

高速土砂流動の数値解析の一手法と課題

A Method and its Problems for Numerical Analysis of Rapid and Long-Travelling Soil Flows

阿部 慶太*・沼田 宗純*・小長井 一男**

Keita ABE, Muneyoshi NUMATA and Kazuo KONAGAI

1. はじめに

斜面崩壊は緩慢な地すべりから急激な崩壊、落石、土石流とその様相は対象によって大きく異なる。いわゆる地すべりとされる斜面崩壊は、一般に規模は大きいとその動きが緩慢で、常時の観測ですべりの進行の異常を検知することが可能である上、ボーリング、集水井などの地下水対策、アンカーや抑止杭などのすべり土塊の移動抑制を行うことも有効である。一方、崩壊、落石、土石流のような斜面崩壊は、前駆現象が明確に現れないか、あるいはその確認が困難で、すべりそのものを止めることが容易でなく、一旦崩壊が始まればその土砂は高速で極めて長距離を流下し被害を拡大する。したがって、この種の斜面崩壊に対しては崩壊土砂がどの程度でどこまで流れ下る可能性があるのか正しく評価し、それを地域防災に活かさなければならず、そのためにはまず、それらを適切に再現できる大変形解析のためのツールを構築する必要がある。

地盤の大変形の解析のために、有限要素法 (FEM)、有限差分法 (FDM) のような数値解析手法が広く使われており、例えば FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua)¹⁾ に基づく有限差分は低近似ひずみ要素を用いて大変形解析を行う。しかし、物質の移動が大きい場合には、要素の変形が著しくなり計算が破綻する。

一方、水など構成関係が複雑でない媒質を主に扱う流体動力学分野では、オイラー式記述による手法が用いられる。Sulsky ら²⁾ はこの手法を固体の変形解析に用いた。この手法は MPM (Material Point Method) と呼ばれるもので、解析対象となる物質を、空間に固定されたオイラー要素上に自由に移動できる多数の粒子 (Lagrangian Points) で表現し、粒子が運ぶ物質の情報を時々刻々要素上にマッピングして要素の節点で運動方程式を解いて、その情報を再び粒子により運ぶことで大きく変形する物質を解析する手法である。

本報告では東京大学生産技術研究所小長井研究室により

開発された MPM の一つである LPFDM (Lagrangian Particle Finite Difference Method)³⁾ の概要およびこの手法の高速土砂流動解析への適用と課題について報告する。

2. LPFDM の概要

LPFDM は MPM の解析スキームに、FLAC のアルゴリズムを反映させたものである。FLAC 同様、一要素内のひずみが均一と仮定されるので、要素のサイズが解析の精度を大きく支配し、精緻な解析に必ずしも適さない。しかし、そのアルゴリズムがきわめて平易に記述できるため、大変形解析の可能性と課題を考える上での手がかりを与えるものとして有効である。

2.1 解析の流れ

LPFDM は陽解法の時刻層有限差分法である。物質の情報 (ラグランジュ変数) は個別の粒子 (ラグランジュ粒子) により空間に固定された矩形要素 (オイラー座標) 上に自由に移動する (図 1)。粒子により運ばれたラグランジュ変数 (位置、質量、応力、ひずみ、間隙水圧などの物質情報) は一定時間刻み毎に粒子の存在する要素に投影され、さらに内挿関数を通して要素の節点に集約される。そして、この節点に対し運動方程式を解いて次ステップでの節点の変位増分を求める。この時点で、要素は粒子を載せながら変形しラグランジュ変数も更新される。変形した要素は次ステップに備え、移動した粒子を残して再び元の位置に戻される。図 2 に LPFDM の解析フローを示す。

