

学位論文

微細構造中のスピン軌道相互作用に起因する
非断熱的伝導現象の研究

(Study of non-adiabatic transport originates from
spin-orbit interaction in nanostructures)

平成29年12月 博士（理学）申請

東京大学大学院理学系研究科
物理学専攻

岩崎 優

Abstract

本論文は、微細構造中のスピン軌道相互作用 (SOI) に起因する非断熱的伝導現象に関する研究を報告するものである。近年進展しているナノスケール量子物理、特に量子ドットや量子細線等の微細構造の量子輸送現象においては、非断熱的な効果が結果に大きく寄与する事がある。その典型例がスピン軌道相互作用 (SOI) のある系における電子波の伝播である。伝播現象そのものは軌道運動の帰結である一方、軌道運動は SOI を通してスピン空間内での回転をもたらすため、SOI の大きさから決まる不確定時間よりも散乱によって決まる軌道状態の寿命が長い場合、特殊な境界条件を持つ場合を除いて運動論的に伝播を断熱変化として構成することができない。そこで私はこの非断熱現象に注目し、Rashba 型 SOI の強い系において、Zitterbewegung(ZB) による伝導度揺らぎと、量子ドット (QD) 内におけるスピン回転の 2 つの現象について実験を行った。

Zitterbewegung による伝導度揺らぎ

ZB は、Rashba SOI 系ではスピンの歳差運動に同期した電荷の蛇行として現れ、例えば量子ポイントコンタクト (QPC) から非断熱的に電子を射出することで生じる。ZB 自体は基礎量子物理学から導かれ、自由素粒子、冷却原子気体、超伝導などに現れる普遍的な現象であるが、固体中の ZB を明確に観測した例は無かった。そこで私は固体中において、ZB が実際に存在するかどうか、存在するならばそれは伝導現象にどのような影響を及ぼすか、を実験的に調べた。具体的には、InAs 量子井戸基板上に複数の QPC を配置した試料を作成し、外部磁場に対する伝導度の応答を測定し、再現性のある伝導度の揺らぎを発見した。

外部磁場の角度を 3 次元的に動かして揺らぎの変化を観測した他、QPC の有無で揺らぎが変わる事、数値計算で揺らぎが再現する事を確認した。以上の実験および計算の結果から、SOI の強い 2 次元電子中で ZB が発生し、不純物散乱を介して、従来知られていた普遍的伝導度揺らぎとは異なるタイプの伝導度揺らぎを生じることを示した。

量子ドット内のスピン回転

QD 内では入射した電子の波が閉じ込めポテンシャルにより複数回反射し共鳴状態を形成する。SOI を QD に導入すると反射時に大きな非断熱性が生じ、それが共鳴状態に自明で無い影響を与えることが推察される。例えば私が構築した散乱行列を用いた簡単な理論モデルによれば、反射時の非断熱変化でスピンが回転すると、QD を通過した電子のスピン位相が共鳴点の前後で大きく変化することが判明している。しかし、そうした QD の非断熱性を顕わに観測した例は多くない。そこで本研究において、私は QD を組み込んだスピン干渉計を用いて QD 内でのスピン回転の影響を調べ、その起源の解明を試みた。その結果、量子リングの非局所抵抗にスピン干渉のパターンが現れ、サイドゲート電圧によってスピン位相を変調できる事を実験的に確かめることができた。2 次元的な QD についての数値計算により、QD 内にスピン干渉によるスピントクスチャー構造が現れており、入射エネルギーを変えた時のスピントクスチャーの変化がスピン回転の起源となっている可能性を示した。更に、Rashba SOI を強くして非断熱変化の割合が多い系でも類似効果によってスピン回転が生じ、伝導度ピーク付近で回転角が大きくなる、より理想に近いスピン回転素子になり得ることを示した。

Abstract

In this dissertation I report on non-adiabatic transport originating from spin-orbit interaction in nanostructures. Non-adiabatic transition often gives effect to nanoscale quantum physics, particularly to nanostructure quantum transport in quantum dots (QDs) or quantum wires. A typical example is propagation of electron wave with spin-orbit interaction (SOI). While the propagation itself originates from orbital motion, consequential rotation in the spin part of wavefunction driven by SOI breaks adiabatic nature of propagation when the lifetime of orbital states limited by scatterings is longer than the uncertainty time defined by the spin-orbit coupling. Hence I focused on the non-adiabatic transport in nanostructures and experimented on two phenomena; conductance fluctuations (CFs) originating from Zitterbewegung (ZB), and spin rotation in quantum dots.

Conductance Fluctuation Originating from Zitterbewegung

Zitterbewegung in the Rashba SOI system appears as meandering of orbits in synchronizing with spin precession. Quantum point contact (QPC), for example, can trigger ZB as it non-adiabatically ejects electrons with spin polarization. ZB itself is a consequence of fundamental quantum mechanics, and emerges in various systems, such as the vacuum, the cold atoms, superconductor, etc. However there has been no clear observation of it in solid state systems. I thus pose the following two questions; Does ZB really exist in solid state system? If it exists, how it affects the transport phenomena? In order to approach these questions experimentally, I have fabricated a sample with 6 QPCs from an InAs quantum well. This sample shows reproducible conductance fluctuations (CFs) versus external magnetic field when the electrons are injected or extracted through the QPCs, that is, the conducting electrons are spin-polarized in the initial state. On the other hand, when the electrons are injected into the same strip not through the QPCs, no CF is observed. The CF pattern depends on the direction of magnetic field though the Fourier component distribution only depends on the azimuth angle. The experimental results are also reproduced by numerical calculations on the model with ZB. The above results establish that the ZB appears in the Rashba SOI system as a characteristic CF in spin-polarized non-adiabatic transport.

Spin-Rotation in Quantum Dots

Resonant states in QDs are formed through multiple reflection of electron waves by the confinement potential. When an SOI is introduced into a QD, the reflections inevitably contain non-adiabatic processes, resulting in the formation of spin-orbit mixed resonant states. For example in a simple theoretical model formulated with S-matrix, in which model spin phase of electrons travelling over a QD is rotated by SOI around the resonance points.

To explore such spin-rotation around resonance induced by non-adiabatic processes, I have measured transport through an interferometer with a QD with a medium strength of SOI. The non-local resistance of the interferometer exhibits an oscillation pattern characteristic to the spin interference in which spin phase is modified by a side-gate voltage. Numerical calculation on a QD with Rashba-type SOI shows that the spin-interference forms texture patterns in the dots and the spin rotation in the outgoing wave is brought by the change in the texture along with the input kinetic energy. In the calculation, I further show that in a QD with stronger SOI thus with more portion of non-adiabatic process, the outgoing spin rotates largely around the conductance peaks, which property provides a more ideal spin rotator device.

目次

第 1 章	序論	4
1.1	はじめに	4
1.2	本論文の構成	5
第 2 章	本研究の背景	6
2.1	量子輸送と断熱変化	6
2.1.1	断熱変化	6
2.1.2	Berry 位相	6
2.1.3	Landau-Zenner トンネリング	8
2.2	量子ポイントコンタクト	10
2.2.1	スプリットゲート法	10
2.2.2	スピン軌道相互作用	12
2.2.3	Rashba SOI のある QPC の伝導	13
2.3	量子リング	16
2.3.1	Aharonov-Bohm 効果	16
2.3.2	散乱行列	17
2.3.3	Onsager 相反性	18
2.3.4	量子リングの伝導	18
2.3.5	Landauer-Büttiker の伝導公式	19
2.3.6	スピン干渉計	21
2.4	量子ドット	23
2.5	Zitterbewegung	25
第 3 章	実験手法	28
3.1	試料の作成	28
3.1.1	分子線エピタキシャル成長	28
3.1.2	ヘテロ構造	29
3.1.3	半導体微細加工	30
3.2	試料の測定	33
3.2.1	低温	33
3.2.2	回転機構	34
3.2.3	電気測定	35
3.2.4	バイアスクーリング	36
3.3	数値計算	38
3.3.1	強束縛近似	38
3.3.2	計算の手順	38
3.3.3	計算の環境	40

第 4 章	Zitterbewegung による伝導度揺らぎ	41
4.1	実験の概要	41
4.1.1	ZB の表式	43
4.1.2	Flat-pinball モデル	43
4.1.3	試料の構造	44
4.1.4	QPC の条件出し	44
4.1.5	単一 QPC の動作	45
4.1.6	Rashba 強度の測定	45
4.2	実験結果	46
4.2.1	伝導度揺らぎ	46
4.2.2	揺らぎの θ 依存性	46
4.2.3	QPC を通らない伝導	48
4.2.4	Shubnikov-de Haas 振動	48
4.2.5	揺らぎの φ 依存性	48
4.2.6	揺らぎの端子依存性	50
4.2.7	揺らぎのバイアス電圧依存性	52
4.2.8	ゼロ磁場近傍の振舞い	53
4.3	数値計算結果	53
4.3.1	計算の準備	53
4.3.2	波動関数の空間分布	53
4.3.3	伝導度の磁場応答	55
4.3.4	境界条件による違い	55
4.3.5	不純物導入の方法による違い	56
4.3.6	揺らぎの φ 依存性	57
4.4	結論	57
第 5 章	量子ドット内におけるスピン回転	59
5.1	先行研究	59
5.1.1	試料の構造	59
5.1.2	非局所抵抗の理論予想	60
5.1.3	測定結果	61
5.1.4	壁面回転モデル	64
5.2	数値計算による解析	67
5.2.1	計算の準備	67
5.2.2	実験との差異	67
5.2.3	QD 準位	68
5.2.4	スピン回転	68
5.2.5	実験との比較	69
5.2.6	SOI がより強い系	70
5.3	まとめ	71
第 6 章	総括	72

付 録 A 基本事項	74
A.1 量子閉じ込め構造	74
A.2 ヘテロ接合二次元電子系	74
A.3 III-V 族半導体のバンド構造	75
A.4 ヘテロ構造中のスピン軌道相互作用	77
A.5 バリステックな伝導	77
A.6 Landauer 公式	79
付 録 B SOI 量子リング系の位相について	80
B.1 Berry phase	80
B.2 磁場が与える Berry 位相	81
B.3 Aharonov-Anandan phase	82
B.4 Rashba SOI のある量子リングの geometric phase	83
B.5 本試料の場合	84
付 録 C ダイヤモンドモデルの詳細	85
C.1 透過率の計算	85
C.2 完全スピフィルター	86
C.3 Rashba SOI が有る場合の具体的な計算	87
C.4 Dresselhaus SOI を加えた場合	88
付 録 D Zitterbewegung	89
D.1 Heisenberg 方程式からの導出	89
D.2 波束を打ち出した時の ZB 振動解	90
付 録 E 数値計算プログラム	93
E.1 第 4 章の例	93
E.2 第 5 章の例	95

第1章 序論

本章では、私が本論文を通して取り扱う物理的な問題を簡潔に提示し、論文の構成を示す。問題の背景にある物理の詳細については、次章で示す。

1.1 はじめに

19世紀に熱力学が整備され、断熱準静的過程におけるエントロピー不変則などを通して断熱変化の概念が確立された。これを一般化することで力学系の断熱定理が得られる。この定理によれば、外場の周期が系の運動の周期に比べて十分長ければ運動中の位相空間体積が保存される。前期量子論などで大いに使用され、また多体問題などで相互作用を扱う場合など、一部の摂動論には不可欠なものである。量子力学において断熱変化とは、系（ハミルトニアン）が変化する際に、状態がエネルギー固有状態に沿って時間発展するような変化を指す。これらの「断熱変化」は言わば思考実験のために必要とされ、理想化されたものである。

実際に我々の身の回りに生じている様々な変化には、当然このような断熱変化で近似できないものも多数存在する。近年進展しているナノスケール量子物理、特に量子ドットや量子細線等の微細構造の量子輸送現象においても、状況により非断熱的な変化が重要な寄与をすると考えられる。その典型例がスピン軌道相互作用 (SOI) のある系における電子波の伝播である。伝播現象そのものは軌道運動の帰結である一方、軌道運動は SOI を通してスピン空間内での回転をもたらすため、SOI の大きさから決まる不確定時間よりも散乱によって決まる軌道状態の寿命が長い場合、特殊な境界条件を持つ場合を除いて運動論的に伝播を断熱変化として構成することができない。

しかし、ナノスケールの電子伝導研究においては取り扱いの難しさもあり、これまでそのような非断熱変化に着目した実験の報告はそれほど多くはなされていない。非断熱変化を含む伝導現象、就中 SOI を非断熱変化の起源とするものは、伝導現象にスピン自由度空間のバラエティーを加え、多彩な物理が現れることが期待され、スピントロニクス観点からも重要と考えられる。

そこで私は、微細構造中の SOI に起因する非断熱的伝導現象の探索を目的とし、以下の2つの物理的な問題に対して実験的なアプローチを行った。

1. Rashba 型 SOI 系 (第2章後述) における Zitterbewegung (ZB) の検出。この系では、非断熱的にスピン歳差運動を励起した時、その周期に同期して電子が蛇行する事が理論的に予言されている。この蛇行運動は、基礎量子物理から導かれる普遍的現象である (現実的には観測不能な) ZB と同根のものであるが、固体中でも未だ明確に観測されていない。固体中において、ZB に相当する運動が実際に存在するかどうか、存在するとすれば、それは伝導現象にどのような影響を及ぼすか、を実験的に検証する。
2. Rashba SOI 系における量子ドット (QD) 内スピン回転の検出。QD 内では入射した電子の波が複数回反射し共鳴状態を形成する。SOI を QD に導入すると反射時に大きな非断熱性が生じ、それが共鳴状態に自明で無い影響を与えることが推察される。

本論文では、これらの実験結果と考察を報告する。

1.2 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第2章 実験の背景

第2章では、上で述べた問題の物理的意義を示すための基礎事項・先行研究について述べる。量子輸送現象を示す典型的な系として量子ポイントコンタクト (QPC) および量子リングについて述べる。その際、断熱的な変化を仮定した解析、そのような仮定なしに一般的に成立する性質を区別する。非断熱変化を含む輸送現象の典型例として、*Zitterbewegung* の理論および先行実験を概観する。

第3章 実験手法

第3章では、本研究に用いた実験手法について解説する。基板の成長、微細加工、低温測定、電気回路、数値計算の手法等が含まれる。

第4章 *Zitterbewegung* による伝導度ゆらぎ

第4章では、ZB を伝導度揺らぎとして観測した実験について述べる。この実験では、InAs 量子井戸基板上に複数の QPC を配置し、2つの QPC を直列に通る伝導度の外部磁場応答を測定した結果、再現性のある伝導度の揺らぎの観測に成功した。その後、この揺らぎについて温度依存性や外部磁場の角度依存性、電極端子依存性などを詳細に調査し、ZB による理論予想と整合することを示した。また揺らぎと ZB との関係をより強固に保証するため、実験を模した数値計算を行い結果を再現した。

第5章 量子ドット内におけるスピン回転

第5章では、QD 内のスピン回転の存在を確認した実験について述べる。先行実験では、InGaAs 量子井戸に QD を埋め込んだ量子リングを配置し、面直磁場と QD サイドゲートの関数としてリングの非局所抵抗を測定した。実験結果に現れた干渉パターンは従来の軌道のみ干渉では説明できない一方で、スピン干渉とは矛盾しない。これは、QD 内でスピンの回転し、それをサイドゲートで制御したことを意味する。本研究では、QD 内のスピン回転の原因を探るべく数値計算を行い、実験結果と比較した。

第6章 総括と展望

最後に本研究を総括し、今後の展望について述べる。

第2章 本研究の背景

2.1 量子輸送と断熱変化

量子輸送の基礎的事項、例えば伝導チャネルの概念や Landauer の公式については、付録 A.5 や A.6 にまとめた。これらはもちろん量子力学の運動方程式から直接導かれ、断熱・非断熱とは関係なしに成立する基本概念である。しかし、これらの基本概念から外れる補正概念には、非断熱な効果が運動方程式を通して現れる事がある。本節では、まず断熱変化を定義する概念として Berry 位相を導入する。次に、非断熱な効果が現れる例として、Landau-Zener トンネルについて述べる。以上に基づき、量子ポイントコンタクト (QPC) の伝導について断熱・非断熱的側面を説明する。最後に第4章で実験した Zitterbewegung について述べる。

2.1.1 断熱変化

ここでは、断熱変化 (adiabatic variation) を定義する。

無摂動のハミルトニアン \mathcal{H}_0 に対して、摂動ハミルトニアン \mathcal{H}_1 を考える。無限の過去 ($t = -\infty$) から現在 ($t = 0$) へ向かって \mathcal{H}_1 を加えることを、次式のように表現する。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 \exp(-|t|/\tau), \quad \tau \rightarrow \infty. \quad (2.1)$$

ここで、 \mathcal{H}_0 の固有状態を $|0, -\infty\rangle$ と置き、 $t' \rightarrow t$ の時間発展演算子 $U(t, t')$ によって $|0, 0\rangle = U(0, -\infty)|0, -\infty\rangle$ のように書けたとすると、 $|0, 0\rangle$ は \mathcal{H} の固有関数となる。これを断熱定理 (adiabatic theorem) と呼び、系の運動の持つ特徴的な時間に比べて外部環境 (すなわち摂動ハミルトニアン) が十分ゆっくり変化すれば、波動関数の時間発展は固有状態の変化に追従することを示している。このような変化を断熱変化と言う。

2.1.2 Berry 位相

ここでは、断熱変化に関係の深い Berry 位相を導く。

ハミルトニアン \mathcal{H} が時間変化するパラメータの組 $\mathbf{R}(t)$ に依存するとする。簡単のため縮退の無い場合を考える。次式のように固有エネルギーを E_n 、固有状態を $|n, \mathbf{R}(t)\rangle$ とおく。

$$\mathcal{H}[\mathbf{R}(t)]|n, \mathbf{R}(t)\rangle = E_n[\mathbf{R}(t)]|n, \mathbf{R}(t)\rangle. \quad (2.2)$$

Schrödinger 方程式を用いて、ある状態 ψ_n の時間発展は

$$i\hbar \frac{\partial \psi_n}{\partial t} = \mathcal{H}[\mathbf{R}(t)]\psi_n \quad (2.3)$$

と書ける。

さて右図のように、 $|n, \mathbf{Q}\rangle$ をパラメータの組 \mathbf{Q} に対する式 (2.2) の解とおく。パラメータの組 \mathbf{Q} が時間変化しなければ、この状態の時間発展は $|n, \mathbf{Q}\rangle \exp(-E_n(\mathbf{Q})t/\hbar)$ となる。

式 (2.3) で表される一般の状態 ψ_n の時間発展については、位相 $\exp(-E_n(\mathbf{Q})t/\hbar)$ を時間 $t' = 0$ から $t' = t$ まで積分した項が位相因子に含まれると考えられるから、

$$\psi_n(t) = \exp\left[i\gamma_n - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' E[\mathbf{R}(t')]\right] |n, \mathbf{R}(t)\rangle. \quad (2.4)$$

と書く。ここで γ_n は位相因子のうち、単純な時間積分で求めた量との差を表す項で、これを **Berry 位相 (Berry phase)** という。

Berry 位相を計算するため、式 (2.4) を式 (2.3) へ代入すると、

$$\begin{aligned} & \left(\mathcal{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right) \psi_n = 0 \\ & = \left(\mathcal{H} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right) \exp\left[i\gamma_n - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' E[\mathbf{R}(t')]\right] |n, \mathbf{R}(t)\rangle \\ & = \exp\left[i\gamma_n - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' E[\mathbf{R}(t')]\right] \left(\mathcal{H} + \hbar \frac{d\gamma}{dt} - E_n[\mathbf{R}(t)] - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\right) |n, \mathbf{R}(t)\rangle \end{aligned} \quad (2.5)$$

となり、これに左から $\langle n, \mathbf{R}(t)|$ をかけて

$$\frac{d\gamma_n}{dt} = i\langle n, \mathbf{R}(t)| \frac{\partial}{\partial t} |n, \mathbf{R}(t)\rangle = i\langle n, \mathbf{R}(t)| \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle \cdot \frac{d\mathbf{R}(t)}{dt} \quad (2.6)$$

を得る。

さて、パラメータの組 \mathbf{R} が時間変化した後、初期値に戻ってくるような運動を考える。この時 \mathbf{R} のパラメータ空間内の変化はループ C を描く。ループ周回時間を T とおくと

$$\begin{aligned} \gamma_n[C] &= i \int_0^T dt \frac{d\mathbf{R}}{dt} \cdot \langle n, \mathbf{R}(t)| \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle \\ &= i \oint_C d\mathbf{R} \cdot \langle n, \mathbf{R}(t)| \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

と簡単な形に書ける。さらに

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{R}) \equiv -i\langle n, \mathbf{R}(t)| \nabla_{\mathbf{R}} |n, \mathbf{R}(t)\rangle, \quad \mathbf{B}_n(\mathbf{R}) \equiv \text{rot}_{\mathbf{R}} \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) \quad (2.8)$$

と定義し、 $\mathbf{A}_n(\mathbf{R})$ を **Berry 接続**、 $\mathbf{B}_n(\mathbf{R})$ を **Berry 曲率** と呼ぶ。

ここで、Berry 接続はゲージ不変で無いが、Berry 曲率はゲージ不変である。例えば Λ を \mathbf{R} 空間内で連続なスカラー関数とし、ゲージ変換

$$|n, \mathbf{R}\rangle' = \exp(i\Lambda(\mathbf{R})) |n, \mathbf{R}\rangle \quad (2.9)$$

を考えると、Berry 接続、曲率は次のように変換される。

$$\mathbf{A}'_n(\mathbf{R}) = -i\langle n, \mathbf{R}| e^{-i\Lambda(\mathbf{R})} \nabla_{\mathbf{R}} e^{i\Lambda(\mathbf{R})} |n, \mathbf{R}\rangle = \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) + \nabla_{\mathbf{R}} \Lambda(\mathbf{R}), \quad (2.10)$$

$$\mathbf{B}'_n(\mathbf{R}) = \text{rot}_{\mathbf{R}} \mathbf{A}'_n(\mathbf{R}) = \text{rot}_{\mathbf{R}} \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) = \mathbf{B}_n(\mathbf{R}). \quad (2.11)$$

これら Berry 接続あるいは曲率を使えば、Berry 位相は

$$\gamma_n[C] = - \oint_C d\mathbf{R} \cdot \mathbf{A}_n(\mathbf{R}) = - \int_S d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{R}) \quad (2.12)$$

となる。ここで S は曲線 C を縁に持つ曲面である。いま、2つの曲面 S_1 、 S_2 の Berry 位相を考えると、 $2n\pi$ (n は整数) の不定性を除いて等しくなるはずなので、

$$\int_{S_1} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{R}) = \int_{S_2} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{R}) + 2n\pi \quad (2.13)$$

となる。従って、ループ C を含む任意の単連結閉曲面 S_c について、 $d\mathbf{s}$ の向きを閉曲面の外側向き垂直成分に固定すれば、

$$\int_{S_c} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{R}) = 2n\pi \quad (2.14)$$

が成立する。

以上により、Berry 位相は系の固有状態が通過するループ C の幾何学的形状のみに依存し、状態が断熱的に変化した場合に生じる。一方で式 (2.4) の位相因子の第二項は力学的位相と呼ばれ、非断熱な変化がここに含まれる。

本研究ではスピン軌道相互作用 (SOI) に起因するこの力学的位相を考える。量子リングの場合の詳細は付録 B.3 に付した。

2.1.3 Landau-Zenner トンネリング

ここではさらに一般的な非断熱変化を考える。

一般の時間発展においては、初期の固有状態が $|\phi_n\rangle$ だったとしても、ハミルトニアンのある一定の変化の後では状態 $|\psi\rangle$ に変化する。ただし n はエネルギーの低い順に番号を付ける。この時、元の固有状態 $|\phi_n\rangle$ が断熱的に変化した場合の固有状態を $|\phi'_n\rangle$ と置けば、 $|\psi\rangle$ を固有関数系 $\{|\phi'_j\rangle\}$ で次のように分解できる。

$$|\psi\rangle = \sum_j a_j |\phi'_j\rangle. \quad (2.15)$$

$|\psi\rangle$ は規格化すれば、 $|a_n|^2$ を変化の断熱性、 $1 - |a_n|^2$ を非断熱性の指標として用いることが出来る。

例えば、最も単純な 2 準位系 $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ を考える (図 2.1)。

ハミルトニアンはパラメータ q に依存しており、 q が変化することで系が運動する。エネルギー固有値が運動中に変化し、図 2.1(a) のように交差する場合を考える。 $|1\rangle$ と $|2\rangle$ との間に準位間のトンネルが生じない場合は (a) のように $|1\rangle \rightarrow |1'\rangle$ 、 $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ と変化するが、このとき式 (2.15) の定義によれば、固有状態の順番が入れ替わったために完全な非断熱変化となる。一方で、 q の変化により準位間のトンネルが生じる場合は (b) のように反準位交差が生じる。断熱変化ならば $|1\rangle \rightarrow |2'\rangle$ 、 $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ と遷移するが、 q が非断熱的に速く変化すると、ある割合で混じり合いが生じる。

これは次のように計算される。無摂動ハミルトニアン $\mathcal{H}_0(q)$ の固有状態が $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ であるため、

$$\mathcal{H}_0(q)|j\rangle = E_j(q)|j\rangle, \quad j = 1, 2 \quad (2.16)$$

と書ける。簡単のため、固有状態 $|j\rangle$ が q に依存しない場合を考える。 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ の間のトンネル (摂動) 項 V とすると、全ハミルトニアン $\mathcal{H}(q) = \mathcal{H}_0(q) + V$ であるから、 $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ を表現基底として

$$\mathcal{H}(q)/\hbar = \begin{pmatrix} \omega_1(q) & \omega_0 e^{-i\phi}/2 \\ \omega_0 e^{i\phi}/2 & \omega_2(q) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

となる。ただし

$$\hbar\omega_j(q) = E_j(q) + \langle j|V|j\rangle, \quad j = 1, 2, \quad (2.18a)$$

$$(\omega_0/2)e^{-i\phi} = \langle 1|V|2\rangle, \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad (2.18b)$$

と置いた。さらに、 V は q に依存せず、 ω_0 は定数と仮定する。

これより固有振動数が求まり、

$$\omega_{\pm}(q) = [(\omega_1 + \omega_2) \pm \sqrt{(\omega_1 - \omega_2)^2 + \omega_0^2}]/2 \quad (2.19)$$

となる。 $\omega(q) \equiv \omega_1 - \omega_2$ と定義すると、 $\omega(q_c) = 0$ となる q_c が準位交差点を表す。また準位間反交差は

$$\omega_+ - \omega_- - |\omega(q)| = \sqrt{\omega(q)^2 + \omega_0^2} - |\omega(q)| \quad (2.20)$$

となるので、 ω/ω_0 に対して右図のように依存し、その半値幅は ω_0 程度である。これを q 軸上の幅 δq に換算すると

$$\delta q = \frac{\omega_0}{(d\omega/dq)_{q_c}} \quad (2.21)$$

となる。

ここで、角度 θ を

$$\theta(q) \equiv \arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega(q)}\right) \quad (2.22)$$

と定義すると、固有値 $\hbar\omega_{\pm}$ に対応する固有関数 $|\psi_{\pm}\rangle$ は、次式で与えられる。

$$|\psi_+\rangle = \cos\left(\frac{\theta(q)}{2}\right)e^{-i\phi/2}|1\rangle + \sin\left(\frac{\theta(q)}{2}\right)e^{i\phi/2}|2\rangle, \quad (2.23a)$$

$$|\psi_-\rangle = -\sin\left(\frac{\theta(q)}{2}\right)e^{-i\phi/2}|1\rangle + \cos\left(\frac{\theta(q)}{2}\right)e^{i\phi/2}|2\rangle. \quad (2.23b)$$

これは、 $(e^{-i\phi/2}|1\rangle, e^{i\phi/2}|2\rangle)$ を回転角 $-\theta/2$ で混ぜ合わせた形をしている。

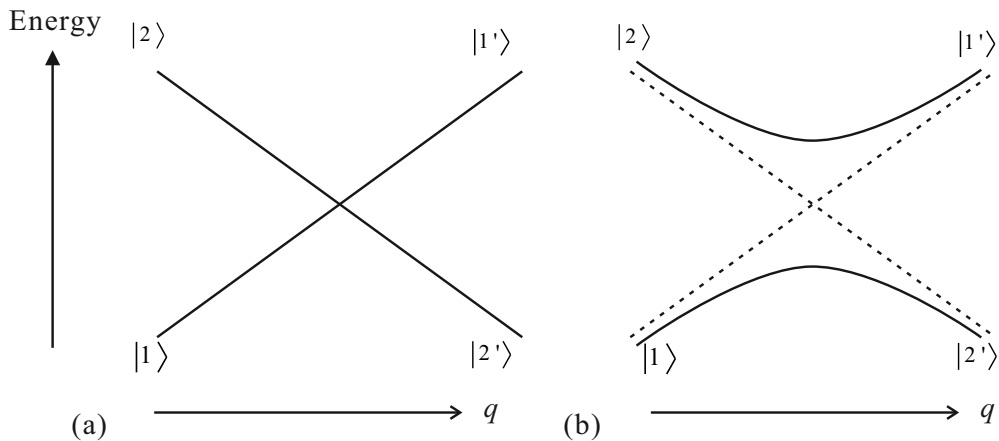


図 2.1: Landau-Zener トンネリングの概念図。系のパラメーター q の変化に伴い、エネルギー固有値 (固有状態) が変化する様子を示したもの。(a) 2 準位間にトンネル項がない場合。(b) トンネル項のため、反準位交差が生じている場合。

これを用いて、Schrödinger 方程式

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \mathcal{H} |\Psi(t)\rangle \quad (2.24)$$

に次式を代入する。

$$|\Psi(t)\rangle = C_1(t) \exp\left(-i\hbar \int_0^t \omega_1 dt'\right) |1\rangle + C_2(t) \exp\left(-i\hbar \int_0^t \omega_2 dt'\right) |2\rangle. \quad (2.25)$$

これより C_1 、 C_2 を含む方程式

$$i \frac{dC_j}{dt} = \frac{\hbar\omega_0 e^{\mp i\phi}}{2} \exp\left(\pm i\hbar \int_0^t \omega dt'\right) C_k, \quad (j, k) = (1, 2), (2, 1) \quad (2.26)$$

が求まる。ただし、 $(j, k) = (1, 2)$ が複合の上の行、 $(j, k) = (2, 1)$ が複合の下の方行に対応する。これを分解して、2 階の微分方程式

$$\frac{d^2 C_j}{dt^2} \mp i\hbar\omega(t) \frac{dC_j}{dt} + \frac{\hbar^2 \omega_0^2}{4} C_j = 0, \quad j = 1(\text{upper}), 2(\text{lower}) \quad (2.27)$$

を得る。

さて、時間 $t = t_i$ の初期状態において $|\psi_-\rangle$ だったものが非断熱的に変化し、時間 $t = t_f$ の終状態で $|\psi_+\rangle$ となる確率は

$$P = |\langle \Psi(t_f) | \psi_+ \rangle|^2 \quad (2.28)$$

である。このような変化を Landau-Zenner トンネリングと言う。さらに簡単のため、 $d\omega/dt$ が定数とすると式 (2.27) を解くことが出来て、

$$\Gamma = \frac{(\hbar\omega_0)^2}{4(\hbar d\omega/dt)} = \frac{|\langle 1 | V | 2 \rangle|^2}{\hbar d\omega/dt}. \quad (2.29)$$

の表式を使えば、遷移確率は

$$P = \exp(-2\pi\Gamma/\hbar) = \exp\left(-2\pi \frac{|\langle 1 | V | 2 \rangle|^2}{\hbar(dE/dt)}\right) \quad (2.30)$$

となる。

2.2 量子ポイントコンタクト

本研究においては、スピン軌道相互作用 (spin orbit interaction; SOI) のある量子ポイントコンタクト (quantum point contact; QPC) を用いて伝導に非断熱性を導入している。この章でその効果を記述する。

2.2.1 スプリットゲート法

ここでは量子ポイントコンタクトの伝導を断熱・非断熱の観点から整理する。

付録 A.6 で示した Landauer 公式による伝導度量子化を直接観測できる素子が、QPC である。一次元伝導体 (量子細線) に対する二端子 Landauer 公式成立の前提は、(1) 電流によって性質が変化しない、電気化学ポテンシャルが定義できる熱浴・粒子溜めを電極とする、(2) 電気抵抗ゼロの「完全導体」電極を持つ、ことであった。更に、伝導度が量子化伝導度 G_q で量子化することが実験に現れるためには、各チャネルの透過率 T_i はほぼ 1 でなければならない、すなわち、測定される量子細線の伝導は散乱のない、弾道的な伝導である必要がある。

条件 (1) の意味は明瞭であるが、(2) は極めて重要であるにもかかわらず意味がわかりにくい。「完全導体」であるから、散乱のない細線とするならば「試料」部分の量子細線と特に区別がないが、そうではなく、むしろ、壁面ポテンシャル散乱によって細線方向に進行するモードと横方向へ進もうとするモードとを結合させ、「断熱的に」運動量を進行方向へと変化させる役割を担う部分である。

弾道的伝導の量子細線の伝導度公式 (A.16) には、量子細線の長さは一切含まれておらず、条件 (2) の「お膳立て」が完了し、細線中を弾道的に伝導しさえすれば伝導度量子化を観測することができることになる。そこで、細線部分の長さを非常に短く取った構造が QPC である。2 次元電子系にショットキーゲート電極法で作った QPC は、従って、滑らかな電子の導入部分 (完全電極) と短い細線部分からなる。

ここで、量子輸送現象を断熱的・非断熱的变化と捉える考え方を導入する。量子輸送現象は、ポテンシャル $V(\mathbf{r})$ 中の電子波束の運動現象と考えることができる。ハミルトニアン $\mathcal{H} = \hbar^2(\partial^2/\partial \mathbf{r}^2)/2m + V(\mathbf{r})$ は時間に依存しないので前節とは異なる問題のように思われる。しかし、例えば次のように考えることができる。波束の幅に比べて $V(\mathbf{r})$ の空間変化が十分ゆっくりである場合を考え、波束の中心位置を $\mathbf{r}_p(t)$ とすると、波束の運動につれてポテンシャル、したがってハミルトニアンが時間変化する見方に問題を焼き直すことができる。

以上の考えに基づき、QPC を断熱近似の下でモデル化してみる。QPC の伝導方向を x 、垂直方向を y とする。座標 x での y 方向閉じ込めポテンシャルを調和振動子ポテンシャル $U(y) = m^*\omega^2 y^2/2$ と考え、その幅を $W(x)$ とする。ここで幅 W とは、図 2.2(a) のように、底から一定の高さ U_0 に達するのに必要な幅として定義している。断熱近似は、 $W(x)$ が x 方向の波束の遷移に対して十分ゆっくりと変化し、 x と y を分離して y 方向を調和振動子問題とするところで使用しており、これが成立するための条件は、 $|dW(x)/dx| \ll 1$ 、 $|W(x)d^2W(x)/dx^2| \gg 1$ である。 $\omega = (\sqrt{8U_0/m^*})/W$ と、 ω は W の逆数に比例して変化し、調和振動子の量子化により量子化準位は $\hbar\omega(n+1/2)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) であるから、 x 方向の運動エネルギーを $E_k(x)$ とすると、電子の全エネルギーは $E(k) + \hbar\sqrt{(8U_0/m^*)}/W$ である。こ

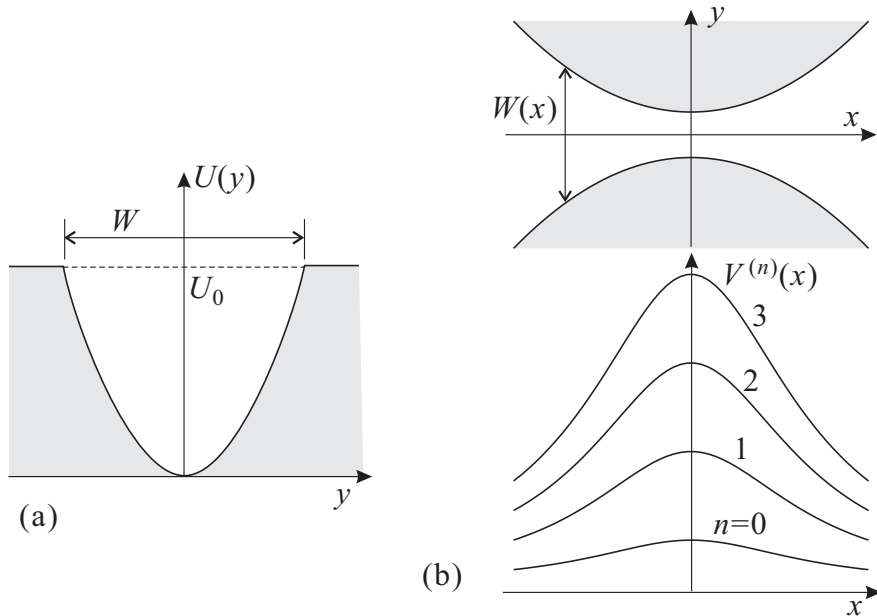


図 2.2: QPC の簡単なモデル。(a) y 方向の調和振動子型閉じ込めポテンシャル。(b) y 方向の運動エネルギー量子化に伴い生じた x 方向の有効ポテンシャル。上: y 方向閉じ込めポテンシャル形状モデル。放物線とした。下: 上の形状に合わせた (a) のようなポテンシャルの変化によって生じた y 方向量子化準位の変化による x 方向有効ポテンシャル。

れを量子化した座標表示のハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\text{QPC}} = \frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dx^2} + \sqrt{\frac{8U_0}{m^*}} \frac{\hbar}{W} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + V_{\text{eff}}^{(n)}(x) \quad (2.31)$$

となる。図 2.2(b) 上に、閉じ込め形状を放物線としたポテンシャル形状を示した。

この $W(x)$ を $ax^2 + W_0$ (W_0 は最も QPC 幅が狭まった所の幅) と表すと、 $n + 1$ 番目の量子化準位に対応する有効ポテンシャルは

$$V_{\text{eff}}^{(n)}(x) = \sqrt{\frac{8U_0}{m^*}} \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar}{ax^2 + W_0} \quad (2.32)$$

で与えられる。この様子を図 2.2(b) 下に示した。

このポテンシャル形状と n および W_0 への依存性から、ゲート電圧によって W_0 が変化することでポテンシャル最高部の高さが変化する。フェルミ準位が一定とするとフェルミ準位の電子が越えて行けるポテンシャルの数は、 W_0 が小さくなるにつれて減少し、ゼロになると伝導がなくなる (ピンチオフ)。ポテンシャルを古典的に越えて伝導する状態とピンチオフ状態との間に、有効ポテンシャルを量子トンネルで抜けるトンネル伝導の領域が現れる。これは、QPC を用いて量子ドットを構成する際に利用される。越えられるポテンシャル数が増える度に伝導度は G_q を単位に階段的に変化する。また、ポテンシャルの底を基準に取り、 x 方向に通過する電子を考えると、電子が $x = 0$ に近づくにつれてフェルミ準位は下がり、 $x = 0$ で最低点を取ってまた上がっていくことになる。

2.2.2 スピン軌道相互作用

スピン軌道相互作用 (SOI) は相対論的量子力学の帰結であり、Schrödinger 方程式の補正項として現れる。半導体ヘテロ構造においては Rashba 項 [1] や Dresselhaus 項 [2] が主要な項として存在を知られていたが、近年のスピンエレクトロニクス発展に伴いスピンを制御する手段として注目を集めている。

m_0 を真空中電子静止質量、 σ をパウリ行列とおいた Dirac 方程式は

$$(c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m_0 c^2 + V)\psi = E\psi \quad (2.33)$$

である。ここで、

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

とおいた。これを $(v/c)^2$ のオーダーまで展開すると、パウリ方程式

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V + \frac{e\hbar}{2m_0} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - \frac{e\hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{E}}{4m_0^2 c^2} - \frac{e\hbar^2}{8m_0^2 c^2} \nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{p^4}{8m_0^3 c^2} - \frac{e\hbar p^2}{4m_0^3 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - \frac{(e\hbar \mathbf{B})^2}{8m_0^3 c^2} \right] \psi_a = E\psi_a \quad (2.35)$$

を得る。このうち第 3 項を SOI と呼び、 $-e\mathbf{E} = -\nabla V$ でポテンシャル V を定義し、次式を得る。

$$\mathcal{H}_{\text{so}} = -\frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \nabla V). \quad (2.36)$$

Dresselhaus SOI はバルク結晶非対称性 (bulk inversion asymmetry: BIA) から生じる SOI である。III-V 族半導体において結晶方位 [001] 方向に成長した量子井戸では、 $k_{\pm} = k_x + ik_y$ の表記のもと、 k の最低次のみ取り出した

$$\mathcal{H}_D = \beta(k_+ \sigma_+ + k_- \sigma_-) \quad (2.37)$$

がその有効ハミルトニアンである。高次の項まで含めるには、 \uparrow と \downarrow を基底とした行列表示により

$$\mathcal{H}'_D = \beta' \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4}k_-(k_+^2 - k_-^2 - k_+ \langle k_z^2 \rangle) \\ \frac{1}{4}k_+(k_-^2 - k_+^2 - k_- \langle k_z^2 \rangle) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

となる。なおブラケットは空間平均を表す。対応するエネルギー分裂は $\mathbf{k}_{\parallel} = k_{\parallel}(\cos \phi, \sin \phi, 0)$ として

$$E_D = \pm \gamma k_{\parallel} \sqrt{\langle k_z^2 \rangle^2 + \left(\frac{1}{4}k_{\parallel}^2 - \langle k_z^2 \rangle \right) k_{\parallel}^2 \sin^2(2\phi)} \quad (2.39)$$

である。この式から分かるように、 $\phi = \pi/4$ ($\mathbf{k}_{\parallel} \parallel [110]$) の場合にスピン分裂 E_D が最も小さくなる。Dresselhaus SOI は GaAs の場合 $\gamma = 27.58$ (eV \AA^3) であり [3]、仮に 20 nm の量子井戸を考えると、

$$\beta \sim \beta' \langle k_z^2 \rangle \sim 27.58 \times 10^{-30} \left(\frac{\pi}{20 \times 10^{-9}} \right)^2 \sim 0.5 \times 10^{-12} \text{ eV m} \quad (2.40)$$

となる。

Rashba SOI は z 方向の閉じ込めポテンシャル非対称性 (structure inversion asymmetry, SIA) から生じる SOI である。(2.36) 式のポテンシャルを $\nabla V \sim \hat{z}$ とおいた次式

$$\mathcal{H}_R = \frac{\alpha}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \hat{z}) = \frac{\alpha}{\hbar} (p_x \sigma_y - p_y \sigma_x) \quad (2.41)$$

がその有効ポテンシャルとなる。端的に言うと、量子井戸を構成する価電子帯のポテンシャルと伝導帯の波動関数との相互作用がこの Rashba SOI を生み出す。エネルギー分散は図 2.3 のような二重パラボラの形となり、それぞれのパラボラがスピンの \uparrow と \downarrow の分散を表している。

パウリ方程式の元の形を参照すれば、Rashba SOI の強度 α には z 軸方向の電場が関係している事が分かる。従って α は半導体ヘテロ構造状のトップゲート、或いはバックゲートが作る外部電場によって変調することができ、スピン制御への応用が期待されている。その大きさは量子井戸ポテンシャルの形状に大きく依存するが、先行研究によると例えば InGaAs/InAlAs 量子井戸において、

$$\alpha \sim (0.753 - 0.108 \cdot V_g) \times 10^{-11} \text{ eV m} \quad (2.42)$$

となっている [4]。ここで V_g はトップゲート電圧である。Dresselhaus SOI の強度の式 (2.40) と比較すると α は β に比べて一桁大きい。従って本論文では以降 SOI と言えば Rashba SOI のみを考慮することとする。

2.2.3 Rashba SOI のある QPC の伝導

2.2.1 節で導入したように、最も素朴なモデルでは QPC の伝導度は通るチャネルの数に比例して G_q の値で量子化され、図 2.4 のようなステップ構造 (プラトー) を示す。Rashba 型 SOI の強い系での実験では、さらに $0.5G_q$ の位置でプラトーが観測された。この 0.5 という値は電子スピンの縮退が解けている事を示唆し、スピン偏極が生じているとする理論もいくつか提唱されている。

図 2.5(b) に好田らによる理論 [9] の模式図を示す。QPC の端付近では、チャネルの底のポテンシャルが平坦ではなく左右対称な傾きを持っている。このポテンシャルの空間的な傾きが α の Rashba 項を通してスピンに対して勾配のある磁場として働けば、スピンの向きに応じて電子に逆向きの力が働く。この「スピン依存力」は、一方のスピンは QPC 中央に向かって収束するように、他方には外側に向かって広がるように働くため、片方のスピンのみが通過できるようになり伝導度が $0.5G_q$ となる。QPC が右向きスピン偏極を起こしている時、手前側は反射した左向きスピンの濃度が、奥側は透過

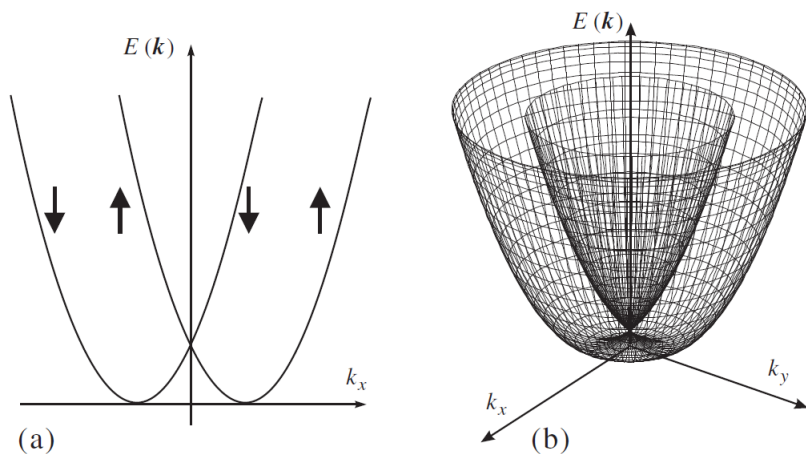


図 2.3: (a) Rashba SOI のある系の分散関係の模式図。 k_x について描いた。矢印は電子スピンを表す。(b) (a) と同じ分散関係を $k_x - k_y$ 面に対するワイヤフレーム表示で示したもの [5, 6]。

