]$, $\Delta R = 3[\text{mm}]$, $l = 6[\text{mm}]$ を代入すると、 $\Delta \ell = 0.15[\mu\text{m}]$ となる。これは原子のコヒーレンス長に比べて無視できるほど小さいとはいえないが、それでも、相関の効果を観測する目的については、十分小さいといえる。

5.1.6 データ収集・処理系

前節の様な方法で、得られた信号(原子の到着を示すパルス)は、BNC電極付きの真空フランジから、ごく短いケーブルを経て、PreAmplifier(Sranford Model SR445)で2.5倍にアンプされる。ここで、このブリアンプに繋がっ

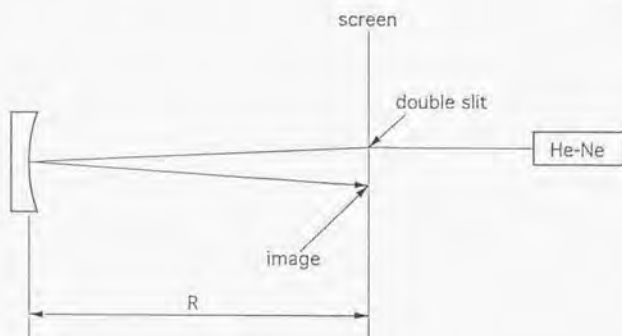


図 5.3: 凹面鏡曲率半径評価

ている BNC ケーブルのグラウンド同士を短絡しないと電気ノイズが発生することがあった。これは何等かの発振が原因と考えられる。次に、このプリアンプの DC オフセットを除くために、コンデンサを途中に介したケーブルを経て、NIM 規格のアンプ (Phillips Scientific, Model 777) で増幅した後、Discriminator (Phillips Scientific, Model 730) でパルス整形される。ここでは幅 25nsec の NIM レベルのパルスにされる。次にレベルコンバータ (Phillips Scientific, Model 726) によって NIM レベルから TTL レベルのパルスに変換される。以上の様に整形されたパルス (4つの検出器からのもの) は、加算器に送られる。この加算器においては、ある1つの MCP (MCP1 とする) からの信号が来た場合、約 4[μ sec] の間、この MCP1 からの受け付けを休止する。こうすることにより、検出器の過渡的な特性変化を打ち消すことができる。加算された信号は、パーソナルコンピュータ外付けボード上の相関器に取り込まれる。この相関器は、連続するパルスの時間間隔に応じて、1 から 256 までの数字を出力する (256 で約 4[μ sec] に対応する)。さらに、その2つのパルスが、どの MCP の組からのものであるかを表示できる。

5.2 実験、測定

5.2.1 トラップ原子数密度測定

本実験では、トラップされた原子の個数測定法として通常行われる、トラップ原子からの蛍光強度を測定する、絶対的な方法は採用しなかった。今回は、まず定常的なトラップを形成しておいて、次にトラップビームをシャッターで遮断し、トラップを消失させる (この間も原子の供給は続いている)。もし

て、再びトラップビームを導入して、トラップを再形成する。このときの蛍光強度の増大していく時定数から、トラップ原子の個数密度を見積もる。この方法は前者の絶対的な方法の様に、レーザーのパラメータによって原子の飽和の度合が変化するのが補正する必要が無いという簡便さがある。

本測定の基本となる式は、トラップ中での原子の2体衝突による減衰と、定常的なトラップへの原子の供給を考慮した、次の様なレート方程式である。

$$\frac{dn}{dt} = -\beta n^2 + \phi \quad (5.1)$$

ここで、 n は原子数密度 ($n = N/V$)、 β は2体衝突レート、 ϕ は供給される原子線の flux である。

定常状態に於ける原子数密度を n_0 とすると、

$$\frac{dn}{dt} = 0 \quad (5.2)$$

とおくことで、

$$\frac{dn}{dt} = -\beta(n^2 - n_0^2) \quad (5.3)$$

となることがわかる。

この微分方程式を、 $n(0) = 0$ の初期条件で解くと、

$$n(t) = n_0 \tanh(\beta n_0 t) \quad (5.4)$$

となる。そこで、トラップされた原子からの蛍光強度が、トラップ原子数に比例することを利用して、この蛍光強度が定常値の50%に立ち上がるまでに要する時間を $t_{1/2}$ とすると、

$$n_0 = \frac{0.55}{\beta t_{1/2}} \quad (5.5)$$

と表せる。ここで β の値は、別の実験により求まっており、 $\beta \sim 10^{-9} [\text{cm}^3/\text{s}]$ である。よってこの立ち上がり時間 $t_{1/2}$ を測定すれば、トラップされた原子数密度を求めることができる。また、トラップの大きさは CCD カメラによって観察することで求まるので、原子数も見積もることができる。

実際の実験の手順は次の様である。

1. 定常的な磁気光学トラップを生成しておく。
2. トラップビームを機械的シャッターで、on/off する。
3. トラップからの蛍光をフォトダイオードで観測し、デジタルオシロスコープで積算して平滑化された曲線を得る。

この実験配置図 (図 (5.4)) 及び実験結果を示す。(図 (5.5)) これから解るように、トラップからの蛍光の立ち上がり時間は、5.1[nsec] である。先に計算しておいた関係式から、トラップされた原子数密度は、

$$n_0 = 1.1 \times 10^{10} [1/\text{cm}^3]$$

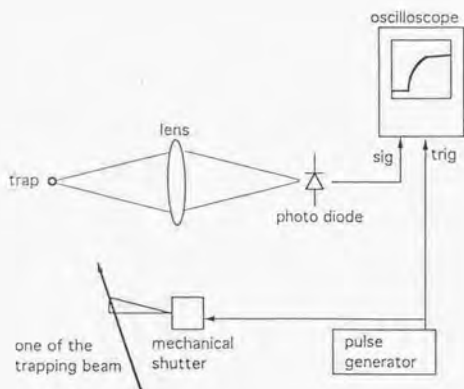


図 5.4: トラップ原子数密度測定実験配置図

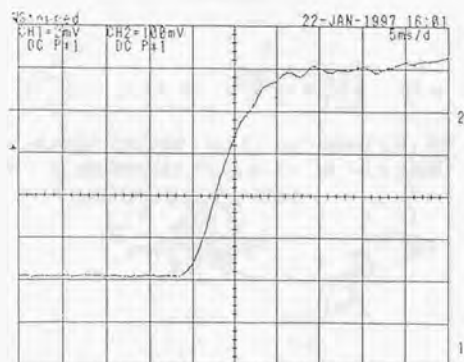


図 5.5: トラップ蛍光の立ち上がり図

と求まる。トラップの大きさは直径で、約 0.2[mm] と見積もられているので、トラップされた原子数は、約 1 0 0 万個と求まる。

5.2.2 トラップされた原子の温度測定

トラップ中の原子の温度は、レーザー冷却・トラッピング技術を用いた如何なる実験においても、非常に重要なパラメータである。本実験においては、重力による自由落下からその温度を算出する、飛行時間法 (Time Of Flight 法) を採用する。この方法は、種々ある温度測定法のなかでも最も信頼性のある温度評価を与えることが知られている。さらに、準安定状態原子においては自由落下する原子の検出に、MCP 入射側表面での Penning イオン化過程を利用することで、SN 比の優れた測定が可能になる。

トラップ中での、原子の速度分布が Maxwell-Boltzmann 分布に従うと仮定する。

$$f(v_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right) \quad (5.6)$$

$$= \sqrt{\frac{M}{\pi}} \exp(-Mv_z^2) \quad (5.7)$$

この式を、

$$z = v_z t + \frac{1}{2} g t^2$$

の関係式によって、変数を速度から時間に変換すると、

$$\begin{aligned} f(t) &= f(v_z) \frac{dv_z}{dt} \\ &= \sqrt{\frac{M}{\pi}} \frac{g}{2} [1 + (t_0/t)^2] \exp\left[-\frac{Mg^2}{4} \left(t - \frac{t_0}{t}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

ここで、トラップから検出器までの距離が十分大きいなどの理由により、初速度の広がり、重力による加速の効果よりも十分小さいとみなせるときには、上の式は、次の様なガウス関数で近似することができる。

$$f(t) \sim \sqrt{\frac{M}{\pi}} g \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{\Delta t^2}\right] \quad (5.9)$$

ここで、

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2kT}{mg^2}}$$

であるので、この時間幅 Δt を測定すれば、トラップ中の原子の温度を求めることができる。実験の手順は、まず磁気光学トラップを生成しておき、パルス幅 2[msec] の、波長 598[nm] の解放光をトラップに照射し、それをトリガにして、トラップ直下 860[mm] の位置にある MCP で落下してくる原子の

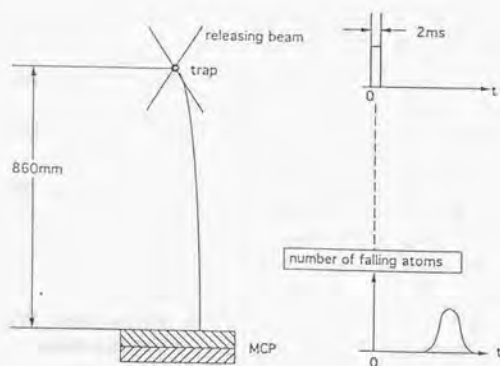


図 5.6: TOF 法による原子の温度測定

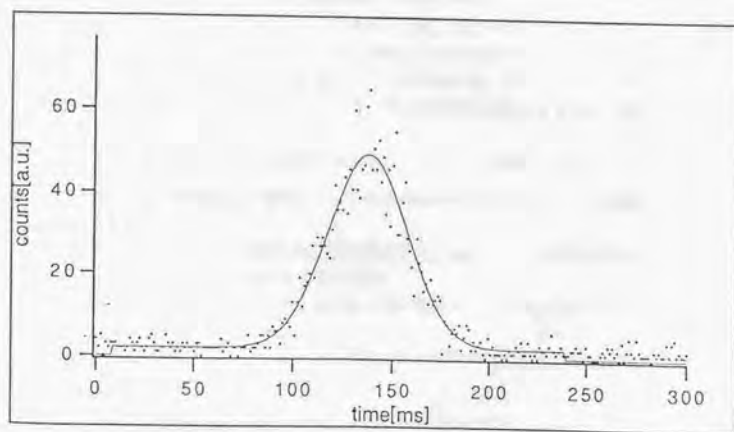


図 5.7: TOF 信号

個数をカウントする。その実験配置図および結果を下に示す（図(5.6)、図(5.7)）。 $1/e$ 半幅は $28.2[\mu\text{m}]$ と見積もれるので、この時のトラップ中の原子の温度は $91.3[\mu\text{K}]$ と求まる。この温度はドップラー温度の約半分である。