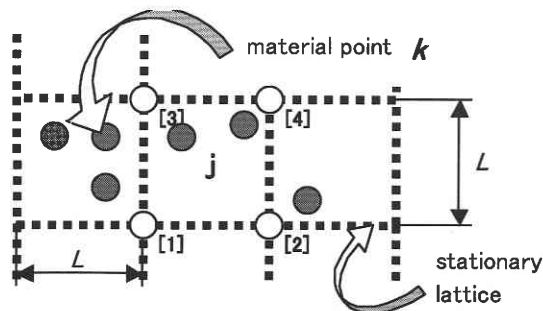


図1 オイラー要素 (破線) とラグランジュ粒子群

*東京大学大学院工学系研究科

**東京大学生産技術研究所 基礎系部門

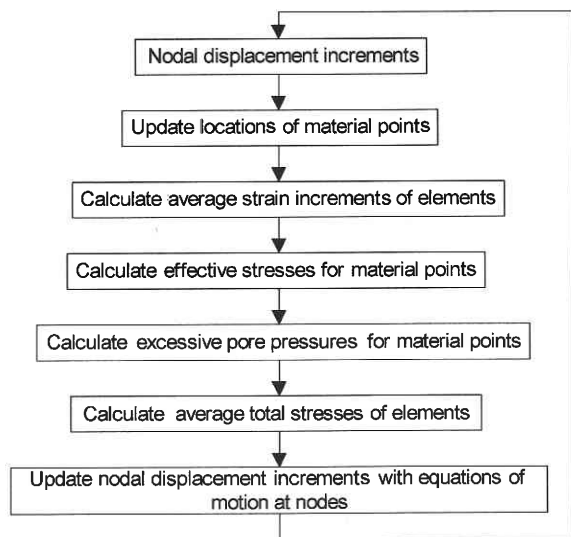


図2 LPFDMの解析フロー

2.2 要素内の応力-ひずみ関係

節点での変位増分を通して要素は変形し、要素内にひずみが生じる。LPFDMではこのひずみを求めるため、FLACで用いられている Gauss (Gauss') の発散定理を用いる。すなわち、要素が矩形で節点での変位増分 Δu_i が要素の各辺で線形に変化すると、

$$\left\langle \frac{\partial \Delta u_i}{\partial j} \right\rangle = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^4 \langle \Delta u_i \rangle_k n_j \Delta s_k \dots\dots\dots (1)$$

ここで、右辺は要素内での平均ひずみ増分、 $\langle u \rangle_k$ 、 Δs_k は辺 k 上での u の平均値および辺 k の長さ、 A は要素の面積である。このひずみ増分 $\Delta \epsilon_{ij}$ から、各粒子の有効応力増分 $\langle \Delta \sigma_{ij} \rangle_p$ は線形等方弾性体の構成則を用いて、

$$\langle \Delta \sigma_{ij} \rangle_p = \lambda_p \Delta \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu_p \Delta \epsilon_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

と表せる。この応力増分 $\langle \Delta \sigma_{ij} \rangle_p$ を用いて更新された各粒子の有効応力 $\langle \sigma_{ij} \rangle_p$ は図3に示すセメンテーションの効果を検討した Mohr-Coulomb 則によるひずみ軟化モデルを用いて塑性の影響を取り入れながら更新される。そして、ダルシーおよびエルガン (Ergun) 式等により求められる間隙水圧 p_p を用いて要素 e 内の平均全応力 $\langle \sigma_{ij} \rangle_e$ が次式で求められる。

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_e = \left\{ \sum_{p \in e} \frac{m_p}{\rho_p} \left(\langle \sigma_{ij} \rangle_p + p_p \delta_{ij} \right) \right\} / A \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 m_p / ρ_p は各粒子の体積である。この応力を用いて要素の節点における節点力が求められる。

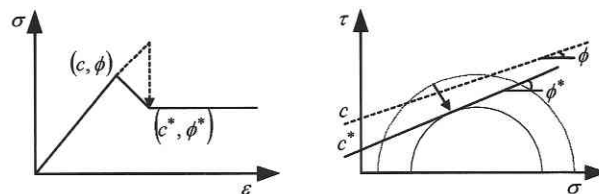


図3 ひずみ軟化モデル

3. 高速土砂流動解析への適用

ここで対象とする斜面崩壊は、そのすべり面深さに比べて、幅、長さが比較的大きく、明確なすべり面が想定でき、移動する地すべりブロックはこの面上に広がるマットのような薄層とみなしうるものとする。また土砂攪拌の度合いは、地すべりブロックがまとまって滑っていく程度で、さほど大きくないものとする。