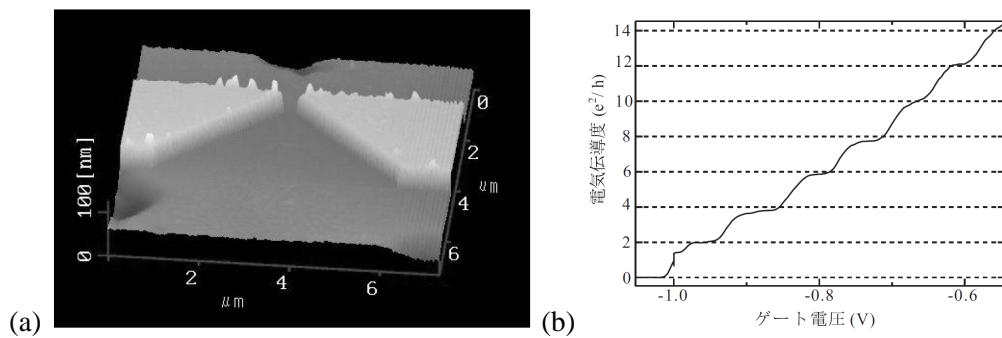
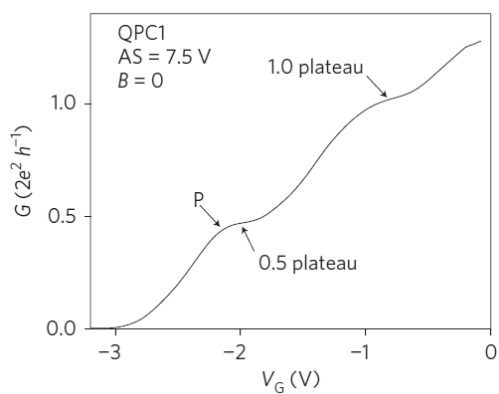
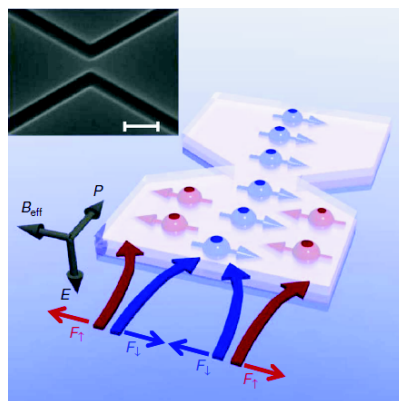


図 2.4: (a) QPC 構造の原子間力顕微鏡像。白く浮いて見えるのがショットキー電極 (ゲート) で、下地は Al-GaAs/GaAs2DEG である。(b) ゲート電圧に対する QPC の伝導度プロット ($T = 30$ mK)[7]。



(a)



(b)

図 2.5: (a) InAs2DEG 系の QPC に現れた 0.5 プラトー [8]。(b) 0.5 プラトーを説明する機構のひとつを模式的に示したもの。挿入図は試料の電子顕微鏡写真でトレンチを用いて QPC を形成している [9]。

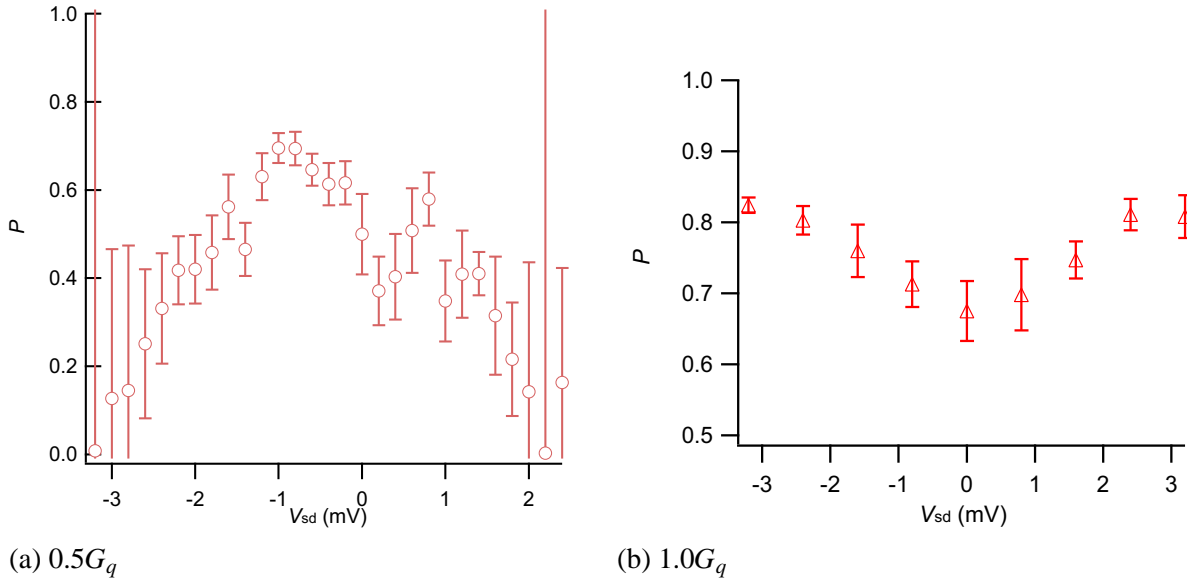


図 2.6: 側面結合量子ドットによって測定した、SOI のある系の QPC のバイアス電圧 V_b に対するスピン偏極率 P の変化。(a) $0.5G_q$ プラトー、(b) $1.0G_q$ プラトーでの結果。[5, 6]

した右向きスピンの割合が高まっている。また多体効果によって QPC ポテンシャルの最隘部に系の有限性によってスピン偏極およびスピン依存ポテンシャルが生じ、それにより片方のスピンのみ通過すると説明する理論もある [10]。

実験的には、横結合量子ドット (sice-coupled Quantum Dot: scQD) とパウリの排他律を利用した手法により、 0.5 プラトーでの QPC 出口付近でのスピン偏極率 $P = 0.70 \pm 0.02$ という高い値が測定された (図 2.6(a)) [5, 6]。バイアス電圧に対してスピン偏極率は減少し、上述の 2 つの理論と矛盾しない結果となっている。ショットノイズを用いた測定によってもスピン偏極が確認されている [9]。

さらに、SOI の強い系では QPC の 1.0 プラトーにおいてもスピン偏極効果を示すことが理論的・実験的に示されている。江藤らの理論 [11] を図 2.7 を用いて説明する。電子の伝導方向を x とおくと、Rashba SOI によって k_x 方向にバンドがスピン分裂する。電子が QPC 中を断熱的に進むとすると、チャネル幅が狭まるにつれてバンドの底のエネルギーが上がり、フェルミ準位に収まらなくなった電子は QPC の作る有効ポテンシャルによって反射される ($C \rightarrow B \rightarrow A$)。分散関係の方を固定して電子の運動を見ていくと、図 2.7 のフェルミ準位に応じて $C \rightarrow B \rightarrow A$ と進むにつれて下がり、その

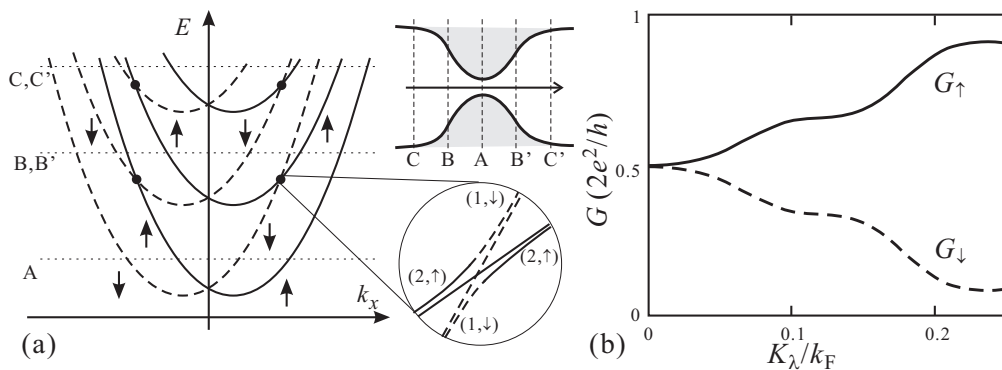


図 2.7: (a) ラッシュバ型 SOI が存在する 2 次元系で x 方向に電子が流れる QPC の x 方向エネルギー分散ダイアグラム。右上の QPC の模式図において A、B、C の位置に電子が有る時のフェルミ準位の位置を、左の分散図に水平線で示した。丸の中は $(1, \downarrow)$ と $(2, \uparrow)$ の反交差の様子を拡大したもの。(b) 再帰グリーン関数法で計算した QPC のスピン \uparrow, \downarrow の各コンダクタンス $G_{\uparrow}, G_{\downarrow}$ 。[11]

後 $A \rightarrow B' \rightarrow C'$ と進んで上がっていくように見える。 $A \rightarrow B'$ と進む時、空の $(2, \uparrow)$ バンドと $(1, \downarrow)$ バンドが交差し、Rashba 項の中の $p_y \sigma_x$ 項が引き起こすバンド混成によって、電子は二つのバンド間を遷移できるようになる。このとき $(2, \uparrow) \rightarrow (1, \downarrow)$ の遷移が \uparrow スピン偏極を発生させる。このようなスピン偏極機構を、本論文では提案者の名前を取って江藤機構と呼ぶ。

図 2.7(a) の拡大図と図 2.1(b) とを比較すると、江藤機構が QPC を電子が通過する際の断熱変化によって生じていることがわかる。すなわち、江藤機構によって高いスピン偏極率が得るためには、式 (2.30) で表される Landau-Zener トンネル確率が十分低い必要がある。図 2.7(b) の横軸に書かれた K_λ は、式 (2.30) の $\langle 1|V|2 \rangle$ に相当する量を波数の次元で表したもので、この横軸の量は、ほぼ式 (2.30) の指数関数の (符号を除く) 引数に相当し、したがって横軸量 K_λ/k_F の増加とともにスピン偏極も増大する。

この 1.0 プラトールにおけるスピン偏極は、0.5 プラトールと同じく金らの scQD を用いた実験 [5, 6] によって示され、1.0 プラトールではスピン偏極率 $P = 0.68 \pm 0.05$ 程度の高い値が観測されている。1.0 プラトールでのスピン偏極は 0.5 プラトールの時とは逆にバイアス電圧によって減少せず、むしろ僅かに増加する傾向にある (図 2.6(b))。0.5 プラトールと 1.0 プラトールにおける QPC のスピン偏極効果のバイアス依存性は、これらの 2 つのスピン偏極機構が異なる事を示している。0.5 プラトールではバイアス電圧によって \uparrow のチャンネルに加えて \downarrow のチャンネルへのトンネルも生じるため、偏極率が減少する。一方で 1.0 プラトールでは、QPC を抜け出す際に起こるスピン回転がスピン偏極の主因のため、バイアス電圧を印加しても \downarrow バンドの伝導は増加せず、むしろ \uparrow 電子が増加するためスピン偏極は上昇する。

2.3 量子リング

本研究では、量子ドット (QD) 内のスピン回転をスピン干渉計を用いて観測した結果をもとに数値計算を行った。従って、この節で量子リングとスピン干渉について整理する。

2.3.1 Aharonov-Bohm 効果

量子リングで起こる代表的な干渉現象として、Aharonov-Bohm (AB) 効果 [12] が挙げられる。以下にこの簡単な導出を述べる。磁場中におかれた電子の Schrödinger 方程式は、

$$\left[\frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2}{2m} + V_r \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.43)$$

で与えられる。この方程式の解は磁場が無い時の解を ψ_0 とおいて、

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) \exp\left(-i\frac{e}{\hbar} \int_{r_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}'\right) \quad (2.44)$$

と表せる。特に電子が 2 つの経路 C_1 と C_2 に分かれた時に磁場によって生じる位相差は、

$$\phi_{AB} = \frac{e}{\hbar} \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0} \quad (2.45)$$

となる。これを AB 位相という。ここで C_1 と C_2 が作る閉じた経路を C 、その C が囲む面積を貫く磁束の量を ϕ とおいた。 ϕ_0 は次に示す磁束量子である。

$$\phi_0 = \frac{h}{e}. \quad (2.46)$$

量子リングの両端に電流端子を取り付けると、量子リングのつくる経路 C を磁場が貫くことでその伝導度 G は面直磁場に対して振動する。すなわち、

$$G \sim \cos\left(2\pi \frac{\phi}{\phi_0}\right) \quad (2.47)$$

となる。これは電子の干渉によって生じるものだが、干渉が起こるにはコヒーレンスが失われない必要があるため、経路の長さはコヒーレンス長より短くなければならない。その典型的な長さは極低温半導体ヘテロ構造で $\sim 1 \mu\text{m}$ である。従って量子リングの直径も同程度となり、この範囲では面直磁場は試料に一様かけざるを得ない。従って面直強磁場下では量子ホール効果によるエッジ状態に留意する必要がある。

2.3.2 散乱行列

実際に量子リングを測定する際には測定端子をリングに取り付け電流を流す必要がある。この測定端子が引き起こす散乱の効果を取り入れるため、ここでは散乱行列 (S 行列) を用いる [7]。

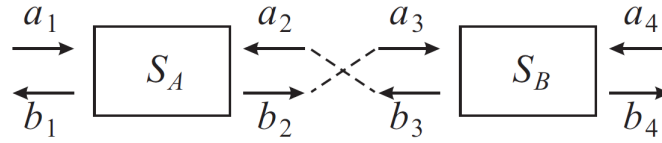


図 2.8: S 行列の合成。

量子回路に左右から入射してくる波動関数を $a_1(k)$ 、 $a_2(k)$ 、流出する波動関数を $b_1(k)$ 、 $b_2(k)$ と置き (なお複数のフェルミ準位の電子が伝導に寄与している場合は、フェルミ速度 v_F で規格化する)、散乱行列 S を

$$\begin{pmatrix} b_1(k) \\ b_2(k) \end{pmatrix} = S_A \begin{pmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L & t_R \\ t_L & r_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

で定義する。 $t_{L,R}$ は左右からの複素透過振幅、 $r_{L,R}$ は複素反射振幅を表し、透過率 $T_{L,R}$ や反射率 $R_{L,R}$ との関係は

$$T_{L,R} = |t_{L,R}|^2 = 1 - R_{L,R} = 1 - |r_{L,R}|^2 \quad (2.49)$$

となっている。また確率密度流の保存則から S 行列はユニタリである。量子回路 A, B を二つ直列につなげた時 (図 2.8) の全透過振幅/反射振幅を表す合成 S 行列 S_{AB} は、連立方程式

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = S_A \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L^{(A)} & t_R^{(A)} \\ t_L^{(A)} & r_R^{(A)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad (2.50)$$

$$\begin{pmatrix} b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = S_B \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L^{(B)} & t_R^{(B)} \\ t_L^{(B)} & r_R^{(B)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

$$b_2 = a_3, \quad a_2 = b_3 \quad (2.52)$$

を解けば求まり、次式になる。

$$S_{AB} = \begin{pmatrix} r_L^{(A)} + t_R^{(A)} r_L^{(B)} (I - r_R^{(A)} r_L^{(B)})^{-1} t_L^{(A)} & t_R^{(A)} (I - r_L^{(B)} r_R^{(A)})^{-1} t_R^{(B)} \\ t_L^{(B)} (I - r_R^{(A)} r_L^{(B)})^{-1} t_L^{(A)} & r_R^{(B)} + t_L^{(B)} (I - r_R^{(A)} r_L^{(B)})^{-1} r_R^{(A)} t_R^{(B)} \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

この式は、第二項に現れる除算を

$$\left(I - r_L^{(B)} r_R^{(A)}\right)^{-1} = I + r_R^{(A)} r_L^{(B)} + (r_R^{(A)} r_L^{(B)})^2 + \dots \quad (2.54)$$

と書き換えられる事から分かるように、量子回路 A, B の間で繰り返し散乱を受ける過程を含む。

2.3.3 Onsager 相反性

系に時間反転対称性がある時、 S 行列のユニタリ性が Onsager 相反性という次の一般的な関係式に置き換えられる事を示す。

$$S(\mathbf{B}) = {}^t S(-\mathbf{B}), \quad S_{mn}(\mathbf{B}) = S_{nm}(-\mathbf{B}). \quad (2.55)$$

磁場下での Schrödinger 方程式

$$\left[\frac{(i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2}{2m} + V \right] \psi = E\psi \quad (2.56)$$

の複素共役を取り、磁場反転操作 $\mathbf{B} \rightarrow -\mathbf{B}$ すなわち $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$ を行くと、

$$\left[\frac{(i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2}{2m} + V \right] \psi^* = E\psi^* \quad (2.57)$$

となる。複素共役を取る事は平面波 e^{-ikx} の進行方向を逆向きにすると解釈できる。従って波動関数 ψ は時間反転操作 \mathcal{T} (複素共役を取って、磁場の符号を逆にする) に対して不変 ($\psi = \mathcal{T}\psi$) である。

これを散乱波 b 、入射波 a に作用させることで、

$$b(\mathbf{B}) = \mathcal{T}b(\mathbf{B}) = b^*(-\mathbf{B}) \quad (2.58)$$

$$= S^*(-\mathbf{B})a^*(-\mathbf{B}) = S^*(-\mathbf{B})\mathcal{T}a^*(-\mathbf{B}) = S^*(-\mathbf{B})a(\mathbf{B}) \quad (2.59)$$

$$= S^*(-\mathbf{B})S^{-1}(\mathbf{B})b(\mathbf{B}) \quad (2.60)$$

となる。さらにユニタリ性を用いれば、

$$I = S^*(-\mathbf{B})S^{-1}(\mathbf{B}) = S^*(-\mathbf{B})S^\dagger(\mathbf{B}) \quad (2.61)$$

となり、複素共役を取る事で Onsager 相反性の式 (2.55) が得られる。この関係は非対称なバイアス電圧などによって時間反転対称性を破らない限り保たれる、普遍的な式である。

2.3.4 量子リングの伝導

量子リング系について AB 効果と測定端子による散乱効果を取り入れ、全透過振幅 t を求める。 S_t を三叉部の散乱を表す散乱行列、 S_{AB} を電子がリングを一周する際に得る AB 位相 $\theta_{AB} = 2\pi\phi/\phi_0$ を挿入した散乱行列、 S_w をリング両腕の行路差 θ_0 を表す散乱行列として

$$S_t = \begin{pmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/2 & -1/2 \\ -1/\sqrt{2} & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

$$S_{AB} = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta_{AB}} \\ e^{-i\theta_{AB}} & 0 \end{pmatrix}, \quad S_w = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta_0} \\ e^{i\theta_0} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

で定義し計算すると、最終的な全透過振幅は

$$t = \frac{4 \sin \theta_0}{1 + e^{i\theta_{AB}} (e^{i\theta_{AB}} + e^{i\theta_0} - 3e^{-i\theta_0})} \quad (2.64)$$

となる。 θ_{AB} と θ_0 に対する全透過率 $T = |t|^2$ を図 2.9 に示す。透過率は ϕ_0 周期の AB 振動を示すが、行路差 θ_0 を変えても AB 振動が連続的に変化するわけでは無く、全位相は 0 または π に固定されている。これは Onsager 相反性が $\phi = 0$ の前後での干渉パターンが対称になることを要請した結果である。

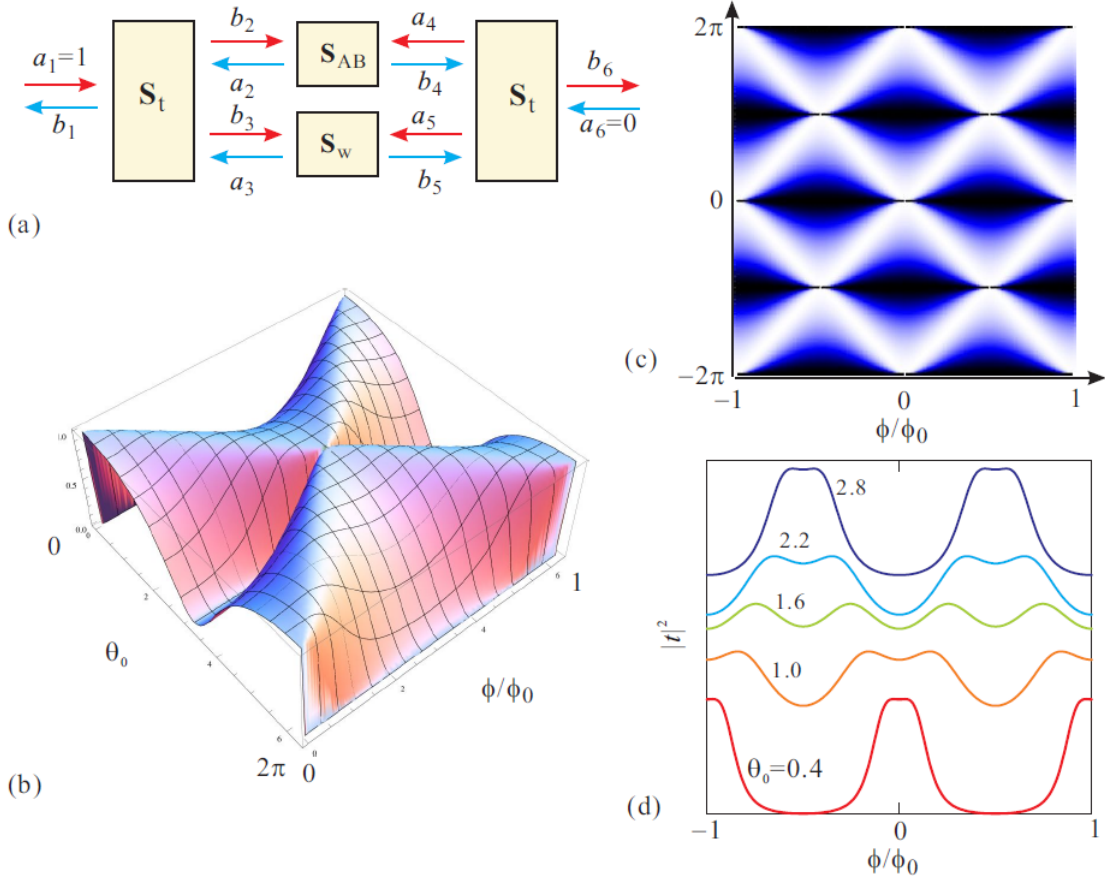


図 2.9: (a) AB リングを S 行列でモデル化したもの。(b) 行路差 θ_0 と磁束 ϕ/ϕ_0 について、AB リングの透過率 $|t|^2$ をプロットしたもの。式 (2.64) を用いた。(c) AB リングの透過率 $|t|^2$ のカラープロット。(b) の計算範囲を狭くしたもの。(d) AB リングの透過率 $|t|^2$ を、行路差 θ_0 を固定して磁束 ϕ/ϕ_0 の関数としてプロットした。 θ_0 の値は図中に書き入れた。[13]。

2.3.5 Landauer-Büttiker の伝導公式

測定端子の効果をより一般的な式で取り入れた Landauer-Büttiker の伝導公式を導出する。

図 2.10 のように試料に端子 p, q, \dots をつなぐ。端子 p は化学ポテンシャル $\mu_p = -eV_p$ を持つ粒子溜めに接続されている。端子 p から試料に流れ込む電流 J_p は、 p から試料へと向かう電流から p 以外の各端子から試料を通して p へ流れ込む電流を差し引いて

$$J_p = -\frac{2e}{h} \sum_q [T_{qp}\mu_p - T_{pq}\mu_q] \quad (2.65)$$

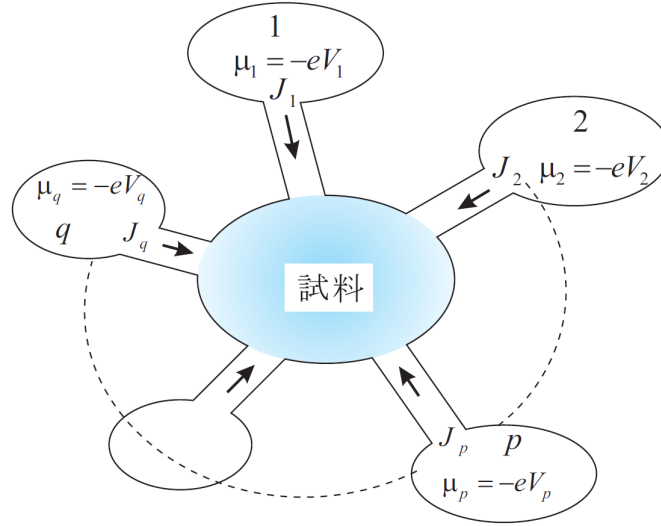


図 2.10: Landauer-Büttiker の伝導モデル。多数の測定端子が試料に繋がる影響を考える [7]。

のように書ける。量子化伝導度 G_q を

$$G_q = \frac{2e^2}{h} \quad (2.66)$$

として、電位 $V_q = \mu_q/(-e)$ 、伝導度 $G_{pq} = G_q T_{pq}$ で書き直した式

$$J_p = \sum_q [G_{qp} V_p - G_{pq} V_q] \quad (2.67)$$

が伝導公式である。制約条件として、電流保存則 $\sum_q J_q = 0$ 、Onsager の相反性 $G_{qp}(B) = G_{pq}(-B)$ 、零電位で電流が無い事を表す式 $\sum_q [G_{qp} - G_{pq}] = 0$ が加わる。

具体例として $J_1 = -J_3$, $J_2 = -J_4$ とした 4 端子測定を考える (Casimir 問題)。ここで $V_{ij} = V_i - V_j$ とおけば、伝導公式は

$$\begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & -\alpha_{12} \\ -\alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{13} \\ V_{24} \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

と変形でき、 $T_{pp} = -\sum_{q \neq p} T_{qp}$ と定義すると記号の中身は

$$\alpha_{11} = 2G_q [-T_{11} - S^{-1}(T_{14} + T_{12})(T_{41} + T_{21})], \quad (2.69)$$

$$\alpha_{12} = 2G_q S^{-1}(T_{12}T_{34} - T_{14}T_{32}), \quad (2.70)$$

$$\alpha_{21} = 2G_q S^{-1}(T_{21}T_{43} - T_{23}T_{41}), \quad (2.71)$$

$$\alpha_{22} = 2G_q [-T_{22} - S^{-1}(T_{21} + T_{23})(T_{32} + T_{12})], \quad (2.72)$$

$$S = T_{12} + T_{14} + T_{32} + T_{34} = T_{21} + T_{41} + T_{23} + T_{43} \quad (2.73)$$

と表せる。

$J_2 = 0$ とおけば、端子 1-3 のみに電流を流し端子 2-4 間の電圧を測定する、理想的な 4 端子測定を表式になる。この配置の抵抗を $R_{13,24}$ との規則で表記すると、

$$R_{13,24} = \frac{V_{24}}{J_1} = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}} \quad (2.74)$$

という4端子測定 of 公式が導かれる。注意すべきは $R_{13,24}$ 自体は Onsager 相反性を満たさない事である。時間反転対称性を保つには電流電圧端子の配置の入れ替えが必要で、一般に

$$R_{mn,kl}(B) = R_{kl,mn}(-B) \quad (2.75)$$

が成り立つ。

2.3.6 スピン干渉計

SOI が強い系では量子リングでの干渉を扱う際に、波動関数の軌道部だけでなくスピン部も考える必要がある。本論文では、この軌道-スピン干渉計を、簡単のためスピン干渉計と呼ぶことにする。以下、簡単にスピン干渉計の伝導について計算する。

量子リング (半径 R) に Rashba SOI を導入すると、スピンの歳差運動によってスピン位相 ω_{SOI} が加わる。これは様々な由来があるが、例えば QD などが無い単純な量子細線の場合は、以下のように書ける。

$$\omega_{\text{SOI}} = \pm \pi \frac{2m^* \alpha R}{\hbar^2} \quad (2.76)$$

導出の詳しい過程は付録 B に付した。右辺最初の複号はこの項が基底 \uparrow に対しては $+\pi \times 2m^* \alpha R / \hbar^2$ 、スピンの基底 \downarrow に対しては $-\pi \times 2m^* \alpha R / \hbar^2$ の値を与える事を表しており、両者の差は $2\pi \times 2m^* \alpha R / \hbar^2$ である。SOI 有効磁場によるスピンの歳差運動がこの位相を生じさせることは以下の考察により明らかになる。

ブロッホ球において、例えば z 方向に磁場 B_{eff} が印加されている時、スピンは z 軸回りに歳差運動を行う (図 2.11(a))。その際スピン波動関数は z 方向を量子化軸に取れば

$$\frac{|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{|\uparrow\rangle - i|\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}$$

という順序で変化し、これは基底 $|\uparrow\rangle$ と $|\downarrow\rangle$ の間の位相差が歳差運動 1 周につき 2π 進む事を意味する。

電子が x 方向に波数 k_x で運動し、距離 L を時間 $t = Lm^* / \hbar k_x$ で走る場合を考える。式 (2.41) で書ける Rashba SOI が存在する時、SOI による有効磁場 $B_{\text{eff}} = 2\alpha k_x / g\mu_B$ の影響で電子スピンは歳差運動し、その角速度はラーモア周波数 $\omega_L = g\mu_B B_{\text{eff}} / \hbar$ に等しい。ただし g は有効 g 因子、 μ_B はボーア磁子である。 t 秒後に電子スピンが得る位相差 $\omega_{\text{precession}}$ は、

$$\omega_{\text{precession}} = \omega_L \cdot t = \frac{2\alpha k_x}{g\mu_B} \frac{g\mu_B}{\hbar} \frac{Lm^*}{\hbar k_x} = \frac{2m^* \alpha L}{\hbar^2} \quad (2.77)$$

となる。経路として半径 r のリング一周を考え $L = 2\pi R$ を代入すれば、 $\omega_{\text{precession}}$ が ω_{SOI} と一致することが示される。

ここで考えた歳差運動は磁場の向きが常に同じであった。SOI 量子リング系では基底状態のスピン向きは場所によって変化するものの、結果は変わらない。電子が最初に走り始める地点での基底状態のスピン向きベクトルを \mathbf{n} とすると、一般にスピン位相は $(\omega_{\text{SOI}} \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\sigma} = \omega_{\text{SOI}} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ と書ける。

AB 位相と ϕ_{ABSOI} 位相 ω_{SOI} 、両方の位相を考慮した量子リングの伝導に関しては、ダイヤモンド状モデルを強束縛近似で解くことで得られる [14]。図 2.11(右)にあるサイト u のスピノール $|\psi(u)\rangle$ を表わす方程式を以下のように書く。

$$(\epsilon - \epsilon_u) |\psi(u)\rangle = \sum_v \tilde{U}_{uv} |\psi(u)\rangle = \sum_v J_{uv} U_{uv} |\psi(u)\rangle. \quad (2.78)$$

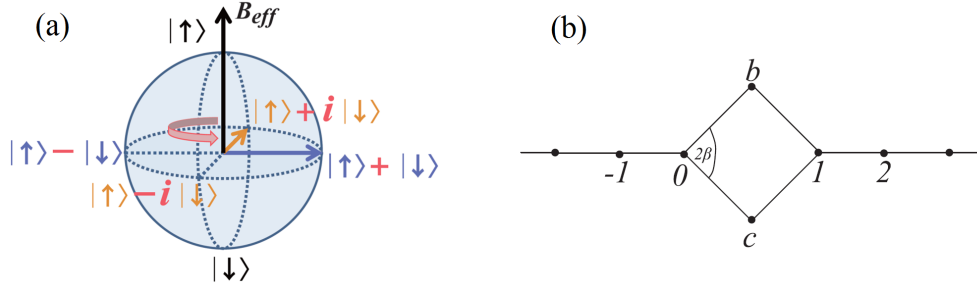


図 2.11: (a) ブロッホ球で模式的に示したスピン歳差運動。(b) 計算に用いるダイヤモンドモデル。

ここで v は最近接サイトについて和を取り、 J_{uv} がサイト v から u へのホッピング強度を表す。頂点 4 つ以外では $J_{uv} = j$ (定数) とおき、 a をサイト間隔 (格子定数) とする。 U_{uv} については頂点 4 つ以外で $1_{2 \times 2}$ とし、4 頂点では AB 位相 ϕ_{AB} やスピン位相 ω_{SOI} の効果をここに含める。すなわち電子がサイト $0 \rightarrow b \rightarrow 1 \rightarrow c \rightarrow 0$ と移動していくと、リング一周分に相当する AB 位相/スピン位相を得る事を考慮し、

$$u \equiv U_b U_c^\dagger \equiv U_{0b} U_{b1} U_{1c} U_{c0} = e^{-i\phi_{AB} + i\omega_{\text{SOI}} \cdot \sigma} \quad (2.79)$$

と書くことにする。この設定のもと 4 つの頂点に関して式を書き下すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} (\epsilon - \epsilon_0) |\psi(0)\rangle &= -(\tilde{U}_{0b} |\psi(b)\rangle + \tilde{U}_{0c} |\psi(c)\rangle) - j |\psi(-1)\rangle, \\ (\epsilon - \epsilon_1) |\psi(1)\rangle &= -(\tilde{U}_{b1}^\dagger |\psi(b)\rangle + \tilde{U}_{c1}^\dagger |\psi(c)\rangle) - j |\psi(2)\rangle, \\ (\epsilon - \epsilon_b) |\psi(b)\rangle &= -(\tilde{U}_{0b}^\dagger |\psi(0)\rangle + \tilde{U}_{b1} |\psi(1)\rangle), \\ (\epsilon - \epsilon_c) |\psi(c)\rangle &= -(\tilde{U}_{0c}^\dagger |\psi(0)\rangle + \tilde{U}_{c1} |\psi(1)\rangle). \end{aligned}$$

さらに電子が左から入射してくる状況を考え、スピノールを次のように置く。

$$\begin{aligned} |\psi(n)\rangle &= e^{ikna} |\chi_{in}\rangle + r \cdot e^{-ikna} |\chi_r\rangle \quad (n \leq 0), \\ |\psi(n)\rangle &= t \cdot e^{ik(n-1)a} |\chi_t\rangle \quad (n \geq 1). \end{aligned}$$

以上の式を連立すれば t が次のように求まる (計算の詳細は付録 C)。

$$t_{\pm} = \frac{2i \cdot j \sin(ka)}{Y - \lambda_{\pm}} \sqrt{\lambda_{\pm}}, \quad (2.80)$$

$$\lambda_{\pm} = \gamma_b^2 + \gamma_c^2 + 2\gamma_b\gamma_c \cos(\phi \pm \omega). \quad (2.81)$$

ここで、

$$\begin{aligned} y_u &\equiv \epsilon_u + \gamma_{ubu} + \gamma_{ucu}, \quad \gamma_{uvw} \equiv J_{uv} J_{vw} / (\epsilon - \epsilon_v), \\ Y &= X_0 X_1, \quad X_u = y_u + j e^{-ika} \end{aligned}$$

である。プラスとマイナスの 2 種類あるのは、スピン位相 $\omega_{\text{SOI}} \cdot \sigma$ が \uparrow と \downarrow の 2 成分を持つためであり、入射スピノール $|\chi_{in}\rangle$ のスピン向きが $\pm \mathbf{n} = \omega_{\text{SOI}} / \omega_{\text{SOI}}$ である場合にそれぞれ対応する。

図 2.12(a) にスピン偏極が $+\mathbf{n}$ の電子を入射した時の透過率 $T_+ = |t_+|^2$ を AB 位相 ϕ とスピン位相 ω の関数として図示する。干渉によって $\cos(\phi + \omega)$ の振動をするストライプ形状が見て取れる。一方ス

ピン偏極の無い電子を入射した場合には、入射スピノールは $|+n\rangle$ と $|-n\rangle$ をランダムな位相 ϕ_{random} で足し合わせた状態となる。

$$|\chi_{\text{in}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |n\rangle + \frac{e^{i\phi_{\text{random}}}}{\sqrt{2}} |-n\rangle$$

この場合、透過率 T は $T_+ = |t_+|^2$ と $T_- = |t_-|^2$ の単純な足し合わせとなり (図 2.12(b))、その形状は直交するストライプを重ねたクロスハッチ状を示す。入射スピノールがスピン偏極していたとしても、スピン向きが \mathbf{n} と直交している場合は、透過率はやはり図 2.12(b) と同じ結果となる。式 (2.80) において得られたスピン依存伝導度から、SOI 量子リング系はスピンフィルターとしても働くことがわかる。

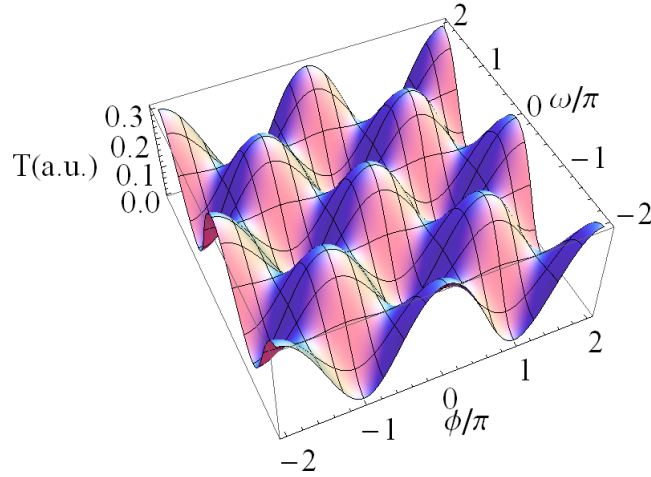


図 2.12: 式 2.80 より求めた透過率 $T = |t_+|^2 + |t_-|^2$ を ϕ と ω についてプロットしたもの。クロスハッチ形状を示す。リングは対称 ($\gamma_b = \gamma_c$) とし、パラメータは $Y/\gamma_b = -3$ とした。

スピン位相による干渉現象は、主に Aharonov-Casher(AC) 効果と銘打たれて 1990 年代から実験的な研究が行われてきた。例えば GaAs の正孔系での AB 振動スペクトルの分裂 [15] や、Rashba 強度変調による AB 振動位相の π シフト (図 2.13)[16] などが、この AC 効果の帰結として論じられている。AC 効果は、本来は AB 効果に対する電気-磁気共役な効果で、磁気モーメントに伴う磁束を持つ粒子が電荷を取り囲む経路を伝播する際に位相シフトを生じる現象であり [17]、普遍的な現象として生じる AB 効果に対して、バンド構造等に依存するスピン位相が AC 効果に相当するのだろうか、というのは若干微妙な問題であるだが、いずれにしろ、このスピン干渉によってスピンの位相の観測が可能になった事は確かである。

2.4 量子ドット

量子ドット (QD) は、電子を 1 点に閉じ込めた 0 次元系である。QD の電気伝導には非常に多くの物理的現象が現れるが、量子閉じ込めによるエネルギー準位の離散化と、QD 内の電子同士のクーロン反発から生じる単電子効果が主に伝導に寄与する。

単電子効果を最も単純に考えるため、QD 内の任意の 2 電子間にクーロン反発が働くことで増える静電エネルギーが一定値であると仮定する。この電子 1 対あたりの静電エネルギーの上昇量を U 、QD 内の電子数を N とおくと、クーロン反発による全エネルギー上昇量は

$$E_{\text{CB}} = N C_2 U = \frac{N(N-1)}{2} U \quad (2.82)$$

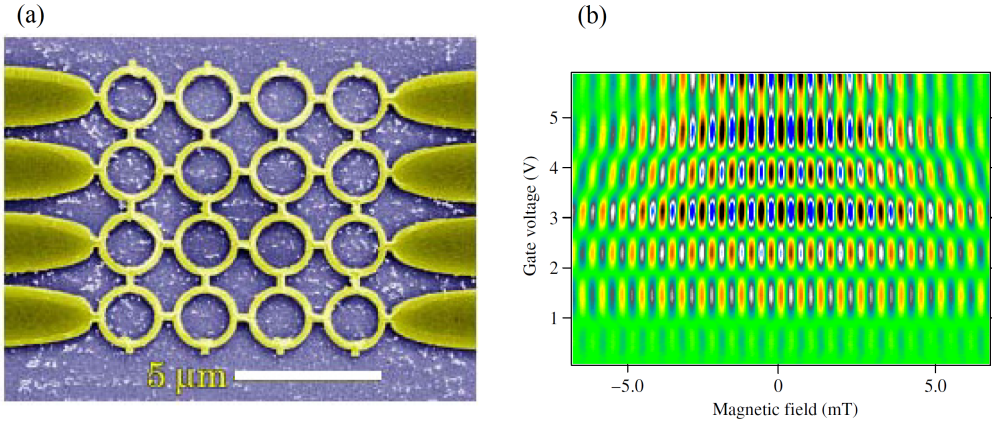


図 2.13: (a) InGaAs/InAlAs ヘテロ構造リングアレイの SEM 像と、(b) リングアレイ伝導度の $h/2e$ 周期の振動。トップゲート電圧を変えると位相の π シフトが観測された。これは Rashba 強度をゲート電圧で変調することでスピン位相を操作したと解釈されている。[16]

となる。従って電子数 $N \rightarrow N+1$ に伴うエネルギー増加は、 NU で与えられる。すなわち、他の効果を見無視した時、QD の電気化学ポテンシャルは電子数に対して等間隔 U で並ぶ (図 2.15(a))。

QD の左右電極 (ソース、ドレイン) に電位差がない時は、QD の離散的な化学ポテンシャルが左右電極の化学ポテンシャル E_F に一致した時にのみ可能である (図 2.15(b))。ゲート電圧 V_g の掃引すると、化学ポテンシャルが上下するため図 2.15(c) のような伝導度ピークが現れる。この現象をクーロン振動と言う。伝導度ピーク間ではクーロン反発の効果で QD へのトンネルが制限されている (クーロンブロックード)。

ソース・ドレイン間に電圧 V_{sd} を加えた場合は、左右の E_F が分かれ、 $E_F^{(l)}$ と $E_F^{(r)}$ の間に QD の化学ポテンシャルが割り込む時に電流が流れる。この電流が流れ始める閾値電圧 V_{sd}^{th} は、ゲート電圧の $V_{sd} = 0$ の時からの増加量 ΔV_g に比例するので、クーロンブロックード領域が $V_g - V_{sd}$ 平面では、図 2.16 のような菱形として現れる。これをクーロンドiamond (Coulomb diamond) と呼ぶ。

次に、量子閉じ込めによるエネルギー準位の離散化について考える。

QD 内に一電子のみ存在する時の N 番目のエネルギー固有値を ϵ_N とすると、クーロン反発から生じる化学ポテンシャル増加分 NU を加えて、 N 番目に QD に入った電子の化学ポテンシャルは $\mu_N = \epsilon_N + NU$ である。これより、 N が 1 だけ変化する時、化学ポテンシャルは

$$\mu_{N+1} - \mu_N = U + (\epsilon_{N+1} - \epsilon_N) = U + \Delta\epsilon_N \quad (2.83)$$

と変化する。すなわち、 ϵ_N と ϵ_{N+1} とが縮退していれば伝導度ピークの間隔はクーロン反発エネルギー

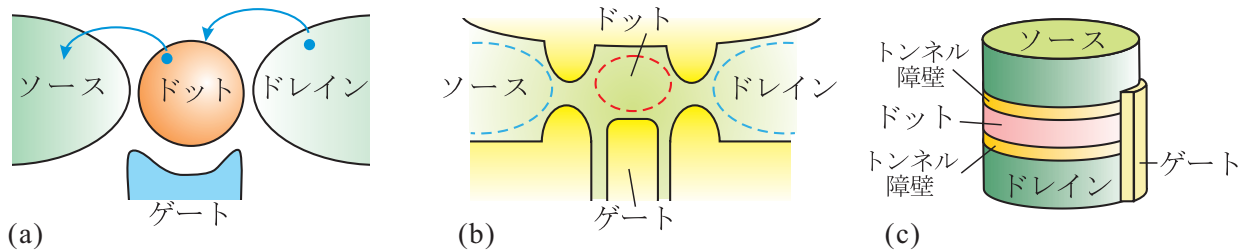


図 2.14: (a) 代表的な QD の模式図。QD を挟んでソースおよびドレインと呼ばれる電極をトンネル障壁を介して接続し、また QD 内の電位を制御するゲート電極を配置する。(b) 「横型」と呼ばれる QD の図。二次元電子系と微細加工で作成したショットキー金属ゲートを使う。(c) 「縦型」と呼ばれる QD の図。QD になる層を二枚の障壁層で挟み、さらにそれらの層の外にソースおよびドレイン層を形成する。微細加工により円筒状に切り出し、周囲に金属ゲートを付加する。

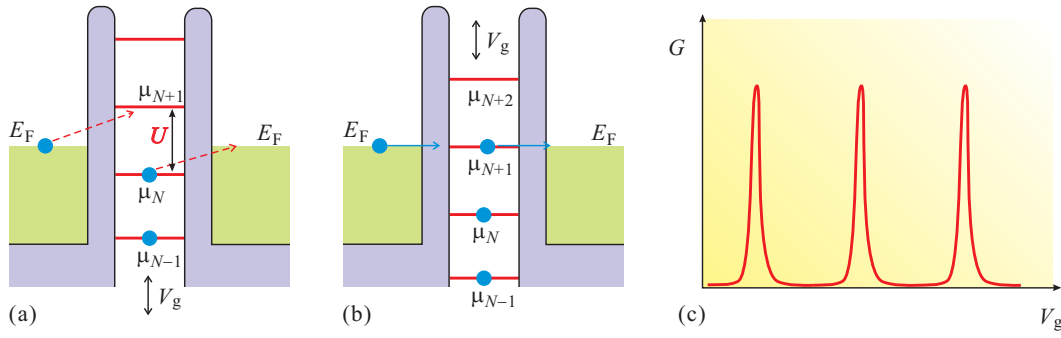


図 2.15: (a) 単電子効果を考える際の簡単な模式図。QD の化学ポテンシャルはクーロン反発の大きさ U で等間隔に並ぶ。ソース・ドレインのフェルミ準位 E_F が U と異なる時、電子のトンネルに有限なエネルギーが必要となり、トンネルが制限される (クーロンブロック)。 (b) ゲート電圧 V_g を印加する事で QD 内の化学ポテンシャルがシフトし、そのうち一つでも E_F と一致するとトンネルが起きて伝導度が増える。 (c) 従って V_g に対する QD 伝導度 G には等間隔に鋭いピークが現れる (クーロン振動)。

U のみを反映するが、そうでなければ量子閉じ込めエネルギーの差を含む。従って、伝導度ピーク間隔を測定すると、最も狭い間隔が U に一致し、それ以外の間隔から閉じ込めエネルギーの変化分が求められる。