5.2.3 原子源の横方向の大きさの見積もり

はじめに

光学に於ける古典的な Young のダブルスリットの実験に於いて、空間的コヒーレンスの議論に関して重要な幾何学的量は光源の横方向の大きさである。時間的コヒーレンス（即ち、光源の単色性）を別にして考えると、この横方向の大きさが小さい程、空間的コヒーレンスが増大し、干渉縞の鮮明度が増すといわれる。これは、また次のようにも考えられる。即ち、光源の横方向の大きさを、それと同じ大きさの開口の存在と同一にみなすのである。この状況では、光はその波長を λ とし開口の大きさを d とすると、 $\theta = d/\lambda$ の角度で回折する。この範囲内にある光（光子）は互いに位相が揃っている、即ちコヒーレントであると言える。

原子の場合も光の場合と同様に、原子線源の横方向の大きさが小さい程、その回折角が大きくなり空間的コヒーレンスが向上する。このコヒーレント領域が検出面をすべて覆う程になると、その原子は位相を揃えて（コヒーレントに）検出されるので、原子の時間軸上の干渉の効果（トランジェントな重ねあわせの効果）を測定する際には有利となる。逆にコヒーレント領域が検出面に比して小さいと、それら小さな面積からの寄与がランダムに足し合わされるので、上の様な効果を観測するのが困難になる。そこで、一般に原子の干渉の効果を観測するには、まず原子源の横方向の大きさを正確に見積もることが必要となる。

原子源の横方向の大きさを測定する方法として次のものが考えられる。

1. 倍率の良い定義された原子レンズで原子線源の像を結ばせて、その大きさを測る。
2. 原子がトラップから解放される際に放出する、 $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{3/2}$ の遷移による、波長 $627[\text{nm}]$ の光の像の大きさを測る。
3. 原子をトラップから解放する際のレーザー光のビームウエストサイズ ($=12[\mu\text{m}], 1/e$ 全幅)
4. Young のダブルスリットの実験で得られる干渉縞の明瞭度 (visibility) から、原子線源の大きさを見積もる

しかし、上に挙げた方法の中には、欠点を有するものがある。即ち、

- ・案 1：まだ精度の良い（収差の少ない）原子レンズが存在しない。
- ・案 2：トラップ中の全原子が $627[\text{nm}]$ の光を放出したとしても、その強

度は 10^{-20} [W] 程度であり、これを分光して像を結ばせるのは困難。

- 案3：本当にビームウエストのサイズで原子が解放されるかは不明。

これにより、案4の Young のダブルスリット実験を行うものが最も簡単で信頼できるものと考えられる。

理論

原子源において平面波であると仮定された原子がダブルスリットの2つの開口のうちの何れか1つを通過して、スクリーン (MCP) 上にいかなる干渉パターンを形成するかを、経路積分の方法を用いて計算する。座標系は図 (5.8) の様に決める。作用 S は、

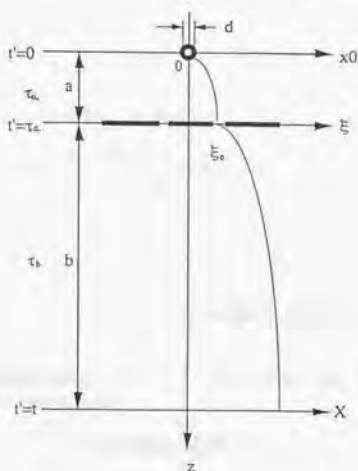


図 5.8: 経路積分の為の座標系

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^t L dt \\
 &= \frac{m}{2} \frac{(\xi - x_0)^2}{\tau_a} + \frac{m}{2} \frac{(X - \xi)^2}{t - \tau_a} + \int_0^t \frac{m}{2} v_z^2(t') dt' + \int_0^t mgz(t'') dt''
 \end{aligned} \quad (5.10)$$

と書ける。右辺の第3項、第4項は、波動関数にかかる位相項になるので、今は省略してよく、

$$\begin{aligned}\psi(X, x_0) &\propto \int d\xi \text{Window}(\xi) \exp\left(\frac{i}{\hbar} S\right) \\ &\cong \int d\xi \text{Window}(\xi) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \frac{m}{2} \left\{ \frac{(\xi - x_0)^2}{\tau_a} + \frac{(X - \xi)^2}{\tau_b} \right\}\right]\end{aligned}\quad (5.11)$$

となる。また、今考えている範囲では、 x^2 の項も無視できるので、

$$\psi(X, x_0) \cong \int d\xi \text{Window}(\xi) \exp\left[-\frac{im}{\hbar} \left(\frac{x_0}{\tau_a} + \frac{X}{\tau_b}\right) \xi\right] \quad (5.12)$$

となる。また、

$$\kappa(X, x_0) \equiv \frac{m}{\hbar} \left(\frac{x_0}{\tau_a} + \frac{X}{\tau_b}\right) \quad (5.13)$$

$$\text{Window}(\xi) = \exp\left[-\left(\frac{\xi - \xi_0}{\delta}\right)^2\right] + \exp\left[-\left(\frac{\xi + \xi_0}{\delta}\right)^2\right] \quad (5.14)$$

とすると、

$$\begin{aligned}\psi(X, x_0) &\propto \int_0^t d\xi \cos[\kappa(X, x_0)\xi] \exp\left[-\left(\frac{\xi - \xi_0}{\delta}\right)^2\right] \\ &\propto \exp\left[-\frac{\delta^2 \kappa^2(X, x_0)}{4}\right] \cos[\kappa(X, x_0)\xi_0]\end{aligned}\quad (5.15)$$

となる。

よって、原子の観測される確率は、

$$\begin{aligned}I(X, x_0) &= |\psi(X, x_0)|^2 \\ &\propto \exp\left[-\frac{\delta^2 \kappa^2(X, x_0)}{2}\right] [1 + 2 \cos\{2\kappa(X, x_0)\xi_0\}]\end{aligned}\quad (5.16)$$

に比例する。

これを、原子の初期位置分布関数で平均すると、実際に観測される干渉縞の形状を与える関数が下の様に得られる。

$$\begin{aligned}I(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(X, x_0) \exp[-(x_0/d)^2] dx_0 \\ &\propto \exp\left[-\left(\frac{X}{\Delta}\right)^2\right] (1 + V \cos kX)\end{aligned}\quad (5.17)$$

但し、

$$\Delta \cong \frac{\sqrt{2}\hbar\tau_b}{m\delta} \quad (5.18)$$

$$V \cong \exp\left[-\left(\frac{m\xi_0 d}{\hbar\tau_a}\right)^2\right] \quad (5.19)$$

$$k \cong \frac{2m\xi_0}{\hbar\tau_b} \quad (5.20)$$

この、visibility, V の表式から、原子源の横方向の大きさ d が、

$$d \cong \frac{\hbar \tau_a}{m \xi_0} \sqrt{\ln(1/V)}$$

の様に求まる。

実験

下に実験配置図を示す。(図(5.9)) 実際には使用しているダブルスリットは金でできており、その厚さは約 $1[\mu\text{m}]$ 、開口の幅は $2[\mu\text{m}]$ で2つの開口の間隔は $6[\mu\text{m}]$ である。

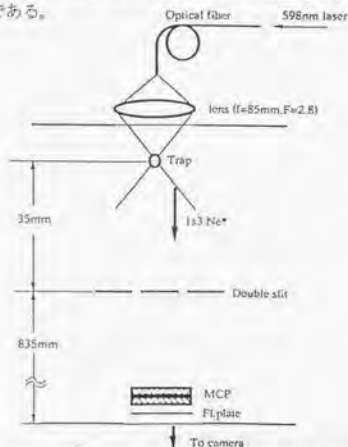


図 5.9: Young のダブルスリット干渉実験配置図

この配置は Shimizu らによって行われたものと、ほぼ同一である。実験は次の手順で行った。

1. 磁気光学トラップを生成する (トラップ用のビームの内の1本を遮断していたシャッターを開ける。)
2. 約 $60[\text{insec}]$ 間、トラップが成長する (トラップに十分原子が溜まる) のを待つ。
3. トラップから原子を解放する波長 $598[\text{nm}]$ のレーザー光を $2[\text{insec}]$ 照射する。その強度は、原子がトラップから 50% 解放される程度。
4. シャッターを閉じ、トラップを消失させる。こうすることで、ノイズの元となるイオンや電子の生成を抑制することができる。

5. 上の過程を2時間繰り返し、598[nm]のレーザーパルスと同期した音声信号と共に、画像をビデオテープに録画する。
6. 音声信号からの相対時刻を指定した画像を、コンピュータの画像メモリに積算して、異なる初速度を持つ原子の干渉縞を得る。

以上の様にして得た干渉縞を次に示す。図(5.10)-(5.14)

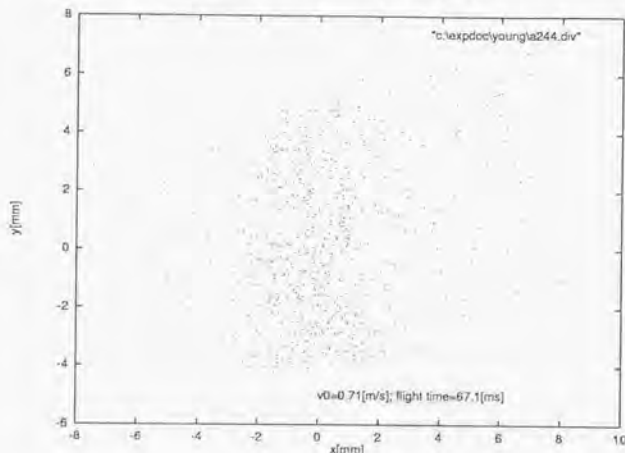


図 5.10: 原子の干渉縞 1

このように、時間分解することで、異なる初速度を持つ原子による干渉縞が得られ、その初速度、トラップからスリットへの到達時間、干渉縞の visibility (鮮明度) から、式(5.2.3)を用いて、原子線源の横方向の大きさ ($1/e$ 半値幅 d) を求めることができる。図(5.15) から図(5.19) に、干渉縞に直交する方向に射影した点の数を数えて強度分布を取り、合わせて、フィッティング関数も表示したものを示す。

さらに、原子の初速度、トラップからスリットへの到達時間、干渉縞の visibility、原子源の大きさ ($1/e$ 半値幅) を表(5.1) にまとめたものを示す。

以上の測定結果より、原子源の横方向の大きさは、 $80[\mu\text{m}]$ 程度と見積もることができる。この大きさは、もちろんトラップ自体の大きさ $200[\mu\text{m}]$ より小さいが、原子解放用ビームの大きさ $12[\mu\text{m}]$ より大きい。この理由としては、原子を解放するために、冷却サイクルから $2p_5$ の準位にオプティカルポン