3.1 斜面の2次元曲面としてのモデル化

はじめに、斜面上の土塊を2次元曲面としてモデル化する。⁴⁾ 図4に示すように要素を斜面上に投影し、その投影された要素上で計算を行う。また、各々の粒子を図5に示すように土の柱として表現しこれを取り巻く粒子との関係でその高さを変化するようにして流動中の土砂厚の変化を記述できるようにする。

3.2 土柱に働く応力-ひずみ関係

要素内に生じるひずみは前節で述べたように Gauss の発散定理により求められる。このひずみにより求められる各粒子の応力 $\langle \sigma_{ij} \rangle_p$ は粒子が表す土柱の高さに関わらず変化しないものとする。この応力に各土柱に働く自重の影響を考慮すると土柱としての各粒子の応力は

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (\sigma_{xx})_p + K_0 \gamma z, & \sigma_{yy} &= (\sigma_{yy})_p + K_0 \gamma z \\ \sigma_{xy} &= (\sigma_{xy})_p, & \sigma_{zz} &= \gamma z, \end{aligned} \text{ with } K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \dots\dots\dots (4)$$

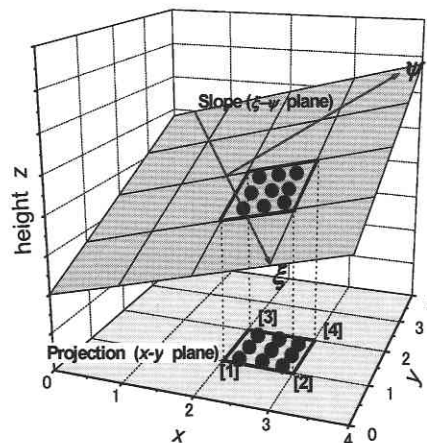


図4 オイラー要素 (x-y座標系) の斜面 (xi-psi面) 上への投影

と表される。さらに、これらの応力成分を土柱の高さ方向に平均化することにより、以下の平均応力成分を用いて土柱をひとつの土要素としてみなすことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{xx} &= (\sigma_{xx})_p + \frac{1}{2}K_0\gamma h, & \tilde{\sigma}_{yy} &= (\sigma_{yy})_p + \frac{1}{2}K_0\gamma h \\ \tilde{\sigma}_{xy} &= (\sigma_{xy})_p, & \tilde{\sigma}_{zz} &= \frac{1}{2}\gamma z \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

これらの応力成分を用いて主応力を求め、3次元応力状態に対する Mohr-Coulomb 則を適用することにより塑性の影響を取り入れることができる。このとき、この土柱に働く主応力は $\tilde{\sigma}_{zz}$ を含んで以下のように表される。

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_a &= \left(\frac{(\sigma_{xx})_p + (\sigma_{yy})_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\sigma_{xx})_p - (\sigma_{yy})_p}{2} \right)^2 + (\sigma_{xy})_p^2} \right) + \frac{1}{2}\gamma h \\ \tilde{\sigma}_b &= \left(\frac{(\sigma_{xx})_p + (\sigma_{yy})_p}{2} - \sqrt{\left(\frac{(\sigma_{xx})_p - (\sigma_{yy})_p}{2} \right)^2 + (\sigma_{xy})_p^2} \right) + \frac{1}{2}\gamma h \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

これら3つの主応力から、最大、中間および最小主応力が以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \max(-\tilde{\sigma}_a, -\tilde{\sigma}_b, -\tilde{\sigma}_{zz}) \\ \sigma_2 &= \text{intermediate}(-\tilde{\sigma}_a, -\tilde{\sigma}_b, -\tilde{\sigma}_{zz}) \quad \dots\dots\dots (7) \\ \sigma_3 &= \min(-\tilde{\sigma}_a, -\tilde{\sigma}_b, -\tilde{\sigma}_{zz}) \end{aligned}$$

