

審 査 の 結 果 の 要 旨

氏 名 久保 奨

博士（学術）久保奨提出の論文は、「Applications of max-plus algebra to scheduling problems (マックスプラス代数のスケジューリング問題への応用)」と題し、4章と付録からなっている。

スケジューリング問題は、歴史的には製造業における生産ラインの効率化に端を発しているが、空港における飛行機のゲートへの割振りなど、サービス業においても広く見られるものであり、社会的に非常に重要な問題である。しかし、多くの場合、全探索を行うと組合せ爆発が起こり、最適解を求めるのは極めて難しい。学位申請者は、これまであまり使われていない手法であるマックスプラス代数を利用して、この問題に取り組み、最適解について理論的な分析を行った。

第1章は序論であり、スケジューリング問題を概観するとともに、本論文で扱う、生産ラインによく見られるフローショップ問題と並列機械問題に関する先行研究をまとめている。また、今回分析手法として用いるマックスプラス代数についての既存結果を示し、最後に本研究の背景と動機について述べている。

第2章では、フローショップ問題について、マックスプラス代数における行列を使った新たな定式化を提案している。これまでジョブを行列に対応させる定式化は知られていたが、機械も行列に対応させられることを示している。この定式化により非順列フローショップも扱うことができ、マックスプラス代数を用いて初めて可能になった成果である。そして、この定式化を用いて、メイクスパンを最小にする順列フローショップにおいて、これまで知られていない多項式時間で最適解が求まる条件を提示している。また、no-wait と呼ばれる機械間にジョブの待ち時間がない条件と no-idle と呼ばれる機械が連続稼働する条件の双対性や、メイクスパン最小の no-wait フローショップ問題の巡回セールスマン問題への帰着などについて、これまで知られている結果に対しても簡潔かつ代数的な別証明を与えており、フローショップ問題を統一的に扱うことに成功している。さらに、線形代数における命題のマックスプラス代数におけるアナロジーを考えることで、古くから標準的に使われているジョンソンルール

対応する線形代数の立場からの問題を明示している。

第3章では、メイクスパンを最小にする同一並列二機械問題（分割問題）について、理論的な分析を行っている。この問題は、与えられた n 個の整数を2つの集合に分け、各々の集合内の数の和がもう一方の集合内の数の和と等しくなるかを判定する問題であり、NP 完全であることが知られている。今回、当該問題の数学的構造が、マックスプラス代数における方程式を解くことで明らかにできることが判明した。具体的には、この問題は、与えられた整数の1つが、他の整数からなる係数の方程式の解となるかどうかを判定することに等しいことが示された。この手法により、2つの集合の和が等しくなる可能性のある全ての分割方法が計算できる。さらに、 n が6までの場合には、具体的に方程式を解き、その数学的構造を完全に明らかにした。

第4章は結論であり、以上の結果をまとめ、本研究の有用性や今後の発展可能性について論じている。

以上、要するに、本論文において、生産ラインによく見られるフローショップ問題と同一並列機械問題に対して、マックスプラス代数を用いて、新たな定式化を提案するとともに、応用上も有用と考えられるいくつかの結果を導いた。得られた研究成果は、問題設定の有意義さ、アプローチの新規性、および結果や理論の妥当性、のいずれも十分な水準にあると認められる。

よって本論文は博士（学術）の学位請求論文として合格と認められる。