論文の内容の要旨

Aspects of anomalies in 6d superconformal field theories
(六次元超共形場の理論の量子異常の諸相)

氏名　　清水　浩之

本博士論文では、六次元超共形場の理論のいくつかの重要な側面に対して、量子異常を用いた場の理論的な解析を行う。特異点をプローブする D ブレーン上の有効理論や、F 理論の楕円型 Calabi-Yau 3-fold を用いた六次元へのコンパクト化によって、様々な六次元超共形場理論が得られることが 90 年代の後半から知られていた。近年、これらの六次元理論の代表例である (2,0) 理論のコンパクト化から、様々な低次元の超対称場の理論が得られること、さらに、それらの低次元理論の非摂動的性質が (2,0) 理論の解析から説明できることがわかった。こうした進展に触発され、(2,0) 理論に限らない様々な六次元超共形場理論に対しても、超弦理論と場の量子論それぞれの観点から多様な研究が蓄積しつつある。

六次元超共形場理論の解析において、量子異常が重要な役割を果たすことは古くから知られていた。古典論での対称性が、量子効果を導入することで破れる現象が量子異常である。ゲージ対称性に対する量子異常は、理論が無矛盾に定義できないことを示唆しており、これによって多くの六次元超共形場理論の候補が棄却される。また、六次元理論のゲージ対称性の量子異常の相殺は、F 理論の六次元へのコンパクト化によって現れるハイパー多重項のスペクトラムを決定する上でも有用な道具であった。

一方、六次元超共形場理論の大域的対称性に関する量子異常は、理論の自由度の数に関する情報を持った重要な物理量である。六次元超共形場理論は強結合の理論であるため、その物理量を計算することは一般的には極めて困難だが、大域的対称性の量子異常に関しては、この物理量がトポロジーに密接に関係するため、厳密に計算できる可能性があった。実際、我々は 2014 年に、現在知られている全ての六次元超共形場理論に対して、大域的対称性の量子異常を計算する手法を考案し、その妥当性を様々な例で確認した。この手法は、量子異常が繰り込み群の流れに対する不変量であることに着目した、場の理論的な計算法である。実際の計算は、強結合の六次元超共形場理論から、繰り込み群の流れで真空のモジュライ空

間のテンソル枝に移り、弱結合の非可換ゲージ理論における量子異常の計算に帰着させることでなされる。

さて、上述のように今や六次元超共形場理論の量子異常を計算する一般的な手法は確立されている。しかし、計算された量子異常を用いて、六次元超共形場理論について非自明な情報を引き出すことは、必ずしも十分になされていない。六次元超共形場理論は超弦理論を用いて実現されるが、超弦理論の手法を用いて得られる六次元理論に関する情報は、多くの場合に定性的なものにとどまる。量子異常の計算は場の理論に基づいているために、超弦理論だけからでは調べることができない六次元超共形場理論の持つ新たな性質を、量子異常の解析から引き出すことが可能だと考えられる。また、量子異常の計算から、F 理論のコンパクト化のような、超弦理論自体に関する新たな知見を得ることも期待できる。

以上のような動機に基づき、本博士論文では量子異常を用いて、六次元超共形場理論に関する幾つかの新たな知見を得る。具体的には、六次元超共形場理論の以下の 4 つの側面に着目する。

第一に、六次元超共形場理論の間の繰り込み群の流れに着目した。現在、超弦理論を用いて実現される六次元超共形場理論のほぼ完全なリストが得られている。そこで、これらの理論間の繰り込み群の流れを調べることは、次の段階の興味深い問題である。六次元理論の繰り込み群の流れは、理論のモジュライ空間に移動することで引き起こされる。これらの流れのうち、モジュライ空間のテンソル枝に付随するものは、F 理論を用いて調べることが可能であるが、ヒッグス枝に付随するものは、超弦理論的な手法では調べるのが容易ではない。

そこで、我々は繰り込み群の不変量である量子異常を用いて、ヒッグス枝に付随した、ある種の繰り込み群の流れが起こるか否かの判別条件を得た (Chapter.4)。具体的には、任意の六次元超共形場理論が、(1) 自由なハイパー多重項の集まり、あるいは (2) 六次元 (2,0) 理論、にヒッグス可能かを簡単に判別する条件をそれぞれ得た。これらの性質を持つ六次元超共形場理論は、トーラスコンパクト化に対して良い振る舞いをすることが知られており、我々の得た結果は六次元理論のコンパクト化を調べる上でも一つの指針になると考えられる。また、我々は場の理論的な計算に基づいて判別条件を得たが、その結果は M 理論による幾何学的な解釈ができることも発見した。