これらの主応力を用いて図6に示すような Mohr の円を描き Mohr-Coulomb 則を適用する。この際、3次元の場合においても前節で紹介したセメンテーションの効果を考慮した Mohr-Coulomb 則によるひずみ軟化モデルを用いて塑性の影響を考慮した。

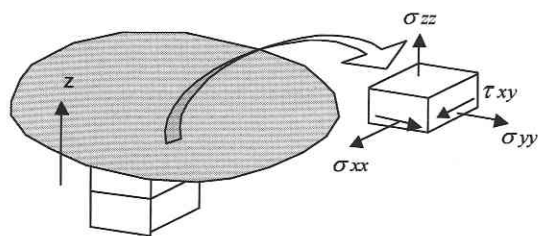


図5 各粒子が表現する土柱

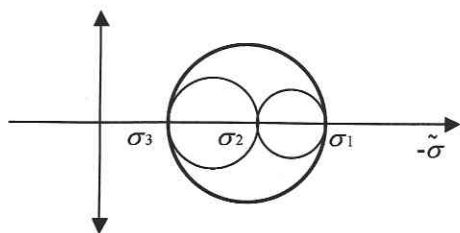


図6 3次元空間での Mohr の円

3.3 解析事例

以上に示したモデルを用いて、斜面崩壊のシミュレーションを行った。地すべりブロックは既述した Mohr-Coulomb 則に従うものとし、粘着力と内部摩擦角はラグランジュ粒子毎にばらつきをもたせ、全体としてなめらかな応力-ひずみ関係を再現するようにした。地すべりブロックの物性値(平均値)は表1に示すとおりである。

斜面のすべり面での摩擦力に関しては、佐々ら⁵⁾により、斜面崩壊時にすべり面に沿って生じる粒子破碎による粒子間隙の圧縮により発生する過剰間隙水圧が原因となって摩擦力が低減されるという現象が確認されており、この現象を反映するため、各粒子に働く滑り面でのみかけの摩擦角 $\phi_{i,p}$ を次式により表した。

$$\phi_{i,p} = (\phi_{i,p})_{initial} \cdot \exp(-|u_p|/u_{ref}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで u_p は滑り面上で粒子が滑った距離である。

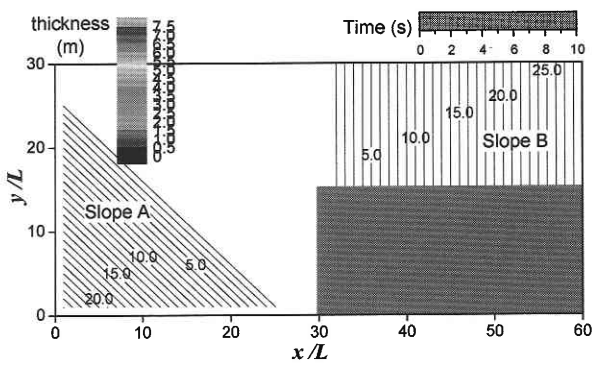
図7(a)-(c)は斜面崩壊の平面図を示す。図中の等高線は、この図の左下から右上に向かって下り勾配の斜面Aと、右から左に向かって下り勾配の斜面Bが近接している状況を示している。この斜面Bに整然と配置されたラグランジュ粒子は瞬時に重力場に置かれ、自重により斜面をすべり始める。地すべりブロック末端が平坦部に差しかかりスピードを落とすと、これが後続の土に押されるかたちになるが、側方に地形の拘束がないので、次第にはらみだすように側方へ広がっていく。ブロック先端が斜面Aに到達すると地すべりはその進行を妨げられ、いくぶん斜面Aに乗り上げるものの、次第にその向きを左上に転じていく。

図8に示す斜面崩壊の平面図は間隙水圧の有無が土砂の広がり厚さの変化にどのように影響するか解析により確認した結果である。図8(a)は間隙水圧の影響がないもの、図8(b)は間隙水圧の影響を組み入れたものである。