2.5 Zitterbewegung

1930 年に、シュレーディンガーは Dirac 方程式で記述される相対論的素粒子の速度が振動する事を発見した。この現象は Zitterbewegung (ZB) と呼ばれ、速度演算子が Dirac ハミルトニアンと交換しない事に起因する。これは、最も馴染みのある物理量たる速度が、相対論的素粒子にとっては良い量子数にならないことを意味する。この事実は科学者に大いなる興味を持って受け取られたが、真空中の電子については振幅が $\hbar/m_0c \sim 386 \text{ fm}$ 、角運動量が $2m_0c^2/\hbar \sim 1.6 \times 10^{21} \text{ rad/s}$ と非常に大きいため、実験で観測する事は不可能と考えられていた [18]。イオントラップ系 [19] や、冷却原子系 [20, 21] など、Dirac ハミルトニアン模した実体モデルにおいて ZB は再現されているが、より真空に近い系、すなわち固体中の伝導電子で明確に ZB を観測するには至っていない [22–24]。Rashba SOI [25] の強い 2DEG では、ZB は 10nm 以上の振幅を持つ電荷の蛇行として現れる事が理論的に予言されており [24]、実験で ZB を観測するのに有望な系と考えられている。

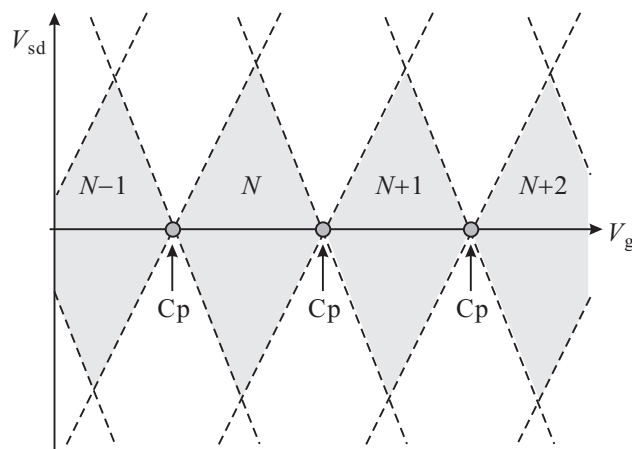


図 2.16: QD 伝導のクーロンダイヤモンド構造の模式図。Cp と書いた丸が伝導度ピークの位置。

図 2.17 は InAs 量子細線における ZB の数値計算結果である [24, 26]。ここで、 $\rho_n^{\sigma_z \sigma_B}$ は n 番目伝導バンドの x 方向 σ_B 向きのスピンを入射した時の、 σ_z 向きスピンの確率分布である。ラッシュバ強度 $\alpha_z = 3 \times 10^{-11}$ eVm、 $g^* = 15$ 、 $m^* = 0.024m_e$ 、フェルミエネルギー $E_F = 17$ meV とした。バンドが高くなるほど振動は細くなるが、最低バンドの図 (a, b) にはスピン歳差運動が見て取れる。これら (a) と (b) を足した (g) 図では、明確な電荷の蛇行が現れており、その振幅は 10 nm 以上ある。

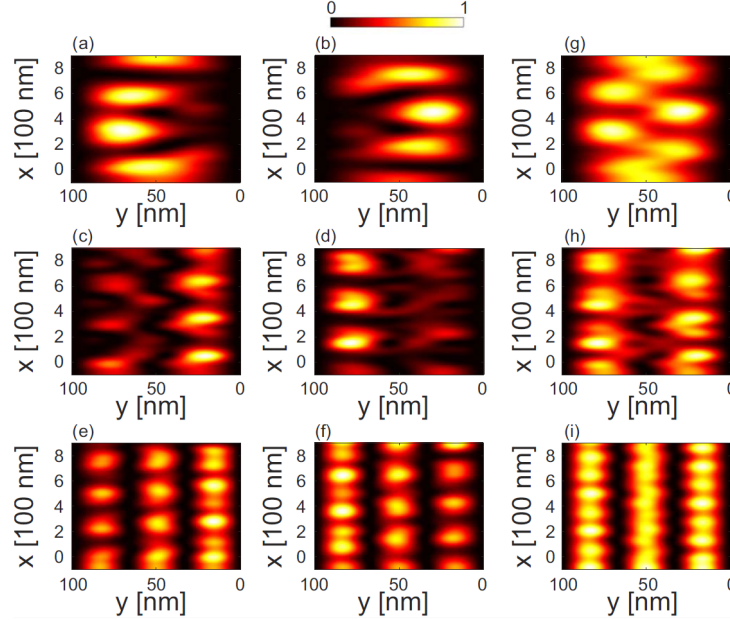


図 2.17: (a) $\rho_1^{\uparrow\uparrow}$, (b) $\rho_1^{\downarrow\uparrow}$, (c) $\rho_2^{\uparrow\uparrow}$, (d) $\rho_2^{\downarrow\uparrow}$, (e) $\rho_3^{\uparrow\uparrow}$, (f) $\rho_3^{\downarrow\uparrow}$, (g) $\rho_1^{\uparrow\uparrow} + \rho_1^{\downarrow\uparrow}$, (h) $\rho_2^{\uparrow\uparrow} + \rho_2^{\downarrow\uparrow}$, (i) $\rho_3^{\uparrow\uparrow} + \rho_3^{\downarrow\uparrow}$. [24, 26]

Rashba SOI 系における ZB を観測した可能性に言及した先行実験も存在する [27]。図 2.18 左のような試料において、端子 A と端子 C または D の間の伝導度 $G_{C,D}$ を測定したところ、面内磁場 B に応答する振動が現れた。トップゲート電圧を変えて中央の細線の伝導度を変えた所、 $1.0G_q$ 以下でのみ振動が観測されたことより、ZB 振動によって蛇行する電荷を端子 C, D に振り分けた可能性があると考えられているが、以下の 2 点が問題として残る。(1) 量子細線を三つ又にすることでスピン偏極が生じる事は理論的には知られているが [28]、実験的に確認されていない。従って、この実験において、端子 A から C, D に向けて電流を流した時に、スピン偏極した初期状態が用意できているか定かでない。(2) ZB の振幅は大きくても 100 nm 程度であり、この構造で電荷を検出できるか不明である。特に、加工の精度が足りず形が非対称になった場合や、端子 C, D 間に不純物があつた場合に正確な測定が出来ない。

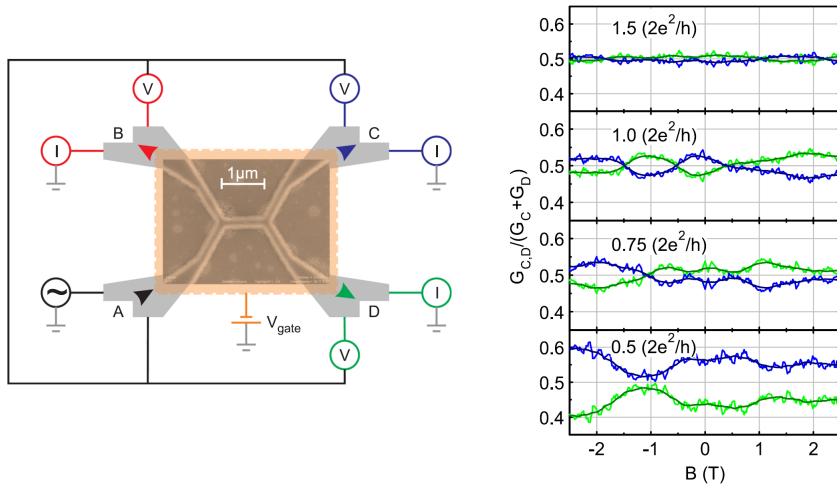


図 2.18: (左) 測定セットアップ。AC 電圧を端子 A に印加し、他の 3 端子の降下電圧と電流を測定する。(右) $G_C + G_D = 1.5, 1.0, 0.75, 0.5 (2e^2/h)$ について、面内磁場 B を振った時の伝導度 G_C と G_D 。測定データとスムージングしたデータを同時に示す。[27]

第3章 実験手法

本章では、試料作成手法・測定手法・数値計算手法について記述する。具体的には、半導体結晶成長によるヘテロ構造の積層、エッチングや金属蒸着などの微細加工、極低温測定環境の準備、電気測定の装置と回路、および数値計算に用いた装置とプログラム等について述べる。なお、結晶成長については技術職員である橋本義昭氏に依頼し、その他の手順を私が行なった。

3.1 試料の作成

3.1.1 分子線エピタキシャル成長

半導体ヘテロ構造の積層のためには Vieetech 社製 MBE(分子線エピタキシー) 装置を用いた。これは超高真空中で加熱した基板上に分子線を照射し結晶成長を行うもので、その概念図を図 3.1 左に示す。積層は、GaAs(001) 又は InP(001) ウェハ上に行った。

成長中の基板の表面状態は、図 3.1 左に模式的に示したように基板表面すれすれに高エネルギー (20 keV) の電子線を当て、その回折パターンを観察する高速電子線回折 (Reflection High-Energy Electron Diffraction: RHEED) によりモニターした。RHEED 測定において、2 次元表面構造は逆格子空間で逆格子ロッドとして現れ、2 次元的な平坦な結晶面が成長してくると、その電子線回折像は Ewald 球と逆格子ロッドが接触する所で図 3.1 右のように長く線状に伸びた形状となる。特に中央上部に見える

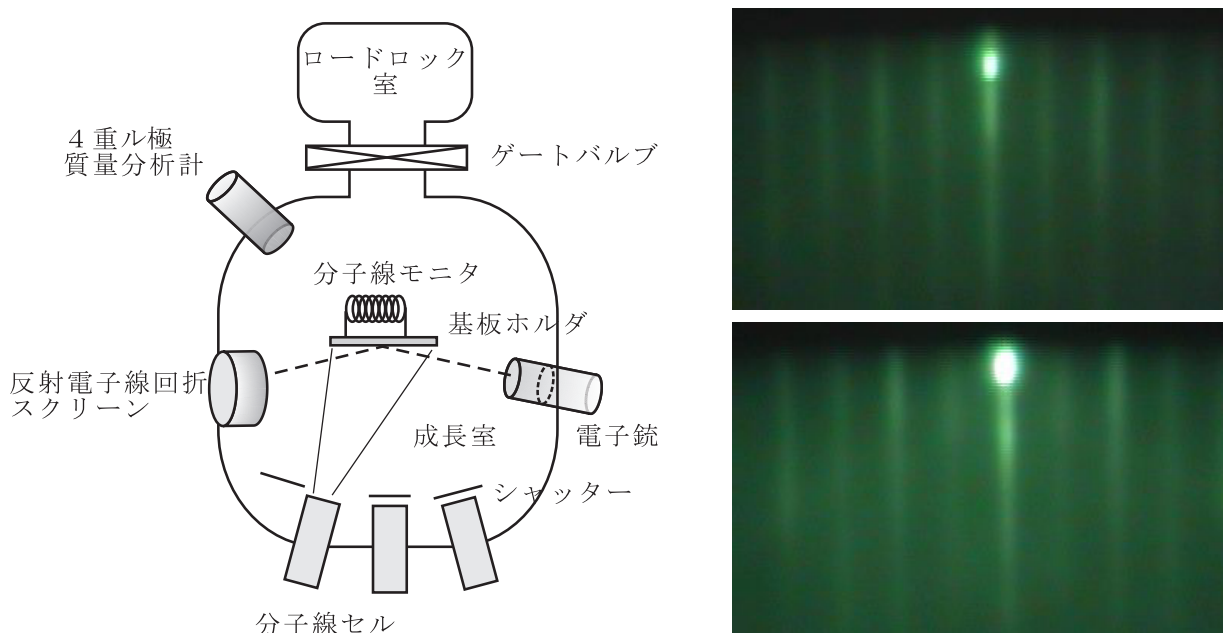


図 3.1: 左 : MBE 装置の概念図。右上 : InP 基板表面清浄化後の RHEED パターン ([110] 方向で、2 倍の表面超構造が出ている)。右下 : InAs 量子井戸成長時の RHEED パターン。いずれも中央上部の回折の強い点が鏡面反射スポット。

強い反射スポットは鏡面反射スポットと呼ばれ、表面の原子的な平坦性を反映する。MBEにより層状に成長している時は原子層ごとにこの鏡面反射スポット強度が振動するため成長速度を正確に測定することができ、これを用いて In、Ga、Al の組成を調整する。図 3.2(a) に RHEED 振動の測定例を載せる。また、格子定数を合わせるためには、成長膜の X 線回折を観測する。図 3.2(b) は X 線回折の測定の一例である。これらの手法により、欠陥の少ないヘテロ構造ひいては高移動度の二次元電子系を実現できる。

3.1.2 ヘテロ構造

ヘテロ構造については、第 4 章で述べる Zitterbewegung 観測実験には InAs 非対称量子井戸 (A 基板)、第 5 章で述べる量子ドット内のスピン回転実験では InGaAs 非対称量子井戸 (B 基板) を用いた。これらを用いる理由は、高い Rashba SOI 強度が得られるからである。

Rashba SOI 強度を高めるためには、a) バンドギャップの狭い半導体を用いる、b) 原子番号 Z の大きな物質を用いる、c) 2 次元面に垂直方向の波動関数が非対称でかつ非対称位置にヘテロ接合を作る、等の方法が有効である。この条件を満たす基板として InAs の 2 次元電子ガス (2DEG) 系、或いは InP 基板上に $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.43}\text{As}$ を積層した 2DEG 系が挙げられる。そこで第 4 章において我々は、InP 基板をベースに薄い InAs 層を InGaAs 層上に擬格子整合 (pseudomorphic) 成長した基板を採用した (図 3.3(a))。擬格子整合とはバルクでは格子整合していない結晶同士を層厚を十分薄く (~ 20 nm) 積層する事で結晶転移を阻止する手法の事である。図 3.3(b) はこの基板の伝導バンドのエネルギーダイアグラムと波動関数の包絡線である。波動関数が InAs 量子井戸に局在しており、加えて InAs 前後に強い非対称性があるため、高い Rashba SOI 強度が期待される。X 線回折によって最適化した (In, Ga)As および (In, Al)As における In 組成はそれぞれ、0.53 と 0.52 である。

この A 基板は一方で、表面状態にはショットキー電極の形成が困難であるという問題がある。2DEG 上に金属ゲートを蒸着しショットキー電極として利用する場合には表面が GaAs である事が望ましい。そこで第 5 章では GaAs 基板に擬格子整合成長した InGaAs/AlGaAs 構造 (図 3.4) を採用した。(In, Ga)As の In 組成は 0.10、(Al, Ga)As の Al 組成は 0.22 である。これにより表面に GaAs を積層し、併せて 3.2.4 節で述べるバイアスクーリングの手法を採用することで、本来 In を含む 2DEG 系には乗せ

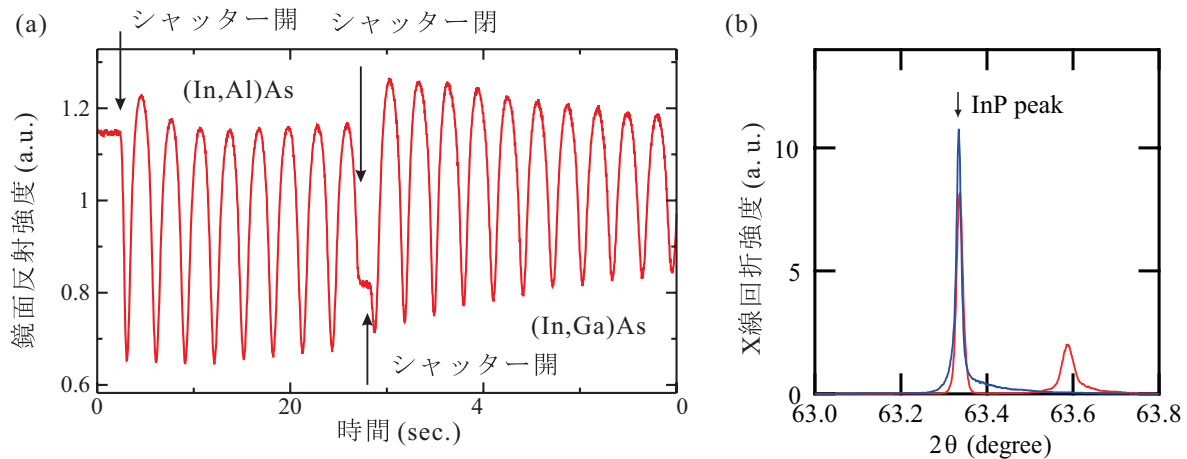


図 3.2: (a) RHEED(鏡面反射スポット (specular spot) 強度) 振動測定の実例。(In,Al)As を 8 原子層積層した後、(In,Ga)As 層を 10 原子層積層している様子。(b) MBE 成長した膜の (004)X 線回折パターン。青線が格子定数が整合している様子、赤線が格子定数が基板の InP からややずれているためピークが分裂している様子である。

にくいショットキー電極を形成させる事が出来た。また InGaAs 層を挟む 2 つのヘテロ接合が非対称になっており、これが Rashba SOI 強度を強めるように設計した。

ホール測定によって得られた A, B 基板の各種物理量を表 3.1 にまとめる。

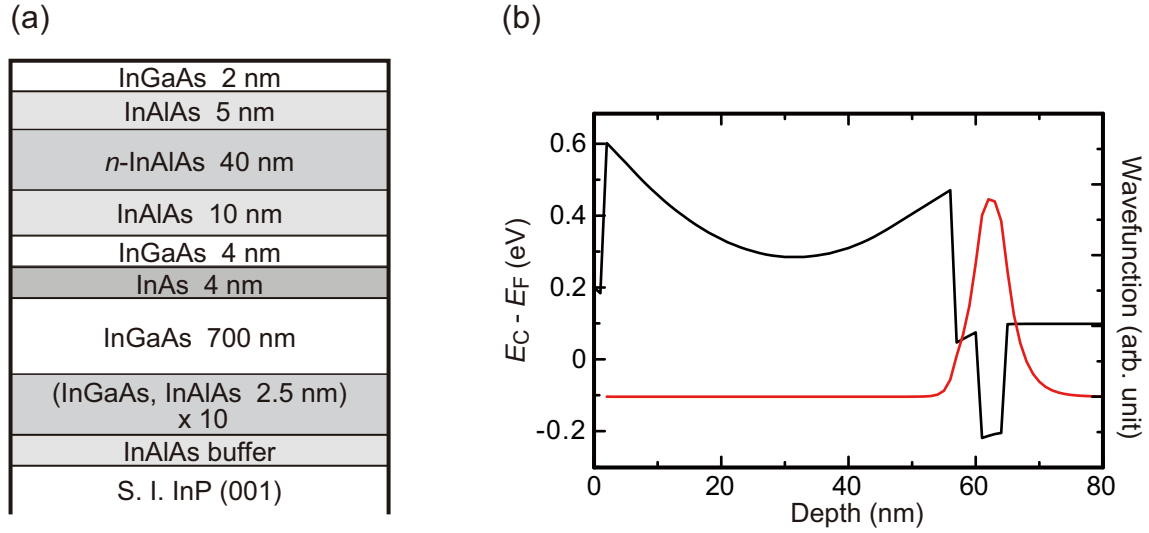


図 3.3: (a) A 基板の積層構造。(b) 表面からの深さに対して、伝導バンドのエネルギー準位 (黒線) および波動関数の包絡線 (赤線) をプロットしたもの。Poisson-Schrödinger 法によって数値計算した。

GaAs 2 nm
AlGaAs 5 nm
<i>n</i> -AlGaAs 40 nm
AlGaAs 10 nm
InGaAs 4 nm
GaAs 700 nm
(GaAs, AlGaAs 2.5 nm) x 10
GaAs (001)

表 3.1: 使用した A, B 基板の物理量 ($T = 4.2$ K)。

	A 基板	B 基板
電子密度 n (cm^{-2})	1.11×10^{12}	1.07×10^{12}
移動度 μ (cm^2/Vs)	65900	65000
フェルミ波数 k_F (m^{-1})	2.64×10^8	2.59×10^8
平均自由行程 l (μm)	1.14	1.11

図 3.4: B 基板の積層構造。

3.1.3 半導体微細加工

基板に量子構造を作成するために用いた、電子線リソグラフィ法 (レジスト塗布、描画、ウェットエッチ、金属蒸着およびリフトオフ) およびオーミック/ショットキー電極の作成について説明する。

電子線リソグラフィ

電子線リソグラフィは、有機感光膜 (レジストと言う) に電子レンズによって収束した細い電子線を照射し、レジストの化学的変性を利用して量子構造パターンを描く技術である。図 3.5 はその模式図である。以下に各工程について詳説する。

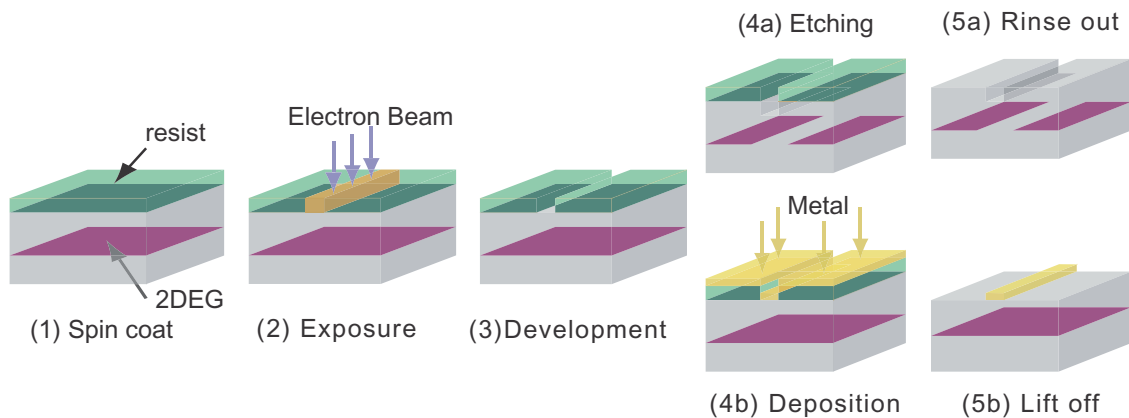


図 3.5: 電子線リソグラフィの手順。現像後の工程はエッチングと蒸着の二種類に分かれる。

1. レジスト塗布

レジストは α -クロロメタクリレートと α -メチルスチレンの重合体である gL2000(GluonLab 社) というポジ型レジストを用いた。このレジストは分子量が小さく (~ 57000)、感光性に優れる。またエッチ耐性も高く微細な構造を作るのに適している。基板表面を脱脂・洗浄した後、当レジストを塗布しスピナーで高速回転 (~ 5000 rpm) させることで、遠心力と粘性の釣り合いにより一様な厚みの膜を得られる。レジストを塗布した基板はホットプレートを用いて $150 \sim 180^\circ\text{C}$ の温度で 30 分加熱する (プリベーク)。この温度は gL2000 のガラス転移温度より高く基板との密着性を高める事が出来る。

2. 電子線描画

CAD 設計したパターンを電子線描画装置 ELS7700(ELIONIX 株式会社) により基板上に描画した。この装置の加速電圧は最高 75 kV で、ZrO/W 熱電界放射型の電子銃により最小ビーム半径 0.7 nm 、かつレーザー測長計によるステージ位置補正と回転補正により 40 nm 精度の重ね描画が可能である。電子線が照射された部位のみレジストが変質し、現像液で分解されるようになる。描画の照射時間 (dose time) およびパターンの形状を変えて最適条件を探し、最も出来の良い条件で試料を作成した。

3. 現像

現像剤には ZED-N50 現像液 (日本ゼオン株式会社、酢酸ペンチル 100 %) を用いた。現像の反応速度は温度に大きく依存するため、作業は 17°C に保たれた恒温槽内で行い、30 秒の現像の後イソプロピルアルコールで濯いで反応を止めた。

4. ドライエッチング

ドライエッチングは微細な溝を彫るのに適しているため、第 4 章の実験で用いた。イオンシャワー装置 (EIS-200ER, Elionix 社製) において Ar ガスをプラズマ化し加速させて試料に照射することで、金属や半導体を削ることが出来る。エッチング時間については AFM 測定によりエッチ部の深さを測定し較正を行った。

5. ウェットエッチング

ウェットエッチングは液の染み込みによってパターンの解像度が下がる一方、表面状態を清浄に保つことが出来るため、ショットキー電極を乗せる第 5 章の実験で用いた。この工程では、リン酸 (濃度 85 %)、過酸化水素水 (濃度 30 %)、純水を混合したエッチング液 (代表的組成は 1:1:50) に試料を浸し、レジストが無くなった部分の基板を溶解させる。まず描画後にホットプレート

で 10 分間 100 °C に加熱し、密着性を高めるとともにオーバーハング (屋根状に残ったレジスト) を無くす。恒温槽で 17 °C に保ったエッチング液をゆっくり攪拌しながら基板を浸した後純水で洗浄し、レジストをトリクロロエチレンにて溶解させて除去する。エッチング時間についてはドライエッチングと同様、AFM により較正を行った。

6. 金属蒸着およびリフトオフ

金属蒸着工程では、高真空蒸着装置 (抵抗加熱またはイオンビームスパッタ) にて基板上に金属原子を堆積させた。現像でレジストが残った部分では、レジストをリムーバー (トリクロロエチレンまたは N-メチル-2-ピロリドン) で溶解させると乗っている金属ごと剥がすことが出来る (リフトオフ法)。蒸着膜厚は膜厚計により確認し、さらに AFM 測定にて細かい較正を行った。

オーミック電極

測定端子を取り付けるため、2DEG とのオーミック電極が必要である。本研究では、AuGe(70 nm) の上に Ni(7 nm) を蒸着し、その後基板を加熱 (アニーリング) することでオーミック電極を取った。AuGe 合金を使うと、アニーリングにより半導体深部に Au が貫通し、その周辺に Ge 原子が拡散していくことで良いオーミック電極が取れる事が知られている [29]。Ni も Au と同じ役割を果たす。アニーリングはアロイング装置 MILA3000(アルバック株式会社) を用いてフォーミングガス (N₂:97.1 %、H₂:2.9 % の混合気体、0.4 l/min) 雰囲気中で行った。アニーリング温度を変えた試料について室温から低温にかけての電極抵抗を測定し、最も特性の良かったアニール温度 (A 基板:280 °C、B 基板:370 °C) を採用した。

ショットキー電極

量子構造の外枠はショットキー電極による金属ゲートで構成する。この電極は Au/Ti を 60 nm の厚みで蒸着して作成した。Ti は GaAs との密着性と高める効果がある。またリーク電流を減らすため低温冷却時にバイアスクーリングと呼ばれる手法を採用した (3.2.4 節参照)。

作成工程の例

試料作成は上記の工程を組み合わせで行う。以下にその一例を示す。また完成例を図 3.6 に示す。

1. オーミック電極部の作成

- (a) 基板を 5 mm × 6 mm に劈開 (6 回路分)
- (b) 超音波洗浄 (トリクロロエチレン、アセトン、メタノールの順に各 3 min)
レジスト塗布 (gL2000, 5000 rpm, 70 sec)
プリベーク (180 °C, 30 min)
電子線描画
現像 (ZED-N50, 30 sec, イソプロピルアルコールで洗浄)
- (c) 蒸着 (イオンビームスパッタ, AuGe: 70 nm, Ni: 7 nm)
リフトオフ (トリクロロエチレン)
- (d) アニーリング (370 °C, 5 min)

2. メサ構造の作成 (エッチング)

- (a) 超音波洗浄、レジスト塗布、プリベーク、電子線描画、現像
- (b) ポストベーク (100 °C, 10 min)
ウェットエッチング (リン酸:過酸化水素水:水=1:1:50, 35 sec, 水で洗浄)

3. ショットキー電極部の作成

- (a) 超音波洗浄、レジスト塗布、プリベーク、電子線描画、現像
- (b) 蒸着 (抵抗加熱, Ti: 10 nm, Au: 80 nm)
リフトオフ (トリクロロエチレン)

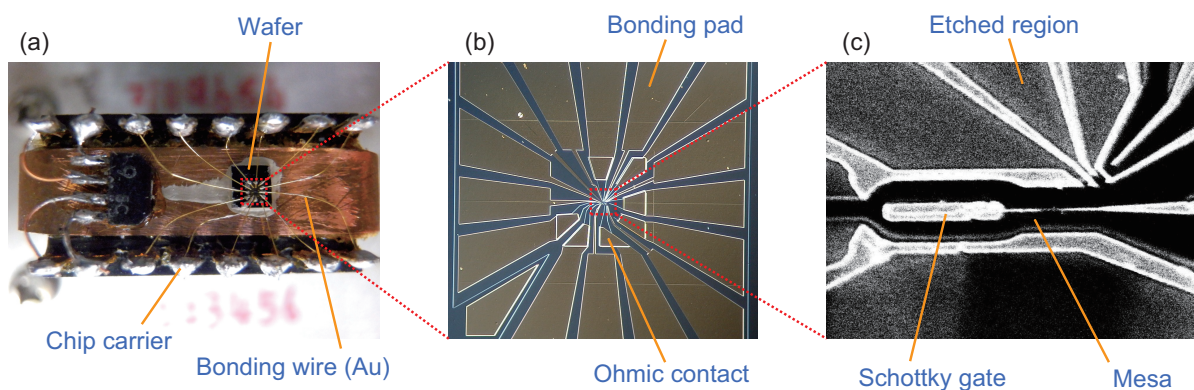


図 3.6: (a) 試料全景。(b) チップの中心部の光学顕微鏡写真。(c) 回路の中心部の SEM 像。

3.2 試料の測定

3.2.1 低温

本研究ではスピンの量子力学的現象を測定するので、スピンのコヒーレンスを保つことが肝要であり、極低温環境によって熱擾乱を減らす事が必要不可欠である。そこで本研究では ^3He - ^4He 希釈冷凍機 (TBT 社、現 Air Liquide 社) を使用し、100 mK 程度の極低温で全ての測定を行った。図 3.7 にこの冷凍機の概略図を示す。

温度 1 K 程に保たれている Still(分溜器) を Circulation Pump(ターボ分子ポンプおよびスクロールポンプ) で減圧すると、この温度では ^3He の蒸気圧が ^4He の蒸気圧より遥かに高いために ^3He が選択的に回収される。回収した ^3He は室温で両ポンプおよびコンプレッサーを通して加圧され、液体窒素トラップにて不純物を取り除いた後、再度冷却され Joule-Thomson 弁にて液化する。そののち熱交換器を通して液体 ^3He が Mixing chamber(混合槽) に導入され、 ^3He 濃縮相 (c 相) から ^3He 希薄相 (d 相) に希釈される際に熱を吸収する。この連続運転によって極低温を保つ。

冷凍機内の真空チャンバーはターボ分子ポンプによって 5.0×10^{-6} mbar 以下に保たれている。分溜器および混合槽の温度は 4.2 K 以下で校正した RuO 抵抗温度計によって監視した。また 4.2 K 液体ヘリウムデュワーに設置された超伝導ソレノイドで鉛直方向最大 ± 7 T の磁場をかけられる他、3.2.2 節で述べるステンレスワイヤ回転機構によって冷却状態のまま水平軸まわりに試料を回転させ印加磁場の向きを変える事が出来るような改造を行った。

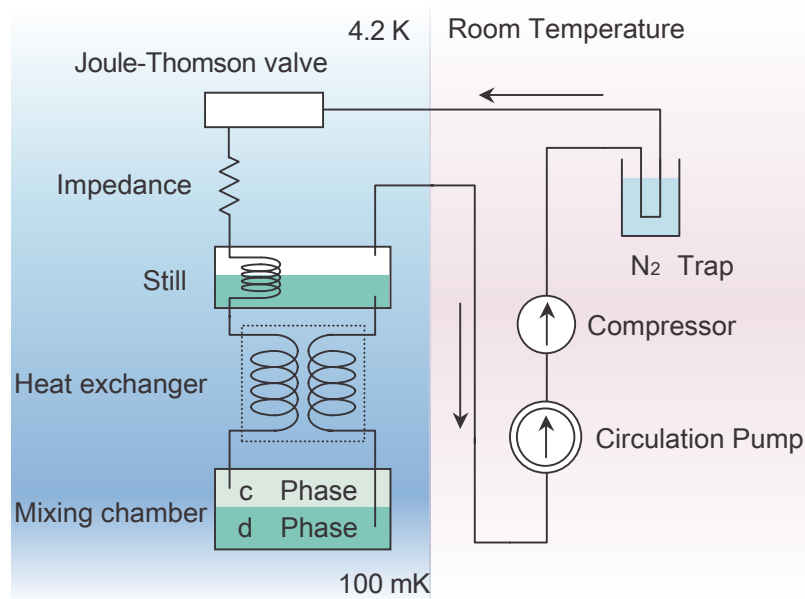


図 3.7: 希釈冷凍機の概略図

試料のマウント

作成した基板は、極低温においても十分な熱接触を得るために、厚さ 2 mm の銅版に銀ペーストにて接着した。銅版を DIP 規格のチップキャリアに取り付け、チップキャリアと基板間に、超音波ボンダー（West bond 社）および銀ペーストにより $50\ \mu\text{m}\phi$ の Au 線を配線し、チップキャリアを希釈冷凍機に固定した。試料を扱う際には静電気に特に注意し、イオナイザー、加湿器、静電防止靴、静電マット、静電防止リストバンドなどの対策を用いた。

3.2.2 回転機構

本研究では試料の伝導の外部磁場角度に対する応答を調べる必要があった。しかし、磁場を回転できる希釈冷凍機が無かった事、既存の超伝導マグネットの磁場方向が鉛直方向である事、ベクトル超伝導マグネットを既存のデュワーに増設するのは困難である事などから、希釈冷凍機内に試料を回転する機構を自作して設置した。

自作回転機構の概略図および写真を図 3.8 に載せる。機構の仕組みは以下の通りである。

- チップキャリアにプーリーを取り付け、これを外部からステンレスワイヤ ($\phi = 0.20\ \text{mm}$) で引っ張り、駆動・回転させる。
- ワイヤの片方は冷凍機の室温真空部にあるピアノ線コイルバネ、もう片方は冷凍機外のバーニヤダイヤルに繋がる。バーニヤダイヤルの回転量に比例してワイヤが引っ張られ試料が回転する。ダイヤルを戻すと、バネの復元力により試料も元の位置に戻る。バネを室温部に置いた理由は、低温部の機構を小さくするため、および低温でのバネの硬化の影響を軽減するためである。
- ワイヤの真空シール部に関しては、真空グリスを詰めた飴ゴム中にワイヤを通し、ピンチコックで押さえて簡易シールとした。これにより冷凍機の高真空を破らずワイヤを摺動できる。

熱伝導が必要な低温部には厚さ $t = 2.0\ \text{mm}$ の銅板、常温部には安価で加工が簡単な真鍮板 $t = 1.5\ \text{mm}$ を用いた。試料の隣にはホールセンサーを取り付け回転角もモニターできるようにした。ホールセン

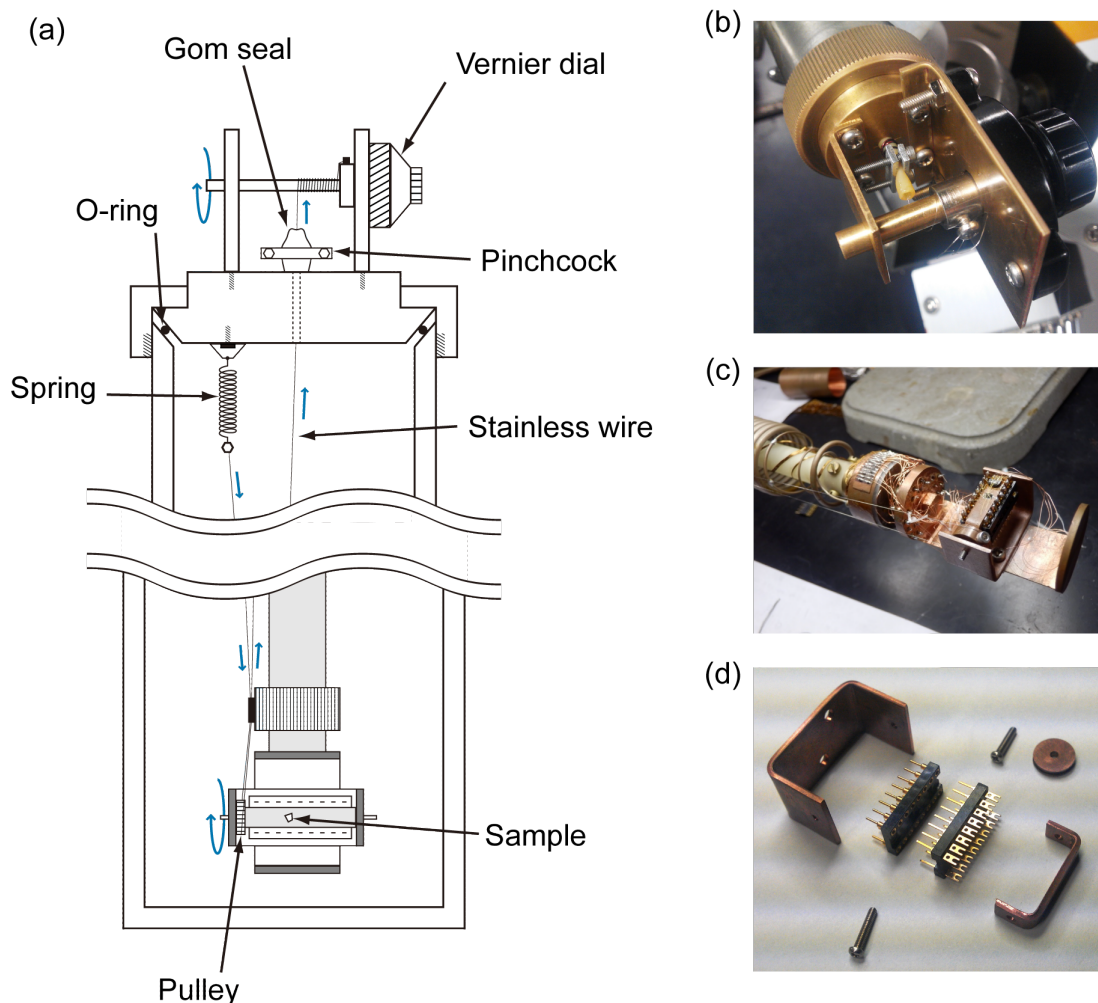


図 3.8: (a) 回転機構の模式図。(b) バーニヤダイヤル部、(c) 低温部、(d) チップキャリアの写真。

サーは東芝製 THS119 で、低温でも磁場に対するホール抵抗の線形性が良く保たれ、ゼロ磁場オフセットが小さいものを選定した。バーニヤダイヤルを据える冷凍機の下部は、真空側にテーパーを切り O-ring を挟むことで高真空を保った。

この機構の製作にあたり最も困難な点は、試料の有る極低温部の空間が非常に限られている事であった。そこで設置にかさばる歯車やピニオン/ラック等の機構を全て廃止し、細いワイヤー一本で駆動でき、考えられ得る限り省スペースな仕組みを採用したのが当機構の特徴である。またワイヤーの冷凍機内の取り回しや摺動能つき真空シールも簡便であり、当機構を短期間で完成させる事が出来た。

これにより、試料を 1 軸方向に連続的に回転させ、外部磁場と合わせて磁場方向を連続的に変える事が可能である。バーニヤダイヤルの「巻き緩め」方向にはバネ復元に若干の時間を要したが、「巻き上げ」方向には滑らかかつ長時間安定に角度を固定することが出来た。その可動範囲は約 180 degree、分解能は 1 degree 未満である。

3.2.3 電気測定

本節では電子輸送現象、すなわち電気伝導度を測定するにあたり採用した回路・配線系を説明する。

本実験はノイズ低減のため全てシールドルーム内で行った。希釈冷凍機およびアナログ測定器はシールドルームの中、デジタル機器やポンプ類はシールドルームの外に配置し、GND ループを形成

しない繋ぎ方でケーブル類の GND をシールドルームに落とした。希釈冷凍機内部では各温度ステージで配線の熱アンカーを取っている他、100 mK 部に $2\text{ k}\Omega$ の抵抗を挿入し、冷凍機内の配線の抵抗 $\sim 200\ \Omega$ 、容量 $\sim 1\text{ nF}$ と合わせて、室温部からの高周波ノイズを低減するローパスフィルタを形成している (図 3.9)。加えて室温部には必要に応じてローパスフィルタを挿入した (BLP-5、mini-circuit 社)。

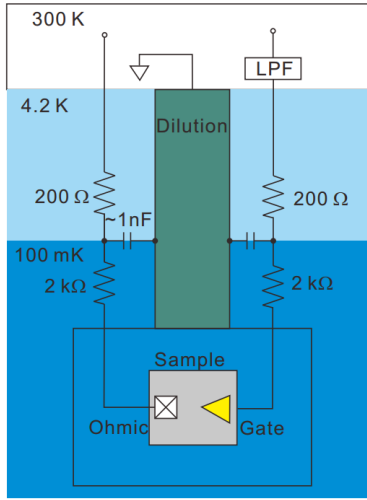


図 3.9: 希釈冷凍機内配線の模式図。

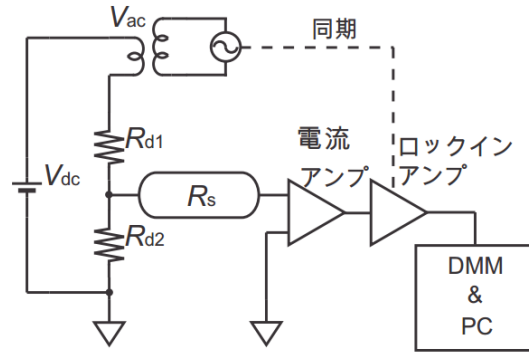


図 3.10: 定電圧測定回路の模式図。

電気伝導度の測定にはロックインアンプ (EG & G Princeton Applied Research 社、124A) を用いた。代表的な定数はロックイン周波数 $f \sim 73\text{ Hz}$ 、積分時間 $\tau \sim 300\text{ ms}$ である。回路には主に定電圧回路 (図 3.10) を用いたが、非局所測定の際は定電圧回路を改良し、電流測定と電圧測定を併用する手法を取った。

定電圧回路では、直流バイアス電圧 V_{DC} に加えてトランスによる交流電圧 V_{AC} を乗せ、 $R_{d2}/R_{d1} = 100\ \Omega/10\text{ k}\Omega = 1/100$ に分割した後試料に印加する。これは AC 電圧源の出力振幅が大きくなる程ノイズの割合が小さくなる事を利用し、試料にかかるノイズを減らすための策である。また分割器の出力インピーダンス $R_{out} = R_{d1}R_{d2}/(R_{d1} + R_{d2}) \sim 100\ \Omega$ は試料の抵抗 $R_s \sim 10\text{ k}\Omega$ より十分小さく、試料にかかる電圧は R_s の変化に依らず一定とみなせる。試料の量子構造を通る電流を電流アンプ (エヌエフ回路設計社、LI-75A) にて 10^6 V/A で電流電圧変換し、その後ロックインアンプで V_{AC} の周波数成分のみを抽出し測定値とした。また本研究では試料にかかる交流電圧は、伝導電子の電子温度が上がらないよう注意し、十分低い $100\ \mu\text{V}$ を基本とした。

温度や磁場、ゲート電圧、バイアス電圧等のすべての測定パラメータの制御および測定データの取り込みは、LabView(National Instruments 社) でプログラムを作成し半自動で行えるようにした。

3.2.4 バイアスクーリング

試料を冷却する際にショットキー電極に対し正の電圧 V_{gc} を印加しながら冷却する事をバイアスクーリングと言い、電極のリーク電流を減らせることが知られている [30]。概念図を図 3.11 に示す。

半導体ヘテロ構造のエネルギーポテンシャルは図 3.11(a) のような形を取る。正のバイアス電圧 V_{gc} を加える事で、電子を集めドープ層のイオン化した原子を中和する (図 3.11(b))。そのまま基板を冷却すると、集められた電子がドープ層の準位にトラップされて抜け出せなくなり、そこで固定される。冷却後に印加電圧 V_{gc} を 0 にすると、ドープ層にトラップされた電子があたかも $-V_{gc}$ ゲート電圧を与えるかのように見える (図 3.11(c))。従ってバイアスクーリングをせずに、低温でゲート電圧を印加

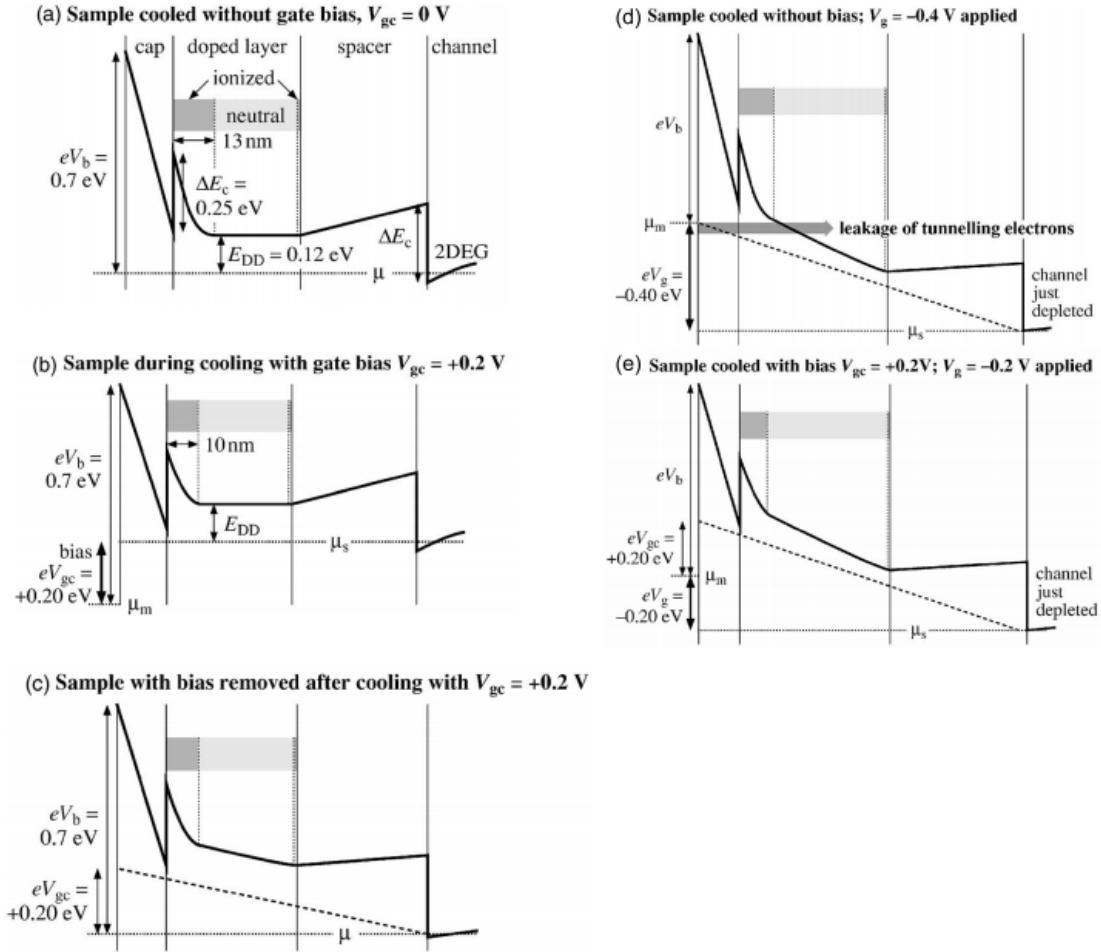


図 3.11: バイアスクーリングの原理を量子井戸ポテンシャルで説明したもの [30]。 (a) V_{gc} を印加せず冷却した時。 (b) $V_{gc} = +0.2$ V を印加して冷却している時。 (c) $V_{gc} = +0.2$ V を印加して冷却した後に $V_{gc} = +0.2$ V を取り除いた時。 (d) V_{gc} を印加せずに冷却し、ゲート電圧 $V_g = -0.4$ V を印加した時。リーク電流が発生する。 (e) $V_{gc} = +0.2$ V を印加して冷却し、ゲート電圧 $V_g = -0.4$ V を印加した時。リーク電流が発生しない。

