

## 審査の結果の要旨

論文提出者氏名 李 楊

進行波は、空間的に拡がりをもつ力学系に遍在する現象である。近年、脳科学的研究により、進行波が脳の新皮質および辺縁系などにおいて観察されることが報告されており、進行波のパターンとそれらの機能や自律調節メカニズムの間に関係があるのではないかと考えられている。こうした関係性の解明に向けて、ニューラルネットワークモデルに見られる進行波の基礎特性を理解することは重要であると考えられる。本論文は、脳の非線形動力学モデルとして用いられるセルラーカオスニューラルネットワークに着目し、力学系理論の観点から、その進行波ダイナミクスの基礎特性と制御方法に関する理論的解析を行うことを目的としている。

本論文は「Theoretical Analysis on Wave Dynamics in Cellular Chaotic Neural Networks」（セルラーカオスニューラルネットワークの波動ダイナミクスに関する理論的解析）と題し、6章からなる。

第1章「Introduction」（序論）では、実際の神経系および人工ニューラルネットワークにおける平面波やスパイラル波などの進行波に関する研究背景と現状を説明している。特に、連想記憶のためのセルラーカオスニューラルネットワークにおけるスパイラル波の制御方法が、十分に研究されていないという問題点を指摘している。また、進行波と分岐現象の関連性を説明し、進行波の解析において高次元の分岐現象の解析が有効かつ重要なアプローチであることを主張している。

第2章「Preliminaries of Local Bifurcation Theory」（局所的分岐理論の準備）では、連続時間力学系の局所的分岐に焦点を当て、分岐理論の基礎について簡単に説明している。位相同型、分岐、中心多様体、標準形、余次元などの力学系理論における重要な概念を述べたあと、第3章のための準備として、余次元2の局所的分岐の一つであるBogdanov-Takens (BT)分岐を詳しく説明している。

第3章「Normal Form Derivation for BT Bifurcations」（BT分岐の標準形の導出）では、パラメータ変換に重点を置き、 $m$ 個のパラメータを含んだ $n$ 次元システムにおけるBT分岐のパラメトリックな標準形の導出について考察している。サドルノード分岐が関与する一般的な場合については、2次近似の分岐図の決定に必要な計算式が導出されている。また、トランスクリティカル分岐またはピッチフォーク分岐が関与する場合については、2次近似のパラメータ変換を表す単純な式が示され、これにより明示的な横断条件および分岐図の作成が可能となっている。特に、 $Z_2$ 対称性を持つシステムでは、その計算を部分空間内に制限できることも証明されている。これらの結果は、既存の手法に比べて、パラメータ変換の計算、横断条件のチェック、および分岐図の描写を迅速かつ容易にし、様々な実システムにおける余次元2のBT分岐の解析に役立つものである。

第4章「Plane Waves in Chaotic Neural Field Model」（カオスニューラルフィールドモデルにおける平面波）では、簡略化した条件下のカオスニューラルネットワークを神経場モデルで近似し、神経場における平面波ダイナミクスを解析している。先行研究によく見られるFitzHugh-Nagumo型反応拡散系な

どの典型的な興奮系における平面波とは異なり、ここでは、Liénard型対称局所的ダイナミクスと非線形拡散カップリングを有する振動系における平面波を扱っている。動座標系を導入した進行波方程式に対し、前章で述べた手法を用いて分析を行い、ほとんどすべての波速でBT分岐が常に起こることが示されている。比較的高い波速の区間では、周期波、周期波のフォールド、および孤立波が現れ、比較的低い波速の区間では、周期波と進行波、周期波のフォールドが存在することが示されている。さらに、振幅が十分に小さい周期波が不安定であることを理論的に示しており、より大きな振幅を有する周期波の安定性については数値的に調べている。以上のように、振動系の平面波に関して、パラメータ空間における挙動の多様性と性質を明らかにしている。

第5章「Spiral Waves in the Cellular Chaotic Neural Network」(セルラーカオスニューラルネットワークにおけるスパイラル波)では、セルラーカオスニューラルネットワークにおけるスパイラル波ダイナミクスを調べ、カオス的なスパイラル波を除去するための動的位相空間拘束(DPSC)法を提案した。この方法では、位相特異点を検出するために、ニューロンのフィードバック内部状態から制御信号を構築し、その制御信号によって変調される閾値により、ニューロンの不応性内部状態を切り捨てることにより、スパイラル波を停止させている。均質な状態が得られた後に制御を停止する従来手法とは異なり、提案手法では制御は自動的に終了し、均質な同期発振状態だけでなく、様々な周期を持つ平面波状態にシステムを制御できることを数値実験で明らかにしている。なお、未制御および制御後のダイナミクスを比較することにより、実際の神経系に見られた挙動の特徴が定性的に再現されている。これらの結果は、DPSC法がカオス制御に応用できることを示しており、セルラーカオスニューラルネットワークの応用および実際の神経系における進行波パターンの理解に有用な結果である。

最後に第6章「Epilogue: Conclusions and Prospects」(結語: 結論と見通し)では、本論文の成果を簡潔にまとめ、今後の研究課題を提示している。

以上を要するに、本論文では、多くの実システムに現れる余次元2のBT分岐の既存分析手法を改善し、それをセルラーカオスニューラルネットワークに対応する神経場モデルに適用し、BT分岐を中心としたセルラーカオスニューラルネットワークにおける平面波の特性を解明している。さらに、スパイラル波を非スパイラル波に転換し、自動的に停止できる制御手法を開発している。これらの成果は、数理情報学分野、そして非線形科学分野に寄与するものである。

よって本論文は博士(情報理工学)の学位請求論文として合格と認められる。