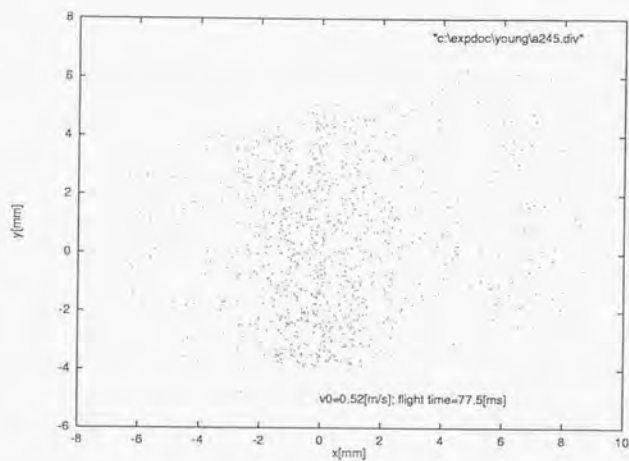


図 5.11: 原子の干渉縞 2

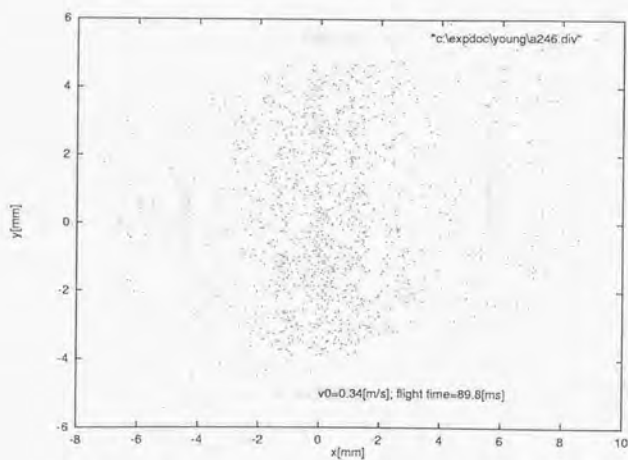


図 5.12: 原子の干渉縞 3

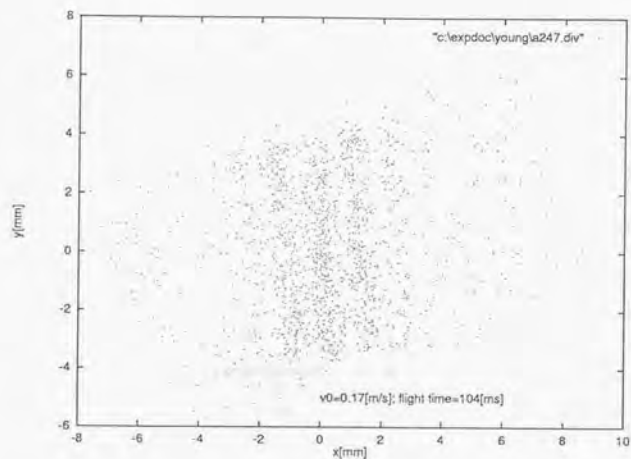


図 5.13: 原子の干渉縞 4

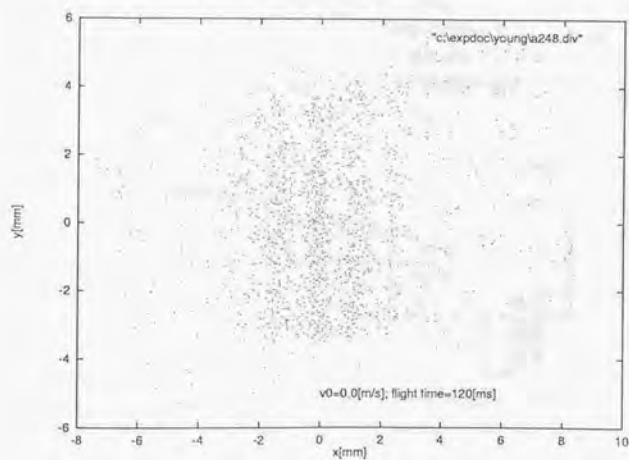


図 5.14: 原子の干渉縞 5

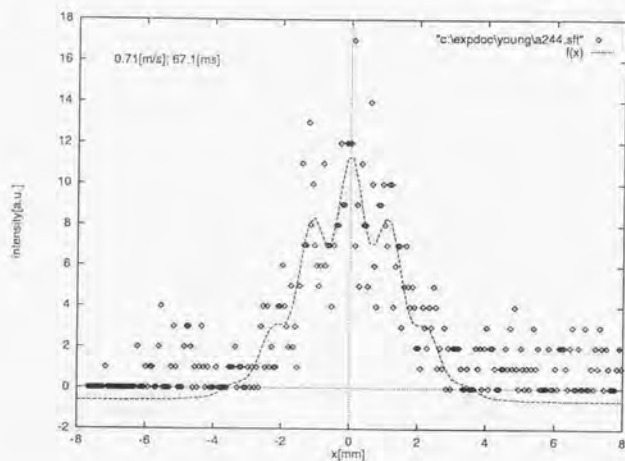


図 5.15: 原子の干渉縞 (積算) 1

ブするために必要な光強度が非常に微弱なものでも良い事、解放光をフォーカスするためのカメラレンズの精度の問題から、ビーム断面がガウス型ではなく周辺部まで裾を引いている可能性があること等が挙げられる。この測定結果は、原子源の横方向の大きさの実効的な値として甘い見積もりをしてはならないということを示唆している。

初速度 [m/s]	トラップから スリットへの 到達時間 [ms]	Visibility	1/e 半幅 d[μ m]
0.71	67.1	0.349	72.2
0.52	77.5	0.427	77.1
0.34	89.8	0.442	86.0
0.17	104	0.639	72.5
0.00	120	0.682	79.2

表 5.1: Young のダブルスリット実験結果

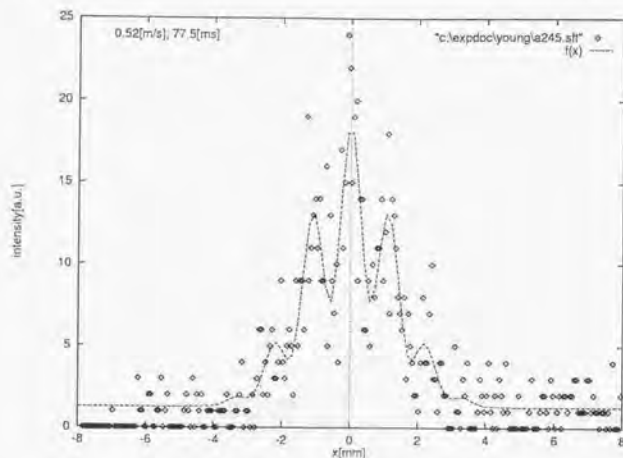


図 5.16: 原子の干渉縞 (積算) 2

5.2.4 原子のコヒーレンス領域の大きさの見積もり

前節に於ける測定によって、原子のコヒーレンス領域の大きさを見積もることができる。ここでいうコヒーレンス領域とは、回折によって広がった領域と考えてよい。この範囲内にやってくる原子波は、位相を描えていると考えられる。その際の回折角 θ_D は、原子線源の直径を d 、de Broglie 波長を λ_{dB} とすると、

$$\theta_D = \frac{\lambda_{dB}}{d} = \frac{h}{mv_0 d} \quad (5.21)$$

である。ここで、 v_0 は原子源に於ける速度である。原子が自由運動をするときは、原子源から距離 L の位置でのコヒーレンス領域の大きさは、

$$a = 2\theta_D L = \frac{2hL}{mv_0 d} \quad (5.22)$$

であるが、実際には原子は重力によって鉛直下方に引かれている。このような原子に対して、コヒーレンス領域の直径 a は、水平方向の速度 $v_0 \theta_D$ と経過時間 t の積であり、

$$a = 2tv_0\theta_D = \frac{2h}{md} \left[-\frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{2L}{g}} \right] \quad (5.23)$$

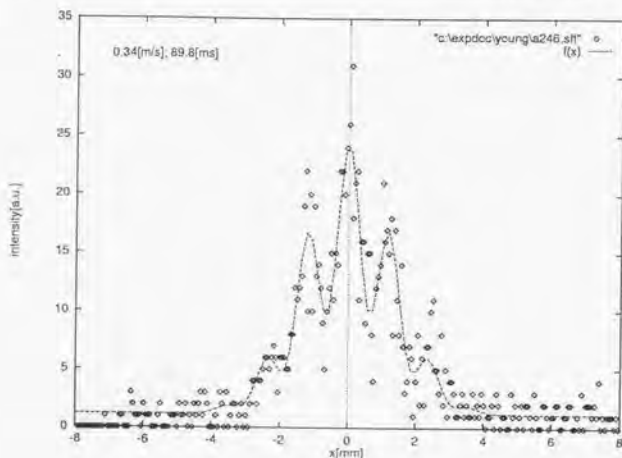


図 5.17: 原子の干渉縞 (積算) 3

となる。重力による加速の方がずっと大きい ($v_0 \ll \sqrt{2gL}$) ときには,

$$a = \frac{2h}{md} \left(\sqrt{\frac{2L}{g}} - \frac{v_0}{g} \right) \quad (5.24)$$

である。この式に、前節で得られた結果として、 $d = 0.1[\text{mm}]$, $v_0 = 30[\text{cm/s}]$ を代入すると、 $a = 0.15[\text{mm}]$ となる。

ここで、コヒーレンス領域の大きさが信号強度にどのように影響するかを考えてみる。コヒーレンス領域の面積を s 、信号検出にかかる検出器の全面積を S とすると、独立なコヒーレンス領域数は $n = \frac{S}{s}$ となる。バックグラウンドも含めた全シグナル数は単に、 $S = ns$ に比例する。一方、相関の効果による信号の寄与は、異なるコヒーレンス領域からの寄与が、ランダムな位相でたし合われるので、 \sqrt{ns} に比例する。このときの SN 比は、

$$S/N = \frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s}{S}}$$

となる。つまり、全検出器面の面積に比して、コヒーレンス領域の面積が小さいと、相関の効果を観測することが困難になるということである。今、検出器面の 1 次元的な大きさは、 $A \cong 20[\text{mm}]$ であり、先程計算したコヒーレンス領域の面積は、その約 2 万分の 1 になる。

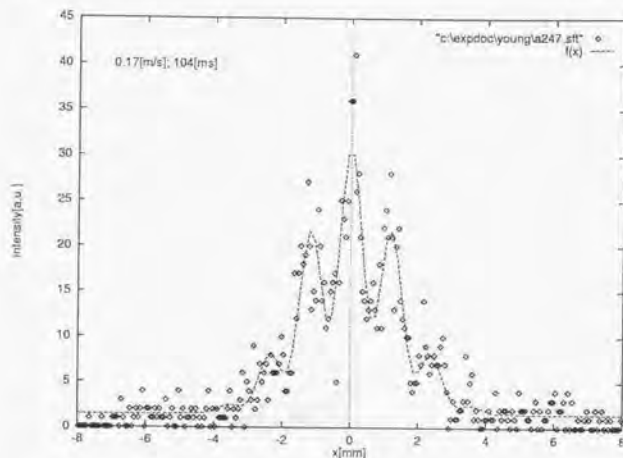


図 5.18: 原子の干渉縞 (積算) 4

5.2.5 原子用静電凹レンズ

前節でみたように、これまでに準備してきた実験条件においては、コヒーレンス領域の面積が検出器の全面積に比して、非常に小さいことから、期待する原子の相関の効果を観測することは困難になると考えられる。