する場合と比較して (図 3.11(d))、冷却後にショットキー電極が基板に与える実効的な電圧を V_{gc} 分だけ減らすことができ (図 3.11(e))、これがトンネルリーク電流の削減につながる。

第 5 章では、基板を室温から 4.2 K に冷却するにつれバイアスクーリング電圧 V_{gc} を +5 mV から連続的に増やし、高いバイアスクーリング効果 $V_{gc} \sim +300$ mV を得ること、および低温でのリーク電流を抑えることに成功した。

3.3 数値計算

本研究では実験結果を予想および解釈するにあたり、量子伝導の数値計算を行なった。パッケージとしては、Christoph W Groth 氏らが無料で公開している「Kwant」を利用した。Kwant は強束縛モデルを使って量子伝導に特化した計算パッケージで、プログラミング言語は Python である。以下、簡単に計算の手順を記述する。

3.3.1 強束縛近似

真空の二次元のハミルトニアンは、電子の (有効) 質量を m として $\mathcal{H} = (\hbar^2/2m)(\partial_x^2 + \partial_y^2)$ である。計算のために xy 空間を格子状のサイトで分割し、対応したハミルトニアンに書き直す。例えば格子定数 a の正方格子の場合、 (i, j) 番目のサイトの座標は $(x, y) = (ai, aj)$ となる。この時、微分演算子を $|i, j\rangle$ を基底とした行列表示で次のように近似する。

$$\partial_x^2 = \frac{1}{a^2} \sum_{i,j} (|i+1, j\rangle \langle i, j| + |i, j\rangle \langle i+1, j| - 2|i, j\rangle \langle i, j|).$$

従ってハミルトニアンは、 $t = \hbar^2/(2ma^2)$ とおいて、

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j} \left[(V + 4t) |i, j\rangle \langle i, j| - t (|i+1, j\rangle \langle i, j| + |i, j\rangle \langle i+1, j| + |i, j+1\rangle \langle i, j| + |i, j\rangle \langle i, j+1|) \right]$$

$(V + 4t)$ で始まる第 1 項をオンサイト項、 $-t$ で始まる第 2 項をホッピング項と呼ぶ。以上の近似は波長が a より十分大きい場合に有効である。すなわち、 a の値はフェルミ波長より十分小さくする必要がある。

Rashba 型ハミルトニアン $H_R - i\alpha(\partial_x\sigma_y - \partial_y\sigma_x)$ についても同様に、

$$\partial_x = \frac{1}{2a} \sum_{i,j} (|i+1, j\rangle \langle i, j| - |i-1, j\rangle \langle i, j|)$$

のように、ホッピング項として表せる。

3.3.2 計算の手順

最初に格子状のサイトで定義される散乱領域を定義し、並進対称性を持つリードを 1 つ散乱領域に取りつける (図 3.12 左)。リードは複数取りつけることも出来るが、それらをまとめて一つのリードと考えれば以下の議論には差し支えない。サイトの数が h 個である時、ハミルトニアンは $h \times h$ の行列で書き下せる (図 3.12 右)。ここでオンサイト項は対角項、ホッピング項が非対角項として現れる。散乱領域の行列 H_S 、リード部の行列 H_L 、リード-リード間のホッピング行列 V_L およびリード-散乱領域間のホッピング行列 V_{LS} に分けて考える。

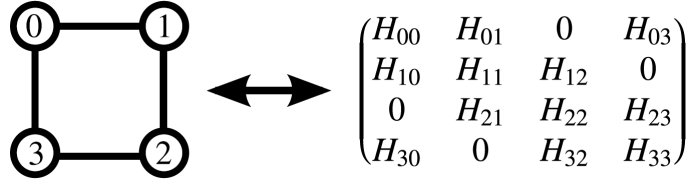


図 3.12: ハミルトニアンの行列表示。

リード部の計算

リード部のハミルトニアンは、

$$\begin{pmatrix} \ddots & V_L & & \\ V_L^\dagger & H_L & V_L & \\ & V_L^\dagger & H_L & V_L \\ & & V_L^\dagger & \ddots \end{pmatrix}$$

となる。散乱領域からサイト数 j だけ離れた場所のリードの固有状態は、並進対称性から $\phi_n(j) = (\lambda_n)^j \chi_n$ と表せ、これらは次のシュレーディンガー方程式を満たす。

$$(H_L + V_L \lambda_n^{-1} + V_L^\dagger \lambda_n) \chi_n = E \chi_n.$$

これを解いて、リード部の状態に対応する固有ベクトルおよび固有値 λ_n が求められる。ここで

$$\langle I \rangle = 2 \text{Im} \langle \phi_n(j) | V_L | \phi_n(j-1) \rangle$$

とおくと、 $\langle I \rangle = +1$ となる解が入射波 ϕ_n^{in} 、 $\langle I \rangle = -1$ となる解が散乱波 ϕ_n^{out} を表す。例えば ϕ_n^{in} を入射した際のリードの状態は、 n 番目の状態から m 番目の状態への散乱振幅 $S_{m,n}$ を用いて、

$$\psi_n(i) = \phi_n^{\text{in}}(i) + \sum_q b_q \phi_q^{\text{out}} + \sum_r c_r \phi_r^{\text{ev}}$$

となる。

リードと散乱領域の接続部

リードと散乱領域の接続部では、散乱領域の波動関数を ψ_S においてシュレーディンガー方程式

$$\begin{pmatrix} \ddots & V_L & & \\ V_L^\dagger & H_L & V_{LS} & \\ & V_{LS}^\dagger & H_S & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L(1) \\ \psi_L(0) \\ \psi_S \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_L(1) \\ \psi_L(0) \\ \psi_S \end{pmatrix}$$

が成り立つ。これを解くことで、散乱振幅 $S_{m,n}$ および各サイトにおける波動関数振幅が求まる。波動関数さえ決定できれば、伝導度やショットノイズ、スピン流など種々の物理量を計算することも出来る。例えば電極 a から電極 b への伝導度 G_{ab} は次式で与えられる。

$$G_{ab} = \frac{e^2}{h} \sum_{n \in a, m \in b} |S_{m,n}|^2$$

3.3.3 計算の環境

数値計算は主に一般的な PC で行い、計算能力が必要な個所 (第 4.3.6 等) では物性研スーパーコンピュータを用いた。以下に計算環境を列举する。

ソフトウェア [31–33]

- kwant ver.1.1.1 (第 4 章) / ver.1.3.1 (第 5 章)
- Python 2.7 (第 4 章) / Python 3.6 (第 5 章)
- Scipy 1.0.0、matplotlib 2.1.0、sympy 1.1.1、mpmath 1.0.0、numpy 1.13.3

一般 PC

- Windows 7 Home Premium 64 bit
- Intel Core i7-3770、メモリ 16.0GB

物性研スーパーコンピュータ

- プロダクト ICE XA
- Intel Xeon E5-2680v3 12 core 2.5 GHz x 2 /node、メモリ DDR4-2133 128GB /node
- 計算ノード数 6

第4章 Zitterbewegungによる伝導度揺らぎ

2.2.3 節で、江藤らによる SOI が強い QPC でのスピン偏極の計算結果を紹介したが、図 2.7(b) の計算では QPC 通過後の SOI によるスピン回転の影響を除くため、QPC 部分にのみ SOI を導入していた。QPC 中、特に最も細くなっている領域付近では図 2.7(a) のように進行方向の運動エネルギーが下がり、電子が遅くなっているため、式 (2.30) 中の dE/dt も小さくなり、結果として断熱変化が支配的になると考えられる。実際、文献 [11] によれば、実験的にあり得るパラメーターを用いると断熱変化が支配的になって高いスピン偏極が得られる。一方、実際の系では、QPC 通過後も SOI は存在し、電子は進行方向に大きな運動量を得るため非断熱変化が支配的となり、2.5 節で述べた Zitterbewegung (震え運動、ZB) が始まると期待される。

本章では Rashba SOI 系における ZB 観測実験について述べる。まず実験のモデルおよび試料の構造について述べ、その結果として再現性のある伝導度揺らぎを観測したことを示す。その後、外部磁場角度・端子依存性などの測定を通じて、揺らぎが ZB から生じたことを確認する。最後に、測定結果を補強するべく数値計算によって試料内部の物理を可視化し実験の再現を行なう。

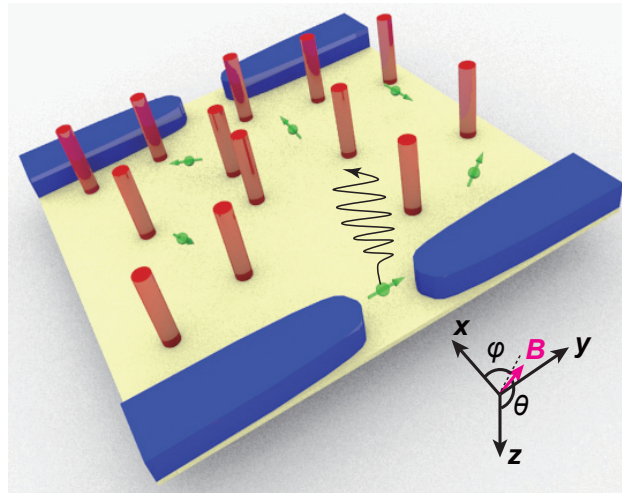


図 4.1: ZB 観測実験の概要図。手前の QPC(青) からスピン偏極した電子(緑)を x - y 平面の 2DEG(黄)に射出する。2DEG には電子を散乱する不純物ポテンシャル(赤)が散らばっている。天頂角 θ 、方位角 φ 方向に 3 次元的外部磁場を印加し、2つの QPC 間の伝導度を測定する。

4.1 実験の概要

本節ではまず実験の物理モデルについて記述し、その後実際の試料の構造について説明する(図 4.2(b))。図 4.1 は物理モデルの概略図で、これは、スピン偏極した電子を QPC から入射して ZB を引き起こし、対面する QPC にて電荷の検出を行うというモデルである。本論文では flat-pinball モデルと呼ぶことにする。本モデルについては、4.1.2 節で更に詳しく述べる。

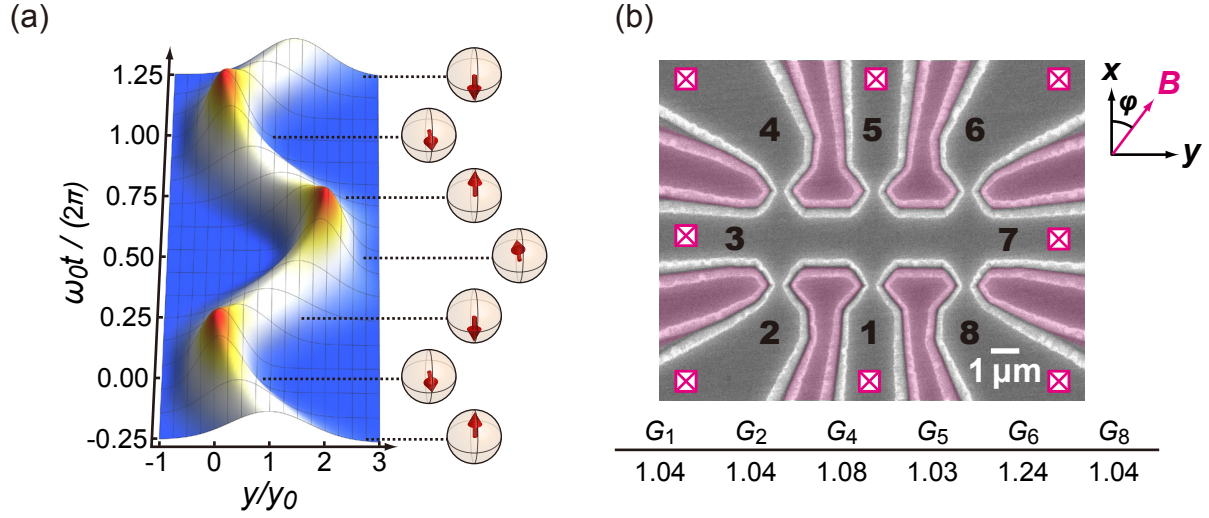


図 4.2: (a) Rashba SOI 系における ZB の模式図 (本文式 4.2 参照)。時刻 $t = 0$ の初期状態で x 方向の運動量と z 方向にスピン偏極した電子波束が、 z - x 平面内で回転するスピンと同期して y 方向に振動する。(b) 試料の SEM 像。数字は端子番号を表す。赤に着色された領域は QPC を構成するゲートで、GND に接続している。単位を G_q とした各 QPC の伝導度を SEM 像の下にまとめた ($T = 55$ mK)。

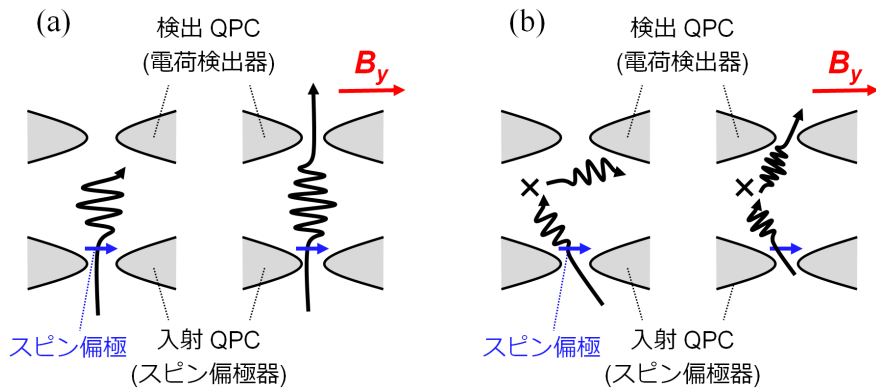


図 4.3: 本実験の物理モデル。(a) 入射 QPC よりスピン偏極した電子を射出し、QPC 間の 2DEG で ZB をさせた後、検出 QPC で電荷の情報を取り出す。左図では検出 QPC 直前で電子が右に寄っているため QPC を通れず伝導度が低い、右図では面内磁場の印加により蛇行の波長が変化し、電子が QPC を通り伝導度が増加する。(b) 不純物の効果を (a) に加えた図。散乱により蛇行が増幅される。

4.1.1 ZB の表式

第 2.5 節で述べたように、Rashba SOI 系において固体中の電子の ZB はスピン歳差運動と同期した電荷の蛇行として現れる。ここでは以下のハミルトニアンに従う電子波束の時間発展を計算し、ZB を導く [34]。

$$H = \frac{p^2}{2m^*} + (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{a} \equiv \frac{\alpha}{\hbar} \begin{pmatrix} p_y \\ -p_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} \equiv \frac{g^*}{2} \mu_B \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\sigma} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

ここで \mathbf{p} は電子の運動量、 m^* は有効質量、 α は Rashba SOI 強度、 g^* は有効 g 因子、 μ_B ボーア磁子、 $\mathbf{B} \equiv B_x \hat{x} + B_y \hat{y}$ は面内磁束密度 (\hat{x} と \hat{y} は単位座標ベクトル)、 $\sigma_{x,y}$ はパウリ行列である。時刻 $t = 0$ における初期状態として、波数ベクトル $\mathbf{k} = k_0 \hat{x}$ を持ち、座標の中心に位置するガウシアン波束で、量子化軸が z 方向のスピンアップ電子を考える。時間 t の発展の後、 y 方向の変位の期待値は、

$$\langle y(t) \rangle = \frac{\alpha (\mathbf{a} + \mathbf{b})_y}{2 [\hbar \omega(k_0)]^2} \{1 - \cos[\omega(k_0)t]\} \equiv y_0 \{1 - \cos(\omega_0 t)\}, \quad (4.2)$$

で与えられる。ここで

$$\hbar \omega(k_0) = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|, \quad (4.3)$$

は歳差運動の周波数を表し、波動関数のスピン部は $(\cos[\omega(k_0)t], \sin[\omega(k_0)t])$ と書ける。

図 4.2(a) は式 4.2 に従い y 方向に振動する波束の軌跡をスピンの方向と共に描いたものである。これより Rashba SOI 系では合成磁場 \mathbf{B} の回りにスピン歳差運動と同期した、電子軌道の蛇行運動として ZB が発現する事が分かる。なお、Rashba SOI による有効磁場は

$$\mathbf{B}_{\text{eff}} = \frac{2}{g^* \mu_B} \mathbf{a} = \frac{2\alpha}{g^* \mu_B} \begin{pmatrix} k_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

となって、運動量に垂直である。また、式 4.2 の ZB 振幅は $\alpha \rightarrow 0$ の極限で消える一方、 $\alpha \rightarrow \infty$ の極限では k_0^{-1} に近づく。

4.1.2 Flat-pinball モデル

図 4.1 で示した flat-pinball モデルについて、このような実験系を用意した理由を述べる。

前節で求めた ZB を観測する上での主な障害は、(a) ナノスケール領域にスピン偏極状態を入射し歳差運動を引き起こす事、(b) 蛇行した電荷をナノスケールの精度で検出する事、の 2 点である。前者の手法としては、光励起、強磁性体からのスピン注入、微小コイルによる局所磁場などが挙げられるが、その中でも 2.2.3 節で述べた QPC によるスピン偏極効果を利用するのが最も簡便で、かつスピン偏極率が高い。後者の手法としては SGM (Scanning Gate Microscopy)[35] が有効で、電荷の空間分布を測定し直接 ZB が観測できると期待できるが、測定の難易度が高い。そこで検出器にも簡便な QPC を採用し、パルスティックに飛来する電子の運動を QPC 間の伝導度として観測することにした。QPC は電荷の空間分布を測定できないが、スピン歳差運動と同期した ZB の波長は外部磁場によって変調できるので、伝導度の外部磁場応答を観測すれば、間接的に ZB を捉えられる。例えば図 4.3(a) では、入射 QPC よりスピン偏極して射出された伝導電子が 2DEG 内で ZB 振動している状況下で、面内磁場 B_y の有無によって、検出 QPC に電子が跳ね返されるか通り抜けるかが変化し、伝導度が変わる様子が描かれている。

本実験では、対向する QPC 間の距離が、平均自由行程の 2 倍になるよう設定した。このことにより、入射 QPC より射出された電子波束は数回の不純物散乱を経験した後に検出 QPC から排出される

(図 4.3(b)) という、準弾道的伝導の描像が成立する。このような不純物ポテンシャルを半径 R の円筒状の高さ無限の壁で近似すれば、古典的には散乱角 γ は衝突因子 b_i を用いて $\gamma = 2 \cos^{-1}(b_i/R)$ と書ける。ZB により b_i は面内外部磁場 B に対して振幅 Δb_i で振動する時、散乱後の振動は $l_0 \Delta b_i / R$ のように増幅される。ここで l_0 は散乱までの距離、すなわち平均自由行程である。ポテンシャル半径 R は、Thomas-Fermi 遮蔽を考慮すれば大まかに有効ボーア半径 34 nm で与えられ、これは k_F^{-1} よりも小さい。従って、散乱後の ZB 振動の変化量は $l_0 \sim 1 \mu\text{m}$ 程度となり、QPC で十分検出できる大きさになる。

4.1.3 試料の構造

このモデルに基づき作成したのが、図 4.2(b) に示す試料である。中央に広がる幅 $1.8 \mu\text{m}$ の帯状領域に 8 つの測定端子が繋がり、そのうち 6 つは開口幅 400 nm の QPC になっている。2 つの QPC を直列に通る伝導を測定し、磁場に対する応答を観測する。対面する QPC 間の距離 $1.8 \mu\text{m}$ に対し基板の平均自由行程が $l_0 \sim 1 \mu\text{m}$ であるため、前述の不純物散乱の条件を満たしている。QPC を作るには、InAs 基板はショットキー電極を構成しにくいいためドライエッチングで溝を彫る方式を採用した。図の赤に着色された部分が QPC のゲートに当たるが、100 mV 程度の電圧の印加に対して不安定で稀に電流リークが観測されたため、本実験では全て GND に繋がれている。また QPC の伝導度は 6 つとも $1.0G_q$ 付近となるよう調整してある (図 4.2(b))。これは、ゲートに電圧を印加出来ないため、QPC を一つだけ配置したテスト基板を作成し、伝導度が $1.0G_q$ になるような最適な開口幅を探索することで実現した (次節)。1.0 プラトンの QPC は第 2.2.3 節で述べたようにスピン反転効果があり、出力がスピン偏極する一方で入力のスピン偏極率には鈍感であるため、本実験の入射 QPC かつ検出 QPC として用いるのに適している。なお意図せず QPC-6 だけ伝導度が $1.0G_q$ より少し大きくなってしまったが、電子-ホール対称性により相方の端子のスピン偏極が十分であれば測定には影響が無いと考えている。

4.1.4 QPC の条件出し

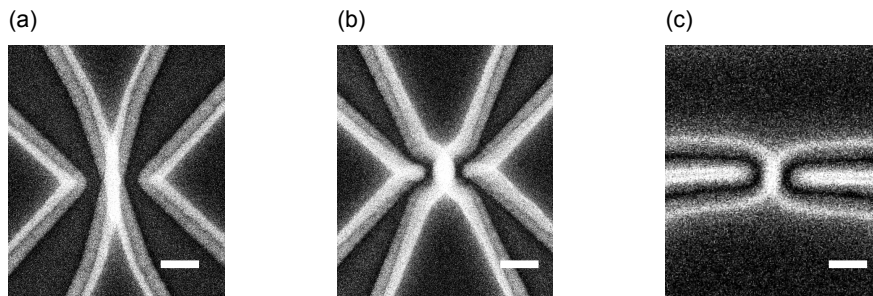


図 4.4: QPC テスト試料の SEM 像。白線が $1 \mu\text{m}$ 。(a) 最終的に採用した形状。(b,c) ゲートからのリーク電流が大きく使用できなかった形状。

試料を作成するにあたり、QPC の伝導度を $1.0G_q$ に調整するべく形状や開口幅、エッチング時間を変えてテスト試料を作成した。QPC の形状は図 4.4 に示した 3 種類を作成して試し、QPC の幅を 400 nm から 600 nm まで 4 種類用意して伝導度を測定し、またドライエッチングの時間を 10 分から 30 分まで変えてリーク電流の無い試料を探した。ほとんどの試料はゲートからのリーク電流が大きく使用に耐えうるものでは無かったが、ゲート電圧が印加できた試料および QPC 伝導度が約 $1.0G_q$ になった試料が 1 つずつ見つかった。それらの測定結果を次節で示す。

4.1.5 単一 QPC の動作

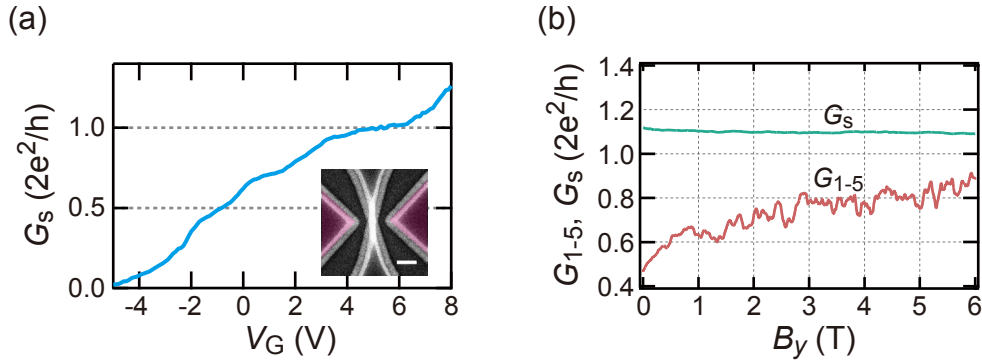


図 4.5: (a) ゲート電圧 V_G に対するテスト試料 QPC の伝導度 ($T = 4.2$ K)。挿入図はテスト基板の SEM 像。ゲートを赤く着色した。(b) 面内磁場 B_y に対するテスト試料の伝導度 G_s 。比較として、本試料の伝導度 G_{1-5} を同時にプロットした ($T = 100$ mK)。

図 4.5(a) にテスト試料のうちゲート電圧が安定して印加できた試料の QPC 特性を示す。明確な 1.0 プラトーが観測され、量子閉じ込めが正常に作用していることが分かる。この結果は、第 2.2.3 節に記した機構によってスピン反転が生じている事を保証する。

一方で、図 4.5(b) の G_s は本試料 (図 4.2) と同じ開口角・開口幅を持つ単一 QPC テスト試料の伝導度を測定した結果で、面内磁場に対してほとんど応答していない。これは本試料における伝導度 G_{1-5} とは明確に異なる結果である (後述)。

4.1.6 Rashba 強度の測定

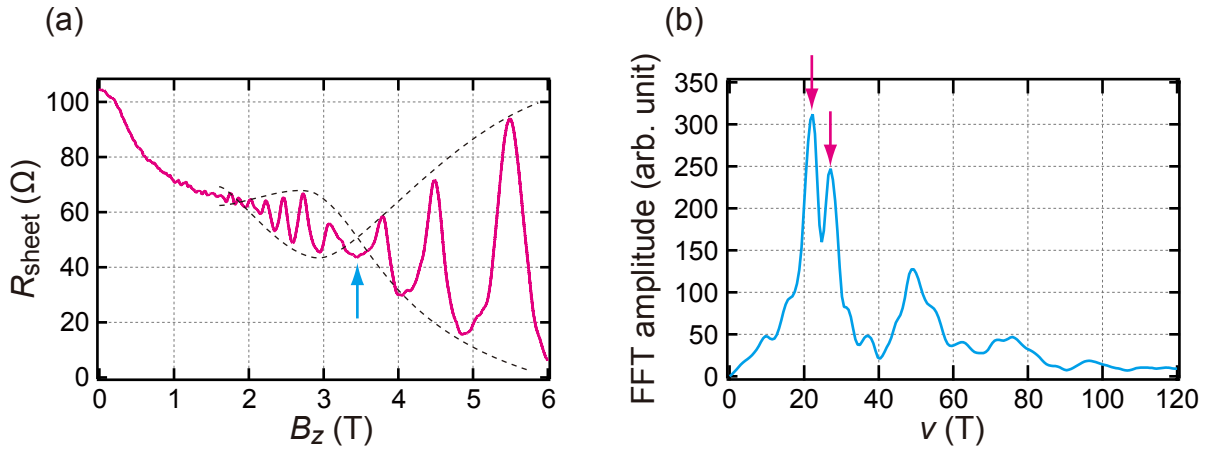


図 4.6: (a) 測定に用いた 2DEG の面直磁場 B_z に対する縦抵抗率 ($T = 4.2$ K)。目安のため黒点線で SdH 振動の包絡線描き入れた。青矢印の場所に SdH 振動の節がある。(b) SdH 振動の FFT 振幅。スピン分裂により 2 つに分かれたピーク構造を赤矢印で示した。

試料の Rashba 強度 α は、2DEG の Shubnikov-de Haas (SdH) 振動より求めた。

図 4.6(a) は基板の縦抵抗 R_{sheet} の磁気応答の測定結果で、明確な SdH 振動が観測された。このうち、青矢印によって示された振動の節は Rashba SOI によってフェルミ円が分裂する効果より生まれる [36]。SdH 振動を磁場の逆数 $1/B_z$ の関数で表し、その後高速フーリエ変換 (FFT) を施したのが図

4.6(b) で、赤矢印で示された 2 つの振動周波数ピークが特定できる。ピークの位置を ν^\pm と置くと、この 2 重ピークはスピン分裂バンド $n^\pm = \nu^\pm e/h$ に対応し、これより Rashba 強度 α が

$$\alpha = \frac{(n^+ - n^-) \hbar^2}{m^*} \sqrt{\pi / [2N_s - 2(n^+ - n^-)]}$$

で求められる (N_s はキャリア密度)。以上の手順により、 $\alpha = (3.6 \pm 0.5) \times 10^{-11} (\text{eV} \cdot \text{m})$ と求まっている。

4.2 実験結果

この節では、2 つの QPC を直列に通る伝導に現れた伝導度揺らぎと、その外部磁場角度・経路依存等の結果について述べる。また、flat-pinball モデルとの整合性を議論し、伝導度揺らぎと ZB との関連を調べる。以後、端子 i と j の間の 2 端子伝導度を G_{i-j} と書く。

4.2.1 伝導度揺らぎ

図 4.7(a) は温度を変えて測定した、面内 y 方向磁場 B_y に対する G_{1-5} の応答である。温度を下げるに従い、非周期性の揺らぎが現れ、その振幅が増大した。同じ温度で独立した磁場掃引を 2 回行った時揺らぎのパターンが一致したことより、この揺らぎが再現性のある物理現象であることが分かった (図 4.7(b))。また、異なる温度の揺らぎを比べた時、振幅を除いたパターンが似通っている事からも再現性が高いことが分かる。揺らぎは任意の QPC の組を通る伝導で観測されたが、同じ設計の QPC を一つだけ通るテスト基板の結果 (図 4.5(b)) には揺らぎが現れなかったため、2 つの QPC を直列に通る配置が揺らぎには不可欠である。

磁場に応答する再現性のある揺らぎとして、普遍的伝導度揺らぎ (Universal conductance fluctuation; UCF) が良く知られている [37]。UCF は面直磁場に応答する軌道 UCF と、面内磁場に応答するスピン UCF [38] に分けられる。前者は不純物に散乱された経路が囲む領域の AB 位相によって生じる量子干渉現象で、後者は不純物に散乱された経路間のスピン歳差運動を面内磁場によって変調して生じるスピン干渉現象である。揺らぎがこれらの UCF である可能性を議論するため、我々はまず揺らぎの外部磁場方向 (天頂角 θ) 依存性の測定、次に QPC を通らない伝導 G_{3-7} の測定を行った。

4.2.2 揺らぎの θ 依存性

外部磁場を面内方向 ($\theta = 0$) から面直方向 ($\theta = 90^\circ$) に変えつつ測定した G_{1-5} の磁場応答を図 4.7(c) に示す。角度 θ を変えた時どの θ に対しても揺らぎは現れたが、面直もしくは面内磁場にのみ系統だつて応答する揺らぎのパターンは見当たらない。揺らぎを詳しく解析するため、ゼロ磁場近傍を取り除いた $1.5 \text{ T} \leq |B| \leq 6.0 \text{ T}$ の範囲のデータから、磁場平均して求めた値をバックグラウンドとして差し引き、FFT をかけたものを磁場周波数と θ に対して二次元カラーマップした物が図 4.7(d) である。明確な揺らぎの周波数・振幅の θ 依存性は読み取れない。仮に面内磁場に対する揺らぎがスピン UCF であるならば、複数の散乱経路間の干渉が存在することを意味し、必然的に面直磁場を与えた時に軌道 UCF が生じるはずである。従って揺らぎの θ 依存性の中に磁場の面直成分に応じて規則的に応答する成分があると期待できるが、そのような揺らぎが図 4.7(c) の結果から読み取れないことより、揺らぎが UCF に由来するとは考えにくい。

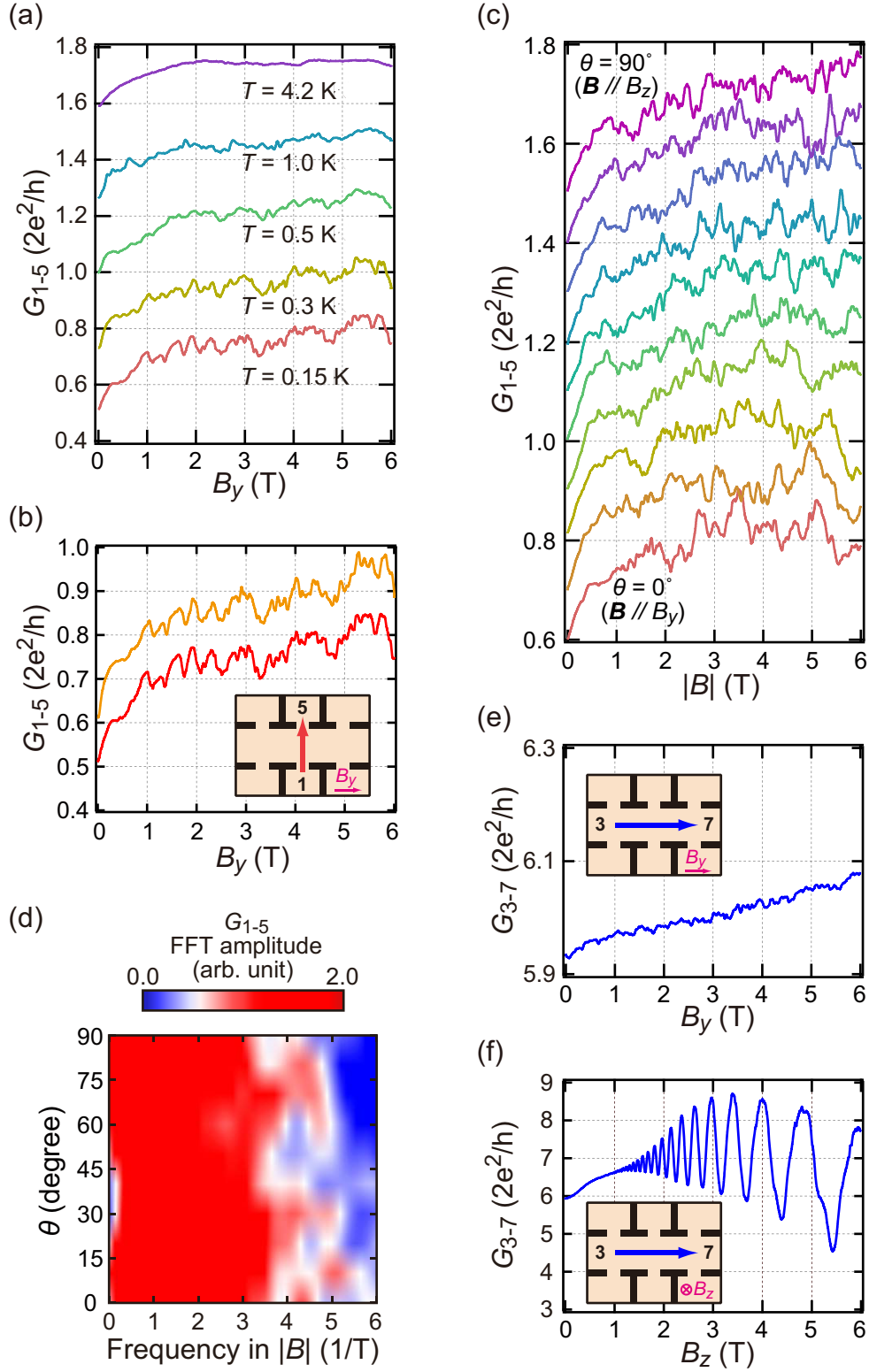


図 4.7: (a) 面内磁場 B_y に対する G_{1-5} を異なる温度 T についてプロットした物 (オフセットは $0.2G_q$)。 (b) 独立した 2 回の磁場掃引について G_{1-5} をプロットした物 (オフセットは $0.2G_q$, $T = 150$ mK)。 (c) 外部磁場の大きさ $|B|$ に対する G_{1-5} を異なる磁場の角度に対してプロットしたもの ($T = 70$ mK)。外部磁場の天頂角 θ を $\theta = 0^\circ$ から 90° まで回転させた (方位角は $\varphi = 90^\circ$)。角度ステップとオフセットはそれぞれ 10° と $0.2G_q$ 。 (d) 磁場 $|B|$ が 1.5 T から 6 T までの間の伝導度揺らぎの FFT 振幅スペクトルを θ についてプロットした二次元カラーマップ。 (e, f) 面内磁場 B_y および面直磁場 B_z に対する G_{3-7} 。温度は $T = 70$ mK。

4.2.3 QPC を通らない伝導

続いて、QPC を通らず、スピン偏極効果を受けない伝導電子について伝導度を調べた。図 4.7(e, f) は、外部磁場が面内方向、面直方向の時の G_{3-7} 磁気応答である。図 4.7(c) とは大きく異なり、揺らぎが消えている。図 4.7(f) は通常の SdH 振動だが、おそらくエッチングした溝によって少なからず量子閉じ込め効果が生じ、SOI 由来の節が見えていない。図 4.7(e) では G_{3-7} が面内磁場に対してほとんど変化していないため、外部磁場を正確に面内に印加出来ていると言える。仮に揺らぎが複数の散乱経路間の干渉から生じる UCF ならば、それは初期状態のスピン偏極に依存しないため、 G_{3-7} にも揺らぎが現れるはずである。

ここで注意すべきなのは、 G_{3-7} は G_{1-5} に比べて約 10 倍ほどチャネル数が多い点である。UCF の理論によると、チャネル数が N 倍になったとき揺らぎの振幅は $1/N$ になるため、これが G_{3-7} に揺らぎが現れない結果を説明するように思える。しかし、単一 QPC の結果 (図 4.5(b)) を振り返ると、チャネル数が 1 本に絞られた時でさえも揺らぎは現れていないため、図 4.7(a) の揺らぎは QPC によって絞られた部分では無く、むしろ QPC の間の 2DEG 部から生じていることが言える。2DEG 部ではチャネル数は絞られていないため、結局、UCF であるならば G_{1-5} と G_{3-7} の揺らぎの振幅は同程度になると考えられる。

以上の考察により、揺らぎが UCF 由来であると考えたと G_{3-7} の測定結果と矛盾する。これと θ 依存性を組み合わせると、揺らぎの原因として UCF は排除できる。

一方で、揺らぎの θ 依存性および G_{3-7} の測定結果は ZB と不純物散乱による flat-pinball モデルと矛盾しない。次節以降は、揺らぎの外部磁場の方位角 φ 依存性、および経路依存性を示し、flat-pinball モデルが実験結果を良く説明できる事を示す。

なお flat-pinball モデルにおいて温度は、QPC におけるスピン偏極率と、Rashba SOI から来る有効磁場 B_{eff} の強さに影響すると考えられる。本実験では有効磁場 B_{eff} を温度換算すると 6 K 程度となり、図 4.7(a) に於いて揺らぎが見え始める温度から 1 ケタ小さい。従って揺らぎの温度依存性はスピン偏極率に由来すると推定されるが、正確な表式は今の所求められていない。

4.2.4 Shubnikov-de Haas 振動

この試料において、図 4.7(f) に明瞭な SdH 振動が観測されたが、Rashba 強度を測定する時に現れた振動の節 (図 4.6(a)) は観測出来なかった。これは端子 3 と 7 を用いた 2 端子測定により、リード部の抵抗が含まれているためと考えられる。リード部のフェルミエネルギーにはバラつきがあるので、その結果 SdH 振動が平均化されて節が消える。一方で、Rashba 強度を測定する時は 4 端子測定だったため正確な測定が出来ている。

図 4.6(a) に比べて図 4.7(f) の方が明瞭な SdH 振動が見えているが、これは測定温度の違い (前者は 4.2 K、後者は 70 mK) や、本番試料には格子欠陥の少ない場所を選んだことが効いているものと考えている。

4.2.5 揺らぎの φ 依存性

図 4.8(a) は外部磁場を面内で回転させた時の伝導度揺らぎの測定結果である。全ての角度で伝導度揺らぎが現れたが、揺らぎのパターンは φ によって異なる。特に揺らぎの周波数に明確な φ 依存性があり、例えば x 方向 ($\varphi = 0$) 近辺では周波数が低い一方、 y 方向 ($\varphi = 90^\circ$) で周波数が高い。図 4.7(b) と同様に FFT を施した図 4.8(b) 及びカラープロット (c) を見れば、より明確である。この結果は以下のように考察できる。

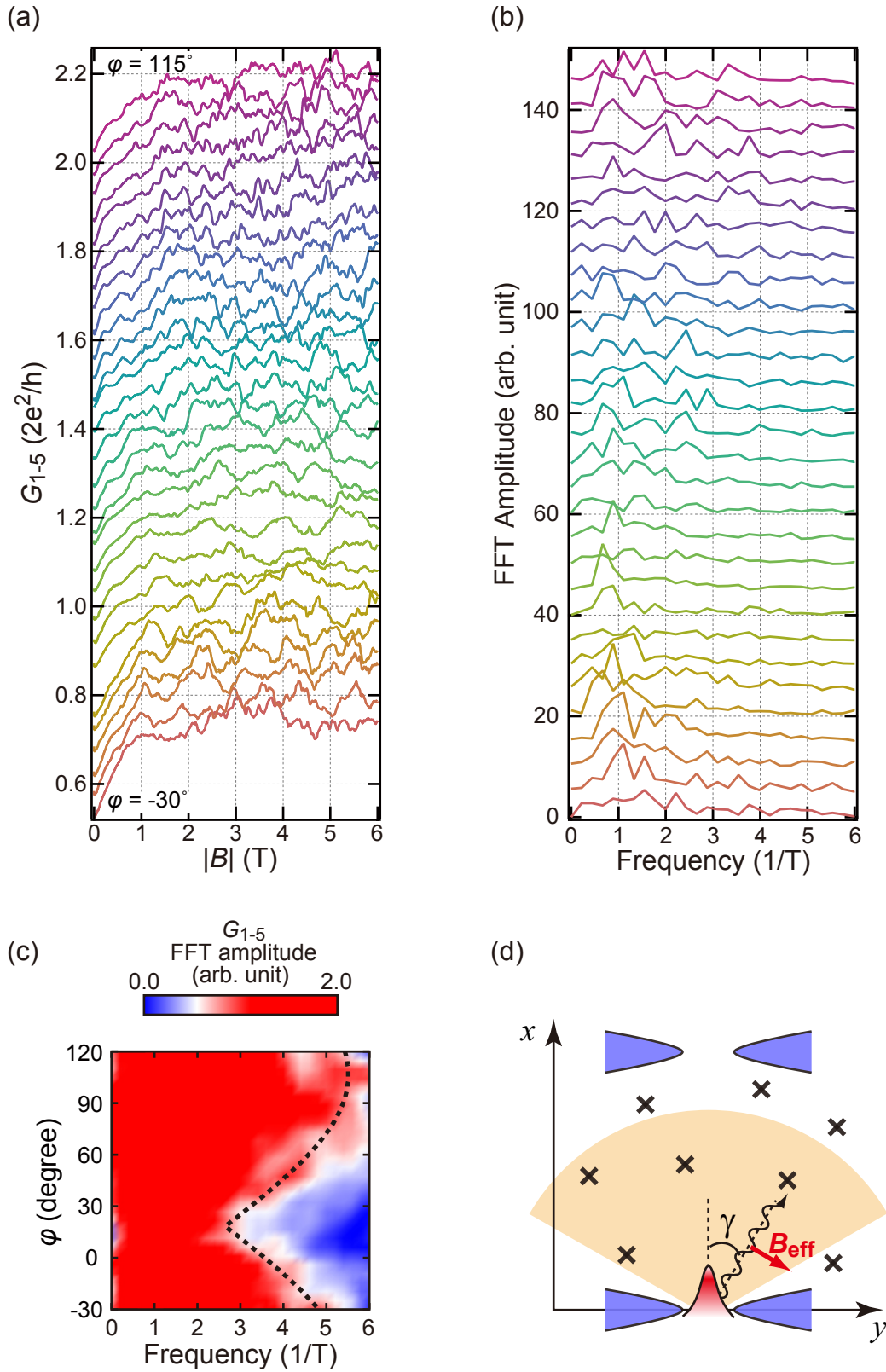


図 4.8: (a) 外部磁場の大きさ $|B|$ に対する G_{1-5} を異なる磁場の角度に対してプロットしたもの ($T = 150\text{ mK}$)。外部磁場の方位角 φ を $\varphi = -30^\circ$ から 115° まで回転させた (天頂角は $\theta = 0^\circ$)。角度ステップとオフセットはそれぞれ 5° と $0.05G_q$ 。 (b) G_{1-5} の結果のうち、ゼロ磁場近傍を取り除いた $1.5\text{ T} \leq |B| \leq 6.0\text{ T}$ の範囲のデータから、磁場平均して求めた値をバックグラウンドとして差し引き、FFT をかけたもの。オフセットは 5 (arb. unit) である。 (c) 図 4.7(d) と同様、方位角 φ に対してプロットした FFT 振幅のカラーマップ。黒点線は FFT 振幅が $C=0.7\text{ (arb. unit)}$ となる等高線を式 4.6 でフィッティングしたもの。 (d) 電子波束の経路の模式図。入射 QPC を出た後、電子は扇状の領域 (薄橙色) に広がっていく。

まず、入射 QPC から真つ直ぐ y 方向に射出される電子を考える。電子スピンの初期状態は、第 2.2.3 節によれば QPC の伝導方向に垂直、 x 方向になる [11]。これは Rashba SOI による有効磁場の方向 (式 4.1) と平行なため、スピン歳差運動は起きず、従って ZB も生じない。

