

## 論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名 高橋 惇

本博士論文では、量子アニーリングを通じて物理学と計算複雑さの関係を議論することを目的としている。シミュレーテッド・アニーリングは最適化問題の汎用的解法として物理学の視点から提案されたが、その量子版として量子アニーリングは導入された。その一般化が量子計算機と同等であることが示されると、量子アニーリングは古典計算と量子計算の境界を物理学の観点から議論できる具体例として認識され、活発に研究されるようになった。

第一章では物理学と計算複雑さの関係を議論する動機が説明され、続く第二章では計算量理論の基本概念が解説され、以下に続く章での本博士論文の立場を明らかにしている。第三章では、量子アニーリングと量子断熱計算が説明されている。両者の関係は微妙な側面を持ち、両者の相違性と関係性が丁寧に説明されている。また、古典計算可能な量子アニーリングとして重要な概念である“stoquasticity”が説明される。

第四章では、「量子アニーリングは古典アルゴリズムによって実行的にシミュレート可能であるか？」という問いについての研究である。量子アニーリングの具体的な問題が“stoquasticity”の性質をもつ場合には古典計算が可能となる。その具体例としての量子モンテカルロ法が解説されている。一方、古典計算において平衡状態に達する計算時間が問題のサイズの指数関数時間に達する可能性がある。量子アニーリングでは多項式時間で解ける一方で、モンテカルロ計算において指数時間必要となる“障害”について既存の知見を整理し、これまで指摘されている障害が適切なアルゴリズムを使うことにより回避しうる可能性について議論している。ここでは有力な方法と考えられる交換モンテカルロ法でも回避しきれない例が存在することを数値的に示した。“stoquasticity”が古典計算と量子計算の間に位置することは明らかであるが、その位置を同定することは極めて難しい問題であることを実例を示しながら、明示したことになる。

第五章では、古典計算の観点から「物理学が計算複雑さにどのような影響を与えるか？」という問いについて議論している。これまでにスピングラス転移におけるレプリカ対称性の破れと計算困難さの関係はたびたび議論されてきたが、計算困難さの出現とスピングラス転移の間の明確な対応関係は明らかではない。対応関係が成立する問題の存在はいくつか知られているが、計算理論における NP 困難に属する最大独立集合問題では、素朴なアルゴリズムの成否条件とスピングラス転移の対応関係が破れていることが先行研究で示されていた。しかしながら、新たに提案したアルゴリズムでは、スピングラス転移が実現するまでは効率よく解を求めることができ、スピングラス相では指数時間が必要となることが示された。つまり、スピングラス転移と計算困難さの対応関係を復元できたことになる。このことは、物理学から得られる相転移描像と計算複雑さの関係を議論する際には計算側で適切なアルゴリズムの設定が必要であることを示唆している。

第六章では、前章とは逆に「計算複雑さが物理学にどのような影響をするか？」という視点での考察を深めている。NP 困難な問題の計算困難さの存在を前提とすると、量子アニーリングに対して、NP 困難な問題のハミルトニアンには指数関数的に小さなエネルギー

ギャップの存在という物理的な予言が与えることになる。この検証を第五章で議論した最大独立集合問題を対象に、第四章で議論した量子モンテカルロ法を用いて数値的に行った。解の個数が唯一となる変形をした最大独立集合問題では、指数関数的に小さなエネルギーギャップを伴う一次転移の存在を示唆すると同時に、それとは別にフィデリティー感受率と呼ばれる量子系固有の物理量によってのみ観測できる特異な量子相転移の存在が得られた。この相はスピングラス帯磁率の発散を伴うスピングラス相ではないことは確認できたもののその実態は不明のままである。ただし、この相は解の唯一化を行わない問題に対しても存在し、またこの相の内部でのみ、小さなエネルギーギャップが実現することから、計算困難さの観点から現れる相であることが強く示唆される。最後の第七章でこれまでの章のまとめと今後の展望が述べられている。

なお、本論文の第五章の内容は、福島孝治氏と高邊賢史氏との共同研究であり、学術論文として出版されている。また、第六章の内容は福島氏との共同研究として投稿中である。いずれも論文提出者が主体になって解析を行ったものであると判断される。

以上のように、本論文は物理学と計算複雑さの関係を議論する新しい研究分野に対して、独創的な視点から研究を展開し、統計力学的な視点から計算複雑さの理解への大きな寄与が認められる。したがって、本論文は博士(学術)の学位を授与するにふさわしい内容であると審査委員会は全員一致で判定した。