この困難は、凹レンズを使用して、コヒーレンス領域の面積を拡大することによって回避される。この場合、電場の存在が原子の位相を乱すか否かが問題になるが、Shimizu らの実験によっても示されたように [4]、電場のような外場の存在下においても、原子はその位相情報を (ある一定位相シフトを除いて、但し軸対称な場においては、これはキャンセルされる) 失わないので、この点については心配ない。

静電凹レンズの原理は、第 3 章において一般的に論じられている。原子に対する静電場の作用は 2 次の Stark 効果によるもので、原子は電場の大きい方に引き寄せられる。そして、殆どの場合において、原子は中心軸から離れる方向の力を受ける。

静電凹レンズによる原子線回折実験

電場が凹レンズとして機能するためには、第 3 章でも説明したように、軸対称なものであれば、何でも良い。今回採用した形式は、最も簡単で、且つ、

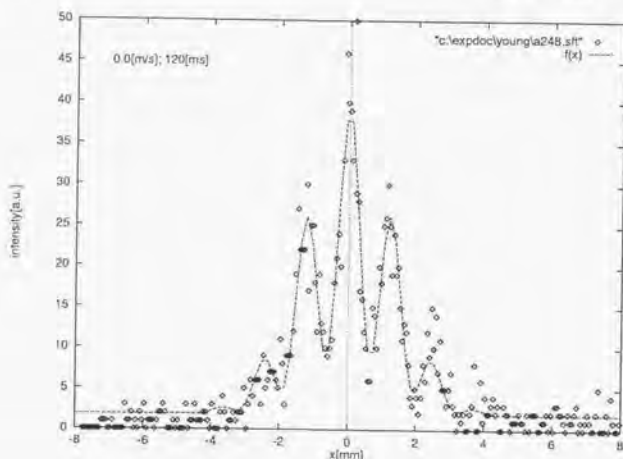


図 5.19: 原子の干渉縞 (積算) 5

レンズ部の外側には電場の影響をなるべく残さないように、3枚の円盤の中心に穴を開けたものを並べて、その真ん中のものに、高電圧を印加するものである (図 (5.20))。外側の2枚は接地されている。この形式は電子顕微鏡が発明されたことから用いられている典型的なものである。この静電凹レンズによる原子の回折効果を確認するための実験配置を図 (5.21) に示す。実験結果は下の様である (図 (5.22))。印加電圧を上げるに従って、原子の像が拡大している様子が解る。

この実験結果から解るように、この静電凹レンズによって原子線を回折させることにより、コピーレンズ面積を拡大することができる。

ここで注意すべき点は、この静電凹レンズを使用することによる、原子波面曲率の変化である。この半径の変化は第3章にて計算してある。原子の強度相関測定実験をする際には、このことを考慮した検出器面を用意する必要がある。その詳細については次節で説明する。

5.2.6 2原子相関測定実験

はじめに

トラップの中心に集光した、波長 598[nm] の解放光を適当な強度で照射し、CW 極低温原子線を生成する。この点状の原子源から、距離 L だけ下方で、

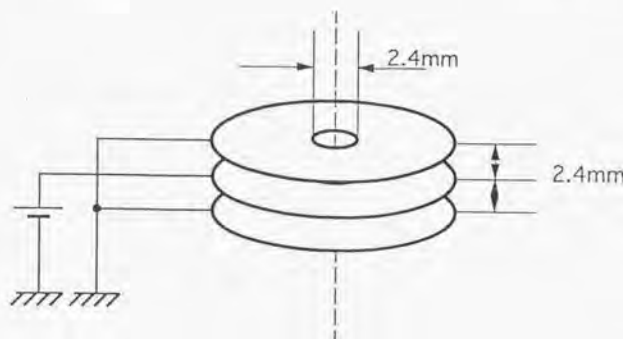


図 5.20: 原子用静電凹レンズ

2 原子相関を測定する。原子の検出は、フォトンカウンティング法によって行う。原子波面に適合するような曲率半径 (600[mm]) を持つ金蒸着鏡に、準安定状態 Ne 原子が衝突するときに Penning イオン化によって放出される電子を MCP で検出する。各原子の到着は、対応する実時間上のパルスによって知られる。この様なパルス列の測定から、強度相関関数を求める為に、隣り合う 2 つのパルスの間隔の分布を求めるという方法が古くから用いられてきた [付録 A]。すなわち、問題となる時間領域で、パルスのやってくる確率が小さいときには、パルス間隔分布は、強度相関関数 (2 次のコヒーレンス関数) に比例する。

対比のために、古典的粒子 (砂粒など) をバラバラと降らせたとき、パルス間隔分布がどうなるかを調べてみる。この様な過程はポアソンインパルス過程と呼ばれる確率過程によって表現されることが知られている。単位時間当たり λ の到着のある事象において、時間間隔 t の間に、 k 単位の到着がある確率は、

$$p(k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad (5.25)$$

で与えられる。

例 1)

1 秒間に平均 100 個ずつ、ランダムに粒子が降ってくる時、時間間隔 1[μ s] に 2 個の粒子が到着する確率。

$$p(2) = (100 \times 10^{-6})^2 / 2! \times \exp(-100 \times 10^{-6}) = 5 \times 10^{-9}$$

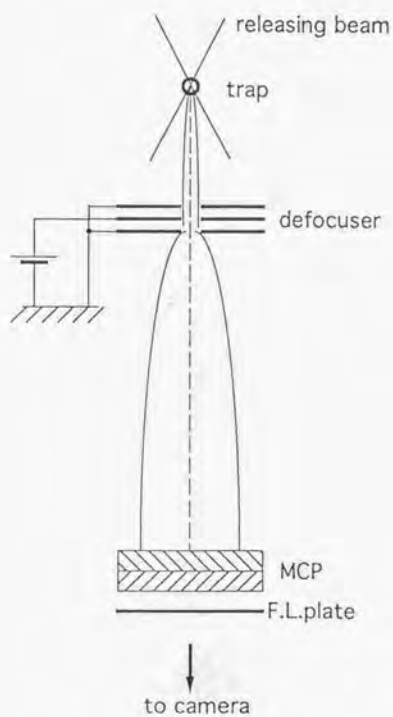


図 5.21: 原子用静電凹レンズによる回折実験配置図

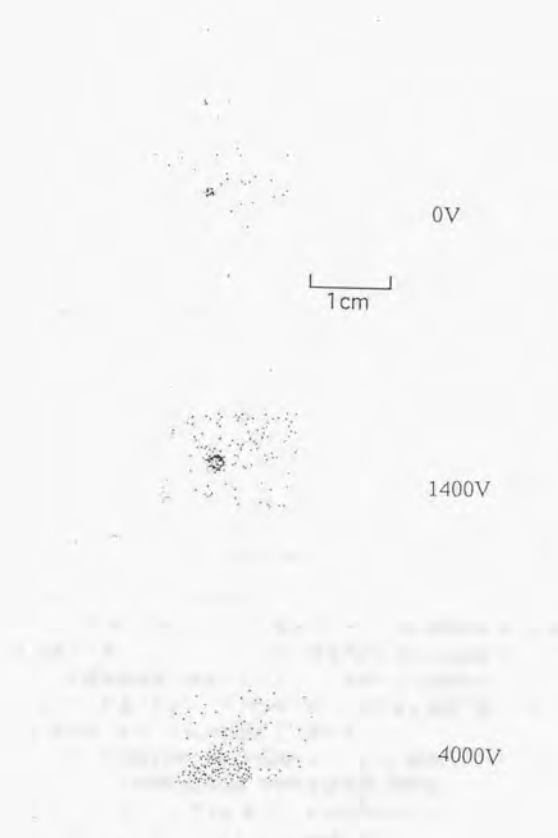


図 5.22: 静電凹レンズ回折実験結果

その様な事象は1秒間に0.005回、1時間に18回有り得る。

例2)

先例と同様の条件下で、時間間隔 $4[\mu s]$ に2個以上の粒子が到着する確率。

$$p(k \geq 2) = 1.6 \times 10^{-7}$$

その様な事象は1秒間に0.04回、1時間に144回有り得る。

次に、パルス間隔分布関数は、上のポアソン分布の式(5.25)から、次の様に求まる。

時刻0から τ まで、到着が無い確率は、

$$p(0) = e^{-\lambda\tau} \quad (5.26)$$

これは、相次いで起きる事象の間隔が τ よりも大きくなる確率に等しい。

$$\int_{\tau}^{\infty} f(t) dt \quad (5.27)$$

式(5.26)と式(5.27)を等しくおけば、

$$\int_{\tau}^{\infty} f(t) dt = e^{-\lambda\tau} \quad (5.28)$$

この両辺を τ で微分すれば、

$$f(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau} \quad (5.29)$$

と求める事ができる。(指数分布)

このパルス間隔分布関数の表式から解るように、パルス間隔の小さい事象の生起確率が大きくなっている。これは、時系列的にまれにしか起こらないとされている航空機事後、地震等がときとして頻発することがあることを示しているものである。しかし、その相関時間は、前に示した原子線の強度揺らぎの相関時間(コヒーレンス時間)とは関係無い。

つまり、原子を砂粒と同じような古典的粒子とみて、到着時刻の相関を見れば、コヒーレンス時間の数倍程度の時間領域では、殆どflatなものが得られる(図(5.23))。即ち、各原子が全くランダムにやってくるはずである。しかるに、波動的な振る舞いを示すものとみれば、コヒーレンス時間内に次の原子を検出する確率が高くなるはずである。(バンチングの性質を示す)

そのどちらであるのかを、確認するために実験を行った。実際の実験での、原子カウンターの典型的な値は100[1/sec]であり、この場合、コヒーレンス時間内に2個の原子のやってくる確率は非常に小さいので、SN比良く相関関数を求めるためには、数十時間のデータ積算時間を要する。更に、バンチングの効果が2原子間の引力的相互作用(van der Waals力等)によるもので

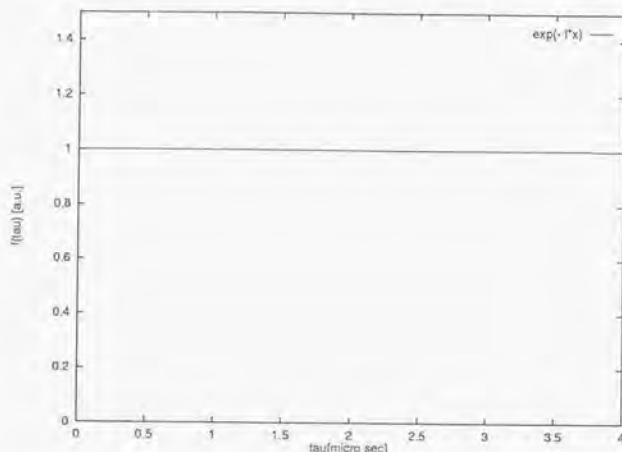


図 5.23: 古典的粒子の相関関数

ある可能性を排除するため、電気ノイズ等の影響により、単一の実験では、原子の相関効果を明確に示すことは難しいので、比較実験を行った。

実験装置の概要図を図 (5.24) に示す。1s₅準安定状態のネオン磁気光学トラップにフォーカスした波長 598[nm] の解放ビームを照射するとネオン原子は上の 2p₅ 状態に励起される。その内、半数は基底状態まで落ちて行き、その際に、VUV 光を放出する。残りの半分は 1s₃ 準安定状態に緩和する。この両方の原子共にトラップから解放されて、自由落下を始める。しかし、基底状態の原子は、MCP によって検出することはできないので、無視する事ができる。原子線の視野角を制限することで選ばれる空間的にコヒーレントな 1s₃ 状態のネオン原子線は、トラップ直下 82[cm] の検出器によって検出される。この原子線の鉛直方向の速度分布は、1/e の速度 $v_s = 28[\text{cm/s}]$ のガウス型である。検出器での原子の速度は 4[m/s] まで加速され、速度広がり は 0.5[m/s] までに減少される。原子源の横方向の大きさ d_s は、前節の Young のダブルスリットの実験で見積もられたように、60 から 100[μm] である。これから、原子源に於けるコヒーレント角 $\theta_{coh} \approx 2h/(mv_s d_s)$ は、 1.8×10^{-3} から 3×10^{-3} と求まる。これは、検出器に於ける、回折制限された原子線の半径が、0.16[mm] から 0.26[mm] であることを意味する。