次に、入射 QPC から x 軸との斜角 γ で (図 4.8(d)) 射出される電子を考える。有効磁場と外部磁場を合成したベクトル $\mathbf{B}_{\text{eff}} + \mathbf{B}$ の長さは $|\mathbf{B}_{\text{eff}}| \gg |\mathbf{B}|$ の場合、 $B_{\text{eff}} + B \cos \xi$ と近似できる。ここで $\xi \equiv \pi/2 - \varphi + \gamma$ はベクトル \mathbf{B}_{eff} と \mathbf{B} 間の角度である。ZB による蛇行の波長は $\lambda_{\text{ZB}} \equiv \pi \hbar^2 / \alpha m^* \approx 270 \text{ nm}$ と見積もることが出来て、外部磁場 $B=6 \text{ T}$ 、 $\xi = 0$ における λ_{ZB} の最大変化幅は 34 nm となる。従って、QPC 間距離 $1.8 \mu\text{m}$ を飛行する間、 $B=0 \text{ T}$ では蛇行は約 7 周期分続くのに対し、 $B=6 \text{ T}$ では 6 周期分となり、これにより伝導度のピークが現れると期待される。

最後に、不純物散乱の存在を考慮する。入射 QPC から射出された電子が図 4.8(d) で示された薄橙色の扇状の範囲に回折していく際、その範囲に N の散乱体があるとすると、 6 T の外部磁場を掃引した時、それぞれの散乱体が 1 つから 2 つのピークを G_{i-j} に与えるので、最終的に N から $2N$ つのピークが伝導度 G_{i-j} に現れ、揺らぎとなる。特に G_{1-5} の場合、斜角は $\gamma = 0$ に近い値を取るため、 $B \cos \xi \sim -B \cos \gamma \sin \varphi$ と近似できる。この時、揺らぎの FFT に相当するパワースペクトル密度の幅 W_p は大まかに次式で書ける。

$$W_p(\varphi) \propto \frac{l_0}{\lambda_{\text{ZB}}^2} \left| \frac{\Delta \lambda_{\text{ZB}}}{\Delta B} \right| = l_0 \frac{\pi g^* \mu_B}{v_F} |\sin \varphi|. \quad (4.5)$$

この近似によれば、 W_p は $\varphi = 90^\circ$ において最大、 $\varphi = 0^\circ$ において最小となる。

上述の傾向を確認するため、以下の解析を行った。まず FFT 振幅が値 C となる周波数を各角度 φ について求め f_c とおく。複数ある場合はそれらの平均値を f_c とする。この角度に依存する $f_c(\varphi)$ を、周波数の最小値 f_m 、周波数の変化量 F 、周波数が最小になる角度 φ_m 、最大になる角度 φ_M の 4 つのパラメータを使い、最小二乗法により次式でフィッティングする。

$$f_m + F \left| \sin \left(\frac{\pi}{180} \frac{\varphi - \varphi_m}{\varphi_M - \varphi_m} \right) \right|. \quad (4.6)$$

この時、先ほど予想した式によれば、 $\varphi_m = 0^\circ$ 、 $\varphi_M = 90^\circ$ となるはずである。

図 4.8(c) の FFT スペクトルについて $C = 0.7$ としてフィッティングすると、 $\varphi_m = 18.4^\circ$ 、 $\varphi_M = 110.3^\circ$ を得た。これは定性的に式 4.2.5 に一致する。 φ_m と φ_M のどちらも 20° ほど予想からずれがあるが、これはこの試料において、不純物の配置が偶々その方向に偏っていたためと考えている。

また、約 45° 傾いた伝導経路を持つ G_{1-6} についても同様の測定と解析を行った (図 4.9)。 $C = 0.2$ としてフィッティングすると、 $\varphi_m = -37.7^\circ$ 、 $\varphi_M = 47.0^\circ$ を得た。この結果は G_{1-5} の結果 (図 4.8) と比べて約 $50 \sim 60^\circ$ シフトしており、伝導経路の傾きにより有効磁場の向きが約 45° 変化する事実と矛盾しない。

これらの考察によって、揺らぎの φ 依存性は flat-pinball モデルの予想と整合する事が分かった。

4.2.6 揺らぎの端子依存性

前節の考察では 1 回の散乱のみを取り入れた。より散乱回数の多い経路まで含めると、ピークの密度と鋭さが増加する一方、ピークの高さは減少すると期待される。実際、そういった高周波揺らぎに起因して、図 4.8(b) の FFT スペクトルが高周波側に尾を引く様子が観測された。

その効果をより詳しく確かめるには、端子を変えた測定が有効である。図 4.10(a) は端子 2 と 5 の間の伝導について、図 4.8(b) と同じ測定・解析をした結果である。今回は電子の経路の斜角は $\gamma = \pi/4$ に近い値を取るため、式 4.2.5 で表される φ 依存性は $|\sin(\pi/4 + \varphi)|$ へと変わる。実際、この変化が図

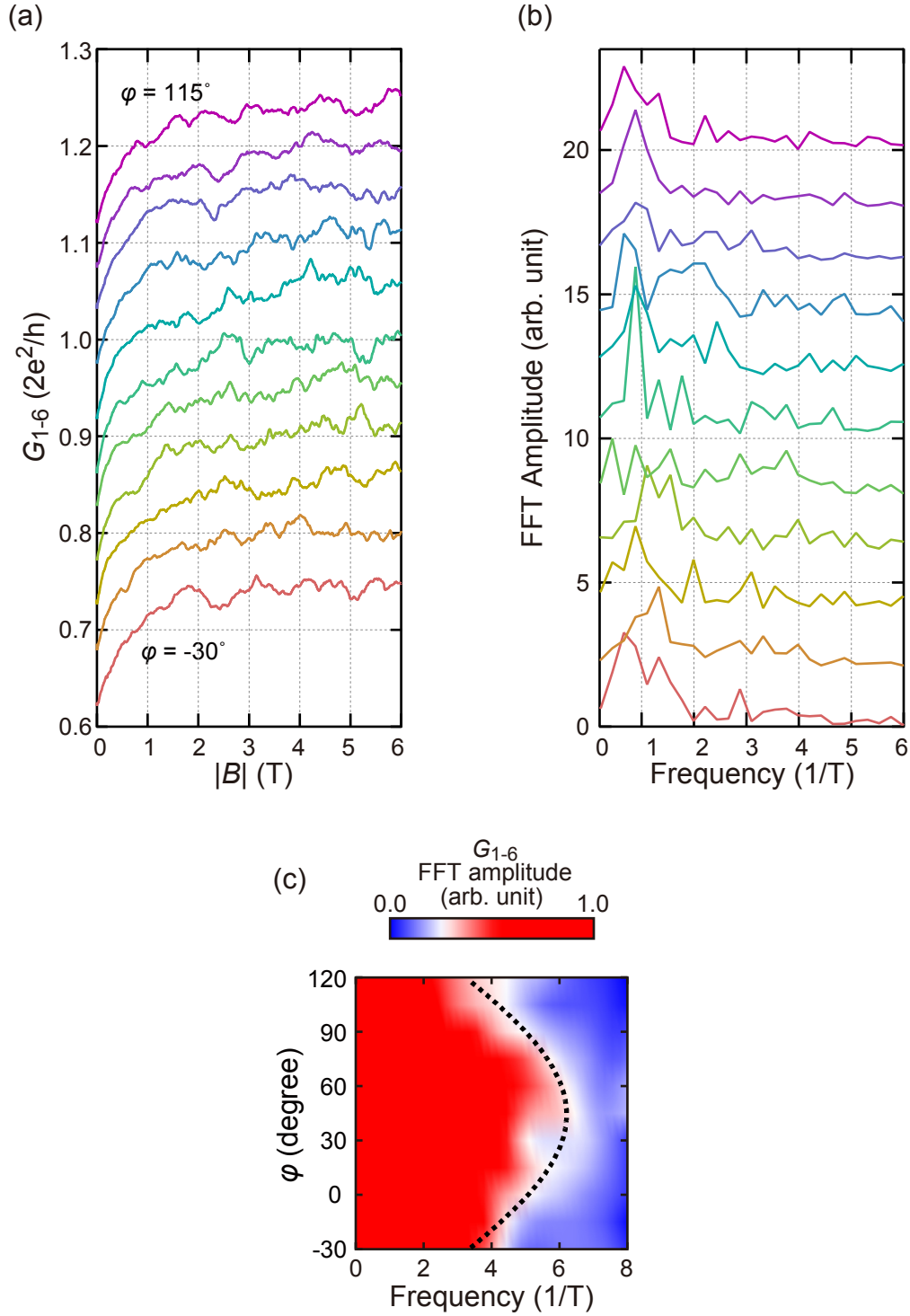


図 4.9: 斜めを向いた伝導度 G_{1-6} について、図 4.8 と同様の測定と解析を行ったもの。(a) 面内磁場に対する応答。角度ステップとオフセットはそれぞれ 15° と $0.05G_0$ 。(b) FFT スペクトル。オフセットは 2 (arb. unit) である。(c) FFT の結果をカラーマップにしたもの。黒点線は FFT 振幅が $C = 0.2$ (arb. unit) となる等高線を式 4.6 でフィッティングしたもの。

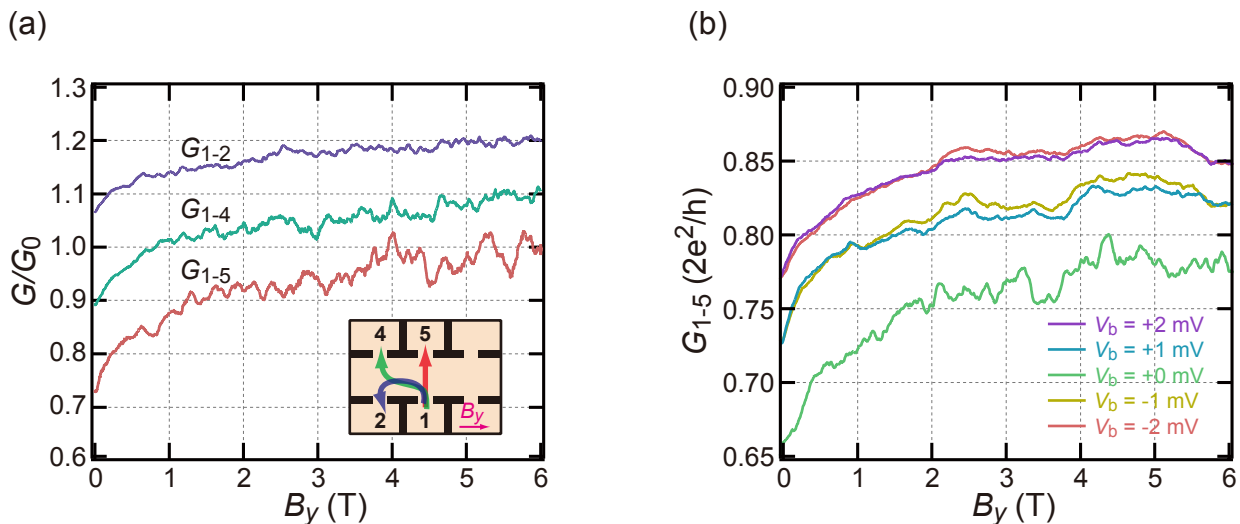


図 4.10: (a) 面内磁場 B_y に対する G_{1-2} と G_{1-4} 、 G_{1-5} 。挿入図は端子の配置を示す。 $G_0 = G(B_y = 6 \text{ T})$ で規格化し、オフセット $0.1G_0$ を付した。(b) バイアス電圧 V_b を変えて測定した G_{1-5} の B_y 依存性。オフセットは付けていない。温度 $T = 135 \text{ mK}$ 。

4.10(a) において明確に観測されている。図 4.10(b) は 3 つの端子対について揺らぎを測定したものである ($\varphi = \pi/2$)。この中で特に興味深いのは G_{1-2} で、この配置では必然的に後方散乱が起こるため、散乱回数の多い経路の伝導が優勢になり、揺らぎの周波数が増加しつつ、振幅が減少している。同様に G_{1-4} も複数回の散乱の影響を受けているが、その大きさは G_{1-2} ほど顕著では無い。

以上により、揺らぎの端子依存性も flat-pinball モデルで矛盾なく説明できた。 φ 依存性と端子依存性の結果より、かなりの正当性を持って flat-pinball モデルが実験の物理を反映し、試料内部で ZB が起きていると主張できると考えている。

4.2.7 揺らぎのバイアス電圧依存性

QPC スピン偏極器に関する先行実験の結果 (図 2.6) より、QPC にバイアス電圧 V_{sd} を与える事でスピン偏極率 P が上昇する事が知られている。例えば V_{sd} を 0 mV から 2 mV へと増やすと、 P は約 0.7 から約 0.8 へと上昇する。従って本実験でも、測定している 2 つの端子間にバイアス電圧 V_b を与える事で入射 QPC の P が上昇し、揺らぎの振幅が大きくなるものと予想される。

図 4.10(b) は、端子 1 と 5 の伝導について V_b を -2 mV から $+2 \text{ mV}$ まで変えて揺らぎを測定したものである。バイアス電圧 V_b を $\pm 1 \text{ mV}$ 加えただけで、揺らぎの振幅が減り消えかけている。この原因としては、次の 2 つが考えられる。(1) 本実験ではバイアス電圧が入射 QPC だけでなく検出 QPC にも効いてしまうため、それが電子の軌道を検出 QPC へと引き寄せ、その結果、電子の散乱後の軌道を検出する効率が落ちる。(2) バイアス電圧 $V_b = 1 \text{ mV}$ が Rashba 有効磁場に与える変化 ΔB_{eff} を見積もると 380 mT 程度であり、入射 QPC より飛び出た電子は有効磁場は ΔB_{eff} 程度の広がりを持っている。これより外部磁場を掃引した時、磁場方向に ΔB_{eff} の幅で平均化が起これ、揺らぎの振幅が小さくなる。ただし、これらの効果だけで必ずしも図 4.10(b) の結果を説明できるわけでは無く、詳細は未だ明らかになっていない。

4.2.8 ゼロ磁場近傍の振舞い

図 4.7 および図 4.8 を見ると、外部磁場が小さい領域 ($|B| < 1 \text{ T}$) はその他の領域に比べて伝導度が下がっている。このような磁気伝導度の傾向は、しばしば磁気弱局在として拡散的な 2DEG において観測される [39]。しかし、今回の結果は弱局在に起因するとは考えにくい。その理由は 2 つある。(1) 外部磁場を面直あるいは面内どの方向に向けても同じ大きさで現れる。(2) QPC を通らない伝導では現れない (図 4.7(e))。一方でこの傾向は単一 QPC の結果には現れていない (図 4.5)。従ってこの傾向は、QPC 内部にある不純物の量など、個々の試料によって違うパラメータに起因すると考えられるが、今の段階では明確な説明が出来ていない。

4.3 数値計算結果

この節では、kwant パッケージを用いた数値計算によって flat-pinball モデルの裏付けを行う。計算の準備、波動関数の空間分布の結果、及び伝導度の結果の順に記述する。なお、実際に計算に用いたプログラムは付録 E に添付した。

4.3.1 計算の準備

この節では本計算に用いた各種パラメータと設定を記す。

実験において測定温度 $\sim 100 \text{ mK}$ はフェルミエネルギー $E_F \sim 10 \text{ meV}$ より遥かに小さいため、本計算では絶対零度 $T = 0$ と置いて温度の効果を無視した。ハミルトニアンには Rashba 項と Zeeman 項を含めた。計算領域は $3.6 \mu\text{m} \times 3.0 \mu\text{m}$ の xy 平面で、格子定数 $a = 25 \text{ nm}$ の正方格子で離散化した。開口幅 $w = 400 \text{ nm}$ の QPC は $x = 0, 3.6 \mu\text{m}$ の境界に $-0.2 \mu\text{m} \leq y \leq 0.2 \mu\text{m}$ の位置にリードを取りつけることでモデル化し、電子を $x = 0 \mu\text{m}$ のリードから $x = 3.6 \mu\text{m}$ のリードに注入する条件下で計算した。フェルミエネルギー E_F は QPC の伝導度が $1.0 G_q$ になるよう調整した。QPC 以外の境界は全て吸収端になっており、境界に到達した波動は反射されない。吸収端にした理由は、本計算では $T = 0$ より波動関数のコヒーレンス長が無限大となり、反射波が入射波と非現実的な干渉を起こしてしまうので、それを防止するためである。Rashba SOI 強度 $\alpha = 3.6 \times 10^{-11} \text{ eVm}$ は測定値を使い、有効質量 $m^* = 0.025m_0$ (m_0 は真空中の電子質量)、 g 因子 $g^* = +8.6$ は先行研究の値を用いた [40]。不純物は各サイトのオンサイト項に、正規分布 (平均 0 meV 、標準偏差 0.2 meV) に従うランダム値を加える事で導入した。

4.3.2 波動関数の空間分布

実験では試料の中での ZB の発現を間接的に調査したが、今回の条件で電子の蛇行運動が生じる事をより直接的に確かめるため、波動関数の空間分布の数値計算を行った。

図 4.11 は電荷密度と x, y, z 方向のスピンの空間分布である。ここで各サイトのスピノールを $|\psi\rangle$ とおいて、電荷密度は $D_0 = \langle \psi^\dagger | \psi \rangle$ 、スピン密度は $D_i = \langle \psi^\dagger | \sigma_i | \psi \rangle$ ($i = x, y, z$) で定義される。なお、この計算では蛇行運動を観測するのが目的のため、不純物は導入せず、スピンの初期状態は歳差運動が最大になる x 方向に設定した。図 4.11(a, c) からはスピンの $x-z$ 平面内で歳差運動している様子が読み取れる。図 4.11(c) では電子が上に進むにつれ、アップスピン (赤色) が右方向、ダウンスピン (青色) が左方向に流れており、この違いが図 4.11(d) の電荷の蛇行運動として現れている。これは正に ZB の特徴の一つであり、従ってこの計算によって ZB を再現できたと考える。

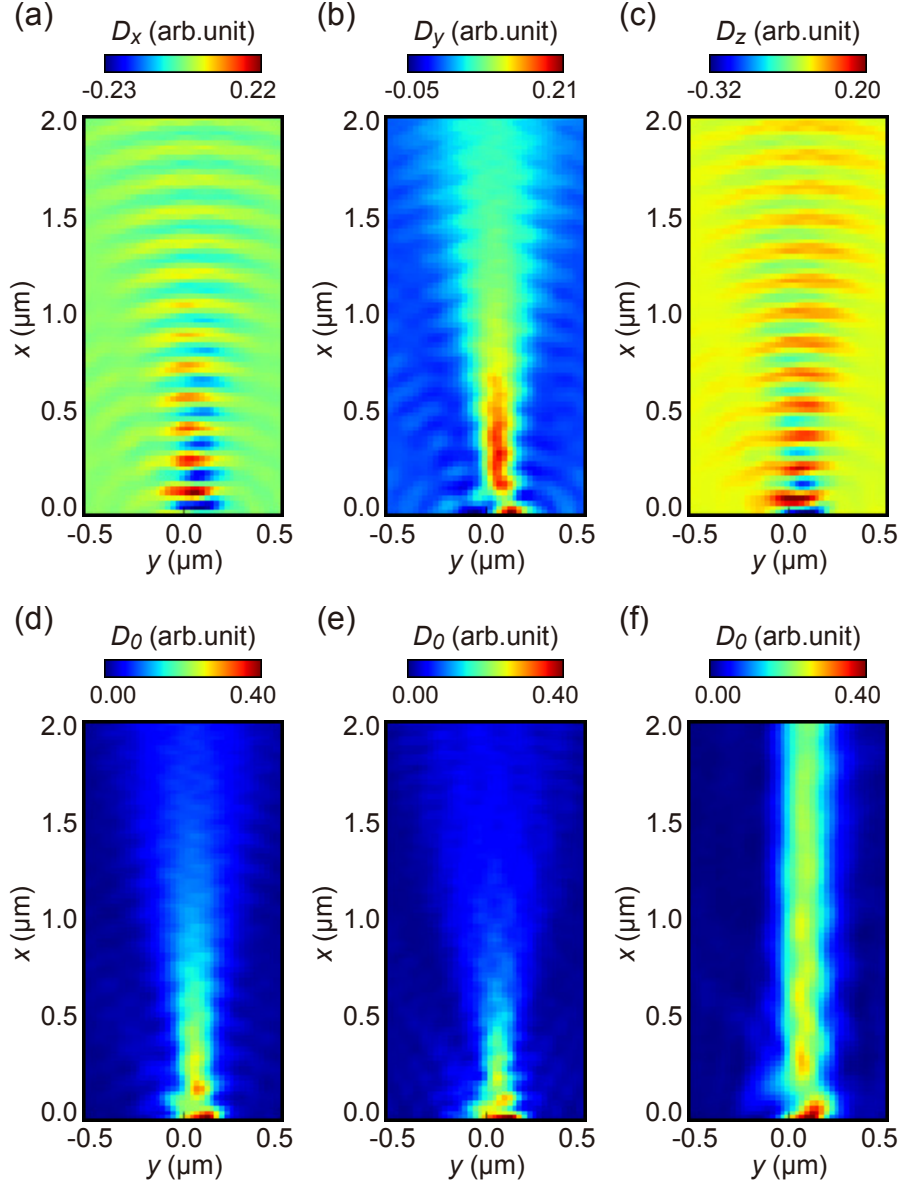


図 4.11: (a-d) ゼロ磁場 ($B_y = 0$) におけるスピン密度分布 D_x, D_y, D_z と、電荷密度分布 D_0 の x - y 平面空間分布。原点に配置した入射 QPC ($x = 0 \mu\text{m}$, $-0.2 \mu\text{m} \leq y \leq 0.2 \mu\text{m}$) より x 方向に偏極した電子を注入した。(e, f) それぞれ面内磁場 B_y を -3.5 T と $+3.5 \text{ T}$ 印加した時の D_0 。

図 4.11(e, f) には面内磁場 B_y をそれぞれ -3.5 T と $+3.5$ T 印加した時の $\langle\sigma_0\rangle$ を示す。電荷の蛇行の波長が面内磁場によって伸縮することが分かる。これは面内磁場を加える事でスピンの歳差運動の周期を変調し、それに同期する ZB の波長が結果的に変調されたものと説明でき、やはり計算に現れた電荷の蛇行が ZB である事を支持する。

4.3.3 伝導度の磁場応答

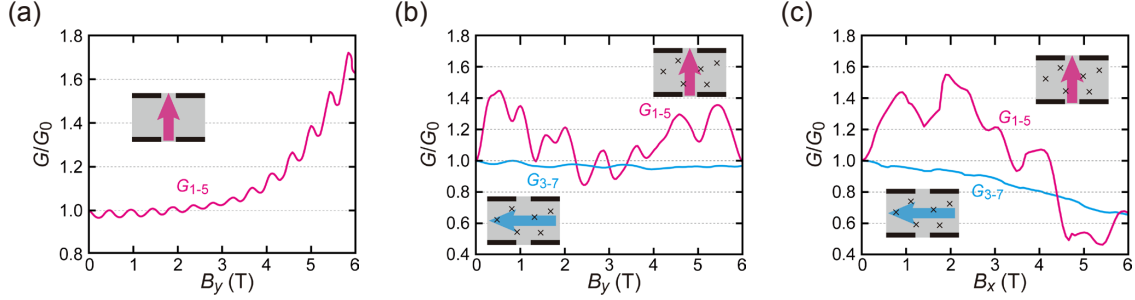


図 4.12: (a-c) 数値計算で求めた伝導度 G_{1-5} および G_{3-7} の面内磁場依存性。(a) は不純物を導入せず、 x 方向のスピンを注入し、 y 方向に磁場を印加した場合。(b, c) は不純物を導入し、 y 方向のスピンを注入し、それぞれ y, x 方向の磁場を印加した場合。データは $G_0 = G(B = 0)$ で規格化した。挿入図は端子の配置を表す。

ZB が発現する事が確かめた後、実験で観測した伝導度ゆらぎが再現するかを調べるため、伝導度の数値計算を行った。

始めに、図 4.11 と同じ条件、すなわち不純物が無く、 x 方向スピンを入射した場合の伝導度 G_{1-5} の磁場応答の計算結果を図 4.15(a) に示す。なお、この図では吸収端の影響で伝導度の絶対値は G_q に一致しないため、 $|\mathbf{B}| = 0$ における値 G_0 で規格化した値を示している。伝導度が B_y に対して振動しているが、これは図 4.11(d-f) で見たように蛇行運動の波長が B_y で変調を受けたことに起因する。

次に実験の条件に近づけるため、不純物を導入し、入射スピンを y 方向とした時の、 G_{1-5} および G_{3-7} の磁場応答の計算結果を図 4.15(b) に示す。 G_{1-5} には面内磁場 B_y に応答する不規則な揺らぎが現れた。 G_{3-7} にも揺らぎは乗っているが、相対振幅は 0.03 程度であり、 G_{1-5} の 0.20 に比して極めて小さい。この小さな揺らぎは、電子の反射を吸収端で完全に打ち消せなかった事に起因すると考えられる。また外部磁場の方向を x とした場合の結果を図 4.15(c) に示す。この場合の G_{1-5} も揺らいでいるが、その周波数は y 方向に磁場を印加した時に比べて小さく、第 4.2.5 節における考察と良く整合する。

以上、数値計算の結果は定性的に実験で観測された結果と一致し、従って計算結果に現れた揺らぎの起源も ZB と不純物散乱を組み合わせた flat-pinball モデルであると考えて差し支え無い。

4.3.4 境界条件による違い

前述のように、本研究では境界条件に吸収端を用いた (図 4.13(a))。この場合、揺らぎの定性的な評価は出来るが、伝導度の絶対値を実験と比較する事は出来ない。しかし伝導度の絶対値を評価するために、例えば図 4.13(b) のように反射端を使うと、図 4.13(c) に示した電荷密度分布 D_0 のように、波動関数の局在が無数に生じてしまう。これにより計算時間も増大し、場合によっては計算が収束しないこともある。これは数値計算が絶対零度 $T = 0$ を仮定し、また電子が反射してもコヒーレンスを失わない極めて理想的な状況を扱っているためである。実験においてコヒーレンス長は QPC 間の距離

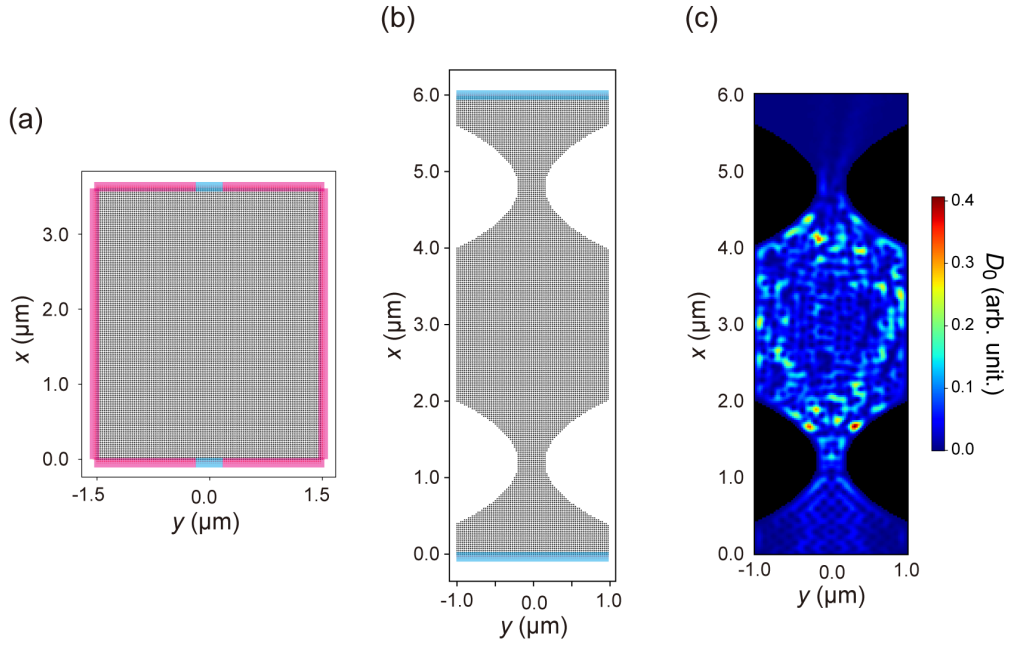


図 4.13: (a) 本研究で用いた境界条件。青色部分が入出力リード (QPC) で、その他の赤色部分は全て吸収端になっている。(b) 反射端を用いた例。青色部分が入出力リードで、その他の部分は全て反射端になっている。(c) 反射端を用いた場合の電荷密度 D_0 の計算結果。無数の局在が生じてしまう。Rashba 型 SOI は導入せず、エネルギーは 0.5 meV とした。

$3.6 \mu\text{m}$ より小さく、このような理想的な無限コヒーレンスから生じる局在は生じない。従って本研究では、この効果を消すため吸収端を採用し、揺らぎの定性的な評価のみを行うこととした。

4.3.5 不純物導入の方法による違い

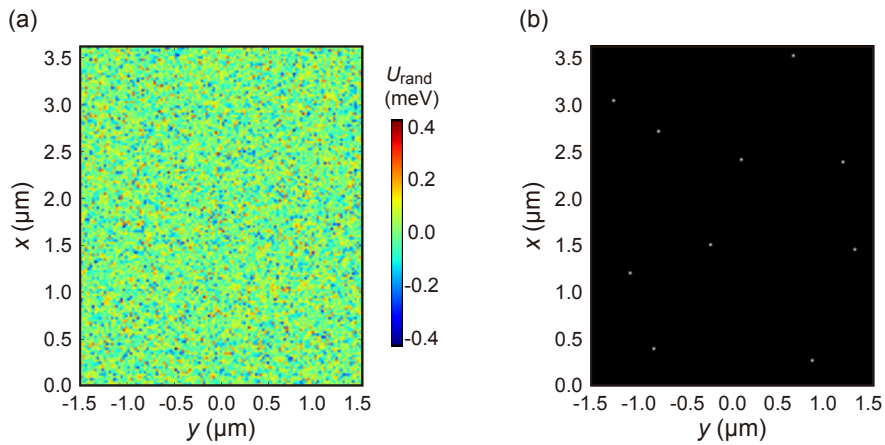


図 4.14: (a) 伝導度の数値計算に用いた不純物ポテンシャル分布。ランダムな値を各サイトに加えた。(b) 点状に不純物を導入した分布の例。白い点の位置に不純物ポテンシャル $U_{\text{delta}} \sim 1 \text{ meV}$ を加えた。

前述したように、本研究では不純物ポテンシャルはランダムな値 $U_{\text{rand}} \sim 0.2 \text{ meV}$ を各サイトのエネルギーに加える事で実現している (図 4.14(a))。この導入方法が実験系を正しく再現しているか完全には検証されておらず、改良の余地がある。

例えば、実験で用いた基板の平均自由行程は $l = 1.14 \mu\text{m}$ であり、有効ボーア半径 $a_B^* \sim 30 \text{ nm}$ は格子間隔 $a = 25 \text{ nm}$ に近いので、比較的大きな不純物ポテンシャル $U_{\text{delta}} \sim 1 \text{ meV}$ を l 程度の間隔で点状に散らす方法が挙げられる (図 4.14(b))。しかし、この方法で計算した結果は、不純物を導入しない磁気伝導度の結果 (図 4.15(a)) に比べて目立って変化せず、それは U_{delta} の大きさを変えても同じであった。この原因は、不純物ポテンシャルの窪みが電子波束を収束させる効果 [35] が計算で考慮されていないためと思われる。

図 4.14(a) の不純物分布を使えばこの効果は考慮されるため、図 4.15(b) のように実験を再現できたと言える。しかし、この効果の影響をさらに正確に計算するには、格子定数を小さくし、不純物ポテンシャルの形状まで実験に合わせる大規模な計算が必要で、現段階では達成できていない。

4.3.6 揺らぎの φ 依存性

最後に、flat-pinball モデルが予想する重要な特徴である方位角 φ 依存性を求めた。

図 4.15(d) は数値計算した伝導度揺らぎの φ 依存性であり、実験結果で言うと図 4.8(a) に対応する。全ての φ で伝導度揺らぎが出現した。FFT 処理を行い 4.8(b) と同様のカラーマップを求めると、確かに揺らぎの周波数が φ に依存し、その傾向は式 4.6 に従っている。フィッティングパラメータは $\varphi_m = -1.3^\circ$ 、 $\varphi_M = 73.0^\circ$ で、定性的に式 4.2.5 に一致する。これは flat-pinball モデルの正当性を高めるだけでなく、数値計算が正しく測定状況を再現していることを意味する。すなわち、数値計算で図 4.11 において明確に発現した ZB が測定試料の内部でも生じている事を保証する。

4.4 結論

この章をまとめると以下ようになる。

- InAs 量子井戸基板上に複数の QPC を配置し、2 つの QPC を直列に通る伝導の外部磁場応答を測定した結果、再現性のある伝導度の揺らぎを発見した。この揺らぎの振幅は、温度を下げるにつれて増大した。
- 揺らぎの振幅や周波数は外部磁場を y - z 平面内で回転させても大きく変化しなかった他、QPC を通らない伝導には揺らぎが現れなかった。これは従来の UCF では説明できない物理が背後に存在する事を意味する。
- 一方で外部磁場を x - y 平面内で回転させると揺らぎの典型的周波数が変化し、その依存性を ZB と不純物散乱から成る flat-pinball モデルで説明できた。さらに測定端子を変えて揺らぎを観測し、その変化も flat-pinball モデルと整合した。
- 数値計算によって実験を模したモデルでは、ZB が電荷の蛇行として明確に発現し、実験の伝導度揺らぎの傾向を再現する事が出来た。
- 以上の結果より、試料内で ZB が生じ、それが flat-pinball モデルを通して伝導度揺らぎとして現れたことを確認した。

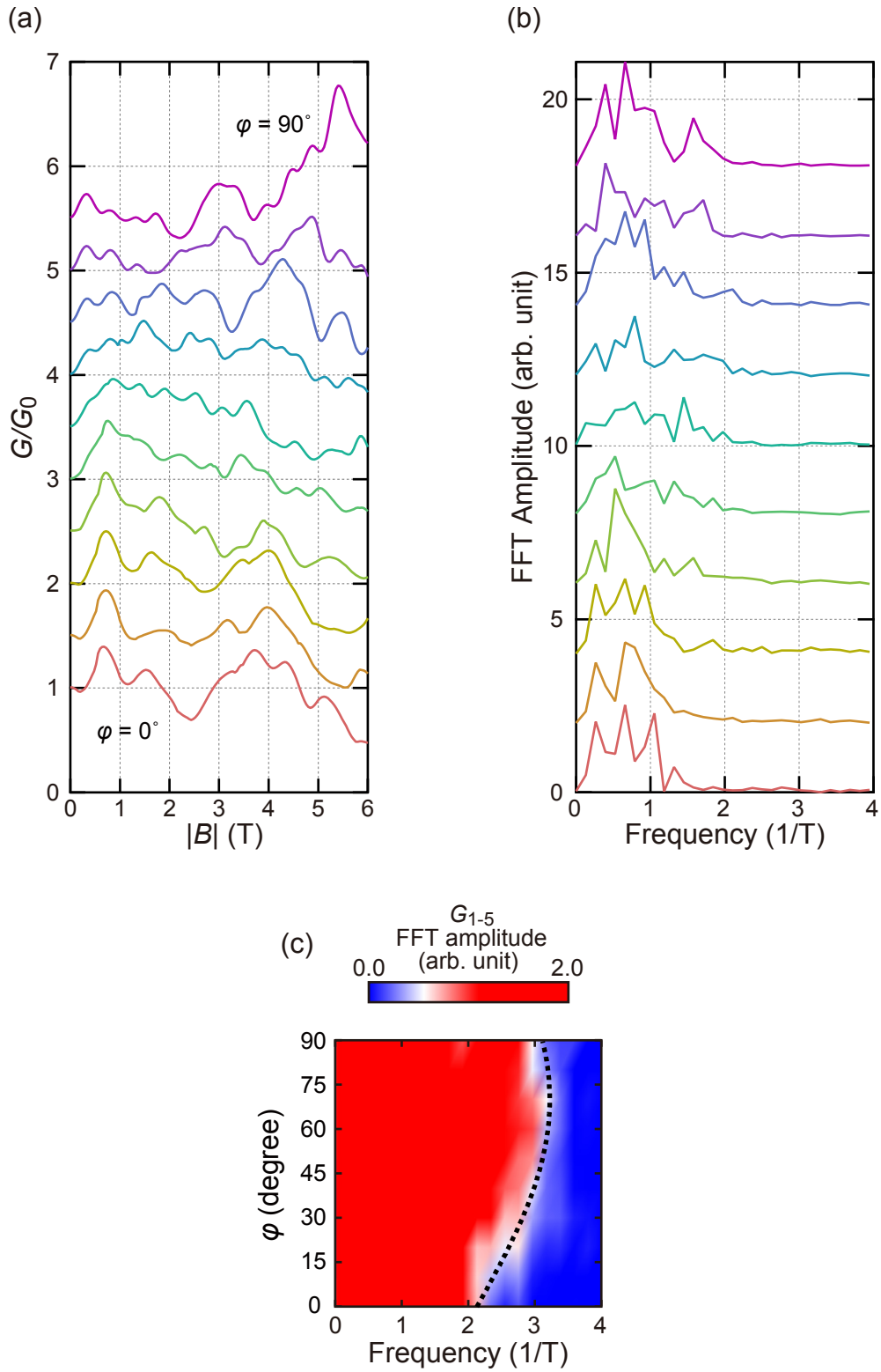


図 4.15: (a) 外部磁場の角度 φ を変えて数値計算した G_{1-5} を図 4.8(a) と同様にプロットしたもの。方位角 φ を $\varphi = 0^\circ$ から 90° まで回転させた (天頂角は $\theta = 0^\circ$)。角度ステップとオフセットはそれぞれ 10° と 1.0 。 (b) G_{1-5} の数値計算結果に FFT を施したもの。オフセットは 2 (arb. unit) である。 (c) 図 4.8(b) と同様、方位角 φ に対してプロットした FFT スペクトルのカラーマップ。黒点線は FFT 振幅が $C = 0.5$ (arb. unit) となる等高線を式 4.6 でフィッティングしたもの。

第5章 量子ドット内におけるスピン回転

量子ドット (QD) は電子をゼロ次元に閉じ込めた構造であるが、すべての方向に単モードに閉じ込めた極めて小さな構造から、スタジアム構造と呼ばれるような比較的大きな構造まで様々なものの総称である。ここで考える QD は、比較的閉じ込めが緩く、「電子波伝播の途中の停留点」とみることができるようなものである。閉じ込めによるエネルギー準位間隔よりも QD 通過に必要な時間に対応するエネルギー不確定性 (Thouless エネルギー) が大きい場合、1 つの固有状態を通した断熱的な遷移に対し (固有状態で考えれば) 多数の状態を通過する非断熱変化が重要となる。QPC と類似している点もあるが、大きく異なるのは、停留点において QPC では進行方向の速度が非常に遅くなるのに対して、QD では各方向の運動エネルギーが大きく、前章に沿って言えば ZB の振動距離が QD の径に比べてそれほど大きくなければ非断熱変化が固有状態の形成そのものにも影響することである。

本章では、量子ドット内のスピン回転現象について述べる。まず先行研究の実験結果を概観し [41]、次に本研究の内容として、実験結果を説明するために行った解析について記述する。なお先行研究の実験は私が修士課程の時に行ったもので、その後、数値計算による解析を博士課程で試みた。

5.1 先行研究

この節では、本研究を説明する上で必要な先行研究の実験結果を振り返る [41]。

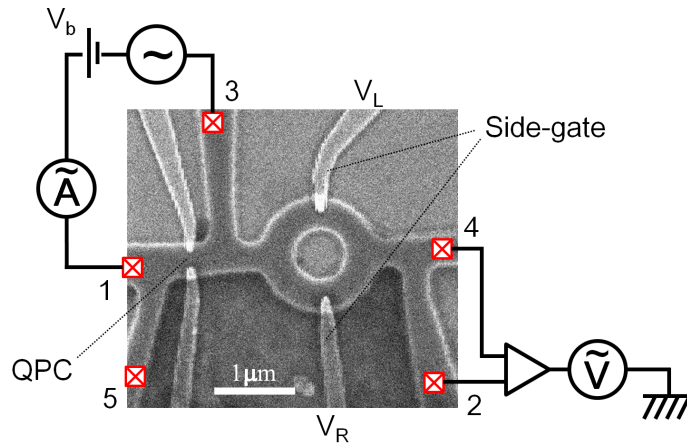


図 5.1: QPC-リング系の SEM 像と非局所測定のセットアップ。左側の QPC 側から右側のリングに向けて電子を打ち込み、出口の 2 端子間に生じる電圧を測定する。

5.1.1 試料の構造

2.3.6 節で述べたように、一般に量子リングの経路中でスピンの回転が生じると伝導度はスピン干渉により振動する。従って量子ドット (QD) を組み込んだ量子リングの伝導を測定すれ

ば QD 内のスピン回転を検出できると期待される。そこで先行研究では、図 5.1 に示す試料を作成し、干渉による振動する項のみを取り出すため、非局所測定を行った。

$\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{As}$ 基板上に、ウェットエッチングによって量子リング構造 (直径 $2R \sim 1 \mu\text{m}$) を形成しさらに Ti/Au ショットキー電極でサイドゲートおよび QPC を配置した (図 5.1)。サイドゲートは、2DEG との接触面積を極力減らしてリーク電流を抑え、かつリングの伝導チャネルを絞って干渉パターンを明瞭にするためにこの形とした。試料に面直磁場 B_z をかけて AB 位相 ϕ_{AB} を、またサイドゲートに電圧 V_R, V_L をかけてスピン位相 ω_{SOI} を制御する。

QPC は量子リングにスピンを注入するために用いた。すなわち、QD スピン回転器の回転量は一般にスピンの初期状態に依存するので、スピン偏極した電子を QD に入射する必要がある。SOI のある QPC 系における 1.0 プラトーもしくは 0.5 プラトーは、伝導電子のスピンを偏極させる最も簡便な方法であるため採用した。

測定端子の配置としては、QPC の両端にバイアス電圧 V_b をかけて電流を流し、バリスティックにリングに打ち込まれる電子が作る電圧をリング逆側の 2 端子で測定する、いわゆる非局所配置を用いた。この配置の利点は、入力電流の揺らぎの効果を直に受けないため電子のコヒーレンス長を伸ばして相対的な干渉振動の振幅を強く観測できる点である [42]。また十分な非局所電圧の信号強度を得るためバイアス電圧は $V_b = \pm 2.0 \text{ mV}$ とした。この結果 QPC の伝導度が $0.5G_q$ の場合にはスピン偏極がほぼ失われるが、伝導度を $1.0G_q$ に合わせる事でスピン偏極した電子をリングに打ち込むことが出来る (図 2.6)[5]。

図 5.2(a) に QPC の伝導度 G_{QPC} の特性を示す。 $0.5G_q$ や $1.0G_q$ の量子化プラトーが見えており、これらが QPC によるスピン偏極電子注入を保証する。また $G_{\text{QPC}} = 1.0G_q$ の場合のリング部の非局所抵抗の面直磁場 B 依存性を図 5.2(b) に示す。AB 振動周期 $\Delta B_z = \phi_0/(\pi R^2) \sim 5.2 \text{ mT}$ で振動していることより、量子コヒーレンスが保たれている事が分かる。4 端子局所測定においてバックグラウンド $\sim 7 \text{ k}\Omega$ に対して AB 振動振幅 $5 \sim 20 \Omega$ であり、相対振幅 $0.1\% \sim 0.3\%$ 程度である。コヒーレントな伝導部分が全体に対して非常に小さいため、非局所測定が有効である事が分かる。測定温度は $T = 120 \text{ mK}$ である。

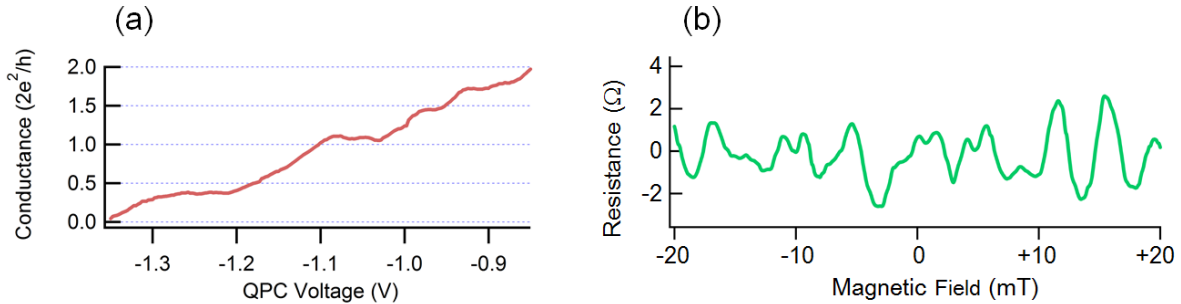


図 5.2: (a) QPC の伝導特性。伝導度 0.5 や 1.0 での量子化プラトーが見えている。オーミック電極部の抵抗を差し引いてある。(b) 非局所測定において観測した AB 振動。 $G_{\text{QPC}} = 1.0G_q$ である。

5.1.2 非局所抵抗の理論予想

非局所測定で得られる抵抗の振る舞いは次のように予想される。

測定端子の配置の効果を考えるには、2.3.5 節で記述した Landauer-Büttiker の 4 端子公式 (2.74) が有用である。ただし式を簡単にするために、次の近似を用いる。まず、2 端子透過率は端子の反転に対象とする ($T_{ij} = T_{ji}$)。また透過率 T_{24} は他の透過率に比べて遥かに大きい ($T_{24} \gg T_{\text{others}}$) とし、式 (2.74) の分子に出てくる 16 の項のうち、 T_{24} の最高次の 8 項だけを残す。さらに T_{14} と T_{12}, T_{32} と

T_{34} はそれぞれ、ほぼ同じ値を取ると考え、 $T_{14} = (1 + \delta)T_{12}$ や $T_{32} = (1 + \delta')T_{34}$ と定義する。 δ, δ' は 1 より十分小さいとする。

このような仮定で計算した非局所抵抗 $R_{13,24}$ は

$$R_{13,24} = \frac{T_{12}T_{34}(\delta + \delta')}{2T_{24}(2T_{12}T_{34} + T_{12}T_{13} + T_{13}T_{34})} \quad (5.1)$$