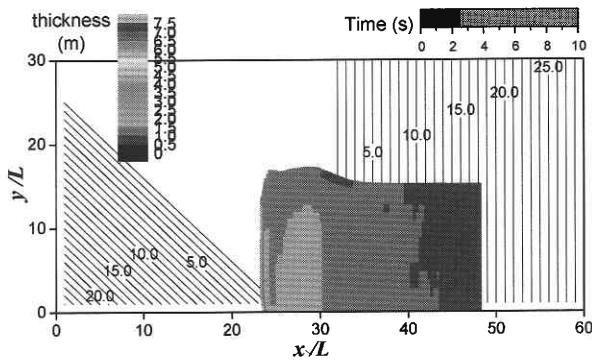
表1 地すべりブロックの物性値

Young's modulus:	$5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$
Poisson's ratio:	0.30
Density:	1700 kg/m^3
Internal friction angle:	0.5 rad
Cohesion:	9800 N/m^2
Strength reduction:	Both cohesion and Internal friction angle are reduced by 50%
Initial friction angle on the slip surface	0.5 rad
u_{ref} in Equation (8)	0.1 m
α for local non-viscous damping	0.8
L: Cell size on x-y plane	1 m

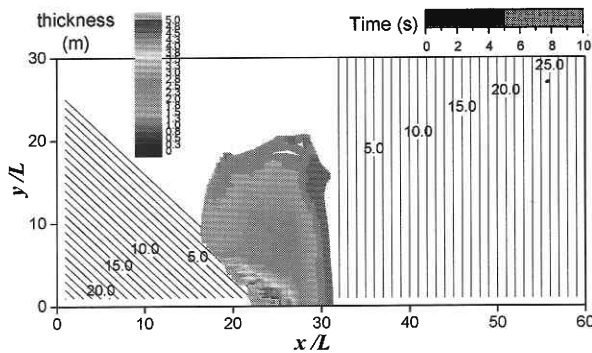
研究速報



(a) $t = 0s$

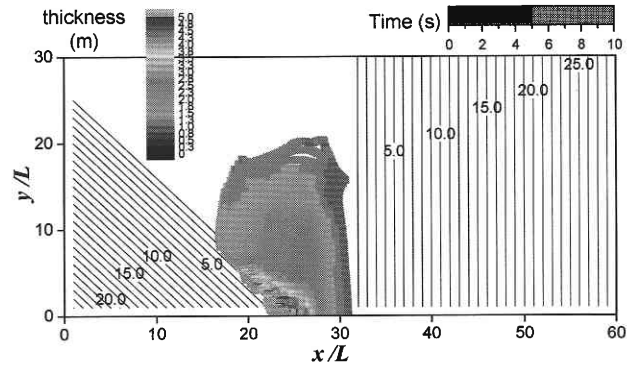


(b) $t = 2.5s$

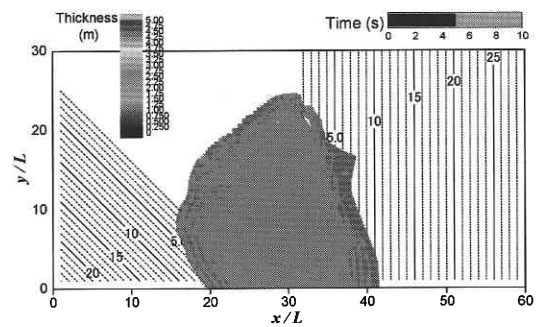


(c) $t = 5s$

図7 地すべりブロックの動き



(a) 間隙水圧を無視した場合の土砂の広がり と厚さの変化



(b) 間隙水圧を考慮した場合の土砂の広がり と厚さの変化

図8 間隙水圧の影響

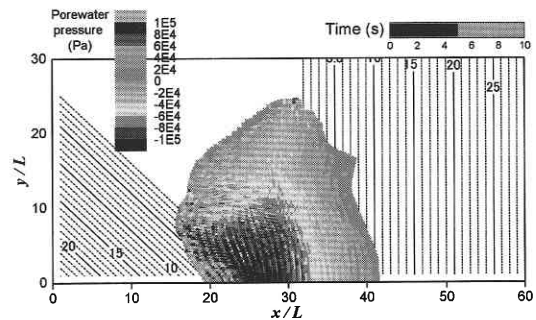


図9 間隙水圧の分布

間隙水圧の影響のないものでは、崩壊した土砂は対岸の斜面で行く手を阻まれ、ここに盛り上がるように堆積する一方、間隙水圧を取り込んだものでは、崩壊土砂が流下して対岸の斜面にぶつかる過程で大きく液状化し、より広範囲に土砂が広がっている。図9は崩壊土砂内の間隙水圧の分布を示している。崩壊土砂が対岸の斜面にぶつかる場所で最大の間隙水圧が生じているのが確認できる。