先の節でも説明したように、2 原子相関測定に於ける検出器は、金を蒸着した直径 12[mm] の凹面鏡と 4 個の MCP から成る。この MCP で金蒸着鏡表面から放出した Penning 電子を検出する。鏡表面は厚さ 0.1[mm] のアルミ

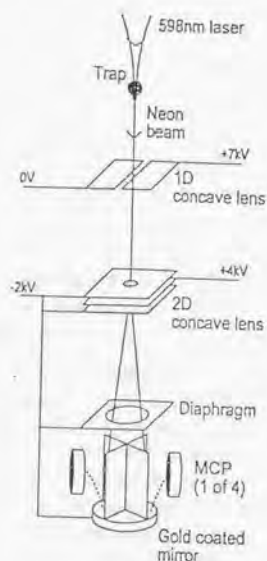


図 5.24: 2 原子相関測定実験概要図

板によって4つの部分に分割されている。各部分から放出された電子は、それぞれの MCP によって検出されるのである。各々の MCP からの電子パルスは増幅され、ディスクリミネータによってパルス整形される。この信号は2次パルス抑制器に送られる。これは、同一の MCP からの最初のパルスの後、 $6[\mu\text{s}]$ 以内に検出したパルスを抑制するものである。(同一の MCP から発生する、 $6[\mu\text{s}]$ 以内の2次パルスは、ノイズであることが多い。) 4つのチャンネルからの幅 $25[\text{ns}]$ の出力パルスは足し算されて、コリレータに送られる。このコリレータは、最初のパルスで計数を開始し、2番目のパルスで計数を停止する、時間分解能 $16.67[\text{ns}]$ のパルス間隔計数器である。このコリレータは、2番目のパルスが $4[\mu\text{s}]$ 以内に計数されない場合は計数を停止し、メモリ内容を消去するように設計されている。2個のパルスが $4[\mu\text{s}]$ 以内に検出された場合にはこの事象を、近同時刻事象としてパーソナルコンピュータに記録する。レコード(記録される1行のデータ)には、パルスの時間間隔、2個のパルスを検出した MCP の組、その事象の発生した時刻、実験条件を示す

情報が記録される。データ積算は 68.3[s] 続いて、0.8[s] 中断する。この中断時間に、飛行時間法によってトラップ原子の温度を測定する。これは、データ積算時間が非常に長期にわたるため、リアルタイムで温度測定を行う必要があるからである。さらに、トラップの形状や、強度は 2 個の CCD カメラで常にモニターされ、その様子は VTR にて録画される。データ積算は連続的に 20 時間から 50 時間にわたって行われる。この様な長時間にわたって CW 色素レーザーの強度、周波数の安定化を自動化することは実際上不可能であり、実験系自体かなり大規模で複雑であるので、それを監視しておく必要がある。次に述べる、空間的コヒーレンス制御による比較実験では、3~4 人が交代制で監視を行い、その次に行われた原子波面・検出器波面適合度制御による比較実験では、

- ソース部に対する液体窒素自動供給装置の考案・開発
- トラップ原子解放レーザー光周波数自動追尾装置の考案・開発
- 原子カウント数減少時警報装置

などにより、ほとんど 1 人（時に 2 人）で長時間データ積算を行う事が可能になった。液体窒素自動供給装置は、ソース部の液体窒素導入口に取り付けられたサーミスタにより温度を計測し、ある設定温度以上になると液体窒素を供給する仕組みになっている。供給器は、市販の液体窒素汲み出し器（通称クライオジェット）に多少手を加えたものを利用した。このクライオジェットは、ゴム球を押す事によって少量の液体窒素を上部の蒸発器へ導き、蒸発したガスで液面を押して液を押し出す仕組みになっている。この汲み出し用ステンレス筒（デュワー瓶内部）の最下部にヒーター（抵抗器）を取り付け、これで、液体窒素を気化させた。これにより、液体窒素デュワー瓶（20ℓ）を満タンにしておけば、12 時間は全く手をつける必要がなくなった。レーザー冷却・トラッピング光（波長 640[nm]）の周波数安定化は、飽和吸収線にロックすることで比較的容易に行う事ができ、一度ロックさせたら、種々の条件にも依存するが、およそ 10 時間はそのロックが外れる事はない。これに対し、トラップ原子解放光（波長 598[nm]）の周波数安定化は困難である。これは、この遷移が非常に弱い為、飽和吸収による波長安定化ができないからである。しかし、この解放光の波長がわずかにずれただけで原子カウント数は激減してしまうので、実際の実験時には、原子カウント数を見ながら、手動で解放光周波数を最適化していた。この方法では、色素レーザーの強度・周波数安定度にもよるが、1 時間に 1 回は周波数を調整する必要がある。長時間のデータ積算を行うに当たっては、これも自動化することが望ましい。これは、TOF 測定時に、解放光周波数 ω の時の原子カウント数 $n(\omega)$ と、それから $\pm \Delta\omega$ だけずらした時の値 $n(\omega + \Delta\omega)$ 、 $n(\omega - \Delta\omega)$ の 3 つの値を測定し、これを 2 次関数で補間することで、最適値 ω_{prop} を求めるというものである。また、原子カウント数があらかじめ設定しておいた値（例えば 30[1/s]）より

も少なくなった場合(トラップレーザー光の周波数ロックが外れてトラップが消失した時、解放レーザー光の周波数が外れてしまった時等)には、ブザーが鳴るようにすることで、異常をオペレータに知らせる様になっている。

空間的コヒーレンス制御による比較実験

本比較実験に於いては、原子線の空間的コヒーレンスの大きさの異なる2つの状況で行われた。空間的コヒーレンスは原子源(磁気光学トラップ)と原子検出器金蒸着鏡の間にある、原子用静電凹レンズとダイアフラムによって制御した。このレンズは鏡の上部33.6[cm]にあり、前節でも説明した様に直径2.3[mm]の穴の開いた3枚のアルミ板から成る。この3枚のアルミ板は各々2.3[mm]間隔で並んでいる。この内、真中の円盤に+6[kV]の電圧を印加すると原子線の広がりは約4.0倍拡大される。この時、レンズに於けるダイアフラムの実効的な直径は0.3[mm]まで縮小され、検出器に衝突する原子線は殆どコヒーレントである。電圧を印加しない時には直径2.3[mm]の穴を通る全ての原子が検出器鏡を叩くことになる。この直径は回折制限された原子線の直径の約1.0倍大きいので、原子線はインコヒーレントと考えられる。単に、原子用静電凹レンズをON/OFFするだけでは、その両者に於ける原子カウント数が大きく異なった物となる。これを等しくするために、原子線源の直下約15[cm]に、2枚のアルミ板を鉛直方向に直交する同一平面上に5[mm]の間隔を開けて置いた、1次元静電凹レンズ(シリンドリカルレンズ)を設置した。これはスリットに直交する方向には原子線の広がりを拡大するが、平行方向には何の影響も与えない。2次元凹レンズをOFFにした時には、この1次元凹レンズ電極間に7[kV]の電圧を印加し、比較実験の両条件下に於ける原子カウント数を等しくした。電気ノイズに起因する効果を取り除く為に以下の事象は解析からは除外した。

- その前後のイベントから原子100カウント以内で検出されたもの(生じたもの)
- 連続する10イベント中、3つ以上の短時間相関($\tau \leq 66[\text{ns}]$)を含む場合、そのイベント全て

図(5.25)に観測された強度相関スペクトルを示す。図(5.25)(a)は凹レンズに6[kV]の電圧を印加したもので、図(5.25)(b)は電圧をOFFにしたものである。各点は時間間隔 $\Delta\tau = 16.67[\text{ns}]$ に於ける事象の総数を示している。データ積算時間は5.25(a)で4.7時間、5.25(b)で4.3時間である。第1番目のカウント数は恒等的にゼロになる。これは入力パルス幅がパルス間隔計数器のチャンネル幅よりも大きいからである。図(5.25)(a)では、 $\tau = 0$ 付近に於けるピークの存在が明らかに解る。図(5.25)(b)では殆どなだらかである。上で、偽の信号を除去する為の操作を行ったが、原点 $\tau = 0$ 付近のデータは

変則的に大きな値を示している。そこで定量的な評価をする為に、飛行時間法によって求められた原子の平均速度 $v_a = 28[\text{cm/s}]$ を用いて、第5番目の点から100番目の点により、実験式

$$P(\tau) = N^2 \left\{ 1 + \frac{\beta}{\sqrt{1 + (\beta \Delta \omega \tau)^2}} \right\} \quad (5.30)$$

でフィッティングを行い、 β の値を求めた。最少二乗法によるフィッティングで求まる β の値は、コヒーレント照射の場合 1.00 ± 0.30 であり、インコヒーレント照射の場合 0.19 ± 0.15 であった。ここで誤差の値は 3σ に於けるものである。つまり、コヒーレント照射とインコヒーレント照射の間の統計的差は 5σ を越えるものであることを意味している。この解析に於いて除外された2番目から4番目の点を解析に加えると、コヒーレント照射の場合に非現実的な値 $\beta > 1$ を与えてしまう。それでも、2つの条件での差は 5σ を越える。逆に、解析から除外するデータ点数を減らしていくと、 β の値は少しずつ減少していき、コヒーレント照射の場合に0.8、インコヒーレント照射の場合に0.15へと落ち着いていく。データ除外数を増やしていくと、コヒーレント照射の場合のエラーバーは徐々に大きくなっていくが、これはピークの存在は $\tau < 0.5 \mu\text{s}$ 領域のデータに依存するから当然予想されることである。2つの条件の統計的差は、12番目のデータまで除外しても尚 3σ よりも大きい。この強度相関スペクトルの統計的差は、図(5.25)(a)に見られるピークが原子線の2次の相関によるものである事の確固たる証拠である。インコヒーレント照射の場合、その原子線の直径は、平均速度を持つ原子の回折制限されたビームのそれよりも少なくとも6倍の大きさである。もしも、図(5.25)(b)に於ける残存ピークが大きな回折角を持つ低速原子によるものであるとすれば、その高さはバックグラウンドカウントの3%を越えるものではない。故に、観測された値 $\beta = 0.19$ はエレクトロニクスの過渡的応答が完全に除去されていないことを示している。同じ理由から、コヒーレント照射の場合に得られた β の値も、過渡応答が無い時に得られる値よりも大きいものである。