となる。

実験での観測値 $T_{12} \sim T_{13}$ 、 $T_{34} \sim 2G_q$ を代入すると、例えば QPC の伝導度が $G_{\text{QPC}} = 1.0G_q$ における非局所抵抗 $R_{1,0}$ は次式で書ける。

$$R_{1,0} = \frac{T_{12}T_{34}}{2T_{24}(2T_{12}T_{34} + T_{12} + T_{34})} \sim \frac{2.0T_{12}}{5.0T_{12} + 2.0}. \quad (5.2)$$

この計算結果を図 5.3(b) に示す。これから分かるように、定性的に T_{12} とほぼ変わらない。一方で、QPC の伝導度が $1.0G_q$ に調整されていない時には、初期状態がスピン偏極していないためスピン位相が固定されず、干渉パターンは現れないと考えられる。

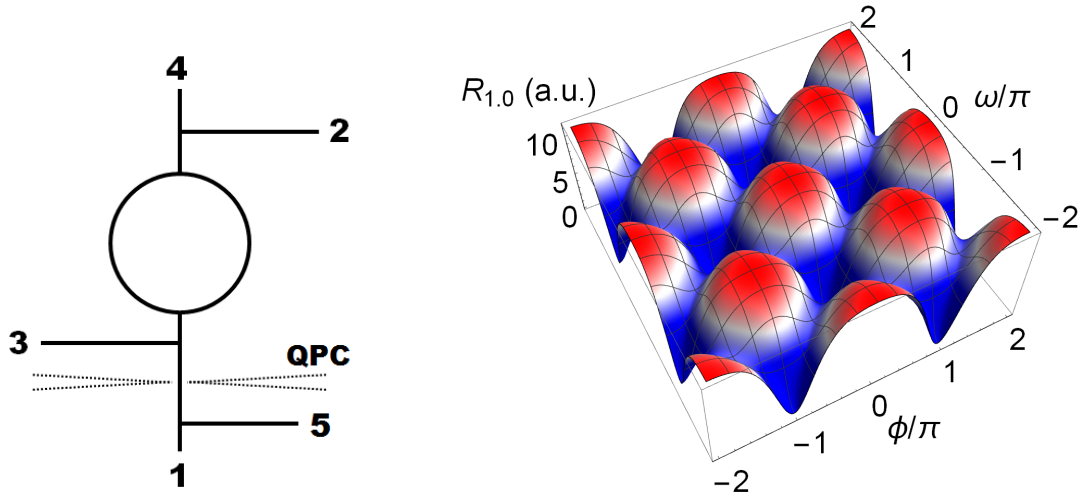


図 5.3: (左) 非局所抵抗の計算に使った端子の配置図。(右) Landauer-Büttiker の 4 端子公式を用いて端子の効果も含めた非局所抵抗 $R_{1,0}$ の理論予想プロット。 $G_{\text{QPC}} = 1.0G_q$ とした。

5.1.3 測定結果

まずは局所測定で直接的にスピン位相による振動が観測できないか調べるため、ゼロ磁場においてリングの伝導度 $G_{14,52}$ のサイドゲート V_L, V_R 依存性を測定し、結果を図 5.4(a) に示した。バイアス電圧は -1.7 mV で、加えた交流成分は $100 \mu\text{V-rms}$ 、周波数は 73 Hz である。測定は 160 mK で行った。 V_R 一定の線に沿ってピークが見えており、もう片方のサイドゲート電圧 V_L に依らないことから、このピークはクーロン振動と考えられる。従ってこの結果は、サイドゲート V_R 先端での量子ドット生成を示唆する。 V_R はここでは QD のエネルギー準位を操作するプランジャーゲートとして働く。QD 生成の原因としてはエッジ部の凹凸や不純物が偶々何らかの束縛ポテンシャルをサイドゲート付近に作り出したためと考えられる。ピークには 2 種類、幅 $\sim 20 \text{ mV}$ かつ間隔 $\sim 40 \text{ mV}$ の物と $\sim 100 \text{ mV}$ かつ間隔 $\sim 100 \text{ mV}$ の物が見えており、これらは量子ドットのそれぞれ弱結合状態および強結合状態に対応する。サイドゲート電圧 V_R とバイアス電圧 V_b に対して伝導度 $G_{14,52}$ のクーロンダイヤモンド (図 5.4(b)) も観測されている。

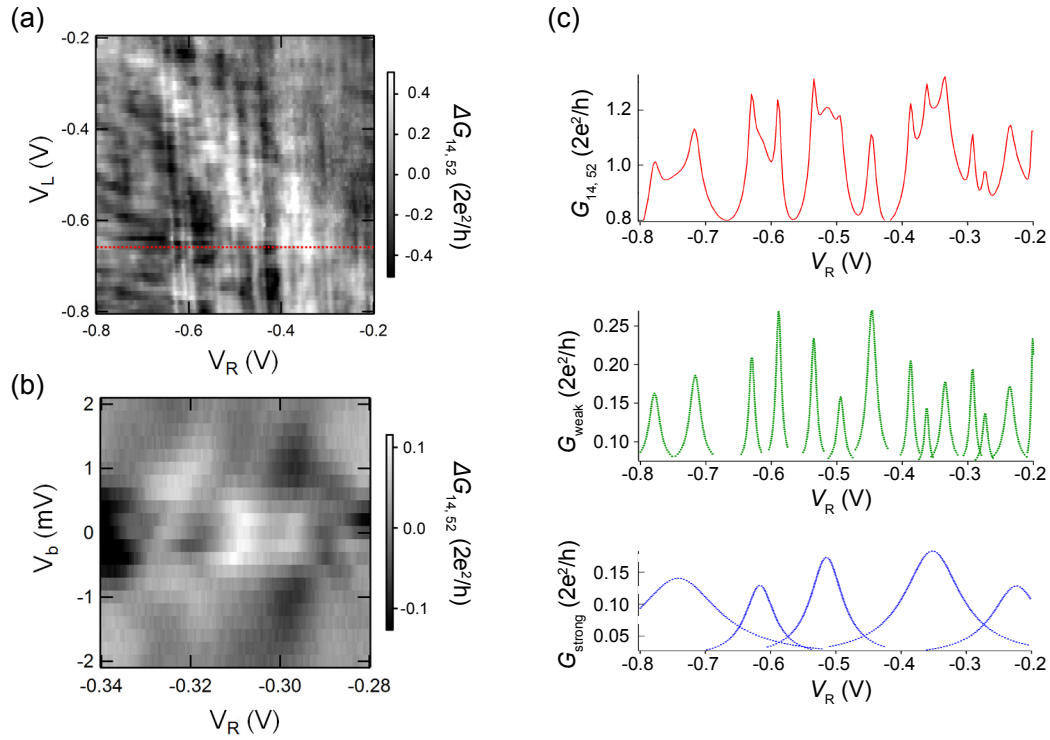


図 5.4: (a) サイドゲート電圧 V_R と V_L に対する 4 端子局所抵抗 $\Delta G_{14,52}$ に現れたクーロン振動。ゼロ磁場でバイアス電圧は $V_b = -1.7$ mV。直線近似したバックグラウンドを差し引いてある。幅 ~ 20 mV かつ間隔 ~ 40 mV の物が弱結合状態、 ~ 100 mV かつ間隔 ~ 100 mV の物が強結合状態に対応する。(b) V_R と V_b に対する伝導度 $\Delta G_{14,52}$ 。弱結合状態の量子ドット形成を示すクーロンダイヤモンドが分かる。磁場 $B_z = 0$ で、 $V_L = -0.485$ V の時。(c) 一番上の段には、図 (a) の赤点線部の $G_{14,52}$ を示した。これを、バックグラウンド G_{BG} 、弱結合状態 G_{weak} 、強結合状態 G_{strong} の 3 成分に分解し、 G_{weak} を緑線、 G_{strong} を青線で下段に示した。

リングの伝導度 $G_{14,52}$ を、バックグラウンド G_{BG} 、弱結合状態 G_{weak} 、強結合状態 G_{strong} の 3 成分を用いて $G_{14,52} = G_{\text{BG}} + G_{\text{weak}} + G_{\text{strong}}$ のように分解した時の G_{weak} と G_{strong} を図 5.4(c) に示す。強結合状態のクーロン振動ピークにおける相対振幅 $G_{\text{strong}}/G_{\text{BG}}$ は約 20% で、約 8 割の電流は QD を通っていない。従ってこの試料は、当初想定したリングに QD が埋め込まれているような状況では無く、QD が伝導経路の片隅に存在するような状況だと考えられるが、強結合状態の QD を通る伝導はデコヒーレンスが少ないため、その情報を拾った干渉が生じる可能性は残っている。

以上により QD の形成は確認できたものの、5.1.1 節で述べたように、コヒーレントな伝導部分が小さく、局所測定での位相干渉効果はクーロン振動に隠れてしまい区別し難い。そこで次に非局所抵抗 $R_{13,24}$ のゲート依存性を測定した。結果を図 5.5 に示す。バイアス電圧 $V_b = -2$ mV、交流成分は 1 mV-rms、73Hz、測定温度は 160 mK、磁場 $B_z = 17$ mT である。測定は V_L を固定し、 V_R を掃引することで行った。局所測定で見たクーロン振動の V_L から独立した縦縞構造が弱まっている一方で、 V_L と V_R に応答する周期 ~ 100 mV 程度の長周期構造が見えている。これはスピン干渉現象を反映している可能性がある。

そこで 5.1.2 節で計算したような構造を調べるため、 V_R を固定して非局所抵抗 $R_{13,24}$ の V_L と磁場 B_z に対する依存性を調べた。QPC 伝導度は $G_{\text{QPC}} = 0.5, 1.0, 1.8G_q$ に設定し、バイアス電圧 $V_b = \pm 2$ mV の二種について調べた。 $V_L = -0.45$ V である。測定は磁場 B_z を固定してサイドゲート電圧 V_L を掃引して行った。測定中の温度は 120 mK から 150 mK に変化した、結果に与えた影響は小さいため以下の議論では無視する。

図 5.6(a) は、ゲート電圧 V_R に対する非局所抵抗 $R_{13,24}$ を、磁場 B_z についてオフセットをつけて

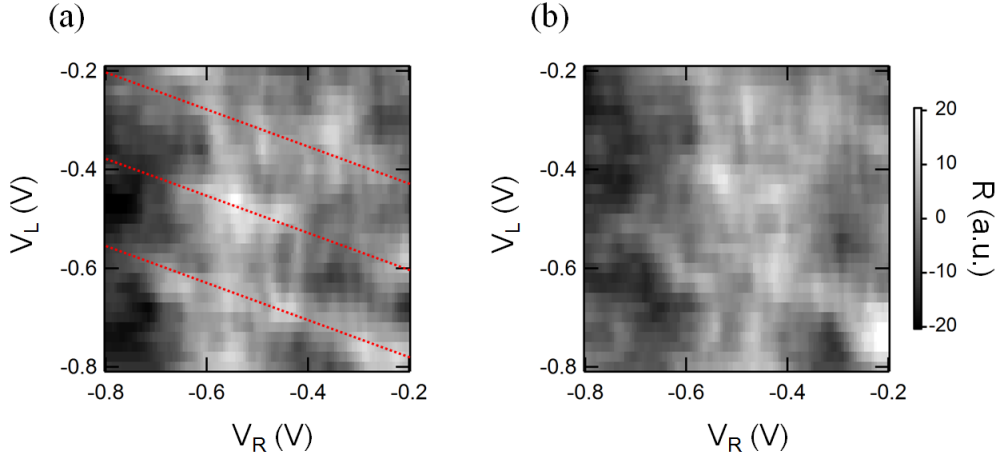


図 5.5: 非局所抵抗 R_{1324} の二つのサイドゲート電圧 V_L , V_R に対する濃淡プロット。QPC の伝導度が、(a) $1.0G_q$ のとき、(b) $0.5G_q$ のとき。 V_L と V_R の両方に応答する周期 $\sim 100\text{mV}$ 程度の長周期構造を赤点線で示した。

示す。 $G_{\text{QPC}} = 1.0G_q$ の時、 V_R の変化に対し周期 $\sim 100\text{ mV}$ で振動する成分がある事が分かる。この振動は磁場の印加とともにシフトし、ある範囲で位相が反転する。これは非局所抵抗が AB 位相 ϕ_{AB} とゲート電圧による位相を足し合わせた位相について干渉し振動していることを意味し、 AB 振動とクーロン振動が独立して生じた場合の挙動とは区別される。ゲート電圧方向の周期は強結合状態のピーク周期 $\sim 100\text{ mV}$ と一致し、 QD の強結合状態はデコヒーレンスが少ない事実と矛盾しない。

AB 位相とゲートによる振動の関係が分かりやすくなるように、図 5.6(b) には V_R と面直磁場 B_z に対する非局所抵抗 $R_{13,24}$ のカラープロットを示す。これより磁場方向にも $R_{13,24}$ が振動し、その周期 $\sim 6\text{ mT}$ は AB 振動の周期に一致する。カラープロットは AB 位相とゲート電圧による位相の足し合わせが 0 になる点でピークが生じるクロスハッチ形状を示した。この干渉による特徴的な振動構造は $1.0G_q$ で特に顕著で、初期状態がスピン偏極していない $1.8G_q$ では全く現れない。 $0.5G_q$ では不規則な振動構造が観測されたが、これはバイアス電圧によってスピン偏極が抑制される効果が不十分なため、 $1.0G_q$ と $1.8G_q$ の間の状態が観測されたと言える。従って以上の結果は、5.1.2 節の予想と矛盾しない。

このようなクロスハッチ形状は **Onsager** 相反性を満たす測定環境 (例えば、2 端子測定) ではしばしば観測されるが、今回の実験結果には当てはまらない。その理由は 3 つある。第一に現在は非局所測定によって 4 端子測定かつ磁場を印加し、時間反転対称性を著しく壊す測定をしているので、通常の軌道干渉であれば、クロスハッチ構造ではなくストライプ構造が現れるはずである。第二に、試料の形状はほぼ同じで SOI の無視できる GaAs 基板で行った先行研究では、伝導度に **Fano** 効果を反映したゲート依存性が現れたが、今回の結果にはその傾向が見当たらない。第三にスピン偏極が無い $1.8G_q$ の時に干渉パターンが完全に消えたことより、今回の実験ではスピンの初期状態が揃っている事が不可欠で、これは QD におけるスピン回転が初期状態に依存し、かつ軌道位相とスピン位相の足し合わせに依存して波動関数が干渉していることを意味する。

また、2DEG 上に乗せたゲートの電圧を変える事で **Rashba** 強度を変調できる [4] 効果が良く知られているが、この効果では今回の結果を説明できない。これは以下の見積もりから分かる。いま、ゲート電圧方向の振動周期 $\Delta V_R \sim 100\text{ mV}$ が、スピン位相周期 $2\pi/\omega = \hbar^2/2m^*\alpha L$ に対応する。そこで InGaAs 2DEG における **Rashba** 強度 α およびそのゲート電圧 V_R 依存性として式 (2.42) を参照し、ゲート長 $L \sim 100\text{ nm}$ を代入して計算すると、 $\Delta V_R \sim 50\text{ V}$ という値が得られる。これは実験結果より遥かに大きい。一方で、振動周期 ΔV_R が QD の弱結合状態のクーロン振動の間隔と一致している事実は、スピンの回転に QD が関与していることを強く示唆する。

以上の結果と考察により、今回得られた結果はスピン干渉であり、スピンを回転させる機構に QD が関わっていると推定できる事が分かった。

5.1.4 壁面回転モデル

前節の結果と考察を受け、私は量子ドット内を通る電子のスピンがプランジャーゲート電圧に応じた位相を得るという仮説を立て、それを説明する共鳴モデルを考案した。図 5.7 にその模式図を示す。

QD に入射した電子は、束縛ポテンシャルで反射を繰り返す。束縛ポテンシャルの裾では ∇U が大きくなっており、スピン軌道相互作用

$$\mathcal{H}_{\text{SOI}} \sim \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \nabla U) \quad (5.3)$$

も強く働く。この SOI によるスピン位相の回転を ω と置く。反射を繰り返すうちに ω は蓄積され、様々な反射回数の波動関数が合わさってスピン定在波を立て、共鳴が起こる。実際、このモデルを図 5.7 のような \mathbf{S} 行列法で計算すると、最終的に QD を通過して出てくる電子のスピン位相 θ が ω に対して共鳴ピークを持つ事が示される。ここで

$$S_1 = S_3 = \begin{pmatrix} r_0 e^{-i\omega\sigma_z} & t_0 \\ t_0 & r_0 e^{-i\omega\sigma_z} \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

とおいた。量子ドットの共鳴点において θ は $+\pi/2$ から $-\pi/2$ に急激に変化している。

プランジャーゲート電圧 V_R とポテンシャル壁勾配 ∇U は単調比例の関係にあると考えられ、これは V_R の変調が ω を変調する事を意味する。従って、 V_R を変化させた時、量子ドットの共鳴点を通り過ぎる際に θ が回転し、これをスピン干渉の式 (2.80) に代入すると伝導度が共鳴点前後で振動することが分かる。

また、ゲート電圧による波動関数の軌道部分の位相変調 ϕ および、ドット内を電子が進む際に受ける Rashba SOI による位相 ω_{Rashba} の効果も考慮に入れるため、 S_2 をそれぞれ次のように置きなおした場合の θ の計算結果を図 5.7(d)(e) に示す。

$$S'_2 = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\phi} \\ e^{i\phi} & 0 \end{pmatrix}, \quad S''_2 = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\omega_{\text{Rashba}}\sigma_y} \\ e^{-i\omega_{\text{Rashba}}\sigma_y} & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

θ の形状の変調はあるものの、ゲート電圧 V_R がスピン回転を引き起こすという定性的な結果には変化は無い。

以上に述べた QD 共鳴モデルの問題点は次の通りである。(1) このモデルは QD 閉じ込め壁での急峻なポテンシャル勾配を必要とするが、実験では明確なポテンシャル勾配を定義できていない。(2) ゲート電圧 V_R と θ の間の定性的な議論は出来たが、ポテンシャル障壁の計算と定量的な考察ができていない。(3) ポテンシャル障壁での横向き速度 v が実際に存在するか実験的証拠が無い。(4) 1次元のモデルで考えたが、2次元の場合はスピンの歳差運動がよりカオティックになり、複雑な結果を生む。これらの問題を解決するには、図 5.7(f) のような実験系が役に立つかもしれない。ショットキー電極で形成した QD に QPC(或いは強磁性電極) からスピン偏極流を打ち込み、出てくるスピンの向きをもう一つの QPC 伝導にて計測する。その際、出てくる方向の依存性(出口 A と B の伝導度の差異)に注目する。出口 A と B では QD 内の電子のポテンシャル障壁に対する横向き速度 v が逆方向になっていると考えられるため、伝導度にこれが現れる可能性がある。また閉じ込めポテンシャルや面内磁場を変化させ、QD 内を走る電子の歳差運動シミュレーションと比較する事で、QD の閉じ込めポテンシャルがスピンを本当に回転させているか調べられる。

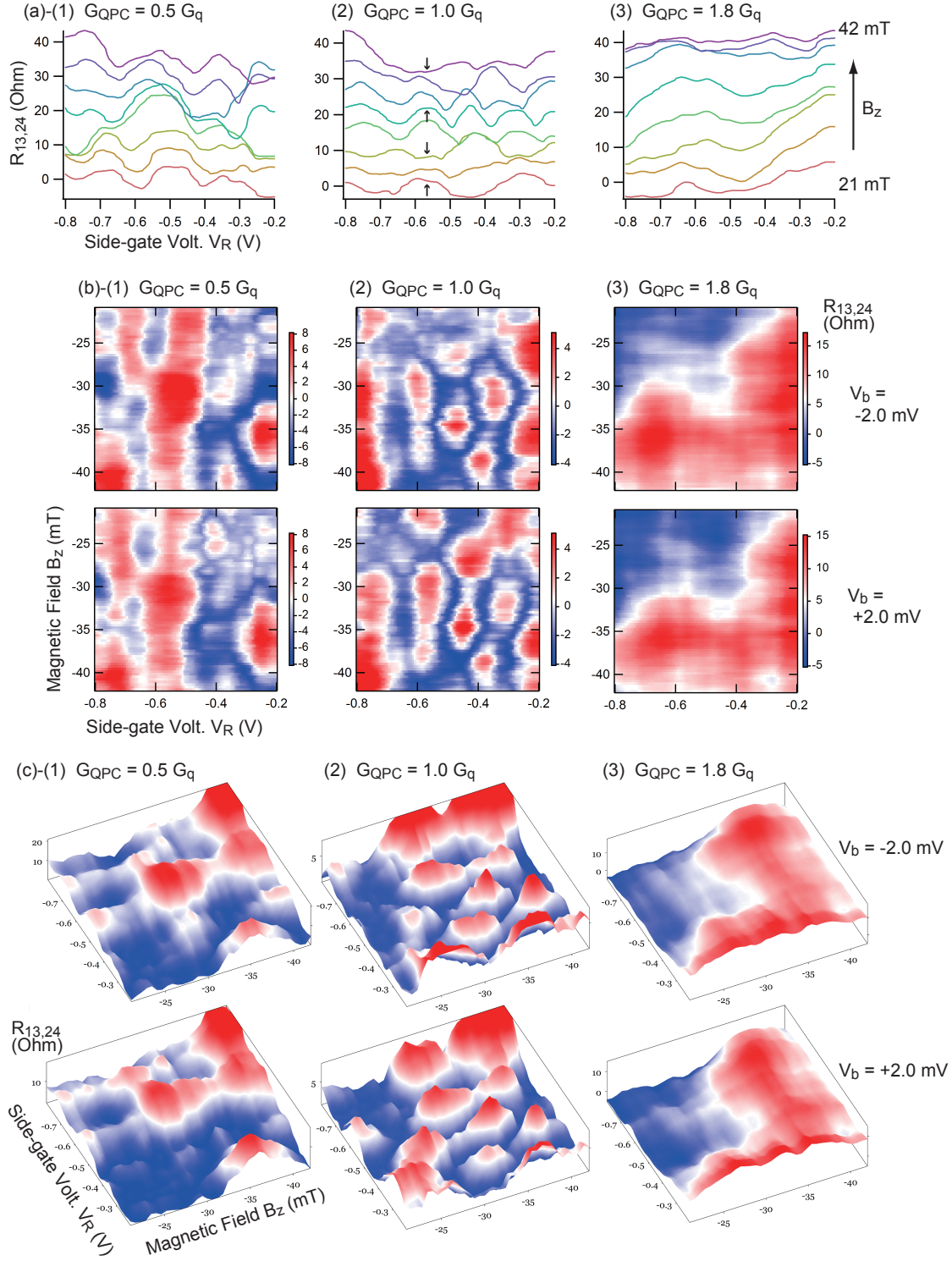


図 5.6: (a) 各磁場における非局所抵抗 $R_{13,24}$ のサイドゲート電圧 V_R 依存性。 (1) $G_{QPC} = 0.5G_q$ 、(2) $G_{QPC} = 1.0G_q$ 、(3) $G_{QPC} = 1.8G_q$ とした。 $V_L = -0.45$ V、 V_R の掃引レートは 10 mV/sec である。 見やすさのため、磁場 3 mT について 5 Ω オフセットを付けて示している。 矢印部が磁場によって振動の位相反転が起きている場所である。 二項平均したバックグラウンドを差し引いてある。 (b) 磁場 B_z とサイドゲート電圧 V_R について (a) のグラフをカラープロットしたもの。 上段がバイアス電圧 $V_b = -2.0$ mV で、下段が $V_b = +2.0$ mV である。 (c) さらに (b) のグラフを三次元プロットに表現したもの (ただしバックグラウンドは差し引いていない)。

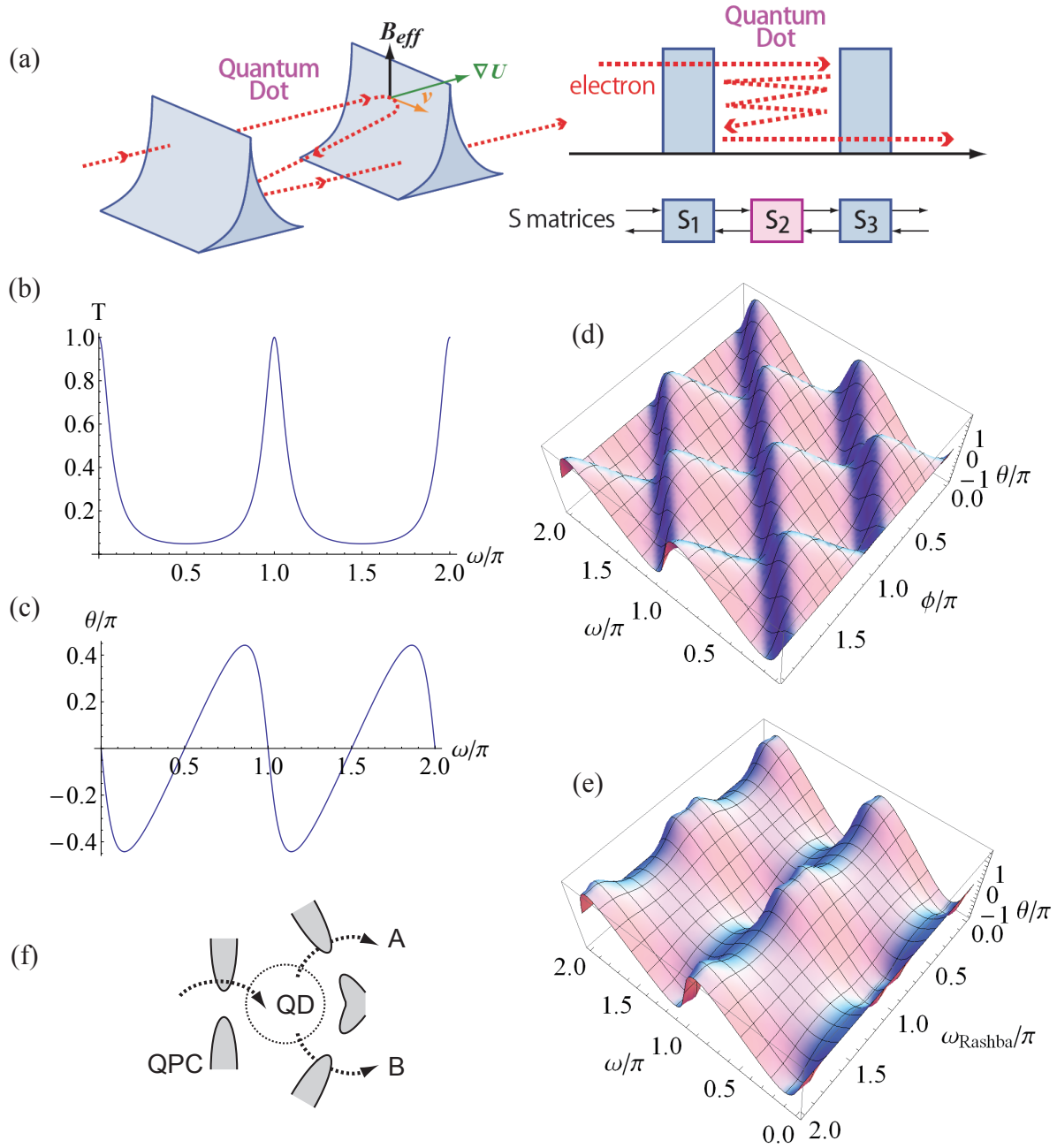


図 5.7: (a) QD 内でスピン回転するモデルの模式図。QD に入射した電子はポテンシャル障壁で繰り返し反射するが、これは 3 つの S 行列の組み合わせで表せる。(b) QD 共鳴モデルの透過率 T を一回の反射によるスピン回転 ω に対してプロットしたもの。 $\omega = n\pi$ ($n =$ 整数) にて共鳴ピークが現れる。反射振幅 $r_0 = 0.8$ とした。(c) 透過した電子の正味のスピン回転量 θ を ω に対してプロットしたもの。共鳴付近で $+\pi/2$ から $-\pi/2$ への急激な変化が見られる。(d) S'_2 を使ってスピン回転量 θ を計算し、 ω と軌道部位相 ϕ に対してプロットした。 θ が ϕ と ω の足し合わせ位相に応答することが分かる。(e) S''_2 を使って θ を計算し、 ω と Rashba 歳差位相 ω_{Rashba} に対してプロットした。定性的な変化は見られない。(f) QD 共鳴モデルを実験的に確かめるためのセットアップの模式図。QPC によってスピン偏極し、左から入ってきた電子は QD 内でスピン回転して A または B の出口から飛び出す。スピン回転の量は QPC 伝導によって測定し、A と B での結果の違いが QD 内での電子の横方向の運動を表す。

5.2 数値計算による解析

本研究では、QD 内のスピン回転現象の詳細を探るため **kwant** パッケージを用いて数値計算を行った。計算の準備、QD 準位、スピン回転、壁面回転モデルとの比較、SOI が強い場合、の順に記述する。なお、実際に計算に用いたプログラムは付録 E に添付した。

5.2.1 計算の準備

この節では本計算に用いた各種パラメータと設定を記す。

実験において測定温度 ~ 120 mK はフェルミエネルギー $E_F \sim 1$ meV より遥かに小さいため、本計算では絶対零度 $T = 0$ と置いて温度の効果を無視した。ハミルトニアンには **Rashba** 項を含めた。計算領域は半径 $r_0 = 200$ nm の xy 平面で、格子定数 $a = 5$ nm の正方格子で離散化した (図 5.8(a))。QD を定義する障壁ポテンシャル V は中心からの距離 r の 6 次関数で表した。すなわち、 $V = V_0 r^6$ で、 $V_0 = 10$ m \cdot meV である。半径リードの幅は 100 nm で、取り付ける場所・向きを変えて結果を見た。Rashba SOI 強度 $\alpha = 5.0 \times 10^{-12}$ eVm は先行研究を参考に決定し、有効質量 $m^* = 0.063m_0$ (m_0 は真空中の電子質量) は GaAs と InAs の値を組成割合で内分して求めた。なお、本節では QD のエネルギー準位のうち最低 6 準位までの結果を示す。図 5.4 を参照すると、QD 内には実験ではそれより多数 (~ 10) の電子が詰まっていると推測されるが、最低 6 準位より高位の準位についても以下の議論は一般的に成り立つ。また、本計算では電子間相互作用を含めていないが、その効果がある場合も以下の議論に大きな変更は無い。

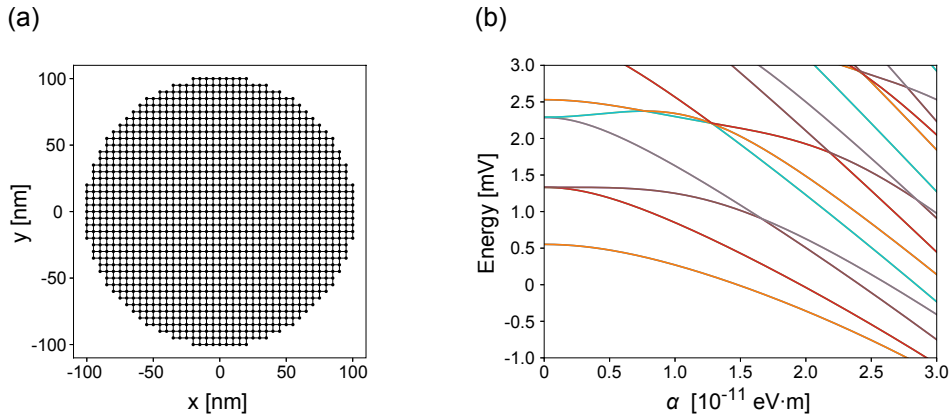


図 5.8: (a) 数値計算した QD の模式図。半径 $r_0 = 100$ nm で、 $a = 5$ nm の格子を切った。(b) Rashba SOI 強度 α を変えた時のエネルギー準位図。 $\alpha = 0$ の時、下から順番に $E_{0,0}$, $E_{0,\pm 1}$, $E_{0,\pm 2}$, $E_{1,0}$ の準位を表す。 α の増加に伴い縮重が解ける。

5.2.2 実験との差異

実験で用いた試料はクーロン振動の相対振幅が約 20 % であり、伝導経路の片隅に QD が出来ているような状況であった。しかし、こうした状況を作るには計算領域を広げる必要があり、計算時間が増大するため、本研究では最も単純な系、すなわち QD の左右に 2 本のリードが付いた状況で計算を行った。実験で現れた干渉パターンは主に QD を通る伝導から生じていると考えられるので、この単純化は妥当である。しかし、より正確を期すには QD とリードの配置を考慮に入れる必要があり、現段階では達成できていない。

5.2.3 QD 準位

まず Rashba SOI を含めた QD のエネルギー準位を調べるため、リードを取り付けず、強束縛近似したハミルトニアン固有値を解いた。なお SOI を含まない硬い壁の QD の準位については解析解が存在し、極座標において第一種ベッセル関数 $J_j(x)$ を用いて次のように書ける [43]。

$$\psi(r, \theta) = J_j\left(\frac{\xi_{j,n}}{r_0}r\right)e^{ij\theta}, \quad (5.6)$$

$$E_{n,j} = \frac{\hbar^2 \xi_{j,n}^2}{2mr_0^2}. \quad (5.7)$$

ここで $\xi_{j,n}$ はベッセル関数 $J_j(x)$ の n 番目のゼロ点で、 n は中心 $r = 0$ から壁 $r = r_0$ までに動径方向に何個の節があるか、 j は角運動量、すなわち偏角方向に何個の節があるかを表す。図 5.8(b) は Rashba 強度の関数として最低 6 準位までのエネルギー固有値を数値計算してプロットしたものである。Rashba SOI が強くなるに従い、 $E_{0,\pm 1}$ や $E_{0,\pm 2}$ の準位の縮重が解けていく様子が確認できた。図 5.10 には各順位の電荷密度確率分布 $D_0 = \langle \psi^\dagger | \psi \rangle$ と、 z 方向スピン密度 $D_z = \langle \psi^\dagger | \sigma_z | \psi \rangle$ を示す。SOI の導入により D_z にはスピントクスチャーが現れ、角運動量が負の準位 ($j = -1, -2$) ではエネルギーが低く、正の準位 ($j = +1, +2$) ではエネルギーが高くなる。これは、QD 内の軌道を一周して戻ってきた時、スピンの歳差運動が多いか少ないかで決まる。例えば $E_{0,-2}$ の準位では D_z に動径方向に 5 つの節がある一方で $E_{0,+2}$ では 3 つの節しかないことより、前者の方が歳差運動が多いと言える。

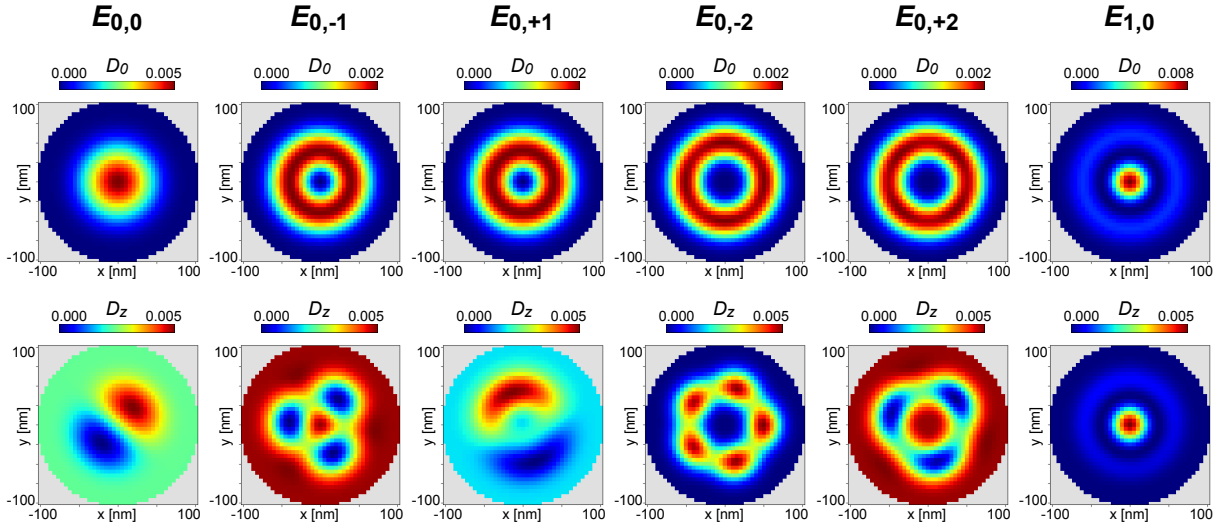


図 5.9: QD 固有状態の電荷密度分布 D_0 (上段) および z 方向スピン密度分布 D_z (下段)。左から $E_{0,0}, E_{0,-1}, E_{0,+1}, E_{0,-2}, E_{0,+2}, E_{1,0}$ の準位を表す

5.2.4 スピン回転

次に QD の左下に入力リード、右上に出力リードを取り付け、入力する電子のエネルギー E_i を変化させて出力される電子スピンの状態を観察した。スピンの状態は Bloch 球上のスピンベクトルの角度 (天頂角 θ と方位角 φ) で定義した。入力電子のエネルギーを変化させるのは、実験においてサイドゲートを用いて QD 内のポテンシャルを上下させることに対応する。今回は最低バンドの電子状態のみを左下のリードから入射するので、入射スピンはほぼ y 方向に向いている。これは、実験において QPC の伝導度を $1.0G_q$ と置いたことに対応する。

図 5.10 に、伝導度と出力スピン状態の入力エネルギー E_i 依存性を示す。エネルギー準位に一致する E_i では伝導度ピークが見えており、QD 内の共鳴が確認できる。実験で言えば、クーロン振動 (図 5.4) の再現に当たるが、電子間相互作用を含めていないので定量的な議論は出来ない。他には、エネルギーに応じて θ, φ が大きく変化する箇所があり、ここで出力スピンが大きく回転する事が分かる。ただし、スピン回転が起こる位置については伝導度ピーク直上ではなく、ピークの間にある。

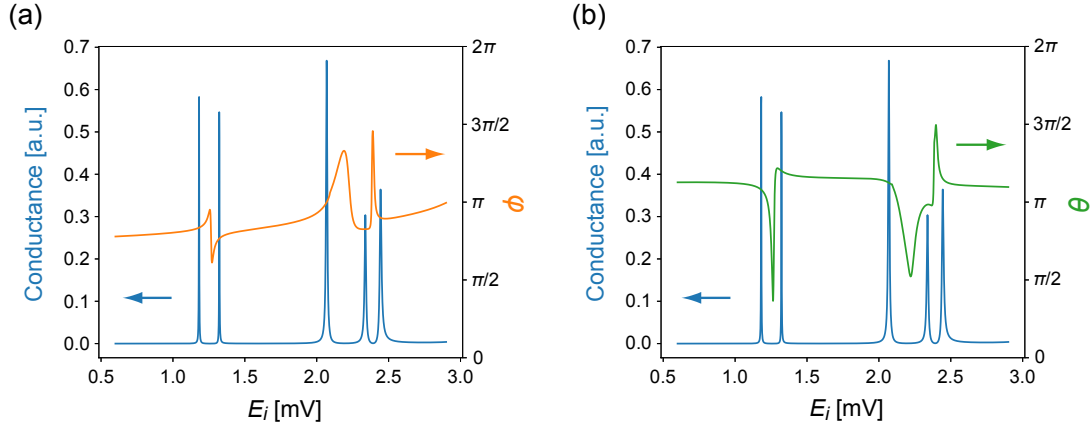


図 5.10: 入力エネルギー E_i を変えた時の伝導度 (青線) および、出力スピンの向き。スピンの向きは Bloch 球で見た方位角 φ (a)、天頂角 θ (b) の二つを示した。

また、 $E_i = 1.26$ meV 付近のスピン回転に注目し、1.15meV から 1.35meV までの 7 つの E_i について、QD 内スピン確率密度 S_x をカラーマップした (図 5.11)。低エネルギー側では $j = -1$ の準位のスピントクスチャーが見えているが、エネルギーの増加と共にそれがゆっくり回転し、 $j = +1$ の準位のスピントクスチャーに代わる様子が観測できる。従って、このスピントクスチャーの変化によって出口リードと隣接する部分のスピン状態が回転し、それが出力スピンの回転に現れるが故に、準位の中間のテキスチャー遷移点でスピンが回転すると考えられる。また、図 5.10 では、例えば $E_{0,-1}$ と $E_{0,+1}$ の間、あるいは $E_{0,-2}$ と $E_{0,+2}$ の間にスピン回転が生じている一方、 $E_{0,+1}$ と $E_{0,-2}$ の間にはスピン回転が生じない。これも、出口リードに隣接するテキスチャーに依存すると考えれば説明できる。

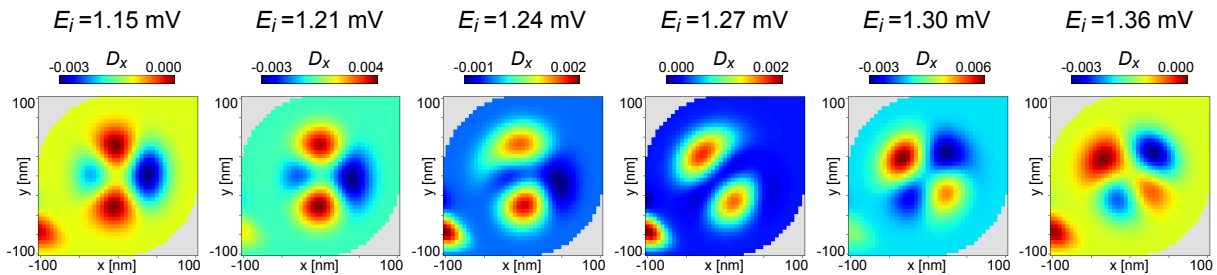


図 5.11: スピン確率密度 S_x 。左から 1.15, 1.22, 1.24, 1.26, 1.28, 1.30, 1.35 meV の場合。エネルギーの変化と共にスピントクスチャーが動く様子が分かる。

5.2.5 実験との比較

実験結果と数値計算の結果は以下のように結び付けられる。

数値計算により、入力電子のエネルギーを変えた時、軌道準位の間で大きなスピン回転が生じる事が分かった。スピントクスチャーに依るが、概ね 1 つの軌道準位あたり 1 回のスピン回転が生じるの

で、クーロン振動の周期が 100 mV 程度であればスピン回転もその程度の周期で生じる。従って、干渉パターンが 100 mV の周期で振動する実験結果と計算結果は矛盾しない。

また、壁面回転モデルでは、Rashba SOI のみでは QD 内でスピン回転を生じず、壁面のポテンシャル勾配に起因する SOI を考慮する必要がある一方で、数値計算では Rashba SOI のみでスピン回転を再現できた。これは QD を準 1 次元ではなく 2 次元でモデル化し、2 次元の歳差運動が起きた効果による。なお、数値計算で壁面での SOI を考慮に入れる事も出来るが、エネルギー準位とスピントクスチャーの効果でスピン回転が起こる結果に変化は無い。実際の系では、Rashba SOI に比べて壁面 SOI は小さいと予想される。これは、Dirac 方程式における以下の SOI の項から見積もることが出来る。

$$\frac{eP^2}{3} \left[\frac{1}{E_0^2} - \frac{1}{(E_0 + \Lambda_0)^2} \right] \sim E_x(\sigma_y k_z - \sigma_z k_y) + E_y(\sigma_z k_x - \sigma_x k_z) + E_z(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x). \quad (5.8)$$

ここで、ここで E_x と E_y に比例する項が壁面 SOI、 E_z に比例する項が Rashba SOI である。量子ドットによって作る xy 平面での閉じ込めと量子井戸によって作る z 方向の閉じ込めのポテンシャルの大きさはほぼ同じ一方で、QD 直径が 100 nm、量子井戸深さが 10 nm のオーダーであるため、 E_x や E_y は E_z よりも 1 ケタ小さい。従って Rashba SOI のみでスピン回転が生じる今回の数値計算の結果は合理的だと言える。

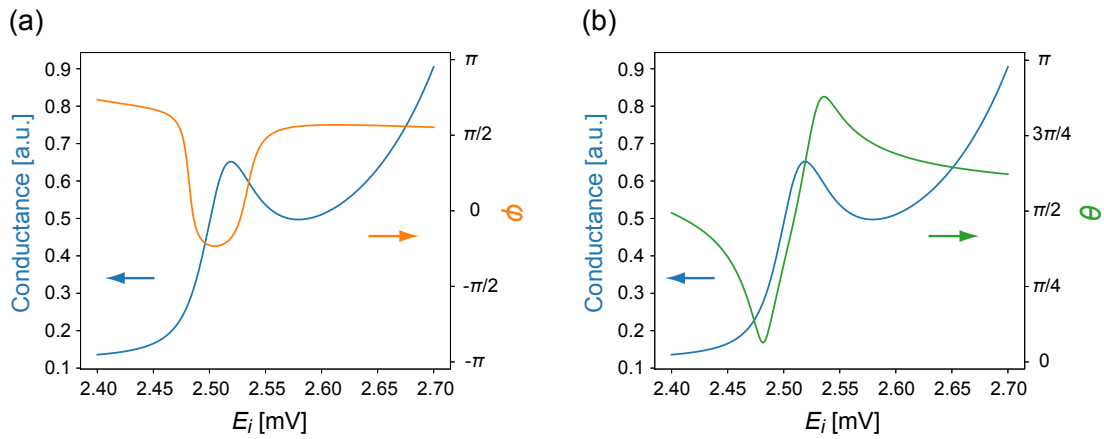


図 5.12: SOI 強度を 6 倍に増やし、入力エネルギー E_i を変えた時の伝導度 (青線) および、出力スピンの向きを計算した。スピンの向きは方位角 ϕ (a)、天頂角 θ (b) の二つを示した。

5.2.6 SOI がより強い系

ここまでの数値計算では、実験との整合性から Rashba SOI 強度 $\alpha = 5.0 \times 10^{-12}$ eVm と置いた。しかし、図 5.8(b) の準位図を見ると、この値では SOI が弱く、軌道の準位同士が交わっていないために遷移が起こりにくいと推測される。従って、非断熱的現象を見るには、さらに α が大きい領域を調査する必要がある。そこで α を 6 倍増やし、 $\alpha = 3.0 \times 10^{-11}$ eVm と置いた時のスピン回転の結果を図 5.12 に示す。この時はスピン回転は伝導度ピークの間では無く、直上で起きている。これは SOI 強度を上げたことで軌道の共鳴よりもスピンの共鳴の寄与が大きくなり、スピンの共鳴点で伝導度がピークになるためと考えられる。実際、図 5.13 に示した電荷密度分布は、偏角方向にスピントクスチャーを反映した凹凸が現れている。