4. 高速土砂流動解析への課題

既述したように大規模かつ高速の土砂流動を数値解析で扱う際には多くの課題が生じる。本報で紹介したLPFDM

をはじめとするMPMを用いた数値解析手法により、課題の一つであるFEMなどの領域分割法が本質的に抱える限界を大きく超える大変形の解析については克服したといえる。また、地盤が初期の固体相から流下の進行とともに空気、水を巻き込んで液相、気相をも交えた混合相流動としての性格を帯びるため、この複雑な地盤の挙動を表現する必要があるが、本報で示したモデルは間隙水の影響を明示的に取り込んで、土塊そのものの液状化過程なども表現できるスキームを提供しており、この点についても克服へ

の道を開いたといえる。したがって、解析プラットフォームとしてのモデルの提示では初期の目的を達しえたものと考えられる。

しかしこのような表現力のあるモデルを実際斜面に用いようとする、大きな体積と広がりを持つ土砂の物性をどのように計測し、さらに表面植生など土質力学パラメータで単純に記述できない部分をどう表現するかなどの課題に突き当たる。すなわち斜面崩壊の現場から得られる情報、数値解析に必要な情報、そして防災上必要な情報の間には乖離があって、このことが斜面崩壊の研究と防災実務の連携を困難にしている。実地調査により流下速度、到達距離など得られた情報からこれを再現するシミュレーション結果を得るためには、数値モデルに必要なパラメータ（間隙水の見かけの体積弾性係数、被服植物の根のネットワークの影響を反映しての異方性など）の設定を逆解析で検討していく課題が残されている。そのことを可能にする意味もあって、斜面を2次元曲面とし、パラメータの数を絞った擬似三次元解析法を提示した。

5. ま と め

高速土砂流動解析のためのツールとしてMPMの一つであるLPFDMを紹介した。また、高速土砂流動をLPFDMで取り扱うことができるようにモデル化しその適用性について検討した。その結果、

①斜面の位置や側方からの拘束など地形の影響により土塊の挙動が変わる。

②間隙水圧の有無は土砂の広がりや厚さの変化に大きく影響し、無い場合に対して有る場合は広範囲に土砂が広がる。

というシミュレーション結果が得られた。

本報で示したLPFDMをはじめとした高速土砂流動解析に必要なツールを整えそれを使いこなし防災対策に反映できる情報に繋げることが今後に残された課題である。

(2004年9月30日受理)

参 考 文 献

- 1) Cundall, P.A. and Board, M.: A microcomputer program for modeling large-strain plasticity problems, *Numerical Methods in Geotechnics (Proc., 6th Int. Conf., Innsbruck, Austria, April 1988)*, pp. 2101-2108, 1988.
- 2) Sulsky, D., Z., Chen, and H. L., Schreyer: A particle method for history dependent materials, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 118, 179-196, 1994.
- 3) Konagai, K. and J., Johansson: Two Dimensional Lagrangian Particle Finite Difference Method for Modeling Large Soil Deformations, *Structural Eng./Earthquake Eng.* 18(2), 91s-95s, 2001.
- 4) Konagai, K. and M., Numada: Pseudo-three dimensional Lagrangian Particle Finite Difference Method for modeling long-traveling soil flows, *Journal of Japan Society of Dam Engineers*, 12 (2), 123-128, July, 2002.
- 5) Sassa, K: Prediction of earthquake induced landslides." Special Lecture, 7th *Intrn., Symp., Landslides*, Balkema, Rotterdam, 1, 115-132, 1996.