原子波面・検出器面適合度制御による比較実験

前節の比較実験に於いて、実験配置が変わると凹レンズと原子検出鏡の間に於ける原子の軌道は違うものとなっている。この場合、凹レンズを使用するコヒーレント照射の条件下では、原子の軌道が大きく広げられてしまい、検出器表面とは異なる金属表面に衝突して電子を放出し、それが偽の信号としてカウントされているという恐れがある。この可能性を排除するためには、比較実験の両方の場合について、原子が通過してくる場を共通とするような実験を行う必要がある。変化させるものは、原子波面と、原子検出器表面との適合度である。具体的には、原子検出用金蒸着鏡を、正しく垂直上向き方向に向けたものと、それから $10[\text{mrad}]$ 程度傾けたものとを比較する。

この様に鏡を傾けた場合、正しく鏡をセットしたときに同時に検出されるべき原子の対が、遅延時間をもって検出されることとなる。この結果、得られる強度相関関数は、ピークの高さが減少し、その幅が広がった、などかなものとなると期待される。

第4章で求められた、理想的な2次の相関関数から、原子検出鏡を傾けたときの、相関関数を計算してみる。図(5.26)に、その様子を示す。傾ける前の球面を S_A 、傾けたときの球面を S_B とする。 S_A 上の任意の点は、曲率中心からの見込み角、 α_1 と、 ϕ_1 の2つのパラメータで指定できる。ここで、 ϕ_1 は面、 Oz_1z_2 と曲面の交線から、 z_1 軸まわりにはかった回転角。 $(0 < \alpha_1 < \alpha_0, 0 \leq \phi < 2\pi)$ この曲面 S_A 上に、2点 A_1, A_2 を考える。この2点で原子が同時に検出される。鏡の曲率半径を R とすると、この2点は、

$$A_i(R \sin \alpha_i \cos \phi_i, R \sin \alpha_i \sin \phi_i, R(1 - \cos \alpha_i)) \quad (i = 1, 2) \quad (5.31)$$

と表せる。この2点を球面 S_A 上に固定したまま、 S_A を、 y_1 軸のまわりに θ だけ傾け、2点 A_i ($i = 1, 2$) が、 B_i ($i = 1, 2$) に移るとする。その移動距離は、

$$\overline{A_i B_i} = 2R \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\sin^2 \alpha_i \cos^2 \phi_i + (1 - \cos \alpha_i)^2} \quad (i = 1, 2) \quad (5.32)$$

よって、遅延時間は、

$$\Delta t_i = \frac{\overline{A_i B_i}}{v_0} \quad (5.33)$$

$$= \frac{2R\theta}{v_0} \sqrt{\sin^2 \alpha_i \cos^2 \phi_i + (1 - \cos \alpha_i)^2} \quad (5.34)$$

$$= \Delta t_i(\alpha_i, \phi_i) \quad (i = 1, 2) \quad (5.35)$$

期待される関数形は、

$$J(\tau) = \frac{1}{S} \int \int g(\tau + \Delta t_1 + \Delta t_2) dS_1 dS_2 \quad (5.36)$$

$$= \frac{1}{S} \int_0^{\alpha_0} d\alpha_1 \int_0^{\alpha_0} d\alpha_2 \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^{2\pi} d\phi_2 \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2}{\sqrt{1 + \{\Delta\omega(\tau + \Delta t_1 + \Delta t_2)\}^2}} \quad (5.37)$$

以上の様に求まった関数形で、傾き角 θ が、 $0.3[\text{mrad}]$, $10[\text{mrad}]$ の場合について、グラフに描いたものが、図(5.27)である。この2つのグラフから解るように、わずか $0.3[\text{mrad}]$ 鏡を傾けただけで、遅延時間ゼロに於ける値が2から1.5にまで減少し、 $10[\text{mrad}]$ 傾けるとほとんど平らになってしまう。これにより、鏡を傾けることによって、得られる結果に明確な差の生じることが解るが、同時に、相関の効果を検出するためには、鏡を精度良く原子波面に適合させることが、重要になることも解る。より具体的に表現すれば、球面鏡の法線方向と重力の方向を等しくなるようにするということである。重

力の方向（垂直方向）を知るために、以前は、糸の先に重りを取り付けたものを釣り下げるという方法を用いたが、これでは、あまりよい精度を期待できない。（糸の長さを 1[m] としたとき、重りの先端が 1[mm] 程度ふらつくことは通常有り得ることであるが、このときの角度の不確定性は 1[mrad] である。）そこで今回は、一般に液面が水平であることを利用する方法を用いた。この様子を描いた模式図を、図 (5.28) に示す。原子線の通過してくる筒状真空槽の最下部のフランジを取り外した状態で、真空槽上部から、原子解放用レーザー光を照射する。100[cc] ビーカーに、エチレングリコールを 50 [cc] 程度入れたものを用意し、真空槽下部の床の上に置く。ここで、簡単に水ではなく、エチレングリコールを使用した理由は、粘性の高さによる液面の揺らぎの小ささと、屈折率の違いによる反射率の大きさである。（垂直入射時の反射率は、 $R = \left(\frac{n_2-1}{n_2+1}\right)^2$ ）また、ビーカーの底には、黒い紙を敷いて、ビーカー底面からの反射を防止した。このエチレングリコール液面中央部に、レーザー光が当たるようにする。ビーカーの内壁近くの液面は、メニスカスが生じているため、水平ではないからである。真空槽内の光軸上（液面から 1[m] 上方）に、その下側を観察できるように鏡を取り付けたピンホール（ $\phi \sim 0.2[\text{mm}]$ ）を置き、エチレングリコール液面で反射したレーザー光による光点を見ながら、真空槽全体の角度を調整する。この光点が、ピンホールと丁度重なるようになれば、真空槽は垂直であるといえる。真空槽はかなり大きいものである。その角度を微調することは難しいが、光点をピンホールから 0.6[mm] 以内の位置に返す程度の精度での調整を行うことはできた。（このピンホールは、アルミ箔で裏打ちした方眼紙に $\phi 0.2[\text{mm}]$ の穴を開けたものである。アルミ箔で裏打ちした方眼紙をアクリルの板で挟んで、これを行った。こうすることで、ピンホールの切り口をシャープにすることができ、よけいな紙の繊維による光の散乱を防ぐことができる）この時の精度を角度で換算すると 0.3[mrad] である。次に、原子検出器のついたフランジを真空槽に取り付け、金蒸着鏡の角度を、先と同様に、反射光がピンホールと重なる様に調整すれば、この鏡の法線と重力方向が一致することになる。さらに、この真空槽にはリファレンス用の He-Ne レーザーが取り付けられており、このアライメントと同時に、このレーザーも垂直下向きに角度調整しておく。こうしておけば、このリファレンス用レーザーによって角度のずれをモニターすることができ、常に真空槽の垂直を保つことが可能になる。

原子検出鏡の角度調整は、2本の直線導入器により真空槽外部からこれを行う事ができる様になっている。鏡を傾けるモードの時には、その鏡の法線と、重力の方向との成す角は、10[mrad] である。この時、鏡表面全体での平均到着時刻差 $\tau_a = 15[\mu\text{s}]$ である。本比較実験では、検出器鏡全体をコヒーレントに照射するために4個の金属球（直径 0.8[mm]）から成る原子用凹レンズを使用した。各球は一辺 1.26[mm] の正方形の頂点に位置し、原子検出鏡

の上48[cm]に設置される。直交する対角電極対間に1800[V]の静電圧を印加することで原子の軌道を広げる。また、各電極に印加される電圧を分圧器などで適当に微調することで、分割された原子検出鏡の各部分に均等に原子が照射されるようにすることができる。この比較実験に於いても、かなりの長時間のデータ積算を要した。典型的には、6時間毎に原子検出鏡の角度を変えて24時間データ積算し、それを数回繰り返した。各々70時間積算された測定結果を以下に示す(図(5.29))。

今回のデータ解析も前節の比較実験と同様に行われた。図(5.29)(a)の点線は $v_0 = 28[\text{cm/s}]$ とし、 β の最確値を0.68とした時の方程式(5.30)によるフィッティング関数である。 3σ に於ける誤差の大きさは ± 0.29 であった。原子検出鏡を傾けると、先に説明した様に原子対の検出に時間差が生じる、即ち時間原点がずらされる。この結果、強度相関スペクトルのピーク幅はおおよそ因子 $\Delta\omega\tau_0$ だけ増大し、ピーク高は同じくらい減少することが期待される。この効果を近似する最も簡単な方法は、式(5.30)の $\Delta\omega$ を $1/\tau_0$ で置き換える事である。 $\Delta\omega\tau_0 = 10$ を用いると、 $\beta = 0.20$ を得る。これを図示したものが図(5.29)(b)の点線である。この場合の 3σ に於ける β の誤差は ± 0.19 である。即ち、2つの実験結果の統計的差は 3σ である。これにより、原子検出鏡を傾けるという比較方法によっても、この効果が原子間引力等によるものではなく、量子統計性に基づく相関の効果であることが示された。