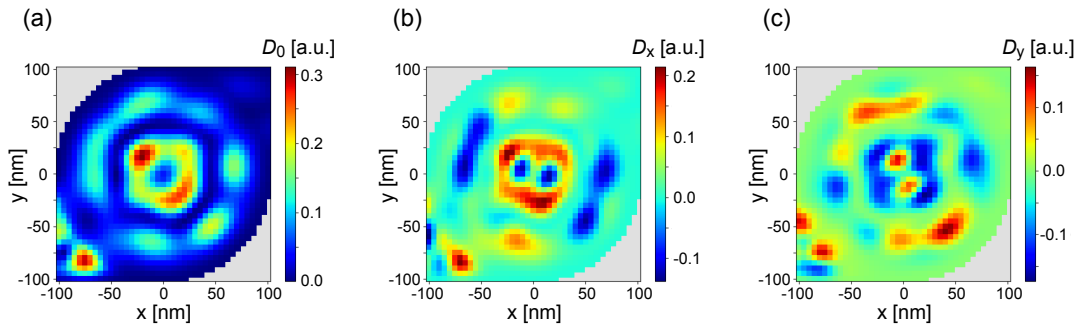


図 5.13: 伝導度ピーク直上 (2.52 meV) における D_0 (a)、 D_x (b)、 D_y (c)

5.3 まとめ

この章をまとめると以下ようになる。

- 先行研究では、InGaAs 量子井戸に QD を埋め込んだ量子リングを配置し、面直磁場と QD サイドゲートの関数としてリングの抵抗を測定した。
- 局所測定では QD を通る伝導にクーロン振動が観測され、QD の形成が確かめられた。非局所測定では、QPC からスピン偏極した電子を入力した時のみ、面直磁場とサイドゲート電圧に応答するクロスハッチ状の干渉パターンが現れた。従ってこの干渉パターンは従来の軌道のみ干渉では説明できず、スピン干渉の発現を示唆し、さらに、QD 内でスピンの回転しそれをサイドゲートで制御したことを意味する。
- 本研究ではこの QD 内スピン回転の起源を解明するべく、壁面回転モデルを考案し、また数値計算を行った。結果、壁面回転モデルとは異なるものの、QD 内のエネルギー準位に生じるスピントレスチャーが、サイドゲート電圧によって遷移することで出力スピンの回転する事を見出し、実験結果を説明した。

第6章 総括

本研究では微細構造中の非断熱変化がもたらす新奇な伝導現象に関して以下の2つの実験を行った。

Zitterbewegung による伝導度ゆらぎ

Rashba 型 SOI がもたらす Zitterbewegung (ZB) を伝導現象として捉えるため、スピン偏極電子の準弾道的伝導を調べる系として、InAs 量子井戸基板上に複数の QPC を配置し、2つの QPC を直列に通る伝導の外部磁場応答を測定した。

その結果、再現性のある伝導度の揺らぎを発見した。揺らぎの振幅は、温度を下げるにつれて増大した。また揺らぎの振幅や周波数は外部磁場を y - z 平面内で回転させても大きく変化しなかった他、QPC を通らない伝導には揺らぎが現れなかった。これは従来から知られていた AB 位相による UCF では説明できず、ZB が存在する系のスピン偏極電子による準弾道的伝導を考える flat-pinball モデルで良く説明される。

更に、外部磁場を2次元電子平面内で回転させたときの揺らぎの周波数上限値の変化、測定 QPC の相互位置関係を変えた場合の揺らぎの変化も flat-pinball モデルと整合した。flat-pinball モデルは一部半古典的近似を用いていたが、完全に量子論に立脚した数値計算によって実験を模したモデルでも、ZB が電荷の蛇行として明確に発現し、実験の伝導度揺らぎの傾向を再現する事が出来た。以上の結果より、試料内で ZB が生じ、それが不純物散乱を通して伝導度揺らぎに現れることを明らかにした。

量子ドット内におけるスピン回転

先行研究では、InGaAs 量子井戸に QD を埋め込んだ量子リングを配置し、面直磁場と QD サイドゲートの関数としてリングの抵抗を測定した。局所測定では QD を通る伝導にクーロン振動が観測され、QD の形成が確かめられた。非局所測定では、QPC からスピン偏極した電子を入力した時のみ、面直磁場とサイドゲート電圧に応答するクロスハッチ状の干渉パターンが現れた。従ってこの干渉パターンは従来の軌道のみ干渉では説明できず、スピン干渉の発現を示唆し、さらに、QD 内でスピンの回転しそれをサイドゲートで制御したことを意味する。本研究では、この QD 内スピン回転の起源を解明するべく数値計算を行った。結果、壁面回転モデルとは異なるものの、QD 内のエネルギー準位に生じるスピントクスチャーが、サイドゲート電圧によって遷移することで出力スピンの回転する事を見出し、実験結果を説明した。

謝辞

本研究を遂行しこの論文を執筆するまでに、数多くの方々のご支援とご協力を頂きました。この場を借りて、深く御礼申し上げます。

勝本信吾教授は、研究テーマの決定や実験手法の選定、結果の解釈など様々な場面で快く相談に応じて下さいました。また充実した実験設備と国内外の研究発表援助による恵まれた研究環境を与えて下さいました。心より感謝申し上げます。

家泰弘教授には、実験技術や研究生活に関するご助言と、研究室ミーティングでのご指摘を通して広くご助言を頂きました。深く感謝申し上げます。

中村壮智助教には、実験装置の使い方や結果の解析方法、更には発表の手順や論文の書き方、研究生活全般に関して多くのご支援を頂きました。心より感謝申し上げます。

遠藤彰助教には、実験技術や研究生活に関して広くご助言を頂きました。深く感謝申し上げます。

橋本義昭技術専門職員には、実験装置および器具の取り扱い、試料作成の手順に関して様々なご支援を頂きました。心より感謝申し上げます。

川村順子秘書には、研究発表の申請や登録手続きなど、研究生活の様々な場面でご協力頂きました。深く感謝申し上げます。

Ben Gurion University の Amnon Aharony および Ora Entin-Wohlman 両教授には実験結果の解析に関して鋭いご指摘とご助言を頂きました。また試料の作成技術や測定器具、解析プログラムの礎を作った家・勝本研究室の先輩方と、研究生活を共にし有意義な時間を下さった金善宇氏、松井誠氏、高井久弥氏、尹東河氏、小池啓太氏、設楽航氏、工藤貴史氏、和泉憲佳氏、鬼寄誠氏、清水貴勢氏、その他私の研究を支えて下さった全ての皆様に心より感謝と御礼を申し上げます。

最後に、私の研究生活を陰ながら見守っていた家族に深く感謝申し上げます。

付録A 基本事項

A.1 量子閉じ込め構造

粒子を波動関数の波長程度の大きさのポテンシャルの箱に閉じ込め、量子力学的現象が現れるようにした構造を量子閉じ込め構造と呼ぶ[44]。固体中の物理を扱う場合は、主に電子の量子閉じ込めが重要である。半導体中の電子に対して閉じ込め構造を形成する手法には、(1) 物質のヘテロ接合を用いる方法、(2) 半導体表面に形成した金属ショットキー電極から生まれる空乏層を用いる方法、(3) 化学反応により物質を部分的に絶縁体にする方法、等があり、本研究では主にこの(1)、(2)を使用する。

具体的には、(1)の手法により固体中の3次元的な電子を2次元平面に閉じ込める。この2次元的な電子(two-dimensional electron gas, 2DEG)を(2)の手法を用いて加工し、1次元系(量子細線と呼ぶ)や0次元系(量子ドットと呼ぶ)を作り上げる。

これら閉じ込め構造によって電子の物理的特徴は様々に変化する。代表的なものは状態密度 $\mathcal{D}(E)$ で、次元 d に対して

$$\mathcal{D}_{d=1}^{(0)} = \frac{1}{\pi\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}, \quad \mathcal{D}_{d=2}^{(0)} = \frac{m}{\pi\hbar^2}, \quad \mathcal{D}_{d=3}^{(0)} = \frac{\sqrt{2m^3}}{\pi^2\hbar^3} \sqrt{E}. \quad (\text{A.1})$$

となる。ここで肩の(0)は、 $E = 0$ をバンドの底とする基底バンドについて計算した事を意味する。

以下、これらの低次元構造の基礎事項について節を改めて述べる。

A.2 ヘテロ接合二次元電子系

半導体ヘテロ接合には物質の組み合わせによって多くの種類が存在するが、ここでは最も一般的なものを考える。すなわち、バンドギャップが大きい物質 A と、小さい物質 B の接合である。伝導帯、価電子帯の端位置を E_c 、 E_v と置くと、 $E_{cA} > E_{cB}$ 、 $E_{vA} < E_{vB}$ である。

このようなヘテロ接合面に生じるポテンシャルを利用し、さらに変調ドーピングして 2DEG を形成したものを単一ヘテロ接合 2DEG と言う。この状況を理解するため、まず、伝導帯について考える。

上記 A-B ヘテロ接合において A 物質にのみドナーをドーピングすることで、ドナーから出た電子がエネルギー E_c の低い B 物質に流れ込む。ところが同時にドナーがイオン化するために、A 物質側に正電荷が蓄積して界面に垂直な電場が生じ、これが B 物質中に流れ込んだ電子を界面方向へ引き寄せる。このドナーからの電場によるポテンシャルと、ヘテロ接合のポテンシャルとによって接合面に逆三角形型の閉じ込めポテンシャルが形成され、2DEG が生じる。

ここで、表面の Schottky 障壁が 2DEG を空乏化し問題になることがある。そこで通常はドーピング領域とヘテロ接合面との間にはスペーサーと呼ぶ非ドーピング領域を設ける。これにより 2次元電子とイオン化ドナーが空間的に分離されるため、極めて高い移動度を持つ 2DEG を得ることが出来る。ただし、スペーサーを厚くし過ぎるとバンドが上昇し 2DEG ができなくなる。

価電子帯については、上記の 2DEG が生じる条件では $E_{vA} < E_{vB}$ のため界面に 2次元正孔が形成されることはない。ただし、価電子帯には接合面において伝導帯とは逆向きの強い電場が生じており(後述)、スピン軌道相互作用を考える上ではこれが重要である。

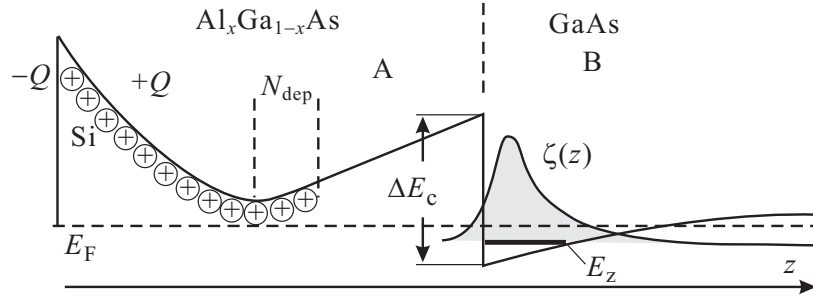


図 A.1: ヘテロ接合 2 次元電子系のエネルギー準位図。Al_xGa_{1-x}As/GaAs に変調ドーピングした場合について示した。

さて、いま z 軸を図 A.1 のように表面に垂直に取る。一般にヘテロ接合面も z 軸に垂直である。硬いバンド近似では接合面で伝導帯に不連続性 ΔE_c が生じ、上述した原理により電荷が再配置する。半導体の組み合わせとして代表的なのは Al_xGa_{1-x}As と GaAs の組み合わせである。この接合面のバンド不連続を ΔE_c とし、包絡関数を波動関数そのものと近似して考え、更に電子間相互作用を Hartree 近似で扱えば、イオン化ドナー、バンド不連続、2DEG 自身から生じる静電ポテンシャルの 3 つの要素を含む自己無撞着な Poisson-Schrödinger 方程式が成立する。これを解くことで面垂直方向波動関数 (包絡関数) が得られることを以下に示す。

2DEG の波動関数を $\Psi(\mathbf{r}) = \psi(x, y)\zeta(z)$ と変数分離して表す。ここで $\zeta(z)$ は包絡関数である。2DEG の電子密度 n_{2d} は、 $\zeta(z)$ が持つ離散準位エネルギー E_z に依存する。位置 z' における電荷面密度は $-en_{2d}|\zeta(z')|^2$ で、これより生じる電場は、Gauss の定理より $-(4\pi e^2/\epsilon\epsilon_0)n_{2d}|\zeta(z')|^2|z-z'|$ である。これらを用いて平均場近似の Hartree ポテンシャルを考えると、

$$V_{2d}(z) = -\frac{4\pi e^2}{\epsilon\epsilon_0}n_{2d}(E_z) \int_{-\xi}^{\infty} |\zeta(z')|^2 |z-z'| dz'$$

となる。ただし ξ は $\zeta(z)$ の AlGaAs 側への沁み出し長より十分長く取る必要がある。接合面でバンド不連続 ΔE_c を持つ階段ポテンシャルを $V_h(z)$ と定義すると、2DEG は

$$V(z) = V_h(z) + \frac{4\pi e^2}{\epsilon\epsilon_0} \left[N_{\text{dep}}z - n_{2d}(E_z) \int_{-\xi}^{\infty} |z-z'||\zeta(z')|^2 dz' \right] \quad (\text{A.2})$$

というポテンシャルを感じる。一方で $\zeta(z)$ に関する Schrödinger 方程式が

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*(z)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) \right] \zeta(z) = E_z \zeta(z) \quad (\text{A.3})$$

となるので、これらの自己無撞着方程式を解くことで $\zeta(z)$ が求まる。ただし、有効質量 m^* は 2 つの半導体で異なり、境界条件

$$\zeta(0)^{(A)} = \zeta(0)^{(B)}, \quad \frac{1}{m_A^*} \frac{d\zeta^{(A)}}{dz} \bigg|_0 = \frac{1}{m_B^*} \frac{d\zeta^{(B)}}{dz} \bigg|_0 \quad (\text{A.4})$$

を満たす必要がある。これらの式を Poisson-Schrödinger 方程式と呼ぶ。

A.3 III-V 族半導体のバンド構造

この節ではスピン軌道相互作用 (SOI) を導出する。スピン 1/2 の相対論的量子力学を記述するディラック方程式は以下の通りである。

$$(c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m_0 c^2 + V)\psi = E\psi \quad (\text{A.5})$$

ここで、

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -I_{2 \times 2} \end{pmatrix}.$$

であり、 ψ は4つの成分を持つ。また、 m_0 は真空中の電子の静止質量、 σ はパウリ行列である。この式に非相対論的近似 $((v/c)^2$ のオーダーまで取る) を施し、

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V + \frac{e\hbar}{2m_0} \sigma \cdot B - \frac{e\hbar \sigma \cdot p \times \mathcal{E}}{4m_0^2 c^2} - \frac{e\hbar^2}{8m_0^2 c^2} \nabla \cdot \mathcal{E} - \frac{p^4}{8m_0^3 c^2} - \frac{e\hbar p^2}{4m_0^3 c^2} \sigma \cdot B - \frac{(e\hbar B)^2}{8m_0^3 c^2} \right] \psi_a = E \psi_a$$

を得る。このうち、第3項が SOI である。またポテンシャル V は電場を用いて $-e\mathcal{E} = -\nabla V$ と書けるので、

$$H_{so} = -\frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} \sigma \cdot (p \times \nabla V) \quad (\text{A.6})$$

という式で表すのが一般的である。

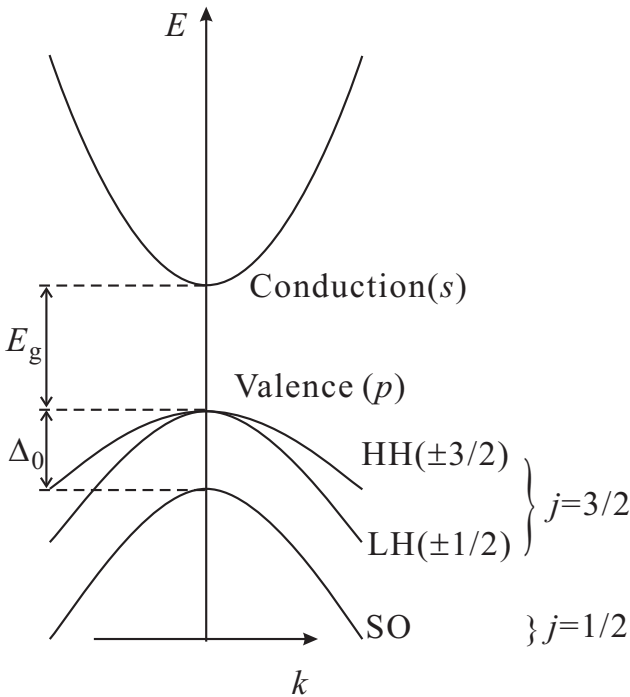


図 A.2: III-V 族半導体 Γ 点付近のバンド構造の模式図。

半導体ヘテロ構造の作成には、GaAs や InAs 等が良く使われる。これら閃亜鉛鉱型 III-V 族半導体の Γ 点付近のバンド構造は、図 A.2 のように模式的に表される。価電子帯の頂上付近および伝導帯の底付近の波動関数は、それぞれ p 的、 s 的な原子軌道から構成されているため、例えば価電子帯頂上では p 軌道由来の SOI の効果が強く働く。原子軌道の SOI は、式 (A.6) で V を中心電荷 Ze の静電ポテンシャルと置いて、次の形になる。

$$H_{so} = \frac{\mu_0 Ze^2 \hbar}{4\pi 2m_0^2 r^3} (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}). \quad (\text{A.7})$$

ここで、 \mathbf{l} は軌道の角運動量演算子、 \mathbf{s} がスピンの角運動量演算子である。

さて p 軌道は、 H_{so} がいない場合は 6 重に縮退しているが、式 (A.7) の H_{so} は l_z 、 s_z と交換しないために縮退が解け、準位が分裂する (微細構造分裂)。このとき全角運動量 $\mathbf{j} \equiv \mathbf{l} + \mathbf{s}$ について

$$\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} = \frac{1}{2} [(\mathbf{l} + \mathbf{s})^2 - \mathbf{l}^2 - \mathbf{s}^2] = \frac{1}{2} [j^2 - l^2 - s^2]$$

であるから、 H_{so} は \mathbf{j} 、 j_z と可換で、 \mathbf{j} が電子状態を記述する良い量子数となる。 j の取り得る値は $j = 3/2$ と $j = 1/2$ であり、価電子帯はこの 2 つの準位に分裂するが、図 A.2 の Γ 点 ($k = 0$) でこれが見えている。SOI によって分裂した $j = 1/2$ のバンドをスピン-スプリットオフバンドと呼び、分裂の大きさを Δ_0 で表す。さらに有限な波数では、 $j = 3/2$ のバンドも $j_z = \pm 3/2$ と $j_z = \pm 1/2$ の 2 つに分裂し、有効質量の違いから、前者を重い正孔 (heavy hole, HH)、後者を軽い正孔 (light hole, LH) と呼ぶ。

一方で伝導帯は主に s 的な原子軌道から構成されるため、一般に価電子帯より大きさは小さいものの、SOI が p 軌道が混じる高次の効果により生じる。これは、 $k \cdot p$ 摂動より

$$H_{so} = \frac{P^2}{3} \left[\frac{1}{E_g^2} - \frac{1}{(E_g + \Delta_0)^2} \right] \frac{1}{\hbar} \sigma \cdot (p \times \nabla V) \quad (\text{A.8})$$

のように書ける。 P は伝導帯と価電子帯の間の混じりを表す行列要素で、 Δ_0 は上述の分裂の大きさ、 E_g はバンドギャップの大きさである (図 A.2)。従って、バンドギャップの小さな半導体ほど SOI が強く現れる傾向がある。

A.4 ヘテロ構造中のスピン軌道相互作用

ディラック方程式 A.5、及び、そこから導出された SOI 自体は時間反転対称性を破らないが、それらが \mathbf{p} と \mathbf{s} に依存するために、 \mathbf{p} が非対称で空間反転対称性が破れている場合、スピン \mathbf{s} について分裂したバンド構造が生じる。有名な非対称性としては、結晶のバルク反転非対称性 (bulk inversion asymmetry, BIA) と、試料構造の反転非対称性 (structure inversion asymmetry, SIA) の 2 つがあり、前者に対応する SOI をドレッシェルハウス (Dresselhaus) 型 SOI、後者をラシュバ (Rashba) 型 SOI と呼ぶ。

ドレッシェルハウス型 SOI は、例えば閃亜鉛鉱構造の III-V 族半導体のような非対称な結晶において生じる。このとき最低次の項は、

$$H_{\text{DSO}} = \frac{\gamma}{\hbar} [p_x(p_y^2 - p_z^2)\sigma_x + p_y(p_z^2 - p_x^2)\sigma_y + p_z(p_x^2 - p_y^2)\sigma_z] \quad (\text{A.9})$$

と表される。特に [001] 方向に成長したヘテロ接合では、 z 方向について平均化した

$$H_{\text{DSO}} = \frac{\gamma}{\hbar} [p_x(p_y^2 - \langle p_z^2 \rangle)\sigma_x + p_y(\langle p_x^2 \rangle - p_x^2)\sigma_y] = \frac{\beta}{\hbar} (-p_x\sigma_x + p_y\sigma_y) + (p \text{ の 3 次の項}) \quad (\text{A.10})$$

という表式が良く使われる。ドレッシェルハウス型 SOI は本研究で使用する InAs や InGaAs の 2DEG では後述のラシュバ型 SOI に比べて小さく、無視できる。

ラシュバ型 SOI は、A.1 節で述べたヘテロ接合のように閉じ込め構造によって空間反転対称性が破れている場合に生じる。このとき、この SOI は

$$\mathcal{H}_{\text{RSO}} = \frac{\alpha}{\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \hat{\mathbf{z}}) = \frac{\alpha}{\hbar} (p_x\sigma_z - p_z\sigma_x) \quad (\text{A.11})$$

と表される。ラシュバ型 SOI の存在する 2DEG の分散関係を図 A.3(a) に示す。放物線がスピンに依存して k 方向にシフトすることが分かる。また、二次元の k_x - k_y について分散関係をプロットすると図 A.3(b) のようになる。

ヘテロ接合によって作った 2DEG には、イオン化したドナー原子による電場がかかっているが、これが式 (A.8) を通じて直接ラシュバ型 SOI を生じるわけではない。なぜならば 2DEG 内では上記の電場を中和する方向に波動関数が偏るからである (エーレンフェストの定理)。実際には価電子帯との混じりによってラシュバ型 SOI が生まれることが知られている [3]。

A.5 バリスティックな伝導

ここではバリスティック伝導と呼ばれる量子現象について記述する。

図 A.4(a) のように、長さ L 、幅 W の伝導体を考える。伝導体が幅 W に閉じ込められている影響で、量子力学的な離散準位が図 A.4(b) のように生じている。この時、 i 番目のバンド (チャネルとも言う) のエネルギー分散を $E(i, k)$ と書くと、エネルギーが E の状態に含まれるチャネルの数は、

$$M(E) = \sum_i \theta(E - E(i, k = 0)) \quad (\text{A.12})$$

である。

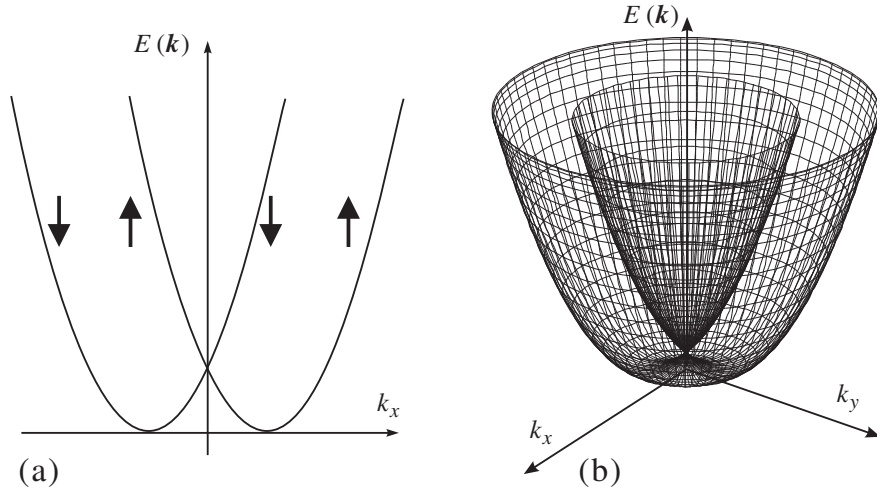


図 A.3: (a) ラッシュバ型 SOI のある 2DEG の分散関係。横軸に k_x を取り、縦軸にエネルギーを描いた。矢印は電子スピンの方向を示す。(b) 二次元の k_x - k_y について (a) と同じ分散関係を表示したもの。

次に各チャネルの $+k$ 方向の電流 I^+ を考える。電子濃度が n_e 、電子の速度が v である時、電流は $en_e v$ となる。一方で、状態 k にある電子の状態密度は $1/L$ なので、

$$\begin{aligned} I^+ &= \frac{e}{L} \sum_k \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} F^+(E) \\ &= \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} F^+(E) dE \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

が成り立つ。ここで、 $F^+(E)$ は $+k$ の状態の Fermi 分布関数で、係数 2 を掛けたのはアップとダウンのスピンの有るからである。これを全チャネルについて足すと次式を得る。

$$I^+ = \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} F^+(E) M(E) dE. \quad (\text{A.14})$$

さて、実際に観測される電流 I は右方向の電流から左方向の電流を差し引く必要がある。 $\mu_2 < E < \mu_1$ の範囲は狭く、この範囲で M が一定の状況を考えると、

$$\begin{aligned} I &= \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} F_1^+(E) M(E) dE - \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} F_2^-(E) M(E) dE \\ &= \frac{2e^2}{h} M \frac{\mu_1 - \mu_2}{e}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

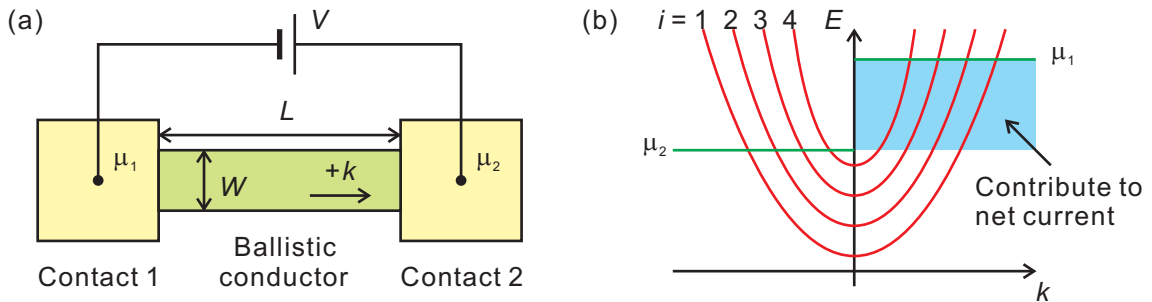


図 A.4: (a) 長さ L 、幅 W の伝導体が反射の無い電極に接続する系。(b) 伝導体の中の分散関係の模式図。

と計算できる。従って伝導度は次のようになる。

$$G = \frac{2e^2}{h}M. \quad (\text{A.16})$$

A.6 Landauer 公式

この節では、前節のバリスティック伝導をさらに一般化した Landauer 公式を導く。

ある伝導体が透過率 T を持っている時、これを 2 本のバリスティックなリード (引き込み線) を用いて電極に接続する。リード 1 から伝導体への電流 I_1^+ は、式 (A.15) より、

$$I_1^+ = \frac{2e}{h}M(\mu_1 - \mu_2) \quad (\text{A.17})$$

である。従って、伝導体からリード 2 への電流 I_2^+ は

$$I_2^+ = \frac{2e}{h}MT(\mu_1 - \mu_2) \quad (\text{A.18})$$

となる。一方で、伝導体からリード 1 への電流 I_1^- は、

$$I_1^- = \frac{2e}{h}M(1 - T)(\mu_1 - \mu_2) \quad (\text{A.19})$$

である。以上により正味の電流 I は、

$$I = I_1^+ - I_1^- = I_2^+ = \frac{2e}{h}MT(\mu_1 - \mu_2) \quad (\text{A.20})$$

と表され、伝導度 G は、次式で書ける [45]。

$$G = \frac{2e^2}{h}MT. \quad (\text{A.21})$$

以上の議論を、 i 本のチャネルがそれぞれ透過率 T_i を持つ場合に拡張すると、

$$G = \sum_{i=1}^M \frac{2e^2}{h}T_i \quad (\text{A.22})$$

となる。

付 録 B SOI 量子リング系の位相について

SOI の存在する量子リング系では面直磁場 B_z に加えて動径方向の面内磁場 B_{SO} が働き (図 B.1)、この影響でリングを一周した電子は 3 種の位相を得ることになる。一つ目が従来の AB 位相、二つ目がスピンの固有状態が連続的に一周して掃く面積に相当する Berry 位相 (一般に *geometric phase* と呼ばれる)、三つ目がスピンの歳差運動による歳差位相 (前者と比較して *dynamic phase* と呼ばれる)、である。SOI として Rashed SOI $\mathcal{H}_R = \alpha_R(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$ を考えると、リングの半径 R として 3 つの位相は次で与えられる。本章ではこの *geometric/dynamic phase* の導出を行う。

$$\phi_{AB} = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}, \quad (\text{B.1})$$

$$\phi_{\text{geometric}} = \pi Q_R \sin \theta, \quad (\text{B.2})$$

$$\phi_{\text{dynamic}} = -\pi(1 - \cos \theta), \quad (\text{B.3})$$

$$Q_R \equiv \frac{2m^* \alpha_R R}{\hbar^2}, \quad \tan \theta = Q_R.$$

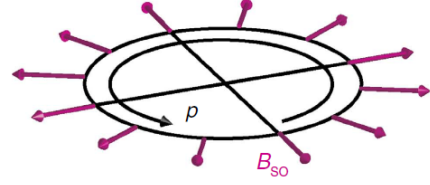


図 B.1: SOI による面内磁場 B_{SO} 。

B.1 Berry phase

Berry[46] は粒子がパラメータ空間上の閉路を断熱的に運動した際に得る位相を定式化した。この位相は閉路の形のみに依存し、その閉路を粒子がどう運動したかに依存しないため、”*geometric phase*” と呼ばれる。ハミルトニアン \mathcal{H} がパラメータ $\mathbf{R} = (X, Y, \dots)$ に依存し、 $t = 0$ から $t = T$ までの時間の系の運動がパラメータ空間の経路 $\mathbf{R}(t)$ (閉路 C と呼ぶ) とそのハミルトニアン $\mathcal{H}(\mathbf{R}(t))$ で表せるとする。 $\mathbf{R}(T) = \mathbf{R}(0)$ である。閉路 C が座標空間である必要は無い。例えばらせん運動のような場合でも、運動量空間で閉路を作るならば、Berry phase が生まれる。シュレーディンガー方程式

$$\mathcal{H}(\mathbf{R}(t)) |\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle \quad (\text{B.4})$$

に対して、ある時間 t とパラメータ $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$ を定めると、エネルギー $E_n(\mathbf{R})$ として

$$\mathcal{H}(\mathbf{R}) |n(\mathbf{R})\rangle = E_n(\mathbf{R}) |n(\mathbf{R})\rangle \quad (\text{B.5})$$

となる固有状態 $|n(\mathbf{R})\rangle$ を決める事が出来る (ここでは離散的とする)。

断熱的に系が \mathcal{H} に従い $|n(\mathbf{R}(0))\rangle$ から $|n(\mathbf{R}(t))\rangle$ に発展した時、波動関数は

$$|\psi(t)\rangle = \exp \left\{ \frac{-i}{\hbar} \int_0^t dt' E_n(\mathbf{R}(t')) \right\} \exp(i\gamma_n(t)) |n(\mathbf{R}(t))\rangle \quad (\text{B.6})$$

と書ける。なおここで言う”断熱的”とは、パラメータ \mathbf{R} を定めれば固有状態 $|n(\mathbf{R})\rangle$ も定まるという意味で、励起状態や単純なエネルギーの減衰は禁止されていない。右辺の位相の一つ目はシュレー

ディンガー方程式を時間積分した際に出てくる振動項で、”dynamic phase”にあたる。二つ目が今回新しく仮定した項で、 γ_n は \mathbf{R} に対して一価関数でなく、閉路の一周で元に戻らないとする。すなわち、 $\gamma_n(T) \neq \gamma_n(0)$ 。 γ_n を求めるには、単純に (3) 式を (1) 式に代入し左から $\langle n(\mathbf{R}(t)) |$ で挟めばよい。

$$\frac{d}{dt}\gamma_n(t) = i \langle n(\mathbf{R}(t)) | \nabla_{\mathbf{R}} n(\mathbf{R}(t)) \rangle \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{R}(t). \quad (\text{B.7})$$

これを閉路 C で積分すると、正味の geometric phase $\gamma_n(C)$ として次の表式が得られる。

$$|\psi(T)\rangle = \exp(i\gamma_n(C)) \exp\left\{\frac{-i}{\hbar} \int_0^T dt E_n(\mathbf{R}(t))\right\} |\psi(0)\rangle, \quad (\text{B.8})$$

$$\gamma_n(C) = i \oint_C \langle n(\mathbf{R}) | \nabla_{\mathbf{R}} n(\mathbf{R}) \rangle \cdot d\mathbf{R}. \quad (\text{B.9})$$

固有状態 $|n\rangle$ の正規化が $\langle n | \nabla_{\mathbf{R}} n \rangle$ が純虚、ひいては γ_n が実数であることを保証する。すなわち ∇ がエルミートより、

$$0 = \nabla \langle n | n \rangle = \langle \nabla n | n \rangle + \langle n | \nabla n \rangle \Rightarrow \langle n | \nabla n \rangle^\dagger = -\langle n | \nabla n \rangle$$

である。パラメータ \mathbf{R} が 3 次元の場合は、ストークスの定理により経路積分を表面積分に変換できる。

$$\gamma_n(C) = -\text{Im} \iint_C d\mathbf{S} \cdot \nabla \times \langle n | \nabla n \rangle \quad (\text{B.10a})$$

$$= -\text{Im} \iint_C d\mathbf{S} \cdot \langle \nabla n | \times | \nabla n \rangle \quad (\text{B.10b})$$

$$= -\text{Im} \iint_C d\mathbf{S} \cdot \sum_{m \neq n} \langle \nabla n | m \rangle \times \langle m | \nabla n \rangle \quad (\text{B.10c})$$

ここで $d\mathbf{S}$ は \mathbf{R} 空間の面要素。 $m = n$ の項は $\langle n | \nabla_{\mathbf{R}} n \rangle$ が純虚であることより消えた。なお高次の場合も微分形式を使って拡張できる。ブラケット部を (2) を使って変形すると、

$$\langle m | \nabla n \rangle = \langle m | \nabla \mathcal{H} | n \rangle / (E_n - E_m), \quad m \neq n \quad (\text{B.11})$$

なので、最終的に geometric phase は次の形になる。

$$\gamma_n(C) = - \iint_C d\mathbf{S} \cdot \mathbf{V}_n(\mathbf{R}), \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{V}_n(\mathbf{R}) \equiv \text{Im} \sum_{m \neq n} \frac{\langle n(\mathbf{R}) | \nabla_{\mathbf{R}} \mathcal{H}(\mathbf{R}) | m(\mathbf{R}) \rangle \times \langle m(\mathbf{R}) | \nabla_{\mathbf{R}} \mathcal{H}(\mathbf{R}) | n(\mathbf{R}) \rangle}{(E_m(\mathbf{R}) - E_n(\mathbf{R}))^2}. \quad (\text{B.13})$$

B.2 磁場が与える Berry 位相

スピン 1/2 の粒子が外部磁場 \mathbf{B} と Zeeman 効果によって相互作用している場合を考える。

$$\mathcal{H}_Z(\mathbf{B}) = \mu \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (\text{B.14})$$

固有状態は軸を \mathbf{B} の方向として閉路 C の各点で定義された $|+\rangle \equiv |\uparrow\rangle$ と $|-\rangle \equiv |\downarrow\rangle$ だ考えると、geometric phase は $\nabla_{\mathbf{B}} \mathcal{H}_Z(\mathbf{B}) = \mu \boldsymbol{\sigma}$ より

$$\mathbf{V}_+(\mathbf{B}) = \text{Im} \frac{\langle + | \mu \boldsymbol{\sigma} | - \rangle \times \langle - | \mu \boldsymbol{\sigma} | + \rangle}{(2\mu \mathbf{B})^2}, \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{V}_-(\mathbf{B}) = -\mathbf{V}_+(\mathbf{B}) \quad (\text{B.16})$$

となる。パウリ行列の性質

$$\sigma_x |\pm\rangle = |\mp\rangle, \quad \sigma_y |\pm\rangle = \pm i |\mp\rangle, \quad \sigma_z |\pm\rangle = \pm |\pm\rangle$$

を使うと、

$$\begin{aligned} V_{+x} &= 2(\text{Im}\langle +|\sigma_y|-\rangle \langle -|\sigma_z|+\rangle)/(2B)^2 = 0, \\ V_{+y} &= 2(\text{Im}\langle +|\sigma_z|-\rangle \langle -|\sigma_x|+\rangle)/(2B)^2 = 0, \\ V_{+z} &= 2(\text{Im}\langle +|\sigma_x|-\rangle \langle -|\sigma_y|+\rangle)/(2B)^2 = 1/2B^2 \end{aligned}$$

を得る。座標軸の向きに依らない形にすると

$$V_+(B) = B/2B^3 \quad (\text{B.17})$$

である。 $\gamma_+(C)$ を求めるにはこれを面積分する。計算としては原点に $1/2$ の電荷がある時の電場フラックスの量に等しい。すなわち、 $\Omega(C)$ を閉路 C が縮退点を囲む立体角として、

$$\gamma_+(C) = \frac{1}{2}\Omega(C) \quad (\text{B.18})$$

となる。例を図 B.2 に示す。後に述べるように、SOI 量子リング系の正確な geometric phase を求めるには以上の議論に改良が必要である。

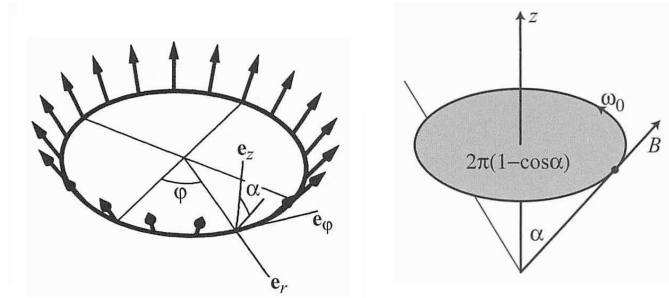


図 B.2: 面直から α 度傾いた磁場の場合、geometric phase は立体角 Ω の半分、 $\pi(1 - \cos \alpha)$ になる。

B.3 Aharonov-Anandan phase

Aharonov と Anandan は Berry phase をより一般的な表式に書いた [47]。

再び、シュレーディンガー方程式

$$\mathcal{H}|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle$$

について、 T 秒後の位相 λ を $|\psi(T)\rangle = e^{i\lambda} |\psi(0)\rangle$ で定義する。時間 $[0, T]$ の間に系は \mathcal{H} に沿って発展し、dynamic phase

$$-\frac{1}{\hbar} \int_0^T \langle \psi(t) | \mathcal{H}(t) | \psi(t) \rangle dt \quad (\text{B.19})$$

を得る。ここで、 $\langle \tilde{\psi}(t) | = e^{-if(t)} \langle \psi(t) |$ とおいて $f(T) - f(0) = \lambda$ とすると、 $\langle \tilde{\psi}(T) | = \langle \tilde{\psi}(0) |$ を満たし、 $\langle \tilde{\psi}(t) |$ は一般的なヒルベルト空間の中で閉路を形成する。その上で全位相の変化分から dynamic phase を差し引いた部分を計算すると、

$$-\frac{df}{dt} = \frac{1}{\hbar} \langle \psi(t) | \mathcal{H} | \psi(t) \rangle - \left\langle \tilde{\psi}(t) \left| i \frac{d}{dt} \right| \tilde{\psi}(t) \right\rangle, \quad (\text{B.20})$$

$$\gamma = \lambda + \frac{1}{\hbar} \int_0^T \langle \psi(t) | \mathcal{H}(t) | \psi(t) \rangle dt = \int_0^T \left\langle \tilde{\psi} \left| i \frac{d}{dt} \right| \tilde{\psi} \right\rangle dt \quad (\text{B.21})$$

となって、(B.9) 式に相当する geometric phase が求められる。簡単に述べると、位相の時間変化分を $f(t)$ という関数に押し込めてしまえば、 $\langle \psi(t) |$ が閉路を動くようになり、 $\lambda = f(T) - f(0)$ を geometric phase と呼べるようになる、という事である。この表式の利点は、いかなる近似も使っておらず $\langle \psi(t) |$ に至っては固有状態である必要すら無い、ということである。

B.4 Rashba SOI のある量子リングの geometric phase

ここでは実際にハミルトニアンを解くことで geometric phase を求めていく [48]。
運動量を $\mathbf{\Pi} = \mathbf{p} + (e/c)\mathbf{A}$ 、Zeeman 項と Rashba 項を取り入れたハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m^*} \mathbf{\Pi}^2 + \mu \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \frac{\alpha_R}{\hbar} (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{\Pi}_z) \quad (\text{B.22})$$

である。これを半径 r_0 のリング上だけに制限し、円筒座標に書き直す。定義は次の通り。

$$\mathbf{B} = (0, 0, B), \quad \omega_0 = \hbar/(m^* r_0^2), \quad \omega_B = 2\mu B/\hbar, \quad \omega_R = 2\alpha_R/(\hbar r_0), \quad \Phi = \pi r_0^2 B.$$

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \left(-i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\Phi}{\hbar/e} \right)^2 + \frac{\hbar\omega_B}{2} \sigma_z + \frac{\hbar\omega_R}{2} (\cos \varphi \sigma_x + \sin \varphi \sigma_y) \left(-i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\Phi}{\hbar/e} \right) - i \frac{\hbar\omega_R}{4} (\cos \varphi \sigma_y - \sin \varphi \sigma_x). \quad (\text{B.23})$$

簡単のため、 $B = 0$ として面直磁場がかかっている状態を考えると、

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \left[-i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\omega_R}{2\omega_0} (\cos \varphi \sigma_x + \sin \varphi \sigma_y) \right]^2 - \frac{\hbar\omega_R^2}{8\omega_0} \quad (\text{B.24})$$

という形にまとめられる。ここで、 $\mathcal{H}_s = \frac{\omega_R}{2\omega_0} (\cos \varphi \sigma_x + \sin \varphi \sigma_y)$ として

$$i \frac{\partial}{\partial \varphi} \psi = \mathcal{H}_s \psi \quad (\text{B.25})$$

を満たす ψ は、(B.23) 式のハミルトニアンの基底状態であるので以降これを考える。これは角運動量 $l = 0$ の状態に対応し、他の固有状態は実は $e^{\pm i l \varphi} \psi$ という単純な形で書ける。

$\tan \theta = -\omega_R/\omega_0 \equiv -Q_R$ となる θ について

$$I_s = \cos \varphi \sin \theta \sigma_x + \sin \varphi \sin \theta \sigma_y + \cos \theta \sigma_z \quad (\text{B.26})$$

という量を定義すると、 $i \frac{\partial}{\partial \varphi} I_s + [I_s, H_s] = 0$ の式を満たすことから φ に関して不変量である。

$I_s \tilde{\psi}^\mu = \mu \tilde{\psi}^\mu$ を満たす I_s の固有値および固有ベクトルは

$$\mu = \pm 1, \quad \tilde{\psi}^+ = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\psi}^- = \begin{pmatrix} -e^{-i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.27})$$

と求まり、これは粒子の運動の中から周期的な歳差運動だけを取り出したことに相当する。 $\psi^\mu(\varphi) = e^{if(\varphi)} \tilde{\psi}^\mu(\varphi)$ において (B.25) 式に代入して計算すると、

$$-\frac{df}{d\varphi} = \frac{1}{\hbar} \langle \psi(\varphi) | \mathcal{H}_s | \psi(\varphi) \rangle - \left\langle \tilde{\psi}(\varphi) \left| i \frac{d}{d\varphi} \right| \tilde{\psi}(\varphi) \right\rangle \quad (\text{B.28})$$

という形になって、まさに (B.20) 式に一致する。これより **geometric** および **dynamic phase** が以下のようになる。

$$\int_0^{2\pi} i \tilde{\psi}^{\mu\dagger}(\varphi) d\tilde{\psi}^\mu(\varphi) = -\mu\pi(1 - \cos\theta), \quad (\text{B.29})$$

$$-\int_0^{2\pi} \tilde{\psi}^{\mu\dagger} \mathcal{H}_s \tilde{\psi}^\mu d\varphi = -\mu\pi Q_R \sin\theta. \quad (\text{B.30})$$

さて面直磁場 $B_z = 0$ にしたにも関わらず、 $\pm\pi$ ではない **geometric phase** が得られた。この原因は、スピンの走る経路が曲がっているため、歳差トルクが働き、固有状態が B_{SO} の向きではなく少し傾いた $\mathbf{n} = (\cos\varphi \sin\theta, \sin\varphi \sin\theta, \cos\theta)$ を向いているためである (図 B.3(左))。また固有状態が浮き上がっている、すなわち実質 z 方向磁場があるように見えるのは時間反転対称性を破っているように思えるかもしれないが、右回り ($\mu = +$) と左回りで ($\mu = -$) で逆向きに浮き上がっているため問題ない。 $I_s = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ が不変量であるのは、軸 \mathbf{n} を中心にスピンの歳差運動している事を示す。

$\cos\theta$ は non-adiabaticity の強さを表すパラメータと言われている。ただし本節で求めた SOI-量子リング系の運動が Berry が述べた adiabatic 条件に反しているわけでは無い。実際、式 (B.27) を Berry phase の変形前の式 (B.9) に代入すれば、正確な **geometric phase** が求まる。**dynamic phase** に正確な **geometric phase** を加えて干渉を観測した場合、その振動は図 B.3(右) のようになる。

