審査の結果の要旨

氏名　栗栖 大輔

論文の内容

本論文は栗栖氏が大学院在学中に取り組んだ、連続時間確率過程に対する統計的推測手法に関するいくつかの結果をまとめたものである。扱われているトピックは大きく分けて 2 つあり、第 2 章と第 3 章では、伊藤セミマルチンゲールからの高頻度離散観測データが、ノイズを伴って観測される状況を考察している。高頻度データの分析は、計量ファイナンスにおいて近年盛んに研究されているトピックである。既存の文献では、ノイズの大きさが観測頻度に関係なく一定とする仮定がしばしば置かれるが、経験的にはノイズは観測頻度とともに小さくなることが指摘されている。そこで、栗栖氏は観測頻度とともにノイズの分散が小さくなるという small noise の設定を理論的に考察し、既存の文献において提案されているいくつかの統計量に対して small noise がそれらの極限分布にどのように影響するか、そしてそれらの影響に対する適切な修正法を確立している。第 4 章は、Lévy 過程からの高頻度離散観測にもとづいて、Lévy 密度に対する信頼バンドの構成法を考察している。Lévy 過程はパスがジャンプをもつ最も基本的な連続時間確率過程のクラスであり、Lévy 測度はそのジャンプの挙動を制御する重要なパラメータである。栗栖氏は Lévy 測度が密度関数をもつ状況において、Lévy 密度に対するスペクトル型の推定量を考察し、スペクトル型の推定量に対してブートストラップ法を用いた信頼バンドの構成法を確立している。

本論文の内容をより詳しく見ていくと、第 1 章では研究の背景とともに、第 2 章以降で必要になるいくつかの技術的な結果を手際よくまとめている。第 2 章以降が本論であり、まず、第 2 章においては、前述の small noise が power variation と呼ばれる基礎統計量の漸近挙動にどのような影響を与えるか、ということを詳細に考察している。これらの考察にもとづいて、Aït-Sahalia and Jacod (2009,Ann. Stat.) で提案されているジャンプの有無の検定統計量の small noise のもとでの極限分布を導出している。

第 3 章においては、第 2 章の考察をさらに推し進めて、small noise のもとでの Aït-Sahalia-Jacod 検定に対する適切な修正法を提案している。また、small noise のもとでの multipower variation の漸近挙動を考察し、Jacod and Todorov (2009,Ann.Stat.)で提案されている co-jump の有無の検定統計量の small noise のもとでの極限分布を導出している。Jacod and Todorov はノイズがないという設定のもとで極限分布を導出しているが、栗栖氏は small noise のもとだと極限分布に追

加的な分散項が現れることを指摘し、修正された漸近分散の一致推定量を導出している。最後に、このようにして修正された co-jump 検定の数値的な妥当性を検証している。

第 4 章では、Lévy 過程からの高頻度離散観測にもとづく、Lévy 密度に対するブートストラップ信頼バンドの構成法を確立している。第 4 章では、観測頻度があまり高くない状況を扱っており、ノイズはないものと仮定している。関連する先行研究として Figueroa-López (2011,Bernoulli)があり、sieve 型の推定量と真の Lévy 密度との最大誤差に対してガンベル極限分布を導出し、それに基づいて Lévy 密度に対して信頼バンドを導出しているが、推定量の構成法が高頻度の仮定に本質的に依存しているため、推定量の精度が経験的に必ずしもよくないこと、またガンベル近似の近似精度が極めて悪いということを指摘している。そこで、栗栖氏はその構成法が高頻度の仮定に依存しない、スペクトル型の推定量を考察し、ブートストラップにもとづく信頼バンドを構成している。さらに、信頼バンドの構成において、推定量のバンド幅の実用的な選択手法を提案し、その数値的な妥当性を検証している。最後に、バンド幅の選択に関して、Lepski のアプローチを Lévy 密度の推定に対して拡張し、Lévy 密度の滑らかさに関して adaptive な信頼バンドが構成できることも示している。

論文の評価

本論文は近年計量ファイナンスにおいて高い関心をもたれている、高頻度データ分析に対して、新しい統計推測手法を提案するものであり、その新規性と数学的に厳密な理論展開は高い評価に値する。特に、高頻度データ分析において用いられる伊藤セミマルチンゲールなどの確率論的手法は高度に抽象的であるが、栗栖氏はそのような高度な確率論的手法を習熟し、新規性のある結果を開発してきたことは称賛されるべきである。

個別の章の貢献を述べると、第 2 章と第 3 章においては、small noise が既存の統計量の極限分布にどのような影響を与えるかを調べるだけでなく、その修正法を提案し、jump や co-jump の有無の検定問題に対して、具体的な修正検定手法を提案していることが、意味のある貢献といえる。また、提案された修正検定手法は、ノイズの大きさが一定という仮定のもとで提案されている対抗手法と比べて極めて簡便であり、応用上の意義は大きいと考える。

次に、第 4 章で考察されている Lévy 密度に対する統計的推測に関しては、これまで収束レートに関する研究の蓄積はあったものの、信頼区間や信頼バンドの構成といった問題は Figueroa-López (2011)や Konakov and Panov (2016,Extremes)を除いて研究が進められていなかった。また、高頻度データ分析におけるブートストラップの利用ということも、ごく最近研究が始まったばかりであり、Lévy 密度に

対する統計的推測という難しい部類に入る問題に対して、ブートスラップ信頼バンドを提案し、その理論的妥当性を示したことは意義のある成果と評価できる。

論文審査の結論

以上のように、栗栖氏の博士論文に対しては、一致して高い評価が与えられた。博士論文の各章の出版状況も良好であり、第 2 章の内容は国友直人氏との共著として Asia-Pacific Financial Markets に 2017 年に出版済みであり、第 3 章は単著の論文として、Scandinavian Journal of Statistics に出版が決まっている。第 4 章の結果は加藤賢悟との共著として、すでに査読付き学術誌に投稿済みである。なお、審査委員からのコメントとして、例えば、第 4 章で扱われている Lévy 過程は計量ファイナイスへの応用という点ではやや制約的であること、Brown 運動の項を一般化しても結果が拡張できるのではないか、など本論文に関連したさらなる研究課題についての指摘、議論がなされた。こうしたコメントは本論文の内容をさらに発展させうる研究課題にかかわるが、本論文の水準は本研究科が要求する学位論文としては十分であり、審査委員会は全員一致で本論文を博士(経済学)の学位授与に値するものであると判断した。

平成 30 年 1 月 29 日

審査委員　加藤 賢悟(主査)
久保川 達也
大森 裕浩
下津 克己
国友 直人