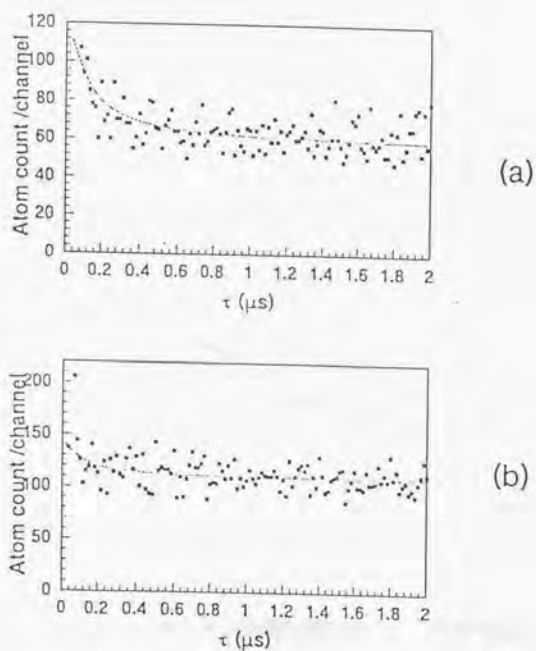


図 5.25: 2次相関スペクトル:(a) コヒーレント原子線,(b) インコヒーレント原子線

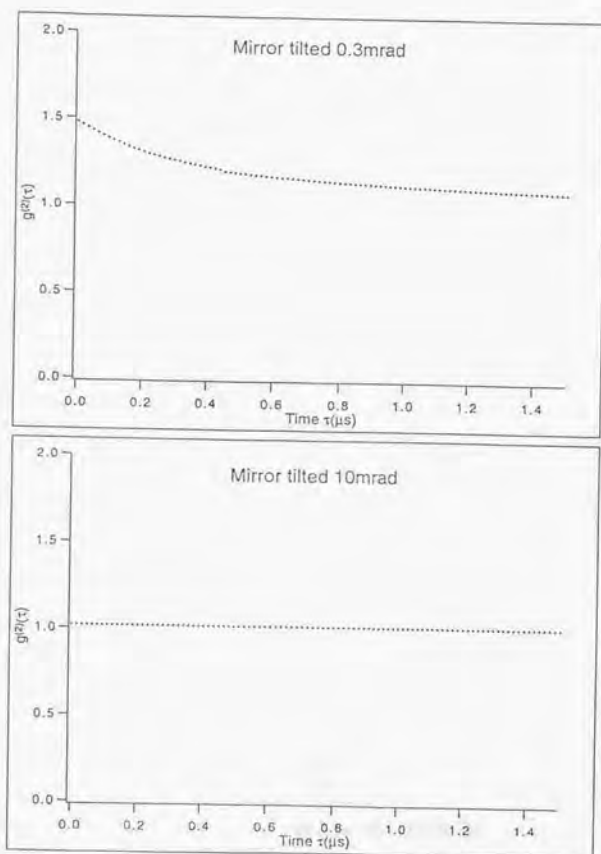


図 5.27: 検出鏡を傾けた時に得られる相関関数の計算結果

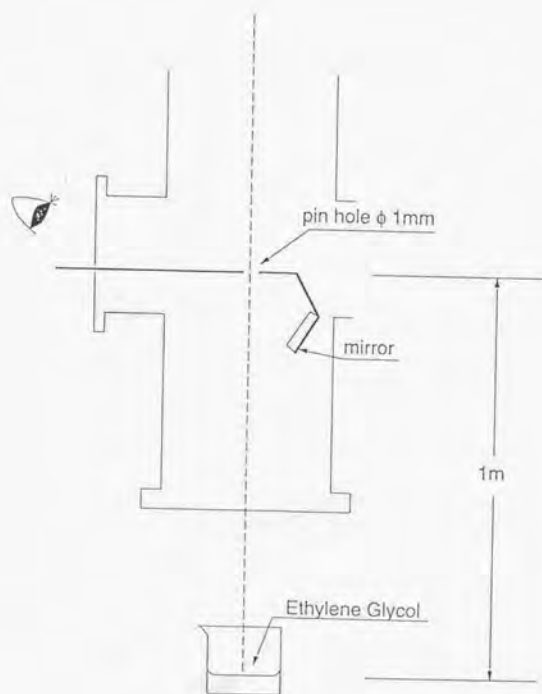


圖 5.28: 垂直調整模式圖

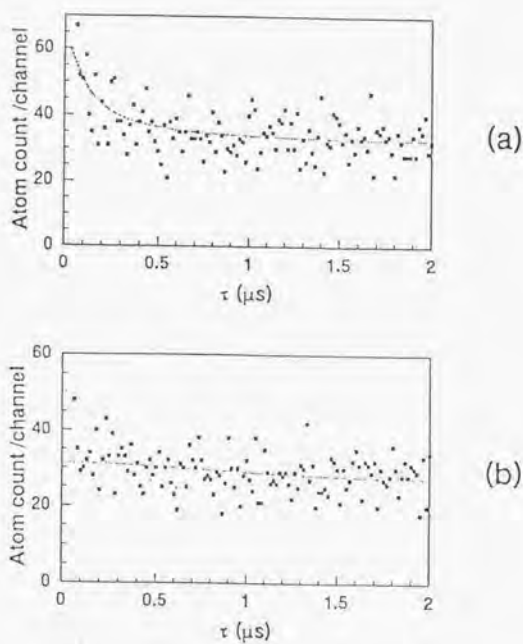


図 5.29: 2 次相関スペクトル: (a) 原子波面と検出鏡面が適合する時, (b) 検出鏡を $10[\text{mrad}]$ 傾けた時



第6章 まとめ及び展望

本研究では、準安定状態ネオン原子に対して、レーザー冷却・トラッピングを行い、その性質を調べ、それを原子線源として原子の強度相関測定を行った。この成果は以下の様である。

1. レーザー冷却されたネオン原子の個数密度、温度測定を行った。この際、ネオン原子はドップラー温度よりも冷却されていることが分かった。
2. Young のダブルスリット干渉実験を行い、原子線源の横方向の実効的な大きさを測定した。これにより、その大きさが解放レーザー光のビーム幅の10倍程度もあることを示した。
3. 原子の強度相関効果を初めて観測した。

レーザー冷却・トラッピング技術の発展、確立により、極低温の原子集団が得られる様になり、それを原子線源とする干渉実験が行える様になってきた。本研究では、まだ調べられていなかった原子の2次の相関効果を観測した。

1. では、基本的に進行波を冷却・トラッピングに使用している4面体トラップに於いても、原子がドップラー冷却温度以下まで冷却されていることを示した。これは、異なるビームが交わる場所で定在波ができていない為に偏光勾配が生じていることによると考えられる。2. では、曖昧な点の多かった原子線源の実効的な大きさを Young のダブルスリット干渉実験を行うことで調べることができることを示し、その大きさが従来考えられてきたよりも大きいという事実を明らかにした。これは、今後この原子源を用いた干渉実験では、原子源の大きさを甘く仮定してはならないということを示唆するものである。3. では、初めて2原子相関を観測した。これによって、原子のコヒーレンス時間をあらわに測定できる。この様に、2次相関測定は、通常の(1次の)干渉効果によっては分からない様々な原子の統計的性質を明示するものと期待される。

さらに、光の場合と同様に、エネルギー分布に2つのピークがある原子線源を用意すればそのエネルギー差に応じた周波数のビートが観測されると期待される。そして、ネオンの同位体のうち、フェルミ統計に従う ^{21}Ne を実験に用いれば、今回の結果とは反対にアンチバンチングの性質を示すと考えられる。この結果を予想するためには、もはや古典的な描像では不十分であり、量子統計力学的な考察が不可欠になると考えられる。この状況は光の場合に於いて、アンチバンチングが純粋に量子論的な現象であることと類似したも

のである。

特に興味深い実験試料としては、ボーズ凝縮した原子集団を挙げる事ができる [53] [54] [55]。この原子は高度に縮退した状態にあり、光の場合に於けるレーザーと同様のものであると考えられる。さらに1997年には、このボーズ凝縮した原子集団をトラップから解放して得られた原子線（原子レーザー）による干渉実験が行われた [56]。この実験に於いては、2つのボーズ凝縮体から解放された原子線を、1回だけ重ねあわせてだけで、明瞭に干渉縞を生成させている。このことからこの原子集団が高度に縮退した状態にあることが解る。即ち、もしも原子レーザーを2原子相関測定実験に用いることができれば、測定に要するデータ積算時間は、本文中で述べられてきたよりも、はるかに小さいもので済むはずである。さらに、この原子レーザーに対して如何なるランダム性を印加するかに応じて、その強度相関関数は異なった物になると考えられる [57]。

強度相関測定は、光の場合に於いて特にレーザーの登場以降、その重要性が増した。例えば、非線形光学の発展により生成できるようになった、様々な統計の状態の光の性質を調べたりすることや、パルス幅の測定、パラメトリック変換によって生成された2光子間の相関測定等、非常に多くの場合に利用されている。今後原子レーザーが手軽に入手できるようになり、非線形原子光学等といった新しい学問分野が創造されるようになれば、光の場合と同様に、この種の強度相関測定は研究手段として必要不可欠なものとなると考えられる。

付 録 A 強度相関関数とパルス間 隔分布関数との関係

原子の強度相関関数測定実験の考察に於いては、次の3つの概念が登場する。

1. 強度相関関数 $G^{(2)}(\tau) = \langle I(0)I(\tau) \rangle$
2. 2次のコヒーレンス関数 $g^{(2)}(\tau) = \langle I(0)I(\tau) \rangle / \langle I \rangle^2$
3. パルス間隔分布関数 $f(\tau)$

これらの内、1.と2.は単に比例関係にあるのでその対応は明らかであるが、実際の実験で測定する量である3.のパルス間隔分布関数と、実際に求めたい量である1.の強度相関関数との関係は、或意味では直感的に明らかなのであるが、数式を用いてその対応を考えてみる。

A.1 条件付き確率との対応

強度相関関数は、パルスを時刻ゼロで観測するという条件付きで、時刻 τ でパルスを観測するという事象の生起確率に比例する。即ち、

$$\begin{aligned} G^{(2)}(\tau) &= \langle I(0)I(\tau) \rangle \\ &\propto p_c(0|\tau) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

この条件付き確率 $p_c(0|\tau)$ をパルス間隔分布関数 $f(\tau)$ で展開する。

$$p_c(0|\tau) = f(\tau) + \int_0^\tau f(\tau_1)f(\tau-\tau_1)d\tau_1 + \int_0^\tau \int_0^\tau f(\tau_1)f(\tau_2-\tau_1)f(\tau-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 + \dots \quad (\text{A.2})$$

上式の第1項は、時刻0から時刻 τ の間でパルスを全く検出しないという確率を表している。第2項は、時刻0から時刻 τ の間の時刻 τ_1 に於いて1個だけパルスを検出するという確率を表している。同様に、第3項は、時刻0から時刻 τ の間の時刻 τ_1 と時刻 τ_2 に於いて2個だけパルスを観測するという確率を表す。以下同様に高次の項が続いていく。ここで、パルスの平均間隔よりも小さい時間領域で考えると、 $[0, \tau]$ の間に1個以上のパルスの存在する確率は無視できる程小さくなる。即ち、上式の第2項以下は無視できる。この考えにより、 τ の小さい領域ではパルス間隔分布関数と強度相関関数は同一視しても良いといえる。

A.2 光の場合

量子光学の典型的な教科書によると、時刻 t から時刻 $t + \tau$ の間に m 個の光子を検出する確率は、

$$P_m(t, \tau) = \frac{\{\zeta \bar{I}(t, \tau)\tau\}^m}{m!} \exp\{-\zeta \bar{I}(t, \tau)\tau\} \quad (\text{A.3})$$

但し、 ζ : 量子効率で、

$$\bar{I}(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \bar{I}(t') dt' \quad (\text{A.4})$$

は、時刻 t に於ける積分時間 τ の平均強度である。

ここで、 $[t, t + \Delta\tau]$ で光子を 1 個検出、 $[t + \Delta\tau, t + \tau + \Delta\tau]$ では光子を検出しない、 $[t + \tau, t + \tau + \Delta\tau]$ で光子を 1 個検出するという事象の生起する確率を考えると、式 (A.3) を用いて、

$$\begin{aligned} & P_1(t, t + \Delta\tau) \times P_0(t + \Delta\tau, \tau) \times P_1(\tau, \tau + \Delta\tau) \\ &= \zeta^2 \bar{I}(t) \bar{I}(t + \tau) \exp\{-\zeta \bar{I}(t, \tau)\tau\} (\Delta\tau)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