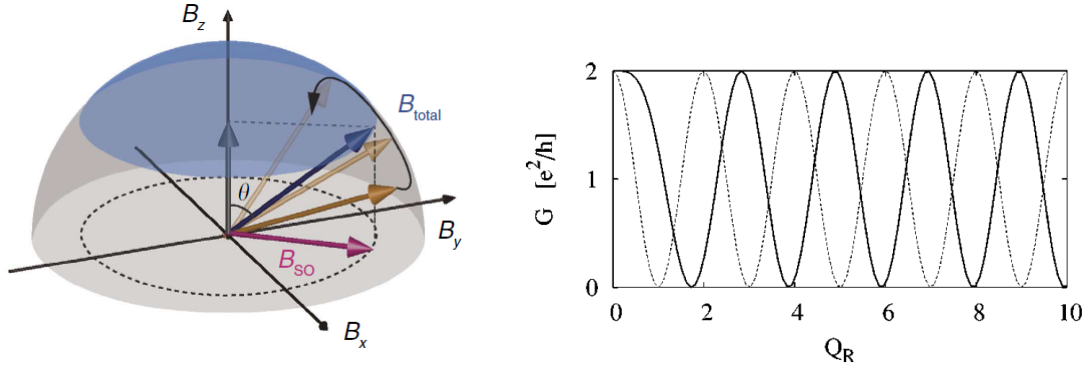


図 B.3: (左) 面直磁場をかけず、 B_{SO} による面内磁場しかない場合でも、固有状態が浮き上がり **geometric phase** の効果が出る。(右) Rashba 強度 Q_R を変えた時の量子リングの伝導度プロット。点線は **dynamic phase** のみ、実線が **geometric phase** も入れた場合 [49]。

B.5 本試料の場合

今回測定に用いた試料の場合、リングの半径 $\sim 1 \mu\text{m}$ に Rashba 強度は式 (2.42) を用いると

$$Q_R = \frac{2m^* \alpha_R R}{\hbar^2} \sim 12.8, \quad \theta = \arctan(Q_R) = 0.48\pi, \quad (\text{B.31})$$

$$\phi_{\text{dynamic}} \sim \pi Q_R, \quad \phi_{\text{geometric}} \sim -\pi \quad (\text{B.32})$$

となる。すなわち Rashba 強度が十分強い範囲で変化させており、**geometric phase** の効果は無視できる。

付録C ダイヤモンドモデルの詳細

この章では、本文で紹介した SOI 量子リングのダイヤモンドモデルの計算の詳細と、完全スピンフィルター効果について説明する。

C.1 透過率の計算

式 (2.78) に諸々の定義を代入して次式を得る。

$$(\epsilon - y_0) |\psi(0)\rangle = \mathbf{W} |\psi(1)\rangle - j |\psi(-1)\rangle, \quad (\text{C.1})$$

$$(\epsilon - y_1) |\psi(1)\rangle = \mathbf{W}^\dagger |\psi(0)\rangle - j |\psi(2)\rangle. \quad (\text{C.2})$$

ただし、

$$\mathbf{W} \equiv \gamma_{0b1} U_{0b} U_{b1} + \gamma_{0c1} U_{0c} U_{c1} \equiv \gamma_b U_b + \gamma_c U_c \quad (\text{C.3})$$

である。透過率 T と反射率 R を定義し、 $t|\chi_t\rangle = T|\chi_{in}\rangle$, $r|\chi_r\rangle = R|\chi_{in}\rangle$ とおいて $|\chi_{in}\rangle$ について解けば、

$$T = 2i \cdot j \cdot \sin(ka) \mathbf{W}^\dagger (\mathbf{Y} \cdot \mathbf{1} - \mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger)^{-1}, \quad (\text{C.4})$$

$$R = -\mathbf{1} - 2i \cdot j \cdot \sin(ka) \mathbf{W}^\dagger (\mathbf{Y} \cdot \mathbf{1} - \mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger)^{-1} \quad (\text{C.5})$$

を得る。ここで定義式 $u = U_b U_c^\dagger$ を用いると、 \mathbf{n} を ω 方向の単位ベクトルとおいて、 $(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma})^2 = \mathbf{1}$ なので、例えば $\cos(\omega \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \cos \omega$, $\sin(\omega \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \sin \omega \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ が成り立つため、

$$\mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger = \gamma_b^2 + \gamma_c^2 + \gamma_b \gamma_c (u + u^\dagger) \quad (\text{C.6})$$

となる。一方で $\mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger$ は 2×2 の行列で、 $u = e^{-i\phi + i\omega \cdot \boldsymbol{\sigma}}$ として、

$$u + u^\dagger = 2(\cos \phi \cos \omega + \sin \phi \sin \omega \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma})$$

であるので、次の分解が成り立つ。

$$\mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger = \mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{C.7})$$

$$\mathbf{A} = \gamma_b^2 + \gamma_c^2 + 2\gamma_b \gamma_c \cos \omega \cos \phi, \quad (\text{C.8})$$

$$\mathbf{B} = (2\gamma_b \gamma_c \sin \omega \sin \phi) \mathbf{n}. \quad (\text{C.9})$$

ここで、スピンの方向を向く固有状態を $|\mathbf{n}\rangle$ とおくと、 \mathbf{n} 方向のスピン演算子が $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ なので、 $\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} |\pm \mathbf{n}\rangle = \pm |\pm \mathbf{n}\rangle$ が成り立つ。すると、 $|\pm \mathbf{n}\rangle$ は $\mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger$ の固有状態にもなっていて、

$$\mathbf{W} \mathbf{W}^\dagger |\pm \mathbf{n}\rangle = \lambda_\pm |\pm \mathbf{n}\rangle, \quad (\text{C.10})$$

$$\lambda_\pm = A \pm B = \gamma_b^2 + \gamma_c^2 + 2\gamma_b \gamma_c \cos(\phi \pm \omega) \quad (\text{C.11})$$

となる。さてこれは、入射スピノールとして $|\pm \mathbf{n}\rangle$ を考えると透過するスピノールが

$$t|\chi_t\rangle = T|\pm \mathbf{n}\rangle = \frac{2i \cdot j \sin(ka)}{Y - \lambda_{\pm}} \mathbf{W}^{\dagger} |\pm \mathbf{n}\rangle \quad (\text{C.12})$$

となることを意味する。さらに規格化条件が、

$$\langle \pm \mathbf{n} | \mathbf{W} \mathbf{W}^{\dagger} | \pm \mathbf{n} \rangle = \lambda_{\pm} \Rightarrow |\chi_t\rangle = \mathbf{W}^{\dagger} |\pm \mathbf{n}\rangle / \sqrt{\lambda_{\pm}} \quad (\text{C.13})$$

となるので、これより次の透過率の式を得る。

$$t_{\pm} = \frac{2i \cdot j \sin(ka)}{Y - \lambda_{\pm}} \sqrt{\lambda_{\pm}} \quad (\text{C.14})$$

C.2 完全スピンスピンフィルター

任意の入射波は固有ベクトル $|\pm \mathbf{n}\rangle$ で展開できる。

$$|\chi_{in}\rangle = c_+ |\mathbf{n}\rangle + c_- |-\mathbf{n}\rangle$$

この時の透過確率は

$$T = |c_+|^2 |t_+|^2 + |c_-|^2 |t_-|^2 \quad (\text{C.15})$$

である。特に

$$\gamma_b = \gamma_c \equiv \gamma, \quad \cos(\phi - \omega) = -1 \quad (\text{C.16})$$

の時には $\lambda_- = 0$ となり、 $-\mathbf{n}$ の向きのスピンは通らず偏極した透過確率が、

$$T_+(\epsilon) = \frac{4j^2 \sin^2(ka) \lambda_+}{P + Q + \cos(ka) + R \cos(2ka)} \quad (\text{C.17})$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} P &= (y_0 y_1 - \lambda_+)^2 + (y_0 + y_1)^2 j^2 + j^4, \\ Q &= 2j(y_0 y_1 - \lambda_+ + j^2)(y_0 + y_1), \\ R &= 2j^2(y_0 y_1 - \lambda_+), \end{aligned}$$

である。この様子を図 C.1 に示した。

一つ目の条件 $\gamma_b = \gamma_c$ は、リングの上の経路と下の経路の対称性を意味する。すなわち干渉が最も強く起こるのは、古典的には上の経路と下の経路に電流が2等分される時である。この条件を得るために、ゲート電圧によって Hopping 項 J_{uv} とエネルギー ϵ_b, ϵ_c を調整する必要がある。二つ目は SOI による位相差と AB flux による位相差が合わせて π になれば干渉効果で透過率と0にできることを意味する。これらのパラメータを適切に選ぶことで、 $T_- = 0$, $T_+ = 1$ に出来る。これは完全スピンスピンフィルターに他ならない。条件式 (C.17) はエネルギーに依存しないので、温度ばやけやバイアス電圧に対して安定である。図 C.1(右) の山頂は波数の変化に対して平坦な形をしているが、これもやはりエネルギー変化への耐性が大きいことを示す。

ところで、透過するスピンの偏極方向は、入ってきた時の方向 $|\mathbf{n}\rangle$ から回転している。(19) 式より、

$$\mathbf{W}^{\dagger} \mathbf{W} |\chi_t^{\pm}\rangle = \mathbf{W}^{\dagger} \mathbf{W} \mathbf{W}^{\dagger} |\pm \mathbf{n}\rangle / \sqrt{\lambda_{\pm}} = \sqrt{\lambda_{\pm}} \mathbf{W}^{\dagger} |\pm \mathbf{n}\rangle = \lambda_{\pm} |\chi_t^{\pm}\rangle$$

より、 $|\chi_t^{\pm}\rangle$ は $\mathbf{W}^{\dagger} \mathbf{W}$ の固有状態であり、

$$\mathbf{W}^{\dagger} \mathbf{W} = A + \mathbf{B}' \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

と書くと、(C.9) 式との類似から \mathbf{B}' の方向 \mathbf{n}' が透過するスピンの偏極方向である。これは入射/透過の対称性も表す。すなわち、 \mathbf{n} で左から入った粒子が \mathbf{n}' で右に透過するならば、右から \mathbf{n}' で入った粒子は左に \mathbf{n} で出ていく。

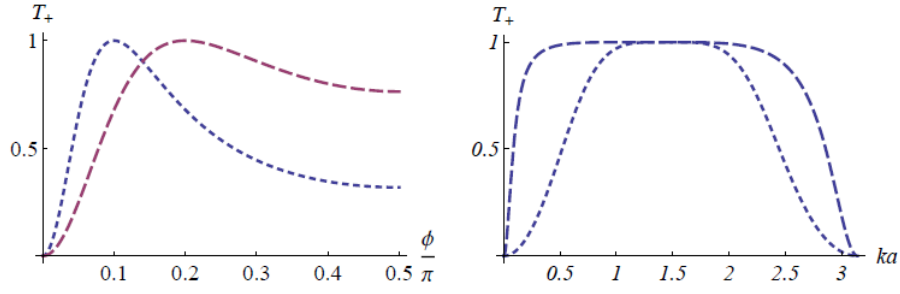


図 C.1: 偏極した透過率 T_+ の様子。(左) AB flux に対するプロット ($\epsilon = 0$)。 (右) ka に対するプロット ($\epsilon = -2j \cos(ka)$)。短/長の点線が $\phi_0 = 0.1\pi/0.2\pi$ を表す。ただし ϕ_0 は T_+ が最大になる時の ϕ で、その時各種パラメータは $J_{uv} = J = 4j$, $\epsilon_0 = \epsilon_1 = -j/\sin \phi_0$, $\epsilon_b = \epsilon_c = -2J^2 \sin \phi_0/j$ と書けている。

C.3 Rashba SOI が有る場合の具体的な計算

この一般的な議論を Rashba SOI が有る場合に計算してみる。本文図 2.11 のように、開き角が 2β のひし形、一辺を L として、リードの方向を x 軸とする。座標は

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0 &= (0, 0, 0), \\ \mathbf{r}_b &= (L \cos \beta, L \sin \beta, 0), \\ \mathbf{r}_c &= (L \cos \beta, -L \sin \beta, 0), \\ \mathbf{r}_1 &= (2L \cos \beta, 0, 0) \end{aligned}$$

となり、その時の U_{uv} を次のように決める。

$$\begin{aligned} U_{0b} &= \exp(+i\alpha\sigma_1), \\ U_{0c} &= \exp(-i\alpha\sigma_2), \\ U_{b1} &= \exp(-i\phi/2 - i\alpha\sigma_2), \\ U_{c1} &= \exp(+i\phi/2 + i\alpha\sigma_1). \end{aligned}$$

ただし $\alpha = k_R L \equiv \alpha_1 / \cos(\beta)$, $\sigma_1 = \sin \beta \sigma_x - \cos \beta \sigma_y$, $\sigma_2 = \sin \beta \sigma_x + \cos \beta \sigma_y$, $\phi/(2\pi) = HL^2 \sin(2\beta)/\Phi_0 \equiv \phi_1 \tan(\beta)$ とおいた。ここで β をパラメータとして変化させる一方、 $2L_0$ をサイト 0 と 1 の間の距離、 $\alpha_1 = k_R L_0$ と $\phi_1 = 2HL_0^2/\Phi_0$ を固定する。

この設定を各パラメータの定義式に代入していくことで、透過率の式 (2.80) を求められる。

スピン偏極する方向は、 $c = \cos \alpha$, $s = \sin \alpha$, $s_\phi = \text{sign}[\sin \phi]$ として、

$$\mathbf{n} = s_\phi(2cs \cos \beta, 0, c^2 - s^2 \cos(2\beta)/\sqrt{1 - s - 4 \sin^2(2\beta)}) \quad (\text{C.18})$$

であり、透過する方向は

$$\mathbf{n}' = (-n_x, 0, n_z) \quad (\text{C.19})$$

スピフィルターが実現される条件式 (C.17) は

$$\cos(\phi/2) = \pm s^2 \sin(2\beta) \quad (\text{C.20})$$

となる。これらの結果を図 C.2 に示す。 $\beta < \pi/4$ で z 軸方向マイナスまで偏極させることができる他、 $\beta = \pi/4$ として α を $\pi/2$ 付近で変化させれば、偏極が $-x$ から x に立ち上がる劇的な変化を起こせることが分かる。

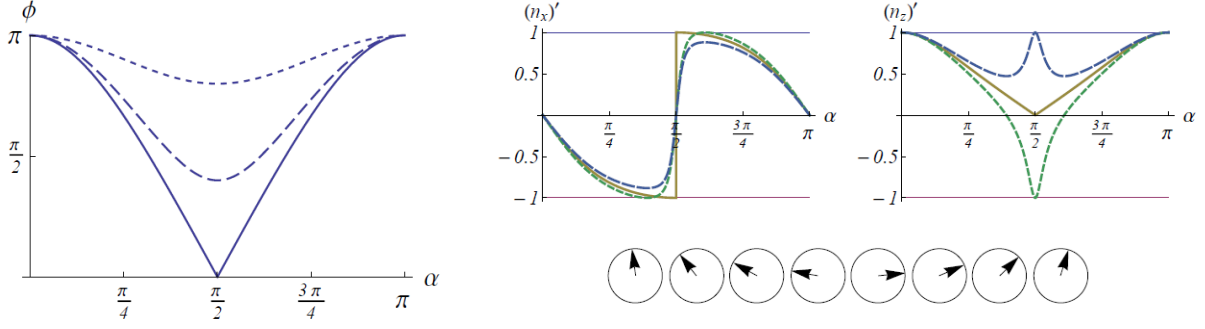


図 C.2: (左) 完全偏極する条件式 (C.17) の AB flux ϕ と Rashba SOI の強さ α に対するプロット。下の腺から順に $\beta/\pi = 0.25, 0.15, 0.05$ 。 (右) Rashba SOI の強さ α に対する透過したスピンの成分。パラメータは、 $\beta = 0.25\pi, 0.23\pi, 0.27\pi$ (実線, 短点線, 長点線)。下の絵は $\beta = \pi/4$, $\alpha = 0 \rightarrow \pi$ と変えた時の \mathbf{n} の方向を模式的に描いた物。

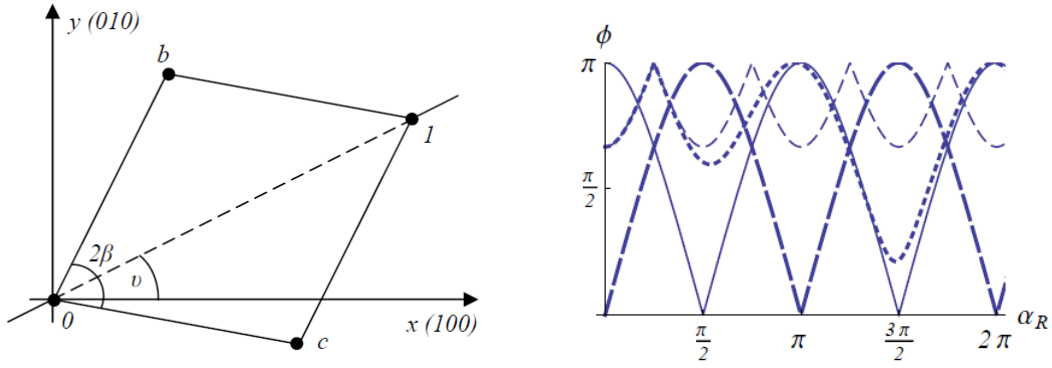


図 C.3: (左) Dresselhaus SOI の、結晶方位の設定。 (右) Dresselhaus SOI 入りで完全偏極を起こす条件を、AB flux ϕ と Rashba SOI の強さ α_R に対してプロットしたもの。パラメータはそれぞれ次の通り。 $\beta = \pi/4$, $v = 0$, $\alpha_D = 0$ (実線), $\pi/4$ (中点線), $\pi/2$ (長点線)。 $\beta = v = \alpha_D = \pi/4$ (短点線)。

C.4 Dresselhaus SOI を加えた場合

次に Dresselhaus SOI を入れる。結晶方位に依存するので、図 C.3(左) のように定める。座標は

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0 &= (0, 0, 0) \\ \mathbf{r}_b &= L(\cos(v + \beta), \sin(v + \beta), 0) \\ \mathbf{r}_c &= L(\cos(v - \beta), \sin(v - \beta), 0) \\ \mathbf{r}_1 &= 2L \cos \beta (\cos v, \sin v, 0) \end{aligned}$$

に変化するが、次の

$$\begin{aligned} \xi^2 &= \alpha_R^2 + \alpha_D^2, \quad \tan \theta = \alpha_D / \alpha_R, \quad \sigma_1 = \sin \xi_1 \sigma_x - \cos \xi_2 \sigma_y, \quad \sigma_2 = \sin \xi_4 \sigma_x + \cos \xi_3 \sigma_y, \\ \xi_1 &= \beta + v + \theta, \quad \xi_2 = \beta + v - \theta, \quad \xi_3 = \beta - v + \theta, \quad \xi_4 = \beta - v - \theta \end{aligned}$$

の表式を用いると、Rashba のみの時と同様に計算できる。

Dresselhaus SOI を入れると、 x - z 軸に加えて y 方向のスピン偏極も定められる (実験的には難しい)。完全偏極の条件 (図 C.3) を見ると、Rashba SOI が無く Dresselhaus SOI だけの場合 ($\alpha_R = 0$) も、Rashba SOI だけが存在する時 ($\alpha_D = 0$) の式 (C.17) に等しくなる。

付録D Zitterbewegung

D.1 Heisenberg 方程式からの導出

真空における相対論的自由粒子を記述する Dirac ハミルトニアン \mathcal{H}_D は、

$$\mathcal{H}_D = c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2, \quad (\text{D.1})$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

と書けて、エネルギー固有値は $\Lambda_D = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p^2}$ である。 \mathcal{H}_D に従う自由粒子の速度 \mathbf{v} は Heisenberg 方程式から計算できる [50]。

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_D, \mathbf{x}(t)] = \frac{i}{\hbar} [c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2, e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} \mathbf{x}(0) e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar}] \\ &= \frac{i}{\hbar} e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} [c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2, \mathbf{x}(0)] e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar} \\ &= \frac{i}{\hbar} e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} c\boldsymbol{\alpha} e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar} [\mathbf{p}, \mathbf{x}] \\ &\equiv c\boldsymbol{\alpha}(t). \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\alpha}$ の固有値は ± 1 なので速度演算子の固有値は $\pm c$ であり、これは粒子が光速で移動している事を表す。さらに $\boldsymbol{\alpha}$ について反交換・交換関係 $\{\mathcal{H}_D, \alpha_i\} = c\{\alpha_i, \alpha_j\} p_j = 2c p_i$, $[\mathcal{H}_D, \boldsymbol{\alpha}] = 2c\mathbf{p} - 2\boldsymbol{\alpha}\mathcal{H}_D$ を用いて計算を進めると、

$$\begin{aligned} \frac{d(c\boldsymbol{\alpha}(t))}{dt} &= c \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_D, \boldsymbol{\alpha}(t)] = c \frac{i}{\hbar} e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} [\mathcal{H}_D, \boldsymbol{\alpha}] e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar} \\ &= 2c \frac{i}{\hbar} e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} (c\mathbf{p} - \boldsymbol{\alpha}\mathcal{H}_D) e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar} \\ &\equiv -2i\mathbf{F}(t)\mathcal{H}_D \end{aligned}$$

を得る。すなわち自由粒子の速度微分は有限の値を持ち、その振幅が次式の \mathbf{F} で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &\equiv c\boldsymbol{\alpha} - c^2 \mathbf{p} \mathcal{H}_D^{-1}, \\ \mathbf{F}(t) &\equiv e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} \mathbf{F} e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar}. \end{aligned}$$

同様に一般のハミルトニアン \mathcal{H} については次のように書ける。

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{p}} - \frac{c^2 \mathbf{p}}{\mathcal{H}}. \quad (\text{D.3})$$

\mathbf{F} は \mathcal{H}_D と反交換する。

$$\mathbf{F}\mathcal{H}_D = c\boldsymbol{\alpha}\mathcal{H}_D - c^2 \mathbf{p} = 2c^2 \mathbf{p} - \mathcal{H}_D c\boldsymbol{\alpha} - c^2 \mathbf{p} = -\mathcal{H}_D \mathbf{F}.$$

従って

$$\mathbf{F}(t) = e^{i\mathcal{H}_D t/\hbar} \mathbf{F} e^{-i\mathcal{H}_D t/\hbar} = e^{2i\mathcal{H}_D t/\hbar} \mathbf{F},$$

すなわち $\mathbf{F}(t)$ は $\omega = 2\mathcal{H}_D/\hbar$ で振動する。積分を実行すれば、速度 \mathbf{v} や位置 \mathbf{x} 、スピン \mathbf{s} が求まる。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= c^2 \mathbf{p} \mathcal{H}_D^{-1} + \mathbf{F}(t), \\ \mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}(0) + c^2 \mathbf{p} \mathcal{H}_D^{-1} t + \frac{1}{2i\mathcal{H}_D} (e^{i\omega t} - 1) \mathbf{F}(t), \\ \mathbf{s}(t) &= \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} = -\frac{i}{4} \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\alpha} \sim e^{-2i\omega t}. \end{aligned}$$

これらの振動を **ZB** と呼び、以下のように解釈されている。光速 c で走っているように見える自由粒子も、非常に細かい時間に区切って見てみれば、不確定性によりエネルギーが揺らいでいる。エネルギー揺らぎが粒子と反粒子のエネルギー差 $2\mathcal{H}_D$ 近くになると、粒子と反粒子の間を交互に遷移するようになるので、それに応じて速度や位置、スピンの振動が見える。粒子/反粒子の波動関数の重ねあわせと言う意味で、粒子と反粒子の干渉とも言える。

また、真空中の自由電子系と同様、Rashba SOI や Dresselhaus SOI のある系でも同様に **ZB** が現れる。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_R &= \alpha(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p}) \cdot \hat{\mathbf{z}} = \alpha(p_y \sigma_x - p_x \sigma_y), \\ \mathbf{F} &= \frac{\partial \mathcal{H}_R}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\alpha^2 \mathbf{p}}{H_R} = \sigma_z \frac{\alpha^2 \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{p}}{i\mathcal{H}_R}, \quad \omega_Z = \frac{2\mathcal{H}_R}{\hbar} \end{aligned}$$

周波数 ω_Z は、スピン \uparrow と \downarrow のバンドの間のエネルギー差に相当する。

D.2 波束を打ち出した時の ZB 振動解

ここでは前節の計算とは別に、QPC から伝導電子の波束を打ち出した時の時間発展から **ZB** を導出する。SOI 項を含んだハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{\alpha}{\hbar}(\sigma_x p_y - \sigma_y p_x) + \frac{\beta}{\hbar}(\sigma_x p_x - \sigma_y p_y) + \frac{g^*}{2} \mu_B (B_x \sigma_x + B_y \sigma_y)$$

の固有エネルギーおよび固有ベクトルは

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} \pm \sqrt{C^2 + D^2}, \quad (\text{D.4})$$

$$|k, +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -ie^{-i\theta_k} \end{pmatrix}, \quad |k, -\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -ie^{-i\theta_k} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.5})$$

$$C = \alpha k_y + \beta k_x + g^* \mu_B B_x/2, \quad D = \alpha k_y - \beta k_x - g^* \mu_B B_x/2, \quad \theta_k = \tan^{-1}(C/D) \quad (\text{D.6})$$

となる。初期状態として、 z 軸方向アップスピンに偏極したガウシアン波束を考える。

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}, 0) &\equiv \frac{1}{2\pi} \int d^2k \, a(\mathbf{k}, 0) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int d^2k \, a(\mathbf{k}, 0) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \frac{\sqrt{2}}{1 + e^{-2i\theta_k}} (|k, +\rangle + ie^{-i\theta_k} |k, -\rangle), \\ a(\mathbf{k}, 0) &\equiv \frac{d}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}d^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^2}. \end{aligned}$$

波動関数の時間発展は $\omega(\mathbf{k}) = [E_+(\mathbf{k}) - E_-(\mathbf{k})]/(\hbar)$ とおいて

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{-iHt/\hbar} \psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{2\pi} \int d^2k a(\mathbf{k}, 0) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m^*}t} \left[\cos[\omega(\mathbf{k})t/2] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - e^{i\theta_k} \sin[\omega(\mathbf{k})t/2] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

となり、運動量表示では

$$\phi(\mathbf{k}, t) = a(\mathbf{k}, 0) e^{-i\frac{\hbar k^2}{2m^*}t} \begin{pmatrix} \cos[\omega(\mathbf{k})t/2] \\ e^{i\theta_k} \sin[\omega(\mathbf{k})t/2] \end{pmatrix}$$

である。位置の期待値は、

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}(t) \rangle &= i \int d^2k \phi^\dagger(\mathbf{k}, t) \nabla_{\mathbf{k}} \phi(\mathbf{k}, t) \\ &= i \int d^2k a^\dagger(\mathbf{k}, 0) \nabla_{\mathbf{k}} a(\mathbf{k}, 0) + i \left(-i \frac{\hbar \mathbf{k} t}{m^*} \right) \int d^2k \phi^\dagger(\mathbf{k}, t) \phi(\mathbf{k}, t) \\ &\quad + i^2 \int d^2k |a(\mathbf{k}, 0)|^2 (\nabla_{\mathbf{k}} \theta_k) \sin^2[\omega(\mathbf{k})t/2] \\ &= \langle \mathbf{r}(0) \rangle + \frac{\hbar \mathbf{k}}{m^*} t - \frac{1}{2} \int d^2k |a(\mathbf{k}, 0)|^2 (\nabla_{\mathbf{k}} \theta_k) [1 - \cos[\omega(\mathbf{k})t]] \end{aligned}$$

となって、第三項に Berry 接続 $\langle k, \pm | i \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} | k, \pm \rangle = \nabla_{\mathbf{k}} \theta_k$ を振幅とする ZB 振動項が現れる。

例えば運動が y 方向で初期波束がデルタ関数の場合、 $k_{0x} = 0$, $k_{0y} = k_0$, $d \rightarrow \infty$, $\eta \equiv \beta/\alpha$ とおくと第一項、第二項が 0 になり

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{(1 - \eta^2)k_0 + \frac{g^* \mu_B}{2\alpha} (B_x + \eta B_y)}{(k_0 + \frac{g^* \mu_B B_x}{2\alpha})^2 + (\eta k_0 - \frac{g^* \mu_B B_y}{2\alpha})^2} \times (1 - \cos[\omega(k_0)t])$$

となる。振幅に注目すると、外部磁場が無い時の値 $1/(2k_0)$ は進行方向の波の半周期に等しい。磁場 B_x を印加すると $1/(2k_0 + g^* \mu_B B_x / 2\alpha)$ となって振動は弱まるが、 α が大きいほど弱まりにくい。

初期波束がデルタ関数では無い場合は、

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &= \frac{d}{2\pi} e^{-d^2 k_0^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty dq e^{-q^2 + 2dqk_0 \sin \phi} \frac{q^2(1 - \eta^2) \sin \phi + q(\epsilon_x + \eta \epsilon_y)}{Q^2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\alpha}{\hbar d} t Q\right) \right], \\ Q^2 &= (q \cos \phi + \eta q \sin \phi - \epsilon_y)^2 + (q \sin \phi + \eta q \cos \phi + \epsilon_x)^2, \\ \epsilon_x &= g^* \mu_B B_x d / (2\alpha), \quad \epsilon_y = g^* \mu_B B_y d / (2\alpha) \end{aligned}$$

となって、時間と共に減衰する形となる (図 D.1)。これは粒子と反粒子が逆符号の運動量を持っていて、時間と共に分離する為である。

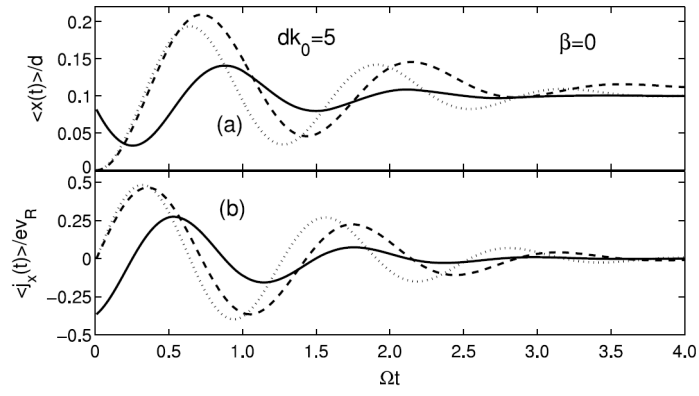


図 D.1: (a) 時間 Ωt に対する $\langle x(t) \rangle / d$ 。 $\Omega = 2\alpha / \hbar d$ 。 (b) $\langle j_x(t) \rangle / e v_R$ 。 電流 $\langle j_x(t) \rangle \equiv e \langle v_x(t) \rangle$ (計算略)、 $v_R = \Omega d$ 。 実線 ($B_x = B_y = 0$ T)、細点線 ($B_x = B_y = 1/\sqrt{2}$ T)、粗点線 ($B_x = 6$ T, $B_y = 8$ T)。

付 録 E 数値計算プログラム

E.1 第4章の例

```
# 1.Preparation

import kwant
from kwant.digest import gauss

import tinyarray as ta
import numpy as np
import scipy.sparse.linalg as sla
from matplotlib import pyplot
from cmath import exp, cos, sin, pi
from kwant.digest import gauss

# 2. Define Pauli-matrices for convenience
sigma_0 = ta.array([[1, 0], [0, 1]])
sigma_x = ta.array([[0, 1], [1, 0]])
sigma_y = ta.array([[0, -1j], [1j, 0]])
sigma_z = ta.array([[1, 0], [0, -1]])

# 3. Define the system

def make_system(a=25, t=2.65, alpha=1.44, e_z=0.431, W=120, L=145, Bi=0.00001):

    salt = "hoge"    # 不純物をランダムに配置する種に使う

    def onsite(site, Bx, By, Vi):
        return (4+Vi*gauss(repr(site),salt))*t*sigma_0+e_z*(sigma_x* Bx+sigma_y*By)
        # 不純物ポテンシャルとゼーマン項を含む

    def onsite_lead(site, Bx, By, Vi):
        return 4 * t * sigma_0 + e_z * (sigma_x * Bx + sigma_y * By)
        # リードには不純物はいれない

    def hopping_x(sitei, sitej, Bx, By, Vi):
        return -t * sigma_0 - 1j * alpha * sigma_y

    def hopping_y(sitei, sitej, Bx, By, Vi):
        return -t * sigma_0 + 1j * alpha * sigma_x

    def make_lead_x(i, f):
        lead = kwant.Builder(kwant.TranslationalSymmetry((-a, 0)))
        lead[(lat(0, y) for y in xrange(i,f))] = onsite_lead
        lead[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = hopping_x
        lead[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = hopping_y
```

```

sys.attach_lead(lead)
sys.attach_lead(lead.reversed())

def make_lead_y(i, f):
    lead = kwant.Builder(kwant.TranslationalSymmetry((0, -a)))
    lead[(lat(x, 0) for x in xrange(i, f))] = onsite_lead
    lead[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = hopping_x
    lead[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = hopping_y
    sys.attach_lead(lead)
    sys.attach_lead(lead.reversed())

lat = kwant.lattice.square(a) # 正方格子を作成
sys = kwant.Builder()

sys[(lat(x, y) for x in range(L) for y in range(W))] = onsite
sys[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = hopping_x
sys[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = hopping_y

make_lead_x(52,68) # 一番上が QPC、下 3 つは吸収端にする
make_lead_x(0,52)
make_lead_x(68,120)
make_lead_y(0, L)

return sys

```

4. Plot a conductance vs Bx

```

def plot_conductance_Bx(sys, energy, Bxs, Vi):
    # 今は磁場を x 方向にかける、y 方向でも同様に出来る
    G_p = []

    for Bx in Bxs:
        smatrix = kwant.smatrix(sys, energy, args=[Bx, 0.0, Vi])
        mode_nr = smatrix.num_propagating(1)
        t1 = smatrix.submatrix(1, 0)
        t2 = smatrix.submatrix(0, 1)

        T_p = (smatrix.transmission(1, 0) + smatrix.transmission(0, 1))
        # 実験で測定した AC 伝導度は、2 つの伝導度の平均
        G_p.append(T_p)

    pyplot.figure(figsize=(7.5,5),dpi=300)
    pyplot.plot(Bxs, G_p)
    pyplot.show()

```

5. Plot color maps of charge and spin density

```

def plot_wavefunction(sys, energy, Bx, By, Vi):

    lead_nr = 0 # QPC から電子を入射した場合
    band_nr = 0 # 最低バンドの波を入れる場合

    wf = kwant.wave_function(sys, energy, args=[Bx, By, Vi])
    site_nr = len(wf(lead_nr)[0])/2

```

```

dx = np.empty(site_nr)    # 今はDxを計算する、D0, Dy, Dzも同様に出来る

for n in xrange(site_nr):
    s = np.empty(2, complex)
    s[0] = wf(lead_nr)[band_nr, 2*n]
    s[1] = wf(lead_nr)[band_nr, 2*n + 1]
    dx[n] = (ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_x, s))).real

kwant.plotter.map(sys, dx)

# 6. Execute computation

def main():
    sys = make_system()
    sys = sys.finalized()
    kwant.plot(sys)

    energies = (1.0,)      # 入射エネルギー 1.0 meV
    Vis = (0.2,)           # 不純物ポテンシャル 0.2 meV
    for energy in energies:
        for V in Vis:
            plot_conductance_Bx(sys, energy, Bxs=[0.04 * i - 6 for i in xrange(151)], Vi=V)
            plot_wavefunction(sys, energy, Bx=0.0, By=0.0, Vi=V)

if __name__ == '__main__':
    main()

```

E.2 第5章の例

1.Preparation

```

import kwant

import tinyarray as ta
import numpy as np
import math
import cmath
import ffmpeg
from matplotlib import pyplot as plt
from matplotlib import animation as anim

sigma_0 = ta.array([[1, 0], [0, 1]])
sigma_z = ta.array([[0, 1], [1, 0]])
sigma_x = ta.array([[0, -1j], [1j, 0]])
sigma_y = ta.array([[1, 0], [0, -1]])

```

2. Define the system

```

def make_system(a=5, t=24.34, W=41, L=41, R=102.0, V0=10.0, alpha=1.0, Bi=5):
    lat = kwant.lattice.square(a, norbs=2)
    syst = kwant.Builder()

    def circle(pos):

```

```

(x, y) = pos
rsq = x ** 2 + y ** 2
return rsq <= R ** 2 # 円状の QD を作る

def barrier(site):
    x = site.pos[0]
    y = site.pos[1]
    r = math.sqrt(x ** 2 + y ** 2) / R
    if r > 1:
        r2 = 0
    else:
        r2 = r
    return (4 * t + V0 * (r2 ** 6)) * sigma_0 # QD の壁を定義

# Scattering region
syst[lat.shape(circle, (0, 0))] = barrier

# Hopping with Rashba SOI
syst[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = -t * sigma_0 - 1j * alpha * sigma_y
syst[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = -t * sigma_0 + 1j * alpha * sigma_x

# Leads
sym_left = kwant.TranslationalSymmetry((-a, 0))
left = kwant.Builder(sym_left)
left[(lat(0, j) for j in range(-20, 0))] = 4 * t * sigma_0
left[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = -t * sigma_0 - 1j * alpha * sigma_y
left[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = -t * sigma_0 + 1j * alpha * sigma_x
syst.attach_lead(left)

sym_right = kwant.TranslationalSymmetry((a, 0))
right = kwant.Builder(sym_right)
right[(lat(0, j) for j in range(1, 21))] = 4 * t * sigma_0
right[kwant.builder.HoppingKind((1, 0), lat, lat)] = -t * sigma_0 - 1j * alpha * sigma_y
right[kwant.builder.HoppingKind((0, 1), lat, lat)] = -t * sigma_0 + 1j * alpha * sigma_x
syst.attach_lead(right)

return syst

# 3. Plot a conductance and spin angles

def plot_spins(syst, energies, band):

    def atan3(x, y, shift): # atan の値域は変えられると便利
        angle = math.atan2(x, y)
        if angle > shift + math.pi:
            return angle - 2 * math.pi
        elif angle < shift - math.pi:
            return angle + 2 * math.pi
        else:
            return angle

    charge = []
    Phis = []
    Thetas = []

    lead_nr = 0

```



```

for energy in energies:

    wf = kwant.wave_function(syst, energy)
    sn = len(wf(lead_nr)[0]) // 2

    dx = np.empty(20)
    dy = np.empty(20)
    dz = np.empty(20)
    dc = np.empty(20)

    for n in range(site_nr - 20, site_nr): # 出力リード直前の 20 サイトで値を測定
        s = np.empty(2, complex)
        s[0] = wf(lead_nr)[band, 2*n]
        s[1] = wf(lead_nr)[band, 2*n + 1]
        dx[n+20-sn]=(ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_x, s))).real
        dy[n+20-sn]=(ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_y, s))).real
        dz[n+20-sn]=(ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_z, s))).real
        dc[n+20-sn]=(ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_0, s))).real

    bx = np.average(dx) / np.average(dc)
    by = np.average(dy) / np.average(dc)
    bz = np.average(dz) / np.average(dc)
    br = math.sqrt(bx ** 2 + by ** 2)
    phi = atan3(by, bx, shift = math.pi)
    theta = math.atan2(br, bz)

    charge.append(np.average(dc))
    Phis.append(phi)
    Thetas.append(theta)

# 出力スピンの角度 phi をプロットする場合
fig, fig_c = plt.subplots()
fig.subplots_adjust(right=0.8)
fig_q = fig_c.twinx()
plot1, = fig_c.plot(energies, charge, "C0")
plot2, = fig_q.plot(energies, Phis, "C1")
fig_q.set_ylim(0, 2 * math.pi)
plt.show()

```

4. Plot color maps of charge and spin density

```

def plot_wavefunction(syst, energy, band, index):
# ZB の場合と同じ

```

```

    lead_nr = 0

    wf = kwant.wave_function(syst, energy)
    site_nr = len(wf(lead_nr)[0]) // 2

    dx = np.empty(site_nr)

    for n in range(site_nr):
        s = np.empty(2, complex)
        s[0] = wf(lead_nr)[band, 2*n]
        s[1] = wf(lead_nr)[band, 2*n + 1]

```

```

        dx[n] = (ta.dot(ta.conjugate(ta.transpose(s)), ta.dot(sigma_x, s))).real

kwant.plotter.map(syst, dx)

# 5. Execute computation

def main():
    syst = make_system()
    kwant.plot(syst, file="Lattice.png")
    syst = syst.finalized()

    plot_spins(syst, energies=[0.001 * i for i in range(600, 2901)], band=0)

    for i in range(271, 281):
        plot_wavefunction(syst, energy = 0.005 * i , band=0, index="1")

if __name__ == '__main__':
    main()

```

参考文献

- [1] E. Rashba, Soviet Physics-Solid State **2**, 1109 (1960).
- [2] G. Dresselhaus, Physical Review **100**, 580 (1955).
- [3] R. Winkler, *Spin-orbit coupling effects in two-dimensional electron and hole systems*, 191 (Springer, 2003).
- [4] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, and T. Enoki, Physical Review Letters **78**, 1335 (1997).
- [5] 金善宇, 量子構造によるスピン偏極生成と検出, Ph.D. thesis, 東京大学大学院 (2013).
- [6] S. Kim, Y. Hashimoto, T. Nakamura, and S. Katsumoto, Physical Review B **94**, 125307 (2016).
- [7] 勝本信吾, 半導体量子輸送物性 (培風館, 2014).
- [8] P. Debray, S. Rahman, J. Wan, R. Newrock, M. Cahay, A. Ngo, S. Ulloa, S. Herbert, M. Muhammad, and M. Johnson, Nature nanotechnology **4**, 759 (2009).
- [9] M. Kohda, S. Nakamura, Y. Nishihara, K. Kobayashi, T. Ono, J.-i. Ohe, Y. Tokura, T. Mineno, and J. Nitta, Nature communications **3**, 1082 (2012).
- [10] J. Wan, M. Cahay, P. Debray, and R. Newrock, Physical Review B **80**, 155440 (2009).
- [11] M. Eto, T. Hayashi, Y. Kurotani, and H. Yokouchi, physica status solidi (c) **3**, 4168 (2006).
- [12] Y. Aharonov and D. Bohm, Physical Review **115**, 485 (1959).
- [13] 勝本信吾, 固体物理 **46**, 1 (2011).
- [14] A. Aharony, Y. Tokura, G. Z. Cohen, O. Entin-Wohlman, and S. Katsumoto, Physical Review B **84**, 035323 (2011).
- [15] B. Grbić, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. Reuter, and A. D. Wieck, Physical review letters **99**, 176803 (2007).
- [16] J. Nitta and T. Bergsten, New Journal of Physics **9**, 341 (2007).
- [17] Y. Aharonov and A. Casher, Physical Review Letters **53**, 319 (1984).
- [18] W. Zawadzki and T. M. Rusin, Journal of Physics: Condensed Matter **23**, 143201 (2011).
- [19] R. Gerritsma, G. Kirchmair, F. Zähringer, E. Solano, R. Blatt, and C. Roos, Nature **463**, 68 (2010).
- [20] L. J. LeBlanc, M. Beeler, K. Jiménez-García, A. R. Perry, S. Sugawa, R. Williams, and I. B. Spielman, New Journal of Physics **15**, 073011 (2013).

- [21] C. Qu, C. Hamner, M. Gong, C. Zhang, and P. Engels, *Physical Review A* **88**, 021604 (2013).
- [22] J. Schliemann, D. Loss, and R. Westervelt, *Physical review letters* **94**, 206801 (2005).
- [23] T. M. Rusin and W. Zawadzki, *Physical Review B* **80**, 045416 (2009).
- [24] P. Brusheim and H. Xu, *Physical Review B* **75**, 195333 (2007).
- [25] Y. A. Bychkov and E. Rashba, *JETP lett* **39**, 78 (1984).
- [26] P. Brusheim and H. Xu, *Physical Review B* **74**, 205307 (2006).
- [27] T. Benter, H. Lehmann, T. Matsuyama, W. Hansen, C. Heyn, U. Merkt, and J. Jacob, *Applied Physics Letters* **102**, 212405 (2013).
- [28] M. Yamamoto and B. Kramer, *Journal of Applied Physics* **103**, 123703 (2008).
- [29] E. Koop, M. Iqbal, F. Limbach, M. Boute, B. Van Wees, D. Reuter, A. Wieck, B. Kooi, and C. van der Wal, *Semiconductor Science and Technology* **28**, 025006 (2013).
- [30] M. Pioro-Ladriere, J. H. Davies, A. Long, A. Sachrajda, L. Gaudreau, P. Zawadzki, J. Lapointe, J. Gupta, Z. Wasilewski, and S. Studenikin, *Physical Review B* **72**, 115331 (2005).
- [31] <https://kwant-project.org/> ().
- [32] <https://www.python.org/> ().
- [33] <https://www.lfd.uci.edu/~gohlke/pythonlibs/> ().
- [34] T. Biswas and T. K. Ghosh, *Journal of Physics: Condensed Matter* **24**, 185304 (2012).
- [35] M. Topinka, B. LeRoy, R. Westervelt, S. Shaw, R. Fleischmann, E. Heller, K. Maranowski, and A. Gossard, *Nature* **410**, 183 (2001).
- [36] D. Grundler, *Physical Review Letters* **84**, 6074 (2000).
- [37] P. A. Lee and A. D. Stone, *Physical review letters* **55**, 1622 (1985).
- [38] M. Scheid, I. Adagideli, J. Nitta, and K. Richter, *Semiconductor Science and Technology* **24**, 064005 (2009).
- [39] G. Bergmann, *Physics Reports* **107**, 1 (1984).
- [40] M. Yang, P. Lin-Chung, B. Shanabrook, J. Waterman, R. Wagner, and W. Moore, *Physical Review B* **47**, 1691 (1993).
- [41] 岩崎優, スピン軌道相互作用のある量子リング系での干渉現象, Master's thesis, 東京大学大学院 (2015).
- [42] G. Seelig, S. Pilgram, A. N. Jordan, and M. Büttiker, *Physical Review B* **68**, 161310 (2003).
- [43] http://irobutsu.a.la9.jp/kougi/qm/qm2_12.html ().
- [44] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).

- [45] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957).
- [46] M. V. Berry, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences **392**, 45 (1984).
- [47] Y. Aharonov and J. Anandan, Physical Review Letters **58**, 1593 (1987).
- [48] T.-Z. Qian and Z.-B. Su, Physical review letters **72**, 2311 (1994).
- [49] D. Frustaglia and K. Richter, Physical Review B **69**, 235310 (2004).
- [50] B. Thaller, *The Dirac Equation* (Springer, 1992).