

論文の内容の要旨

論文題目 Data-Driven Analysis of Dynamical Systems Based on the
Koopman Operator: A Machine Learning Perspective
(クープマン作用素に基づく力学系のデータによる解析：
機械学習の視点から)

氏名 武石 直也

現代の工学システムや科学の諸分野において、時系列データの分析は重要な役割を果たしている。例えば、工学システムの安全で効率的な運用のためにはセンサから得られる諸情報を日々監視することは欠かせないし、時系列データの効果的な分析は科学的発見を得る大きな助けになる。本論文では、そのような時系列データを生成する力学系をデータに基づいて解析する手法について論ずる。特に、力学系のクープマン作用素に関する理論に基づく力学系のモード分解に注目する。このモード分解手法は、非線形力学系を線形作用素の理論に基づく方法で解析できることから、制御や流体力学などの様々な分野で活用されている。特に、分解によって得られるモードの空間パターンから力学系に内在する構造を推察したり利用したりするためによく用いられてきた。そのようなモード分解をデータに基づいて実現するための数値アルゴリズムのひとつとして、動的モード分解 (dynamic mode decomposition, DMD) が知られている。

DMDはこれまで数値流体力学などでの応用では効果的であることが知られてきたが、その他の将来的な応用分野において、データの性質の如何によってはDMDに必要な条件が満たされない場合がある。その場合、クープマン作用素に基づくモード分解をDMDで実現することができず、理論的正当性が不明瞭なデータ分析を行うことになってしまう。本論文は、クープマン作用素に基づくモード分解をより幅広い対象に適用できるようにするため、機械学習的視点から新たな手法を提案するものである。

本論文は第1章から第6章までからなる。第1章では、時系列データ分析や力学系解析の動機および本論を進めるうえで必要な数学的背景を紹介する。

第2章では、DMDの拡張のひとつとして、スパース非負値DMDを提案する。これは、DMDを画像や動画などの非負値性を持つデータに対して適用することを念頭においたものである。本章では、正則化や制約を動的モードに導入するためにDMDを最適化問題として再定式化し、交互最適化によって求解することなどを提案している。また、提案手法によって動画の背景前景分離においてより解釈性の高い結果が得られることなどを示している。

第3章では、確率的DMDおよびその発展としてベイズ的DMDを紹介する。これは、観測ノイズなどによってデータに付随する不確かさをDMDにおいて適切に扱うための方法である。提案された確率モデルの最尤推定量が従来のDMDの推定量とある条件のもとで一致することから、提案手法はDMDの適切な確率的・ベイズ的拡張であるといえる。また、提案手法に基づいて、DMDの更なる拡張をベイジアンモデリングという一貫した立場のもとで考えることができる。本章ではその例としてベイズ的スパースDMDを提案し、動的モードのスパース性を促す事前分布を用いることでモデル選択が自動的に行えることを示す。

第4章では、ランダム力学系から得られるデータにさらに観測ノイズが含まれているという状況で動的モードを適切に計算するという課題に取り組む。従来のDMDとその派生手法では、ランダム力学系によるプロセスノイズとセンサ誤差等に起因する観測ノイズの両者が存在するようなデータでは、理論的に適切な分解を計算することができなかった。本章では、制御の分野で用いられてきた部分空間同定法に基づく計算手法として部分空間法DMDを提案し、複数の数値実験とともに上記の課題が解決できることを示している。

第5章では、DMDによってクープマン作用素に基づくモード分解を行ううえで必要な仮定を満たすようなデータの変換をデータそのものから学習する手法を提案する。実はDMDによってクープマン作用素に基づくモード分解を実現するためには、クープマン作用素に対して不変な関数空間をなすオブザーバブルからデータが生成されている必要がある。しかし、データが低次元である場合などにおいては、この仮定が近似的にでも満たされることはまれである。そこで本章では、分析対象の時系列データに対して線形モデルがよく当てはまるようになるようなデータの非線形変換を学習する方法を提案する。さらに、それをニューラルネットワークによって実装した例を示している。複数の数値実験から、提案手法をデータに施すことでDMDを適切に行えるようになることが確認される。

第6章では、本論文の貢献についての要約、および今後の研究において取り組まれるべき点について述べる。