次にパルス間隔が $[\tau, \tau + \Delta\tau]$ である確率は、パルス間隔分布関数を用いて、

$$f(\tau) \Delta\tau \quad (\text{A.6})$$

式 (A.5) の時間平均と、式 (A.6) を等しくおけば、

$$\begin{aligned} f(\tau) &= \zeta^2 \langle \bar{I}(t) \bar{I}(t + \tau) \exp\{-\zeta \bar{I}(t, \tau)\} \rangle \Delta\tau \\ &\cong N^2 \Delta\tau g^{(2)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

但し、 N : 単位時間当たりの平均カウント数

即ち、上の 2 つの考察から以下の様に結論づけることができる。

- τ の小さな領域では、パルス間隔分布は 2 次のコヒーレンス関数に比例する
- パルス間隔分布の形状は検出器の量子効率によらない。

参考文献

- [1] J.P.Gordon and A.Ashkin. *Phys.Rev.A* 21 1606 (1980)
- [2] F.Shimizu and K.Shimizu and H.Takuma. *Jpn.J.Appl.Phys* 29 L2124 (1987)
- [3] F.Shimizu and K.Shimizu and H.Takuma. *Phys.Rev.A* 39 2758 (1989)
- [4] F.Shimizu and K.Shimizu and H.Takuma. *Jpn.J.Appl.Phys.* 31 4A 436-438 (1992)
- [5] W.Ertmer and R.Blatt and J.L.Hall and M.Zhu. *Phys.Rev.Lett.* 54 996 (1985)
- [6] W.D.Phillips and H.Metcalf. *Phys.Rev.Lett.* 48 596 (1982)
- [7] T.W.Hänsch and A.L.Shawlow. *Opt.Commu.* 13 68 (1975)
- [8] E.L.Raab and M.Prentiss and A.Cable and S.Chu and D.Pritchard. *Phys.Rev.Lett.* 59 2631 (1987)
- [9] 香取秀俊. 博士論文 東京大学 (1994)
- [10] A.Ashkin and J.P.Gordon. *Opt.Lett.* 8 511 (1983)
- [11] A.M.Steane and C.J.Foot. *Europhys.Lett* 14 231 (1991)
- [12] N.E.Small-Warren and L.Y.Chou Chiu. *Phys.Rev.A* 11 1777 (1975)
- [13] P.W.Hawks and E.Kasper. *Principles on Electron Optics* Academic Press Limited London (1989)
- [14] O.Carnel and J.Mlynek. *Europhys News Atomic Optics with Diffractive Structures* 23 149 (1992)
- [15] O.Carnel and A.Faulstich and J.Mlynek. *Appl.Phys.B* 53 88 (1991)
- [16] J.Mlynek and V.Balykin and P.Meystre. *Appl.Phys.B Optics and Interferometry with Atoms* (1992)
- [17] This calculation was done by M.Morinaga.

- [18] G.Badurek and H.Rauch and A.Zeilinger. Matter Wave Interferometry Physica B 151 Proceedings of the International Workshop of Matter Wave Interferometry (1988)
- [19] V.Sears. Neutron Optics Oxford University Press New York,Oxford (1989)
- [20] A.G.Klein and S.A.Werner. Rep.Prog.Phys. Neutron Optics 46 259 (1983)
- [21] S.Chu and L.Hollberg and J.E.Bjorkholm and A.Cable and A.Ashkin. Phys.Rev.Lett. 55 48 (1985)
- [22] S.Chu. Science Laser Manipulation of Atoms and Particles 253 861 (1991)
- [23] C.Cohen-Tannoudji and W.D.Phillips. Physics Today New Mechanisms for Laser Cooling 33 (1990)
- [24] D.W.Keith and M.L.Schattenburg and H.L.Smith and D.E.Pritchard. Phys.Rev.Lett. 61 1580 (1988)
- [25] B.Levy. Physics Today Atoms are the new wave in interferometers 17 (1991)
- [26] J.Helmcke and F.Riehle and A.Witte. Interferometry with Atoms Proc. of the 23rd EGAS conference Torun, Poland (1991)
- [27] O.Carnel and J.Mlynek. Phys.Rev.Lett. 66 2689 (1991)
- [28] J.Helmcke and D.Zevgolis and B.U.Yen. Appl.Phys.B 28 83 (1982)
- [29] Ch.J.Borde and Ch.Salomon and S.Avrillier and A.van Lerberghe and Ch.Breant and D.Bassi and G.Scoles. Phys.Rev.A 30 1836 (1984)
- [30] M.Kasevich and S.Chu. Phys.Rev.Lett. 67 181 (1991)
- [31] J.Audretsh and F.W.Hehl and C.Lämmerzahl. Proceedings of the Bad Honnef School on Gravitation Springer Lecture Notes in Physics
- [32] M.O.Scully and M.S.Zubairy and M.P.Haugan. Phys.Rev.A 24 2009 (1981)
- [33] C.M.Will. Phys.Rep. The confrontation between general relativity and experiment 113 345 (1984)
- [34] P.Storey and M.Collet and D.Walls. Phys.Rev.Lett. 68 472 (1992)

- [35] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Nature* 177 27 (1956)
- [36] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Nature* 178 1046 (1956)
- [37] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Nature* 177 1447 (1956)
- [38] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Proc.Roy.Soc.(London)* A242 300 (1957)
- [39] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Proc.Roy.Soc.(London)* A243 291 (1957)
- [40] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Proc.Roy.Soc.* A248 199 (1957)
- [41] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Proc.Roy.Soc.* A242 222 (1958)
- [42] R.Hanbury Brown and R.Q.Twiss. *Phil. Mag.* 45 663 (1954)
- [43] . *Phys.Rev.* 99 1691 (1955)
- [44] L.Mandel. *J.Soc.Am.* 50 1131 (1960)
- [45] L.Mandel. *J.Opt.Soc.Am.* 52 1407 (1962)
- [46] L.Mandel and E.Wolf. *Rev.Mod.Phys.* 37 2 (1965)
- [47] R.J.Glauber. *Phys.Rev.* 130 2529 (1963)
- [48] R.J.Glauber. *Phys.Rev.* 131 2766 (1963)
- [49] D.C.Burnham and D.J.Weinberg. *Phys.Rev.Lett.* 25 84 (1970)
- [50] S.Bali and D.Hoffmann and J.Siman and T.Walker. *Phys.Rev.A* 53 5 3469-3472 (1996)
- [51] 高橋秀俊、藤村靖、高橋秀俊の物理学講義 物理学汎論丸善(1990)
- [52] 清水富士夫、原子のビート重点領域研究「相互量子制御」研究会(1996)
- [53] M.H.Anderson and J.R.Ensher and M.R.Matthews and C.E.Wieman and E.H.Cornell. *Science* 269 198 (1995)
- [54] C.C.Bradley and C.A.Sackett.J.J.Tollett and R.G.Hulet. *Phys.Rev.Lett.* 75 1687 (1995)
- [55] K.B.Davis and M.O.Mewes and M.R.Andrews and N.J. van Druten and D.S.Durfee and D.M.Kurn and W.Ketterle. *Phys.Rev.Lett.* 75 3969 (1995)

- [56] C.Townsend and W.Ketterle and S.Stringari. Physics World Bose-Einstein condensation 29 (1997)
- [57] F.T.Arecchi and E.Gatti and A.Sona. Phys.Lett. 16 27 (1966)
- [58] E.Arimond and W.D.Phillips and F.Strumis Lectures at the CXVIII International School of Physics "Enrico Fermi" Course CXVIII Varenna (1991)
- [59] Ch.R.Ekstrom and D.W.Keith and D.E.Pritchard Appl.Phys.B 54 pp369 (1992)

謝辞

本論文は、東京大学工学部物理工学科清水研究室、及び電気通信大学レーザー極限技術研究センターに於いて行なわれた研究をまとめたものです。清水研究室には学部4年生から現在に至る6年間の長きにわたり在籍し、その間多くの方々からの貴重なご指導、ご協力を頂きました。ここに感謝の意を表します。

清水富士夫教授には原子の相関という先進的な研究テーマを与えて頂いたのみならず、学部生の頃より現在に至るまで、常に間近で親身の指導を賜りました。また、先生の物理や研究に対する、非常に真摯で厳しい姿勢を目の当たりにすることができたことは、この上なく幸せなことであったと感謝しております。

五神真助教授には輪講や普段の議論で大変お世話になりました。また、ハードな実験が続いていたときには、私の健康について心配して頂きました。

森永実博士には、分からないこと殆ど全てについてご指導頂きました。また、普段の生活全般についてお世話になりました。

香取秀俊博士には、議論の曖昧な点についての貴重なご指摘や、様々なご助言を頂きました。

島野亮氏には、輪講や実験器具の融通でお世話になりました。また、普段の生活でもお世話になりました。

樺田英之博士（上智大理学部）には、気軽に話せる先輩として、様々な実験上のテクニックなどをご教授頂きました。

井戸哲也氏には同期生として、公私に渡りお世話になりました。氏の何事も飄々とやってのける様には、多々学ばされる所がありました。

岸本哲夫氏には、同じ電通大派遣メンバーとして、実験や普段の生活でお世話になりました。

渡辺汎氏をはじめとする清水研究室の皆様、小笠原剛氏をはじめとする五神研究室の皆様には公私に渡りお世話になりました。

宅間宏教授（原研）には、先生がレーザーセンター長として御在籍の頃より、励ましのお言葉を頂きました。

植田憲一教授（電通大レーザーセンター・センター長）には、励ましのお言葉を頂いたり、様々な興味深い議論を聞かせて頂きました。

清水和子助教授（電通大電子物性工学科）には、研究上のご助言や、暖かい励ましのお言葉を頂きました。また、普段の生活でも大変お世話になりました。

河仲準二博士（宮崎大工学部）には、学部生のころから公私に渡りお世話になりました。

福田祥光氏をはじめとする、電通大清水研の皆様には、普段から一緒に楽しく過ごさせて頂きました。特に、刈谷浩二君には色々とお世話になりました。

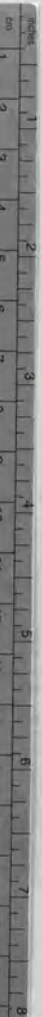
武者満博士（国立天文台）、劉安平博士（電通大レーザーセンター）、沈徳

元博士（同上）、盧興烈博士（大韓民国国立ソウル大）、長野重夫氏（東大）の皆様方には、レーザーセンターに於ける同じ居室メンバーとして楽しくお付き合い頂きました。特に、劉博士の日中学生比較論は興味深いものでした。

小林洋平氏、下山峰史氏、成田善広氏の皆様には、学部卒業以降も親しくお付き合い頂きました。

以上、挙げさせて頂いた方々以外にも、多くの人々の有形無形のご助力のもとに、この論文は出来上がりました。ここに篤く御礼申し上げます。





Kodak Color Control Patches

© Kodak, 2007 TM Kodak

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black



Kodak Gray Scale



© Kodak, 2007 TM Kodak

A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

