

## 論文審査の結果の要旨

氏名 中川 裕也

本論文は 5 章からなる。第 1 章は緒論である。第 2 章、第 3 章、第 4 章が本論である。第 5 章では結論と展望が述べられている。

第 1 章では本研究の中心概念である、量子多体系におけるエンタングルメントエントロピー（フォンノイマン・エンタングルメントエントロピーとレニー・エンタングルメントエントロピー）と熱的純粋状態について述べたあと、本研究の動機と目的と本論文の構成について述べられている。レニー・エンタングルメントエントロピーは、整数  $n$  で特徴づけられ、 $n=1$  のときにフォンノイマン・エンタングルメントエントロピーに帰着するという意味で、拡張したエンタングルメントエントロピーと見做すことができる。熱的純粋状態とは、任意の局所演算子の期待値が熱平衡値と一致する純粋状態のことである。

第 2 章では、カノニカル熱的純粋状態の定義と、その状態における 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーの解析的な表式（以下「公式」と呼ぶ）が導かれている。この公式は温度のみに依存する二つの未知関数と量子系のある方向の長さ  $L$  と部分系の長さ  $l$  とを用いて表される。著者は一次元量子スピン系における数値結果との比較を通して、この「公式」の妥当性を例証している。さらに著者はより広いクラスの熱的純粋状態で成り立つ仮説としてこの結果を提示した。また、カノニカル熱的純粋状態を含む、「かき混ぜられた (scrambled) 純粋状態」を新たに定義し、その状態において「公式」が成り立つことを論じた。

第 3 章で著者は一次元量子スピン系の純粋状態に対する量子クエンチ後、十分時間が経った後に実現する状態における 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーを数値的対角化によって調べ、非可積分スピン模型だけでなく、スピン  $1/2$  のハイゼンベルグスピン鎖においても「公式」が成り立つことを示した。一方「公式」が成り立たない系として、スピン  $1/2$  XX 模型、 $1+1$  次元（空間 1 次元+時間 1 次元）における自由ディラックフェルミオン系の量子クエンチ後の終状態についても議論している。さらに冷却原子系の実験において測定された 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーが「公式」と測定の不確かさの範囲ではほぼ一致することを示した。

第 4 章で著者はエネルギー固有状態における「公式」の成否を、スピン  $1/2$  の XXZ 模型（可積分系）とそれに次近接交換相互作用を加えた模型（非可積分系）において数値的対角化を用いて調べ、可積分系では「公式」とのずれがサイズとともに増大し、非可積分系ではそのずれはサイズとともに減少することを示した。この性質から 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーの「公式」と与えられた系の値のずれのサイズ依存性を調べることで与えられた系が可積分系か否かを判定できると著者は主張している。また著者らがエネルギー固有状態に対する 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーに関する成果を発表後、発表された他の研究についても論じ、著者らの「公式」がエネルギー固有状態で成

り立たない非可積分系の存在についても言及している。

本研究によって得られた成果の意義は次の点に認められる。カノニカル熱的純粋状態の 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーの密度は熱平衡状態における値と一致することが本研究で示されたことにより、熱的純粋状態の新たな性質が明らかになった。これが第 1 の意義である。その際、2 次のレニー・エンタングルメントエントロピーの「公式」を与え、数値計算や実験値から 2 次のレニー・エンタングルメントエントロピー密度の熱力学極限での値の評価の定量性を改善したことが第 2 の意義である。第 3 の意義は、量子クエンチ後、ある定常状態へと時間発展していく過程をかき混ぜられた(scrambled)純粋状態へと収束する「熱化」の過程と見做す物理的描像を与えた点にある。

純粋状態を用いて量子系の熱力学を定式化する研究において熱的純粋状態の性質の理解と純粋状態を特徴づけるレニー・エンタングルメントエントロピーの理解は重要である。上記に述べた点においてレニー・エンタングルメントエントロピーと熱的純粋状態の性質を明らかにしたことで、本研究は量子孤立系と熱力学の関係に新たな知見を与えたと見做すことができる。

本論文 2 章、3 章、4 章の成果は藤田浩之氏、杉浦祥氏、渡邊真隆氏との共同研究であり、現在原著論文として投稿済みである。しかし論文提出者が主体となって分析及び検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって本審査委員会は博士（理学）の学位を授与できるものと認める。