別紙 2

論文審査の結果の要旨

氏名　越田　真史

本博士論文は、複素上半平面上の新しい確率過程を、表現論的な手法を用いて構成した数理物理的な研究をまとめたものである。論文題目にある「シュラム・レヴナー発展（以下 SLE と記す)」は複素上半平面上の確率過程の一つであり、空間 2 次元の統計力学の臨界的性質、パーコレーションや、イジング模型のドメインウォールの出現確率を与えるなど、統計物理学との関連が深い。一方空間 2 次元の統計力学における臨界性は共形場理論（以下 CFT と記す）によって分類される。SLE と CFT は共に 2 次元系の臨界現象を記述という点で共通しており、両者の対応関係を SLE/CFT 対応と呼ぶ。2004 年には Bauer-Bernard によって CFT から、SLE を系統的に構成する手法が発表されている。CFT には内部対称性を有するように拡張された理論も存在する。論文提出者は本論文において SLE-CFT 対応を内部対称性のある場合に拡張することを目的とし、内部自由度を有する CFT を元に、複素上半平面上の確率過程のうち内部自由度を持つものを表現論的な手法によって構成した。

本論文は 5 章からなる。第 1 章は序論である。第 2 章、第 3 章、第 4 章は本論であり、第 5 章で結論と今後の展望が述べられている。

第 1 章では SLE の説明のあと、SLE と 2 次元系における臨界現象、共形場理論との関連について述べられた後、本論文の目的と本論文の構成について述べられている。

第 2 章は Bauer-Bernard による、表現論的方法によりビラソロ代数から SLE を構成した研究に関するレビューである。Bauer-Bernard が共形変換に対する確率過程を考え、ビラソロ代数の表現における特異ベクトルの存在を用いて局所的マルチンゲール（確率微分方程式にドリフト項がない確率過程。その結果として確率変数の期待値が時刻に依らない）を導いたことが説明されている。この先行研究が次章、次々章の成果の基礎になっている。

第 3 章では可換な内部対称性を有する空間 2 次元の場の理論から、SLE を内部自由度を有するものに拡張する方法について述べられている。ビラソロ代数の特異ベクトルに対する annihilator(あえて訳せば「消滅作用素」)のパラメター制限を緩和し、アフィン化された内部対称性の生成子の二次形式を加えることで、新たな最高ウェイトベクトルの annihilator を構成した。それに基づき内部対称性の空間と複素上半平面上で時間発展する局所的マルチンゲールを同定した。

第 4 章では非可換な内部対称性を有する空間 2 次元の場の理論から、SLE に内部自由度を加えたものを構成する方法について述べられている。まず有限次元リー代数をアフィン化し、アフィン化したリー代数の生成子の 2 次形式からビラソロ代数の生成子を菅原構成によって表した。第 3 章と同様の手法で最高ウェイトベクトルの annihilator を構成し、局所的マルチンゲールを同定した。

第 5 章では第 3 章、第 4 章の成果がまとめられ、その成果の意義が先行研究（相関関数

の方法と呼ばれる手法を用いた研究）と比較を通して述べられたあと、今後の展望について述べられている。

SLE/CFT 対応を内部対称性を有する場の理論や確率過程に拡張する先行研究として「相関関数の手法」を用いたものが存在するが、それに対する本研究の特長は内部自由度を有する確率微分方程式の構成法も与える一般性と系統性にある。実際、本研究と同様な手法で、別の内部対称性の場合に局所的マルチンゲールが論文提出者によって同定されている。また本研究では内部自由度に対する確率微分方程式を、アフィン化された sl2 の場合にあらわに書き下している。さらにこの場合に局所的マルチンゲールを同定した。これらの点も先行研究にない新たな成果である。

本研究は論文提出者の単著論文として第 4 章の成果の一部は既に投稿済みであり、第 3 章についてはさらに別の単著論文として論文準備中である。

審査委員会は博士（学術）の学位を授与できるものと認め、全員一致で合格と判断した。