第二に、単純リー群 G の 1-インスタントンモジュライ空間 M(G) をヒッグス枝として持つ六次元超共形場理論に着目した。G が古典群の時は、このようなヒッグス枝を持つ六次元超対称ゲージ理論を ADHM 構成で作ることが可能であるが、多くの場合は超共形場理論にはならないと期待される。G が例外群の場合の ADHM 構成は知られていないが、G が E8 群の時は、E-string 理論と呼ばれる六次元超共形場理論が M(E8) をヒッグス枝に持つことが知られている。一方、G が他の例外群の場合にそのような六次元超共形場理論が存在するか否かは、超弦理論を用いて実現された理論のリストからは否定的であるものの、確実に否定するのは難しい未解決問題であった。

我々は、量子異常が繰り込み群の不変量であることを利用して、M(G) が六次元超共形場理論のヒッグス枝になりうるような単純リー群 G を全て決定した (Chapter.5)。得られた G のリストは、超弦理論を用いて実現できている六次元超共形場理論のリストと極めて首尾一貫していた。我々の解析は、純粋に場の理論的な無矛盾性に基づいているため、超弦理論に

基づく六次元超共形場理論への直感に対する、より厳密な検証となっている。(ただし、G が SU(3) の場合は、量子異常の解析からは排除できないが、そのような理論の超弦理論による実現法は知られておらず、今後の課題としたい。)　また、副産物として、E-string 理論の量子異常を簡単に計算する方法が発見された。

第三に、六次元超共形場理論のテンソル枝における超対称弦に注目した。六次元超共形場理論はそのテンソル枝において、零質量の多重項からなる非可換ゲージ理論とそれらに結合する有質量の弦的な励起で記述される。このうち有質量の弦は、テンソル枝上ではそれほど重要でなく見えるが、テンソル枝の原点では質量を失い、六次元超共形場理論の基本的な自由度となる。よって、これらの弦の性質、特に世界面上の二次元超共形場理論を解析することは、テンソル枝上の理論を一種の弦理論として散乱振幅などの計算をしたい場合に、極めて重要である。

我々は、六次元理論の量子異常から、弦の世界面上の二次元理論の量子異常を計算する公式を発見した (Chapter.6)。この公式は、全ての六次元理論の全てのタイプの弦に対して適用可能であるため、極めて強力であると考えられる。実際、我々はいくつかの具体例に対して、我々の得た一般公式が正しく世界面理論の量子異常を再現することを確認した。我々の公式で得られた量子異常は、弦の世界面の二次元超共形場理論が何かを具体的に決定する際に有用であると期待される。また、我々は、六次元超共形場理論の持つ幾つかの特徴的な性質について、テンソル枝上の弦の量子異常の観点から新しい説明を与えた。

第四に、M 理論における frozen 特異点をプローブする M5 ブレーン上の有効理論として現れる六次元超共形場理論に注目した。M 理論の ALE 特異点には、その上に現れる七次元のゲージ場が本来よりも小さくなった “frozen” 特異点という変種たちが存在する。しかし、この frozen 特異点の性質は十分に解明されたとは言えなかった。特異点の性質を調べるには、その特異点をプローブするブレーンを用意し、その上の有効理論を解析するという手法がある。そこで、frozen 特異点をプローブする M5 ブレーン上の六次元超共形場理論を考察する。

我々は、六次元超共形場理論の量子異常から、frozen 特異点の上に局在する七次元の Chern-Simons 項を特定した (Chapter.7)。まず、六次元理論の量子異常自体は、M 理論から F 理論の描像へ移り、テンソル枝上での有効理論を特定することで計算できる。次に、特異点上に七次元の Chern-Simons 項があると、量子異常流入により、ブレーン上の量子異常にそれに対応した寄与が現れることに着目する。我々は、先に計算した量子異常から、逆に特異点上の七次元 Chern-Simons 項を特定することに成功した。計算結果は、frozen 特異点に対する新たな “Euler 数” を含んでおり、この数の M 理論的な解釈を追求するのは興味深い課題だと思われる。

以上のように、本博士論文では、六次元超共形場理論の量子異常の計算を通して、超弦理論だけからは得ることが難しかった、六次元理論に関する新たな様々な結果を得ることに成功した。量子異常の応用は、本博士論文で取り扱ったもの以外にも多く存在すると考えられ、六次元超共形場理論の性質が今後さらに解明されることが期待できる。