

審査の結果の要旨

論文提出者氏名 堀田 俊樹

相互作用する多体系の相転移現象は、統計物理学における代表的な問題の一つであり、実験、解析計算、数値計算など様々な側面から研究が行われてきた。一般的に臨界現象は、系の次元や秩序変数の対称性などごく少数のパラメータによりユニバーサリティクラスに分類される。しかしながら、長距離相互作用やランダムネスが存在する系では、元々の臨界現象とは異なる振る舞いが現れる。パラメータによる臨界指数の連続的な変化は、系の有効次元の変化と解釈することができる。本論文においては、マルコフ連鎖モンテカルロ法をはじめとする様々な計算科学的手法が開発・導入され、それらを用いた大規模シミュレーションにより、長距離相互作用系やランダム場イジング模型の臨界現象が詳細に調べられている。

第一章は緒言である。長距離相互作用系及びランダム場イジング模型の導入が行われている。長距離相互作用系では、距離に対しべき的に減衰する相互作用が特に興味の対象である。べきの大きい極限と小さい極限での振る舞いはよく知られているが、その中間の領域、特に領域境界について諸説議論があることが述べられている。また、空間的相関を持つランダム場イジング模型が導入され、その臨界現象の解析が困難であること、数値的な側面での研究が不足している旨が述べられている。また、本論文におけるこれらの困難に対する解決法の概要が列挙されている。

第二章では、相転移現象と有効次元について議論されている。前半では臨界現象全般に共通する理論について、後半では長距離相互作用系及びランダム場イジング模型の臨界的振る舞いや有効次元の変化について、先行研究の紹介を交えて述べられている。現在議論の対象になっている問題や仮説についてまとめられており、本論文で明らかにすべき問題が記されている。

第三章では、マルコフ連鎖モンテカルロ法について説明がなされている。サンプリング手法としての原理や利点、代表的な手法である局所更新やクラスタアップデートについて書かれている。さらに、第四章で使われるシミュレーション手法である Fukui-Todo 法の原理やアルゴリズムが詳細に解説されている。

第四章ではまず、長距離相互作用系に対する新たに開発された計算・解析手法が導入されている。任意の次元・減衰指数に対する一般化された Ewald 法、高次の磁気モーメント測定的一般論、組み合わせ Binder 比などである。その後、二次元長距離相互作用系におけるシミュレーションの結果とその解析が示されている。特に、平均場クラスと中間領域、および中間領域と最近接ユニバーサリティクラスの境界となる相互作用の臨界減衰指数 (critical decay exponent) が、それぞれ $\sigma = 1.0$ 及び $\sigma = 1.75$ である事が結論されている。

第五章は、空間的相関を持つランダム場イジング模型の計算手法や計算結果についてである。任意の相関行列を有するガウス分布の生成手法や、臨界現象がより明白に現れる相図上の経路の取り方について説明されている。また、シミュレーションの結果得られた臨界点の推定値やその推移、および有限サイズスケーリングによる臨界指数の見積もりと有効次元の推定方法が述べられている。解析の結果、ランダムネスの相関の強さが中間的な領域では、相関が有効次元を減少させる傾向があることが示された。また、異なる次元での臨界指数の比較から、有効次元の減衰指数依存性が上部及び下部臨界次元と同様であることが確認された。一方、相関が一定以上強く有効次元が小さい領域においては、有限サイズ効果が非常に大きく、本論文の計算規模では臨界現象の詳細な解析は困難である事が結論された。

第六章は結言である。長距離相互作用やランダム場が有効次元に及ぼす影響や、本論文により得られた新たな見知についてまとめられている。

本論文では、イジング模型の臨界現象と有効次元の関係について、これまで未解決であった境界を確定すると同時に、空間的な相関のあるランダムネスについて初めて定量的な評価が行われた。計算科学的な側面としては、今回開発・導入された新たな計算手法は、様々な長距離相互作用系や相関ランダム系の今後研究においても有用である。また、本論文により推定されたイジング模型の非整数の有効次元は、空間次元の実数領域への定義の拡張の指針の一つとなると考えられる。なお、本論文の内容は、指導教員(藤堂)、また、諏訪秀磨氏との共同研究であるが、手法の開発、シミュレーションの実行、解析などに関して、論文提出者本人の寄与が主であると判断される。

よって本論文は博士(工学)の学位請求論文として合格と認められる。